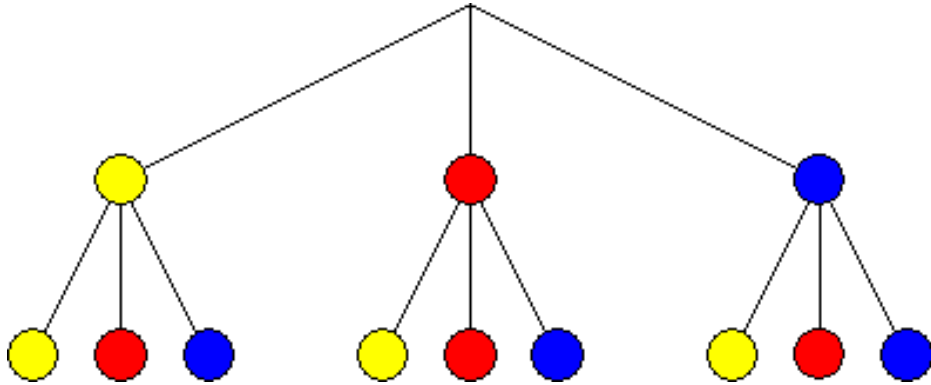


احتمال والي شميرنه



ليكونكى: برينكمن (له برينكمن ن ج خه)

ژباړه: داکتر خان (پير) شخړه

Ketabton.com

په دې هيله، چې په دې ليکنو او ژباړو به مې زموږ د بې وزلي او له پوهې پاتې ملت
- په ما د پوهنې لپاره د لگښت - لپاره د پوهنې په لور داسې لږ ونډه اخستې وي.

د کتاب پيژند

د کتاب نوم احتمالي شمېر نه

ليکونکي: پروفيسر برينکمن

ژباړی : ډاکتر ماخان ميري شينواری

shinwari@Hotmail.de

د خپريدو لړی

خپړندوی : د افغانستان کلتوري ودې ټولنه

جرمني

چاپ نېټه جولای ۲۰۱۲

چاپځای دانش کتابتون

د چاپ حقوق خپړندوي ټولنې ليکونکي يا ژباړي سره خوندي دي.

پښتو مو ژبه او شميرپوهنه پرې ساده ده

د خپرنډوی ټولنې یادښت

له هغې مودې را په دې خوا، چې د افغانستان د کلتوري ودې ټولنې د علمي، ساینسي او طبي اثارو د خپرولو لړۍ پیل کړې، تر اوسه یې په دې لړ کې مهم اثار خپلو هیوادلو ته وړاندې کړي دي.

موږ باور لرو، چې پښتو ژبه هغه وخت په یوه مهمه غني ژبه بدلیدلای شي، چې د پوهې په ګاڼه سمبال شي او په علمي او اکاډمیکو اثارو غني شي.

اوس چې زموږ ملي سراسري ژبه د بیلابیلو ګواښونو او چلنجونو سره مخامخ ده، پر موږ ټولو ده، چې د دغه ګواښونو په وړاندې به په نره ودرېږو او د علم او قلم په ژبه به ځواب ورته ووايو.

د اتحادیې له خوا د ډاکټر ماخان شینواري تر اوسه زیاتو چاپ شویو اثارو په څنګ کې، د ده د پنځه وېښت شمیر پوهنې نویو ژباړو او لیکنو او دوه ټولنیزو لیکنو تر منځ، دغه اثر په همدې لړ کې ځکه د ارزښت وړ دی، چې د علمي، ساینسي اثارو د خپراوي په لړ کې د یوه مهم ګام په توګه ګڼل کیدای شي او هیله ده، چې د دې برخې مینه وال لوستوال، زده کوونکي او د پوهنتو زده کړې کټه ترې واخستلی شي.

په درناوي

د افغانستان کلتوري ودې ټولنه

۲۰۰۱۲ ز ک

د ژباړې مننه

د هر څه له مخه د هغو لیکونکو پروفیسرانو څخه زیاته مننه، چې د لیکنو څخه یې زما د ژباړې لپاره تفاهم لري. ماته د دوي د لیکنو د ژباړې په هیڅ ډول مادي ګټه نه شته او دا کار مې یوازې په یوه د پوهنې توانمندی، مګر وروسته پاتې ژبې ویونکي ولس ته وړاندې دی، دا دې د دې پروفیسرانو له خوا په پوهنیزه اړخ کې زموږ په دې اړخ کې هم مرستې ته اړ ولس سره مرسته وي.

همدا ډول زموږ، د افغانستان کلتوري ودې ټولنه، جرمني، د غرو، مرستندویانو او په تیره بیا د مشر تابه څخه زیاته مننه کوم، چې پرته له خپرندوي ټولنې په توګه یې د دې لیکنو زیاته اقتصادي ونډه هم په غاړه اخستې.

دې لاندې زما کلیوالو ملګرو او ملګرو د دې کتابونو په چاپ کې د توان سره سمه اقتصادي ونډه اخستې، چې زه ترې زیاته مننه کوم:

د ښاغلي دپلوم انجنیر ریحان الدین حساس، ښاغلي دپلوم انجنیر محمد اکبر نور، ښاغلي ډاکتر سردار ګانه وال، ښاغلي ډاکتر مانوګل ګانه وال، ښاغلي ټولنپوه محمدعارف بیان، ښاغلي دپلوم انجنیر محمد ایوب بیان، همداسې زما د ملګري ارواښاد ډاکتر حاجي محمد سلطانزي د ځوي ښاغلي ډاکتر صالح محمد سلطانزي، دپلوم انجنیر او دپلوم اقتصاد پوه رحمت الله فتحی او نه اخر زما د لور ډاکتر ځانګې شینواري او زما د ځوي اقتصاد پوه او ټولنساپوه اباسین شینواري.

نه د ټولو په اخر کې زما له میرمن ښاپړۍ څخه ډېره زیاته مننه، چې زما د لیکنو- نه دا چې مخه یې نه ده نیولې- پوره ملاتړ کړي.

بیا هم له دوي څخه د زړه له کومې مننه کوم او لوي څښتن دې ورته اجر و نه ورکړي، چې داسې مرستو ته دوام ورکړي.

په مننه : ستاسو ماخان شینواری

جرمني د بن ښار

۲۰۱۲ ز ک نیولیک

نيوليک

- ۱ احتمالوالی شمیرنه
- ۱ تصادفي يا توکلي پيښي
- ۲ تصادفي يا توکلي تجربې
- ۲ د يوه سترگيز يا سترگيز مکعب غورځول
- ۴ ډېرپريزه تصادفي تجربې
- ۱۳ دويم: په احتمالوالی شمیرنه کې پيښي
- ۱۸ دريم: په احتمالوالی شمیرنه کې د پيښو ترڅنه
- ۲۱ د ډېريو يا ستونو A او B ټولنه يا اتحاد
- ۲۲ د دوه ډېريو A او B کمښت - ياکموندېږي (باقي سټ)
- ۲۲ ټولو پيښو ته بيلگي
- ۳۲ څلورم: د نسبي ډېروالي څخه و احتمالوالی ته
- ۳۲ نسبي ډېروالی
- ۳۳ د احتمالوالی تعريف:
- ۴۰ د لاپلاس تجربه
- ۵۷ پنځم - دډېرپوريز تصادفي ازماښتونو احتمالوالی
- ۸۰ شپږم - په احتمالوالی شمیرنه کې د مرتبان مودل
- ۸۰ د مرتبان مودل
- ۸۶ اوم - د تړلو پيښو سره احتمالوالی
- ۹۴ اتم - شرطيز احتمالوالی

- ۱۰۰ د پېښو خپلواکوالی
- ۱۳۳ نهم - د احتمالوالیو ټاکنه د گڼلو(شمیرلو)
- ۱۴۲ د مرتبان مودل سره مودل کول
- ۱۷۷ لسم - تصادفي واریابلي، احتمالوالي
توکلي متحولي يا تصادفي متحوله.....
- ۱۷۹
- ۱۸۹ د احتمالوالي وېشنه یا ښه یې ټوټه
- ۱۸۱ د احتمالوالي وېشنه یا په برخو ټوټه کونه:
- ۱۸۲ د یوه احتمالوالي برختوټه ونې انتظار ارزښت
- ۱۸۴ د X د انتظار ارزښت
- ۲۲۱ یوولسم - د برنولي - ازماښت
- ۲۲۴ د یوه تار لباره k د بریاوو سره احتمالوالی
- دولسم - انتظار ارزښت
- ۲۷۶ او معیارې په څنګ کیدنې
- ۲۷۶ بینومیال وېشل شوي تصادفي لویه
- ۲۸۳ دیارلسم: د چاپیریال احتمالوالی
- ۲۹۲ څوارلسم - د بینومیالوېشنې اېروکسمیشن
- ۲۹۲ د نورمالوېشنې یا - پاشنې له لارې
- ۲۹۸ پنځلسم - چاپیریال احتمالوالي شمیرنه
- ۳۰۶ شپاړسم: د هیپوټیزې ازماښت
- ۳۳۲ اووه لسم - هیپوټیزې ازماښت ته بنسټونه

۳۷۳

جدول ارزبنتونه

۳۷۷

د نورمالتوتونه کونې تصادفي متحولې

د ژباړې سریزه

گرانو لوستونکو!

د برينکمن د ليکنو لړۍ د شميرپوهنې په څانگه کې د ښوونځيو لپاره له درې لومړنيو کتابونو پرته نوره هم پسې غزېدلې، چې ما هغه د گرانو لوستونکو لپاره رازباړلي.

دا احصايه يا ستاتيستک دی او د احتمالي شميرنه ده. دا دواړه کتابونه، چې دلته يې تاسو ته ژباړه وړاندېکړي، هم په زياتو تمرينونو، اود دوی په اوبیونو يا حلونو سره سمبال ده.

زما په اند، داسې ليکنه په پښتو کې د لومړي ځل لپاره کيږي، چې نومه ونې به دلته هم څه ناڅه گرانو لوستونکو ته نابلدي وي، خو پرې پوهيدنه شونې ده. هر څه په روښانه توگه ورکړل شوي.

گرانو هيوادوالو!

داچې ما يوځای يا نوره هم ښه په يوه وار ډېر کار را ونيوه، يعنې يوځای د ډېرو کتابونو ليکنه او ژباړه پيل کړه، نو هر ورو به ناتيکاوې زما له خوا په کې رامنځ ته شوې وي، خو دا به داسې ناتيکاوې نه وي، چې شميرپوهنيزې ستونځې رامنځ ته کړي. له دې کبله له تاسو څخه زما په ستونځو پوهيدلو له امله زياته مننه.

په دې هيله، چې زما په غوښتنو او ستونځو به وپوهيږي په دې ليکنو او ژباړه کې ما ته هيڅ مادي گټه نه شته. دا دې په ما زموږ د بې وزلي ولس د ډېر مصرف (لگښت) په هکله د يوې کوچنۍ پيرزوينې په حيث وړاندې وي

له هر څه د مخه د دې لکچرونو ليکنو ليکونکو شميرپوهانو څخه زياته مننه، چې کتابونه به يې د افغانستان زده کړو لپاره هم د شمير پوهنې په څانگه کې پوره مرسته وي.

په همدې ډول په المان کې د افغانستان کلتوري وردي ټولنې څخه هم زياته مننه، چې له خوا يې او په ډېر لگښت د ا کتابونه چاپيږي.

ستاسو ماخان،، ميري،، شينواری

احتمالوالی شمیرنه

لومړۍ - توکلي یا تصادفي تجربه

احتمالوالی شمیرنه :

د بختلوبو سره د د مشغولیت څخه د احتمالوالی تیوري وده وکړه. نن هم د احتمالوالی پوهیدنه په بختلوبو کې کارول کیږي. د بختلوبو ته ورته په طبیعي علومو، اقتصاد، ټولنیزو علومو پېښیدنې وړاندوینې او پلانونې متودونه د تصادفونو په واک کې دي. د احتمالوالی شمیرنې دنده په دې کې ده، چې پېښې تر څیرنې لاندې ونیسي د تصادفي پېښیدو (وتون) سره چې د ممکنه قانونمندی سره دا وړاندوینې د ممکنه حلونو رامنځ ته کیدو ته ورسوي.

تصادفي - یا توکلي تجربه

د دانې (شپږسترگۍ) یا د لوبو مکعب غورځولو سترگی عدد (-گڼ) د تصادف یا توکل په واک کې دی. دا دانه او هر بل د بختلوبي په خوښه زیات واره تکرار کیدونکي عملي دي، چې د هغو سره د سترگیو عدد د مخه نه شی اټکل کیدی. داسې تجربې تصادفي تجربې بلل کیږي.

تصادفي-توکلي تجربې:

يوه تصادفي تجربه يوه تجربه ده د لاندې خويونو (خواصو) سره:

- د برابر و شرايطو لاندې په خوښه زيات تکرار ور ده.

- لږ تر لږه دوه ممکنې پايلې (لاس ته راوړنې) شتون لري.

- پايله مخ له مخه کتنور (ليدور) نه ده.

بيلگه :

د يوه سترگيز يا سترگيز مکعب غورځول:

- په خوښه زيات تکرار ور دی.

- لږ تر لږه دوه ممکنه لاس ته راوړنې شتون لري.

- پايله مخ له مخه ليدور نه ده.

يو پوريزې تصادفي تجربې:

يو پوريزې تصادفي تجربې:

که يوه تصادفي پيښه يوځل منځ ته راوړل شوه ، نو د يوه يو پوريزې تصادفي پيښې غږيرو يا دا يو پوريزه تصادفي پيښه بولو.

بيلگه:

ممکنه نتيجې

يو ځل د يوې دانې يا لوبو مکعب غورځول. ۴

يو ځل د يوې پيسې غورځول عدد (نه محراب ممبر)

د فوټبال په لوبې بايلوني باندې يو ځلي شرط. بریا

غوره په یاد لرنه: افغانی چې دوه مخه لري یوه مخ یې چې عدد (ګڼ) ورباندې کښلی دی په Z سره ښایو (له الماني چې عدد یا ګڼ ته وايي) او بل مخ یې چې محراب ممبر پرې کښل شوی، د W سره ښایو (چې د الماني څخه رانیول شوی او بیرغ ته وايي). هيله ده چې دا ستونځې به غبرګي سره ګالو).

نتیجه:

د تصادفي پېښې پایله د پایلې یا نتیجې په نامه بولو.

بیلګې:

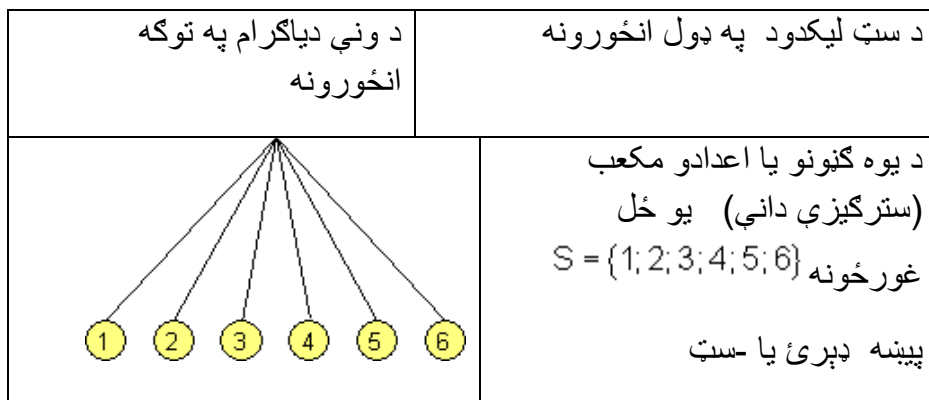
تصادفي تجربه	نتیجه سټ (- ډېری)
د یوه سترګیز مکعب یو ځل غورځونه	$S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$
د یوې پیسې یو ځل غورځونه	$S = \{\text{عدد، محراب ممبر}\}$
د بوسبال ولې بای باندې یوځلې شرط	$S = \{\text{ورنه، مساوي، بایلنه}\}$

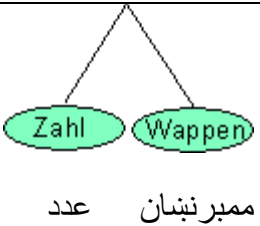
تمرین:

درې نورې د تصادفتجربې د هغو د پېښو سټ سره ورکړی.

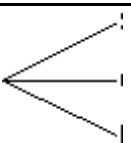
د یوې تصادفي تجربې د نتیجو ډېرۍ (- سټ) انځورونه

د نتیجو سټ کیدی شي د سټ لیکدود په ډول یا د ونې دیاګرام په توګه هم انځور شي.



	يا يوې پيسې يو ځل غورځونه پيښه ډيرئ(- ست): $S = \{ \text{د پيسې مخ(عدد)}, - \text{څټ(ممبرنښان)} \}$
---	---

د فوټبال د لوبې پای باندې يو ځل شرط

	بريا، برابر بايلنه	پيښه ډيرئ(- ست): $S = \{ \text{بريا ، برابر ، بايلنه} \}$
---	---	--

نتيجه او نتيجه ست:

د تصادفي تجربې نتيجه د ډېرو وتون امکاناتو يو گونی يا يو ځل وتون دی.

د ټولو ممکنه نتيحو ټولگه د نتيجو ست (نتيجه -ډېرئ) بلل کيږي.

$$S = \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_n\}$$

ډېر پوړيزه تصادفي تجربې

تصادفي تجربې چې له رياتو يو په بل پسې يو پوړيزو تجربو توگه وي ، ډېر پوړيزې تصادفي تجربې بلل کيږي.

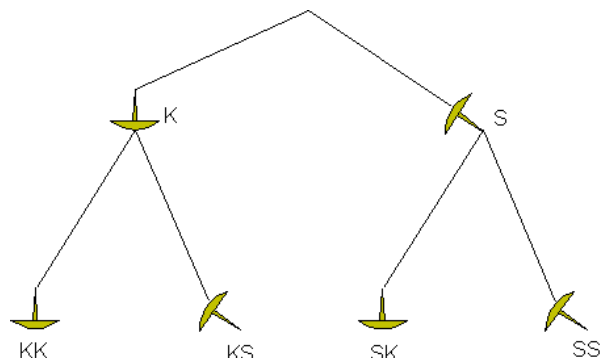
بيلگه:

دوه واره د يوه کاغذي مېخ يا کاغذ ستن غورځولو نتيجه ډېرئ(-ست) د يوپوړيزې تجربې سره:

د يوپوړيزه تجربې نتيجه ډېرئ(-ست)

$$S = \{ \text{څوکه، سر} \} \text{ په لنډه بڼه: } S = \{S; K\}$$

د ونې دیاگرام له لارې انځورونه:



نتیجه د ونې دیاگرام څخه ساده لوستل کيږي:

$$S = \{(KK); (KS); (SK); (SS)\}$$

څلور ممکنه نتيجي لرو. په ونه دیاگرام کې مو هر ټار یوې نتيجې ته لارښودوي،

تمرین: په یوه مرتبان کې 2 شنه (g) او یوه اسمانرنګه غونډاري (کړې) (b) پراته دی. دوه غونډاري د لاندې قانون له مخې راباسو:

یو په بل پسې په هر ځل یو غونډاری اوستل کيږي بې له بېرته وراچونې. ونه دیاگرام وکارئ او نتیجه سټ (- ډېرې) جوړه کړئ.

ځواب:

ایا د فوټبال لوبې وتون (یعنې پایونې) باندې شرط ایښوونه یو ه احتمالي تجربه ده؟

شرط په خوښه زیات تکرار ور دی.

درې ممکنه نتيجي شتون لري (برایلیتوب، برابر پاتې کیدنه، بایلودنه)

نتیجه وړاندوینوړ نه ده (یعنې وړاند وینه نه پرې کيږي)

پس د فوټبال لوبې پایونې باندې شرط ایښوونه یوه احتمالی تجربه ده.

حل: درې نورې تصادفي تجربې ورکړئ د هر یوه د نتيجې سټ سره

پورته ته:

د بخت ډولګۍ: $S = \{\text{بایلېنت، ګټه}\}$

کتابچه میخ: $S = \{\text{څوکه، سر}\}$

د بخت څرخۍ

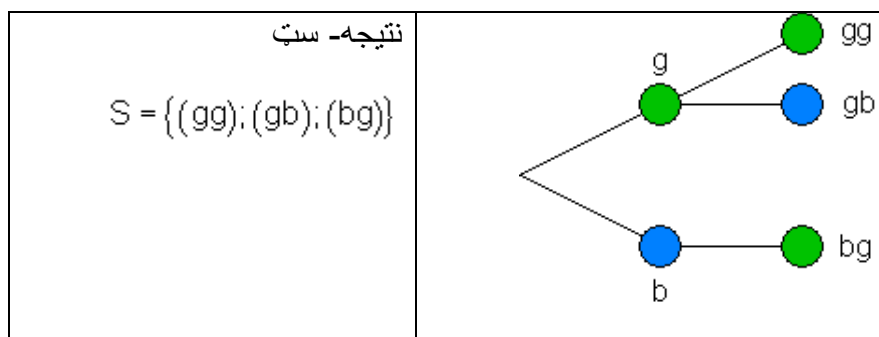
د 8 برخو سره: $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

حل: په یوه مرتبان کې 2 شنه غونډاري (غونډوسکې) (g) او یو اسمانرنګه غونډاري (غونډوسکې) (b) پراته دي .

دوه غونډارۍ (که غواړئ: کرې) د لاندې قانون سره راوېستل کېږي:

یو په بل پسې دوه ځله هر ځل یو غونډارۍ بې له بېرته ایښوني یا بې له بېرته د وراچونې سره راوېستل کېږي..

ونه دیاګرام وکارئ او نتیجه ست (-ډېری) جوړه کړئ.



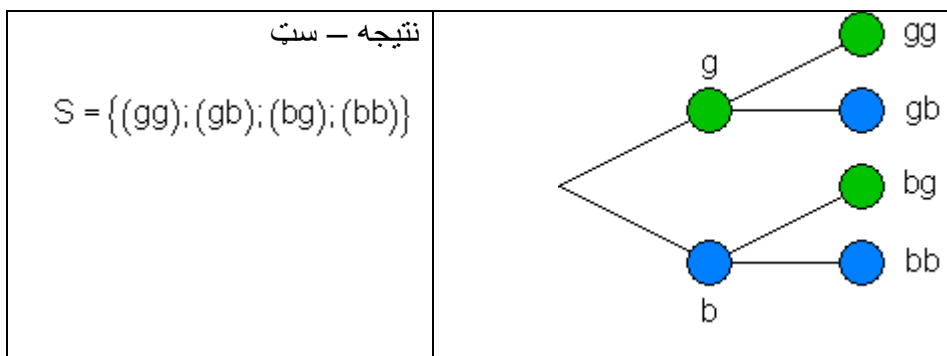
حل:

په یوه مرتبان کې 2 شنه غونډاري (غونډوسکې) (g) او یو اسمانرنګه غونډارۍ (غونډوسکې) (b) پراته دي .

دوه غونډارۍ د لاندې قانون سره راوېستل کېږي:

یو په بل پسې دوه ځله هر ځل یو غونډارۍ له بېرته ایښوني یا له بېرته د وراچونې سره راوېستل کېږي.

ونه دیاگرام وکارۍ او نتیجه ست(دېرۍ) جوړه کړۍ.



پوښتنې

تصادفي تجربې، ونه دیاگرام، نتیجې ست(دېرۍ) |

اول – د یوه تصادفي تجربې لاندې څه پوهیږئ؟ غوره خوږونه یې وښایئ.

دویم: څلور تصادفي پیښې د هغو د خوږونو سره ورکړۍ یا په گوته کی

دریم - د میوو یوه کارتن کې 10 سره باتینگر او 20 زېر باتینگر د همغه لویوالي سره پراته دي. د کارتن څخه په پټو سترگو یو په بل پسې باتینگر راوبستل کیږي(بي له بیرته ایښوولو سره) ونه دیاگرام وکارۍ او د نتیجو ست(دېرۍ) S یې سم کړۍ.

څلورم – په یوه بوتل کې 5 زېر ، 3 سره او 4 شنه د ښیښو باغکې پرتې دي. د بوتل څخه یو په پل پسې باغکې راوبستل کیږي(بي له بیرته ایښولو) ونه دیاگرام وکارۍ او د نتیجو ست(دېرۍ) S یې سم کړۍ.

پنځم-

دوه زده کوونکي A او B یو د بل مخامخ یا که غواړۍ مقابل د پولوبیلارد لوبې کوي، وړونکۍ هغه دی، چې به لومړي ځل دوه لوبې وگټي.

ونه دیاگرام وکارۍ او د نتیجو ست(دېرۍ) S یې سم کړۍ.

شپږم-

يو کوتی 2 سره او 4 تور غونډاري يا غونډوسکي (کري) لري (يا په کوتی کې ... پراته دي). له کوتی څخه به پټو سترگو يو په بل پسې غونډوسکي راوستل کيږي (بي له بيرته اېښوولو يا بيرته وراچول)

ونه دياگرام وکارئ او د نتيجه سټ (ډېری) S يې سم کړئ.

اوم- په يوه خلته کې 7 چکليټ پراته دي، چې له دې څخه 2 زېر او 5 سره دي. له خلتې څخه يو په بل پسې 3 چکليټ راوستل کيږي (بي له بيرته اېښوولو).

څومره شتونوالی شتون لري، چې دا چکليټ له خلتې څخه راوه وېستل شي؟
اتم - يو د گڼونو (اعدادو) يعنې نمره يې قلف له درې څرخونو جوړ دی، چې له 1 تر 9 گڼونه يا اعداد لري. يو کس دا گڼي يا نمرې پېژني، خو په خواشينۍ بايد وويل شي، چې د نمروو ترتيب يې له ياده وتلی.

څومره امکانات شتون لري، و نه دياگرام رسم کړئ. ښونه يا اعداد 3, 7 او 9 دي.
نهم - دوه بخت څرخونه يا ټېرونه يا کړئ له درې برابرې برخو (Segments) څخه چې سرو (r)، اسماني (b) او شنو (g) دی جوړ دي. دواړه څرخونه يو له بل خپلواک به همغه وخت کې څرخول کيږي او په عين وخت کې درول کيږي هم.

بختڅرخونه په نخښه کړئ. د شرايطو سره يې نتيجه (r, b) ورکړئ، چې نتيجه د (b, r) سره برابره نه وي. که د نتيجه سټ (ډېری) لپاره برېکړه شوې وي، که څرخونه په برابر وخت کې و څرخول او ودرول شي؟ ځواب يې په دليلونو سمبال کړئ.
د يوه مسلکي ښوونځي 3 نارينه 2 ښځينه زده کوونکو څخه جوړه ده. پچه اچول کيږي، چې څوک به دې کال کې د شورا مشر او څوک يې مرستيال شي. لومړی ريس او بيا پسې مرستيال ټاکل کيږي.

يو و نه دياگرام وکارئ او نتيجه S يې ورکړئ.

حلونه (اوبیوني)

تصادفي تجربې، و نه دياگرام، نتيجه I

مفصل حلونه:

اول : مفصل حل

یوه تصادفی تجربه لاندې خوښه لري:

- د برابر و شرایطو سره په خوښه زیات تکرار کیدونکي دي.

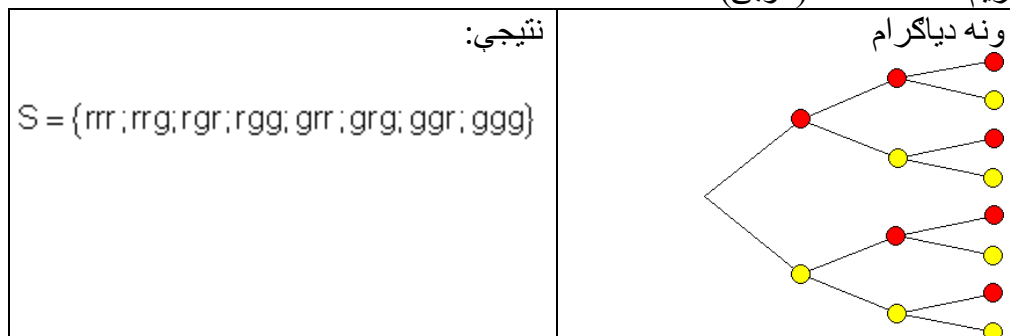
- لږ تر لږه دوه ممکنه نتيجي شتون لري.

- نتیجه له وړاندې نه شي ویل کیدی.

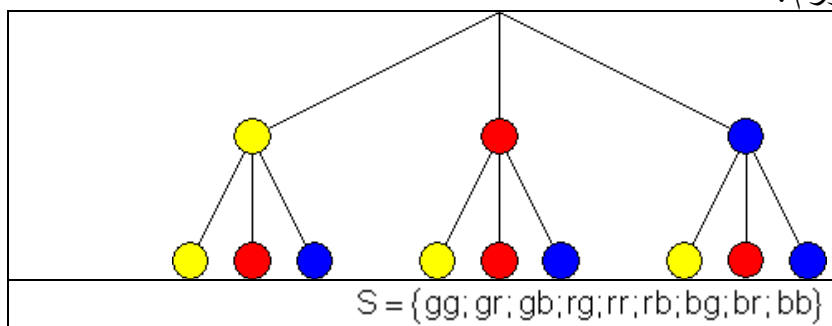
دویم:

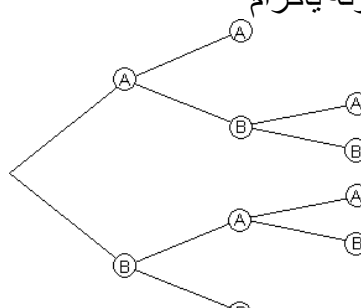
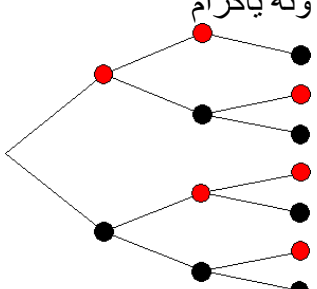
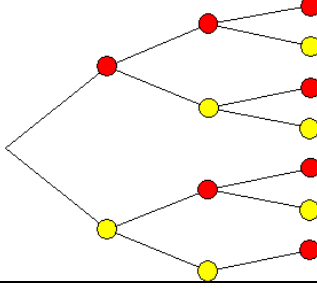
تجربه	د حل سټ یا ډېری
الف - د داني یو وار غورځول	$S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$
ب - د پیسې یو وار غورځول	$S = \{Z; W\}$
پ - د یوه بخت څرخ د 5 برخو سره چې له 1 تر 5 پورې گڼه یا نمره لری یو وار څرخول	$S = \{1; 2; 3; 4; 5\}$
ت - د یوه مرتبان څخه د 2 غونډوسکو یا غونډارو راوبستل چې سره اوتور غونډاری دي.	$S = \{rr; rs; sr; ss\}$

دریم : مفصل حل (اوبی)



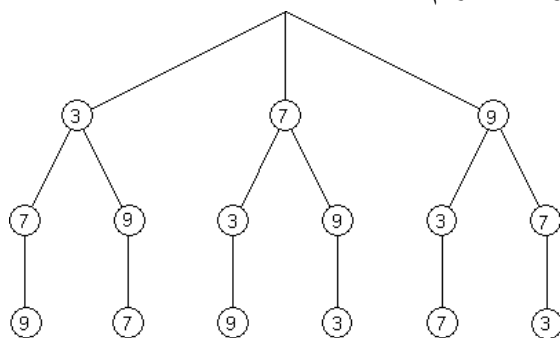
څلورم :



ونه یاگرام 	پنجم : مفصل حل نتیجی: $S = \{ AA; ABA; ABB; BAA; BAB; BB \}$
ونه یاگرام 	شپږم : مفصل حل نتیجی: $S = \{ rrs; rsr; rss; srr; srs; ssr; sss \}$
ونه یاگرام 	اوم : مفصل حل نتیجی: $S = \{ rrr; rrg; rgr; rgg; grr; grg; gg \}$ پس اوه امکانات شتون لي، چي له خلتې چکلیټ راوباسو

اتم:مفصل حل

ونه دیاگرام

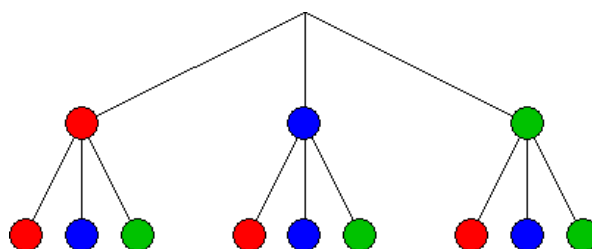


$$S = \{ 379; 397; 739; 793; 937; 973 \}$$

ټول 6 امکانات شتون لري.

نهم: مفصل حل

ونه یاگرام



$$S = \{rr;rb;rg;br;bb;bg;gr;gb;gg\}$$

دا چې دواړه څرخونه یو له بل خپلواک څرخي، به یو – یا همغه وخت کې څرخول او درول نتیجه کې کوم رول نه لوبوی. سری کړی شي چې یو څرخ پرلپسې دوه واړه و څرخوی.

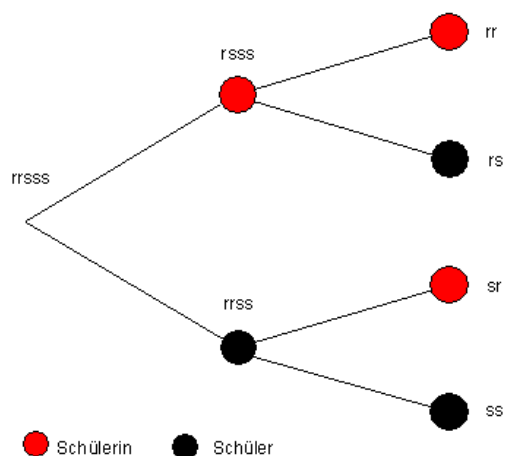
لسم: و نه یاگرام

ریس

مرستیال

Vorsitzender

Stellvertreter



بنی یا تور : نارینه ز. کین یا سور: ښځینه ز.

نتیجه : $S = \{ww; wm; mw; mm\}$
 دله w بنځینه او m نارینه زده کوونکي دي.

دویم - په احتمالوالي شمیرنه کې پېښې

پېښې

د یوه تصادفي تجربې نتیجه کېدای شي د پېښو په توګه را یوځای شي.

موږ داني دا یو ځل غورځول په پام کې نیسو.

نتیجه ست یا نتیجه ډېری له 6 ممکنه نتیجو څخه جوړه ده: $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

د نتیجې په توګه A تعریفوو: غورځول شوی عدد یا ګڼ جوړه یا جفت دی.

نتیجه ډېری له 3 ممکنه نتیجو جوړه ده: $A = \{2; 4; 6\}$

دا د نتیجې ډېری برخې ډېری ده. د دې لپاره لیکو: $A \subset S$

پایله: د یوې تصادفي تجربې نتیجه ست S هره برخست $A, B, C, \dots$ پېښه بلل کېږي.

د دې لپاره لیکو: $A \subset S; B \subset S; C \subset S; \dots$

بیلګه:

یوه پیسه یو په بل پسې پرلپسې غورځول کېږي.

د ونه دیاګرام له لارې نتیجه ست یا د نتیجې ډېری S پیدا کېږي.

$S = \{(ZZZ); (ZZW); (ZWZ); (ZWW); (WZZ); (WZW); (WWZ); (WWW)\}$

A دې پایله (نتیجه) وي، داسې چې دوه واره W ولوړي: ست A څنګه ده؟

$$A = \{(ZZZ); (ZZW); (ZWZ); (WZZ)\} \quad A \subset S$$

تمرین :

B دې پېښه وي، چې Z را ښکاره نه شي. د B سټ څنگه ده ؟

تمرین:

C دې نتیجه وي، چې زیات له زیاته یو ځل Z ښکاره شي. د C سټ کوم دی؟

د پېښو ډولونه چې په یوه څرخ سر، چې 8 برخې (قطاع) لري ، ه رامنځ ته کيږي .

$$S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\} : \text{نتیجه سټ (د نتیجو ډېری)}$$

پېښه A : عدد له 9 کوچنی دی:

$$\Rightarrow A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$$

نتیجه A د هرې تصادفي پېښې سره پېښيږي یا رامنځ ته کيږي ، دا متماڼه پېښه بلل کيږي: $A = S$.

$$\Rightarrow B = \{8\} : \text{نتیجه B: عدد له 7 لوي دی.}$$

نتیجه B فقط یو توکی لري. دا ساده یا بنسټ پېښه بلل کيږي.

$$C = \{ \} \text{ همداسې } C = \emptyset : \text{پېښه C : عدد له 1 کوچنی دی: لاس ته راځي}$$

$$C = \emptyset : \text{نتیجه هیڅ وخت نه پېښيږي دا یوه نا ممکنه پېښه ده.}$$

$\Rightarrow D = \{7; 8\}$	نتیجه D : عدد له 6 لوي دی..
$\Rightarrow \bar{D} = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$	پایله
	نتیجه $\bar{D}$: عدد کوچنی یا برابر
	6 دی. پایله

$D\bar{D}$ مخامخ یا معکوسه پېښه ده.

د نتیجه سټ (ډېری) هغه توکي خوندي لري، کوم چې په کې خوندي نه دي.

سټ - یا ډېری ډوله لیکنه: $S \setminus D\bar{D} = \bar{D}$ سټ یا ډېری ده f له D .

د پېښې او معکوس پېښې ټولنه یا اتحاد نتیجه سټ (- ډېری) $D \cup \bar{D} = S$ ده.

مخامخ یا په څټ یا معکوس پېښې ته بیلګې:

پېښه	معکوس پېښه
A: څلور موټر زیانمن (خراب) دی	$\bar{A}$: لږ تر لږه 5 موټر خراب دی
B: لږ تر لږه 2 موبایل (ملفونه) غلا شوي	$\bar{B}$: لږ تر لږه یو موبایل غلا شوی، دا په دې معنا چې هیڅ یا یو موبایل
C: کوم موټر شین نه دی	$\bar{C}$: لږ تر لږه یو موټر شین دی
D: له درې منو څخه ټیک یوه خوټا ده.	$\bar{D}$: هیڅ یا دوه یا درې مني خوټا دي.

به یاد لرنه: د دې لپاره چې یوې پېښې ته معکوس پېښه ومومو په لاندې ډول مخ ته ځو:

اول – نتیجه سټ S وټاکي.

دویم: پېښه ډېری یا پېښه سټ و ټاکي

دریم: د پاتې – یا باقي سټ جوړښت څخه معکوس پېښې ډېری جوړې کړی.

حل امکانات د ،،زیات له زیاته 4 موټرونه زیانمن دي،، .

د ساده کونې له امله له خورا زیات 6 موټرو څخه مخ ته ځو. ټول د کمبېنېشنونو

امکانات د جوړ (H) او خراب (D) د پېښو ډېری S جوړوي..

$S = \left\{ \begin{array}{l} \text{HHHHHH} \\ \text{DHHHHH} \\ \text{DDHHHH} \\ \text{DDDHHH} \\ \text{DDDDHH} \\ \text{DDDDDH} \\ \text{DDDDDD} \end{array} \right\} = \begin{array}{l} A \\ \bar{A} \end{array}$	د زیات له زیات څلور خرابیو شتونوالی شته د لږ تر لږه پنځه خرابیو شتونوال شتون لري
---	--

د حل امکانات ،، لږ تر لږه 2 ملفونونه غلا شوي،،
 د ساده کونې له امله له خورا زیات 4 موبایلونه غلا شوي مخ ته ځو. ټول د
 کمپینیشنونو امکانات د غلا شوو (G) او نه غلا شوو (N) د پېښو ډېری S
 جوړوي..

$S = \left\{ \begin{array}{l} \text{GGGG} \\ \text{GGGN} \\ \text{GGNN} \\ \text{GNNN} \\ \text{NNNN} \end{array} \right\} = \begin{array}{l} B \\ \bar{B} \end{array}$	لږ تر لږه د دوه ملفونونو د غلا امکانات شته د لږ تر لږه یوه ملفون غلا امکانات
---	--

دوه د حل امکانات د ،، کوم موټر اسماني رنگه نه دی،، لپاره.
 د ساده کونې له امله له خورا زیات 4 موټرونو مخ ته ځو. ټول د کمپینیشنونو امکانات
 (B) او نه اسمانينگه (N) د پېښو ډېری S جوړوي..

$S = \left\{ \begin{array}{l} \text{NNNN} \\ \text{BNNN} \\ \text{BBNN} \\ \text{BBBN} \\ \text{BBBB} \end{array} \right\} = \begin{array}{l} C \\ \bar{C} \end{array}$	امکانات چې هیڅ موټر شین نه دی اکانات چې لږ تر لږه یو موټر شین دی
---	--

د حل امکانات د ،، له درې منو څخه ټیک یوه منډه خوسا ده،، لپاره.
 موږ له درې منو څخه پیل کوو. د کمپینیشن ټول امکانات د خوسا (F) او نه خوسا (N)
 یوه نتیجه ډیرئ (سټ) S جوړوي..

$S = \left\{ \begin{array}{l} FNN \\ FFN \\ FFF \\ NNN \end{array} \right\} = D$	د یوې منې لپاره امکانات چې خوسا ده امکانات چې یوه، دوه یا هیڅ منه خوسا نه ده.
--	---

تمرین: B دې نتیجه وي، چې عدد نه را وځي. د B ډېری ځنګه ده یا کومه ده؟

$$B = \{(WWW)\} \quad B \subset S \quad \text{حل:}$$

یادونه: دا چې د B سټ ټیک یو توکی لري، په دې حالت کې له یوې ساده — یا بنسټیزې پېښې غږیزو.

تمرین: C دې نتیجه وي، چې خورا زیات یو ځل عدد را ښکارېږي. د C سټ کوم دی؟

حل:

$$C = \{(ZWW); (WZW); (WWZ); (WWW)\} \quad C \subset S$$

دریم - په احتمالي شمیرنه کې د پېښو ترڅنه

د پېښو ترڅنه

یوه دانه یو ځل غورځول کېږي. لاندې دوه پېښې منځ ته راځي.

A: د سترګو عدد (ګڼ) له 3 لوی دی.

B: د سترګو تعداد جوړه (جفت) عدد دی.

یوه نوې پېښه لکه چې ګورو لاس ته راځي:

C: د سترګو تعداد له 3 لوی دی او د سترګو تعداد یو جوړه عدد دی.

نتیجه C یوه له A او B جوړه د او-ترڅنه ده.

د پېښې C ډېرې يا سټ څنگه ده؟

$$A = \{4; 5; 6\} \quad B = \{2; 4; 6\} \Rightarrow C = \{4; 6\}$$

حل:

د سټ يا ډېرې لیکدود له مخې دا په دې معنا دی

$$C = A \cap B = \text{د } A \text{ او } B \text{ غوڅډېرې يا قطاع}$$

تمرین :

یوه نوې پېښه، لکه چې گورو رامنځ ته کيږي:

D : د سترگیو تعداد یا گڼون له 3 لوي دی یا د سترگیو عدد (ښه یې تعداد) یو جوړه عدد دی.

دا د پېښه د A او B څخه یوه د یا – ترڅه ده . D د پېښه څنگه لیکلی شو؟

د دې لپاره چې د پېښو ترڅنې يا عملی جوړې کړو اړین دی، چې د سټیوري (ډېرې پوهنه) باندې یو ځغلند نظر واچوو:

د ډېرې پوهنې يا سټ تیوري لنډيزا

د اعدادو(گڼونو) سټ: د اعدادو سټ د یو له بل کره توپیرور اعدادو ټولگه ده.

ستونه په لویو لاتین تورو په نڅېښه کيږي.

بیلگه:

$$M = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

$2 \in M$	2 د M توکی دی
$6 \in M$	6 د M توکی دی
$3 \notin M$	3 د M توکی نه دی

د ستونو لپاره لیکندود

گڼیزه (د اعدادو له لارې) انځورونه $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$

تشریحي انځورونه

په لغاتو یا نوره هم ښه کلمو: A د ټول x سټ دی، کوم لپاره چې باور لري، x له 1 تر 5 پورې یو طبیعي عدد دی.

تش سټ (تشدېری)

تشسټ کوم توکي نه لري.

سومبول

د تشسټ لپاره برابر ارزښته ویني یا افادې.

د او په معنا دی

د ډېریو یا ستونو لپاره لیکدود

شمېرنیزه انځورونه $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$

تشریحي انځورونه $A = \{x | 1 \leq x \leq 5\}_{\mathbb{N}}$

په کلمو: A د ټولو x ستونو ډېری ده، د کومو لپاره چې باور لري

x یو طبیعي عدد دی له 1 تر 5 پورې

تشدېری یا تش سټ $B = \{x | x \in A \wedge x > 5\} = \{ \}$

تش سټ کوم توکي نه لری

سومبول $\{ \} = \emptyset$ د تش سټ د لیکلو لپاره برابر ارزښته لیکندود دی.

منطقي او بلل کيږي $\wedge$

په ستونو کې عمليې (د ډېريو ترنې)

د A او B د تقاطع سټ (د او غوڅېږي)

$A = \{a; b; c; d; e; f; g\}$	$B = \{e; f; g; h; i; j\}$
د A او B د تقاطع سټ يا غوڅېږي	$C = A \cap B = \{e; f; g\}$
$A \cap B$ (A قطع شوي له B سره)	
$A \cap B$ ټول هغه توکي لري، چې په A کې او همدي وخت کې په B کې هم پراته وي.	$A \cap B = \{x x \in A \wedge x \in B\}$
$x \in A \cap B$ په دې معنا چې x په A او B کې پروت دی يا د A او B توکی دی.	د تقاطع سټ د دوه ستونو ترمنځ يوه د او ترنه يا عمليه ده.

د ډېريو يا ستونو A او B ټولنه يا اتحاد

$A = \{-4; -2; 1\}$	$B = \{2; 4; 6\}$
$A \cup B$ د A او B ټول توکي خوندي لري	$A \cup B = \{-4; -2; 1; 2; 4; 6\}$ $A \cup B = \{x x \in A \vee x \in B\}$
$x \in A \cup B$ بلل کيږي: x په A يا B کې پروت دی يا x په دواړو ډېريو کې پروت دی	د اتحاد سټ يا ټولنډېږي د ستونو ترمنځ د يا-ترنه يا عمليه ده

د ستونو نخښې، د منطق نخښې

$\cap$	غوڅ – يا قطع شوی	د ستونو يا ډېريو نخښې د دوه ډېريو يا ستونو ترمنځ
$\cup$	ټولنه يا اتحاد	
$\wedge$	منطقي او	د دوه ډېريو يا ستونو ترمنځ منطقي نخښې
$\vee$	منطقي يا	

د A برخېپرې یا سب سټ

$A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ $B = \{2; 4; 6\}$ $B \subset A$ په دې معنا چې B د A برخېپرې ده	ورکړ شوي ډېرې B د A یوه برخېپرې ده، ځکه چې د B هر توکی د A توکی هم دی.
--	--

د دوه ډېریو A او B کمښت -یا کمونډېرې (باقي سټ)

$A = \{1; 4; 9\}$ $B = \{0; 2; 4; 6\}$ $A \setminus B = \{1; 9\}$ $A \setminus B = \{x x \in A \wedge x \notin B\}$	د A او B کمښت ډېرې $A \setminus B$ ټول هغه توکي لري، چې په B کې نه وي پراته. لیکنه یې: $\setminus$ لوستنه یې: A بې له B
$\setminus$: په دې معنا چې “بې”،	

$x \in A \setminus B$ په دې معنا چې: x په A کې پروت دی، مگر نه په B کې

تر ټولو پېښو ته بیلګې

سترګې مکعب بیا غورځول کيږي. لاندې پېښې کره کيږي:

A : د سترګیو ګڼون یا تعداد یې له څلورو کم دی.

B : د سترګیو تعداد یې یو ناجوره (طاق) عدد(ګڼ) دی.

$C: [4; 5]$

$A \cap B$ جوړ یا تشکیل کړی او ډېرې یا سټ په لغاتو ولیکی.

حل(اوبی):

$$A = \{1; 2; 3\} \quad B = \{1; 3; 5\} \quad \Rightarrow \quad A \cap B = \{1; 3\}$$

$A \cap B$: د سترګیو تعداد له څلورو کوچنی او یو ناجوره یا طاق عدد دی..

$A \cup B$ جوړ کړی او ډېری په لغاتو کې تشریح کړی.

خواب:

$$A = \{1; 2; 3\} \quad B = \{1; 3; 5\} \quad \Rightarrow A \cup B = \{1; 2; 3; 5\}$$

$A \cup B$: د سترگیو تعداد له ۴ کوچنی دی او یا یو ناجوړه یا طاق عدد.

$\bar{A} \cap B$ تشکیل کړی او ډېری په لغاتو کې تشریح کړی.

خواب:

$A = \{1; 2; 3\} \Rightarrow \bar{A} = \{4; 5; 6\}$ $B = \{1; 3; 5\}$ —	د سترگیو تعداد له ۳ لوی دی د سترگیو تعداد یو ناجوړه عدد دی
---	---

$\bar{A} \cap B = 5$ د سترگیو تعداد له ۳ لوی او یو ناجوړه یا طاق عدد دی.

$A \cap B$ جوړ کړی او ډېری په لغاتو سره تشریح کړی.

$$A = \{1; 2; 3\} \quad C = \{4; 5\} \quad \Rightarrow A \cap C = \{ \} = \emptyset$$

خواب:

$A \cap B$: د سترگیو تعداد له ۴ کوچنی او ۴ یا ۵ دی

داسې یوه پېښه ناز غمور یا بې قرار داده پېښه بلل کیږي.

نا زغم وړې پېښې:

د دوه پېښو A او B د او-ترنه ناز غمور بلل کیږي. که خوځېږی یا د تقاطع سټ یې نشه وي، یعنې $A \cap B = \emptyset$.

د A او $\bar{A}$ د او-ترنه تل ناز غور ده، ځکه چې باور لري: $A \cap \bar{A} = \emptyset$

پام: تل باور لري:

$$E \cup \bar{E} = S$$

$$E \cap \bar{E} = \emptyset$$

$$E \cup S = S$$

$$E \cap S = E$$

حل (اوبی) :

یوه نوي پېښه ، لکه چې کره کيږي یا څرگند کتل کيږي، منځ ته راځي:
 D : د سترگیو تعداد له ۳ لوی یا د سترگیو تعداد یو جوړه یا جفت عدد دی.

دا پېښه D یو د او-ترنه ده له A او B .

پېښه ډېری D څنګه ښکاريږي؟

$$A = \{4; 5; 6\} \quad B = \{2; 4; 6\} \Rightarrow D = \{2; 4; 5; 6\}$$

دا ډېری په لیکندود داسې برېښي

$$D = A \cup B \quad \text{د } A \text{ او } B \text{ ټولنډېری} = \text{له } A \text{ او } B \text{ دیا- ترنه} .$$

پوښتنې

پېښې او د پېښو ترنه |

لومړۍ – یوه دانه یو ځل غورځول کيږي. لاندې پېښې په ګڼلووالي لیکندل ورکړئ.

الف – د سترگیو تعداد له ۳ لوی دی. ب – د سترگیو زیاتون جوړه دی. پ – د ب مخامخ یا معکوس پېښه. ت – نه څلور .

دویم: یوه دانه پرلپسې دوه واره غورځول کيږي. لاندې پېښې په شمیرلي ډول یا د ګڼونو په ډول انځور کړئ.

الف – د سترگیو زیاتون یا جمعه ۵ ده. ب – د سترگیو جمعه جوړه ده او له ۶ لویه. ب – د سترگیو جمعه زیات له زیاته ۴ ده. ت – د سترگیو ضرب ۱۰ دی.

دریم: یو مرتبان ۲ تور او ۴ سره غونډاري خوني لري. د مرتبان څخه پرلپسې غونډاري راوستل کيږي. غونډاري بیرته مرتبان ته نه اچول کيږي. لاندې پېښې تعریفیږي:

الف- لومړۍ دواړه راوستل شوي غونډاري همغه رنگ لري.

ب- لومړۍ او اخیږنۍ راوستل شوی غونډاری مختلف رانگونه لري.

پ - وروسته له وروسته له دریمې روستنې ټول سره غونډاري راوستل شوي دي.

ت- له دویمې راوستنې لایو تور غونډاری په مرتبان کې شته.

یو- ونه دیاگرام وکارئ او نتیجه یې ورکړئ

دوه- ټولې پېښې په شمېرنیز یا زیاتیدوني ډول سره ورکړي

درې - هرې پېښې ته هغه مخامخ یا معکوس پېښه ورکړئ په گڼیز - یا زیاتیدوني ډول.

څلورم: یو زده کوونکی په څلور د شمیرپوهنې (ریاضي) په سوالونو کار کوي. ښوونکی کار داسې اصلاح کوي، چې په ترتیب د هرې پوښتنې په پای کې r د ټیک او f د ناټیک لپاره لیکي. لاندې پېښې تعریفېږي:

الف- دریمه پوښتنه ناټیک ده.

ب - لږ تر لږه ۳ پوښتنې ټیک دي.

پ - ټیک درې پوښتنې ټیک دي.

یو- ونه دیاگرام وکارئ او نتیجه یې ورکړئ.

دوه- ټولې پېښې په شمیرلي (زیاتیدوني) ډول ورکړئ

پنځم -

د یوه غونډاري د نتیجو ډېرې ده: $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

لاندې S برخېږي کره کيږي:

$A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 5, 6\}$, $C = \{2, 4\}$

الف - وټاکئ $A \cap B$ همداسې $B \cap C$ او $A \cap C$

ب - $\bar{A}$ وټاکي همداسې $\overline{A \cap C}$ او $S \setminus B$

پ - یوه پېښه $D \subset S$ ورکړئ، داسې چې پېښې A او D نازغموږ دي.

خوابونه

پېښې او د پېښو ترڅنه

مفصل خوابونه :

لومړی :

د نتیجې ډېرې $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$:

الف - $A = \{4; 5; 6\}$ ب - $B = \{2; 4; 6\}$

پ - $C = \bar{B} = S \setminus B = \{1; 3; 5\}$ ت - $D = \{1; 2; 3; 5; 6\}$

دویم -

$S = \{(1|1); (1|2); (1|3); (1|4); (1|5); (1|6); (2|1); (2|2); (2|3); (2|4); (2|5); (2|6)\}$

$\cup \{(3|1); (3|2); (3|3); (3|4); (3|5); (3|6); (4|1); (4|2); (4|3); (4|4); (4|5); (4|6)\}$

$\cup \{(5|1); (5|2); (5|3); (5|4); (5|5); (5|6); (6|1); (6|2); (6|3); (6|4); (6|5); (6|6)\}$

الف -

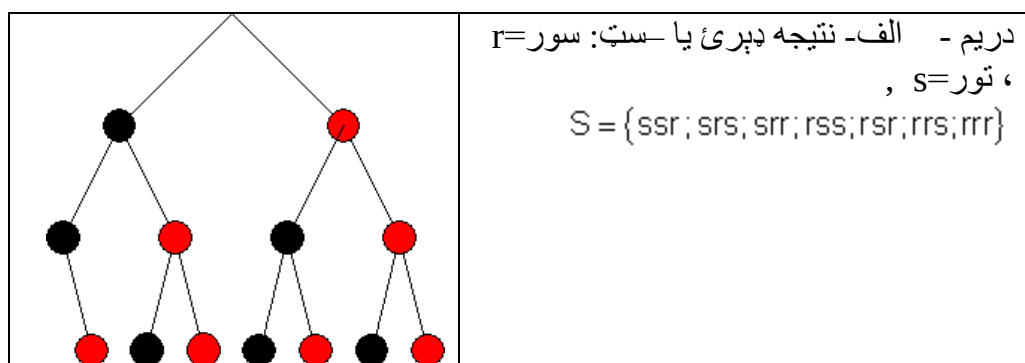
$A = \{(1|4); (2|3); (3|2); (4|1)\}$

ب -

$B = \{(2|6); (3|5); (4|4); (4|6); (5|3); (5|5); (6|2); (6|4); (6|6)\}$

پ - $C = \{(1|1); (1|2); (1|3); (2|1); (2|2); (3|1)\}$

ت - $D = \{(2|5); (5|2)\}$



$$A = \{ssr; rrs; rrr\}$$

$$B = \{ssr; srr; rss; rrs\}$$

$$C = \{ssr; srs; rss\}$$

$$D = \{srs; srr; rss; rsr\} \quad \text{ب-}$$

$$S = \{ssr; srs; srr; rss; rsr; rrs; rrr\}$$

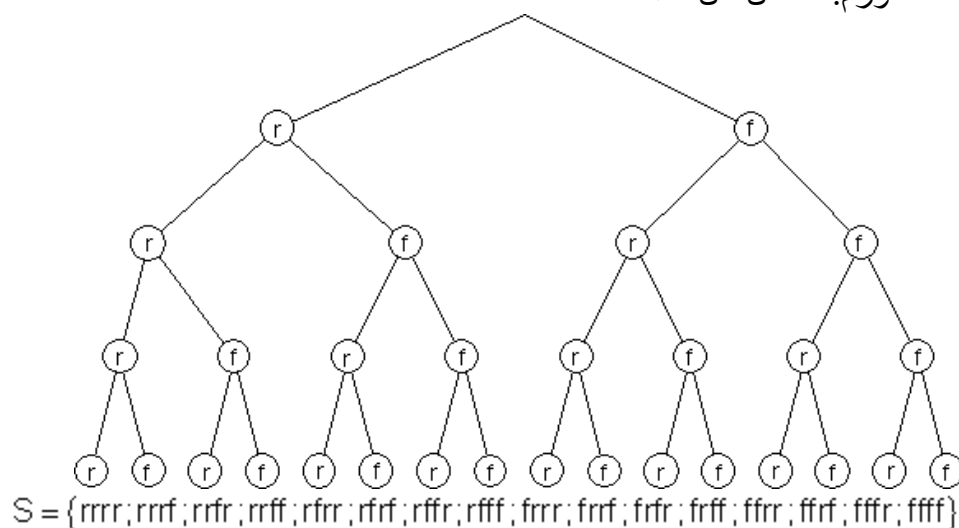
$$\bar{A} = S \setminus A = \{srs; srr; rss; rsr\}$$

$$\bar{B} = S \setminus B = \{srs; rsr; rrr\}$$

$$\bar{C} = S \setminus C = \{srr; rsr; rrs; rrr\}$$

$$\bar{D} = S \setminus D = \{ssr; rrs; rrr\} \quad \text{پ-}$$

خلورم: مفصل حل الف-



ب-

$$A = \{rrf; rff; rfr; rff; frf; frf; ffr; fff\}$$

$$B = \{rrr; rrf; rfr; rrr; frr\}$$

$$C = \{rrf; rfr; rrr; frr\}$$

$$D = \{rrr; rrf; rfr; rff\}$$

پنجم مفصل جواب:

$$A \cap B = \{1; 2\}$$

$$A \cap C = \{2; 4\}$$

$$B \cup C = \{1; 2; 4; 5; 6\} \quad \text{الف-}$$

ب -

$$\bar{A} = S \setminus A = \{3; 5; 6\}$$

$$\overline{A \cap C} = S \setminus A \cap C = \{1; 3; 5; 6\}$$

$$S \setminus B = \bar{B} = \{3; 4\}$$

پ- او ناز غموړ دي، که باور ولري:

او ناز غموړ دي، که باور ولري: $A \cap D = \emptyset$

بیلگه:

$$D = \{3; 6\} \Rightarrow A \cap D = \emptyset$$

پوښتنې

پېښې او د پېښو ترڅنه II

لومړۍ – یوه سترگې یو ځل غورځول کيږي. لاندې پېښې تعریفیږي:

A : غورځول شوی عدد یا گڼ له ۴ کوچنی دی.

B : غورځول شوی عدد ناجوره یا باق عدد دی.

لاندې پېښې په شمیرلشوي بڼه وټاکئ:

الف - $A \cup B$ ب - $A \cap B$ پ - $\bar{A} \cap \bar{B}$

ت - $\overline{A \cap B}$ ټ - $A \cap \bar{B}$ ټ - $\overline{A \cup B}$

دویم – یو مرتبان درې سره او پنځه تور غونډاري (کړې) لري. د مرتبا څخه یوه بل پسې درې غونډاري راوستل کيږي، بې له بیرته وراچونې څخه. لاندې پېښې تعریفیږي.:

A: لومړي دوه غونډاري بیلېل رنگونه لري.

B : لومړئ او په پای کې وېستل شوي غونډاري همغه یا برابر رنگ لري.

الف: ونه دیاگرام وکړئ او نتیجه ډېرئ یا ست یې ورکړئ.

ب- لاندې پېښې په شمیرنیزه بڼه ورکړئ.

$$A; B; A \cap B; \bar{A}; \bar{A \cup B}$$

دریم - په لاتري ډول کې 15 لټرې پرتې دي، له دې څخه 10 لاتري بیلونکي دي. د لاتري ډول څخه یو په بل پسې دوه لاتري راوستلکیري. لاندې پېښې تعریفیږي یا رابښوول کیږي:

: فقط بایلونکي راوستل کیږي.

: ټیک گټونکي لاتري راوځي.

: دا اخر راوستله شوې لاتري بایلونکي ده.

الف- ونه زیاکرام وکارئ او نتیجه ډېرئ یې ورکړئ.

ب- لاندې پېښې واکئ: $D = \overline{A \cup B}$ او $E = B \cap \overline{C}$.

څلورم - له دوه پېښو A او B څخه پوهیږدو، چې $A \cup B = S$ او $A \cap B = \emptyset$ دي. د پېښې A او B په هکله څه ویلای شو؟

پنځم - د یوه مرتبان د 100 برابرډوله، له 1 تر 100 په گڼه شویا په شمیره شوي غونډارو (یا کرو) څخه یو غونډاری راوستل کیږي.

لاندې پېښې تعریفیږي:

A : تعداد یا گڼون په ۸ وېشور (قابل تقسیم) دی.

B: تعداد یا گڼون په 15 وېشور (قابل تقسیم) دی

C : تعداد یا گڼون په ۸ یا ۹ وېشور (قابل تقسیم) دی

D : تعداد یا گڼون په ۹ یا ۱۵ وېشور (قابل تقسیم) دی

E: تعداد یا گڼون په ۱۲ یا ۱۵ وېشور (قابل تقسیم) دی

F : تعداد یا گڼون په ۱۲ یا ۱۷ وېشور (قابل تقسیم) دی

G : تعداد یا گڼون په ۸ وېشور (قابل تقسیم) دی

H : تعداد یا گڼون په ۱۲ مگر نه په ۸ وېشور (قابل تقسیم) دی.

نتیجه ډېرئ په شمیرنیزه توگه (چې ټول د ډېرئ توکي وگڼل شي) ټاکئ.

ځوابونه

د پېښو پېښې او د پېښو ترڼه یا نښلوننه||

مفصل ځوابونه:

لومړی:

الف- $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ $A = \{1; 2; 3\}$ $B = \{1; 3; 5\}$

ب - $A \cup B = \{1; 2; 3; 5\}$

$A \cap B = \{1; 3\}$

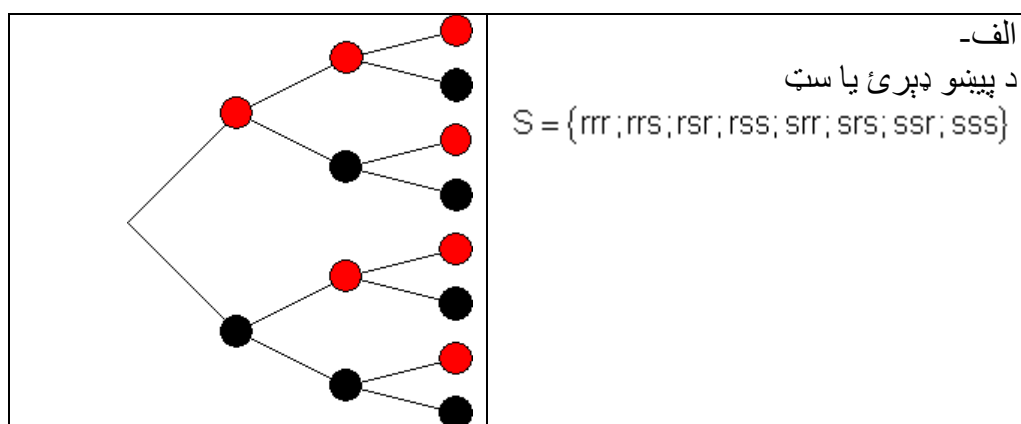
$$\bar{A} = S \setminus A = \{1; 4; 6\} \quad \bar{B} = S \setminus B = \{2; 4; 6\} \Rightarrow \bar{A} \cap \bar{B} = \{4; 6\} \quad \text{پ۔}$$

$$A \cap B = \{1; 3\} \Rightarrow \overline{A \cap B} = S \setminus A \cap B = \{2; 4; 5; 6\} \quad \text{ت۔}$$

$$\bar{B} = \{2; 4; 6\} \Rightarrow A \cap \bar{B} = \{2\} \quad \text{ث۔}$$

$$\overline{A \cup B} = S \setminus A \cup B = \{4; 6\} \quad \text{ث۔}$$

دویم:



ب۔

$$S = \{rrr; rrs; rsr; rss; srr; srs; ssr; sss\}$$

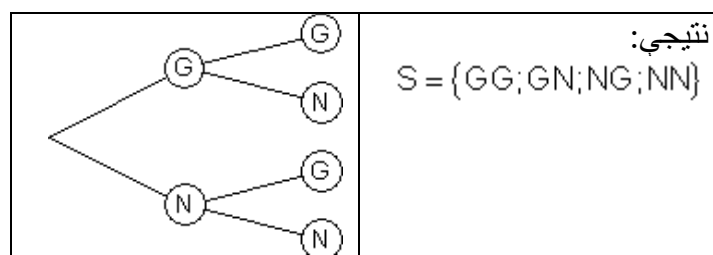
$$A = \{rsr; rss; srr; srs\} \quad B = \{rrr; rrs; srs; sss\}$$

$$A \cap B = \{rsr; srs\} \quad \bar{A} = S \setminus A = \{rrr; rrs; ssr; sss\}$$

$$\bar{B} = S \setminus B = \{rrs; rss; srr; ssr\} \Rightarrow A \cup \bar{B} = \{rsr; rss; srr; srs; rrs; ssr\}$$

دریم:

الف۔



ب-

$$S = \{GG; GN; NG; NN\}$$

$$A = \{NN\}$$

$$B = \{GN; NG\}$$

$$C = \{GN; NN\}$$

$$A \cup B = \{NN; GN; NG\}$$

$$D = \overline{A \cup B} = S \setminus A \cup B = \{GG\}$$

$$\bar{C} = S \setminus C = \{GG; NG\}$$

$$E = B \cap \bar{C} = \{NG\}$$

څلورم: A او B نازغموړ دي. $S \setminus B = A \Rightarrow B$ د A مخامخ (په څټ يا معكوس) پيښه ده.

پنځم:

$$S = \{1; 2; \dots; 99; 100\}$$

$$A = \{8; 16; 24; 32; 40; 48; 56; 54; 72; 80; 88; 96\}$$

$$B = \{15; 30; 45; 60; 75; 90\}$$

$$C = \{8; 9; 16; 18; 24; 27; 32; 36; 40; 45; 48; 54; 56; 63; 64; 72; 80; 81; 88; 90; 96; 99\}$$

$$D = \{9; 15; 18; 27; 30; 36; 45; 54; 60; 63; 72; 75; 81; 90; 99\}$$

$$E = \{12; 15; 24; 30; 36; 45; 48; 60; 72; 75; 84; 90; 96\}$$

$$F = \{12; 17; 24; 34; 36; 48; 51; 60; 68; 72; 84; 85; 96\}$$

$$G = \{8; 16; 32; 40; 56; 64; 80; 88\}$$

$$H = \{12; 36; 60; 84\}$$

څلورم: د نسبي ډېروالي څخه و احتمالوالي ته

نسبي ډېروالی

120 زده کوونکي پوښتل کيږي، چې ایا دوي یو ملفون لري. د دې پوښتنې پایله ده: له

120 زده کوونکو څخه 99 زده کوونکي یو ملفون لري.

پيښه E: زده کوونکی ملفون لري

په دې حالت کې د پيښې E مطلق ډېروالی H 99 دی.

دا د حالتونو تعداد يا گڼون دی، چې پيښې E په کې رامنځ ته کيږي يا پېښيږي.

د نمونه ازماينښت پراخوال يا غير په دې حالت کې 120 دی.

$$h(E) = \frac{H(E)}{n} = \frac{99}{120} = 0,825$$

د E نسبي ډېروالی د دې لارې ورکړشوی دی:

په ټوليزه توگه باور لري؛

د نمونه ازماينښت څومره والی/د یوې پيښې مطلق ډېروالی = د یوې پيښې ډېروالی

$$h(E) = \frac{H}{n} \quad \text{فورمال:}$$

تمرین: د په څټ – يا معکوس پيښې $\bar{E}$ نسبي ډېروالی وټاکئ او له $h(E)$ او $h(\bar{E})$ څخه جمعه يا زياتون جوړ کړئ.

ځواب وروسته.

يادونه: د پيښې E او د هغې معکوس پيښې $\bar{E}$ لپاره باور لري:

$$h(E) + h(\bar{E}) = 1$$

د احتمالوالي تعريف:

د احتمالوالي تعريف کې سړی کلاسيکی احتمالوالي تعريف او ستاتيستيکي احتمالوالي تعريف ترمنځ توپير کوي.

کلاسيکي يا ټولگيز احتمالوالی د یوې بيلگې په بنسټ:

د يوه ايډيال يا ډېر ټيک غورځوونې يا سترگې (چې شپږ سترگې لري) څخه سړی داسې مخ ته ځي، چې د 1 او 6 ترمنځ هر عدد يا گڼ د رامنځ ته کيدو لپاره برابر چانس شتون لري.

موږ پيښه E تعريفوو: غورځول شوی عدد 6 دی.

د دې عدد د رامنځ ته کیدو لپاره په لاندې توګه تفریف ورکړو:

د ټولو ممکنه پيښو تعداد/په E پورې اړونده پيښو تعداد $p=P(E)$

تمرین: د یوه جوړه عدد لپاره چې له دوه لوی دی په یو ځل غورځولو سره احتمالوالی وشمیرئ.

حل وروسته راځي.

ستاتیسټیکي احتمالوالی د بیلګې په توګه د یوه کاغذ ستن غورځولو لپاره:

که څوک د کاغذ یوه ستن وغورځوي، نو دا یا په شا یا په اړخ لویږیدلې پاتیري.



سړی له دې مخ ته نه شي تللی، چې دلته دې چانس برابر وي. د دې اغیزوالی د کاغذمیخ په جوړیدنه کې پروت دی. کیدی شي چې دا د کاغذ ستن برابرډوله یا لږ برابرډوله جوړه شوي ده. د دې لپاره چې دلته په احتمالوالي وینا وکړی شو، باید تجربې وکړو.

یوه د کاغذ ستن سل واړه غورځول کيږي، نسبي ډیروالی شمیرل کيږي.

نتیجه			جمعه n
مطلق ډیروالی n_i	44	56	100

نسبي ډیروالی

$$h(e_i) = \frac{n_i}{n} \quad \frac{44}{100} = 0,44 \quad \frac{56}{100} = 0,56 \quad \frac{100}{100} = 1$$

نسبي ډیروالی

په % کې، 44% 56% 100%

تجربې ښايي، چې د جگیدونکو تجربو د تعداد سره پای ارزښت ته سره نږدې کيږي، دا سره ور نږدې (pendelt یا ټال خوري) کيږي.

دا پای ارزښتونه ستاتیسټیکي ارزښتونه بلل کيږي.

د دې لپاره چې زموږ د تجربو لپاره یوه د منلو وړ وینا وکړای شو، باید دا تجربه زیاته تکرار شي.

لکه په سترګې یا غورځوونې کې ډېرو ټاکل شي، نو د نسبي ډېروالي خوریدنه د یوه ټاکلي سترګې تعداد رامنځ ته کیدو لپاره په یوه ټاکلي ارزښت رامنځ ته کیدو باندې را تنګیږي یا را ټولیري، په غورځوونې یا سترګې کې په $1/6$ ارزښت. له دې امله ستاتیسټیکي احتمالوالی د پولې ارزښت په حیث تعریفیږي، د ازماښتونو تعداد د ناپای خواته ځي:

$$p = P(E) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{H(E)}{n}$$

د n سره د تجربو د تعداد په حیث او د $H(E)$ سره د مطلق ډېروالي په حیث.

یادونه: د توکلي ازماښت د ټاکلو پېښو احتمالوالی د منتظره نسبي ډېروالي لپاره خوراښه وړاندوینه یا فرضیه ده.

یوه تجربه دې واضح کړي، چې د پېښو نسبي ډېروالی په یوه ټاکلي ارزښت خوزي یا حرکت کوي، که د ازماښتونو تعداد پوره ستر وي.

ازماښت: لس د کاغذ ستنې په همغه یا یوه وخت کې وغورځوئ او د پېښو تعداد په پام کې ولرئ.

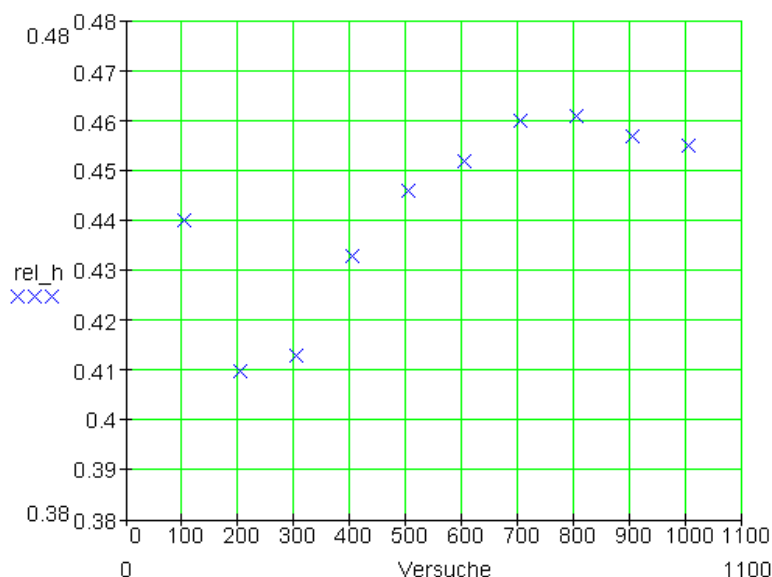
E : د کاغذ ستنې په شا پرتي دي.

دا تجربه په ټولیزه توګه لس واره تکرار کړئ.

دا د تجربې کړنه دې داسې وګڼل شي، چې ګوندي یو د کاغذ ستنې دې سل واره غورځول شوې وي. دا راټول مطلقه ارزښت دې په یوه جدول کې وکاروئ او نسبي ډېروالی بیا وشمیرئ.

يو انٽروال ورکړئ، په کوم کې چې نسبي ډېروالی خوزي یا ټال خوري.

د تجربې وتننه باندې کومنتار ورکړئ یا تشرېح کړئ.



پورته کین: نسبي ډېروالی، لنډې یا کته: ازماښت
داسې لیدل کېږي، چې نسبي ډېروالی په انټروال $[0,45;0,46]$ کې کښته پروته ځغلي یا ټال خوري یا خوزي.

دا تجربه واضح کوي، چې د تجربو د لږ تعداد سره نسبي ډېروالی قوي په یوه ټاکلي عدد ځانګي یا ټال خوري یاوړ نږدې کېږي.

هر څومره چې د تجربو تعداد زیات شي نو دا ارزښت د یوه نسبي ډېروالي یوه ټاکلي ارزښت ته ور نږدې کېږي.

دا ارزښت کیدی شي د ستاتیسټیکي احتمالوالي په حیث د پېښې E د پېښیدو لپاره په ګوته شي یا وټاکل شي.

دا زموږ د بیلګې لپاره په دې معنا دی، چې د دې لپاره احتمالوالی چې دکاغذ ستنې په شاپرتي دي د ازبستونو 0,45 او 0,46 ترمنځ خوزي یا ټالئ خوري.

د معکوس یا په خټ پېښې لپاره (د کاغذ ستنې په اړخ پرتې دي) احتمالوال د 0,54 او 0,55 تر منځ پروت دی.

دایه دې معنا، چې دا استعمال شوی د کاغذسټنې د دواړو پېښو رامنځ ته کیدو لپاره (په شا یا په اړخ) نابرابر احتمالوالی لري.

بیلگه: دا په څنګ کې د بخت څرخ شپږ برخې لري، ځنې د مختلف لویوالي سره .

نتیجه پېړۍ یا -سټ په دې معنا چې S ممکنه پېښې:

$$S=\{1,2,3,4,5,6\}$$

موږ دوه پېښې تعریفوو:

A : ګڼه یا نمره جوړه (جفت) ده. لهدې لاس ته راځي: $A=\{2,4,6\}$

B : ګڼه ناجوړه (طاق) ده له دې لاس ته راځي: $B=\{1,3,5\}$

که چیرې دا د بختڅرخ په برخو 2, 4 او 6 درېږي، نو وایو، چې پېښه A رامنځ ته شوې یا پېښه شوې ده.

که دا بنودونکی په برخو 1, 3 او 5 ودریده، نو پېښه B رامنځ ته کیږي.

لومړی د ساده پېښو احتمالوالی تر څیړنې لاندې نیسو

$$P(1) = P(3) = \frac{1}{8} \quad P(2) = \frac{1}{4} \quad P(4) = P(5) = P(6) = \frac{1}{6}$$

د A پېښې د پېښو لپاره احتمالوالی په لاندې ډول شمیرل کیدی شي:

$$P(A) = P(\{2,4,6\}) = P(2) + P(4) + P(6) = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{7}{12}$$

د B پېښې د پېښو لپاره احتمالوالی په لاندې ډول شمیرل کیدی شي:

$$P(B) = P(\{1; 3; 5\}) = P(1) + P(3) + P(5) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12}$$

تمرین: د A د معکوس – یاپه څټ پېښې لپاره احتمالوالی وشمیرئ.

ځواب وروسته راځي:

A د معکوس پېښې $\bar{A}$ یو بل د حل امکانات:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$$

د پېښې S لپار احتمالوالی تل 1 دی، نو $P(S)=1$.

دا فوراً روښانه ده، ځکه چې یاده پېښې تل رامنځ ته کیږي، د بیلګې په توګه د یوه سترګې غورځولو سره تل یو عدد رامنځ ته کیږي.

د ساده پېښو ټولګه:

$S = \{e_1; e_2; e_3; \dots; e_n\}$ د یوه توکلي تجربې پېښه ډېرئ یا سټ دی.

$e_1; e_2; e_3; \dots; e_n$ د هغې ساده پېښې دي، د بیلګې په توګه د غورځونې یا سترګې سره اعداد 1, 2, 3, 4, 5 او 6.

نو د احتمالوالي P لپاره باور $0 \leq P(e_i) \leq 1$ لري د ټولو i لپاره د 1 تر n پورې.

دا په دې معنا، چې د یوې پېښې احتمالوالی تل د 0 او 1 ترمنځ پروت دی او ناکمیز یا نامنفي دی.

د جمعې یا زیاتون ساده لار. $P(S) = P(e_1) + P(e_2) + P(e_3) + \dots + P(e_i) = 1$

د A د معکوس پېښې لپاره، یعنې د $\bar{A}$ لپاره تل باور لري:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

د یوې ناشوني پېښې لپاره، د بیلګې په توګه په شپږیز سترګې (۶ سترګې مکعب یا غورځوونکي) سره چې یو ۷ وغورځول شي باور لري:

$$P(\emptyset) = 0$$

تمرین: یو سترګی یو وار غورځول کيږي. لاندې پېښې کره کيږي.

A : د سترګیو عدد له 4 لوی دی.

B : د سترګیو ګڼ یا عدد ناجوره یا طاق عدد دی.

C : [4 ; 5]

$$E_1 = A \cap B \quad \text{الف:}$$

$P(E_1)$ وټاکئ او E_1 د کلمو یا لغاتو سره تشریح کړئ.

$$E_2 = A \cup B \quad \text{ب-}$$

$P(E_2)$ وټاکئ او E_2 د کلمو یا لغاتو سره تشریح کړئ.

$$E_3 = \bar{A} \cap B \quad \text{پ-}$$

$P(E_3)$ وټاکئ او E_3 د کلمو یا لغاتو سره تشریح کړئ.

$$E_4 = A \cap C \quad \text{ت-}$$

$P(E_4)$ وټاکئ او E_4 د کلمو یا لغاتو سره تشریح کړئ.

خوابونه وروسته:

د لاپلاس تجربه Laplace- Experimente

موږ تر اوسه د توکلي تجربو دوه مختلف ډولونه وپېژندل.

۱ - داسې له دوه برابر احتمالي وېش سره.

۲ - داسې له نابرابر احتمالوالي وېش سره.

لومړي گروپ پورې اړه لري:

- د یوه (شپږ) سترگي غورځول.
 - د یوې پیسې غورځول.
 - د یوه بخت څرخي څرخول د برابر لویو برخو یا توتو Segmenten سر.
- په دویم گروپ پورې اړه لري:

- د یوه کاغذستن غورځول.
 - د یوه بخت څرخ گرځول د نابرابر لویو برخو سره.
- د لاپلاس تجربه:

که د یوې توکلي یا تصادفي تجربې ټولې ممکنه نتيجې (لومړی گروپ) برابر احتمالوالی لري، نو سړی د لاپلاس تجربې څخه غږیږي یا دا د لاپلاس تجربه بولي.

نو که سړی هره نتیجه د احتمالوالي (د ټولو ممکنه نتیجو تعداد / $p=1$) سره تنظیم کړي، نو دا د یو مودل - نیونه یا -- فرضیه (لاپلاس - مودل) ده.

د لاپلاس د تجربې سره د یوې نتیجې د احتمالوالي $P(E)$ لپاره باور لري:

د ټولوممكنه نتیجو تعداد / په E پورې اړونده نتیجه $P(E)=$

تمرین: یو د بخت څرخ لس برابرې برخې لري.

E : بنوونی یا بنوونستن په یوه په درې وېشور عدد باندې دریدلی پاتیږي.

$P(E)$ وټاکئ.

د دې لپاره احتمالواى څومره لوي دى، چې ښوونى په يوه عدد ودريري، چې په درې وېشور نه دى.

حل وروسته:

تمرين:

په يوه مرتبان كې دوه او درې سره غونډاري شتون لري. يو ځل راوستل كيږي. الف- د كوم احتمالوالي سره راوستل شوى غونډارى تور دى؟
دوريم: څومره تر غونډاري بايد په مرتبا كې پراته وي، د تور غونډاري د راوستلو لپاره احتمالوالى له 0,7 څخه لوى وي؟

تمرين: د په څټ - يا معكوس پيښې $\bar{E}$ نسبي ډيروالى وټاكئ او له $h(E)$ او $h(\bar{E})$ څخه جمعه يا زياتون جوړ كړئ.

ځواب: دا مخامخ - يا معكوس پيښه $\bar{E}$ ده. زده كوونكى ملفون (موبايل) نه لري.

له دې سره د $\bar{E}$ نسبي ډيروالى دى:

$$h(\bar{E}) = \frac{H(\bar{E})}{n} = \frac{21}{120} = 0,175$$

جمعه يا زياتون:

$$h(E) + h(\bar{E}) = 0,825 + 0,175 = 1$$

تمرين: د يوه جوړه عدد لپاره چې له دوه لوى دى په يو ځل غورځولو سره احتمالوالى وشميرئ.

ځواب:

نتيجه ډېرئ له 6 ممكنه پيښو جوړه ده: $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

پېښه ډېرئ له ۲ ممکنه نتيجو جوړه ده: $E = \{4; 6\}$

له دې سره، چې يو جوړه عدد له ۲ څخه لوي و غورځول شي، د احتمالي لپاره باور لري:

$$p = P(E) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0,3$$

تمرین: د A د معکوس — ياپه څټ پېښې لپاره احتمالي وشميرئ.

ځواب: نتيجې ډېرئ يا سټ S له عددونو 1, 2, 3, 4, 5 او 6 جوړه ده.

پېښې A پورې جوړه عددونه 2, 4 او 6 لري. د A سره معکوس پېښه د کمښت ډېرئ يا تفريق سټ له لارې مېدل کيږي.

$$\bar{A} = S \setminus A = \{1; 3; 5\}$$

په تصادفي ډول B دا همدا اوس پېښه سټ يا ډېرئ ده، چې ارزښت $P(B) = \frac{5}{12}$ يې شمېرل شوی دی.

تمرین: يو سترگی يو وار غورځول کيږي. لاندې پېښې کره کيږي.

A : د سترگیو عدد له 4 لوي دی.

B : د سترگیو گڼ يا عدد ناجوړه يا طاق عدد دی.

C : [4 ; 5]

الف: $E_1 = A \cap B$

$P(E_1)$ وټاکئ او E_1 د کلمو يا لغاتو سره تشرېح کړئ.

ب. $E_2 = A \cup B$

$P(E_2)$ وټاکئ او E_2 د کلمو یا لغاتو سره تشریح کړئ.

$$E_3 = \bar{A} \cap B \quad \text{پ-}$$

$P(E_3)$ وټاکئ او E_3 د کلمو یا لغاتو سره تشریح کړئ.

$$E_4 = A \cap C \quad \text{ت-}$$

$P(E_4)$ وټاکئ او E_4 د کلمو یا لغاتو سره تشریح کړئ.
خواب: الف-

$$A = \{1; 2; 3\} \quad B = \{1; 3; 5\} \quad \Rightarrow E_1 = A \cap B = \{1; 3\}$$

$$P(E_1) = P(1) + P(3) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

E_1 : د سترگئ عدد له ۴ لوی او یو ناجوره (طاق) عدد دی؟

ب-

$$A = \{1; 2; 3\} \quad B = \{1; 3; 5\} \quad \Rightarrow E_2 = A \cup B = \{1; 2; 3; 5\}$$

$$P(E_2) = P(1) + P(2) + P(3) + P(5) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$

E_2 : تعداد له ۴ لوی دی یا یو ناجوره (طاق) عدد دی.

پ -

$A = \{1; 2; 3\} \Rightarrow \bar{A} = \{4; 5; 6\}$ $B = \{1; 3; 5\}$ $E_3 = \bar{A} \cap B = \{5\}$ $P(E_3) = P(5) = \frac{1}{6}$	دسترگیو تعداد له ۳ لوی دی. د سترگیو تعداد یو ناجوره یا طاق عدد دی
---	--

E_3 : د سترگیو تعداد له ۳ لو دی او یو ناچوره عدد دی.

ت-

$$A = \{1; 2; 3\} \quad C = \{4; 5\} \quad \Rightarrow E_4 = A \cap C = \{ \} = \emptyset$$

$$P(E_4) = P(\emptyset) = 0$$

E_4 : د سترگیو تعداد له ۴ کوچنی دی او ۴ یا ۵ دی.

داسې یوه پېښه نامناسب بې مصلحته یا ناغوښتونې یا که غواړئ ناز غموړ بلل کېږي له دې امله د E_4 د رامنځ ته کېدو احتمالي صفر دی.

تمرین: یو د بخت څرخ لس برابري برخې لري.

E : ښوونې یا ښوونستن په یوه په درې وېشور عدد باندې دریدلی پاتېږي.

$P(E)$ وټاکئ.

د دې لپاره احتمالي څومره لوي دی، چې ښوونې په یوه عدد ودرېږي، چې په درې وېشور نه دی.

ځواب:

$$S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\} \quad E = \{3; 6; 9\} \quad \Rightarrow P(E) = \frac{3}{10} = 0,3$$

$$P(\bar{E}) = 1 - P(E) = 1 - 0,3 = 0,7$$

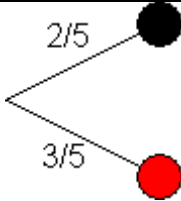
تمرین: په یوه مرتبان کې دوه او درې سره غونډاري شتون لري. یو ځل راوستل کېږي.

الف- د کوم احتمالي سره راوستل شوی غونډاری تور دی؟

دوریم: څومره تر غونډاري باید په مرتبا کې پراته وي، د تور غونډاري د راوستلو لپاره احتمالي له 0,7 څخه لوی وي؟

ځواب-

الف-

	د ونې دیاگرام له لارې حل. احتمالوال چې تور غونډاری راووستل شي $2/5$ دی، یو سور چې راووستل شي $3/5$ دی. احتمالوالی په اړونده تار لیکل کیږي.
---	---

ب- په مرتبان کې x تور او 3 سره غونډاري پراته دي.

په مرتبان کې ټول $x + 3$ غونډاري شتون لري.

E : راوستلی غونډاری تور دی.

ایینوونه: $P(E) > 0,7$

$$P(E) = \frac{x}{x+3} \Rightarrow \frac{x}{x+3} > 0,7$$

$$\Leftrightarrow x > (x+3) \cdot 0,7 = 0,7x + 2,1 \mid - 0,7x$$

$$\Leftrightarrow 0,3x > 2,1 \mid : 0,3$$

$$\Leftrightarrow x > 7$$

باید په مرتبان کې لږ ترلږه ۸ تور غونډاري شتون ولري چې له دې سره داسې لږ ترلږه د 0,7 احتمالوالی سره یو غونډاری راووستل شي

پوښتنې

نسبي ډېروالی، احتمالوالی

لومړی:

په لیکني بیالوژي ازموینه کې لاندې نمرې ورکړ شوي دي:

یادونه: په المان کې نمرې له ۱ تر ۵ پورې ورکول کېږي، چې په ۵ نمره سړی ناکام دی

3; 4; 3; 2; 3; 1; 5; 5; 4; 3; 3; 2; 1; 4; 2; 5; 4; 2; 4; 3

الف- یو د ډېروالي جدول جوړ کړئ او نسبي ډېروالي وشمړئ.

ب- وېشنه په یوه گردۍ- یا دایروي دیاگرام انځور کړئ.

پ- یو د ازموینې کانديد تصادفي ټاکل کېږي. د کوم احتمالي سره هغه یوه ۱ اخستې؟

ت- یو د ازموینې کانديد تصادفي ټاکل کېږي. د کوم احتمالي سره هغه یو ۲ یا ۳ لیکلې یا اخستې؟

دویم: د یوې توکلي یا تصادفي ازماېښت نتيجې لپاره احتمالي $p = 0,73$ دی. دا نتیجه به څومره واره رامنځ ته شي، که دا ازماېښت 350 ځله سرته ورسول شي.

دریم: د یوه مسلکي کالج د زده کوونکو سټاتیسټیک یا احصایه د په څلور پټیز- یا ساحوي تختو کې په لیست شوي داتا څخه را اخستل کېږي.

	M	$\bar{M}$	Summe	M معنا: زده کوونکی نارینه
F		1200	1680	دی. د F معنا: د FOR په حیث
$\bar{F}$	672		1812	د زده کوونکو وتون استعداد.
Summe	1152		3492	Summe = زیاتون.

الف- دا پاڼې یا باقي ډېروالي وشمیرئ او دا په یوه څلور سطحیزه تخته باندې ولیکئ.

ب - نسبي ډېروالي و ټاکئ او دا په یوه څلورپټي یا سطحیزه تخته ولیکئ.

پ- یو نفر تصادفي ټاکل کېږي.

اول. دا د کوم احتمالي سره نارینه دی؟

دوه. د کوم احتمالي سره دا د FOR د ننوتنې (داخیلدو) اجازه لري؟

درې: د کوم احتمالي سره دا کس ښځینه دی. او FOR نه لري؟

څلور: د کوم احتمالي سره دا کس نارینه او FOR لري؟

څلورم: په يوه مسلکي ښوونځي کې 2680 زده کړي دي، له دې څخه 480 په يوه سپورت کلوب کې دي. احتمالوالی څومره لوي دی، چې هغه زده کړی (نازینه يا ښځينه)، چې تفريحميدانکې ورسره مخامخ کيږو، په کوم سپورت کلوب کې نه دی؟

پنځم: د لوبو سترگي يو ځل غورځولو کې د لاندې پيښو لپاره احتمالوالی څومره دی؟

A: لږ تر لږه ۳. B: د ۱ او ۶ ترمنځ C: لومړنی عدد

D: د درې څو واره يا څو له. E: جوړه عدد له ۴ لوي F: ۱ يا ۶.

ځوابونه

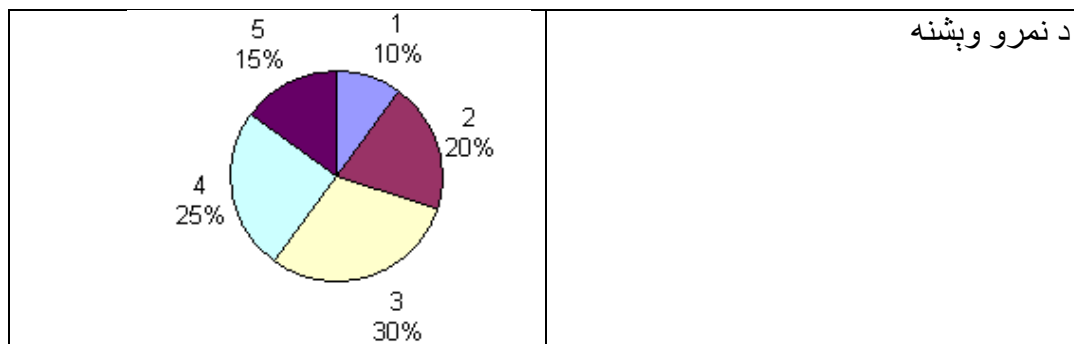
نسبي ډېروالی، احتمالوالی

مفصل ځوابونه لومړی: الف-

نمرې	1	2	3	4	5	Summe
مطلق ډېروالی	2	4	6	5	3	20

ب-

نمرې	1	2	3	4	5
نسبي ډېروالی	$\frac{2}{20} = 0,1$	$\frac{4}{20} = 0,2$	$\frac{6}{20} = 0,3$	$\frac{5}{20} = 0,25$	$\frac{3}{20} = 0,15$



$P(2 \vee 3) = P(2) + P(3)$ $= \frac{4}{20} + \frac{6}{20} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} = 0,5$	$P(1) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10} = 0,1$ پ
---	--

دويم:

د احتمالوالي د ډېروالي تشرېحکونه يا څرگنده ونه يا معنا .

که د يوې تصادفي پېښې ټاکلې نتيجې احتمالوالی p لري، نو بيا تشخيص کوو، چې د يوه سترگن يا عدد n تجربو کولو وروسته به نتيجه نږدې $n \cdot p$ -خله رامنځ ته شي.

د $p=0,73$ او $n=350$ سره به $n \cdot p = 350 \cdot 0,73 = 255,5 \sim 256$ شي.

که هرڅومره د تجربو تعداد ډېر شي، په همغه کچه به وړاندوينه پوره وي.
درېم: الف-

	M	$\bar{M}$	Summe
F	$1152 - 672 = 480$	1200	1680
$\bar{F}$	672	$1812 - 672 = 1140$	1812
Summe	1152	$1200 + 1140 = 2340$	3492

ب-

	M	$\bar{M}$	Summe
F	$\frac{480}{3492} \approx 0,137$	$\frac{1200}{3492} \approx 0,344$	$\frac{1680}{3492} \approx 0,481$
$\bar{F}$	$\frac{672}{3492} \approx 0,192$	$\frac{1140}{3492} \approx 0,326$	$\frac{1812}{3492} \approx 0,519$
Summe	$\frac{1152}{3492} \approx 0,330$	$\frac{2340}{3492} \approx 0,670$	$\frac{3492}{3492} = 1$

پ-

P. O (لومړی کس)	$= \frac{1152}{3492} \approx 0,330$
p.۲ (کس FOR لري)	$= \frac{1680}{3492} \approx 0,481$
p.۳ (کس ښځینه دی او FOR لري)	$= \frac{1140}{3492} \approx 0,326$
p.۴ (کس نارینه او FOR لري)	$= \frac{480}{3492} \approx 0,137$

څلورم:

A : زده کوونکی په سپرت کلوب کې دی:

B : زده کوونکی په سپورت کلوب کې نه دی.

$$P(B) = 1 - P(A) = 1 - \frac{480}{2680} \approx 0,82$$

احتمالوالی، چې یو زده‌کوونکی سره د تفریح انگر مخامخ شي، چې په سپورت کلوب کې نه دی نږدې 0,82 دی.

پنځم:

$$A = \{3; 4; 5; 6\} \Rightarrow P(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = 0,6 \quad B = \{2; 3; 4; 5\} \Rightarrow P(B) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = 0,6$$

$$C = \{2; 3; 5\} \Rightarrow P(C) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5 \quad D = \{6\} \Rightarrow P(D) = \frac{1}{6} = 0,1\bar{6}$$

$$E = \{2\} \Rightarrow P(E) = \frac{1}{6} = 0,1\bar{6} \quad F = \{1; 6\} \Rightarrow P(F) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0,3$$

پوښتنې

نسبي ډېروالی، احتمالوالی II

لومړی: د یوې لیسي د زده کوونکو یوځایوالي په هکله معلومات لرو.:

په برخه I کې 340 هلکان او 320 نجونه دي. په برخه II کې 150 هلکان او 190 نجونه دي.

الف- یو څلور ساحه یي جدول یا تخته وکاره او نسبي ډېروالی وشیره.

ب- په کوم احتمالوالي یو توکلي ټاکلی زده ککونکی یا زده کوونکې د برخې I دی؟

پ- په کوم احتمالوالي سره یو توکلي ټاکل شوی کس په برخه II کې او یوه نجلۍ ده؟

دویم: د گټلو احتمالوالي او دگټلو چانس.

الف- په یوه تصادفي ازماښت کې د گټني لپاره چانس:

(1) 1 ته 3 ته (2) 1 و 1 ته (3) 2 و 3 ته (4) 4 و 3 ته (5) a و b ته

په نومولو حالتونو کې د گټلو احتمالوالي څومره لوی دی؟

ب- د یوې گټني لپاره احتمالوالي دی:

(1) $\frac{1}{3}$ (2) 0,6 (3) 40% (4) $\frac{3}{4}$ (5) $\frac{c}{d}$

په هر یوه یوگوني حالت کې د گټلو چانس څومره دی.

دریم: په یوه مرتبان کې درې تور، اوه شنه او شپږ سره غونډاري شتون لري یا اچول شوي دي. سپین یو غونډاری راوباسي.

الف – د کوم احتمالوالي سره دا غونډاری سور دی؟

ب – د کوم احتمالوالي سره دا غونډاری تور دی؟

پ – د کوم احتمالوالي سره دا غونډاری سور نه دی؟

څلورم: په یوه بڼوونځي ټولټال له 1250 ښځینه زده کوونکو او نارینه زده کوونکو د ټول پوښتنې نتیجه وه، چې 4,4 % د نجونو او 6,4 % د هلکانو لمبیدونکي نه دي. په ټولیزه توګه دا ورکړل شوه، چې په بڼوونځي کې 5,2 % نه لمبیدونکي دي.

الف- د ورکړل شویو داتا په لاس لرلو سره د مطلق ارزښت او نسبي ارزښت سره یو څلور سطحیز تختي جدول پیدا کړئ.

ب- د کوم احتمالي سره دا توکلي ټاکلی کس یوه نجلۍ ده؟

پ- د کوم احتمالي سره دا توکلي ټاکلی کس یو هلک دی چې لمبیدلای شي؟

ج- د کوم احتمالي سره دا توکلي ټاکلی کس یوه نجلۍ ده، چې لمبیدلای نه شي؟

پنځم: په یوه مرتبان کې 3 سره، 5 شنه او 4 تور غونډاري پراته دي. یو غونډاری راوستل کیږي.

لاندې پېښې تعریف دي:

A : یو شین غونډاری راوستل کیږي.

B : یو سور غونډاری راوستل کیږي.

C : راوستل شوی غونډاری شین نه دی.

D : راوستل شوی غونډاری سور نه دی.

E : راوستل شوی غونډاری نه شین او نه سور دی.

الف- د ټول پېښو احتمالوالی وشمیرئ.

ب- د پېښو A او B د , یا , احتمالوالی وشمیرئ، دا پېښه په متني لیکلي بڼه څنګه ده؟

پ- د F د معکوس یا پهڅت پېښې احتمالوالی وشمیرئ. دا پېښه په متن څنګه لیکل کیږي؟

ځوابونه

نسبي ډېروالی، احتمالوالی ||

مفصل ځوابونه

لومړۍ:

الف-

	J	M	Summe
SI	340	320	660
SII	150	190	340
Summe	490	510	1000

	J	M	Summe
SI	0,340	0,320	0,660
SII	0,150	0,190	0,340
Summe	0,490	0,510	1

ب- p (زده کوومکي په برخه I کې) $= 0,66$

پ- p (زده کوونکي په برخه II کې او یوه نجلۍ) $= 0,19$

دویم: الف- د ۱ و ۳ ته د د گټې چانس کیدی شي سړی یو د مرتبان تجربه په خیال کې راوړي. په یوه مرتبان کې یو سور غونډاری (گټنه) او ۳ تور غونډاري (بایلنه) پراته دي. فقط یو ځل راوستل کیږي. په دې حالت کې احتمالوالی چټ یو سور غونډاری راووستل شي $0,25$ دی.

ب-

$(1) \quad p = \frac{1}{3} = \frac{1}{1+2} \Rightarrow$	د گټې چانس ۱ و ۲ ته
$(2) \quad p = 0,6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = \frac{3}{3+2} \Rightarrow$	د گټې چانس ۳ و ۲ ته
$(3) \quad p = 40\% = 0,4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} = \frac{2}{2+3} \Rightarrow$	د گټې چانس ۲ و ۳ ته
$(4) \quad p = \frac{3}{4} = \frac{3}{3+1} \Rightarrow$	د گټې چانس ۳ و ۱ ته
$(5) \quad p = \frac{c}{d} = \frac{c}{c+(d-c)} \Rightarrow$	د گټې چانس c و $d-c$ ته

دریم:

s تور، b شین، r سور له دې سره $E = \{s, s, s, b, b, b, b, b, b, b, r, r, r, r, r\}$

$$P(s) = \frac{3}{16} \quad P(b) = \frac{7}{16} \quad P(r) = \frac{6}{16}$$

$$P(r \vee b) = P(r) + P(b) = \frac{6}{16} + \frac{7}{16} = \frac{13}{16} = 0,8125 \quad \text{الف-}$$

$$P(s \vee r) = P(s) + P(r) = \frac{3}{16} + \frac{6}{16} = \frac{9}{16} = 0,5625 \quad \text{ب-}$$

پ- $P(r) = 6/16$ نه سور په دې معنا، چي د سره مخمخ يا معكوس پيښه

$$\bar{P}(r) = 1 - P(r) = 1 - \frac{6}{16} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8} = 0,625$$

څلورم: الف-

	M	J	Summe	Summe زياتون يا جمعه
S				J خوانان
N				M نجوني
Summe			1250	S لمبيدونكي
				N نه لمبيدونكي

2,5% په ښوونځي کې نه لمبيدونکي په معنا چي

$$1250 \cdot 0,052 = 65 \quad \text{نه لمبيدوونکي ښوونځي کې شته دي.}$$

$$\text{له دې سره په ښوونځي کې } 1250 - 65 = 1185$$

لمبيدنکيوونکي په ښوونځي کې شتون لري.

$$\text{په ښوونځي کې دې د نارينه او ښځينه زده کوونکو تعداد دې وي: } x + y = 1250$$

$$\text{له دې سره په ښوونځي کې د نه لمبيدونکو تعداد } 0,044x + 0,064 = 65 \quad \text{دي (دوه کرښيز}$$

ساوات د دوه مجهولو يا ناپيژندونکو سره)

x	y		
1	1	1250	
44	64	65 · 1000	
<u>1000</u>	<u>1000</u>		
1	1	1250 · 44	
44	64	65000	
44	44	55000	
44	64	65000 - 1	
44	44	55000	
0	20	10000	

$$20y = 10000 | : 20$$

$$\Leftrightarrow y = 500$$

$$44x + 44 \cdot 500 = 55000 | - 44 \cdot 500$$

$$\Leftrightarrow 44x = 33000 | : 44$$

$$\Leftrightarrow x = 750$$

په بنوونځي کې ۷۵۰ نجوني او ۵۰۰ هلکان شتون لري

د نجونو ۴,۴% نه شي لمبلې، دا نږدې $750 \cdot 0,044 = 33$ دي، د هلکانو ۶,۴% نه شي لمبلې، دا $500 \cdot 0,064 = 32$ دي،

دا اوس د راته روښانه ارزښتونو سره به څلور تخته بيزه جدول پوره شي.

	M	J	Summe
S	717	468	1185
N	33	32	65
Summe	750	500	1250

	M	J	Summe
S	$\frac{717}{1250} = 0,5736$	$\frac{468}{1250} = 0,3744$	$\frac{1185}{1250} = 0,948$
N	$\frac{33}{1250} = 0,0264$	$\frac{32}{1250} = 0,0256$	$\frac{65}{1250} = 0,052$
Summe	$\frac{750}{1250} = 0,6$	$\frac{500}{1250} = 0,4$	$\frac{1250}{1250} = 1$

ب - د دې لپاره احتمالوالی $P(A) = 0,6$ دی، د یوه توکلي ټاکنې سره، چې یوه نجلۍ وټاکل شي.

پ - د دې لپاره احتمالوالی $P(B) = 0,3744$ دی، د یوه توکلي ټاکنې سره، چې یوه هلک وټاکل شي، چې نه شي لمبيدۍ.

ت- د دې لپاره احتمالوالی $P(C) = 0,0264$ دی، د یوه توکلي ټاکنې سره، چې یوه نجلۍ وټاکل شي، چې نه شي لمبيدۍ.

پنځم: الف- rot grün schwarz په ترتیب له کینې ښي لور ته: سور، شین، تور

$$E = \left\{ \underbrace{r; r; r}_3; \underbrace{g; g; g; g; g}_5; \underbrace{s; s; s}_3 \right\}$$

$$P(A) = \frac{5}{12}$$

$$P(B) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$P(C) = 1 - P(\text{grün}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$$

$$P(D) = 1 - P(\text{rot}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$P(E) = P(\text{schwarz}) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

ب-

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{5}{12} + \frac{1}{4} = \frac{2}{3}$$

راوستلی غونډاری شین یا سور دی.

پ-

$$P(\bar{E}) = 1 - P(E) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

دپینې متن: راوستلی غونډاری تور نه دی.

پنځم - دډېرپوړیز تصادفي ازماښتونو احتمالوالی

پنځم: دډېرپوړیز تصادفي ازماښت

زیات وخت داسې تصادفي ازماښتي کيږي، چې له یوه څخه زیاتو ازماښتونو (تجربو) څخه منځ ته راغلي وي.

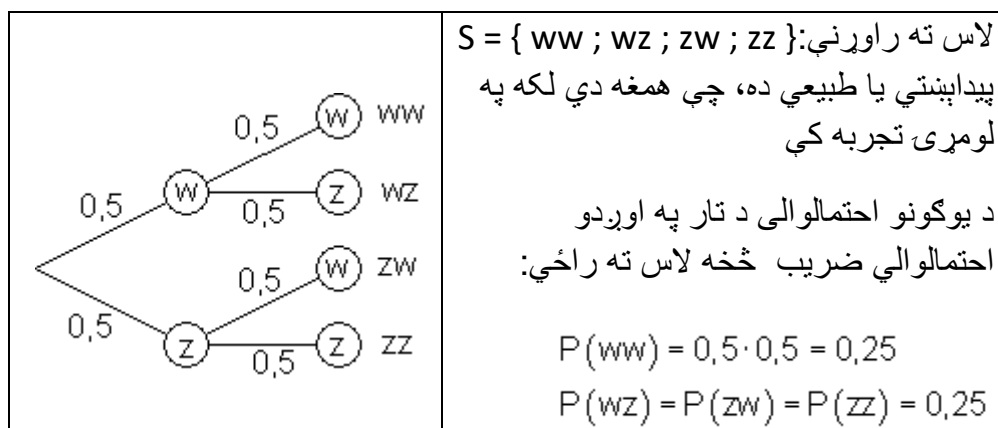
دا ازماينستونه د زياتو يو په بل پسې يو پوريزو ازماينستونو رايوځای شوي دي. بيلگه يې د سيکي يا پيسې غورځول:

په همغه يا عين وخت کې دوه پيسې غورځول کيږي، چې دواړه مخونو څخه يې ممبرنېان په w او g يا عدد يې په z سره په نڅېنه کوو. ټولې ممکنه (شونې) لاس ته راوړنې په لاسته راوړندېږي (په لاس ته راوړونست) کې رايوځای کيږي. $S = \{ ww ; wz ; zw ; zz \}$.

احتمالوالی ساده ټاکل کيږي: (Laplace- Experiment د لاپلاس تجربه).

$$P(ww) = P(wz) = P(zw) = P(zz) = 0,25$$

اوس يوه پيسه پرلپسې اچول کيږي او ددې لپاره ونه دياگرام کښل کيږي. احتمالوالی په همغه تار ليکل کيږي



د داسې لاسته راوړنو يا هم ونو دياگرام په مرسته کېدی شي د پام وړ احتمالوالی د ډير پوريز تصادفي ازماينستونو په مرسته شونې شي بيلگه: د يوه مسلکي ښوونځي زده کوونکو شورا له دری نارينه - او دوه ښځينه زده کوونکو جوړه ده. پچه اچول کيږي، چې څوک په دې کال کې د شورا ريس او مرستيال کيدی شي. لومړی ريس او بيا مرستيال ټاکل کيږي، د پچې اچولو له لارې..

الف) د کوم احتمالوالي سره کيدی ښي چې يوه زده کوونکي ريسه او بله يې مرستياله وټاکل شي؟

ب) د کوم احتمالوالي سره کېدی شي يوه زده کوونکي ريسه او زده کوونکی مرستيال وټاکل شي؟

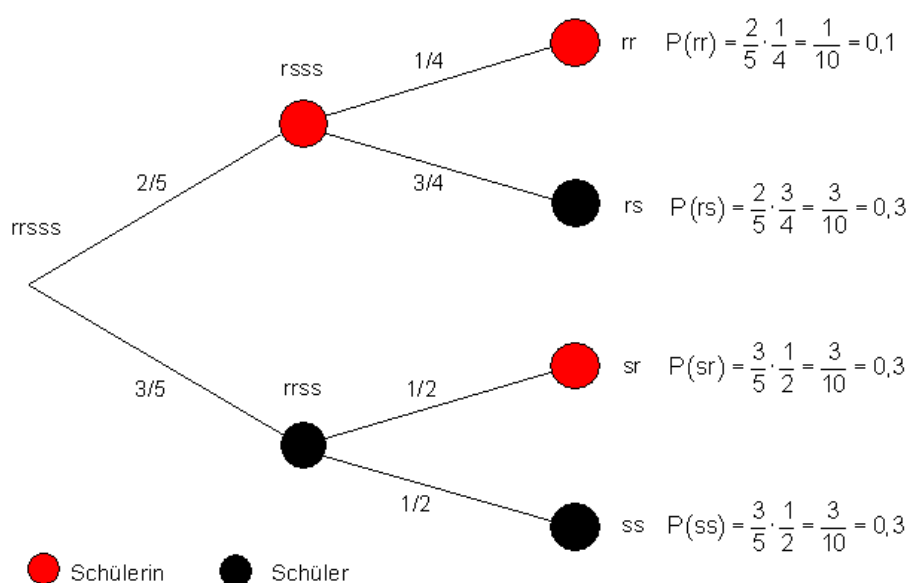
پ) د کوم احتمالوالي سره به يوه زده کوونکي مرستياله وټاکل شي؟

دا يوه دوه پوريزه تصادفي تجربه ده، چې د يوې لاترۍ په څير رامنځ ته كيږي.

په جام كې ۵ غونډاري دي، ۲ سره د بنځينه زده كوونكو لپاه دي او ۳ تور د نارينه زده كوونكو لپاره

له جام څخه يو په بل پسې دوه غونډاري راوستل كيږي (راوستنه يې له بيرته اېښوونې يا بيا وراچونې).

دا حالت يو ونه دياگرام ليدور كوي.



يادونه : سور خال بنځينه زده كوونكي، تور خال نارينه زده كوونكي

(الف) : يوه زده كوونكي رييسه ده، بله مرستيال

$$P(A) = P(rr) = 0,1$$

(ب) : زده كوونكي رييسه ده او زده كوونكي مرستيال

$$P(B) = P(rs) = 0,3$$

(پ) زده كوونكي مرستياله

$$I \Rightarrow C = \{rr; sr\}$$

$$P(C) = P(rr) + P(sr) = 0,1 + 0,3 = 0,4$$

په بیلگه کې احتمالوالی د تار قانون په مرسته و ښودل شو.

۱. تارقاعده په یوه و نه دیاگرام کې د یوې پېښې احتمالوالی د اړونده تار اوږدوالي د احتمالوالي د ضرب سره برابر دی.

۲. تارقاعده: په و نه دیاگرام کې د یوې پېښې احتمالوالی، په دې اړونده تار احتمالوالو زیاتون (جمعه) دی

په یاد ولرئ:

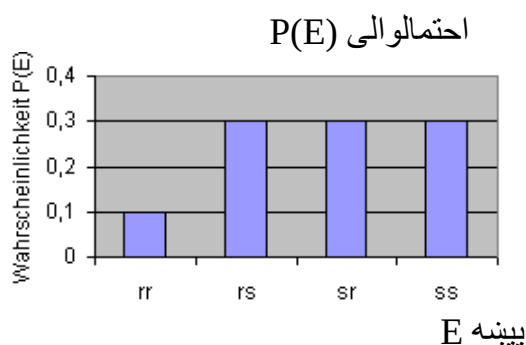
په و نه دیاگرام کې مو هر تار د یوې پېښې تصادف ازماښت ته بیایې یا لارښوده وي.. د داسې یوې پېښې احتمالوالی ددې تار په اوږدوالي پراته برخه احتمالوالو ځل دی

تارقاعده

کا د یوگونو تارونو احتمالوالی په یوه جدول کې سره راټول کړو، نو د احتمالوالي وېشنه په لاندې توگه لاس ته راځي

E	rr	rs	sr	ss
P(E)	0,1	0,3	0,3	0,3

دا کېدی شي د مټې یا ستن دیاگرام په توگه هم انځور شي. د احتمالوالو زیاتون تل ۱ ورکوي

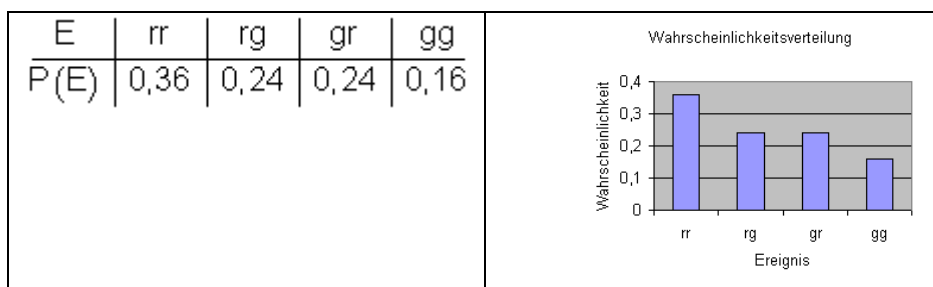
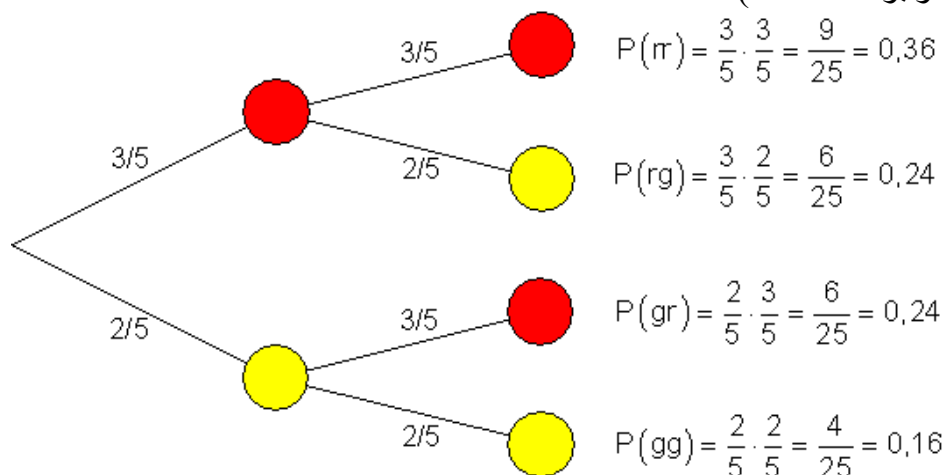


کين لور ته ولاړ هم: احتمالوالی P(E) دی

بیلگه: په یوه مرتبان کې ۳ سره او ۲ زېر غونډاري پراته دي یو په بل پسې ۲ غونډاري راوستل کيږي د بیرته وراچولو سره

(الف) ونه دیاگرام او احتمالي وېشنه د جدولکوني دیاگرام په څیر وکارئ
(ب) د پېښې A لپاره احتمالي وشمیرئ: راوستلي غونډاري نابرابر رنگ، نه لري
(پ) د پېښې B لپاره احتمالي وشمیرئ: کم له کمه یو راوستل شوی غونډاری زېر دی

ځوابونه (الف)



په پورته کین لور څیره کې د الماني ویو (لغاتونو) مانا:

Wahrscheinlichkeit د احتمالي وېشنه، Wahrscheinlichkeitsverteilung

Ereignis، پېښه

(ب)

$$A = \{rg; gr\} \Rightarrow P(A) = P(rg) + P(gr) = \frac{6}{25} + \frac{6}{25} = \frac{12}{25} = 0,48$$

(پ)

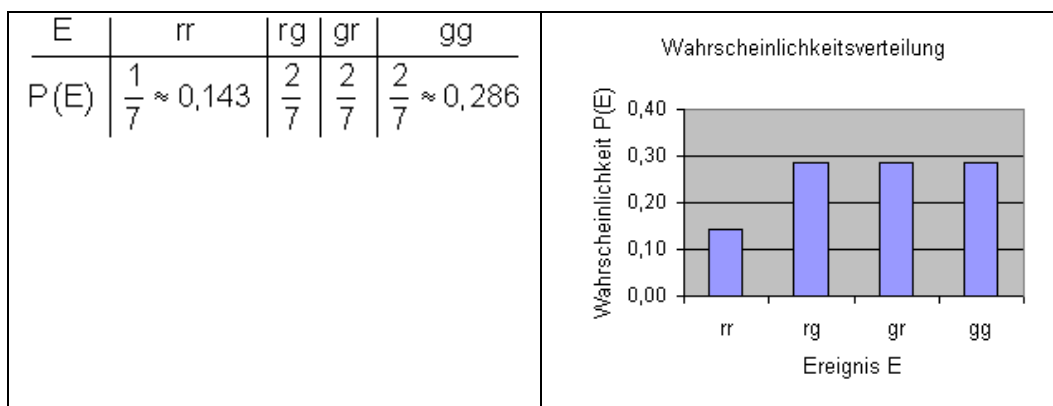
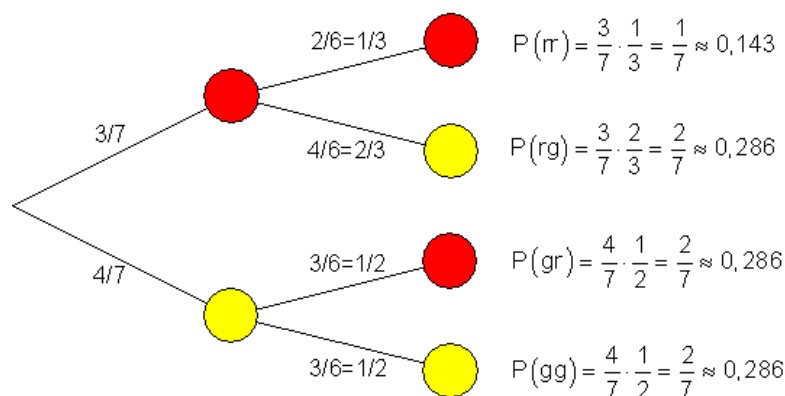
$$B = \{rg; gr; gg\} \Rightarrow P(A) = P(rg) + P(gr) + P(gg) = \frac{6}{25} + \frac{6}{25} + \frac{4}{25} = \frac{16}{25} = 0,64$$

بیلگه: په یوه کوتۍ کې ۳ سره او څلور زېر غونډاري اچول شوي. له دې څخه یو یو غونډاری راباسوو بې له بیرت اچوني..

(الف) ونه دیاگرام او احتمالوالی وېشنه د جدول او دیاگرام په څیر وکارۍ.

(ب) د پېښې A لپاره احتمالوالی وشمیرۍ: دوم راوستلی غونډاری سور دی

(پ) د پېښې B لپاره احتمالوالی وشمیرۍ: دواړه غونډاري برابر رنگ لري



(ب)

$$A = \{rr; gr\} \Rightarrow P(A) = P(rr) + P(gr) = \frac{1}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3}{7} \approx 0,429$$

(پ)

$$B = \{rr; gg\} \Rightarrow P(A) = P(rr) + P(gg) = \frac{1}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3}{7} \approx 0,429$$

يادونه : په راتلونکې کې به په دې هکله په زړه پورې پوښتنې او ځوابونه راوړل شي

پوښتنې

ډېر پوړيزې تصادفي ازماينې ا

لومړۍ - يوه پيسه دوه واړه غورځول کيږي. ونه دياگرام يې وکارۍ او د لاندې پېښو لپاره احتمالي وټاکۍ.

الف -

A: ټيک يو ځل ممبرنښان (په W سره يې ښايو)

ب -

B: لږ تر لږه يو ځل ممبرنښان

پ - C: زيات له زياته يو ځل ممبرنښان

دويم -

يوه پيسه درې واړه غورځول کيږي. ونه دياگرام وکارۍ او د لاندې پېښو لپاره احتمالي وټاکۍ.

الف -

A: له دوه ځله زيات ممبرنښان

ب -

B: زيات له زياته دوه واړه ممبرنښان

پ -

C: لږ تر لږه یو ځل گڼ یا عدد (په Z سره یې ښایو)

ت -

D : ټیک یو ځل ممبرنښان:

دریم - یو مرتبان دوه 2 سره 3 تور او 5 زېړ غونډاري (غونډوسکي یا توپونه او یا باغکي(تشلې) او که غواړئ کړي) لري. پرلپسې دوه غونډاري له مرتبان څخه وېستل کيږي، د بیرته وراچولو سره ونه دیاگرام و کارۍ، د لاندې پېښو لپاره د احتمالي وېشنه او احتمالي و ټاکۍ:

A : دواړه غونډاري همغه یا یو رنگ لري.

B : لومړی غونډوسکه سره ده او دویمه توره

C: دویمه غونډوسکه سره ده یا توره

D : D مخامخ یا برعکس پېښه کومه ده او دا د کوم احتمالي سره پېښيږي؟

څلورم -

یوه ازموینه له څلورو پوښتنو جوړه ده. د څلورو دې هرې پوښتنې ته درې ځوابونه ، چې له دې ټیک یو ځواب رښتیا دی ور کړ شوي دي. یو کس به له چمتوالي ازموینې ته ځي او دا به په بخت چلیپا کوي.

احتمالي څومره لوي دی، چې دی په ازموینه کې بریالی شي، که لږ تر لږه باید درې پوښتنې رښتیا یا ټیک ځواب شوي وي.

پنځم -

پنځه ملگري له پولې خوا ته مېلې ته ځي. د بیرته ستنېدو وخت کې باید د گمرک څخه تیرشي. سره له دې چې دوی وایي هغوي د اجازې سره سم سگرت له ځان سره لري، خو سره له دې هم سپین او نرنګ زیات سگرت له ځانونو سره راوړي. د گمرک مامور له دوي څخه دوه ټاکي، چې تالاشي یې کړي.

الف - د کوم احتمالوالي سره د گمرک مامور قاچاق وړونکی نه شي بيدا کولی؟

ب - د کوم احتمالوالي سره د گمرک مامور له دې دوه قاچاقوړونکو څخه لږ تر لږه يو قاچاقوړونکی نيسي؟

شپږم -

د ليسي د ۱۲-م ټولگي زده کوونکي دوه ټولگي جوړوي چې په ټوليزه توگه ۴۰ زده کوونکي لري. هر زده کوونکی د تياتر لپاره يوه يوه وړيا کارته تر لاسه کوي. زده کوونکو ته د احتمالوالي پرينڅيپ يا اساساتو پر بنسټ له ۱ څخه تر ۴۰ پورې چوکۍ تنظيميږي. د کوم يو احتمالوالي سره په لومړيو شپږ ځايونو کې د يوه ټولگي زده کوونکي ځای نيسي؟ (لارښود: يو مناسب د مرتبان مودل و کاروی).

اوم - يو د بخت څرخ د څلورو برابر وټوټو (قطعو) سره، چې شين، سور، سپين او اسماني رنگونه لري څرخول کيږي. يوه لوبه پای کيږي که دا څرخ ودریږي. له دې څلورو څخه يو رنگ د يوه غشي سره په نخښه يا په گوته کيږي. د يوې لوبې لړۍ له درې لوبو جوړه ده.

څومره د لوبې پرلپسې بايد لږ تر لږه وشي، چې د 60% څخه زيات احتمالوالي سره لږ تر لږه يوه لوبه پرلپسې له درې ځله شنه سره لاس ته راوړو؟

ځوابونه

ډېر پوړيزې تصادفي ازمايني |

مفصل ځوابونه

لومړۍ - A : ټيک يو ځل ممبر نښان

B : لږ تر لږه يو ځل ممبر نښان.

$$P(B) = P(\{WW; WZ; ZW\}) = P(\{WW\}) + P(\{WZ\}) + P(\{ZW\}) = 3 \cdot 0,25 = \underline{0,75}$$

يا برعکس پېښې $\bar{B}$: سره: هيڅ ځل ممبر نښان

$$P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - P(\{ZZ\}) = 1 - 0,25 = \underline{\underline{0,75}}$$

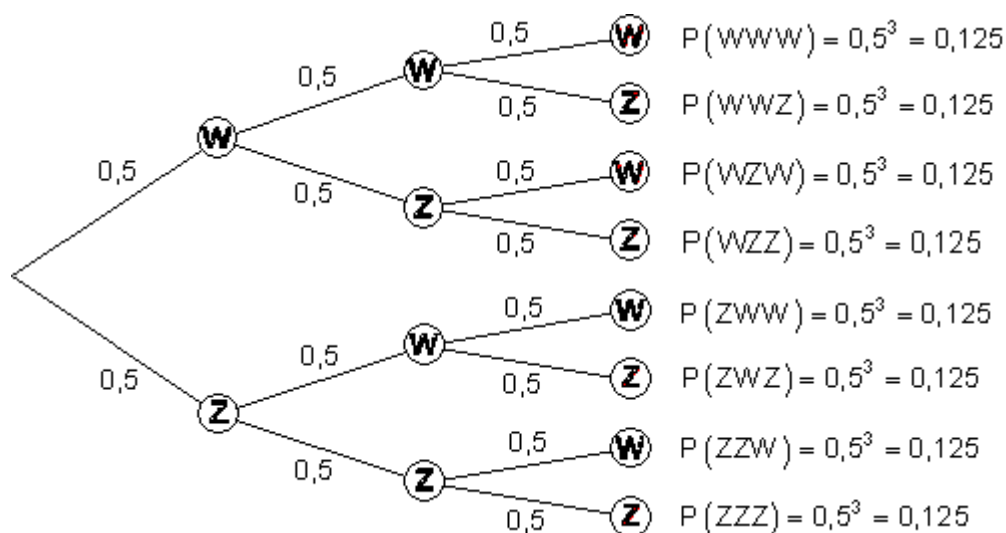
C : زیات له زیاته یو ممبر نښان .

$$P(C) = P(\{WZ; ZW; ZZ\}) = P(\{WZ\}) + P(\{ZW\}) + P(\{ZZ\}) = 3 \cdot 0,25 = 0,75$$

یا د متضاد پېښی $\bar{C}$ سره : دوه ځله ممبر نشان

$$P(C) = 1 - P(\bar{C}) = 1 - P(\{\bar{W}\bar{W}\}) = 1 - 0,25 = 0,75$$

دویم -



A: له دوه څخه زيات حله ممبر نشان

$$P(A) = P(\{WWWW\}) = \frac{1}{8} = 0,125$$

B : زیات له زیاته دوه ځله ممبرنښان په دې معنا چې هېڅ ځل ، یو ځل یا دوه ځله ممبر نښان. د B برعکس پېښه : درې ځله ممبرنښان.

$$P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - P(\{WWWWW\}) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8} = 0,875$$

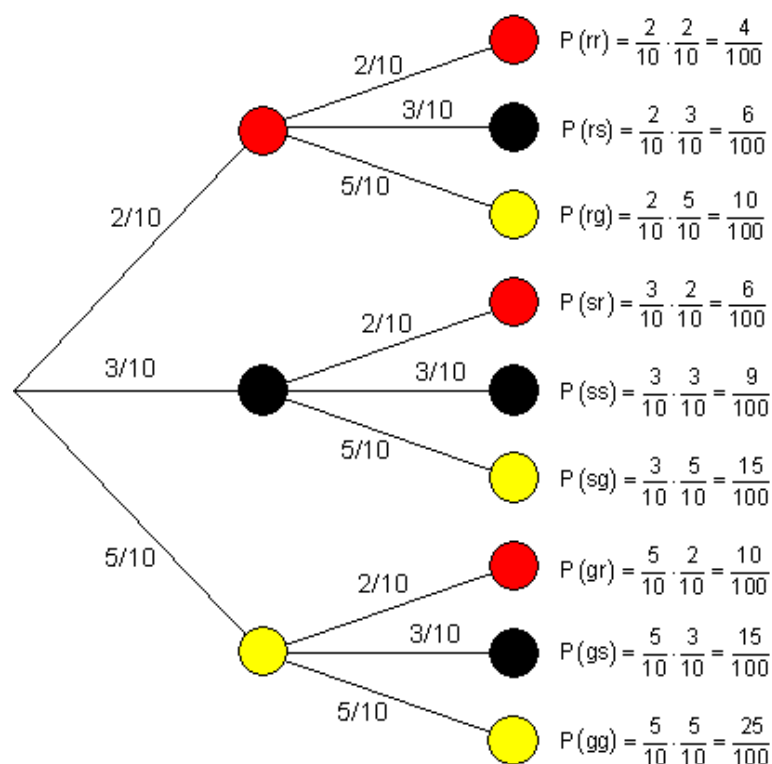
C : لږ تر لږه یو ځل عدد. لږ تر لږه یو ځل عدد په دې معنا دی، چې یو ځل، دوه ځله یا درز ځله عدد. د C برعکس پېښه د اسی ه: هیڅ حل عدد، دا مکرري ځله ممبر دی.

$$P(C) = 1 - P(\bar{C}) = 1 - P(\{WWWW\}) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8} = 0,875$$

ت - D : ټيک يو ځل ممبرنبنان

$$P(D) = P(\{WZZ; ZWZ; ZZW\}) \\ = P(\{WZZ\}) + P(\{ZWZ\}) + P(\{ZZW\}) = 3 \cdot 0,125 = 0,375$$

درېم -



e_i	rr	rs	rg	sr	ss	sg	gr	gs	gg
P	$\frac{4}{100}$	$\frac{6}{100}$	$\frac{10}{100}$	$\frac{6}{100}$	$\frac{9}{100}$	$\frac{15}{100}$	$\frac{10}{100}$	$\frac{15}{100}$	$\frac{25}{100}$

الف -

A : دواړه غونډاري همغه رنگيز دي.

$$P(A) = P(\{rr\}) + P(\{ss\}) + P(\{gg\}) = \frac{4}{100} + \frac{9}{100} + \frac{25}{100} = \frac{38}{100} = \underline{\underline{0,38}}$$

B : لومړی غونډاری سور دی، او دویم تور دی.

$$P(B) = P(\{rs\}) = \frac{6}{100} = \underline{\underline{0,06}}$$

C : دویم غونډاری سور یا تور دی.

$$\begin{aligned} P(C) &= P(\{rr\}) + P(\{rs\}) + P(\{sr\}) + P(\{ss\}) + P(\{gr\}) + P(\{gs\}) \\ &= \frac{4}{100} + \frac{6}{100} + \frac{6}{100} + \frac{9}{100} + \frac{10}{100} + \frac{15}{100} = \frac{50}{100} = \underline{\underline{0,5}} \end{aligned}$$

ت - C برعکس پېښه څنګه ده او دا د کوم احتمالي سره رامنځ ته کېږي؟

$\bar{C}$: دویم غونډاری تور دی.

$$P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - 0,5 = \underline{\underline{0,5}}$$

څلورم- دا څلورم پوړیزه تصادفي پېښه ده (څلور پوښتنې). د یوه ټیک ځواب لپاره
اخماليوالی $1/3$ دی، او د نایتیک لپاره $2/3$.

په لاندې کې د الماني معنا: درې پوښتنې ټیک دي

$$P(3 \text{ Fragen richtig}) = P(\{rrrr\}) + P(\{rrrf\}) + P(\{rfrf\}) + P(\{rffr\}) + P(\{ffrr\})$$

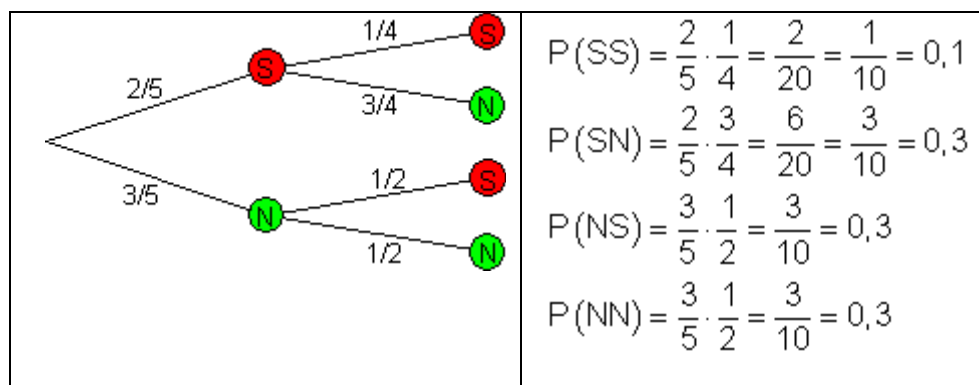
$$P(\{rrrr\}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \left(\frac{1}{3}\right)^4$$

$$P(\{rrrf\}) = P(\{rfrf\}) = P(\{rffr\}) = P(\{ffrr\}) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \frac{2}{3}$$

$$P(3 \text{ Fragen richtig}) = 4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \frac{2}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{8}{3^4} + \frac{1}{3^4} = \frac{9}{3^4} = \frac{1}{9} \approx \underline{\underline{0,11}}$$

پنځم -

موډل (Modell) : په یوه مرتبان کې 3 شنه غونډاري (هیڅ - یا نه قا چاق وړونکی N) او 2 سره غونډاري (قاچاق وړونکی S). دوه واره غونډاری راوبستل کېږي بې له بیرته ور اچولو.



الف - د کوم احتمالوالي سره د گمرک مامور لخوا قاچاقوړونکی نه نیول کیږي؟

$$P(NN) = 0,3.$$

ب - د کوم احتمالوالي سره د گمرک مامور له دې دواړو قاچاقوړونکو لږ تر لږه یو رانیسي؟

$$P(S) = P(SS) + P(SN) + P(NS) = 0,1 + 0,3 + 0,3 = 0,7.$$

شپږم - د مرتبان موډل :

20 سره غونډاري (ټولگی 1) او 20 شنه غونډاري (ټولگی 2) شپږ ځله راوباسی بې له بیرته وړ اچولو.

$$P = P(\{rrrrrr\}) + P(\{gggggg\})$$

احتمالوالی د دواړو ټولگیو لپاره برابر دی $P(\{rrrrrr\}) = P(\{gggggg\})$

$$P(\{rrrrrr\}) = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15}{40 \cdot 39 \cdot 38 \cdot 37 \cdot 36 \cdot 35}$$

را وېستل بې له بیرته وړ اچونې.

$$P = P(\{rrrrrr\}) + P(\{gggggg\}) = 2 \cdot \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15}{40 \cdot 39 \cdot 38 \cdot 37 \cdot 36 \cdot 35} = \underline{\underline{0,02}}$$

اوم-

A : د n لویو پرلپسې کي لږ تر لږه یوه لویه پرلپسې درې ځله شنو سره

$$P(\{g\}) = \frac{1}{4}$$

په يوه لوبه يو ځل شين

$$\Rightarrow P(\{ggg\}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{64}$$

د يوې لوبې پرلپسې سره درېواره شين د A برعکس ياپه ځنې پيښه ده:

$\bar{A}$: په n لوبو کې د لوبې پرلپسې د درېواره شنه سره نه شته

$$P(\{\bar{A}\}) = 1 - P(\{ggg\}) = 1 - \frac{1}{64} = \frac{63}{64}$$

په يوه لوبه پرلپسې کې درېواره شين نه شته

$$P(\bar{A}) = \left(\frac{63}{64}\right)^n \Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \left(\frac{63}{64}\right)^n$$

$$P(A) > 0,6 \Leftrightarrow 1 - \left(\frac{63}{64}\right)^n > 0,6 \quad | -1$$

$$\Leftrightarrow -\left(\frac{63}{64}\right)^n > -0,4 \quad | : (-1)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{63}{64}\right)^n < 0,4 \quad | \ln$$

$$\Leftrightarrow n \cdot \underbrace{\ln\left(\frac{63}{64}\right)}_{<1} < \ln(0,4) \quad | : \ln\left(\frac{63}{64}\right)$$

$$\Leftrightarrow n > \frac{\ln(0,4)}{\ln\left(\frac{63}{64}\right)} \approx \underline{\underline{58,18}}$$

بايد لږ تر لږه 59 ځله لوبه وشي، چې کم له کمه يوه لوبې پرلپسې کې درې ځله شنه راووبستل شي.

پوښتنې

ډېر پوريز تصادفي ازمايننتونه II

لومړۍ - په يوه لوبښي کې 50 يو ډول غونډاري پراته دي، له دې څخه 20 سره او 30 شنه دي. درې غونډاري راوبستل کيږي د بېرته وراچولو سره. دا پېښه کوم احتمالوالی لري؟

الف - A : ټول غونډاري شنه دي. ب - B : يو غونډاری شين او دوه سره دي
پ - C : يو غونډاری سور او دوه شنه دي. ت - D : زيات له زياته يو غونډاری
سور دی

دويم - - په يوه لوبښي کې 50 يو ډول غونډاري پراته دي، له دې څخه 20 سره او 30 شنه دي. درې غونډاري راوبستل کيږي بې د بېرته وراچولو سره. دا پېښه کوم احتمالوالی لري؟

الف - A : ټول غونډاري شنه دي ب - : يو غونډاری شين او دوه سره دي
پ - C : يو غونډاری سور او دوه شنه دي. ت - D : زيات له زياته يو غونډاری
سور دی.

دریم - د خټينو لوبښو توليد کې د تجربې له مخې 20% زيانمن لوبښي لرو.
الف - څومره احتمالوالی شته چې له څلورو لوبښو توليد څخه ټيک درې د استعمال وړ وي؟

ب - - څومره احتمالوالی شته چې له څلورو لوبښو توليد څخه ټيک دوه د استعمال وړ وي؟

پ - څومره احتمالوالی شته چې له څلورو لوبښو توليد څخه لږ تر لږه دوه د استعمال وړ وي؟

څلورم - د خټينو لوبښو په په يوه زخيره کې 100 تازه جوړ شوي لوبښي شتون لري.
سړی پوهيږي، چې له دې څخه 20% ناتيکاوې لري. څلور لوبښي ترې توکلي رانيول کيږي يا راوبستل کيږي.

الف -

څومره احتمالوالی شته چې څلور واړه لوبښي جوړ يا بې ناتيکاوې دي؟

ب - څومره احتمالوالی شته چې له څلورو را نيولو لوبښو توليد څخه ټيک درې بې له ناتيکاوې يا جوړ دي؟

پ - څومره احتمالوالی شته چې له څلور رانيول شوو لوبښو لږ تر لږه درې بې غلطی؟

پنځم – د تولید کنترول سره د یوه ټاکلي نایتیکایو 10% سترگو ته نه راځي. له دې امله دا تولید لهدري مختلفو کنترول کوونکو کنتروليري. د دې لپاره احتمالوالی وټاکي چي یو بی کاره تولید
 الف – خورا ناوخته یا وروسته د 2-م کنترول سره بی کاره و پیژندل شي.
 ب- په دریم کنترول سره بیکاره و پیژندل شي.
 پ- د بی کاره په توگه ونه پیژندل شي.

شپږم – په یوه فابریکه کې ختین لوبني تولیديري. هر لوبنی یو بل پسي په مختلفو کنترولونو کې د بني، رنگ او د باندنی سطحی جوړښت په بنسټ ازمايل کيږي. د تجربې سره سم 25% بڼه د تولید نایتیکایو له مخي کنتروليري. د فابریک کنترول څخه 85% برخې بي له نایتیکایو کنترول څخه تېرېږي. په 20% کې ټولو حالتونو د بورته سطحی منترول د لومړي انتخاب غوښتنې (انتظار) نه پوره کوي. فقط که ټول درې کنتر لونه بي د نایتیکایو کنترول څخه تېر شوي وي، کېدی شي د لومړي انتخاب به حیث یوه برخه و پرول شي. یوه برخه د دویم انتخاب په حیث، که هڅرنګوالی فقط په یوه کنترول کې بسیا ونه کړي. نور ټول پاتي لوبني زیانمن (د غورځولو) تولید دی.

الف – ټول درې بواره کنترول په ونه دیاګرام کې انځور کړی
 ب – څومره احتمالوالی شته چې یوه برخه لومړی انتخاب وي؟
 پ – څومره احتمالوالی شته چې یوه برخه دویم انتخاب وي؟
 ت – څومره احتمالوالی شته چې یوه برخه زیانمنه وي؟
 اوم – په یوه لاتري A کې د 10000 لاتریو پانو لپاره 4500 گټونکي شته ، په لاتري B کې د 15000 لاتریو لاندې 9500 گټونکي شتون لري. یو کس د هرې لاتري څخه یوه اخلي .

الف – احتمالوالی څومره لوی دی، چې په همغه وخت کې دواړه رانیول شوي لاتري وگټي؟

E_1 : په دواړو لاتریو کې گټنه.

ب- احتمالوالی څومره لوی دی، چې لاتري ونه کټي؟

E_2 : چې هیڅ لاتري نه کټي؟

پ – احتمالوالی څومره لوی دی، چې لږترلږه پهیوه لاتري کې وگټي؟

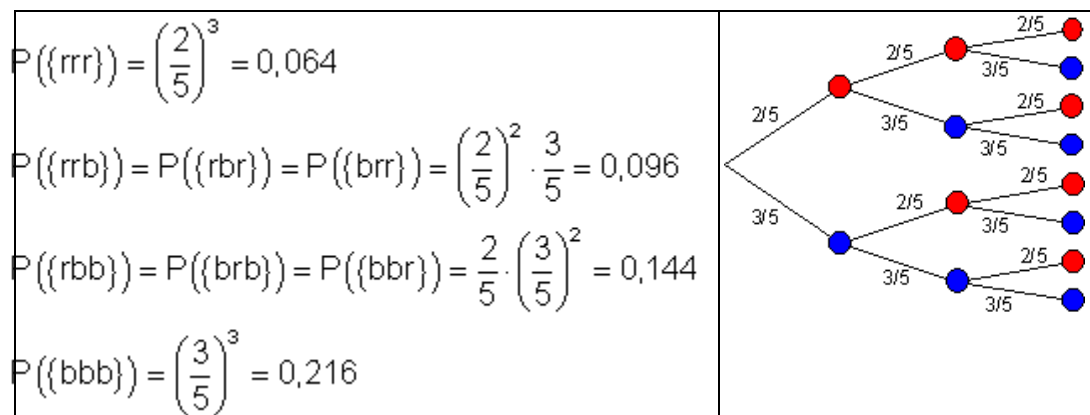
E_3 : وړل په لږترلږه یوه لاتري کې.

خوابونه

دېر پوريزې تصادفي تجربې II

مفصل ځوابونه

لومړۍ –



الف -

A : ټول غونډاري شنه دي.

$$P(A) = P(\{bbb\}) = \underline{\underline{0,216}}$$

ب -

B : يو غونډاري شين او دوه سره دي.

$$P(B) = P(\{rrb\}) + P(\{rbr\}) + P(\{brr\}) = 3 \cdot 0,096 = \underline{\underline{0,288}}$$

پ -

C : يو غونډاري سور ، دوه شنه دي.

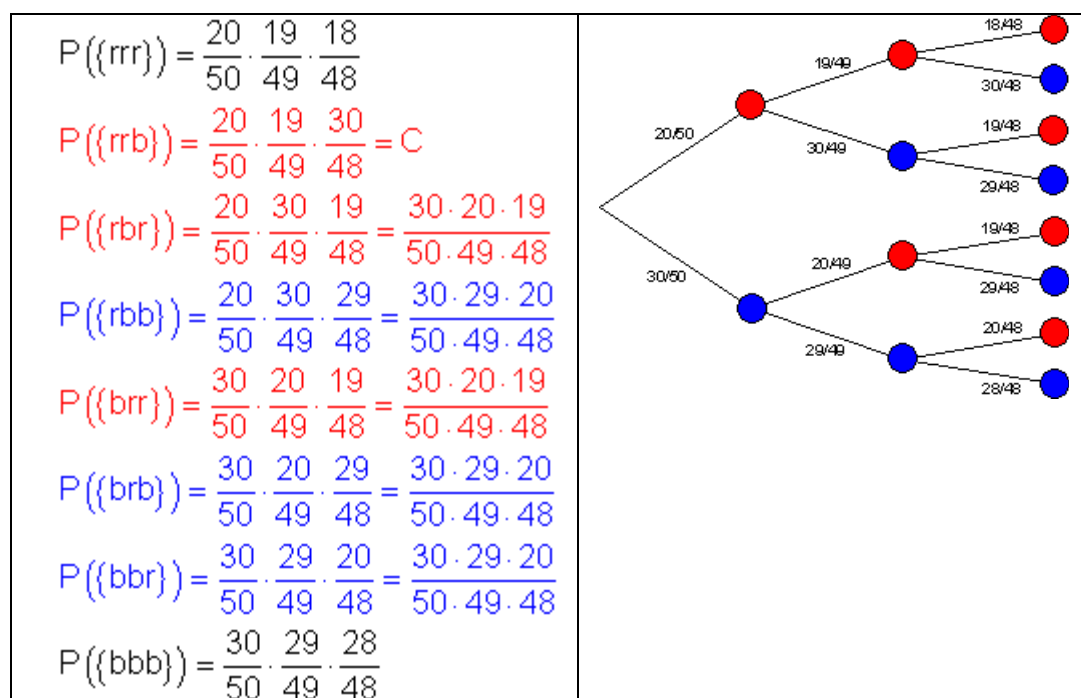
$$P(C) = P(\{rbb\}) + P(\{brb\}) + P(\{bbr\}) = 3 \cdot 0,144 = \underline{\underline{0,432}}$$

ت -

D : زيات له زياته يو غونډاري سور دی. دا په دې معنا چې هيڅ يا يو غونډاري.

$$P(D) = P(\{bbb\}) + P(\{bbr\}) + P(\{brb\}) + P(\{rbb\}) = 0,216 + 3 \cdot 0,144 = \underline{\underline{0,648}}$$

دويم -



الف -

A : ٽول غونڊاري شنه دي.

$$P(A) = P(\{bbb\}) = \frac{30}{50} \cdot \frac{29}{49} \cdot \frac{28}{48} \approx \underline{\underline{0,207}}$$

ب -

B : يو غونڊاري شين او دوه سره دي..

$$P(B) = P(\{rrb\}) + P(\{rbr\}) + P(\{brr\}) = 3 \cdot \frac{30 \cdot 20 \cdot 19}{50 \cdot 49 \cdot 48} \approx \underline{\underline{0,291}}$$

پ -

C : يو غونڊاري سور دی، دوه شنه دي..

$$P(C) = P(\{rbb\}) + P(\{brb\}) + P(\{bbr\}) = 3 \cdot \frac{30 \cdot 29 \cdot 20}{50 \cdot 49 \cdot 48} \approx \underline{\underline{0,444}}$$

ت -

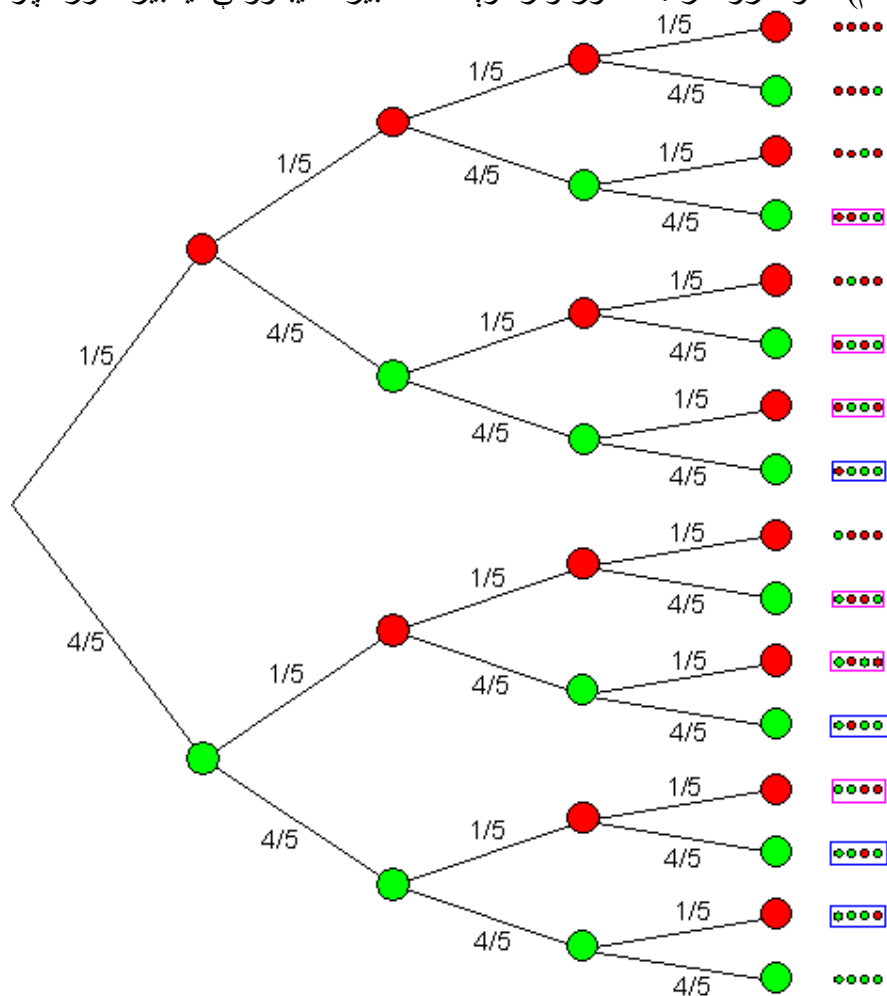
D : زيات له زياته يو غونڊاري سور دی. دا په دي معنا چي هيڅ يا فقط يو.

$$P(D) = P(\{bbb\}) + P(\{bbr\}) + P(\{brb\}) + P(\{rbb\})$$

$$= \frac{30}{50} \cdot \frac{29}{49} \cdot \frac{28}{48} + 3 \cdot \frac{30 \cdot 29 \cdot 20}{50 \cdot 49 \cdot 48} \approx \underline{\underline{0,651}}$$

دریم -

مودل : مرتبان له یوه سره (ناتییک تولید سره) او څلور شنه (بی له ناتییکاوي یعنی ټول سم) غونډارو سره. څلور واره وېستنه له بیرته ایښوونې یا بیرته ور اچونې سره.



الف -

A : درې له څلورو د کارور دي. دا ونه دیاگرام څلور تارونه لري، چې د A پېښې لپاره باوري relevant یا significant دي.

$$P(A) = 4 \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 = 4 \cdot \frac{64}{625} = \underline{\underline{0,4096}}$$

ب -

: له څلورو دوه د کارور دي. دا ونه دیاگرام 6 تارونه لري، چې د B پېښې لپاره باوري یا د پوښتنې دي یعنی پوښتنه کې راځي.

$$P(B) = 6 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 6 \cdot \frac{16}{625} = \underline{\underline{0,1536}}$$

پ -

C : لږ تر لږه درې له څلورو د کار وړ دي. دا په دې معنا چې درې يا زيات د کار وړ دي.

$$P(C) = P(A) + \left(\frac{4}{5}\right)^4 = 4 \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 + \left(\frac{4}{5}\right)^4 = 4 \cdot \frac{64}{625} + \frac{256}{625} = \underline{\underline{0,8192}}$$

څلورم -

موډل Modell : مرتبان له 20 سرو سره (د زيان سره) او 80 شنه (بي زيانه) غونډاري څلورواړه وېستل بي له بېرته ايښوونې يا بېرته وړ اچونې سره. د لسمې پوښتنې دياگرام کيدی شي وکارول شي. مگر سره له دې دې هم په پام کې وي، چې د تارونو احتمالي تغير خوري.

الف -

A : ټول څلور لوبښي بي زيانه دي. دا ونه دياگران يو تارلري، چې د هغې لپاره پېښه A رامنځ ته کيږي يا پېښيږي.

$$P(A) = \frac{80}{100} \cdot \frac{79}{99} \cdot \frac{78}{98} \cdot \frac{77}{97} \approx \underline{\underline{0,4033}}$$

ب -

B : دد رانيولو څلور لوبښو څخه درې بي زيانه دي. دا ونه دياگرام څلور تارونه لري، چې د پېښې B لپاره رلېوانت يا د باور وړ دي.

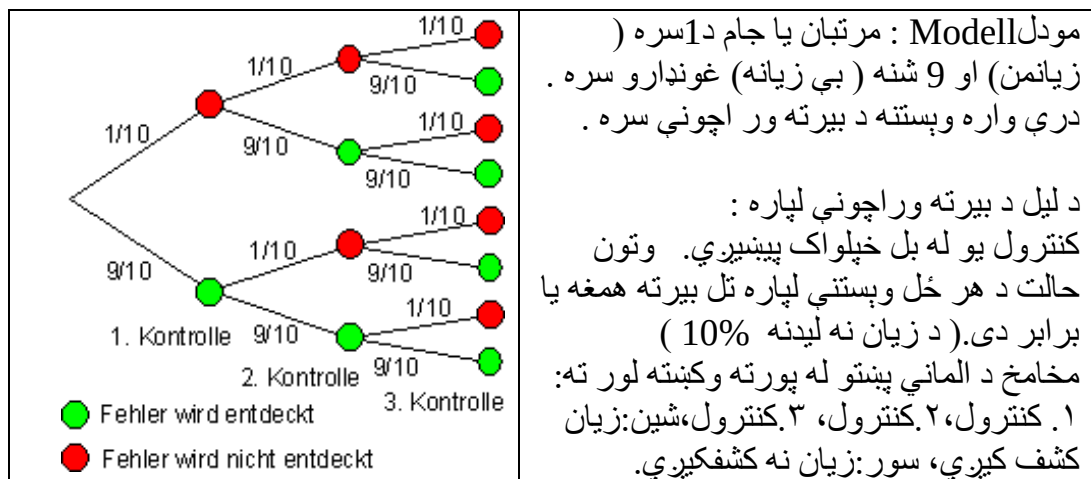
$$P(B) = 4 \cdot \frac{20 \cdot 78 \cdot 79 \cdot 80}{97 \cdot 98 \cdot 99 \cdot 100} \approx \underline{\underline{0,4191}}$$

پ - يا زيات

C : لږ تر لږه درې له دې څلور رانيولشو لوبښو بي زيانه دي. دا په دې معنا چې درې يا زيات بي زيانه دي.

$$P(C) = P(A) + P(B) = \frac{80}{100} \cdot \frac{79}{99} \cdot \frac{78}{98} \cdot \frac{77}{97} + 4 \cdot \frac{20 \cdot 78 \cdot 79 \cdot 80}{97 \cdot 98 \cdot 99 \cdot 100} \approx \underline{\underline{0,8224}}$$

پنځم -



الف –

A : د دویم کنترول سره خورا وروسته پیژندل شوي ، په دې معنا چې زیان په لومړي او یا دویم کنترول کې پیژندل کیږي.

$$P(1.) = \frac{9}{10} = 0,9$$

د لومړي کنترول سره پیژندل شوي:

$$P(2.) = \frac{1}{10} \cdot \frac{9}{10} = \frac{9}{100} = 0,09$$

د دویم کنترول سره پیژندل شوي:

$$P(A) = \frac{9}{10} + \frac{9}{100} = \underline{\underline{0,99}}$$

ب –

B : په لومړي ځل په دریم کنترول کې پیژندل کیږي.

$$P(B) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{9}{10} = \frac{9}{1000} = \underline{\underline{0,009}}$$

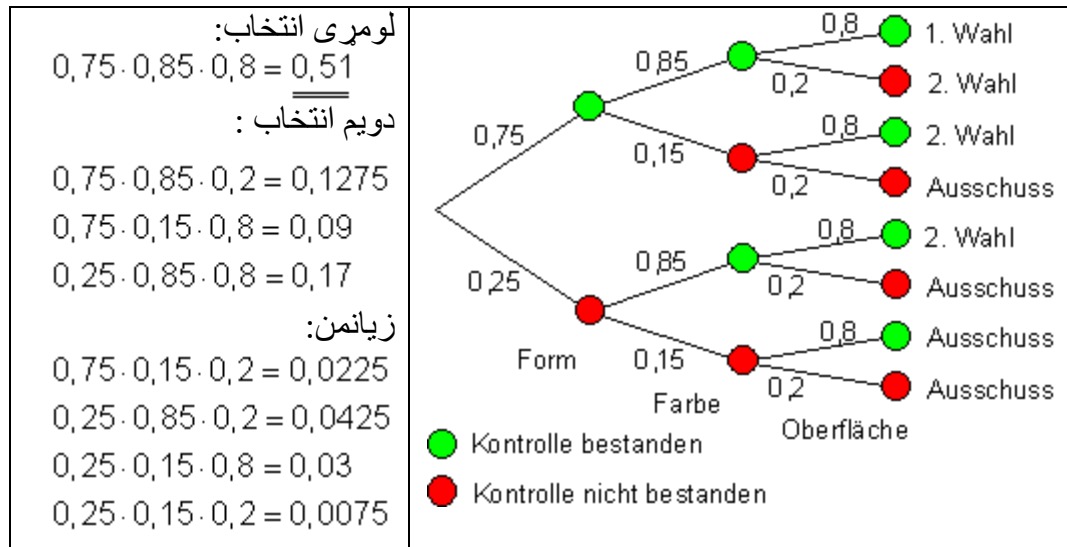
پ –

C : نه پیژندل کیږي..

$$P(C) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{1000} = \underline{\underline{0,001}}$$

شپږم –

الف – د لاندې پښتو: له کین کښته لور ته: بڼه، رنگ، پورته سطحه، کنترول کې بریالي، کنترول کې نابریالي. له بڼې کښته لور ته: ۱. انتخاب، ۲. انتخاب، ۲. انتخاب، زیانمن (یعنې د غوځولو) ۲. انتخاب، زیانمن، زیانمن، زیانمن.



$$P(2. Wahl) = 0,1275 + 0,09 + 0,17 = \underline{\underline{0,3875}} \quad \text{ب. -}$$

$$P(1. Wahl) = 0,51 \quad \text{پ. -}$$

ت. -

$$P(Ausschuss) = 0,0225 + 0,0425 + 0,03 + 0,0075 = \underline{\underline{0,1025}}$$

اوم -
 الف -

$$P(A) = \frac{4500}{10000} \quad P(B) = \frac{9500}{15000}$$

$$P(E_1) = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{4500}{10000} \cdot \frac{9500}{15000} = \underline{\underline{0,285}}$$

xx

ب. - گٽه مخ ته نه لرو، ڪه په لاتري A او لاتري B ڪي ونه گڏل شي.

دلته باورور لري: $\bar{A}$ په لاتري A ڪي بايلنه $\bar{B}$ په لاتري B ڪي بايلنه

$$P(E_2) = P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{5500}{10000} \cdot \frac{5500}{15000} = \underline{\underline{0,202}}$$

پ. - E_2 د E_3 په خٽ - يا برعڪس پيښه

$$P(E_3) = 1 - P(E_2) = 1 - 0,202 = \underline{\underline{0,798}}$$

شپږ م – په احتمالي شميرنه کې د مرتبان مودل

د مرتبان مودل

ډېرې تصادفي تجربې کيدې شي، ديوه لوبښي څخه د مختلفو غونډارو راوستلو له لارې، چې مرتبان يا کتوري يې بولو مودل يې جوړې شي. په يوه کتوري کې n غونډاري پراته دي، چې له هغې څخه k راوستل کيږي.

راوستنه کيدې شي په دوه مختلفو ډولونو صورت ونيسي:

اول - يو غونډاری راوستل کيږي او بيرته ور اچولکيږي.

داد مرتبان مودل (ډول) بلل کيږي د بيرته وراچوني سره.

دويم – له راوستنې وروسته غونډاری بيرته نه وراچول کيږي.

دا د مرتبان مودل (ډول) بلل کيږي نه د بيرته وراچوني سره

ډېرې تصادفي تجربې کېدې شي د مرتبان ډول باندې بېرته وارول شي. دا تصادفي پيښه په بام کې نيسو، درې واړه د پيسې غورځونه، د دې په ځای کېدې شي د مرتبان څخه چې دوه مختلف غونډاري په کې پراته دي درې واړه يو يو غونډاری راوستل شي، د بيرته وراچوني سره.

د مرتبان مودلوني (د روستنې ډول) سره تصادفي ازمايښت

يو څو بيلگې دې د مرتبان مودلگتې په گوته کړي.

تصادفي تجربه	Urnenmodell د مرتبان مودل
د يوه سترگي (مکعب) د دوه واړه غورځولو سر، چې شپږ را ووځي احتمالي څومره لوي دی؟	مرتبان له شپږو غونډارو سره له 1 تر 6 په گڼه (نمره) شوي. دوه واړه راوستنه د بيرته وراچوني سره. پلټونکی احتمالي:

$P(6 6) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36} \approx 0,028$	
مرتبان له 25 غونډارو سره. 15 سپين او 10 تور . پلټونکي احتمالوالی: $P(s) = \frac{10}{25} = \frac{2}{5} = 0,4$	د یوه ټولګي د 25 زده کوونکو څخه 10 زده کوونکو د کور کار نه دی کړی. یو ښوونکی ټولګي یو زده کوونکی کنټرولوي. د کوم احتمالوالي سره هغه زده کوونکی په لاس ورځي، چې کورنی کار یې نه دی کړی؟
مرتبان له 120 غونډارو سره. 102 سپين غونډاري (د ښځینه وو لپاره او 18 تور غونډاري (د نارینه وو لپاره). دوه واړه راوستنه د نه بېرته وراچونې سره. پلټونکي یا غوښتونکي احتمالوالی. $P(s s) = \frac{18}{120} \cdot \frac{17}{119}$ $= \frac{306}{14280} = \frac{51}{2380} \approx 0,021$	د لیسي په یوه ټولګي کې 120۱۲۰ زده کوونکي (نارینه او ښځینه) دالی شتون لري (د تعلیم او تربیې له څانګې) 15% نارینه دي. د یوې مسا بقی لپاره دوه زده کوونکي(ن ، ښ) راوېستل کیږي(د دوه وو لپاره پچه اچول کیږي). څومره احتمالوالی لري چې دا دوه زده کوونکي نارینه وي؟
مرتبان له 100 غونډارو سره. 53 شنه (د هلکانو لپاره) او 47 ګلابي (د نجونو لپاره). دوه واړه راوستنه د بېرته وراچونې سره. غوښتونکي احتمالوالی:	یو د احسايي انسیتوت غواړي پیدا کړي، چې د ټولو زېږېدونو څخه 53% نارینه کوچنیان دي. احتمالوالی څومره لوی دی، که یوه مور په پر

$P(b b) = \frac{53}{100} \cdot \frac{53}{100}$ $= \frac{2809}{10000} \approx 0,2809$	بل پسي دوه هلکان دنيا ته راوري؟
--	------------------------------------

ممکن ترلې روښانه نه وي، چې ولې تصادفي تجربه د دوه واړه روستنې له لارې د بیرته وراچونې له لارې سمیولي (د سیستم تحلیل تیوریتیکي یا د فرمولونو له لارې پیچلی وي) کېدی شي.

دا کیدی شي داسې په بام کې راولي، چې موراني تل د درې برابر احتمالوالي وېشنې سره کچنیان نړۍ ته راوړی شي. دا په دز معنا چې له زېږېدنې وروسته بېرته همغه وتون حالت حاکم دی. دا د غونډارو بیرته وراچونې سره سمولي (دا په دې معنا چې د کوچنیانو په ځای له غونډارو کار اخستل کیږي) کیدی شي.

یو بیخي بل ډول سیمولېشن حاکم کیږي، که د بیلګې په توګه 100 نوي زېږېدلو کوچنیانو څخه مخ ته لار شو چې له هغو 53% هلکان دي. تصادفي یا توکلي دوه کوچنیان ټاکو، نو د دې لپاره

احتمالوالی، چې سړي ټیک دوه هلکان ټاکلي، دی:

$$P(j|j) = \frac{53}{100} \cdot \frac{52}{99} = \frac{53 \cdot 52}{25 \cdot 99} \approx 0,2784$$

دا به راوستنه وي، بې له بیرته وراچونې.

د خټینو لوبښو څخه له دې مخ ته څو چې 20% زیانمن یا ناسم تولیدیږي.

څومره احتمالوالی شته چې له درې لوبښو څخه ټیک دوه د کار وړ وي؟

یادونه: په لاندې کې g د شنه لپاره او r د سره لپاره ځای په ځای شوي دي.

مودل: کتوری له 8 شنه غونډارو سره (د کار وړ) او 2 سرو غونډارو سره (زیان من). درې وراه وېستنه له بیرته وراچونې سره:

پېښه A - له دریو څخه دوه لوبښي د کار وړ دي.

د ونې دیاګرام په مرسته نتیجه پېړۍ لاس ته راځي

د راوستنې نتیجه ډېری ده : , $S = \{ggg, ggr, grg; rgg, rrg, rgr; grr; rrr\}$

د پېښې ډېری ده: $A = \{ggr; grg; rgg\}$

$$P(g) = \frac{8}{10} = 0,8 \quad P(r) = \frac{2}{10} = 0,2$$

$$P(gg) = 0,8 \cdot 0,8 \quad P(ggr) = 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,2$$

$$P(A) = P(ggr) + P(grg) + P(rgg)$$

$$= 0,8^2 \cdot 0,2 + 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,8 + 0,2 \cdot 0,8^2 = 3 \cdot 0,8^2 \cdot 0,2 = \underline{\underline{0,384}}$$

له څلورو کسانو، انگوره (A)، بهیر (B)، کابلی (C)، داغي (D) څخه دوه د لوبښو منځلو لپاره توکلي راووتل یا وټاکل شول، چې یو اوبه پرې تېروي یعنې یو یې غروي او بل یې وچوي. د کوم احتمالي سره لومړی کابلی او پسې بهیر راوځي؟

مودل :

کټوری له څلورو غونډارو سره چې په لیکلي وي. A, B, C او D .

دوه واره راوسته له بیرته وراچوني سره.

دلته د رواوستلو غونډارو د راوستنې لړۍ په پام کې نیول کیږي. د الف پېښه داسې ده: لومړی کابلی بیا بهیر.

نتیجه ډېری (سټ) د تورو A, B, C او D له ټولو دوه یزو کمینیشنونو جوړه ده ، یعنې له

$$S = \{AB; AC; AD; BA; BC; BD; CA; CB; CD; DA; DB; DC\}$$

$$A = \{CB\} \Rightarrow P(A) = P(CB) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12} = 0,08\bar{3}$$

په موټر شمیرلو کې کره شول، چې 65% د تېرېدونکو موټرو شخصي موټر یعنې واړه موټر Pkw او 30% باروړونکي موټر Lkw او 5% نور خوزنده الات دي. احتمالي څومره لوی دی، چې لومړی کوچنی موټر Pkw پسې لاری Lkw او پسې دا بل خوزنده اله ده؟

مودل :

کتوری له غونډارو سره، 65 سره گړندی (Pkw)، 30 تور لاری (Lkw) او 5 سپین (نور خغلنده ماشینونه). د

دریواره وستنه د بیرته ور اچونې سره.

$$P(rsw) = \frac{65}{100} \cdot \frac{30}{100} \cdot \frac{5}{100} = 0,00975$$

غوښتونۍ احتمالوالی :

یو لوبه کوونکی (لوبغاړی) جوارگر به یې ځکه نه بولو، چې په پیسو داسې لوبې حرامې دي)) د دې لپاره علاقه لري، چې سترگی لږ تر لږه څومره وغورځوي، چې د لږ تر لږه د 90% یوه احتمالوالی سره لږ تر لږه یو ځل 6 وغورځوي.

مودل :

کتوری له سرو غونډارو (بې له 6) او 1 شین غونډاری (شپږ غورځولی) $n -$ ځله راوستنه د بیرته وراچونې سره. عدد n ناڅرگند دی.

موږ پوهیږو، چې د د فکر برابر سره غونډاري غورځولو سره د 6 راوتنې احتمالوالی $1/6$ دی. احتمالوالی، چې 6 شپږ ونه غورځول شي $5/6$ دی. موږ د دې لپاره پېښې تعریفوو:

پېښه الف : یو شپږ غورځول، پېښه ب : شپږ نه غورځول کیږي (برعکس یا مخامخ پېښه).

د غورځونو سره احتمالوالی دی:

— په هر ه غورځونه کې چې یو 6 غورځولشي:

$$\underbrace{\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \dots \cdot \frac{1}{6}}_{n \text{ mal}} = \left(\frac{1}{6}\right)^n$$

$$\underbrace{\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \dots \cdot \frac{5}{6}}_{n \text{ mal}} = \left(\frac{5}{6}\right)^n$$

- په هر ه غورځونه کې چې 6 ونه غورځول شي:

برعکس د،، په n - غورځولو کې، چې په هره غورځونه کې ونه غورځول شي،، په دې ډول ده چې،، په n - غورځونو کې ټولټال یو 6 وغورځول شي،، بلکه،، په n - غورځونو کې ټولټال لږ تر لږه یو 6 وغورځول شي،،. موږ اوس دا پېښه E تعریفوو: په n - غورځونو کې ټولټال (په ټولیزه توګه) لږ تر لږه یو 6 غورځوي.

برعکس یې $\bar{E}$ دی: په n - غورځونو کې په ټولیزه توګه 6 نه غورځول کیږي.

$$P(\bar{E}) = \left(\frac{5}{6}\right)^n \text{ د } \bar{E} \text{ احمالوالی همدا اوس پېژنو:}$$

$$P(E) = 1 - P(\bar{E}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n \text{ له دې سره د } E \text{ احتمالوالی دی:}$$

په پوښتنه کونه کې غوښتل شوي ووچې $P(E) \geq 0,90$ باید وي.

$$1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n \geq 0,90 \text{ د } n \text{ عدد غوښتل کیږي (د غورځولو تعداد)}$$

حل یې د ښه بدلو او لوګاریم نیونې له لارې .

$$1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n \geq 0,90 \quad | -1$$

$$\Leftrightarrow -\left(\frac{5}{6}\right)^n \geq -0,1 \quad | \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{5}{6}\right)^n \leq 0,1 \quad | \ln$$

$$\Leftrightarrow n \cdot \ln\left(\frac{5}{6}\right) \leq \ln(0,1) \quad | : \ln\left(\frac{5}{6}\right) \approx -0,18 < 0 \Rightarrow$$

اړیکې $\leq$ په خټ کړی یا وګرځوی

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0,1)}{\ln\left(\frac{5}{6}\right)} \approx 12,629$$

سړی باید سترکی لږ تر لږه 13 - ځله و غورځوي چې د لږ تر لږه 90% اطمینان سره لږ تر لږه 6 لاس ته راوړي. بل ډول یې افاده (وېبڼه): زه اجازه لرم چې زیات له زیاته د 100 څخه په 10 حالتونو کې په 12 - ځله غورځونه کې 6 لاس ته رانه وړم یا ونه غورځوم.

اوم - د تړلو پېښو سره احتمالوالی

تړلی پېښې (چې په یوه عملیه کې سره راغلې وي) تر اوسه یو ګوني پېښې تر پام نیول شوي وي. پېښې سره تړل کېږي هم. پوښتنه: په یوه مسلکي ښوونځي کې 100 زده کوونکي نارینه اوښځینه دي، چې له دوي څخه 87 هسپانوي ژبه (S) او 75 فرانسوي ژبه (F) زده کړې، 70 په دواړو ژبو باندې واک لري (دلته یا په دې معنا چې فرانسوي، اسپانوي یاد واره)

ب - یو زده کوونکی نارینه یا ښځینه توکلي و ټاکل شو.

احتمالوالی وشمیری، چې هغه / هغې هسپانوي یا فرانسوي زده کړې.

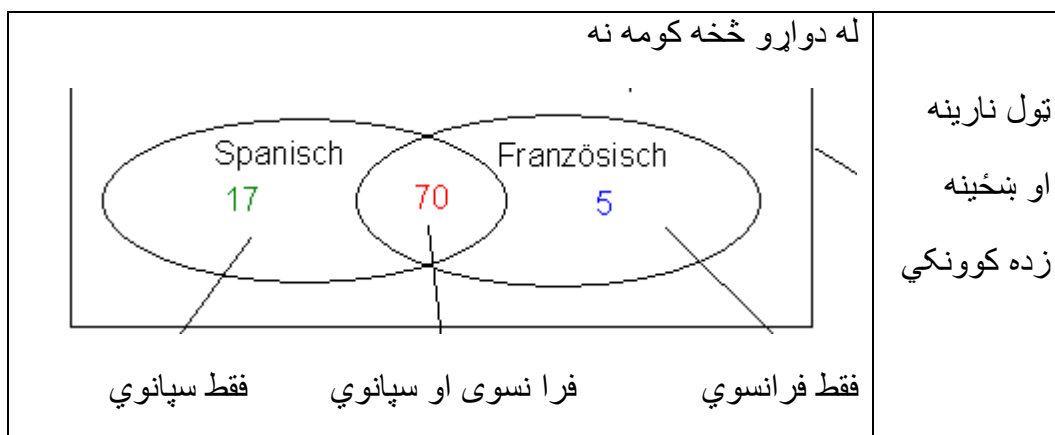
(دلته یا په دې معنا چې هسپانوي، فرانسوي یا دواړه)

ځواب:

الف - همداسې په ساده ډول نه سي کیدی چې د سپانوي او فرانسوي لپاره عددونه سره جمعې کړي، ځکه چې بیا به د زده کوونکو په یوه تعداد $87 + 75 = 162$ راغلي وي.

دا له دې امله ناټیک دی، ځکه چې هغه نارینه اوښځینه زده کوونکي چې سپانوي اوفرانسوي یې زده کړي دوه واره ګڼل (شمیرل) کېږي.

75 زده کوونکي (نارینه ښځینه) د فرانسوي له دوي څخه 70 د اسپانوي سره، پس 5 فقط له فرانسوي سره.	87 زده کوونکي (نارینه اوښځینه) د اسپانوي سره له دې څخه 70 د سپانوي او فرانسوي سره، پس فقط 17 له سپانوي سره.
--	---



دا 70 نارینه او ښځینه زده کوونکي د اسپانوي او فرانسوي ژبو سره په 87 سپانوي ژبو او هم په 75 فرانسوي ژبو کې خوندي دي. که د نارینه او ښځینه زده کوونکو د (87) سپانوي تعداد د نارینه او ښځینه (75) فرانسوي تعداد سره جمعې یا زیات کړو، نو د اسپانوي او فرانسوي ژبو نارینه او ښځینه زده کوونکو تعداد دوه واره وگڼل یا وشمیرل شو. نو له دې امله باید 70 له زیاتون یا جمعې (162) څخه کم یا تفریق شي.

د ښځینه او نارینه زده کوونکو تعداد د سپانوي یا فرانسوي سره:

$$87 + 75 - 70 = 92 \text{ bzw. } 17 + 70 + 5 = 92$$

دا په دې معنا چې، 8 نارینه او ښځینه زده کوونکي په لیسه کې له دې دوه ژبو څخه کومه نه زده کوي (Spracherfüller in Sek I).

ب — لومړۍ په لاندې توګه پېښې تعریفوو:

F: زده کوونکي فرانسوي لروده
S: زده کوونکو سپانوي درلوده

$$P(S \text{ oder } F) = \frac{87 + 75 - 70}{100} = 0,92 \quad \text{احتمالوالی:}$$

د ترم بڼه بدلون سره:

$$P(S \text{ oder } F) = \frac{87}{100} + \frac{75}{100} - \frac{70}{100} = 0,87 + 0,75 - 0,70 = 0,92$$

$\frac{87}{100}$ $\frac{75}{100}$ $\frac{70}{100}$
 $P(S)$ $P(F)$ $P(S \text{ und } F)$

odr یا und د او په معنا.

له دې بیلګې څخه د جمعې یا زیاتون قانون پېژندل کیږي.

د جمعې یا زیاتون قانون:

که یوه پېښه E د پېښو A او B څخه رابوځای شي، چې دا سره غوڅولای هم شي، دا په دې معنا چې ګډې پېښې خوندي لږودی شي لکه په یوه یا- ترڅنه کې، نو باید داپه پامکې ونیل شي، چې دا ګډې پېښې نه دوه ځله په پام راوړل شي.

A او B پېښې دي او باور لري $E = A \cup B$ (د یا - پېښه)

نو د پېښې لپاره احتمالوالی دی

$$P(E) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

په لغاتو کې :

د یوه یا-پېښې احتمالوالی د دواړو پېښو د احتمالوالي مجموعه ده، د او - پېښې په کمښت یا تقریق سره.

بیلګه:

یوه دانه (سترګیز مکعب) دوه واره غورځول کیږي. دوه پېښې کره کیږي یا منځ ته اړځي:

A : د سترګیو عدد یا ګڼ له 3 لوی دی.

B : د سترګیو عدد یو جوړه عدد یا ګڼ دی.

یوه نوې پېښه په لاندې ډول پېښیږي:

C : د سترګیو عدد له 3 لوی یا د سترګیو عدد یو جوړه عدد دی.

پېښه C د A او B یوه د یا - ترڅنه ده. د $P(C)$ احتمالوالی و شمیرئ.

لومړی د A او B پېښه- ډېری یا - ست جوړوو:

$$A = \{4, 5, 6\} ; B = \{2, 4, 6\}$$

د جمعې یا زیاتون قاعدې له امله

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

شمیرل کیږي.

د دې لپاره د نتیجه ډېری ته اړکیږو

$$A \cap B. \quad A \cap B = \{4, 6\}$$

د ځانگړو پېښو احتمالي دي:

$$P(A) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad P(B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad P(A \cap B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

له دې سره د C احتمالي لرو:

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

د نتیجو ټيکاوې ساده ازمويل کېدې شي، داسې چې د $C = A \cup B$ ټولې دېرې جوړه شي اود هغې احتمالي و ټاکل شي.

$$C = A \cup B = \{2; 4; 5; 6\} \Rightarrow P(C) = P(A \cup B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

تمرین:

یوه دانه (سترگیز مکعب) دوه واره غورځول کیږي. دوه پېښې کره کیږي منځ ته اړځي:

A : د سترگیو عدد یا گڼ له 3 لوی دی.

B : د سترگیو عدد یو جوړه عدد یا گڼ دی.

یوه نوې پېښه په لاندې ډول پېښیږي:

C : د سترگیو عدد له 3 لوی یا د سترگیو عدد یو جوړه عدد دی.

پېښه C د A او B یوه د یا - ترڅنه ده. د $P(C)$ احتمالي و شمیرئ. بیلگه :

یوه دانه (سترگیز مکعب) یو وار غورځول کیږي. دوه پېښې کره کیږي یا منځ ته اړځي:

A : د سترگیو عدد یا گڼ له 4 کوچنی دی.

B : د سترگیو عدد 4 یا 5 دی.

یوه نوې پېښه په لاندې ډول پېښیږي:

C : د سترگیو عدد له 4 کوچنی یا د سترگیو عدد 4 دی.

پېښه C د A او B یوه د یا - ترڅنه ده.

د $P(C)$ احتمالي و شمیرئ.

لومړی د A او B نتیجه- ډېرې جوړوو.

$$A = \{1,2,3\} ; B = \{4,5\}$$

د زیاتون قاعدې له مخې

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

شمیرل کیږي.

د دې لپاره د $A \cap B$ نتیجه ډېری $A \cap B = \{ \} = \emptyset$ ته اړیو.

د یوگونو پېښو احتمالوالی دی:

$$P(A) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad P(B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad P(A \cap B) = P(\emptyset) = 0$$

له دې سره به د احتمالوالی وي:

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - 0 = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

یاودنه:

$$\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad \text{که } A \cap B = \{ \} = \emptyset \text{ نو باور لري}$$

تمرین:

له لوب کارتو څخه چې 32 کارتې دي یوه کارته راباسو (Skat).

دا لاندې پېښه کوم احتمالوالی لري؟

E : راوپستلي کارتې د څېرې کارتې ده یا د پشي Kreuzkarte کارتې.

دا تراوسه پېژندل شوي د احتمالوالي شمېرنې قوانینو ټولګه:

S دې د تصادفي تجربې نتیجه ډېری وي.

اول : د ټولو پېښو E لپاره باور لري:

$0 \leq P(E) \leq 1$ ، چې $P(\emptyset) = 0$ او $P(S) = 1$ دي.

دا په دې معنا، چې د یوې منځ ته راتګ احتمالي تګل د 0 او 1 ترمنځ پروت دی او کمیز یا منفي نه شي کېدی.

دویم: که $E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ وي، نو $P(E) = P(e_1) + P(e_2) + \dots + P(e_n)$ باور لري (بیلګه دانه یا سترګیز مکعب)

دریم: د ټول A او B پېښو لپاره باور لري

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

څلورم: د ټول C پېښو لپاره باور لري: $P(\bar{C}) = 1 - P(C)$ (پېښې او برعکس یا مخامخ پېښې)

د تمرینونو حل (اوبی): ؟؟؟؟؟؟؟

یوه دانه (سترګیز مکعب) یو وار غورځول کیږي. دوه پېښې کره کیږي یا منځ ته اړځي:

A : د سترګیو عدد یا ګڼ له 4 لوی دی.

B : د سترګیو عدد له 1 لوی دی.

یوه نوي پېښه په لاندې ډول پېښیږي:

C : د سترګیو عدد له 4 لوی یا د سترګیو عدد ناجوره او یا له 1 لوی دی.

پېښه C د A او B یوه د یا - ترڅنه ده.

د $P(C)$ احتمالي وټاکئ.

لومړی د A او B نتیجې جوړوو.

$$A = \{5; 6\} \quad B = \{3; 5\}$$

د جمعې قانون له مخې اوس شمېرو:

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

د دې لپاره د $A \cap B$ نتیجه ډېری یا نتیجه سټ $A \cap B = \{5\}$ ته اړتیا لرو.

د یوګونو پېښو احتمالي دی:

$$P(A) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad P(B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

له دې سره د C احتمالي دی:

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{2}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

د تمرین حل (اوبی) :

یوه دانه (سترگیز مکعب) یو وار غورځول کیږي. دوه پېښې کره کیږي یا منځ ته اړځي:

A : د سترگیو عدد یا گڼ له 4 کوچنی دی.

B : د سترگیو عدد 4 یا 5 دی.

یوه نوې پېښه په لاندې ډول پېښیږي:

C : د سترگیو عدد له 4 کوچنی یا د سترگیو عدد 4 دی.

پېښه C د A او B یوه د یا - ترنه ده.

د (C) P احتمالوالی و شمیرئ.

تمرین:

یوه کارته له یوه لوبو کړتو څخه، چې ۳۲ کارتې لري راباسل کیږي (سکات) لاندې پېښه کوم احتمالوالی لري؟

E : راباسل شوي کارته یا څیره کارتې ده او یا یوه د پشي کارته.

دا پېښه E یو د او-ترنه ده د پېښو څخه:

A : غوښتونکي کارته یو څیره کارته ده.

B : پلټونکي کارتې یوه د پشي کارته ده.

لومړی د A او B پېښو ممکنه تعداد ټاکو.

A : له ټولو 32 کارتو څخه ۱۲ څیره کارتې دي.

B : له ټولو 32 کارتو څخه ۸ د پشي کارتې دي.

د زیاتون قاعدې یا د جمعې قاعدې له مخې شمېرل کیږي:

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

د دې لپاره د $A \cap B$ ممکنه پېښو ته اړتیا لرو.

$A \cap B$: د پشي ۳ څیره کاتي شتون لري (غلام، ماتکه، پاچا)

د یوگونو پېښو احتمالوالی دی:

$$P(A) = \frac{12}{32} \quad P(B) = \frac{8}{32} \quad P(A \cap B) = \frac{3}{32}$$

له دې سره د C احتمالوالی دی:

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{12}{32} + \frac{8}{32} - \frac{3}{32} = \underline{\underline{\frac{17}{32}}}$$

اتم - شرطيز احتمالوالی

شرطيز احتمالوالی

د سترگي (سترگيز مکعب) په زیات-خُله غورخونی کې چې د 1 او 6 ترمنځ یو ټاکلی عدد و غورخوي د پخوانی غورخونی په واک نی ده دی.

هره غورخونه د تېري غورخونی خپلواکه ده. د
دې برعکس یا په څټ که له یوه مرتبان ، چې د بېلگې په توگه د دوه رنگونو سره
غونډاري په کې پراته وي یو په بل پسې یو غونډاری بې له بېرته وراجوني راووستل شي،
نو د یوې ټاکلې پېښې احتمالوالی د تېري پېښې په واک کې دی.

په دې حالت کې د شرطيز احتمالوالي څخه غږېږو.

پیل بیلگه:

په یوه مرتبان کې 100 غونډاري (غونډسکې) پراته دي.

70 غونډاري له له لږگیزو موادو جوړ دي او 30 غونډاري له مصنوعي موادو.

25 د لږگي غونډاري سره او 45 شنه دي .

10 له پلاستیک جوړ غونډاري سره دي او 20 شنه.

لاندې پېښې تعریفېږي:

A : غونډاری له لږگي دی. $\bar{A}$: غونډاری له مصنوعي موادو جوړ دی.

B : غونډاری سور دی. $\bar{B}$: غونډاری شین دی.

غونډاري دوه نڅېنې لري د هر دوه ډولونو یا ارزښتونو سره

Merkmal I	Ausprägung	Merkmal II	Ausprägung
Material	A: Holz	Farbe	B: rot
	$\bar{A}$: Kunststoff		$\bar{B}$: grün

پورته له کین پورته څخه کښته په ترتیب ښي لورته:

نڅینه ۱، مواد، په نڅینه ونه یا نڅینه ورنه، لرگی، مصنوعي مواد، نڅینه ۲ رنگ، نښه ورنه، سور، شین.

دا شي حالت کیدی شي په یوه ډېر پټي ډوله یا ډېر مخیزه تخته انځور شي. نور لغات له پورته واخلی او دا پاتې یې جمعه یا زیاتون دی.

		Merkmal II (Farbe)		Summe
		B: rot	$\bar{B}$: grün	
Merkmal I Material	A: Holz	25	45	70
	$\bar{A}$: Kunststoff	10	20	30
Summe		35	65	100

له مرتبان څخه یو غونډاری توکلي راوستل کیږی.

د تختې د داتا سره کیدی شي لاندې احتمالوالی سیده و شمیرل شي:

$$P(A) = \frac{70}{100} = \frac{7}{10} = 0,7$$

$$P(\bar{A}) = \frac{30}{100} = \frac{3}{10} = 0,3$$

$$P(B) = \frac{35}{100} = \frac{7}{20} = 0,35$$

$$P(\bar{B}) = \frac{65}{100} = \frac{13}{20} = 0,65$$

$$P(A \cap B) = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$P(A \cap \bar{B}) = \frac{45}{100} = \frac{9}{20} = 0,45$$

$$P(\bar{A} \cap B) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0,1$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{20}{100} = \frac{2}{10} = 0,2$$

اړونده ډېر مخیزه (ډېر ساحه وي) تخته

	B	$\bar{B}$	Summe
A	$P(A \cap B) = 0,25$	$P(A \cap \bar{B}) = 0,45$	$P(A) = 0,7$
$\bar{A}$	$P(\bar{A} \cap B) = 0,1$	$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,2$	$P(\bar{A}) = 0,3$
Summe	$P(B) = 0,35$	$P(\bar{B}) = 0,65$	1

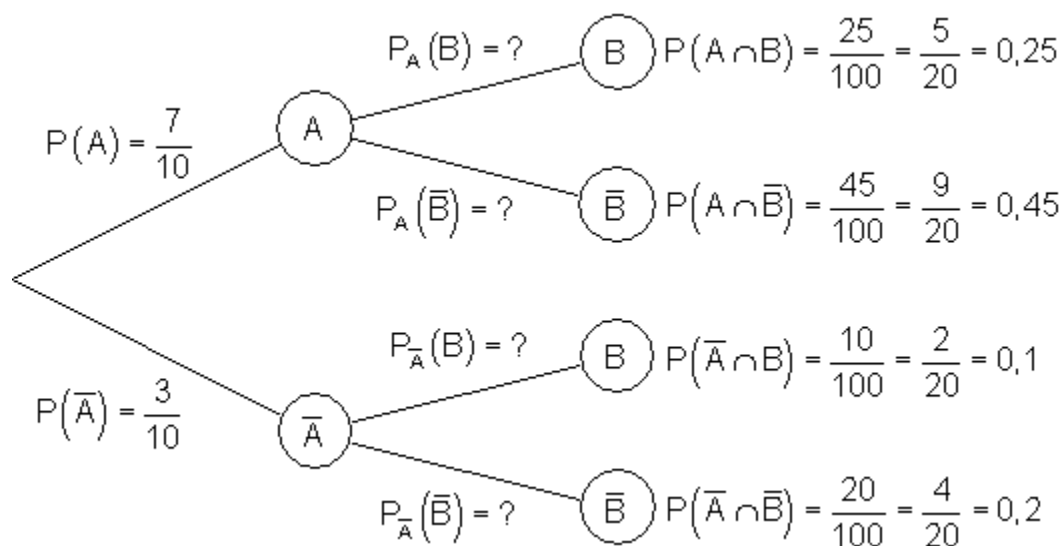
یو څوک یو غونډاری را وباسي اوله لاس سره یې احساسوي، چې دا غونډاری له پلاستیک جوړ دی.

د دې لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، چې د ده په لاس کې غونډاری شیندی؟

دا احتمالوالی نه دی، چې له هغې سره سړی له مرتبان څخه شین پلاستيکي غونډاری را وباسي.

له ډېر تخته جوړ جدول څخه نه شي کېدی غوښتل شوی احتمالوالی وشمېرل شي.

د یوې پېښو ونې سره اوس کېدی شي دا احتمالوالی روښانه شي.



اړيکې $P_A(B)$ په دې معنا دي چې:

د B احتمالوالی د شرایطو لاندې، چې A پېښه منځ ته راغلي ده.

دا احتمالوالی شرطیز احتمالوالی یا ،، احتمالوالی د شرط سره،، بولو.

نسبت پوښتنې کولو ته $P_{\bar{A}}(\bar{B})$ غوښتل کیږي.

په ویونو (لغاتو) : احتمالوالی څومره لوي د یوه شنه غونډاري د راوستنې لپاره، که سړی پوه شي چې راوستلی غونډاری د پلاستیک دی.

د یو احتمالوالی په لټه کې یو، چې دیوه شرط په واک کې وي.

په دې حالت کې شرط دی؛ راوستلی غونډاری پلاستیک دی. د دې لپاره چې په ونه دیاگرام کې پاتې احتمالوالی وشمېرلی شو، د تار ضرب قانون څخه مار اخلو:

$$P(A) \cdot P_A(B) = P(A \cap B) \Leftrightarrow P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

قانون، له هغه چې د شرط احتمالوالی شمېرل کیږي د انګرېزي شمېرپوه توماس بای Thomas Bayes (1702 – 1761) پسې ځي او له دې امله د بای-قانون Bayes په نامه یادېږي او یا د بای جملې په نامه.

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

که A او B پېښې وي د $P(A) \neq 0$ سره، نو باور لري:

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{5}{20} : \frac{7}{10} = \frac{5 \cdot 10}{7 \cdot 20} = \frac{5}{14} \approx 0,36$$

$$P_A(\bar{B}) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(A)} = \frac{9}{20} : \frac{7}{10} = \frac{9 \cdot 10}{7 \cdot 20} = \frac{9}{14} \approx 0,64$$

$$P_{\bar{A}}(B) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{2}{20} : \frac{3}{10} = \frac{2 \cdot 10}{3 \cdot 20} = \frac{1}{3} = 0,3\bar{3}$$

$$P_{\bar{A}}(\bar{B}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{A})} = \frac{4}{20} : \frac{3}{10} = \frac{4 \cdot 10}{3 \cdot 20} = \frac{2}{3} = 0,6\bar{6}$$

که څوک پوه وي، چې راوستلی غونډاری د پلاستیک جوړدی، نو د دې لپاره احتمالوالی ،

چې شين رنگ راباسل شي، دی: $2/3$. د دې برعکس دیوه شنه پلاسفيک غونډاري راوستل $0,2$ دی.

يو بل ډول ورننوتنه:

يو مرتبان درې شنه او دوه سره غونډاري خوندي لري.

دوه غونډاري يو بل پسې بې له بېرته وراچولو راوستل کيږي.

A : په لومړۍ راوستنه کې شين راوستل کيږي.

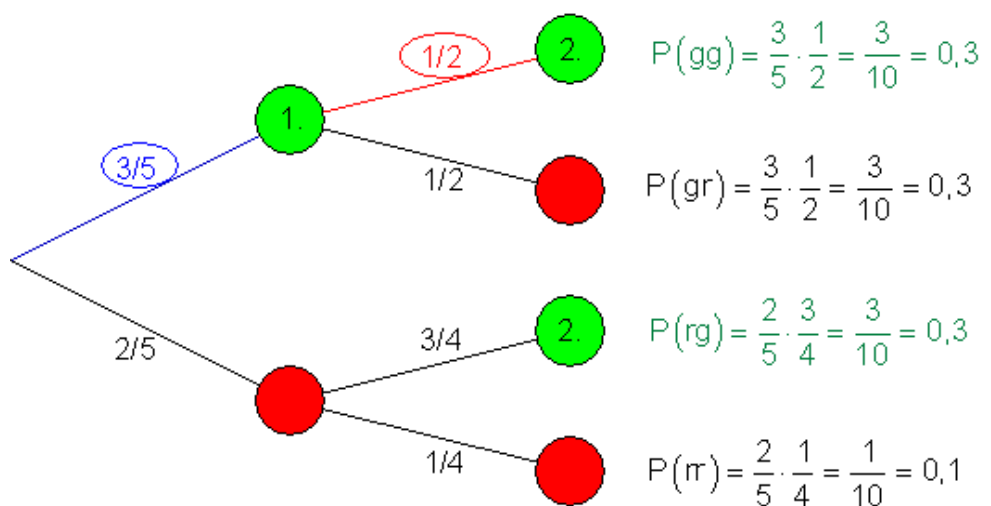
B : په دويمه راوستنه کې شين راوستل کيږي.

C: شين په لومړۍ او دويمه راوستنه کې شين راوستل کيږي.

D : شين په دويمه راوستنه کې له دې امله راوستل کيږي، چې شين په لومړي ځل تيار راوستل شوی وي.

د ټولو پېښو احتمالي تاکل کيږي.

د ونې دياگرام د تار احتمالي سره دا اړوندوالی روښانه کوي.



د ونه دياگرام څخه لاندې نتيجه لاس ته راځي:

په لومړۍ راوستنه کې شین : $P(A) = 3/5 = 0,6$ او

$$P(B) = \frac{3}{10} + \frac{3}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = 0,6$$

په دویمه راوستنه کې شین:

په لومړۍ راوستنه کې شین او دویمه راوستنه کې شنه لپاره د تار ضرب قانون له مخې لرو:

$$P(C) = P(A \cap B) = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$$

$P(D) = 1/2$ لوستل کيږي.

د $P(D)$ ارزښت مو په لاندې ډول لاس ته راوړ:

د نیونو (فرضیو) لاندې چې په لومړۍ راوستنه کې سپین راوه ووتل شو، او نور دوه شنه او دوه سره غونډاري په مرتبان کې شتون لري.

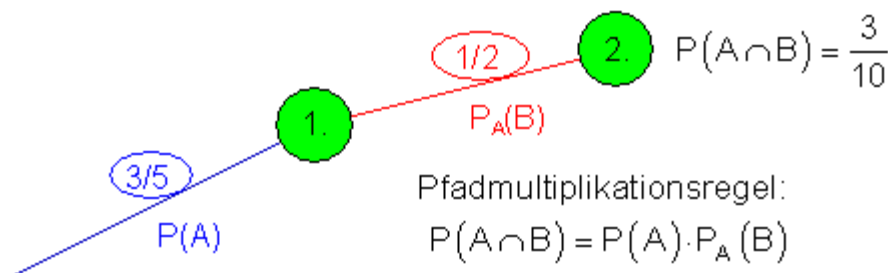
د شنه راوستنې لپاره په دویمه راوستنه کې $1/2$ دی.

د D احتمالي لپاره (شین په دویمه راوستنه کې) د نیونو (فرضیو) (شین په لومړۍ راوستنه کې) چې A منځ ته راغلی، په نخبونه یا نخبه کونه $P(D) = P_A(B)$ ټاکل کيږي.

$$P_A(B) = \frac{1}{2} \quad \left(\neq P(B) = \frac{3}{5} \right)$$

په انځور شوي حالت کې باور لري:

د پسي کتنې لپاره د تارډیاگرام د برخې (قطاع) په جوړ کې ده، داسې چې $P_A(B)$ منځ ته راشي.



پوښتنه د احتمالوالي $P_A(B)$ پسي کيږي، نو پورته مساوات په لاندې ډول بڼه بدلېدې شي:

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad \text{für } P(A) \neq 0$$

$P_A(B)$ د B يو احتمالوالی دی د شرایطو لاندې، چې A تیاره منځ ته ارغلی دی.

موږ دا قانون د مخ ته پرته نتيجې سره ازمايو

$$\frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{3}{5}} \Rightarrow P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{3}{5}} = \frac{3 \cdot 5}{3 \cdot 10} = \frac{1}{2}$$

د دې مرتبان تجربې څخه (دېرواره راوستل بې له بېرته وراچونې) روښانه څرگندېږي، چې چې د هرو بلو يا نورو راوستنو احتمالوالی د مخه تيرې راوستنې په واک کې دی. په داسې حالت کې سړی وايي، چې نتيجې يو د بل په واک کې دي (يو د بل تابع دي).

د پيښو خپلواکوالی

د يوه مرتبان تجربې سره (دېرواره راوستنه د بېرته وراچونې سره)، بيل شرایط تل بېرته منځ ته راځي يا ساتل کيږي، چې د هرې پسي راوستنې لپاره شرایط برابر پاتې کيږي، لکه د لومړۍ راوستنې شرایط.

په داسې حالت کې سړی وايي، چې پيښې يو له بل خپلواکې دي.

يو مرتبان درې شنه او دوه سره غونډاري خوندي لري.

دوه غونډارۍ پرلپسې د بېرته ايښونې يا وراچونې راوستل کيږي.

څلور پيښې تعريفېږي:

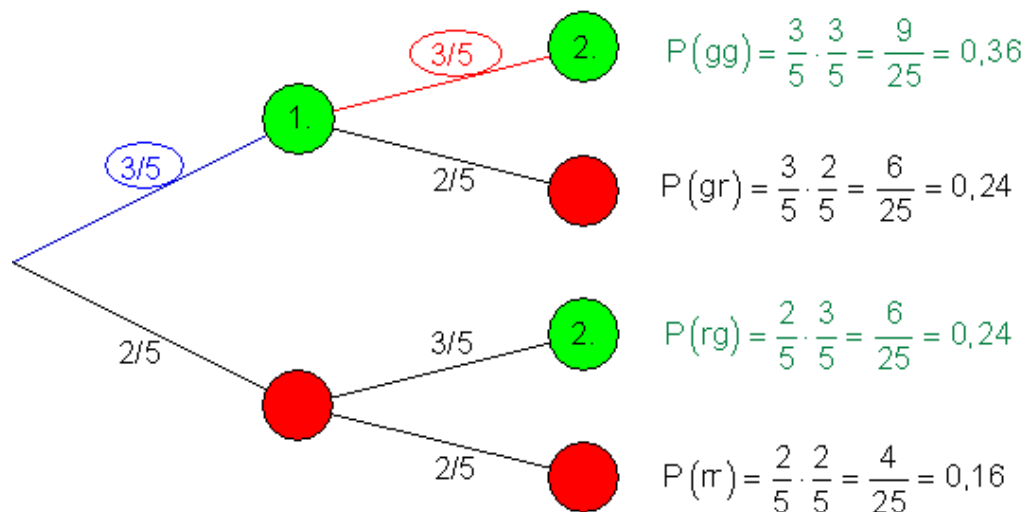
A : په لومړۍ راوستنه کې شين راوستل کيږي.

B : په دويمه راوستنه کې شين راوستل کيږي.

N: شين په لومړۍ او دويمه راوستنه کې راوستل کيږي.

D: شين په دويمه راوستنه کې راوستل کيږي، په دې شرط، چې گرون هودا اوس په لومړۍ راوستنه کې راوستل شوی دی.

ونه دياگرام د اړونده تارونو احتمالي سره :



له ونې دياگرام څخه لاس ته راځي:

په لومړۍ راوستنه کې شين: $P(A) = \frac{3}{5} = 0,6$

په دويمه راوستنه کې شين: $P(B) = \frac{9}{25} + \frac{6}{25} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} = 0,6$

د شنه لپاره په لومړۍ راوستنه کې او شين لپاره په دويمه راوستنه کې د تار ضربقانون له مخې لاس ته راځي

$$P(C) = P(A \cap B) = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$$

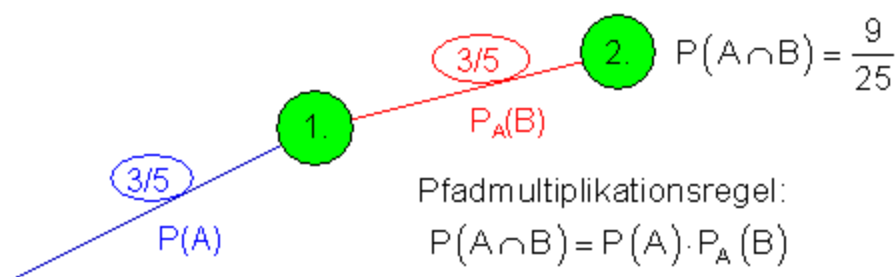
لوستل کيږي. $P(D) = \frac{3}{5}$

احتمالوالی یو شین غونډاری چې راوباسو برابر پاتیري، ځکه چې د غونډاري د بېرته وراچونې سره پیل حالت بېرته برقراریري.

د دویم ځل د شنه راوستنې لپاره همغه د لومړي ځا د راوستنې سره بېرته برابریري $P(D) = P_A(B)$ دی.

د ونې دیاگرام څخه یوه برخه:

په لاندې کې Pfadmultiplikaionsregel د تار ضربقانون په معنا دی.



د نتیجو په لیستکونه راکوي:

$$P_A(B) = P(B) \quad P(A) = \frac{3}{5} \quad P_A(B) = \frac{3}{5} \quad P(B) = \frac{3}{5}$$

نو لرو:

له دې سره د تار ضربقانون لپاره باور لري:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

که ولرو $P_A(B) = P(B)$ ، نو د پېښې A پېښېدنه د B احتمالوالی باندې کومه اغیزه نه لري.

سړی وايي، چې پېښه A او B یو له بل خپلواکي دي.

خپلواکي پېښې:

پېښه B له پېښې A خپلواکه ده، که د A د پېښېځه د B د پېښېځه د لپاره احتمالوالی بې اغېزه وي (خپلواک).

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad \text{د} \quad P_A(B) = P(B) \quad \text{باور لري: سره.}$$

ب

یلکه: له مرتبان راوستنه د بیرته وراچونې سره.

په یاد ولری: د دوه پېښو A او B پېښې د یو له بل خپلواکوالی ښوونې لپاره په لاندې توګه مخ ته خو:

شمیرل کیري $P(A \cap B)$ او $P(A); P(B)$

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}, \quad \text{د} \quad P_A(B) = P(B) \quad \text{باور لري: سره.}$$

نو پېښې A او B یو له بل خپلواکې دي، په بل حالت کې یا پرته له دې پېښې A او B یو د بل په واک کې دي. په ونه دیاګرام کې د پېښو خپلواکوالی له دې څخه پېژندل کیري، داسې چې په دویمه پوړۍ کې د ونې دیاګرامونه برابر دي. که بر عکس یاپه څټ دا یو له بل مختلف وي، نو پېښې بیا یو د بل په واک کې دي.

بیلګه ۱: د یوه ښه جوړ شوي (ideal) سترګیز (سترګیز مکعب) په لاندې توګه رنگه شوي دي.

دوه اړخونه دسره رنگ سره او دوه د شنه رنگ سره رنگین شوي. یوه اړخ سطحه توره او بله اسماني رنگ شوي دي.

غونډارۍ دوه واړه غورځول کیري. لاندې پېښې تعریفیري:

A: په لومړۍ اچونې سره رنگ سور یا تور لویږي یا منځ ته راځي.

B: په دویمه غورځونه کې رنگونه شین یا تور را څرګندیري.

و څیړی، چې پېښې A او B یو له بل خپلواکې دي؟

له مخه پام یا فکر کونه: $P(r) = P(g) = 2/6 = 1/3$ او $P(s) = P(b) = 1/6$

د $P(A)$; $P(B)$ او $P(A \cap B)$ شمېرنه

$$P(A) = P(r) + P(s) = 1/3 + 1/6 = 1/2 \quad \text{په خوښه } x = A = \{(rx); (sx)\}$$

$$P(B) = P(g) + P(b) = 1/3 + 1/6 = 1/2 \quad \text{په خوښه } x = B = \{(xg); (xb)\}$$

$$\begin{aligned} A \cap B &= \{(rg); (rb); (sg); (sb)\} \Rightarrow P(A \cap B) = P(rg) + P(rb) + P(sg) + P(sb) \\ &= \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{6} + \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{4}{36} + \frac{2}{36} + \frac{2}{36} + \frac{1}{36} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\text{نتیجه: } P(A) = \frac{1}{2}; P(B) = \frac{1}{2}; P(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

دوه پېښې A او B یو له بل خپلواکې دي، که باور ولري:

لاندې الماني: خپلواکوالی

$$P_A(B) = P(B) \quad \left| \begin{array}{l} P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \\ P(B) = \frac{1}{2} \end{array} \right| \Rightarrow P_A(B) = P(B) = \frac{1}{2} \quad \text{Unabhängigkeit}$$

نتیجې A او B یو له بل خپلواکې دي.

بیلگه ۲: یو سترگی دیوه درېگودي اهرام په بڼه څلور برابري لویې سطحې لري د عدد ۱; ۲; ۳; ۴ (څلوریزه یا څلور اړخیزه سترگی) سره.

دا سترگی درېواړه غورځول کيږي. لاندې پېښې تعریفیږي:

A : په لومړۍ غورځونه کې عدد ۱ یا ۲ راښکاره کيږي (راوځی) او په دویمه غورځونه کې ۱ یا ۲.

B : به دویمه غورځونه کې بل عدد لکه په لومړۍ غورځونې کې.

و څېړی، چې ایا پېښې A او B یو له بل خپلواکې دي.

له مخه پام یا فکر کونه : $P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = 1/4$

د $P(A); P(B)$ او $P(A \cap B)$ شمېرنه

$$A = \{(1|1); (1|2); (1|4); (2|1); (2|2); (2|4)\} \Rightarrow P(A) = 6 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$$

$$B = \{(1|2); (1|3); (1|4); (2|1); (2|3); (2|4); (3|1); (3|2); (3|4); (4|1); (4|2); (4|3)\}$$

$$\Rightarrow P(B) = 12 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$A \cap B = \{(1|2); (1|4); (2|1); (2|4)\} \Rightarrow P(A \cap B) = 4 \cdot \frac{1}{16} = \frac{1}{4}$$

$$\text{نتیجه: } P(A) = \frac{3}{8}; P(B) = \frac{3}{4}; P(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

دوه پېښې A او B یو له بل خپلواکې دي، که باور ولري:

لاندې الماني: بلواکوالی

$$P_A(B) = P(B) \left| \begin{array}{l} P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{8}} = \frac{2}{3} \\ P(B) = \frac{3}{4} \end{array} \right| \Rightarrow P_A(B) = \frac{2}{3} \neq P(B) = \frac{3}{4}$$

Abhängigkeit

پېښې A او B یو د بل په واک کې دي.

بیلگه ۳: په یوه ښوونځي کې یوې ټول پوښتنې د زده کوونکو خوراک په هکله پوښتنې ځواب دا نتیجه ورکړې، چې د ټول زده کوونکي 45% په مزه شگولاد خوري.

د ټولو زده کوونکو څخه 55% نور خواږه غوره گڼي.

د ټولو زده کوونکو څخه 60% وویل چې خويندې وروڼه لري.

د ټول زده کوونکو 27% د خويندو وروڼو سره د زړه له کومې شکولاد خوري.

د شکولادو جوړونکي مینه یا علاقه لري، چې ایا زده کوونکي د خويندو وروڼو سره د شکولادو د خوراک لپاره ځاگړی له مخه مینه لري.

واقعیت دی، چې خويندو وروڼو سره زده کوونکي، د شکولادو خوراک سره د (مخه) مینې لرلو له امله اغیزه لري؟

د داتا منځ ته راتگ په یوه څلور مخیزه تخته کې انځور کړي

	B	$\bar{B}$	Summe
A	$P(A \cap B) = 0,27$	$P(A \cap \bar{B}) = 0,33$	$P(A) = 0,6$
$\bar{A}$	$P(\bar{A} \cap B) = 0,18$	$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,22$	$P(\bar{A}) = 0,4$
Summe	$P(B) = 0,45$	$P(\bar{B}) = 0,55$	1

د پېښې اړونده نتيجې دي:

A : زده کوونکي خويندې وروڼه لري.

B : زده کوونکي د زړه له کومې شکولاد خوري.

په بلواکوالي يې ازمایښت:

$$\left. \begin{array}{l} P(A) = 0,6 \\ P(B) = 0,45 \\ P(A \cap B) = 0,27 \end{array} \right| \Rightarrow P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,27}{0,6} = 0,45 = P(B)$$

پېښې یو له بل څخه خپلواکي دي.

دا په دې معنا، چې که زده کوونکي خويندې وروڼه ولري که نه د شکولادو لپاره مخ دمخه مینه باندې اغیزه نه لري..

بیلگه ۴:

د څلور اړخیزې تختې او ونې دیاگرام سره

یو مسلکي ښوونځی 1000 زده کوونکي لري. څلورمخیزه تخته په دې هکله معلومات ورکوي، چې پېژده کوونکي ملفونونه څنگه وېشل شوي دي.

جمع	$\bar{B}$: نارینه	B: ښځینه
807	397	410
193	79	114
1000	476	524

A: یو ملفون لري :
 $\bar{A}$: ملفون نه لري
 جمع

الف – نسبي ډېروالي وشمیرئ او دا په یوه نوې څلورمخیزه تخته کې ولیکئ.

ب – د یوه څلور تخته یز جدول او ونې دیام ترمنځ اړیکو په ګټه اخستني ونې رسم کړئ.

پ – ټول شرطیز احتمالي وشمیرئ او دا په ونه دیاگرام کې ولیکئ.

ت – د ټولو زده کوونکو د ټولګې څخه ټولګی یو زده کوونکی داسې ټاکل کيږي.

یو – د کوم احتمالي سره دا کس ملفون نه لري؟.

دوه – د کوم احتمالي سره دا کس ښځینه دی؟

درې – که ټاکلی کس ملفون نه لري، د کوم احتمالي سره دا کس نارینه دی؟

څلور – که یو ټاکلی کس ښځینه وي، د کوم احتمالي سره دا یو ملفون لري؟

پنځه – ایا دنر- ښځیوالي (جنس) او ملفون ترمنځ اړیکي شتون لري؟

خواب :

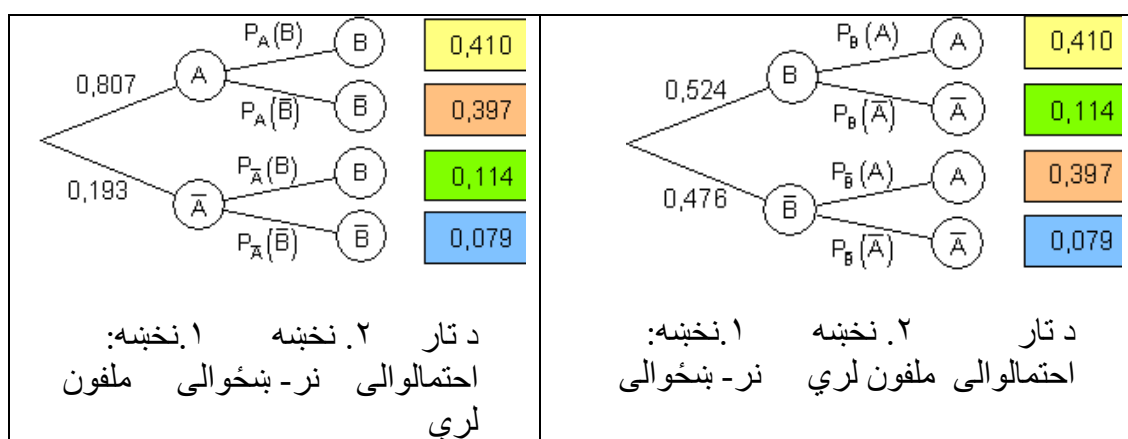
الف –

	B بنځینه	$\bar{B}$ نارینه	جمعه
A : ملفون لري	0,410	0,397	0,807
$\bar{A}$: ملفون نه لري	0,114	0,079	0,193
جمعه (زیاتون)	0,524	0,476	1

ب -

A : یو ملفون لري $\bar{A}$: یو ملفون نه لري

B : زده کوونکی بنځنه دی $\bar{B}$: زده کوونکی نارینه دی.

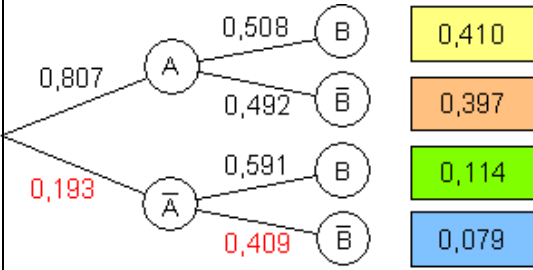
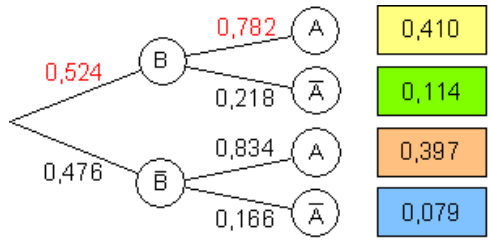


پ -

د شرطیزو احتمالوالو شمیرنه

احتمالوالی، چې له څلورمخیز جدول څخه لوستل کيږي او او په پېښو تماميږي

	B	$\bar{B}$	
A	$P(A \cap B) = 0,410$	$P(A \cap \bar{B}) = 0,397$	$P(A) = 0,807$
$\bar{A}$	$P(\bar{A} \cap B) = 0,114$	$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,079$	$P(\bar{A}) = 0,193$
	$P(B) = 0,524$	$P(\bar{B}) = 0,476$	

$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,410}{0,807} \approx 0,508$ $P_A(\bar{B}) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(A)} = \frac{0,397}{0,807} \approx 0,492$ $P_{\bar{A}}(B) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{0,114}{0,193} \approx 0,591$ $P_{\bar{A}}(\bar{B}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{A})} = \frac{0,079}{0,193} \approx 0,409$	$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,410}{0,524} \approx 0,782$ $P_B(\bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{0,114}{0,524} \approx 0,218$ $P_{\bar{B}}(A) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{0,397}{0,476} \approx 0,834$ $P_{\bar{B}}(\bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{0,079}{0,476} \approx 0,166$
A : زده کوونکی ملفون لري B : زده کوونکی بنځینه دی.  1. Merkmal: Handybesitz 2. Merkmal: Geschlecht Pfadwahrscheinlichkeiten ۱. نځینه: ۲. نځینه ملفون لري نرېنځوالی د تار احتمالوالی	$\bar{A}$: زده کوونکی ملفون نه لري $\bar{B}$: زده کوونکی نارینه دی  1. Merkmal: Geschlecht 2. Merkmal: Handybesitz Pfadwahrscheinlichkeiten ۱. نځینه: ۲. نځینه ملفون لري نرېنځوالی د تار احتمالوالی

ت – غوښتونکي یا پلټونکي احتمالوالی کیدی شي اوس سیده له ونې دیاگرامه ولوستل شي

$$P(\bar{A}) = 0,193 \quad ۱.$$

یو توکلي ټاکل شوی کس د 0,193 احتمالوالی سره یو ملفون نه لري.

$$P(B) = 0,524 \quad ۲.$$

یو توکلي ټاکل شوی کس د 0,524 احتمالوالی سره یو بنځینه دی

$$P_{\bar{A}}(\bar{B}) = 0,409 \quad ۳.$$

یو توکلي ټاکل شوی کس، چې له هغه پوهیږو، هغه ملفون نه لري،، د 0,409 احتمالوالی سره نارینه دی.

$$P_B(A) = 0,782 \quad ۴.$$

یو توکلي ټاکل شوی کس، چې پوهیږو چې ښځینه دی، د 0,782 احتمالوالی سره یو ملفون لري

۵: د په واکوالي ازماښت (د جنس او ملفون لرنې ترمنځ اړیکو کې) پېښه B له پېښې A خپلواکه ده که باور ولري:

$$P_A(B) = P(B)$$

په بل حالت کې پېښې یو د بل په واک کې دي.

دا ترشوسه مخ ته پرته نتيجو څخه کېدی شي وښوول شي:

$$P_B(A) \approx 0,782 \neq P(A) = 0,807 \quad P_{\bar{B}}(A) \approx 0,834 \neq P(A) = 0,807$$

$$P_B(\bar{A}) \approx 0,218 \neq P(\bar{A}) = 0,193 \quad P_{\bar{B}}(\bar{A}) \approx 0,166 \neq P(\bar{A}) = 0,193$$

دا په دې معنا، چې په ټول حالتونو کې د جنس او ملفون لرنې تر منځ بلواکوالی شتون لري.

د ونې دیاگرام څخه کېدی شي د پېښو بلواکوالی سیده ولوستل شي، ځکه چې د دویمې پورې ترخونې یو له بل مختلفي دي.

که د یوه څلور اړخیز جدول اړیکې مو د ونې دیاگرام سره درک کړې وي، نو کېدی شي داسې پوښتنې د لږ زیار سره هم حل کړوای شو. دا به اوس لاندې بېلگه وښايي.

بېلگه ۵:

د انټرنټ زیات کاروونکي د Spam- Mails څخه شکایت کوي یا گېله من دي. نیسو چې په 1% ښو او 40% سېم-مېل (برېښنالیک) Spam- Mails کې لغات “Viagra” مخ ته راځي.

پرتله له دې دې 10% برېښنالیکنه ښه او 90% دې سېم وي. احتمالوالی څومره لو دی، چې یو برېښنالیک، له هغه پوهیږو چې په هغه کې دا لغات “Viagra” ویاگرا،، مخ ته راځي، یو سېم برېښنالیک دی؟

پېښه:

A: برېښنالیک لغات،، ویاگرا،، لري

$\bar{A}$: برېښنالیک لغات،، ویاگرا،، نه لري

B : سپیم - برېښنا لیک : $\bar{B}$: ښه برېښنا لیک

د دې لړلو داتا سره د څلور مخیز جدول ایښول.

د% ارزښتونه نسبي ډېروالی په ګوته کوي (احتمالوالی)

د 90 % سپیم په دې معنا چې د سپیم مجموعه = 0,9

10% ښه برېښنا لیکونه په دې معنا چې مجموعه ښه برېښنا لیکونه = 0,1

40% سپیم برېښنا لیک د ویاګرا سره په دې معنا چې $0,9 \times 0,4 = 0,36$

10% ښه برېښنا لیکونه د ویاګرا سره په دې معنا چې

$$= 0,1 \times 0,01 = 0,001$$

سړی کړی شي دا پاتې ارزښتونه وشمیري، ځکه چې مجموعه یې معلومه ده.

	د سپیم-مایل	ښه مایل	مجمعه
	Spam-Mail	Gute Mail	Summe
د ویاګرا سر mit Viagra	0,36	0,001	
بې له ویاګرا			
Summe عه	0,9	0,1	1

$0,9 - 0,36 = 0,54$ $0,1 - 0,001 = 0,099$	سپیم بې له ویاګرا ښه برېښنا لیک بې ویاګرا
--	--

$0,36 + 0,001 = 0,361$	د ټولو ب ل مجموعه له وياگرا
$0,54 + 0,099 = 0,639$	د ټولو ب ل بي وياگرا

د دې ارزښتونو سره اوس څلورمخيزه جدول پوره شو.

	سپيم-مايل B: Spam-Mail	بنه -مايل $\bar{B}$: Gute Mail	Summe مجمعه
د وياگرا سره A: mit Viagra	0,36	0,001	0,361
بي له وياگرا	0,54	0,099	0,639
Summe مجمعه	0,9	0,1	1

پوښتنکون په دې ډول ده:

احتمالوالی څومره لوي دی، چې يو برېښنالیک، په کوم کې چې ،، وياگرا،، ده، سپيم دی؟

نو غوښتونکی د B احتمالوالی دی د شرايطو لاندې، چې A رامنځ ته شوي وي.

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$\text{mit } P(A \cap B) = 0,36 \text{ und } P(A) = 0,361 \text{ ist } P_A(B) = \frac{0,36}{0,361} \approx 0,997$$

$$P_A(B) = \frac{0,36}{0,361} \approx 0,997 \quad \text{د } P(A \cap B) = 0,36 \text{ او } P(A) = 0,361 \text{ سره دی}$$

دا په دې معنا چې په 99,7% ټولو حالتونو کې ، په کوم کې چې ویاګرا منځ ته راغلي یو سپیم -مایل دی.

تمرین :

جدول د یوې فیروما میرمنې شو سړي بڼایي، چې په (سګرټ) سکونکو او نه سکونکو وېشل شوي.

A: سکونکی	B : بڼخینه		B̄ : نارینه	جمعه
	200	800		
Ā : نه سکونکی	300	200	1000	500
	500	1000		
جمعه				1500

الف - احتمالوالی وشمیرئ، چې یو کس سره مخامخ شي، چې سکونکی دی

ب - احتمالوالی وشمیرئ، چې د یوې بڼخې سره مخامخ شي،

پ - احتمالوالی وشمیرئ، چې د یوې سکونې سره مخامخ شي.

ت - دوی د یوې بڼخې سره مخامخ کيږي، د کوم احتمالوالي سره دا سکونکي ده؟

ټ - و ازمایئ، چې ایا پېښې A او B یو د بل په واک کې دي؟

ټولګه:

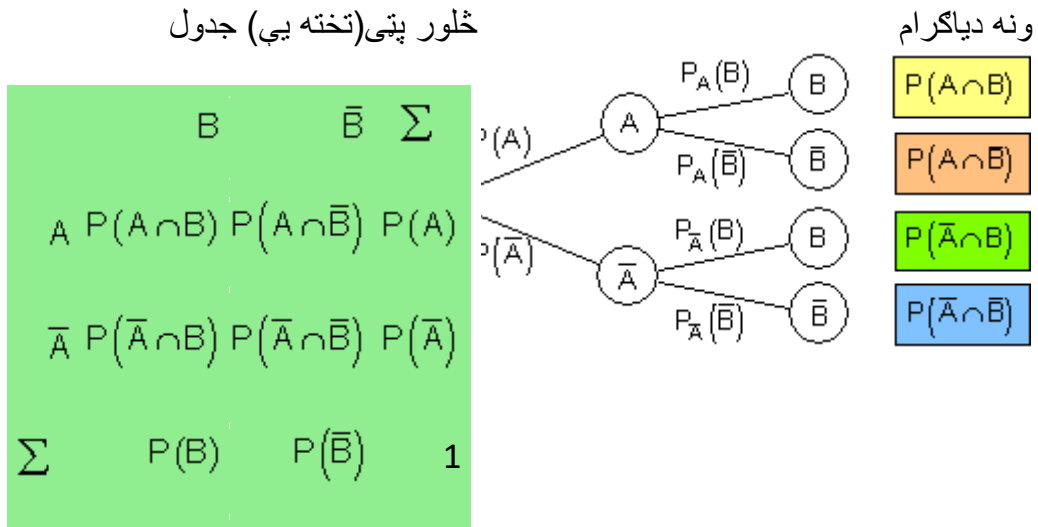
د B پېښې د رامنځ ته کیدو د احتمالوالی رامنځ ته کیدو لپاره د شرایطو لاندې، چې پېښه A همدا اوس رامنځ ته شوې ده، باور لري:

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

خپلواکي پېښې : پېښه B له پېښې A خپلواک بلل کيږي، که د A رامنځ ته کیدو له امله د B د رامنځ ته کیدو لپاره احتمالوالی نه اغیزمن کيږي.

باور لري: $P_A(B) = P(B)$ د $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ سره.

د څلور تخته ييز جدول او ونې دياگرام ترمنځ اړيکې:



که په يوه ونه دياگرام کې د راوړل شوو پېښو دلری پرلپسې بدل شيو نو سړی په څټ يا برعکس ونه دياگرام لاس ته راوړي. په دو اړو حالتونو کې احتمالوالی ان تر لری پرلپسې پورې تار ونه يو له بل سره همغيز دی.

د تار احتمالوالی او له دې سره شر طيز احتمالوالی هم په توليزه توگه يو له بل توپير لري. دوی د مختلفو پېښو لاس ته راځي او له دې امله په مختلفو برختولوالي. مگر په پام کې ولري:

تل باور لري: $P(A \cap B) = P(B \cap A)$

په څټ يا برعکس ونه دياگرام برعکس يا په څټ څلور تخته يي جدول

A	$\bar{A}$	Σ
---	-----------	----------

B	$P(B \cap A)$	$P(B \cap \bar{A})$	$P(B)$
$\bar{B}$	$P(\bar{B} \cap A)$	$P(\bar{B} \cap \bar{A})$	$P(\bar{B})$
Σ	$P(A)$	$P(\bar{A})$	1

څلور تخه بيز جدول او ونه دياگرام په ستونبناستیکي خپلواکوالي کې د ستونبناستیکي خپلواکي پېښې A او B څلور تخه جدول په لومړي تخه کې د $P(A \cap B)$ لپاره دا ضرب $P(A) \cdot P(B)$ راځي.

د نورو تختو (پټيو) لپاره د يوه ضرب جدول ته په ورته توگه باور لري.

په ونه دياگرام کې د پېښو يو له بل څخه خپلواکوالي په دې پېژندل کيږي، چې په دويمه پورې کې برخه ونې (د ونو برخې) برابرې دي.

څلور تخه جدول

ونه دياگرام

	B	$\bar{B}$	Σ
A	$P(A) \cdot P(B)$	$P(A) \cdot P(\bar{B})$	$P(A)$
$\bar{A}$	$P(\bar{A}) \cdot P(B)$	$P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B})$	$P(\bar{A})$
Σ	$P(B)$	$P(\bar{B})$	1

حل (اوبی):

د دې لپاره چې احتمالوالی وشمېرلی شو، د نتیجو دسې زیاتوالي ته اړیو. په تیره بیلگه کې د راګرډولو ناتیګاوي شتون درلود. د دې لپاره چې د امکان په حال کې د دې مخه ونیسو، اید سړی نسبي ډېر والی او د دې اړونده احتمالوالی په ماتېښه (کسري بڼه) انځور کړو.

د الماني له کین کښته ښی لور ته: سکونکی، نه سکونکی، جمعه، ښځینه، نارینه، جمعه

	B: Frauen	$\bar{B}$: Männer	Summe
A: Raucher	$\frac{200}{1500} = \frac{2}{15}$	$\frac{800}{1500} = \frac{8}{15}$	$\frac{1000}{1500} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$
$\bar{A}$: Nichtraucher	$\frac{300}{1500} = \frac{3}{15}$	$\frac{200}{1500} = \frac{2}{15}$	$\frac{500}{1500} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$
Summe	$\frac{500}{1500} = \frac{5}{15}$	$\frac{1000}{1500} = \frac{10}{15}$	$\frac{1500}{1500} = \frac{15}{15} = 1$

الف – د دې لپاره احتمالوالی، چې یوه سړي سره مخامخ شي، چې سګرټسګوي، دی:

$$P(A) = \frac{2}{3} \approx 0,666$$

ب – د دې لپاره احتمالوالی، چې د یوې ښځې سره مخامخ شي، دی:

$$P(B) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} \approx 0,333$$

پ – د دې لپاره احتمالوالی، چې یوې ښځې سره مخامخ شي، چې سګرټسګوي، دی:

$$P(A \cap B) = \frac{2}{15} \approx 0,133$$

ت – د دې لپاره احتمالوالی، چې ورسره مخامخ شوي ښځه سګرټ سګوي، دی:

$$P_B(A) = \frac{P(B \cap A)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{15}}{\frac{5}{15}} = \frac{2}{5} = 0,4$$

ټ – دوه پېښې A او B یو له بل خپلواکې دي، که ډېر رڼي:

$$P_A(B) = P(B) \left| \begin{array}{l} P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{15}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{5} \\ P(B) = \frac{1}{3} \end{array} \right| \Rightarrow P_A(B) = \frac{1}{5} \neq P(B) = \frac{1}{3}$$

Abhängigkeit

المانی په پښتو: بلواکوالی

پورته پېښې A او B یو د بل په واک کې دي.

پوښتنې

شرطیز احتمالوالی I

لومړۍ -

	G	$\bar{G}$	Summe
M	6312	87	6399
$\bar{M}$	312	4390	4702
Summe	6624	4477	11101

په یوه لوی ازمایښت کې یوه دوا ازمایل کيږي. پېښې په یوه جدول کې څا په ځای ښوي. په دې معنا:

M : دوا نیولې (اچولې)

M : پلاسیبو اچولې

G : روغ شوی.

$\bar{G}$: نه دی روغ شوی.

الف - نسبي ډېروالی په څلور تخته یي جدول کې انځور کړی او د دې سره اړوند ونه دیاگرام رسم کړی.

ب - احتمالوالی څومره لوی دی، چې دوا نیولو وروسته روغ شوی وي؟

پ - احتمالوالی څومره لوی دی، چې د پلاسډو د نیولو وروسته روغ شوی نه وي؟

دویم - د یوه 900 کسانو یوې ډلې څخه 600 د یخني په مقابل کې ایمپف کړی. د یوه ټاکلي وخت څخه د ډلې هر غړی و پوښتل شو، چې څوک په رېزش ناروغ شوی. نتیجه به یې په یوه څلور تخته ییز جدول کې انځور شوی وي.

گروپ	B باکتریا	$\bar{B}$ نه ناروغه	جمعه
A دایمیف سره	60	540	600
$\bar{A}$ بی له ایمیف	120	180	300
جمعه	180	720	900

نتیجه A دې وي،، سړی د مقاومت پیچکاری شوی،، او د B نتیجه :،، سړی ناروغ شوی،،. وشمېری:

$$P(A) \quad | \quad P(B) \quad | \quad P(A \cap B) \quad | \quad P_A(B) \quad | \quad P_B(A) \quad | \quad P(\bar{A} \cap \bar{B}) \quad | \quad P_{\bar{A}}(\bar{B})$$

یوگونی نتیجې څه معنا لري؟

دریم – دېرې نجوني د متورا ولا نسبت و متورا هلکانو ته:

52,4% د 244600 ځوانانو (ن،ښ)، چې په مخ ته ښونځي کال کې یې ښونځی د ډیولیز پوهنتون داخلېدو لپاره له ښونځي وتلي، ښځې وې. په ختیځو ولایتونو کې د کابل په شمول د ښځو ونډه 59,1% څرگنده جگه وه نسبت غربي ولایتونو ته (50,8%).

الف – یو څلور تخته بیز جدول وکارئ، چې ددې شیانو اړیکې تشریح کړای شي.
ب – یو ونه دیاگرام وکارئ د لومړۍ ښځې،، راتلنځای،، (ختیز، لودیز) او دویمه ښځه،، (نارینه، ښځینه). پ – یو ونه دیاگرام وکارئ د لومړۍ ښځې،، و جنس،، (نارینه، ښځینه) او دویمه ښځه،، راتلنځای،، (ختیز، لوبډیز)

ت – د اړونده کال د دې ټولو متورا والو (نارینه، ښځینه) د ټولګې څخه یو کس ټاکل شوی.

یو – د کوم احتمالي سره دا ټاکل شوی کس د ختیز المان دی؟

دوه – د کوم احتمالي سره دا ټاکل شوی کس یوه ښځه ده؟

درې – که چیرې یو کس له شرقه راځي، د کوم احتمالي سره د ايو سړی دي؟

څلور – که دا شخص یوه ښځه وي، د کوم احتمالي سره دا له لوبډیزه راځي؟

ځوابونه

شرطيز احتمالوالی I

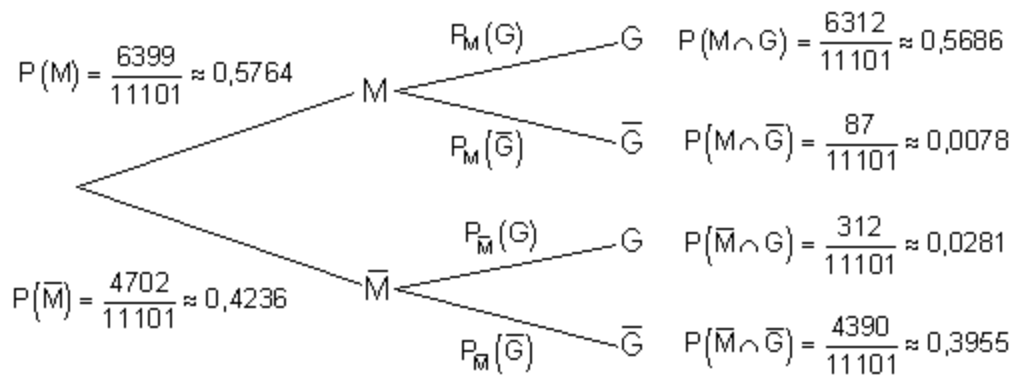
مفصل خوابونه

لومری - الف - خلور - تخته جدول:

M : دوايي نيولي $\bar{M}$: پلاسيو يي نيوليG : روغ شوی $\bar{G}$: روغ شوی نه دی.

	G	$\bar{G}$	
M	$\frac{6312}{11101} \approx 0,5686$	$\frac{87}{11101} \approx 0,0078$	$\frac{6399}{11101} \approx 0,5764$
$\bar{M}$	$\frac{312}{11101} \approx 0,0281$	$\frac{4390}{11101} \approx 0,3955$	$\frac{4702}{11101} \approx 0,4236$
	$\frac{6624}{11101} \approx 0,5967$	$\frac{4477}{11101} \approx 0,4033$	$\frac{11101}{11101} = 1$

ونه دياگرام:



$$P_M(G) = \frac{P(M \cap G)}{P(M)} = \frac{\frac{6312}{11101}}{\frac{6399}{11101}} = \frac{6312}{6399} \approx 0,9864$$

ب -

د يوه کس ، چي له هغه پوهيږو چي دوا يا دارو نيسي، احتمالوالی 0,9864 دی، چي هغه روغ شوی دی.

$$P_{\bar{M}}(\bar{G}) = \frac{P(\bar{M} \cap \bar{G})}{P(\bar{M})} = \frac{\frac{4390}{11101}}{\frac{4702}{11101}} = \frac{4390}{4702} \approx 0,9336$$

پ -

د يوه کس ، چې له هغه پوهيږو چې هغه پلاسيبو Placebo نیولي، احتمالوالی 0,9336 دی، چې هغه نه ده روغه شوي.

دويم -

A : کس واکسين شوی $\bar{A}$: کس نه دی واکسين شوی

B : کس ناروغه دی $\bar{B}$: کس ناروغه شوی نه دی.

$P(A) = \frac{600}{900} = 0,6\bar{6}$	د يوه کس د توکلي ټاکلی کس سره د دې لپاره احتمالوالی، چې يو واکسين شوی کس پيدا کړو 0,666... دي.
$P(B) = \frac{180}{900} = 0,2$	د يوه کس د توکلي ټاکلی کس سره د دې لپاره احتمالوالی، چې سره د Impfung يو ناروغ شوی کس پيدا کړو 0,2 دي.
$P(A \cap B) = \frac{60}{900} = 0,0\bar{6}$	د يوه کس د توکلي ټاکلی کس سره د دې لپاره احتمالوالی، سره له واکسين يو ناروغ شوی کس پيدا کړو 0,06666.... دي.
$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{60}{900}}{\frac{600}{900}} = \frac{60}{600} = 0,1$	يو څوک، چې له هغې پوهيږو، چې هغه واکسين شوې ده د يوه 0,1 احتمالوالي سره بياهم ناروغه شوې.
$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{60}{900}}{\frac{180}{900}} = \frac{60}{180} = 0,3\bar{3}$	يو څوک، چې له هغې پوهيږو، چې هغه ناروغه شوې د 0,333.. يوه احتمالوالي سره واکسين شوې
$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{120}{900} = 0,1\bar{3}$	د يوه چا د توکلي ټاکنې سره، د دې لپاره احتمالوالی، چې نه

	واکسین شوي او ناروغه شوی څوک چې پیدا کړو...0,1333... دی.
$P_{\bar{A}}(B) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{\frac{120}{900}}{\frac{300}{900}} = \frac{120}{300} = 0,4$	یو څوک، چې پوهیږو هغه نه ده واکسین شوي د یوه احتمالي 0,4 سره ناروغه شوي هم ده.

د پورته جدول لوستل له کین ښي لورته.

دریم -

الف -

A : څوک چې له پخواني ایلاتو لوېدیځ څخه راغلی

$\bar{A}$: څوک چې له نوو ایالاتو ختیځ څخه راغلی.

B : چې ښځینه دی.

$\bar{B}$: چې نارینه دی

جمعه ښځینه: $0,524 \cdot 244600 = 128170,4 \approx 128170$

جمعه نارینه: $244600 - 128170 = 116430$

x : د ټولو له غرب څخه متورا والو ټولګه

$244600 - x$: د ټولو له ختیځ څخه متورا والو ټولګه

د لودیځ څخه د متورا والو 50,8% له x

د ختیځ څخه د متورا والو تعداد 59,1% له $(244600 - x)$.

په لاندې کې له کین وېسي لرو ته: ښځینه لودیز ښځینه ختیز ټول (جمعه) ښځینه

$$\underbrace{0,508 \cdot x}_{\text{weiblich West}} + \underbrace{0,591 \cdot (244600 - x)}_{\text{weiblich Ost}} = \underbrace{128170}_{\text{Summe weiblich}}$$

$$0,508x + 0,591 \cdot 244600 - 0,591x = 128170 \quad | -0,591 \cdot 244600$$

$$\Leftrightarrow -0,083x = -16388,6 \quad | : (-0,083)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-16388,6}{-0,083} = 197453,012 \approx 197453$$

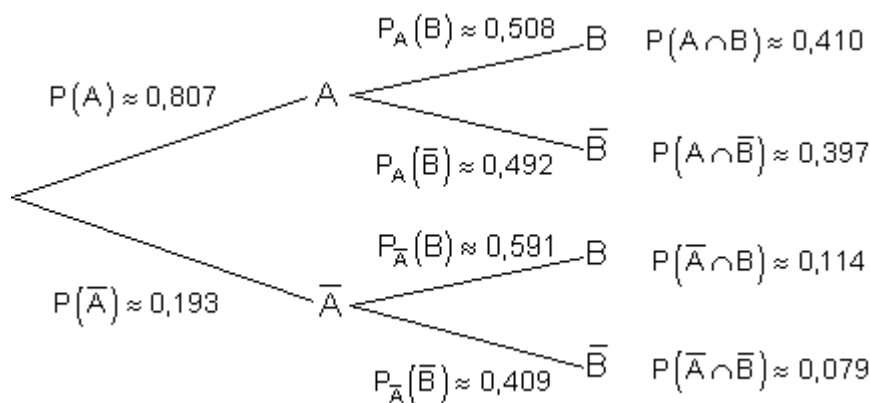
د ټولو له

د لودیز څخه متور والو (هغه زده کوونکي، چط له ۱۲ یا پخوا له ۱۳ ټولګي څخه وزي) ټولګه.

$0,508 \cdot x = 0,508 \cdot 197453 = 100306,124 \approx 100306$	ښځینه لودیز:
$128170 - 100306 = 27864$	ښځینه ختیز:
$197453 - 100306 = 97147$	نارینه لودیز:
$116430 - 97147 = 19283$	نارینه ختیز:

څلور تختیز جدول:

	ښځینه A		$\bar{A}$ (نارینه)
لودیز B	100306	97147	197453
	27864	19283	47147
ختیز B	128170	116430	244600



ب -

د ونې لپاره باوري ټولو احتماليو شمېرنه

$$P(A) = \frac{197453}{244600} \approx 0,807$$

$$P(\bar{A}) = \frac{47147}{244600} \approx 0,193$$

$$P(A \cap B) = \frac{100306}{244600} \approx 0,410$$

$$P(A \cap \bar{B}) = \frac{97147}{244600} \approx 0,397$$

$$P(\bar{A} \cap B) = \frac{27864}{244600} \approx 0,114$$

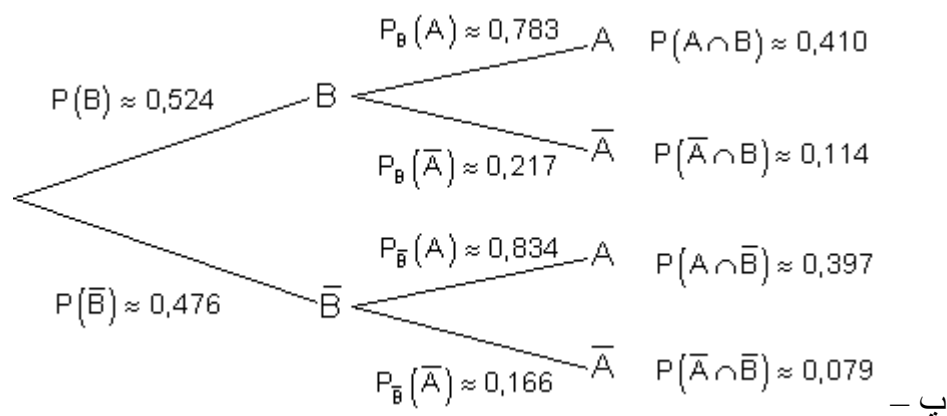
$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{19283}{244600} \approx 0,079$$

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{100306}{197453} \approx 0,508$$

$$P_A(\bar{B}) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(A)} = \frac{97147}{197453} \approx 0,492$$

$$P_{\bar{A}}(B) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{27864}{47147} \approx 0,591$$

$$P_{\bar{A}}(\bar{B}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{A})} = \frac{19283}{47147} \approx 0,409$$



ونې لپاره باوري ټولو احتماليو شمېرنه

$$P(B) = \frac{128170}{244600} \approx 0,524$$

$$P(\bar{B}) = \frac{116430}{244600} \approx 0,476$$

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{100306}{128170} \approx 0,783$$

$$P_B(\bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{27864}{128170} \approx 0,217$$

$$P_{\bar{B}}(A) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{97147}{116430} \approx 0,834$$

$$P_{\bar{B}}(\bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{19283}{116430} \approx 0,166$$

ت -

یو	$P(\bar{A}) \approx 0,193$	توکلي ټاکل شوی کسان د%19,3 یوه احتمالوالي سره له ختیزو ایالاتو څخه دي
دوه	$P(B) \approx 0,524$	توکلي ټاکل شوی کس د%52,4 یوه احتمالوالي سره بنځینه دی.
درې	$P_{\bar{A}}(\bar{B}) \approx 0,409$	که پوهیږو، چې دا توکلي ټاکل شوی کس له ختیز څخه راځي، نو دا د%40,9 یوه احتمالوالي سره نارینه دی.
څلور	$P_B(A) \approx 0,783$	که پوهیږو، چې دا توکلي ټاکل شوی کس بنځینه دی، نو دا د%78,3 احتمالوالي سره له لودیزه راځي.

پوښتنې

شرطیز احتمالوالی II

لومړۍ -

د یوه تلوېزیون گرانېست دې ازمایل شوی وي. یوه چټکه ټولپوښتنه لاندې نتیجې ورکوي:

دلیدونکو %30، چې خبرونه یې لیدلي ده، 25 کلن او له دې ځوان وو. له دو څخه %50 او له پاتو لیدونکو (له 25 کالو جگ) څخه %80 مثبت نظر لروده.

الف - د شې اړیکې په یوه څلور-تخته ییز جدول کې انځور کړی. پېښې وکاروئ (د هغو د برعکس پېښو سره):

A: کتونکی 25 کلو او ځوان دی.

B: کتونکی د پروگرام څخه مثبت نظر لري

ب - ونه دیاگرام وکاروئ او معکوسه یا سرچپه ونه.

د ټولو تارونو احتمالوالی وټاکئ.

پ - څورمه % لیدونکي، چې له هغو پوهیږو، چې دوی د خبرونې په هکله مثبت نظر لري، له 25 کلنو زاړه وو؟

ت - خو په % لیدونکي، چې له هغو پوهیرو، چې له 25 کلنو زاپره دي، د خپروني مثبت نظر نه لروده؟

ټ - د شمېرنې له لارې و ازمایې چې ایا پېښه B له پېښې A خپلواکه ده.

دویم - د دریمې نړۍ په یوه هیواد کې 1% وگړي په یوه ټاکلي ساري ناروغتیا ناروغ دي. یو ازمایښت په ریښتونی ناروغ شوي ناروغتیا ټیک 98% ښایي. متأسفانه چې ازمایښت 3% روغ ناروغ ښایي.

الف - دا شي اړیکې په یوه څلور تخته یز جدول کې انځور مړی. پېښې وکاروی (د هغو د برعکس پېښو سره):

K: ازمایښت شوی کس ناروغ دی

T: ازمایښت نتیجه مثبت ده (کس ناروغ و ازمایل شو).

ب - ونه دیاگرام رسم کړی او د هغه په څټ یا برعکسونه.

ټول تار احتمالي وشمیرئ.

پ - په څومره احتمالي سره د یو توکلي ټاکلي کس تست مثبت (زیاتیزه) نتیجه ښایي؟

ت - د کوم احتمالي سره یو د مثبت ازمایښت په حیث کس په رښتیا هم ناروغ دی؟

دې نتیجه باندې کمنتار ورکړئ.

ټ - د کوم احتمالي سره یو منفي ازمایښت په حیث کس روغ دی؟

دې نتیجه باندې کمنتار ورکړئ

دریم - په یوه مسلکي ښونځي کې ټول 674 زده کوونکي (ن،ښ) پوښتل کيږي چې ایا دوی سگرتیان دي، که نه. د پوښتنو نتیجه په لاندې ډول ده:

82 دټولو 293 زده کوونکو(نارینه) څخه وویل چې سگرت سکونکي دي.

250 زده کوونکو (ښځینه) وویل چې دوی سگرت نه سکوي..

الف - د شپاريکي په يوه څلور-تختخ ييز جدول کې انځور کړی. پېښې وېشايی (د برعکس پېښو سره):

A : کس نارینه دی

B : کس سگرت سکوي.

ب - د کوم احتمالي سره یو توکلي ټاکلی کس ښځینه او سگرت نه سکونکی دی.

پ - یو د ښوونځي مشر په تمځای خونه کې یوه زده کوونکې ويني. د کوم احتمالي سره دا زده کوونکې سگرت نه سکونکې ده؟

ت - وڅیړی، چې ایا دا نتیجه، نارینه، او د نتیجه، سگرت سکونکې، یو د بل په واک کې نتیجې دي.

ځوابونه

شرطيز احتمالي II

مفصل ځوابونه

لومړی - الف -

A : لیدونکی $25 \leq$ کالونه عمر لري

A' : لیدونکی $25 >$ کاله عمر لري.

B : د خپروني څخه مثبت عقیده یا نظر نه لري.

B' : لیدونکی له خپروني منفي نظر لري.

د 30% لیدونکو چې له 25 کم عمر لري. لاس ته راځي یا

$$\Rightarrow P(A) = 0,3$$

د 70% لیدونکو کاله عمر لري له دې لاس ته راځي یا

$$\Rightarrow P(\bar{A}) = 0,7$$

د 25 کاله څخه کم د لیدونکو څخه 50% له خپروني مثبت نظر لري

$$\Rightarrow P(A \cap B) = 0,5 \cdot 0,3 = 0,15$$

د 25 کاله څخه کم د لیدونکو څخه 50% له خپروني منفي نظر لري

$$\Rightarrow P(A \cap \bar{B}) = 0,5 \cdot 0,3 = 0,15$$

د ۲۵ کاله څخه ستر د لیدونکو څخه 80% له خپروني مثبت نظر لري

$$\Rightarrow P(\bar{A} \cap B) = 0,8 \cdot 0,7 = 0,56$$

د څلور تخته ییز جدول دا پاتې (باقي) کیدی شي له دا تراوسه شمېرل شوو ارزښتونو څخه وشمېرل شي.

$$P(B) = 0,15 + 0,56 = 0,71$$

$$P(\bar{B}) = 1 - 0,71 = 0,29$$

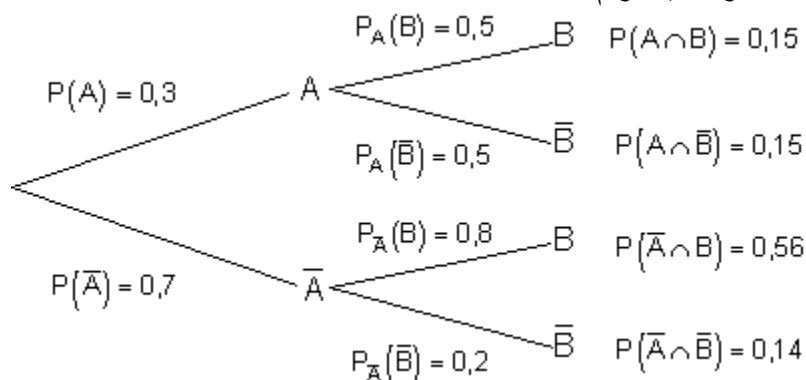
$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,29 - 0,15 = 0,14$$

څلور تخته ییز جدول

	B (Meinung positiv)	$\bar{B}$ (Meinung negativ)	
A (≤ 25)	0,15	0,15	0,3
$\bar{A}$ (> 25)	0,56	0,14	0,7
	0,71	0,29	1

د پورته پښتو له کین: نظر مثبت دی، نظر منفي دی

ب - ونه دیا گرام



د ټولو غوره احتمالاتو لپاره شمېرنه.

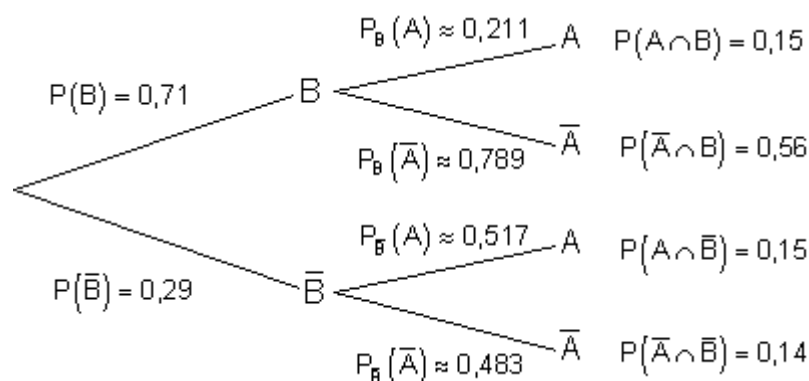
$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,15}{0,3} = 0,5$$

$$P_A(\bar{B}) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(A)} = \frac{0,15}{0,3} = 0,5$$

$$P_{\bar{A}}(B) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{0,56}{0,7} = 0,8$$

$$P_{\bar{A}}(\bar{B}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{A})} = \frac{0,14}{0,7} = 0,2$$

په څټ يا برعکس ونه :



د ټولو غوره احتماليو لپاره شمیرنه.

$$P_B(\bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{0,56}{0,71} \approx 0,789 \quad P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,15}{0,71} \approx 0,211$$

$$P_{\bar{B}}(\bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{0,14}{0,29} \approx 0,483 \quad P_{\bar{B}}(A) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{0,15}{0,29} \approx 0,517$$

له ټولو لیدونکو څخه، له کومو چې پوهیږو چې د خپروني په هکله مثبت نظر لري، 78,9% له 25 کاله زاړه وو.	$P_B(\bar{A}) \approx 0,789$	ث
له ټولو لیدونکو څخه، له کومو چې پوهیږو چې د له 25 کاله زاړه دي. 20% د خپروني په هکله منفي نظر لري.	$P_{\bar{A}}(\bar{B}) = 0,2$	ت

ټ - B له A خپلواکه ده، که $P_B(A) = P(A)$ باور ولري

$$P_B(A) \approx 0,211 \Rightarrow P_B(A) \neq P(A) \Rightarrow P(A) = 0,3$$

له دې لاس ته راځي، چې: نا خپلواکوالی یا طابعت.

B نتیجه د A له نتيجي څخه خپل واکه ده. دا په دې معنا چې د تلویزیون خپروني په هکله وثبت نظر د لیدونکو د عمر په واک دی.

دویم -

الف -

K : ازمايل شوی کس ناروغه دی.

$\bar{K}$: آزمایلی شوی کس روغ دی.
 T : د آزمایښت نتیجه مثبت ده (کس د ناروغ په څیر و آزمایلی شو).
 $\bar{T}$: د آزمایښت نتیجه منفي ده (کس د روغ په څیر و آزمایلی شو).
 1% انسانان ناروغه دي $\Rightarrow P(K) = 0,01$.
 انسانان روغ دي $\Rightarrow P(\bar{K}) = 0,99$.
 آزمایښت ښایي ناروغتیا د 98% ریښتوني ناروغانو لپاره ټیک ده.
 $\Rightarrow P(K \cap T) = 0,98 \cdot 0,01 = 0,0098$
 آزمایښت د 3% روغ هم ناروغ ښایي
 $\Rightarrow P(\bar{K} \cap T) = 0,03 \cdot 0,99 = 0,0297$

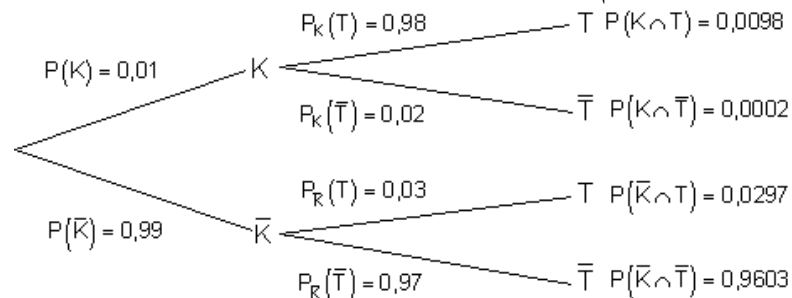
د څلور تخته بیز جدول پاتې ارزښتونه کیدی شي دا تراوسه لاس ته راغلو
 ارزښتونو وشمیرل شي.

$$\begin{aligned} P(T) &= 0,0098 + 0,0297 = 0,0395 \\ P(K \cap \bar{T}) &= 0,01 - 0,0098 = 0,0002 \\ P(\bar{K} \cap \bar{T}) &= 0,99 - 0,0297 = 0,9603 \\ P(\bar{T}) &= 1 - 0,0395 = 0,9605 \end{aligned}$$

څلور تخته بیزه جدول:

	T (positiv)	$\bar{T}$ (negativ)	
K (krank)	0,0098	0,0002	0,01
$\bar{K}$ (gesund)	0,0297	0,9603	0,99
	0,0395	0,9605	1

د پورته پښتو ، له کین کښته ښي لورته: ناروغ، روغ، مثبت، منفي
 ب - ونه دیاگرام

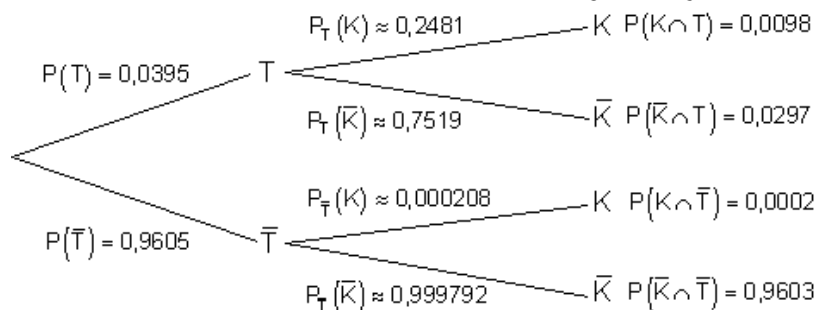


د ونه دیاکرام لپاره د ټولو غوره احتمالو شمیرنه.

$$P_K(\bar{T}) = \frac{P(K \cap \bar{T})}{P(K)} = \frac{0,0002}{0,01} = 0,02 \quad P_K(T) = \frac{P(K \cap T)}{P(K)} = \frac{0,0098}{0,01} = 0,98$$

$$P_{\bar{K}}(\bar{T}) = \frac{P(\bar{K} \cap \bar{T})}{P(\bar{K})} = \frac{0,9603}{0,99} = 0,97 \quad P_{\bar{K}}(T) = \frac{P(\bar{K} \cap T)}{P(\bar{K})} = \frac{0,0297}{0,99} = 0,03$$

په څټ يا برعکس ونه:



ونه دیاکرام لپاره د ټولو غوره احتمالو شمیرنه

$$P_T(K) = \frac{P(K \cap T)}{P(T)} = \frac{0,0098}{0,0395} \approx 0,2481$$

$$P_T(\bar{K}) = \frac{P(\bar{K} \cap T)}{P(T)} = \frac{0,0297}{0,0395} \approx 0,7519$$

$$P_{\bar{T}}(K) = \frac{P(K \cap \bar{T})}{P(\bar{T})} = \frac{0,0002}{0,9605} \approx 0,000208$$

$$P_{\bar{T}}(\bar{K}) = \frac{P(\bar{K} \cap \bar{T})}{P(\bar{T})} = \frac{0,9603}{0,9605} \approx 0,999792$$

پ -

د یوه ټولګي ټاکلي کس ازماښت د 0,0395 یوه احتمالي سره یوه مثبتې نتیجه ښایي.	$P(T) = 0,0395$	پ
یو کس چې له هغه پوهیږو، مثبت ازمايل شوی د 0,2481 یوه احتمالي سره په ریښتوني هم ناروغ دی.	$P_T(K) \approx 0,2481$	ت

کومنتار: د نږدې 25% نتیجه کفایت بڅښونې نه ده. فقط 25% ټول مثبت ازمايل شوي په ريښتيني ناروغ دي. داپه دې معناچې نږدې 75% کسان مثبت ازمايل شوي روغ دي. هيله به داوي، چې ازماينست ښه شي.		
يو کس (ښ) چې له هغه پوهيرو منفي ازمايله شوې 0,999792يو احتمالوالی دی په ريښتونې هم روغه ده. کومنتار: په دې حالت کې دا نږدې 99,98% نتیجه پوره دقناعت وړ ده. فقط نږدې 0,02% منفي ازمايلشوي کسان په ريښتونې ناروغ دي.	$P_{\bar{T}}(\bar{K}) \approx 0,999792$	ټ

دریم -

الف - A : کسان نارینه دي.

 $\bar{A}$: کسان ښځينه دي.

B : کسان سگرت سکونکي دي.

 $\bar{B}$: کسان سگرت نه سکوي.

څلور تخته بيزه جدول

	B (Raucher)	$\bar{B}$ (Nichtraucher)	
A (männlich)	$\frac{82}{674}$	$\frac{211}{674}$	$\frac{293}{674}$
$\bar{A}$ (weiblich)	$\frac{131}{674}$	$\frac{250}{674}$	$\frac{381}{674}$
	$\frac{213}{674}$	$\frac{461}{674}$	$\frac{674}{674} = 1$

ب -

يو توکلي ټاکلی کس د 0,371 يوه احتمالوالي سره ښځينه او سگرت نه سکوي.	$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{250}{674} \approx 0,371$	ټ
يو کس، له کوم چې پوهيرو، هغه ښځينه دی، د 0,656 يوه احتمالوالي سره سگرت نه سکوي.	$P_{\bar{A}}(\bar{B}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{A})} = \frac{\frac{250}{674}}{\frac{381}{674}} = \frac{250}{381} \approx 0,656$	پ

ت - که باور ولري: $P_A(B) \neq P(B) \Rightarrow A$ نو د B په واک کې ده.

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{82}{674}}{\frac{293}{674}} = \frac{82}{293} \approx 0,28 \Rightarrow P_A(B) \neq P(B)$$

$$P(B) = \frac{213}{674} \approx 0,316$$

نتیجه A : ،، نارینه،، او B : ،، ښځینه،، یو د بل په واک کې دي.

نهم - د احتمالوالیو ټاکنه د گڼلو (شمیرلو) ستراتیژي له لارې

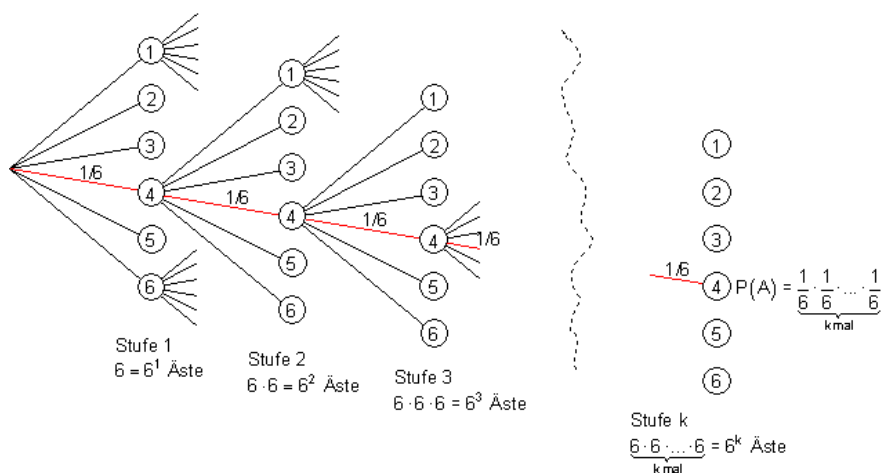
دا تراوسه د احتمالوالي شمیرنو دندې په څرگنده توګه داسې په د لېږندیزو نتیجه ونو کې وکارول شوې یا استعمال شوې. مګر دا متود یا د کار ډول خپلې پولې لري. دا همدا اوس ځانله د یوه سترګیز مکعب څو واره غورځولو بېلګه په ګوته کوي. بېلګه : یو سترګیز مکعب k - ځله غورځول کېږي. د مرتبانه بدل له مخې دا په دې معنا دی، د یوه مرتبان څخه چې 6 غونډاري چې له 1 تر 6 نومونه خوندی لري k - ځله د بیرته اچولو سره یو غونډاری راو وړل شي.

A : د هر ځل د مکعب ګوزارولو سره یو 4 ځلور لاس ته راځي.

الف - د هر k غورولو سره احتمالوالی څومره لوی چې یو 4 را ووځي؟

ب - نتیجه ډېرې (-ست) څومره توکي لري (د ټول امکاناتو تعداد یا ګڼون)

حل (اوبی)



الف- دا چې دا تجربه يوه د لاپلاس - تجربه ده، چېرته چې د ټولو نتيجو لپاره برابر احتمالوالی نیول کېدی شي (يا فرض کېدی شي)، د احتمالوالي لپاره باور لري چې د هر ې پورې سره یو 4 لا راشي:

$$P(A) = \underbrace{\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \dots \cdot \frac{1}{6}}_{k \text{ mal}} = \left(\frac{1}{6}\right)^k = \frac{1}{6^k}$$

ب - په ونه دیاگرام کې د ښاخونو تعداد به هر ه پورې سره شپږ واړه کيږي، نو د k - پوړیو لپاره لاس ته راځي:

$$\underbrace{6 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 6}_{k \text{ mal}} = 6^k$$

د ښاخونه دا ټیک د ټول احتمالوالو امکانات دي.

دا د امکاناتو تعداد کېدی شي د یوگونو پېښو نتيجو له لارې پیدا کړو. د دې یوگونو نتيجو

$$P(e_i) = \frac{1}{6^k}$$

لپاره باور لري:

دا چې د ټولو پېښو د احتمالوالو جمعه باید ۱ وي، له دې څخه کېدی شي د ټولو امکاناتو تعداد و شمېرلی شو:

$$x \cdot \frac{1}{6^k} = 1 \mid \cdot 6^k \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 6^k}}$$

که دا قانونیت داسې ټولیز شي، چې سړی وایي:

په یوه مرتبان کې همپوله n غونډاري (غونډوسکي) پراته دي د گڼو (شمېرو) 1, 2, ..., n سره، چې k ځله د بېرته وړ اچولو سره راوستل کيږي، نو د امکاناتو تعداد n^k دی.

جمله: د یوې ډېرې n مختلفو توکو څخه د k - ځله راوستلو سره

$$\underbrace{n \cdot n \cdot \dots \cdot n}_{k \text{ mal}} = n^k \quad (n, k \in \mathbb{N}^*)$$

منظم نمونه از ماینست د بیرته وړ اچولو سره لاس ته راځي.

بیلگه : د فوټبال شرط (توتو) ایښوونې پاندې د یوې اونۍ اخر کې باید د 11 لوبو لپاره وړانویښه وشي، چې د کور ټیم کټي (Tipp: 1) یا میلمه ټیم (Tipp: 2) یا دواړه ټیمونه مساوي پاتیري (Tipp: 0) .

الف – د یوې توتو (شرط) پانې ډکولو لپاره څو امکانات شته دی؟

ب – د یوه ټیپ د 11 ټیکو راوستلو لپاره احتمالوالی څومره لوی دی؟

حل (اوبی): الف – د مرتبامودل سره Modellierung کونه:

یو مرتبان درې غونډاري یا غودوسکي لري د درې گڼو یا نمره 0; 1 او 2 سره. یولس ځله د بېرته ایښوونې سره راوستل کيږي.

$n = 3$ نتیجه ډېری (نتیجه سټ) د یوې وستني لپاره : $E = \{0,1,2\}$

$K = 11$ دا تصادفي تجربه 11- پوریزه ده.

د ممکنه نتیجو تعداد: $x = n^{11} = 3^{11} = 177147$

ب - دا چې د ټیکو یا رښتیا 11 سره فقط یو امکان شتون لري، نو د دې لپاره

احتمالوالی دی: $\frac{1}{177147}$

تمرین :

د یوه بایسکل قلف (د عددونو قلف) له څلورو خپلواک یو له بل خوزنده کړیو ، چې هر یو 6 ارزښت ځایونه لري (له 1 تر 6). دا قلف د د یوه کره ټاکلي اعدادو کمبینېشن سره وازیږي. څومره ځایونه (د اعدادو کمبینېشن) دا د بایسکل قلف اري او احتمالوالی یې څومره لوی دی، چې د لومړي ځای په ځای کوني یا وازولو ازمایښت سره قلف واز کړي؟

حل (اوبی)

تمرین: له الماني (انگریزي؟) الب 26 تورو په پټو سترگو یو په بل پسې درېواړه توري راوستل کيږي. څومره احتمالوالی شتون لري چې همغه یو توری درې واړه راوه ووتل شي؟

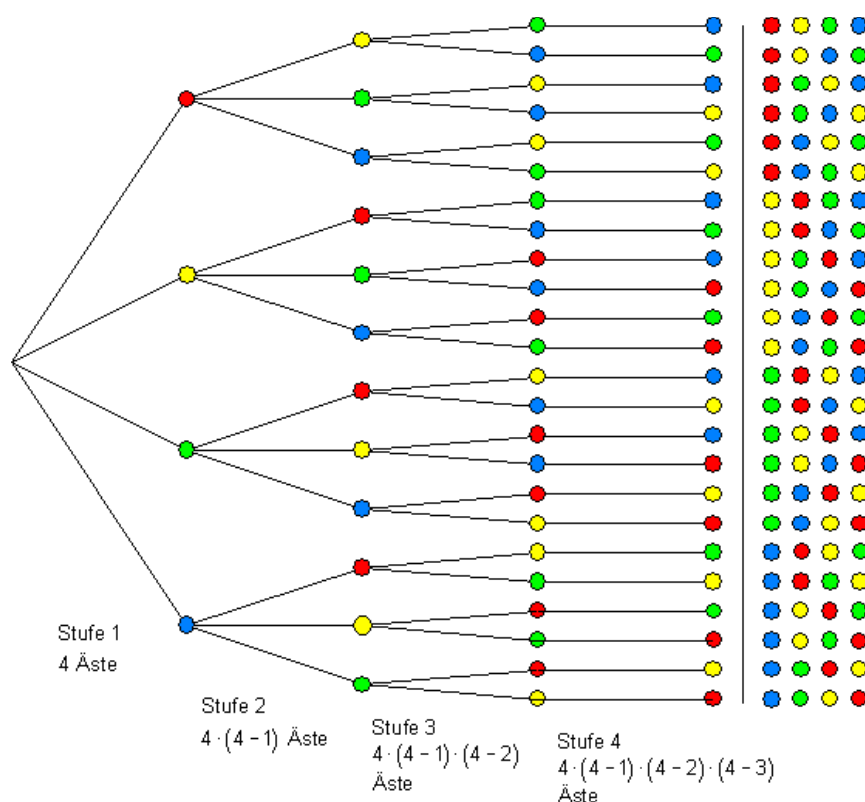
حل (اوبی) منظم نمونه ازمایښت یې له بیرته وراچولو

بېلگه : په يوه مرتبان کې 4 غونډاري د څلورو رنگونو سره و زیر، شين او اسماني سره پراته دي.

يو غونډاری راوستل کيږی او گڼه يې ليکل کيږي، غونډاری څنگ ته ږدي او داېرسه تکرارېږي.

ټوليز څلور 4 راوستني ممکن دي.

نتیجه پېړۍ يا سټ څومره توکي خوندي لري (د ټولو امکاناتو تعداد)؟



لکه د ونې دیاگرام څخه چي په ساده توگه لیدل کيږي، له یوې پوړۍ څخه و بلې پوړۍ ته د پنځونو تعداد په 1 کميږی.

د امکاناتو تعداد دی: $(4 - 1) \cdot (4 - 2) \cdot (4 - 3) = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

دا د ونې دیاگرام څخه لېدلی قانونمندی کېدی شي ټولیزه شي.

که یو مرتبان د n غونډارو سره په پام کې ونیول شي په ګڼه شوي (نمره شوي) له 1 تر n پورې او k راوستنې سرته ورسوي بې له بېرته وراچونې، نو د امکاناتو د تعداد لپاره باور لري:

$$n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot \dots \cdot (n-k+1)$$

یو ضرب (حل)، کوم کې چې هر پرلپسې ضریب (خوونی یا خلکېدونی)، نو دا فاکتوري یا فاکتوریل بلل کیږي.

که ولرو 4.3.2.1، نو 4-فاکتوري یا 4-فاکتوریل بلل او دسې یې لیکو: 4! . له دې امله د عدد n لپاره باور لري:

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

($n!$ لوستل n - فاکتوري یا n - ضریبونه)

$$3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \dots \cdot (n-k-2) \cdot (n-k-1) \cdot (n-k) = (n-k)!$$

$$3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \dots \cdot (n-k) = (n-k)!$$

دا افاده یا ویښه $n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-k+1)$ کېدې شي په لاندې توګه بڼه بدل کړو:

$$\frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot \dots \cdot (n-k+1) \cdot \textcolor{blue}{(n-k)} \cdot \textcolor{blue}{\dots} \cdot \textcolor{blue}{3} \cdot \textcolor{blue}{2} \cdot \textcolor{blue}{1}}{\textcolor{blue}{(n-k)} \cdot \textcolor{blue}{\dots} \cdot \textcolor{blue}{3} \cdot \textcolor{blue}{2} \cdot \textcolor{blue}{1}} = \frac{n!}{(n-k)!}$$

جمله:

د یوې ډېرې د n مختلفو توکو څخه د k - واره راوستنو له لارې لاس ته راځي:

$$(n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot \dots \cdot (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

منظمه نمونه ازماښت بې له بېرته وراچونې.

کره کېدنه: $0! = 1$ او $1! = 1$

بیلګه:

یو د شمېروني یا کمپیوټر پروګرام یې یوه باس وورت سره ساتلی دی. دا له 4 مختلفو تورو څخه جوړ دی.

الف - څومره پاس وورتونه ممکن دي؟

ب - د کوم احتماليو سره کېدې شي دا کود واز شي؟

حل (اوبی):

الف – ټول د الب 26 توري ټيک يو ځل په اختيار کې لرو. د و وورت د لومړي توري لپاره ټول 26 توري په پوښتنه کې راځي، د دويم ځل لپاره فقط 25 توري په پوښتنه کې راځي اوداسې نور يا داسې پسې. دا يوه منظمه نمونه ازمايښت دی بې له بېرته وراچونې څخه. له $n = 26$ تورو $k = 4$ توري راوستل کېږي.

د امکاناتو تعداد:

$$\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{26!}{22!} = 26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 = \underline{\underline{358800}}$$

ب – دا چې ټيک يو رښتونی يا ټيک کود شتون لري، نو لاس ته راوړی احتمالوالی پسې تړلی شمېرل کېږي:

$$P(A) = \frac{1}{358800} \approx 0,000002787 \approx \underline{\underline{3 \cdot 10^{-6}}}$$

تمرین :

په يوه لاتري لوبښي کې لاتري ټکټونه له گڼې 1 تر 6 شتون لري. يو لوبه کوونی يو په بل پسې درې ټکټونه راباسي. که پرلپسې په ترتيب د گڼو 2, 4 او 6 ټکټونه وکارې، نو گټلې يې ده. د يوې گټلې لپاره احتمالات وشمېږي.

حل:

نا منظم نمونه ازمايښت بې له بېرته وراچونې

بېلگه

د لوتري عددونو وستلو کې په ټولزه توگه له 49 عددونو څخه 6 عددونه راوستل کېږي. دا د نه بېرته وراچونې ر اوستنه ده.

$$\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{49!}{43!}$$

د منظم نمونه ازمايښت د امکاناتو تعداد دی:

دا چې په دې راوستنه کې د راوستل شوي په لړۍ پرلپسې پورې اړتیا نه شته، په هغه برخه امکانات کميږي، چې دا راوستلی عدد په څومره اندازه یا څومره زیات تنظیميږي.

که د بېلګې په توګه عددونه 36, 22, 17, 12, 3 او 41 راوستل شي، نو کېدای شي دا په 36, 3, 41, 22, 17 او 12 په بڼه هم تنظیم کړي. دا د ګټنې لپاره پي معنا دی. د دې لپاره چې د لوتو لپاره ممکنه تعداد را پیدا کړو، باید د 6 عددونو د ممکنه بدلونونو امکاناتو تعداد پیدا کړو. یا په ډول افاده کړي (ویبلی)، موږ باید پیدا کړو، چې په څومره مختلفو ډولونو دا 6 عددونه تنظیمیدی شي.

حل یا اوبی یې د مرتبان تجربې له لارې ساده پیدا کيږي.

په یوه مرتبان کې $n = 6$ توپونه یا غونډاري پراته دي د ګڼې 1 تر 6 پورې. که اوس په پرلپسې په ترتیب (بې له بېرته وراچونې) $k = 6$ ځله راوباسي، تر هغې چې مرتبان تش شي، حکه چې ټول امکانات میدل شوي دي، چې 6 عددونه منظم شي.

$$\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{6!}{(6-6)!} = \frac{6!}{0!} = \frac{6!}{1} = 6!$$

د یوه مرتبا څخه د ټولو n توکو راوستل تر هغې دوام لري (بې له بېرته وراچونې)، تر هغې چې مرتبان تش شي، نو بیا د یوه منظم د ،، پوره راپورته کونې یا ،، پوره پورته کونې، ،، Vollerhebung څخه غږیږو. په دې حالت کې $n = k$ دی.

د n مختلفو توکو لپاره پوره نظم. $n!$ Vollerhebungen شتون لري. په نورو کلمو: یوه ډېری د n مختلفو توکو سره کېدای شي چې ځان په $n!$ مختلفو ډولونو ترتیب کړي.

بیرته زموږ د لوتو بېلګې ته راځو:

تر اوسه مو د څېړنې لاندې نیولي وو، چې که 49 عددونو څخه 6 عددونه راوباسو، نو څو امکانات به شتون ولري

دا چې په ارزونه کې د راوستل شوو اعدادو د پرلپسې لړۍ په پام کې نه نیول کيږي، نو باید دا ممکنه تعداد په $6!$ ووبشل شي.

د دې سره به په لوتو کې چې 6 ټيک عددونه ولرو د ممکنه تعداد امکانات وي:

$$\frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{49!}{6!43!} = \frac{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \underline{\underline{13.983.816}}$$

بيلگه: د کارتو لوبو کې د 32 کارتو څخه 4 کارتې راوستل کيږي. د دې لپاره امکانات څومره پراخه دي، چې دا څلورو لپاره راوستل شوي کارتې څلور غلامان وي؟

نامنظم نمونه ازماييښت نه د بېرته ايښوولو سره

$n=32; k=4$ له دې لاس ته راځي چې د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{32!}{4!28!} = \frac{32 \cdot 31 \cdot 30 \cdot 29}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 35960$$

$$P(A) = \frac{1}{35960} \approx \underline{\underline{0.000028}}$$

تمرین :

د يوه 32 کارتو لوبه کې 8 کارتې راوستل کيږي.

د دې لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، چې 8 واره د پښې کاتي دي؟

د دې غوره غوښتنو لپاره يو جېشمېرونی شته چې د پورته فرمولونو لپاره تکمي لري، دا شمېرونی داسې شمېر عمليې ډېرې ساده کوي:

د تکساس الې يا جېشمېري د تکمو TI - 30 eco RS لپاره د بېلگې په تگه باور لري:

ځانګړی

ټوليز

2^8	$2^y \times 8 = 256$	n^k	$n^y \times k = \dots\dots$
$\frac{26!}{(26-4)!}$	$26 \text{ 2nd nPr } 4 = 258800$	$\frac{n!}{(n-k)!}$	$n \text{ 2nd nPr } k = \dots\dots$
$\binom{32}{4}$	$32 \text{ 2nd nCr } 4 = 35960$	$\binom{n}{k}$	$n \text{ 2nd nCr } k = \dots\dots$
$4!$	$4 \times ! = 24$	$n!$	$n \times ! = \dots\dots$

ټولګه:

د k توکونظم : د امکاناتو تعداد: $k!$

منظمې نمونه ازمايښت دبېرته اېښوونې سره يا بېرته وراچونې سره:

د امکاناتو تعداد: n^k (k -خُله وباسی)

منظمه نمونه ازمايښت بې له بېرته وراچونې سره:

د امکاناتو تعداد: $\frac{n!}{(n-k)!}$ (k -خُله وېستل)

نا منظمه نمونه ازمايښت بې له بېرته وراچونې سره:

د امکاناتو تعداد: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ (k -خُله راوېستنه)

باور لري: $0! = 1! = 1$ او $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$ مګر $\binom{n}{1} = n$

حل: د يوه بايکسکل قلف (د عددونو قلف يا کلپ) له څلور يو له بل خپلواک خرڅيدونو
خرڅونو څخه جوړ دی، چې هر يو يې شپږ ځيږونه يا عددونه (له ۱ - ۶) لري (ځيږ:
بنسټ عددونه له ۰ تر ۹ پورې). دا قلف فقط په يوه ټاکلي عددکميښن وازېدی شي. څومره
ځايونه (د اعدادو کميښن) دا د بايکسکل قلف لري او احتمالي يې څومره لوي دی، چې
په لومړي ځل ځای اېښوونه کې دا قلف واز شي؟

د مرتبان مودل سره مودل کول Modellierung:

يو مرتبان $n = 6$ غونډاري (غوډوسکي يا باغکي يا تشلي) لري د 1 څخه تر 6 گڼو.
 $k = 4$ -خُله راوستل کيږي د بېرته وراچونې سره.

د اعدادو کميښن کولو تعداد دی: $n^k = 6^4 = 1296$

د یوه ازماښت سره احتمالوالی.

ټیک کمینیشن چې پیدا کړي دی:

$$\frac{1}{1296} \approx \underline{\underline{0,00077}}$$

تمرین: له ۲۶ تورو (لاتین یا چرمني؟؟؟، خو تري ۲۶ دي) څخه په پټو سترگو یو بل پسې درې توري راباسو. احتمالوالی څومره لوی دی، چې درېواره همغه توری راباسو؟

حل : د مرتبان مودل سره مودله کونه:

یو مرتبان $n = 26$ غونډاري خوندي لري له تورو A تر Z پورې .

اوس $k = 3$ ځله رابېستل کيږي له بېرته وراچونې سره.

د اعدادو (گڼونو) کمینیشن تعداد دی: $n^k = 26^3 = 17576$

د درې راوستنو لپاره احتمالوالی د بیلگې په توګه ۳ واره توکی A دی:

$$\frac{1}{17576}$$

که درې ځله B همداسې C یا یو بل توری وېستل کيږي. نو احتمالوالی یې برابر دی.

د الفبا د 26 تورو سره په ټولیزه توګه 26 مساعد حالتونه لرو.

له دې سره احتمالوالی چې درې برابر تورو راباسو دی:

$$\frac{26}{17576} \approx 0,00148$$

تمرین:

د شرط په یوه مرتبان کې شپږ لاتري شتون لري ، چې له ۱ تر ۶ نمره شوي دي. یو لوبه کوونکی یا شرط ایښونکی درې نمرې په پرلپسې توګه راباسي، چې نمره ۲ او ۴ او ۶ لري، نو ده په دې توګه وګټله. د یوې ګټنې لپاره احتمالوالی وشمیرئ.

لومړی د امکاناتو تعداد شمیرل کيږي، له دې څخه فقط یو شتون لري، چې ورلو یا گټلو ته مو بیايي، دا په نامه د عددونو پرلپسې 2, 4, 6. دایوه منظمه نمونه- ازمايښت دی بی له بېرته اچولو. له $n = 6$ عددونو څخه $k = 3$ عددونه راوبستل کيږي.

د امکاناتو تعداد :

$$\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{6!}{3!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 6 \cdot 5 \cdot 4 = \underline{\underline{120}}$$

$$P(A) = \frac{1}{120} \approx \underline{\underline{0,0083}}$$

حل :

تمرین: د ۳۲ لوبو کارتو څخه ۸ کارتې راباسو.

د دې لپاره احتمالوالی څومره لوی دی، چې ۸ واره د پښې کارتې راووستل شي؟

$n=32$; $k=8$ له دې څخه د امکاناتو تعداد لاس ته راځي:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{32!}{8!24!} = \frac{32 \cdot 31 \cdot 30 \cdot 29 \cdot 28 \cdot 27 \cdot 26 \cdot 25}{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 10.518.300$$

$$P(A) = \frac{1}{\underline{\underline{10.518.300}}}$$

پوښتنې

نمونه ازمايښت او د گټلو ستراتيژي

لومړی -

یو تصدفي جنرېرونه (دکود پیداکوونکی) یو له بل خپلواک له 0 تر 9 پورې 4 عددنڅښې (Ziffern) تولیدوي یعنې د کود نمره.

دا د —خایز عدد په څیر په نښه ځای Display کې څرگندیږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوی دی؟

A : ټول اعداد ناجوره (طاق) دي

B : فقط اعداد 0 او 1 منح ته راځي.

C : عدد يو ،، هندارونکي،، عدد دی ، دا په دې معنا چې لومړی اواخر او همداسې دویم او دریم عددونه مساوي دي.

دویم-

په يوه مرتبکي ۶ سره او ۴ سپين غونډاري (کېدی شي دا باغکي (تشلي) و بولی) براته دي. يو په بل پسې ۵ غونډاري راوستل کيږي بې له بېرته وراچونې. د لاندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟

: فقط سره غونډاري راوستل کيږي.

: لومړی ټول سپين او بيا ور پسې يوه سور غونډاری.

: لومړی غونډاری سپين دی.

: په بدله توگه توگه سپين او سره غونډاري راوستل کيږي.

دریم - په يوه مرتبان کې په گڼه (نمره) سمبال 25 توپونه شتون لري (عددونه له 1 تر 25). له مرتبان څخه څلور برابر ډوله غونډاري راوستل کيږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

: ټول عددونه په 5 وېشور دي.

: د څلورو عددونو زياتون يا جمعه له 12 کوچنی ده.

: د 4 عددونو ضرب 12 دی.

څلورم - څلور ملگري سينماته ځي. دوی په يوه قطار کې يو د بل تر څنګ 4 نمره شوي يا په گڼه شوي ځايونه لري او تصادفي کاتونه وېشي. د لاندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟

: تور د دوه ملگرو تر منځ کښيني.

: تور او برگ غاړو (دباندي) ته کښيني.

: تور او برگ يو د بل تر څنگ کښيني.

پنځم - د 3, 4, 5, 6 ټيکو لپاره په لوتو کې 6 له 49 څخه احتمالوالی وټاکي او ستاسو تگلار تشریح کړی.

: په لوتو کې 6 ټيک .

: په لوتو کې 5 ټيک.

: په لوتو کې 4 ټيک.

: په لوتو کې 3 ټيک يا صحيح.

شپږم - د يوې غاړکۍ د پېرلو لپاره سړي، اسماني او شني مرغلي په واک کې لرو. شپږ مرغلي پېرل کيږي. د لاندې پېښو پاره احتمالوالی څومره لوي دی، که رنگونه په خوبه وټاکل شي؟

: سره مرغله منځ ته نه راځي.

: دا لومنی درې مرغلي شني دي.

: يوپه بل پسې تل سړي او شني مرغلي راځي.

اوم -

د زوکړې مېله کې د 10 نجونو رمنځ يو ، يو او درجې تحفي وېشل کيږي. د لاندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟

: څانگه دا 1 لښته 2 او زرغونه 3 دريمه درجه جاپزې گټي.

: څانگه، لښته او زرغونه هره يوه يو ه جايزه گټي.

: څانگه جايزه نه گټي.

: دا درې نجوني څانگه، لښته او زرغونه جايزه ه نه گټي.

اتم - په يوه کورس کې په هلکانو او نجونو ازادي (مفتي) کارتي وېشل کيږي. د دې لپاره د دې نارينه او ښځينه زده کوونکو نومونه ليکل کيږي او پاڼې توکلي راوستل کيږي. د کوم احتمالوالي سره (0, 1, 2, 3, 4) , 5 ازادي کارتي نجونو (هلکانو) ته راوځي؟

: نجوني 5 ازادي کارتي لاس ته راوړي.
 : نجوني 4 ازادي کارتي لاس ته راوړي.
 : نجوني 3 ازادي کارتي لاس ته راوړي.
 : نجوني 2 ازادي کارتي لاس ته راوړي.
 : نجوني 1 ازادي کارتي لاس ته راوړي.
 : نجوني هيڅ ازادي کارتي لاس ته راوړي.

نهم - د ازمايني په 10 ممکنه موضوعاتو باندې بريکړه شي. له دې درې په
 ازموینه کې پوښتل کېږي. یو ازماينېتی (هغه زده کونکی/ې چې ازمايل کيږي) فقط 6
 له 10 موضوعاتو زده کوي. د لاندې پېښو لپاره احتمالي څومره لوي دي؟
 A : ازماينېتي له درې ټاکل شوو موضوعاتو ته چمتوالی نه دی کړی (ځان نه دی
 چمتو کړی)

B : ازماينېتي له دې درې ټاکلو موضوعاتو څخه يوې ته چمتوالی نیولی.
 C : : ازماينېتي له دې درې ټاکلو موضوعاتو څخه دوه وو ته چمتوالی نیولی.
 D : ازماينېتي ټولو درې ټاکلو موضوعاتو ته چمتوالی نیولی.

حلونه (اوبیوني)

نمونه ازماينېت او د گڼلو ستراتيږي I
 مفصل حلونه

لومړی -

موډل : منظم نمونه ازماينېت د بېرته ور اچونې سره
 د ټول امکاناتو تعداد:

د هرو 4 ځايونو لپاره 10 ممکنه عددونه (0 تر 9) شته. له دې سره 10.000
 عددونه انځورېدلای شي.

- ټول عدونه ناجوره (طاق) { 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 } دي. د A لپاره دامکاناتو
 تعداد 5^4 دی.

له دې سره دی :

$$\text{Damit ist } P(A) = \frac{5^4}{10^4} = \frac{1}{16} = 0,0625$$

د دې لپاره احتمالي چې ټول عدونه ناجوره (طاق) دي.

- فقط عددونه 0 او 1 مخ ته راځي. { 0 ; 1 } B لپاره د ممکنه تعداد 2^4 دی

$$P(B) = \frac{2^4}{10^4} = \frac{1}{625} = 0,0016$$

له دې سره دی: د دې لپاره احتمالوالی چې فقط 0 او 1 منځ ته راځي.

- فقط هنداروني اعداد منځ ته راځي يعنې $[xy|yx]$. لومړی او دویم عدد ازاد يا خپلواک ټاکل کيږي، له دې څخه نور دوه لاس ته راځي. د C لپاره د امکاناتو عداد 10^2 دی.

$$P(C) = \frac{10^2}{10^4} = \frac{1}{100} = 0,01$$

له دې سره دی: د دې لپاره احتمالوالی، چې په نښه شويو بڼو ل شوی عدد هنداره شوی عدد دی. دویم -

مودل: منظم نمونه ازماېښت بي له بېرته اچولو سره 6 سره او 4 سپين غونډاري $n = 10$ غونډاري راځوی، $k = 5$ ځله وستل کيږي بي له بېرته ايښوني.

$$\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{10!}{5!} = 30.240$$

له دې سره د امکاناتو تعداد دی:

- فقط سره غونډاری راوستل کيږي

$$\frac{6!}{1!} = 720$$

د لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$P(A) = \frac{720}{30.240} = \frac{1}{42} \approx 0,0238$$

له دې سره دی: د دې لپاره امکانات چې فقط سره غونډاري راو وستل شي.

- لومړی ټول سپين غونډاري اوبيا يو سور.

$$\frac{4!}{0!} \cdot \frac{6!}{5!} = 4! \cdot 6 = 144$$

د ټولو امکاناتو تعداد دی:

$$P(B) = \frac{144}{30.240} = \frac{1}{210} \approx 0,00476$$

له دې سره دي:

د دې لپاره احتمالوالی، چې لومړی ټول سپين او بيا ي، سور غونډاری راووستل شي.

- لومړی غونډاری سپين دی (دابه دې معنا چې 4، 3، 2، او 5 په خوښه دي).

د C لپاره د امکاناتو تعداد دی: $4.9.8.7.6 = 12096$

$$P(C) = \frac{12.096}{30.240} = \frac{2}{5} = 0,4$$

له دې سره دی:

د دې لپاره احتمالي، چې په لومړۍ راوستنه سپين غونډاري راو وستل شي.

- رد بدل سپين او سور راوستل کيږي. (wrwtw) يا (rwtwr). (د سپين لپاره w او سره لپاره r توري ځای په ځای کيږي).

د D لپاره د امکاناتو تعداد دی: $4.6.3.5.2 + 6.4.5.3.4 = 2160$

$$P(D) = \frac{2160}{30.240} = \frac{1}{14} \approx 0,0714$$

له دې سره دی:

د دې لپاره احتمالي، چې رد بدل سپين او سره غونډاري راووستل شي. دريم -

مودل: نامنظم نمونه از ماینستونه بي له بېرته وراچوني سره اویا په یو ځل راوستل:

داد په 5 وېشور عددونه دي: 5, 10, 15, 20, 25
د 25 غونډارو څخه چې 4 غونډاري راوباسو د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{25}{4} = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 25 \cdot 23 \cdot 22 = 12.650$$

دا د ټولو امکاناتو تعداد دی.

- ټول اعداد په 5 وېشور دي.
- د په 5 وېشور اعدادو تعداد 5 دی.
- له دې څخه چې 4 وټاکل شي د امکاناتو تعداد بي دی.

$$\binom{5}{4} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 5$$

دا د A منځ ته راتگ د امکاناتو تعداد دی. له دې سره دی:

$$P(A) = \frac{\binom{5}{4}}{\binom{25}{4}} = \frac{5}{12650} = \frac{1}{2530} \approx 0,000.395$$

د دې لپاره د احتمالي تعداد چې هغه 4 راووستل شي چې په 5 وېشور وي.

- ټول عددونه جوړه دي.
- جوړه يا جفت اعداد دي: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24
- د جوړه اعداد تعداد 12 دی.
- د دې لپاره امکانات چې له دې څخه 4 وټاکو دی:

$$\binom{12}{4} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 495$$

دا د B د رامنځ ته کېدو لپاره دامکاناتو تعداد دی. له دې سره

$$P(B) = \frac{\binom{12}{4}}{\binom{25}{4}} = \frac{495}{12650} = \frac{99}{2530} \approx 0,0391$$

د دې لپاره احتمالوالی دی چې 4 جوړه اعداد را ووستل شي.

- د 4 اعداد جمعه له 12 کوچنۍ ده.

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10 < 12$$

$$1 + 2 + 3 + 5 = 11 < 12$$

د پېښې C لپاره فقط 2 امكانات شته . له دې سره

$$P(C) = \frac{2}{\binom{25}{4}} = \frac{2}{12650} = \frac{1}{6325} \approx 0,000.158$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې 4 عددونه راوه ووستل شي چې جمعه يې له 12 کوچنۍ ده.

- د دې 4 عددونو ضرب 12 دی.

د D لپاره دامکاناتو عتداد دی:

$$4.6.3.5.2.+6.4.3.4=2160$$

له دې سره

$$P(D) = \frac{2160}{30.240} = \frac{1}{14} \approx 0,0714$$

د دې لپاره احتمالوالی دی چې 4 عددونه راوستل کيږي، چې ضرب يې 12 دی.

څلورم - مودل : د k توکو نظم

د امكاناتو تعداد چې 4 کسان په 4 ځايونو ځای په ځای کړو! 4 دی.

- س د دوه ملگرو تر منځ دی.

هغه دوه امكاناتلري : xSxx يا xxSx (دويمه چوکۍ يا دريمه)

دا درې نور ملگري 3! امكانات لري.

له دې سره د A لپاره د امكاناتو تعداد $2.3! = 12$ دی.

له

$$P(A) = \frac{12}{24} = \frac{1}{2} = 0,5$$

سره . د دې لپاره احتمالوالی دی، چې س د دوه ملگرو

ترمنځ کښيښي.

- س او ک دباندې لور ته کښېښي.
يا س او ک دوه امکانات لري، دا نور دوه ملگري هم.
له دې سره د B لپاره د امکاناتو تعداد $2.2 = 4$ دی.
له

$$P(B) = \frac{4}{24} = \frac{1}{6} = 0,1\bar{6}$$

سره د دې لپاره احتمالي دی، چې س او ک دباندې لور يا څنگونو ته کښېښي.
- س او ک ترڅنگ کښېښي.

يعني $SKxx KSxx xSKx xKSx xxSK xxKS$ دا 6 امکانات دي.
د دواړو نورو لپاره 2 امکانات شته.
د C لپاره د امکاناتو تعداد $6.2=12$ دی.
له دې سره

$$P(C) = \frac{12}{24} = \frac{1}{2} = 0,5$$

د دې لپاره احتمالي دی، چې س او ک څن؛ تر څنگ کښېښي

پنځم - مودل : نامنظم نمونه ازمايښت بي له بېرته وراچولو.
يا په يو ځل راوستل.

د امکاناتو تعداد 6 عدونه له ټول 49 عددونو څخه چې چلپيا کړو دی:

$$\binom{49}{6} = \frac{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 13.983.816$$

- په لوتو کې 6 ټيک يا رښتيا.
د امکاناتو تعداد 6 عدونه د ټول 6 گټونکو عددونو چې چلپيا شي او 0 عدونه له 43 نا
گټونکي عددونو دی:

$$\binom{6}{6} \cdot \binom{43}{0} = 1 \cdot 1 = 1$$

دا د A ننواتي لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره دی

$$P(A) = \frac{\binom{6}{6} \cdot \binom{43}{0}}{\binom{49}{6}} = \frac{1}{13.983.816} \approx 0,000.000.072$$

د دې لپاره احتمالي دی، چې 6 گټوني عدونه چلپيا شوي دي (ټيک 6)
- په لوتو کې 5 ټيک

د ټولو 6 گټونکو عددونو څخه د امکاناتو تعداد چې 5 عددونه چلیبا شي دی او 1 عدد له 43 عددونو څخه د ناگټلو عدد دی:

$$\binom{6}{5} \cdot \binom{43}{1} = 6 \cdot 43 = 258$$

دا د B د رامنځ ته کېدنې لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره

$$P(B) = \frac{\binom{6}{5} \cdot \binom{43}{1}}{\binom{49}{6}} = \frac{258}{13.983.816} \approx 0,000.0185$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې 5 گټونکي عددونه چلیبا شوي (5 ټیک یا صحیح دی)
- په لوتو کې 4 ټیک یا صحیح

د ټولو 6 گټونکو عددونو څخه د امکاناتو تعداد چې 4 عددونه چلیبا شي او 2 عدد له 43 عددونو څخه د ناگټلو عدد وي، دی:

$$\binom{6}{4} \cdot \binom{43}{2} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{43 \cdot 42}{2 \cdot 1} = 13545$$

د د C د منځ ته راتګ لپاره د امکاناتو تعداد دی.
دا

$$P(C) = \frac{\binom{6}{4} \cdot \binom{43}{2}}{\binom{49}{6}} = \frac{13545}{13.983.816} \approx 0,000.969$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، 4 گټونکي عددونه چلیبا شوي دي (4 ټیک)
- په لوتو کې 3 ټیک

د امکاناتو تعداد 3 عددونه د ټول 6 گټونکو عددونو چې چلیبا شي او 3 عددونه له 43 نا گټونکو عددونو دی:

$$\binom{6}{3} \cdot \binom{43}{3} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{43 \cdot 42 \cdot 41}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 246.820$$

د D د منځ ته راتلو لپاره دا د امکاناتو تعداد دس.
له دې سره

$$P(D) = \frac{\binom{6}{3} \cdot \binom{43}{3}}{\binom{49}{6}} = \frac{246.820}{13.983.816} \approx 0,0177$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې 3 گټونکي عددونه چلیپا شوي دي (3 ټیک) شپږم -

مودل : منظم نمونه از مایینست د بیرته ور اچونې سره.
د رنگ ټاکنه تصادفي ده، دا په دې معنا چې ، هر رنگ برابر احتمال لري.
د مرغلرو لپاره درې رنگونه په اختیار کې لرو ،
له دې سره د ټولو امکاناتو تعداد $3^6 = 729$ دی.
- سور رنگ نه رمنځ ته کیږي. دا چې فقط دوه رنگونه راوتل کیږي، نو د امکاناتو تعداد $2^6 = 64$ دی.

د A لپاره امکانات دي : $2^6 = 64$
له دې سره لرو:

$$P(A) = \frac{64}{729} \approx 0,0878$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې کومه مرغلره سره نه ده.
- لومړي درې از مایینستونه شنه دي.
له دې سره اخري درې په خوښه ټاکل کېدای شي.
یعني یو امکان د ggg لپاره او 3^3 امکانات د نورو دریو لپاره.
د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: $1.3^3 = 27$
له دې سره

$$P(B) = \frac{27}{729} = \frac{1}{27} \approx 0,0370$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې لومړۍ درې مرغلرې شني دي.
- مرغلرې تبدیلی سرې او شني دي.
د دې لپاره دوه مکانات شتون لري: rgrgrg یا grgrgr.
د C لپاره امکانات دي: 2
له دې سره

$$P(C) = \frac{2}{729} \approx 0,00274$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې مرغلرې یوبل پسې سرې او شني دي.
اوم - مودل : منظم نمونه از مایینستونه بې د بیرته ور اچونې سره .

د امکاناتو تعداد دی: $10.9.8 = 720$

- څانګه (لومړۍ جایزه) لښته (دویمه جایزه)، زرغونه (دریمه جایزه)

د لپاره د امکاناتو تعداد دی: 1

له دې سره

$$P(A) = \frac{1}{720} \approx 0,00139$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې څانګه 1-جایزه، لښته 2-جایزه او زرغونې 3-مه جایزه لاس ته راوړي.

-څانګه، لښته او زرغونه هر یوه یوه جایزه ګټي

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: $3! = 6$

له دې سره

$$P(B) = \frac{6}{720} = \frac{1}{120} \approx 0,00833$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې لښته او زرغونه هر ه یوه جایزه ګټي او څانګه جایزه نه ګټي.

- څانګه جایزه نه ګټي.

د C لپاره د امکاناتو تعداد دی: $9.8.7$

له دې سره

$$P(C) = \frac{9.8.7}{720} = \frac{7}{10} = 0,7$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې څانګه جایزه نه ګټي.

D - له دې دزې نجونو څخه یوه هم جایزه نه ګټي.

د D لپاره احتمالوالی دی: $7.6.5 = 210$

له دې سره

$$P(D) = \frac{210}{720} = \frac{7}{24} = 0,293$$

احتمالوالی دی، چې هېڅ یوه له دې درې نجونو جایزه نه ګټي.:

اتم - مودل: نامنظم نمونه از ماښت بی له بېرته وراچونې سره.

یا د یوه وار سره راوستنه.

د ټولو 25 پاڼو څخه د 5 پاڼو راوستلو امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{25}{5} = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 53.130$$

A - 5 پاڼې د نجونو دي (0 د هلکانو).

له ټول 13 پاڼو څخه چې 5 پاڼې د نجونو نومونو سره او له 12 پاڼو څخه چې 0 پاڼې

د هلکانو نومونو سره راوستل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{5} \cdot \binom{12}{0} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 1 = 1287$$

دا د A د منځ ته راتگ لپاره د امکاناتو تعداد دی. له دې سره

$$P(A) = \frac{\binom{13}{5} \cdot \binom{12}{0}}{\binom{25}{5}} = \frac{1287}{53130} \approx 0,0242$$

د دې لپاره امکاناتو تعداد دی، چې ټولې 5 مفتي کارتې دنجونو ته ځي.

B - 4 پانې نجونو ته ځي (1 پانه هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پانو څخه 4 دنجونو په نامه او 1 پانه له 12 پانو څخه د هلکانو په نامه راوه ووتل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{4} \cdot \binom{12}{1} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 12 = 8580$$

دا د B د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره

$$P(A) = \frac{\binom{13}{4} \cdot \binom{12}{1}}{\binom{25}{5}} = \frac{8580}{53130} \approx 0,161$$

د دې

احتمالوالی دی، چې څلور ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او یوه ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

C - 3 پانې نجونو ته ځي (2 پانه هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پانو څخه 3 دنجونو په نامه او 2 پانه له 12 پانو څخه د هلکانو په نامه راوه ووتل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{3} \cdot \binom{12}{2} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{12 \cdot 11}{2 \cdot 1} = 18876$$

دا د C د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره

$$P(C) = \frac{\binom{13}{3} \cdot \binom{12}{2}}{\binom{25}{5}} = \frac{18876}{53130} \approx 0,355$$

د دې احتمالوالی دی، چې درې ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او دوه ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

B - 4 پانې نجونو ته ځي (1 پانه هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پانو څخه 4 د نجونو په نامه او 1 پانه له 12 پانو څخه د هلکانو په نامه راوه ووتل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{4} \cdot \binom{12}{1} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 12 = 8580$$

دا D د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره

$$P(A) = \frac{\binom{13}{4} \cdot \binom{12}{1}}{\binom{25}{5}} = \frac{8580}{53130} \approx 0,161$$

د دې احتمالوالی دی، چې څلور ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او یوه ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

D - 2 پانې نجونو ته ځي (3 پانه هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پانو څخه 2 د نجونو په نامه او 3 پانه له 12 پانو څخه د هلکانو په نامه راوه ووتل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{2} \cdot \binom{12}{3} = \frac{13 \cdot 12}{2 \cdot 1} \cdot \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 17160$$

دا D د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره

$$P(D) = \frac{\binom{13}{2} \cdot \binom{12}{3}}{\binom{25}{5}} = \frac{17160}{53130} \approx 0,323$$

د دې احتمالوالی دی، چې دوه ازاده یا مفت کارتې نجونو ته او درې ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

E - 1 پانه نجونو ته ځي (4 پانې هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پانو څخه 1 د نجونو په نامه او 4 پانه له 12 پانو څخه د هلکانو په نامه راوه ووتل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{1} \cdot \binom{12}{4} = 13 \cdot \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 6435$$

دا د E د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره

$$P(E) = \frac{\binom{13}{1} \cdot \binom{12}{4}}{\binom{25}{5}} = \frac{6435}{53130} \approx 0,121$$

د دې احتمالوالی دی، چې یوه ازاده یا مفت کارتي نجونو ته او څلور ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

F - 0 پانې نجونو ته څي (5 پانه هلکانو ته).

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له 13 پانو څخه 0 د نجونو په نامه او 5 پانه له 12 پانو څخه د هلکانو په نامه راوه ووتل شي د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{13}{0} \cdot \binom{12}{5} = 1 \cdot \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 792$$

دا د F د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره

$$P(F) = \frac{\binom{13}{0} \cdot \binom{12}{5}}{\binom{25}{5}} = \frac{792}{53130} \approx 0,0149$$

د دې احتمالوالی دی، چې 0 ازاده یا مفت کارتي نجونو ته او 5 ازاده یا مفت کارته هلکانو ته رسیږي.

نهم -

مودل : نامنظم نمونه ازماېښت بي له بېرته وراچوني سره.
يا په يوه ځل راوستنه.

د 10 ممکنه موضوعاتو، درې پوښتل کيږي، ازماېښتی د امکاناتو تعداد 6 لپاره زده کوي. له 10 موضوعاتو چې 3 وټاکل شي دی:

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

- زده کړي دې درې ټاکلو موضوعاتو څخه د کومي لپاره ځان نه دی چمتو کړی . له 4 موضوعگانو څخه چې ازماېښتي ورته ځان نه دی چمتو کړی درې پوښتني ټاکل کيږي

د $P(A)$ لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{3} = 4$$

له دې سره

$$P(A) = \frac{4}{120} = \frac{1}{30} = 0,0\bar{3}$$

د دې لپاره احتمالوال دی، چې زده کړي د هېڅ پوښتنې لپاره ځان نه دی چمتو کړی.
 B - زده کړي دې درې ټاکلو موضوعاتو څخه د یوې لپاره ځان چمتو کړی. له 4 موضوعگانو څخه چې ازماښتې ورته ځان نه دی چمتو کړی دوه پوښتنې ټاکل کيږي، له 6 موضوعاتو څخه ده ورته ځان چمتو کړی یوه ټاکل کيږي.
 D لپاره د امکاناتو عدد دی:

$$\binom{4}{2} \cdot \binom{6}{1} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot \frac{6}{1} = 36$$

له دې سره

$$P(B) = \frac{36}{120} = \frac{3}{10} = 0,3$$

د دې لپاره احتمالوال دی، چې زده کړي د یوې پوښتنې لپاره ځان چمتو کړی.
 C - زده کړي دې درې ټاکلو موضوعاتو څخه د دوه موضوعاتو لپاره ځان چمتو کړی. له 4 موضوعگانو څخه چې ازماښت کیدونکي ورته ځان نه دی چمتو کړی یوه پوښتنه ټاکل کيږي، له 6 موضوعاتو څخه ده ورته ځان چمتو کړی 2 موضوعات ټاکل کيږي. D لپاره د امکاناتو عدد دی:

$$\binom{4}{1} \cdot \binom{6}{2} = \frac{4}{1} \cdot \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 60$$

له دې سره

$$P(C) = \frac{60}{120} = \frac{1}{2} = 0,5$$

د دې لپاره احتمالوال دی، چې زده کړي د دوه پوښتنو لپاره ځان چمتو کړی.
 - زده کړي دې درې ټاکلو موضوعاتو څخه ټولو درې موضوعاتو لپاره ځان چمتو کړی. له 4 موضوعگانو څخه چې ازماښتې ورته ځان نه دی چمتو کړی 0 پوښتنې ټاکل کيږي، له 6 موضوعاتو څخه ده ورته ځان چمتو کړی 3 موضوعات ټاکل کيږي.
 D لپاره د امکاناتو عدد دی:

$$\binom{4}{0} \cdot \binom{6}{3} = 1 \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 20$$

له دې سره

$$P(C) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6} \approx 0,1\bar{6}$$

د دې لپاره احتمالوال دی، چې ازمويني د درې پوښتنو لپاره ځانونه چمتو کړی.

پوښتنې

نمونه ازماښت او د گڼلو ستراتيږي II

لومړۍ – د تورو اوسپينو خښتو څخه برجونه جوړيږي، چې تل اته تيږي يوپه بل ايښوول كيږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، که رنگونه توکلي وټاکل شي؟

ټولي تيگي همغه رنگ لري

- فقط يوه تيگه سپيني ده.

- اخرنی او اولنی تيگه همغه رنگ لري

دويم - په يوه خلته کې يو سور، دوه شنه او درې زېر او څلور اسماني غونډاري پرته دي. يو کس درې غونډاري راباسي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

A – ټيک يو شين غونډاری راوستل كيږي

د ريم – د يوې خبريه غونډې لپاره پنځه نمرې په واک کې لرو، له دې څخه يوه Jongliernummer نمره د پروگرام لړۍ ټاکل كيږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

- جونگلوېر د پروگرام په دريم ځای کې نوبت لري؟

- ژونگلوېرنمر (نوبت يا وار) Die Jongliernummer په اخر کې نه دی؟

څلورم - په يوه کارتون Packung کې 10 د برق گروېونه دي، لهدې دوه زيانمن. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی، که د رېښنا گروېونه په پټو سترگو را ووستل شي؟

- ټول درې گروپونه جوړ دي.

- ټيک يو گروپ زيانمن دی.

- ټيک دوه گروپونه زيانمن دي.

پنځ- احتمالوالی څومره لوي دی، چې له اته کسانو لږ تر لږه دوو په همغه میاشت کې زېږېدلي وي؟ په نزدې (تقریبي) توگه ونیسئ (فرض کړئ) چې ټولې میاشتي برابري اوږدې دي.

- لږ تر لږه له اته کسانو دوه په همغه مشات کې د زېږېدو ورځ لري.

شپږم – په یوه مرتبان کې شپږ سره، ۵ شنه او څلور اسماني غونډاري بارته دي. ۳ غونډاري په یوه ځل راوستل کیږي، د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟
-دوه شنه غونډاري راوستل کیږي.

-د روستل شوو غونډارو تر منځ شین غونډاری نه شته.

اوم – په یوه لوبه، هرات ته سفر، کې په هره دوره کې یو کس له منځه وځي. په لوبه کې اته کسان ونډه لري. د لاندې پېښو احتمالوالی وشمېرئ؛
- لرغونی اخر ته پاتېږي.

ابا انا او وږمه په اخره لوبه کې باتېږي.

اتم – په Multiple-Choice-Test ازموینه کې 10 پوښتنې راځي، هره د درې ځوابونو سره، چې له هغو ټيک یو ټيک (صحيح) دی. یو مس د تصادف پرینځیپ له مخې، د هرې پوښتنې یو ځواب چلیپا کوي. د لاندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟
- ټول ځوابونه نا ټيک دي.

- لومړي پنځه ټيک دي، اخري ۵ ناټيک چلیپا شوي.

د ځوابونو ټيک نیمایي ټيک دي.

D - 4 ځوابونه ټيک دي، 6 ناټيک.

نهم - د ANANAS لغات توري سره گډيري او نوې ترتيبيري. دلاندې پېښو احتمالوالی څومره لوي دی؟

- لغات ANANAS بېرته منځ ته راځي.

- د تورو کمېښن چې د AAA سره پېيل کيږي.

- کمېښن ، چې دريواره A سملاسي يو په بل پسې راځي.

حلونه

نمونه ازماښت II

مفصل حلونه يا اوبيوني

لومړی -

مودل : منظم نمونه رازمشیښت د بېرته وراچوني سره.

د هرو اته تيگو لپاره يو رنگ په اختيار کي لرو. (اته واره راوستنه د بېرته ور اچوني سره).

د ټولو رنگه کمېښن امکانات دي : $2^8 = 256$.

ټولي اته تيگي همغه يا يو رنگ لري. دايه دي معنا چې ټولي اته تيگي يا توري دي يا سپيني.

د A لپاره امکان 2 دی :

$$P(A) = \frac{2}{256} = \frac{1}{128} \approx 0,00781$$

له دي سره لرو:

د دي لپاره احتمالوالی، چې ټولي تيگي همغه رنگ لري.

- فقط يوه تيگه سپينه ده. دا چې دا تيگه په هر ځاي کي، چې ټول 8 ځايونه دي ايښول کیدی شي، د دي لپاره 8 امکانات شته.

د B لپاره امکانات دي: 8

$$P(B) = \frac{8}{256} = \frac{1}{32} = 0,03125$$

له دې سره لرو:

د دې لپاره احتمالوالی، چې له 8 ټیګو څخه فقط یوه سپینه ده.

لومړنۍ او اخیښتۍ ټیګه یو یا همغه رنگ لري. د لومړنۍ او اخیښتۍ ټیګو لپاره ۲ امکانات شتون لري. یا دواړه سپینې یا دواړه تورې دي.

د پاتې 6 ټیګو لپاره 26 امکانات شتون لري.

د C لپاره امکانات دي: $2 \cdot 2^6 = 2^7 = 128$

$$P(C) = \frac{128}{256} = \frac{1}{2} = 0,5$$

له دې سره دی:

د دې لپاره احتمالوالی، چې لومړۍ او اخیښتۍ ټیګه همغه رنگ لري.

دویم - موډل: نامنظم نمونه ازمايښت بې له بېرته وراچونې سره.

یا د یو حل اخستني سره.

د دې لپاره امکانات چې له خلتي درې غونډاري له ټولیزه لس غونډارو څخه راوه ووتل شي دی:

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

- چې ټیک یو شین غونډاری د ټولو دوه غونډارو څخه راوه ووتل شي او دوه غونډاري د دې نورو اته غونډارو څخه روه ووتل شي دی:

$$\binom{2}{1} \cdot \binom{8}{2} = 2 \cdot \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} = 56$$

داد امکاناتو تعداد دی، د A د رامنځته کېدو لپاره.

له دې سره

$$P(A) = \frac{\binom{2}{1} \cdot \binom{8}{2}}{\binom{10}{3}} = \frac{56}{120} = \frac{7}{15} \approx 0,467$$

احتمالوالی دی، چې ټیک یو شین غونډاری را وه وسته شي.

دریم - - ژونگلوپر په درې ځایونو ولاردي ۵ په گڼه یانمره شوي.

xxJxx د هرې راوستنې سره کېدی شي په هر خوبه ځای کې رامنځ ته شي.

مودل: مرتبان د ۵ غونډار و سره له ۱ تر ۵ نمره شوي.

عددونه ځایوه روکوي په هغه کې چې ژونگلوپر پروگرام لري. یو ځل وستنه په پروگرام کې ځای ټاکي، په کوم کې چې ژونگلوپر راځي.

له دې سره دی

$$P(A) = \frac{1}{5} = 0,2$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ژونگلوپر په دریم ځای کې راځي. په همدې احتمالوالي سره به دا په یوه خوبه ځای کې هم راشي.

- ژونگلوپر په پای کې نه راځي. دا په دې معنا چې هغه په 1, 2, 3 او 4 ځای کې ولاړ وی. د احتمالوالي لپاره د جمعې جملې له مخې باور لري:

له دې سره دی:

$$P(B) = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5} = 0,8$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ژونگلوپر په اخر ځای کې نه راځي.

څلورم - مودل: نامنظم نمونه ازمايښت نه بېرته اېښوولو سره .

$n = 10$ بریښنا گروپونه، له دې څخه 2 زیانمنې او درې تصادفي راوستل کيږي. د یوه پ څخه چې له لسو گروپونو څخه تصادفي درې راوستل کيږي د دی:

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

- ټول درې گروپونه سالم یا ټیک دي. له اتو سالمو څخه گروپونو څخه درې وټاکو درې له اتو دی.

$$\binom{8}{3} = 56$$

له دې سره د A لپاره امکانات دي :

$$P(A) = \frac{56}{120} = \frac{7}{15} \approx 0,4\bar{6}$$

له دې سره دی:

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې درې سالم گروپونه وټاکو..

- ټیک یو ناسالم دی. د اتو سالمو گروپونو څخه دوه او له دوه ناسالمو گروپونو څخه یو راوستل کيږي.

$$\binom{8}{2} \cdot \binom{2}{1} = \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} \cdot 2 = 56$$

د لپاره امکانات دي:

$$P(B) = \frac{56}{120} = \frac{7}{15} \approx 0,4\bar{6}$$

له دې سره دی:

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له درې ټاکلو څخه یو ناسالم دی.

- ټیک دوه گروپونه ناسالم دي. د اتو سالمو گروپونو څخه یو او له دوه ناسالمو څخه دوه راوستل کيږي.

$$\binom{8}{1} \cdot \binom{2}{2} = 8 \cdot 1 = 8$$

د C لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$P(C) = \frac{8}{120} = \frac{1}{15} \approx 0,0\bar{6}$$

له دې سره دی:

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له درې ټاکلو گروپونو څخه دزوه ناسالم دي.

XX-

پنځم — مودل : منظم نمونه ازمایښت د بیرته ور اچونې سره.

د دې لپاره امکانات چې اته کسانو په 12 میاشتو ووبشو 12^8 دی. (له مرتبان څخه ۱۲ مختلف غونډارو راوستنه د بیرته وراچونې سره).

- له اته کسانو څخه لږ تر لږه دوه کسان په همغه میات کې زېږېدلي یا د زېږېداورځ لري. د برعکس یا په څټ پېښه ده، چې ټول اته کسان په بېلا بېلو ورځ کې د زېږېدنې نېټه لري. اوس اته کسان په دولسو داسې وېشل کېږي، چې دوه وارتیا په کې منځ ته نه راځي.

له دې سره د $\bar{A}$ لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$= 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \bar{A}$$

له دې سره

$$P(\bar{A}) = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{12^8} \approx 0,0464$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ټول اته کسان په مختلفو میاشتو کې زېږېدلي دي.

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{12^8} \approx 0,954$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له اته کسانو څخه دوه په همغه میاشت کې د زېږېدنې نېټه لري.

شپږم — مودل : نامنظم نمونه ازمایښت د نه بیرته اچونې سره

یا د یوځل سره وېستنه

د دې لپاره امکانات چې له ټولو ۱۵ غونډارو څخه چې په مرتبان کې دي درې راوستل شي دي:

$$\binom{15}{3} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 455$$

- ټيک دوه شنه غونډاري راوستل کيږي.

د دې لپاره امکانات چې ۲ شنه غونډاري له ټول ۴ غونډارو څخه اوږه د نورو ټول ۱۱ غونډارو دنورو رنگونو راوستل شي دی:

$$\binom{4}{2} \cdot \binom{11}{1} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot 11 = 66$$

د د A د رامنځ ته کېدو لپاره احتماليو تعداد دی.

له دې سره

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2} \cdot \binom{11}{1}}{\binom{15}{3}} = \frac{66}{455} \approx 0,145$$

د دې لپاره احتماليو دی، چې ټيک دوه شنه غونډاري راوستل کيږي.

- هيڅ شين غونډاری راوستل کيږي يا کوم شينغونډاری نه روستلکيږي..

د دې لپاره امکانات چې له ټول ۴ غونډارو څخه 0 غونډاری اودرې دنورو رنگونو د ټولو ۱۱ غونډارو څخه راوه سوتل شي دی:

$$\binom{4}{0} \cdot \binom{11}{3} = 1 \cdot \frac{11 \cdot 10 \cdot 9}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 165$$

د دا د پېښېدو لپاره دامکاننو تعداد دی.

له دې سره

$$P(B) = \frac{\binom{4}{0} \cdot \binom{11}{3}}{\binom{15}{3}} = \frac{165}{455} \approx 0,363$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې شین غونډاری نه راستل کيږي.

اوم - په لوبه کې اته کسانونډه اخلي. له هر واره وروسته یو وحي. له لومړي وار وروسته اته امکانات شتون لري، د دویم وروسته اوه امکانات او همداسې ورپسې، چې یو له ونډې وحي. له دې سره د امکاناتو تعداد دی:

$$8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 8! = 40.320$$

- لاروی اخر پاتېږي.

xxxxxxxxL د امکاناتو تعداد دی، اوه کسان په اوه ځایونو ووېشو او لاروی اخر ځای ونیسي! 7 دی.

د دې سره A لپاره د امکاناتو تعداد دی: 7!.

له دې سره

$$P(A) = \frac{7! \cdot 1}{8!} = \frac{1}{8} = 0,125$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې لاروی اخر ته پاتېږي.

- ا انا او وارته په اخر نوبت کې سره پاتې دي.

xxxxxxxxVA يا xxxxxxxxAV

د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې شپږ کسان په شپږو ځایونو او دوه کسان په دوه ځایونو ووېشو! 6 ضرب 2 دی.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: 2! . 6!

له دې سره دی:

$$P(B) = \frac{6! \cdot 2!}{8!} = \frac{2}{8 \cdot 7} = \frac{1}{28} \approx 0,0357$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې انا او وارثه اخر وار په مقابله کې وي..

اتم - 10 پوښتنې د درې ممکنه ځوابونو سره.

د دې لپاره امکانات چې له 10 پوښتنو هر درې ممکنه ځوابونه ورکړل شي 3^{10} دي. (مرتبا له درې مختلفو غونډارو سره 10 ځله له بېرته وراچونې سره راوستل کيږي)

- ټول ځوابونه ناتيک يا غلط دي.

د دې 10 پوښتنو سره دوه امکانات شته چې ناتيک چلپيا شي.

A د لپاره د امکاناتو تعداد 2^{10} دی.

له دې سره ه

$$P(A) = \frac{2^{10}}{3^{10}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{10} \approx 0,0173$$

د دې لپاره امکانات دي، چې ټولې پوښتنې نتيک چلپيا شي.

- لومړي 5 ځوابونه ټيک او احرني 5 ځوابونه ناتيک چلپيا شوي.

د لومړۍ 5 پوښتنو لپاره هر ځل يوه او اخرو 5 پوښتنو لپاره هر ځل دوه د چلپيا امکانات شته.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: $2! \cdot 6!$

له دې سره دی:

$$P(B) = \frac{6! \cdot 2!}{8!} = \frac{2}{8 \cdot 7} = \frac{1}{28} \approx 0,0357$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لومړۍ پوښتنې ټيک چلپيا شوي دي.

- ټيک نيمایې پوښتنې سمې چلییا شوي دي.

د دې لپاره چې ۵ سم ځواب شوي پوښتنې په پوښتنو وېشو، $\binom{10}{5}$ امکانات شته. هر یو ځانله احتمالوالی B لري،

$$P(C) = \binom{10}{5} \cdot \frac{1^5 \cdot 2^5}{3^{10}} = 252 \cdot \frac{2^5}{3^{10}} \approx 0,137$$

له دې سره دی:

د دې لپاره احتمالوال دی، چې نیمې ټيک یا سمې ځواب شي.

- ۴ ځابونه سم دي او ۶ ناسم یا ناټيک.

د دې لپاره امکانات چې ۴۳ پوښتنې په ۱۰ وېشل شيدی :

د هر ۶ ناسم چلییا شوو پوښتنو لپاره ۲ امکانات شته دی.

دا امکانات دي.

د امکاناتو لپاره تعداددی:

له دې سره

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ پوښتنې سمې چلییا شوي دي.

$$\binom{10}{4} = 210$$

د دې لپاره احتمالوالی چې ۴۳ پوښتنې په ۱۰ ووېشو دی:

په هر ۶ چلییا شوو پوښتنو سره ۲ امکانات شتون لري.

دا 2^6 امکانات دي.

$$\binom{10}{4} \cdot 2^6 = 210 \cdot 2^6$$

د D لپاره امکانت دي:

$$P(D) = \frac{210 \cdot 2^6}{3^{10}} \approx 0,228$$

له دې سره دی:

د دې لپاره ۱ احتمالوالی، چې ۴ پوښتنې ټیک چلیپا شوي.

نهم – ANANAS : د ۶ تورو د تنظیم لپاره د 6! امکاناتو تعداد دی.

- بډرته دا لغات ANANAS منځ ته راځي.

د A لپاره د امکاناتو تعداد: 3.2.1

د N لپاره 2.1:

د S لپاره: 1

د A لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$3.2.1.2.1.1=12$$

$$P(A) = \frac{12}{6!} = \frac{1}{60} = 0,01\bar{6}$$

له دې سره دی:

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له کډولو یا بنورولو ورسته بېرته دا لغات ANANAS منځ ته راځي.

- د تورو کمبینیشن د AAA سره پیل کيږي یعنې AAAXxx

د A لپاره د امکاناتو تعداد: 3.2.1

د x لپاره: 3.2.1

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: 3.2.1.3.2.1=36

$$P(B) = \frac{36}{6!} = \frac{1}{20} = 0,05$$

له دې سره دی:

د دې لپاره احتمالوال یدی، چې د بنورولو یا گډولو لپاره د بنبرول روسته د AAA پیل توري جوړوي.

- یو لغات د یو پر بل پسې منځ تع راځي.
 AAAxxx یا xAAAx یا xAAAx یا xxxAAA

$$P(C) = 4 \cdot P(B) = 4 \cdot \frac{1}{20} = \frac{1}{5} = 0,2$$

د دې لپاره امکاناندې، چې د بنورولو وروسته لغات د پرلپسې درېوړه A سره منځ ته راځي.

پوښتنې

نمونه ازماښت او د گڼلو ستراتیژي III

لومړۍ – په یوه مرتبان کې ټولټال ۱۴ برابري لویې کارتې پرتې دي، په کومو چې هرې یوې یو توري کښل شوی دی،

د تورو سره کوتی	A	E	N	O	T
د کوتیو تعداد	1	4	5	1	3

لاندې تصادفي ازموینې ازمايل کيږي:

الف – له مرتبان څخه په یوه حل دوه کارتې راوستل کيږي.

لاندې پېښې پېژندل (تعریف) شوي:

A - په دواړو کارتو همغه توري دي

B - دواړه راوستل شوي کارتې ثابتې دي.

د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی وشمېری:

$$P(A); P(B); P(A \cup B); P_B(A)$$

اوپه جمله بڼه ځواب ورکړی.

ب – د ترتبان څخه یوه بل پسې ۵ کارتې راوستل کيږي او په لړۍ یو پر بل پسې ایښول کيږي. د دې لپاره احتمالوالی څومره لوی دی، چې لغات TANNE منځ ته راشي؟

پ – ۵ کارتې په یوه ځل راوستل کيږي. د دې لپاره احتمالوالی څومره لوی دی، چې د راوستل شوو کارتو څخه دا لغات TANTE منځ ته راشي؟

ت – ینځ د لاندې لوبې وړاندیز کوي:

د یوه مرتبان څخه په یو وار درې کارتې راوستل کيږي. د لاندې جدول له مخې شمېرل کيږي.

راوستلي توري له لاندې سره	بیسي ورکونه
۱ غږلرونکی	1€
۲ غږلرونکي	7€
۳ غږلرونکي	21€
E, E, E	28€

شرط باید څومره وي، چې دا لوبه عادلانه یا مناسب وي؟

ټ – د یوه مرتبان څخه په یو وار دوه کارتې راوستل کيږي.

ټ ۱ – د دې لپاره احتمالوالی وشمېری، چې راوستل شوې کارتې وکال یا کونسونانت دي.

ټ ۲ – څومره نور کارتې باید مرتبان کې واچول شي، چې د (1) لاندې احتمالوالی 0,5 شي؟

ځوابونه

نمونه ازمایشت او د گڼلو ستراتیژي III

مفصل حلونه

لومړۍ – مرتبان په ټولیزه توګه ۱۴ توري لري:

1. A 4. E 5. N 1. O und 3. T

A په دې معنا چې $EE \vee NN \vee TT \Rightarrow P(A) = P(EE) + P(NN) + P(TT)$

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} = \frac{19}{91} \approx 0,209$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې په دواړو کړتو برابر توري دي 0,209 دی.

د دې معنا ده

B په دې معنا چې $NN \vee TT \vee NT \Rightarrow P(B) = P(NN) + P(TT) + P(NT)$

$$P(B) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{5}{1} \cdot \binom{3}{1}}{\binom{14}{2}} = \frac{28}{91} = \frac{4}{13} \approx 0,307$$

دد دې لپاره احتمالوالی، چې دواړو کارټو تور کونزونانت دي 0,307 دی.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \text{ mit } A \cap B = NN \vee TT$$

$$P(A \cap B) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} = \frac{13}{91} \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{19}{91} + \frac{28}{91} - \frac{13}{91} = \frac{34}{91} \approx 0,374$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې برابري یا کونزونانت دي 0,374 دی.

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{13}{91} \cdot \frac{28}{91} = \frac{13}{28} \approx 0,464$$

که پوهیږو، چې په دواړو کارتو توري کونزونانت دي، نو د دې لپاره احتمالوالی، له دې امل چې برابر ه لرو توري لرو 0,464 دی.

ب – ۵ کاردې چې په ترتیب شي نو لغات TANNE جوړوي.

$$P(\text{TANNE}) = \frac{3}{14} \cdot \frac{1}{13} \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11} \cdot \frac{4}{10} = \frac{1}{1001} \approx 0,001$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لغات منځ ته راشي نږدې 0,001 دی.

پ – ۵ کاردې په یوه وار.

اړتیا شته: $TT \wedge A \wedge N \wedge E$

$$P(\text{TANTE}) = \frac{\binom{3}{2} \cdot \binom{1}{1} \cdot \binom{5}{1} \cdot \binom{4}{1}}{\binom{14}{5}} = \frac{30}{1001} \approx 0,03$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې دا لغات منځ ته راشي نږدې 0,03 دی.

ت – د دې ۱۴ کارتو څخه ۶ وکال دي او ۸ کونزونانت.

دد تصادفي پېښې ارزښت X دی:

	1 Vokal	2 Vokale	3 Vokale ohne EEE	EEE	kein Vokal
$X = x_i$	1	7	21	28	0

د دې احتمالوالی دی:

$$P(X = x_1) = \frac{\binom{6}{1} \cdot \binom{8}{2}}{\binom{14}{3}} = \frac{42}{91}$$

د ۱ غږلرونکي او ۲ کونزونانت لپاره

$$P(X = x_2) = \frac{\binom{6}{2} \cdot \binom{8}{1}}{\binom{14}{3}} = \frac{30}{91}$$

د ۲ غږلرونکي او ۱ کونسونانت لپاره

$$P(X = x_4) = \frac{\binom{4}{3}}{\binom{14}{3}} = \frac{1}{91} \text{ für } \text{EEE}$$

$$P(X = x_3) = \frac{\binom{6}{3}}{\binom{14}{3}} - \frac{1}{91} = \frac{4}{91} \text{ für 3 Vokale ohne EEE}$$

$$P(X = x_5) = \frac{\binom{8}{3}}{\binom{14}{3}} = \frac{14}{91} \text{ für 3 Konsonanten}$$

د تصادفي واريابلي احتمالي او د انتظار ارزښت شميرنه:

$X = x_i$	0	1	7	21	28
$P(X = x_i)$	$\frac{14}{91}$	$\frac{42}{91}$	$\frac{30}{91}$	$\frac{4}{91}$	$\frac{1}{91}$

$$E(X) = \sum_i x_i \cdot P(X = x_i) = 0 \cdot \frac{14}{91} + 1 \cdot \frac{42}{91} + 7 \cdot \frac{30}{91} + 21 \cdot \frac{4}{91} + 28 \cdot \frac{1}{91} = \frac{364}{91} = 4$$

د € 4 د لوبې پيل سره دا لوبه عادلانه fair ده.

ټ -

ټ ۱- 6 وکال او 8 کونزونانت په مرتبان کې شتون لري.

$$P(VV \vee KK) = P(VV) + P(KK) = \frac{\binom{6}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{8}{2}}{\binom{14}{2}} = \frac{\binom{6}{2} + \binom{8}{2}}{\binom{14}{2}}$$

٢- که x وکالونه ورته ریشی، نو د وکالونو د تعداد لپاره باور لري. $8 + x$

Mit $P(VV \vee KK) = 0,5$ gilt:

$$P(VV \vee KK) = \frac{\binom{6}{2} + \binom{8+x}{2}}{\binom{14+x}{2}} = \frac{\frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} + \frac{(8+x) \cdot (7+x)}{2 \cdot 1}}{\frac{(14+x) \cdot (13+x)}{2 \cdot 1}} = \frac{30 + (8+x) \cdot (7+x)}{(14+x) \cdot (13+x)} = 0,5$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 10 = 0 \Leftrightarrow \underline{x_1 = -5 \wedge x_2 = 2}$$

باید ۲ کاردتي کونزونانت ته ورزیاتي شي. که دا برابره نتیجه ($P = 0,5$) لاس ته راشي، که له دې ۵ کونزونانت لري شي.

لسم – تصاردي واریابلي، احتمالوالي وېشنه، انتظار ارزښت.

پیلبلکه:

		blauer Würfel					
							
grüner Würfel		15	9	12	13	12	11
		5	8	11	11	9	15
		10	9	14	10	10	17
		12	7	9	7	17	15
		10	14	7	13	9	14
		5	12	15	14	11	8

دوه سترگیزي دانې (یوه شنه او بله اسماني 400 ځله غورځولکيري. د هرې یوې نتیجې ډېروالی په یوه جدولکې په لیست کیري.

هر اعدادو جوړه $(6 | 6) \dots (1 | 1)$ کیدی شي د هغو سترگیو جمعه باندې تنظیم شي.

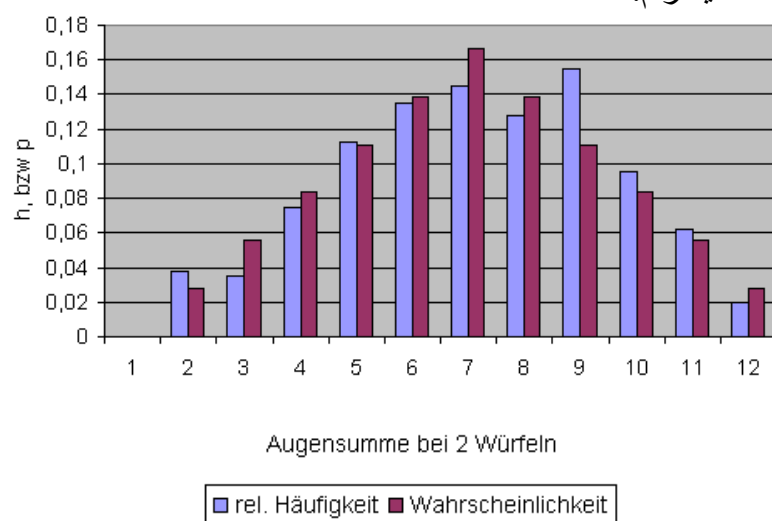
د سترگیو د جمعي نسبي ډېروالی دې دې درامنځته کېدود احتمالوالي سره پرتله شي.

دا شي ځان نیونه دې په یوه جدول او یوه مټه یا ستندیاگرام کې انځور شي.

جدول: له کین ښی لور ته د الماني پښتو: د سترگیو جمعه، اړونده نتیجه، مطلق ډېروالی، نسبي ډېروالی،

Augen summe	zugehöriges Ergebnis	abs. H	rel. h	P(X)
2	(1 1)	15	0,0375	$\frac{1}{36} \approx 0,028$
3	(1 2); (2 1)	14	0,035	$\frac{2}{36} \approx 0,056$
4	(1 3); (2 2); (3 1)	30	0,075	$\frac{3}{36} \approx 0,083$
5	(1 4); (2 3); (3 2); (4 1)	45	0,1125	$\frac{4}{36} \approx 0,111$
6	(1 5); (2 4); (3 3); (4 2); (5 1)	54	0,135	$\frac{5}{36} \approx 0,139$
7	(1 6); (2 5); (3 4); (4 3); (5 2); (6 1)	58	0,145	$\frac{6}{36} \approx 0,167$
8	(2 6); (3 5); (4 4); (5 3); (6 2)	51	0,1275	$\frac{5}{36} \approx 0,139$
9	(3 6); (4 5); (5 4); (6 3)	62	0,155	$\frac{4}{36} \approx 0,111$
10	(4 6); (5 5); (6 4)	38	0,095	$\frac{3}{36} \approx 0,083$
11	(5 6); (6 5)	25	0,0625	$\frac{2}{36} \approx 0,056$
12	(6 6)	8	0,02	$\frac{1}{36} \approx 0,028$

د مت، دیاگرام:



د دوه گوزارونو سره د سترگیو جمعه

نسبي ډېروالی د یوگونو سترگیو جمعی لپاره په ټولیزه توګه د احتمالي شمېرنې څخه ډېر قوي څنګ نه کوي (یعنې تفاوت یې زیات نه دی)

توکلي متحولي یا تصادفي متحوله (اووښتوني یا واریابله)

که دوه دانې سترګیز په همغه وخت کې وغورځول شي، نو نتیجه یې ده:

$$E = \{(1|1); (1|2); (1|3); \dots; (6|6)\}$$

که هره نتیجه د سترگیو جمعی باندې ترتیب شي یا تنظیم شي، نو یوه توکلی اووښتوني په باندې بڼه لاس ته راځي:

$$X((1|1)) = 2 \quad X((1|3)) = 4 \quad X((6|3)) = 9$$

$x=4$ د نتیجې لپاره لیکو: د سترگیو جمعه 4 دی، $\{(1|3); (2|2); (3|1)\}$ یې لپاره.

$x=2$ د نتیجې لپاره لیکو؛ د سترگیو زیاتون 2 دی، یعنې د $\{(1|1)\}$ لپاره.

توکلي متحولي:

د یوې توکلي تجربې توکلي متحولي یا اووښتوني X لاندې یوفنکشن پوهیږو، کوم چې د نتیجه ډېرې (سټ) E هره نتیجه e_i په یوه عدد تنظیموي.

$$X: e_i \rightarrow X(e_i) \quad \text{په ورته والي و تابع } f \text{ ته د } f: X \rightarrow f(x) \text{ سره:}$$

دیوې توکلي متحولي د ارزښت جدول د دوه سترگیو غورځولو لپاره، چې د هغو د سترگیو ګڼون یا تعداد جمعه شي. (لاندې الماني: نتیجه)

Ergebnis	(1 1)	(1 2)	(2 1)	(1 3)	(2 2)	(3 1)	...	(5 6)	(6 5)	(6 6)
$X(e_i) = x_i$	2	3	3	4	4	4	...	11	11	12

	(5 6)	(6 5)	(6 6)
	11	11	12

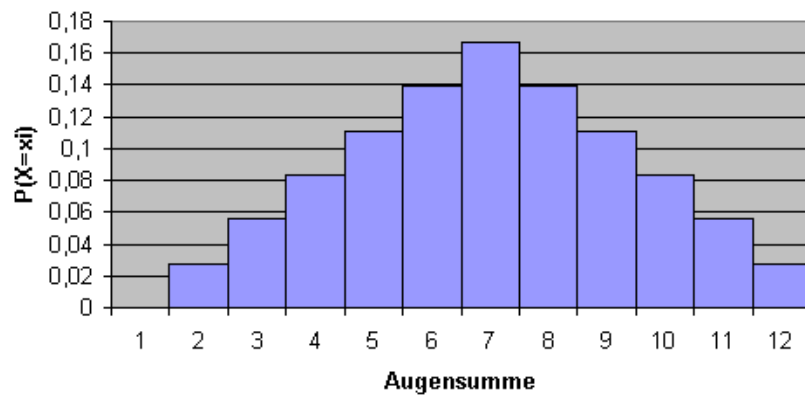
Ergebnis	(1 1)	(1 2)	(2 1)	(1 3)	(2 2)	(3 1)	...	(5 6)	(6 5)	(6 6)
$X(e_i) = x_i$	2	3	3	4	4	4	...	11	11	12

د احتمالوالي وېشنه یا بڼه یې ټوټه کونه یا په برخو یا ټوټو وېشنه که د دوه سترګیو غورځولو سره د نتیجه د سترګیو د جمعې سره (باندې) تنظیم شي، نو توکلي متحوله یا اووېنتوني X منځ ته راځي. که د دې توکلي متحولې د هغې د احتمالوالي سره تنظیم کړي، نو یو احتمالوالیویش (احتمالوالي فنکشن) منځ ته راځي. د احتمالوالي وېشنه یا د توکلي لویې وېشنه کېدای شي سړی د یوه جدول له لارې او یوه هېستوگرام له لارې انځور کړي. جدول:

x_i	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

هېستوگرام: د المانیېنتو: هېستوگرام، د سترګیو زیاتون یا جمعه

Histogramm



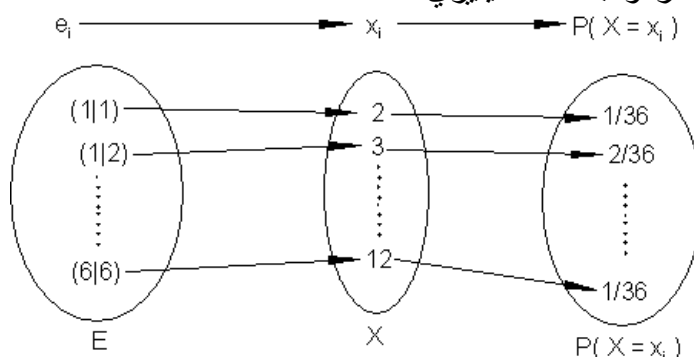
د احتمالوالي وېشنه یا په برخو ټوټه کونه:

د تصادفي متحولې د یوه احتمالوالي وېشنې (احتمالوالي فنکشن یا تابع) f لاندې یو فنکشن f پوهیږود لاندې سره

$$f: x_i \rightarrow P(X = x_i)$$

د فنکشن ارزښت $f(x) = P(X=x_i)$ د دې لپاره احتمالي راکوي، چې X ارزښت x_i نیسي یا غوره کوي.

د فنکشن یا تابع انځورونه د بېلګې په توګه دوه دانوسترګیزو غورځول، چې د هغو د سترګو جمعه تشکیلوي.



د یوه احتمالي په برختوټه ونې انتظار ارزښت

د احتمالي شمېرنې د مرستې سره سړی غواړي د بېلګې په توګه د بختلو بو د انتظار ګټې همداسې بایلښت انتظار په هکله ویناوي وکوي. دا پوښتنه رامنځ ته کېږي: د زیات لوبو کونې سره په هره لوبه کې د کومو وړنو انتظار کېدی شي؟

x_i	$P(X=x_i)$	$x_i \cdot P(X=x_i)$	د لیدووالي لپاره موږ بیرته د دوه دانو سترګو جمعه ته څو. له دې کېدی شي یوه بختلویه جوړه کړو، په هغه کې چې لاندې قوانین مطرح شي:
2	$\frac{1}{36}$	$2 \cdot \frac{1}{36} = \frac{2}{36}$	قانون: په یوه گوزارونه یا اچونه کې د سترګو جمعه لپاره په € ورکولکېږي. د لوبو خاوند طبعاً باید په دې هکله فکر وکړي، چې د لوبو په سر شرط باید څومره لوي وي، له کوم سره چې هغه توان ونه کړي.
3	$\frac{2}{36}$	$3 \cdot \frac{2}{36} = \frac{6}{36}$	د دې لپاره باید دی پوه شي، چې کوم ارزښت دی باید په متوسطه توګه ورکړي، چې زیات کسان په لوبه اخته وي. همدومره جګه باید د بیسو
4	$\frac{3}{36}$	$4 \cdot \frac{3}{36} = \frac{12}{36}$	
5	$\frac{4}{36}$	$5 \cdot \frac{4}{36} = \frac{20}{36}$	
6	$\frac{5}{36}$	$6 \cdot \frac{5}{36} = \frac{30}{36}$	
7	$\frac{6}{36}$	$7 \cdot \frac{6}{36} = \frac{42}{36}$	
8	$\frac{5}{36}$	$8 \cdot \frac{5}{36} = \frac{40}{36}$	

9	$\frac{4}{36}$	$9 \cdot \frac{4}{36} = \frac{36}{36}$	اېښوونه يا شرط هم بايد وي. په ورته توگه لکه په تشرېحي ستاتيستيک کې د يوه زياتوالي دمنځ ارزښت جوړول صورت نيسي د پيسو د ورکړو ارزښت د هغه د منځ ارزښت سره د ضرب له لارې يو ارزښت جوړ کړي.
10	$\frac{3}{36}$	$10 \cdot \frac{3}{36} = \frac{30}{36}$	
11	$\frac{2}{36}$	$11 \cdot \frac{2}{36} = \frac{22}{36}$	
12	$\frac{1}{36}$	$12 \cdot \frac{1}{36} = \frac{12}{36}$	
Erwartungswert $E(X)$		$\frac{252}{36} = 7$	دا ارزښت د انتظار ارزښت بولو. زموږ د بېلگې لپاره دا د ارزښت 7 په معنا دی، چې د جگ تعداد لوبو کې په منځنۍ توگه دلوبي په سر 7 € تاديه يا ورکړل شي.

د لوبو خاوند بايد لږ تر لږه يو د پيسو اېښوونه 7 € و غواړي، چې تاوان ورته پېښ نه شي.

د بایللو پيسو ورکونې ارزښتونه د تصادفي متحولې X سره برابر دي د دې لاندې ارزښتونو سره:

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

اوس لوبه د لوبه کونکي له ليد خبرو، چې دلوبي لپاره 7 € باي ورکړي يا کيږدي..

د هغه لپاره گټه داسې شمېرل کيږي:

گټه = په لوبه کې لا ست ه راوړې پيسې – دلوبي اېښوولې پيسې

Gewinn = Ausspielung – Einsatz

گټه تصادفي متحوله يا اووښتونې سره برابره ده، چې Y يې بولو، پس Y د دې لاندې ارزښتونو سره:

-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5

له دې سره د گټې کیدۍ شي د انتظار ارزښت پیدا کړو.

$$E(Y) = -5 \cdot \frac{1}{36} - 4 \cdot \frac{2}{36} - 3 \cdot \frac{3}{36} - 2 \cdot \frac{4}{36} - 1 \cdot \frac{5}{36} + 1 \cdot \frac{5}{36} + 2 \cdot \frac{4}{36} + 3 \cdot \frac{3}{36} + 4 \cdot \frac{2}{36} + 5 \cdot \frac{1}{36} = 0$$

د انتظار ارزښت د گټې لپاره 0 دی. دا په دې معنا چې په اوږده موده کې بیا په اوږده لوبغاړی لوبه نه وړي یا نه گټي. مگر دا یې بایلي هم نه. چانسونه برابر دي.

د X د انتظار ارزښت

که یوه تصادفي متحول X ارزښت $x_1, x_2, \dots, x_n$ ولري، نو

$$E(X) = x_1 \cdot P(X = x_1) + x_2 \cdot P(X = x_2) + \dots + x_n \cdot P(X = x_n) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot P(X = x_i)$$

د X انتظار ارزښت بلل کیږي.

په یاد ولرئ:

که $E(X) > 0$ وي، نو دا لوبه د لوبه کوونکي لپاره مساعد ده (گټوره) بلل کیږي.

که $E(X) = 0$ وي، نو دا لوبه عادلانه بلل کیږي.

که $E(X) < 0$ وي، نو دا لوبه د لوبه کوونکي لپاره نامساعده (ناعادلانه) بلل کیږي.

د انتظار ارزښت ته یادونې: د انتظار ارزښت د X انتظار منځ ارزښت سره د تصادفي آزمایشونو په یوه لړۍ کې دی.

په دې ترڅ کې چې منځ ارزښت – د تشریحي ستاتیسټیک څخه یوه لویه – په تېر وخت پورې اړه لري، کوم چې په نمونه ارزښت کې په ریښتوني رامنځ ته شوي دي، د انتی-ار ارزښت یو لویه تشریح کوي، چې په راتلونکي پورې اړه لري، نو یوه لویه چې د اوږده وخت لپاره په هغې حساب کولی شو.

د $E(X)$ په ځای لیکلای شو μ_x یا μ

د $P(X=x_i)$ په ځای P_i سری هم لیکلای شي.

لکه په منځ ارزښت کې همداسې انتظار ارزښت کې هم په ډېرو حالتونو کې په هغو ارزښتونو پورې اړه نه لري، چې تصادفي پېښه یې نیولې شي.

بیلگه او تمرین

د یوه مسلکي ښوونځي په انګرېز کې سره له دې چې اجازه نه لري کله کله یوه په زړه پورې بخت لوبه کيږي.

د لوبې قانون: د هرې لوبې په سر د بیسو اېښوولو ارزښت € 2 دی.

لوبه کوونکي لومړی عددونه 1, 2, 3, ..., 6 نیسي.

پسې درېواره د یو سترګی غورځوي.

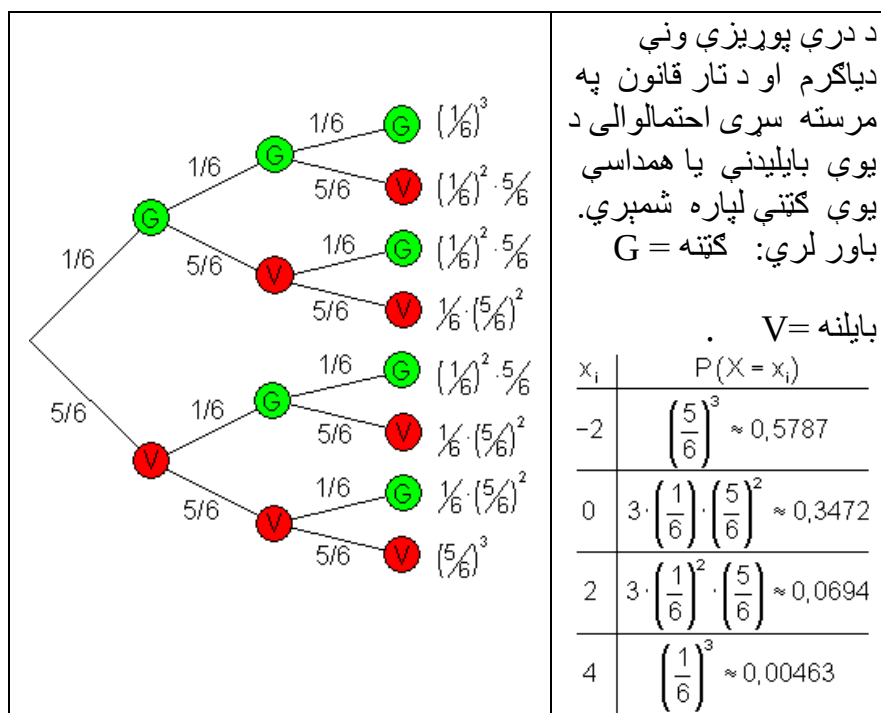
که دا غوره شوي عدد را نه ووځي نو لوبه بایلل شوې. که غوره شوی هډد یو ځل رامنځ ته شي، نو دی دا یو اېښول شوی ارزښت بیرته راګوي.

که دا غوره شوی عدد دوه واره راووځي، نو لوبه کوونکي د دې اېښول شوو پیسودوه برابره لاس ته راوړي.

که دا غوره شوی عدد درې واره راووځي، نو لوبه کوونکي د دې اېښول شوو پیسودرې برابره لاس ته راوړي.

غوره پوښتنه، چې دلته رامنځ کيږي داده، د ګټې د اټکل پوښتنه ده. په دې ټول زده کوونکي (ن، ښ) غواړي وپوهيږي، او په رېښتونی هغه، چې غواړي لوبه وکړي او هغه چې بانک لري (هغه څوک چې لوبه مخ ته بیايي او نورو ټولو سره شرط کې دی). دا پوښتنه د احتمالي شمېرنې سره کېدای شي ځاب شي.

تصادفي متځوله X نغده ګټه ده، دا هغه ارزښت دی چې لوبه کوونکي ته ورکول کيږي، دا د € 2 په کمښت سره چې شرط یې اېښوولی.



د گټلو چانس شمېرنه کې د تصادفي پېښې ارزښتونو د اړونده احتمالوالیو سره ضربول او نتيجه يې سره جمع کول.

x_i	$P(X = x_i)$	$x_i \cdot P(X = x_i)$
-2	$\left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}$	$-\frac{250}{216}$
0	$3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{75}{216}$	0
2	$3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right) = \frac{15}{216}$	$\frac{30}{216}$
4	$\left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$	$\frac{4}{216}$
	Mittelwert	$-\frac{216}{216} = -1$

شميرلی عدد 1- دا وايي، چې به اوږده موده کې، يعني د لوبې د ډېر و تکرارونو به هره لوبه کې د 1 Euro د لوبه کوونکي لپاره د زیان انتظار دی. دا پیسې طبعاً بانک اخلي. له دې امله دا لوبه نا عادلانه بلل کېږي، ځکه چې د اړدې مودې گټه اوزیان سره برابر ده یا په انډول کې دي.

گټه او زیان به په یوه منځ ارزښت 0 کې په انډول کې وي. دا به بیا عادلانه لوبه وي. دا به د بیلگې په تګه د گټنې جگوالي سره د رسېدو وی یا لاس ته راغلي وی.

تمرین:

په پورته معرفي شوي سترگي لوبه کې د انتظار ارزښت $E(X) = -1$ وو.

پس لوبه عادلانه نه ده.

د يوه لوبهکونکي لپاره پيسې ايښوونه بايد څومره وي، چې دا لوبه عادلانه و بلل شي؟

د گټې ورکونه دارزښت له امله برابره پاتې کيږي:

که هغه د شرط عدد را ونه ووځي، نو د پيسو ورکونه € 0 ده.

که هغه د شرط عدد يو ځله را ووځي، نو د پيسو ورکونه (گټونکي ته) € 2 دي.

که هغه د شرط عدد دوه ځله را ووځي، نو د پيسو ورکونه (گټونکي ته) € 4 دي.

که هغه د شرط عدد درې ځله را ووځي، نو د پيسو ورکونه (گټونکي ته) € 6 دي.

تمرین:

په لاتري لوبه کې هر لاتري گټي.

د دولسم درس تمامېدو (بکلوريا) جشن کې بايد هر يو له دې 50 برخه اخستونکو يوه لاتري واخلي.

لومړۍ جايزه د € 100 يو ارزښت لري، دويم د € 25 دريم د € 10 .

هر يو چې دا درجې يې ونه وځي يو د خوښۍ ارزښت € 1 اخلي.

دا لاتري بايد څومره گرانه وي، چې اخستني او ورکوني برابري وي؟

هره لاتري په € 5 خرڅيږي. دا خستلې پيسې يوې خريه ټولنې ته ورکول کيږي. دالاس ته راورڼه څومره لويه ده؟

تمرین :

يو مرتبان يو سور، يو تور او يو شين غونډارۍ خوندي لري.

تر هغي د بېرته نه وراچونې سره يو غونډاری راوستل کيږي تر څو شين غونډاری را ووستل شي.

که په لومړۍ وېستنه کې شين غونډاری را ووستل شي، نو د لوبې گټه € 2 ده.

که په دويمه وېستنه کې شين غونډاری را ووستل شي، نو د لوبې گټه € 1 ده.

که په دريمه وېستنه کې شين غونډاری را ووستل شي، نو د لوبې گټه € 0 ده.

شرط بايد څومره وي، چې دالوبه عادلانه وي؟

ځوابونه:

تمرین: په پورته معرفي شوې سترگي لوبه کې د انتظار ارزښت $E(X) = -1$ وو.

پس لوبه عادلانه نه ده.

د يوه لوبه کونکي لپاره پيسې ايشوونه بايد څومره وي، چې دا لوبه عادلانه و بلل شي؟

د گټې ورکونه دارزښت له امله برابره پاتې کيږي:

که هغه د شرط عدد را ونه ووځي، نو د پيسو ورکونه € 0 ده.

که هغه د شرط عدد يو ځله را ووځي، نو د پيسو ورکونه (گټونکي ته) € 2 دي.

که هغه د شرط عدد دوه ځله را ووځي، نو د پيسو ورکونه (گټونکي ته) € 4 دي.

که هغه د شرط عدد درې ځله را ووځي، نو د پيسو ورکونه (گټونکي ته) € 6 دي.

حل(اوبی)

x_i	$P(X = x_i)$	$x_i \cdot P(X = x_i)$	لوبه هلته عادلانه ده، چې په اوږده ليد کې څومره پيسې چې لاس ته راځي همغومره بايد بېرته گټونکو ته ورکړي. ددې لپاره د گټونو ته ورکونې انتظار ارزښت شمېرو $E(X) = 1$ په دې معنای، چې په يوه اوږد ليد يا موده کې په منځنۍ
0	$\left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}$	0	
2	$3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{75}{216}$	$\frac{150}{216}$	
4	$3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right) = \frac{15}{216}$	$\frac{60}{216}$	

6	$\left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$	$\frac{6}{216}$	توگه 1 € د لوبې په سر ه ګټونو ته ورکړل شي.
	Erwartungswert $E(X)$	$\frac{216}{216} = 1$	د لوبې په سر د 1 € په شرط دا لوبه عادلانه ده
انتظار ارزښت			

تمرین: په لاتري لوبه کې هر لاتري ګټي.

د دولسم درس تمامېدو (بکلوریا) جشنکې باید هر یو له دې 50 برخه اخستونکو یوه لاتري واخلي.

لومړی جایزه د 100 € یو ارزښت لري، دویم د 25 € دریم د 10 € .

هر یو چې دا درجې یې ونه وځي یو د خوښی ارزښت 1 € اخلي.

دا لاتري باید څومره گرانه وي، چې اخستني او ورکوني برابري وي؟

هره لاتري په 5 € خرڅیږي. دا خستلي پیسې یوې خریه ټولنې ته ورکولکيږي. دالاس ته راورنه څومره لویه ده؟

حل (اوبی)

x_i	$P(X = x_i)$	$x_i \cdot P(X = x_i)$	انتظار ارزښت شمېرل کيږي:
100	$\frac{1}{50}$	$\frac{100}{50}$	$E(X) = 3,64$ په دې معنا دی، چې باید هره لاتري 3,65 € قیمت ولري د 5 € لاتري قیمت او 50 خرڅ شوي د لاتري ټکټونه دا لاندې یوه ګټه خوندي لري:
25	$\frac{1}{50}$	$\frac{25}{50}$	
10	$\frac{1}{50}$	$\frac{10}{50}$	
1	$\frac{47}{50}$	$\frac{47}{50}$	
	Erwartungswert $E(X)$	$\frac{182}{50} = 3,64$	
انتظار ارزښت			$50(5 - 3,64) = 68 \text{ €}$ دا پیسې خیریه ټولنې ته ځي.

تمرین : یو مرتبان یو سور، یو تور او یو شین غونډاری خوندي لري.

تر هغې د بېرته نه وراچونې سره یو غونډاری راوستل کيږي تر څو شین غونډاری را ووستل شي.

که په لومړۍ وېستنه کې شین غونډاری را ووستل شي، نو د لوبې ګټه € 2 ده.

که په دویمه وېستنه کې شین غونډاری را ووستل شي، نو د لوبې ګټه € 1 ده.

که په دریمه وېستنې کې شین غونډاری را ووستل شي، نو د لوبې ګټه € 0 ده.

شرط باید څومره وي، چې دالوبه عادلانه وي؟

حل : د درې پوریز ونې دیاګرام او تار قانون په مرسته د دې لپاره احتمالي شمېرل کيږي، چې شین غونډاری راووځي.

د لاندې پښتو: له کین وېنې لور ته: غورځونه، نتیجې، بایلنه

	Zug	Ergebnisse	P	Ausspielung X
	1	(g)	$\frac{1}{3}$	2€
	2	(sg);(rg)	$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$	1€
	3	(srg);(rsg)	$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$	0€
$E(X) = 2 \cdot \frac{1}{3} + 1 \cdot \frac{1}{3} + 0 \cdot \frac{1}{3} = 1$				

د لوبې پای انتظار ارزښت $E(X) = 1$ دی.

که دا یوه عادلانه لوبه وي، نو باید شرط هم € 1 وي.

پوښتنې

د ګڼلویا شکرلوستر اټیري ته نمونه ازماښت I

لومړۍ - یو تصادفي جنريټر (د کود بیدا کونکي) یو له بل خپلواک 4 کورونه (څلور ارزښت ځایونه) له 0 تر 9 تولیدوي.

له تولېدوړو سته دا ۴ - ځایز عدد په څېر په دیسپلي راڅرگندیږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالي څومره دی؟

A : ټول ارزښت ځایونه ناجوړه یا طاق دي.

B : فقط ارزښت ځایونه 0 او 1 مخ ته راځي یا رامنځ ته کیږي.

C : عدد یو ،، هنداره شوی،، عدد دی، داپه دې معنا چې لومړی او اخر او همداسي دویم اودریم عددونه برابر دي.

په یوه کتوري کې ۶ سره او ۴ سپین غونډاری پراته دي. یو بل پسې ۵ غونډاري بې له بېرته وراچوني راوستل کیږي. د لاندې پېښو احتمالي څومره لوي دی؟
A : سړی فقط سره غونډاري راباسي.

B : سړی لومړی ټول سپین بیا یو سور غونډاری راباسی.

C : لومړی غونډاری سپین دی

D : سړی رد بدل سپین او سور غونډاری راباسي.

دریم - په یوه مرتبان کې 25 په گڼه سمبال یا نمره شوې غونډاري (له 1 تر 25 عددونه) پراته دي. د مرتبان څخه په همغه وخت کې 4 غونډاري راوستل کیږي. د لاندې پېښ، لپاره احتمالي څومره لوي دی؟

A : ټو عددونه په ۵ وېوړدي .

B : ټول عددونه جوړه دي

C : د ۴ عددونو جمعه (زیاتون) له ۱۲ کوچنیدي.

D : د څلورو عددونو ضرب ۱۲ دی.

څلورم - څلور ملگري سینما ته ځي. دوی په یوه قطار کې څنک په څنک ۴ نمره شوي ځایونه لري او کارتونه تصادفي وېشي. د لاندې پېښو احتمالي څومره لوي دی؟

A : س دوه دوه ملگرو ترمنځ کيني B : س او ک دباندې لور ته کيني

C : س اک ځنگ تر ځنگ کيني.

پنځم – په لوتو 6 له 49 څخه د 6, 5, 4, 3 ټيکو لپاره احتمالي احتمال والی وټاکي او ستاسو د تگلار ډول تشریح کړی.

A: ۶ په لوتو کې ټيک دي : ۵ په لوتو کې ټيک دي.

ک ۴ په لوتو کې ټيک دي : ۳ په لوتو کې ټيک دي.

شپږم- د يوې غاړې د اوښلولو لپاره سړي او شني مرغلي لرو. ۶ مرواري (مرغلي) پېيل کيږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالي څومره لوي دی، که رنگونه توکلي وټاکل شي؟

: سره مرغله مخ ته نه راځي. : لومړي درې مرغلي شني دي.

: تل ردېدل سړي او شني مرغلي منځ ته راځي.

اوم – د زېږدني جشن کې د ۱۰ نجونو ترمنځ لومړی، دویمه او دریمه جایزه ورکولکيږي. د لاندې پېښو احتمالي څومره لوي دی؟

: ۱ یوه لومړۍ یوه دویمه او ک یوه وریمه جایزه گټي.

: ۱، ۲، ۳، ۴ هر یوه یوه جایزه گټي.

: ۱ جایزه نه گټي

: له دې درې نجونو ۱، ۲، ۳ او ک هیڅ یوه جایزه نه گټي.

اتم – په یوه کورس کې د ۱۲ هلکانو او ۱۳ ترمنځ ۵ ازاد کاتونه وېشل کيږي. د دې لپاره په ۲۵ کاغذونو د نجونو او هلکانو نومونه لیکل کيږي او ۵ ټوټه ماغونه توکلي راوستل کيږي. د کوم احتمالي سره (0, 1, 2, 3, 4, 5) ازادې کارتې (نجونو) هلکانو ته راوځي؟

: نجونو ته ۵ کارتې راوځي : نجونو ته ۴ ازادې کارتې راوځي.

: نجونو ته ۳ ازادې کارتې راوځي. : نجونو ته ۲ ازادې کارتې راوځي

: نجونو ته یوه ازاده کارته راوځي. : نجونو ته ازاده کارته نه راوځي.

نهم – د یوې ازموینې لپاره ۱۰ ممکنه موضوعگانې ټاکي کيږي. پهازموینه کې له دې څخه درې په ازموینه کې ازمايل کيږي. یو ازموینی له موضوع فقط ۶ له ۱۰ پوښتنو زده کوي. د لاندې نتیجو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

: ازموینې له دې درز موضوعاتو یوې ته هم چمتووالی نه لري

: ازموینې درې موضوعاتو څخه یوه زدهکوي.

: ازموینې له درې څخه د دوه موعاتو لپاره لپاره چمتووالی لري.

: ازموینې ټولو ټاکلو دریو موضوعاتو تیاری نیولی یا چمتووالی لري.

ځوابونه

نمونه ازماينېت او د شمېرلو ستراتيږي |

مفصل ځوابونه

اول –

مودل : منظم نمونه ازماينېت د بېرته وراچونې سره.

د ټولو امکاناتو تعداد: د څلورځایونو هر یوه لپاره 10 امکاناتشتون لري (له 0 تر 9)
له دې سره 10.000 عددونه انځورېدلای شي.

: ټول عددونه نجوړه دي . { 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 } . د A لپاره امکانات 5^4 دي.

له دې سره دی

$$t P(A) = \frac{5^4}{10^4} = \frac{1}{16} = 0,0625$$

د دې لپاره احتمالوالی ، چې ټول عددونه ناجوړه دي.

: فقط عددونه 0 او 1 مخ ته راځي. { 0 ; 1 } . د امکاناتو تعداد د B لپاره 2^4 دی..

$$P(B) = \frac{2^4}{10^4} = \frac{1}{625} = 0,0016$$

له دې دى:

د دې لپاره احتکالوالی، چې فقط عددونه 0 او 1 مخ ته راځي.

: فقط هداره شوي عددونه مخ ته راځي. $[xy|yx]$. لومړی او اخر عدد ازاد ټاکل کيږي، له دې څخه دواړه نور لاس ته راځي. د C لپاره د امکاناتو تعداد 10^2 دى.

له دې سره

$$P(C) = \frac{10^2}{10^4} = \frac{1}{100} = 0,01$$

د دې لپاره احتمالوالی دى، چې دابنوالی عدد(گڼ) يو هنداره شوی عدد(گڼ) دى.

دويم —

مودل: منظم نمونه ازمايښت د نه (بي له) بېرته وراچونې سره.

۶ سره او ۴ سپين غونډاري $n = 10$ غونډاري راكوي. $k = 5$ ځله راوستل کيږي، بي له بېرته وراچونې سره.

$$\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{10!}{5!} = 30.240$$

له دې سره د د امکاناتو تعداد دى.

: فقط سره غونډاري راوستل کيږي.

$$\frac{6!}{1!} = 720$$

د A لپاره د راوستلو د امکاناتو تعداد دى :

$$P(A) = \frac{720}{30.240} = \frac{1}{42} \approx 0,0238$$

او له دې سره دى:

د دې لپاره احتمالوالی دى، چې فقط سره غونډاري راوستل کيږي.

: سړی لومړی ټول سپين غونډاري راباسي او بيا يو سور غونډارى.

$$\frac{4!}{0!} \cdot \frac{6!}{5!} = 4! \cdot 6 = 144$$

د B لپاره د راوستنو امکانات دي:

$$P(B) = \frac{144}{30.240} = \frac{1}{210} \approx 0,00476$$

او له دې سره:

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې لومړی ټول سپین غنډاري راوځي او بیا یو سور غنډاری راوځي.

: لومړی غونډاری سپین دی (دا به دې معنا چې 4, 3, 2, او 5 غونډاري په خوبه دي).

$$4 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 12.096$$

د C لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$P(C) = \frac{12.096}{30.240} = \frac{2}{5} = 0,4$$

له دې سره:

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې په لومړۍ راوستنه کې سپین غونډاری راوځي.

: سړی رد بدل سبي او سور غنډاری راباسي (wrrwr) یا (rwrwr).

د D لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$4 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 + 6 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 4 = 2160$$

$$P(D) = \frac{2160}{30.240} = \frac{1}{14} \approx 0,0714$$

او له دې سره:

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې رد بدل سپین او سره غونډاري راوستل کيږي.

دریم – مودل: نامنظم نمونه آزمایشت بی له بېرته وراچوني .
یا په یو ځل راوستنه.

دا پر 5 وېشوني عددونه دي: 5, 10, 15, 20, 25

د دې لپاره د امکاناتو تعداد له ۲۵ غونډارو څخه چې ۴ غونډاري وباسو دی:

$$\binom{25}{4} = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 25 \cdot 23 \cdot 22 = 12.650$$

دا د ټولو امکاناتو تعداد دی.

A : ټول عددونه په ۵ وېشور دي:

د په ۵ وېشور عددونو تعداد (ګڼونو ګڼون) ۵ دی.

Alle Zahlen sind durch 5 teilbar.

د امکاناتو تعداد چې لهدې څخه ۴ وټاکو دی:

$$\binom{5}{4} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 5$$

دا د A د رامنځ ته کېدلو لپاره د امکاناتو تعداد دی. له دې سره

$$P(A) = \frac{\binom{5}{4}}{\binom{25}{4}} = \frac{5}{12650} = \frac{1}{2530} \approx 0,000.395$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ عددونه راوباسو، چې په ۵ وېشور وي.

B : ټول عددونه چوه دي.

جوړه عددونه دي: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24

د جوړه عددونو تعداد (ګڼون) ۱۲ دی.

د دې لپاره د احتمالوالي تعداد، چې له دې څخه ۴ راوباسو دی:

$$\binom{12}{4} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 495$$

دا د B د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی. له دې سره دی:

$$P(B) = \frac{\binom{12}{4}}{\binom{25}{4}} = \frac{495}{12650} = \frac{99}{2530} \approx 0,0391$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ جوړه عددونه راو وستل شي یا راوباسل شي.

C : د دې څلور عددونو مجموعه (زیاتون) له ۱۲ کوچنی ده:

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10 < 12$$

$$1 + 2 + 3 + 5 = 11 < 12$$

د پېښې C لپاره فقط دوه امکانات شتون لري. له دې سره

$$P(C) = \frac{2}{\binom{25}{4}} = \frac{2}{12650} = \frac{1}{6325} \approx 0,000.158$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ عددونه راوباسل شي، چې مجموعه یې له ۱۲ کوچنی وي.

D : د دې ۴ عددونو ضرب 12 دی.
 د D لپاره د امکاناتو تعداد دی: $4 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 + 6 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 4 = 2160$

$$P(D) = \frac{2160}{30 \cdot 240} = \frac{1}{14} \approx 0,0714$$
 د دې سره دی:

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ عددونه راوه ووتل شي، چې د هغو ضرب 12 وي.

څلورم – مودل : د k توکو نظم
 د امکاناتو تعداد چې ۴ کسان په څلورو ځایونو ووېشو 4! دی.
 : س د دوه ملګرو تر منځ کيږي.
 هغه دوه امکانات لري: xSxx یا xxSxx (دویم ځای یا دریم ځای)
 درې ملګري 3! امکانات لري.
 له دې سره د امکاناتو تعداد د A لپاره $2 \cdot 3! = 12$ دی.
 له دې سره دی

$$P(A) = \frac{12}{24} = \frac{1}{2} = 0,5$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې س او ک د دوه ملګرو ترمنځ کيږي.
 B : س او ک د باندې لورو ته کيږي.
 SxxK یا KxxS س او ک دوه امکانات لري، دا دوه نور ملګري هم.
 د دې سره د B لپاره امکانات $2 \cdot 2 = 4$ دي.
 له دې سره

$$P(B) = \frac{4}{24} = \frac{1}{6} = 0,1\bar{6}$$

د دې لپاره امکانات دي، چې س او ک د څنگونو لور ته کيږي.
 C: س او ک یو د بل ترڅنګ کيږي.
 SKxx KSxx xSKx xKSx xxSK xxKS دا ۶ امکانات دي

د نورو د اړو لپاره ۲ امکانات شتون لري.
 له دې سره د C لپاره د امکاناتو تعداد $6 \cdot 2 = 12$ دی.
 له دې سره

$$P(C) = \frac{12}{24} = \frac{1}{2} = 0,5$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې س او ک یو د بل ترڅنګ کيږي.
 پنځم – مودل : نامنظمي نمونه ازمايښتونه.

یا په یوه وار وستنه
د دې لپاره امکانات په یوه ځل له چې له ټولټال 49 عددونو څخه چې 6 عددونه چلیپا شي دی:

$$\binom{49}{6} = \frac{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 13.983.816$$

A : په لوتو کې ۶ ټیک پایه رښتیا راوځي.
د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې ۶ عددونه له ۶ گټونکو عددونو څخه چلیپا شي او 0 عدونه له 43 نا گټونکو عددونو څخه دي دی:

$$\binom{6}{6} \cdot \binom{43}{0} = 1 \cdot 1 = 1$$

دا د A درامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره لرو:

$$P(A) = \frac{\binom{6}{6} \cdot \binom{43}{0}}{\binom{49}{6}} = \frac{1}{13.983.816} \approx 0,000.000.072$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۶ گټونکي عددونه چلیپا شوي دي. (۶ گټونکي)
B : په لوتو کې ۵ ټیک

له ټول ۶ گټونکو عددونو څخه د ۵ عددونو ټیک چلیپاکېږنه او چې ۱ عدد له 43 څخه ناگټونکی عدد دی چلیپا نه شي، د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{6}{5} \cdot \binom{43}{1} = 6 \cdot 43 = 258$$

دا د B لپاره درامنځ ته کېدو د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره لرو:

$$P(B) = \frac{\binom{6}{5} \cdot \binom{43}{1}}{\binom{49}{6}} = \frac{258}{13.983.816} \approx 0,000.0185$$

دا د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۵ گټونکي عددونه [لیپا شوي (۵ ټیک).
C : په لوتو کې ۴ ټیک

د دې لپاره د امکاناتو تعداد، چې د ټولو گټونکو ۶ عددونو څخه ۴ گټونکي عددونه چلیپا شي او ۲ عددونه له ۴۳ عددونو چلیپا نه شي دی:

$$\binom{6}{4} \cdot \binom{43}{2} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{43 \cdot 42}{2 \cdot 1} = 13545$$

داد C لپاره درامنځ ته کېدو امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(C) = \frac{\binom{6}{4} \cdot \binom{43}{2}}{\binom{49}{6}} = \frac{13545}{13.983.816} \approx 0,000.969$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ ګټونکي عددونه چلیپا شوي دي (۴ ټیک) D : په لوتو کې ۳ ټیک

د دې لپاره دامکاناتو تعداد، چې دټولو ګټونکو ۶ عددونو څخه ۳ ګټونکي عددونه چلیپا شي او ۳ عددونه له ۴۳ عددونو چلیپا نه شي دی:

$$\binom{6}{3} \cdot \binom{43}{3} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{43 \cdot 42 \cdot 41}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 246.820$$

داد D درامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی، له دې سره

$$P(D) = \frac{\binom{6}{3} \cdot \binom{43}{3}}{\binom{49}{6}} = \frac{246.820}{13.983.816} \approx 0,0177$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۳ ګټونکي عددونه چلیپا شي (۳ ټیک)

شپږم – مودل : منظم نمونه ازماېښت د بېرته وراچونې سره

د رنگ ټاکنه توکلي ده، دا په دې معنا، چې هر رنگ برابر احتمال لري.

د هرې مرغلرې لپاره درې رنگه په اختیار کې دي،

له دې سره د امکاناتو تعداد $3^6 = 729$ دی.

A: سره مرغلره مخ ته نه راځي. د امکاناتو تعداد چې فقط دوه رنگه راوه وسنل شي دی:

$$2^6 = 64$$

د A لپاره د امکاناتو تعداد دی: $2^6 = 64$

له دې سره

$$P(A) = \frac{64}{729} \approx 0,0878$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې کومه مر غلره سره نه ده.

B: لومړۍ درې مر غلرې شني دي.

له دې سره احرني درې په خوښه ټاکل کېدی شي.

نو یو امکان د ggg لپاره او 3^3 امکانات د نورودریو لپاره .

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: $1 \cdot 3^3 = 27$.

له دې سره

$$P(B) = \frac{27}{729} = \frac{1}{27} \approx 0,0370$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې مر غلرې رد-بدل سري او شني دي.

C: مر غلرې رد-بدل سري او شني دي.

د دې لپاره دوه امکانات rgrgrg یا grgrgr شتون لري.

د C لپاره د امکاناتو تعداد ۲ دی.

له دې سره

$$P(C) = \frac{2}{729} \approx 0,00274$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې مر غلرې ردبدل سري او شني دي.

اوم – مودل: منظم نمونهاز مابښت د نه (بي) بېرته وراچولو سره

د ټولو امکاناتو تعداد دی:

$$10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$$

A: ا (لومړي جایزه) اي (دويمه جایزه)، ک (دریمه جایزه) .

د A لپاره د امکاناتو تعداد دی: ۱

$$P(A) = \frac{1}{720} \approx 0,00139$$

له دې سره دی:

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ا لومړی جایزه، اي دویمه جایزه او ک دریمه جایزه گټي.

B: ا، اي اوک هر یو یوه جایزه گټي.

د B لپاره د امکاناتو تعداد $3! = 6$ دی.

له دې سره

$$P(B) = \frac{6}{720} = \frac{1}{120} \approx 0,00833$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ا، اي او ک هر یو = ایزه گټي.

C: ا جایزه نه گټي. د C لپاره احتمالوالی دی: 9.8.7

له دې سره

$$P(C) = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{720} = \frac{7}{10} = 0,7$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ه جابزه نه گټي
 D: له دې درې نجونو څخه کومه یوه جابزه نه گټي.
 د D لپاره احتمالوالی دی:
 له دې سره

$$P(D) = \frac{210}{720} = \frac{7}{24} = 0,293$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له دې درې نجونو څخه کومه یوه جابزه نه گټي.
 $7.6.5 = 210$
 اتم -

مودل : نامنظم نمونه از مابینست بي لهیږته وراچوني.
 یا پخ یوه ځل راوستنه.

د امکاناتو تعداد چې ۵ پاني له ټولو ۲۵ پانو څخه راوباسو دی:

$$\binom{25}{5} = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 53.130$$

A: ۵ پاني نجونو ته ځي (0 پاني هلکانو ته)
 د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې ۵ پاني له ټولو ۱۳ پانو د نجونو د نومونو سره راووي
 او 0 پاني له ټولو ۱۲ پانو د هلکانو په نامه راووي دی:.

$$\binom{13}{5} \cdot \binom{12}{0} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 1 = 1287$$

دا د A د منځ ته راتگ لپاره د امکاناتو تعداد دی.
 له دې سره

$$P(A) = \frac{\binom{13}{5} \cdot \binom{12}{0}}{\binom{25}{5}} = \frac{1287}{53130} \approx 0,0242$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ټولي ۵ ازاد ټکټونه نجونو ته ورکول کېږي
 B: ۴ ټکټونه نجونو ته وځي (۱ ټکټ هلکانو ته).

د امکاناتو تعداد چې له ټولو ۱۳ کارتو څخه ۴ کارتې د نجونو په نامه راووي او ۱
 ټکټ له ټولو ۱۲ ټکټونو څخه د هلکانو په نامه را ووي دی:

$$\binom{13}{4} \cdot \binom{12}{1} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 12 = 8580$$

دا د B د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(A) = \frac{\binom{13}{4} \cdot \binom{12}{1}}{\binom{25}{5}} = \frac{8580}{53130} \approx 0,161$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ ازاده کارتې یا مفتې کارتې نجونو ته او ۱ ازاده کارته هلکانو ته رسیږي.

C: ۳ کارتې نجونو نجونو ته رسیږي (۲ هلکانو ته)

د ۱ امکاناتو تعداد چې ۳ پانې له ټولټال ۱۳ پانو د نجونو د نومونو سره را وه وېستل شي او ۲ پانې د ټولټال ۱۲ پانو د هلکانو د نامه سره را باسل شي دی:

$$\binom{13}{3} \cdot \binom{12}{2} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{12 \cdot 11}{2 \cdot 1} = 18867$$

داد C د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره

$$P(C) = \frac{\binom{13}{3} \cdot \binom{12}{2}}{\binom{25}{5}} = \frac{18876}{53130} \approx 0,355$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۳ ازاده یا مفتې کارتې نجونو ته او دوه ازادې کارتې هلکانو ته ورکولکيږي.

D: ۲ پانې نجونو ته ورکولکيږي (۳ همکانو ته)

د امکاناتو تعداد چې ۲ کارتې له ټولټال ۱۳ کارتو د نجونو نومونو سره را ووځي او ۳ پانې له ټولټال ۱۲ پانو څخه د هلکانو نومونو سره راووېستل شي دی:

$$\binom{13}{2} \cdot \binom{12}{3} = \frac{13 \cdot 12}{2 \cdot 1} \cdot \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 17160$$

داد D د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.
له دې سره

$$P(D) = \frac{\binom{13}{2} \cdot \binom{12}{3}}{\binom{25}{5}} = \frac{17160}{53130} \approx 0,323$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۲ مفتي کاري نجونو او ۳ مفتي کاري هلکانو ته په لاس ورځي.

E: د امکاناتو تعداد چې ۱ کارته له ټولټال ۱۳ کارتو د نجونو په نامه راوځي او ۴ کاري له ټولټال ۱۲ کارتو څخه د هلکانو په نامه راوځي دي:

$$\binom{13}{1} \cdot \binom{12}{4} = 13 \cdot \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 6435$$

دا د E د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی. له دې سره

$$P(E) = \frac{\binom{13}{1} \cdot \binom{12}{4}}{\binom{25}{5}} = \frac{6435}{53130} \approx 0,121$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۱ ازاده کارته نجونه گټي او ۴ ازاده کاري همکانو ته ځي.

F: ۰ پانه نجونو ته ورکول کيږي (۵ هلکانو ته) د دې لپاره احتمالوالی چې ۰ پانه له ټولټال ۱۳ پانو څخه د نجونو په نامه راوځي او ۵ پاني له ټولټال ۱۲ پانو څخه د هلکانو په نامه راوځي دي:

$$\binom{13}{0} \cdot \binom{12}{5} = 1 \cdot \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 792$$

دا د F د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی. له دې سره

$$P(F) = \frac{\binom{13}{0} \cdot \binom{12}{5}}{\binom{25}{5}} = \frac{792}{53130} \approx 0,0149$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۰ ازاده کاري نجونو ته او ۵ ازاده کاري هلکانو ته ځي يا ورکول کيږي.

نهم — مودل: نامنظم نمونه از ماښت د نه(بي) بېرته وراچولو سره.

يا ديوه وار سره راوستنه ۱۰ ممکنه موضوعات، ۳ پوښتل کيږي، ازموينی د ازموينې لپاره ۶ پوښتني زده کوي. د دې لپاره د امکاناتو تعداد چې له ۱۰ پوښتنو څخه ۳ وټاکل شي دی:

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

A: از مویبني له دي ۳ ټاکلو موضوعاتو څخه کومي ته تيارى نه دی نیولی. له ۴ موضوعاتو څخه، کومو ته چي از مویبني ځان نه دی چمتو کړی، درې ټاکل کيږي: د A لپاره دامکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{3} = 4$$

له دي سره

$$P(A) = \frac{4}{120} = \frac{1}{30} = 0,0\bar{3}$$

د دي لپاره ا احتمالوالی دی، چي، چي از مویبني کومي موضوع ته چمتووالی نه لري. B: از مویبني له دي درې ټاکلو موضوعاتو څخه يوې ته ځان چمتو کړی. له ۴ موضوعاتو څخه چي از مویبني ورته ځان نه دی چمتو کړی، ۲ ټاکل کيږي، له ۶ موضوعاتو څخه کومو ته چي از مویبني ځان چمتو کړی ۱ موضوع ټاکل کيږي د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{2} \cdot \binom{6}{1} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot \frac{6}{1} = 36$$

له دي سره

$$P(B) = \frac{36}{120} = \frac{3}{10} = 0,3$$

د دي لپاره احتمالوالی دی، چي از مویبني ځان د ۱ موضوع لپاره چمتو کړی دی. C: از مویبني له دي درې ټاکلو موضوعاتو څخه د ۲ موضوعاتو لپاره ځان چمتو کړی. له ۴ موضوعاتو څخه، چي از مویبني ځان نه دی چمتو کړی، ۱ ټاکل کيږي، له ۶ موضوعاتو چي ځان يې ورته چمتو کړی ۲ موضوعات ټاکل کيږي. د C لپاره دامکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{1} \cdot \binom{6}{2} = \frac{4}{1} \cdot \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 60$$

له دي سره

$$P(C) = \frac{60}{120} = \frac{1}{2} = 0,5$$

د دي پاره احتمالوالی دی، چي از مویبني د ۲ موضوعاتو لپاره ځان چمتو کړی.

D: از مویبني ځان ټولو ۳ موضوعات ته چمتو کړی. له ۴ موضوعاتو چې از مویبني ورته ځان نه دی نه دی چمتو کړی 0 ټاکل کيږي، له ۶ موضوعاتو چې از مویبني ورته ځان چمتو کړی ۳ موضوعات ټاکل کيږي.
د D لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{4}{0} \cdot \binom{6}{3} = 1 \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 20$$

له دې سره

$$P(C) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6} \approx 0,1\bar{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې از مویبني ټولو ۳ موضوعاتو ته ځان چمتو کړی.

پوښتنې

نمونه از ماښت او د شمیرلو ستراتیژي II

لومړۍ – د زرنډو د تورو او سپینو تیگو څخه برجونه جوړيږي، چې په هغو کې اته تیرې یو په بل کېښول کيږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوی دی، که رنگ توکلی وټاکل شي؟

A: ټولې تیګې همغه یا برابر رنگ لري.

B: فقط یوه تیره سپینه ده.

C: لومړۍ او اخیږنۍ تیګه همغه رنگ لري.

دویم – په یوه ځلته کې یو سور، ۲ شنه، ۳ زېر او ۴ نسواري چاکلېټ پراته دي. یو کس درې چاکلېټ ترې را اخلي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوی دی؟
A: ټیک یو شین چاکلېټ راوستل کيږي.

دریم – په یوه خړیه غونډه کې ۵ نمرې اختیار کې لرو، لهد څخه یوه د ژونګلیوالا نمره (هغه څوک چې د غونډارویا غونډوسکو غورځولو سره سر او کار لري). د پروګرام لمرۍ پرلپسې تصادفي راباسي. د لاندې پېښو احتمالوالی څومره لوی دی؟
A: ژونګلیوال د پروګرام په دریم قطار کې راځي.
B: ژونګلیوال اخر ځای کې نه راځي.

څلورم – په یوه کارتون کې ۱۰ برېښنا خراغونه دي، =ې له دوی څخه دوه زانمنې دي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوی دی، که برېښنا خراغونه په ،،پټو سترګو،، راوستل شي؟

A: ټول درې څراغونه چور دي.

B: ټيک يو څراغ زيانمن دی.

C: ټيک دوه څراغونه زيانمن دي.

پنځم – احتمالوالی څومره لوي دی، که د ۸ کسانو څخه لږ ترلږه دوه په همغه میاشت کې د زېږېدو نېټه ولري؟ په نږدې توګه ونیسئ، چې ټولې میاشتي برابرې اوږدې دي.

A: لږ تر لږه دوه له ۸ کسانو په همغه میاشت کې د زېږېدو نېټه لري.

شپږم – په يوه مرتبان کې ۶ سره، ۵ اسماني او ۴ شنه غونډاري پراته دي. درې غونډاري په يوه ځل راوستل کيږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

A: دوه شنه غونډاري راوستل کيږي

B: په راوستلو غونډارو کې شنهغونډاري نه شته.

اوم – په بېلګه کې، بیت المقدس ته سفر،، کې په هره دوره کې يو کس له منځه وځي. په لوبه (پچه اچولو) کې ۱۰ کسان ونډه لري. د لاندې پېښو احتمالوالی وټاکئ.

A: ل آخر ته پاتېږي

B: ۱ او ۱ و اخرنی پچه کې دي.

اتم – په يوه ډېر ټاکنيزه ازموینه کې ۱۰ پوښتنې د هر درې ممکنه ځوابونو سره لرو، چې له هغو هر يوه څخه فقط يو ټيک دی. يو کس د تصادف اصولو له مخه د هر ځواب

لپاره توکلي د هرې پوښتنې لپاره ي، ځای چلیپا کوي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوي دی؟

A: ټول ځوابونه ناټيک دي.

B: لومړي پنځه ټيک، اخرنی پنځه ناټيک چلیپا شوي دي.

C: په دقیقه توګه نیمایي ځوابونه ټيک دي.

D: ۴ ځوابونه ټيک دي، ۶ ناټيک دي.

نهم – د لغات ANANAS توري په يوه لوبښي کې ګډوډيږي او نوي تنظیميږي. د لاندې پېښو، احتمالوالی څومره لوي دی؟

A: بېرته دا لغات ANANAS منځ ته راځي.

B: د تور کمېټېشن د AAA سره پیل کيږي.

C: يو لغات د درېواړه A سره يو په بل پسې منځ ته راځي.

ځوابونه

نومنه ازماېښت او د شمېرلو سټراټېژي II

مفصل ځوابونه

لومړی – مودل: منظم نمونه ازماېښت د بېرته وراچونې سره

د هر اتو ټيګر لپاره دوه رنګونه اختيار کې لرو (اته ځله راوستنه د بېرته وراچونې سره)

د ټولو رنگونو کمپنېشن امکاناتو تعداد دی: $2^8 = 256$
 A: ټولې اته ټيگې همغه رنگ لري. دا په دې معنا چې يا ټولې تورې دي يا ټولې سپينې دي.

د A لپاره د امکاناتو تعداد ۲ دی.
 له دې سره

$$P(A) = \frac{2}{256} = \frac{1}{128} \approx 0,00781$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ټولې ټيگې برابر رنگ لري.
 B: فقط يوه ټيگه سپينه ده. داچې دا ټيگه په دې اته ځايونو کې هرځای اېښودله کيدی شي،
 د دې لپاره اته امکانات شتون لري.
 د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: ۸

$$P(B) = \frac{8}{256} = \frac{1}{32} = 0,03125$$

له دې سره

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له اته ټيگو فقط يوه سپينه ده.
 C: لومړی او اخره ټيگه همغه رنگ اري. د اخري او لومړۍ ټيگې لپاره ۲ امکانات شتون لري. يا دواړه سپينې يا دواړه تورې دي. د پاتې ۶ ټيگو لپاره ۲۶ امکاناته شتون لري.

د لپاره د امکاناتو تعداد دی: $2 \cdot 2^6 = 2^7 = 128$
 له دې سره

$$P(C) = \frac{128}{256} = \frac{1}{2} = 0,5$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، لومړی ټيگه او اخره همغه رنگ لري.
 دويم – مودل: نامنظم نمونه از ماېښت د نه بېرته وراچونې سره.
 د دې لپاره امکانات چې له خلتي څخه ۳ چکليټ له ټولټال لسو چکليټو څخه را وستل شي، دی:

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

A: ټيک يو شين چکليټ راوستل کيږي.
 د دې لپاره د امکاناتو تعداد +۱ ۱ سين چاکليټ له ټولټال ۲ شنو چکليټو څخه راوه ووستل شي او ۲ چکليټ له ۸ بل رنگ څخه راووستل شي دی:

$$\binom{2}{1} \cdot \binom{8}{2} = 2 \cdot \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} = 56$$

دا د A د رامنځ ته کېدو لپاره د امکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(A) = \frac{\binom{2}{1} \cdot \binom{8}{2}}{\binom{10}{3}} = \frac{56}{120} = \frac{7}{15} \approx 0,467$$

د دې لپاره احتمالي دی، چې تیک ۱ شین چکلبټ راوه وېستل شي.
دریم - A: د ژونگلور نمره په دری ځای کې قرار لري.
xxJxx. د پچې اچولو له مخې ژونگلور کېدی شي په هره خوښه ځای کې راشي.
مودل: مرتبان له ۵ غونډارو سره چې له ۱ تر ۵ په گڼه شوي (نمره شوي)

عددونه ځایونه ورکوي، په کومو کې د ژونگلور پروگرام ځای شوی، یې، ځل راوستنه په پروگرام کې ځای ټاکي، په کوم کې چې ژونگلور راځي.
له دې سره

$$P(A) = \frac{1}{5} = 0,2$$

د دې لپاره احتمالي دی، چې ژونگلور په دریم ځای کې راځي. دې سره برابر
احتمالي سره به به هر بل په خوښه ځای کې هم راغلی وي.
B: د ژونگلور لوبنمره په اخر کې نه ده. دا په دې معنا چې، داکېدی شي په 1., 2., 3.
یا 4 ځای کې قرار ولري. د احتمالي لپاره د جمعي جملې له مخې باور لري:
له دې سره

$$P(B) = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5} = 0,8$$

د دې لپاره احتمالي دی، چې ژونگلور په اخر ځای کې نه راځي.
څلورم - مودل: نامنظم نمونه ازمايښت د نه بېرته وراچونې سره.
 $n = 10$ بریښنا څراغونه، له دې څخه ۲ زیانمن دي، ۳ څراغونه توکلي راوستل
کيږي. د امکاناتو تعداد چې له یوه کارتون له ۱۰ څراغونو څخه توکلي درې راوباسو
یا وټاکو دی:

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

A: ټول درې څراغونه چور دي. د امکاناتو تعداد له اته جوړو څخه درې جوړ وټاکو ۳
له اتو دی.

د لپاره د امکاناتو تعداد له دې سره دی.

$$A: \binom{8}{3} = 56$$

له دې سره

$$P(A) = \frac{56}{120} = \frac{7}{15} \approx 0,4\bar{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې درې روغ څراغونه ټاکل کيږي.
 B: ټيک يو څراغ زیانمن دی. له اتو روغو څراغونو ۲ او له ۲ زیانمنو څراغونو ۱
 زیانمن راوستل کيږي.
 د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{8}{2} \cdot \binom{2}{1} = \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} \cdot 2 = 56$$

له دې سره

$$P(B) = \frac{56}{120} = \frac{7}{15} \approx 0,4\bar{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له درې راوستلو څراغونو څخه ۱ زیانمن دی.
 C: ټيک دوه څراغونه زیانمن دي. له اتو روغو څراغونو څه ۱ او له ۲ زیانمنو
 څراغونو څخه ۲ څراغونه راوستل کيږي.
 د C لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{8}{1} \cdot \binom{2}{2} = 8 \cdot 1 = 8$$

له دې سره

$$P(C) = \frac{8}{120} = \frac{1}{15} \approx 0,0\bar{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له درې راوستل شوو څراغونو ۲ زیانمن دي.
 D:

پنځم – مودل : منظم نمونه از ماښت د بېرته وراچونې سره.
 د دې لپاره د امکاناتو تعداد ۸ کسان په ۱۲ میاشتو وه وېشو 12^8 دی (له یوه مرتبان څخه
 چې ۱۲ مختلف غونډاري لري د بېرته وراچونې سره راوستنه).
 A: له ۸ مسانو څخه هېر ترلږه ۲ مسان په همغه میاتکې د زېږېدنې روځ لري. د A په
 برعکس پېښه ده، چې ټول ۸ کسان په بېلا بېلو میاشتو کې د زېږېدنې روځ لري. اوس ۸
 کسان په ۱۲ میاشتو داسې وېشل کيږي، چې دوه والی یا ډېلوالی منځ ته نه راځي.
 له دې سره د $\bar{A}$ لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5$$

له دې سره

$$P(\bar{A}) = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{12^8} \approx 0,0464$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ټول اته کسان په مختلفو یاشتو کې د زېږېدنې روح لري.

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{12^8} \approx 0,954$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې له اته کسانو ۲ په همغه میاشت کې زېږېدلي دي یا د زېږېدو روح لري.

شپږم –

نامنظم نمونه از ماښت د نه بېرته وراچونې سره.

پایه یوه ځل راوستنه.

د دې لپاره احتمالوالی چې په مرتبان کې له ټولټال ۱۵ غونډارو څخه ۳ غونډاري را وه وېستل شي دی:

$$\binom{15}{3} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 455$$

A : ټيک دوه شنه غونډاري راوستل کيږي.

د دې لپاره دامکاناتو تعداد ۲ شنه غونډاري له ټولټال ۴ غونډارو راوه ووستل شي او ۱ بل رنگه له ټولټال ۱۱ نورو رنگونو راوه ووستل شي دی:

$$\binom{4}{2} \cdot \binom{11}{1} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot 11 = 66$$

دا A د پېښېدنې لپاره دامکاناتو تعداد دی.
له دې سره

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2} \cdot \binom{11}{1}}{\binom{15}{3}} = \frac{66}{455} \approx 0,145$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، ټيک دوه شنه غونډاري راوستل کيږي.

B: شين غونډاری نه راوستل کيږي.

د دې لپاره دامکاناتو تعداد چې 0 غونډاری له ټولټال څلور شنو غونډارو او ۳ بلرنگيز د ټولټال ۱۱ غونډارو راوه ووستل شي دی:

$$\binom{4}{0} \cdot \binom{11}{3} = 1 \cdot \frac{11 \cdot 10 \cdot 9}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 165$$

دا B د پېښېدنې یا رامنځ ته کېدنې لپاره دامکاناتو تعداد دی.

له دې سره

$$P(B) = \frac{\binom{4}{0} \cdot \binom{11}{3}}{\binom{15}{3}} = \frac{165}{455} \approx 0,363$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې کوم شین غونډاری نه راوستل کیږي.

اوم –

په لوبه کې ۸ کسان ونډه اخلي. له هر وار وروسته ۱ سوزي (وستل کیږي). په لومړي وار ۸ امکانات شته دی، د دویم ځل وروسته ۷ امکانات او همداسې ورپسې چې ۱ کس سوزي (له لوبې وستل کیږي) د دې لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 8! = 40.320$$

A: xxxxxxxL . د امکاناتو تعداد ۷ کسان په ۷ مختلفو ځایونو وېشو او لارس په اخیږي ځای ځای کړو 7! دی.

له دې سره د A لپاره د امکاناتو تعداد دی: $A: 7! \cdot 1$

له دې سره

$$P(A) = \frac{7! \cdot 1}{8!} = \frac{1}{8} = 0,125$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې لارس ته اخیږي ځای باتیږي.

B: انیا او وانسا اخیږي مسابقه کوي.

xxxxxxxVA یا xxxxxxxAV

د امکاناتو تعداد چې ۶ کسان په ۶ ځایونو او ۲ کسان په ۲ ځایونو وېشل شي 6! ځله 2! (6! ضرب 2!) دی.

د B لپاره د امکاناتو تعداد دی: $6! \cdot 2!$

له دې سره

$$P(B) = \frac{6! \cdot 2!}{8!} = \frac{2}{8 \cdot 7} = \frac{1}{28} \approx 0,0357$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، انیا او وانسا اخیږي سیالی کې مسابقه کوي.

اتم – 10 پوښتنې د هر درې ځایونو سره .

د امکاناتو تعداد له ۱۰ پوښتنو څخه هر وار له درې ځو ابونو څخه چې یو چلیپا کوو

3^{10} دی. (مرتبانه ۳ وختلو غونډارو سره، ۱۰ ځله راوستنه د بېرته ور اچونې سره)

A: ټول ځوابونه نا ټیک دي.

د دې لسو پوښتنو هرې لپاره ۲ امکانات شته چې ناټیک چلیپا شي.

د A لپاره د امکاناتو تعداد دی: 2^{10}

له دې سره

$$P(A) = \frac{2^{10}}{3^{10}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{10} \approx 0,0173$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، ټول ځوابونه نایک دي.
 B: لومړۍ پنځه پوښتنې ټیک دي، اخیږي ۵ پوښتنې نایک دي.
 د لومړیو ۵ پوښتنو لپاره هر یوه یو، د دویمو ۵ پوښتنو ته هر یوه ته ۲ امکاناته شته چې چلیپا شي.
 د B لپاره د امکاناتو تعداد دی:
 $1^5 \cdot 2^5$

$$P(B) = \frac{1^5 \cdot 2^5}{3^{10}} \approx 0,000.542$$

له دې سره
 د دې لپاره احتمالوالی دی، چې لومړۍ دوو پوښتنې ټیک ځواب شوي دي.
 C: نیمې پوښتنې ټیک چلیپا شوي دي.
 دا پنځه ټیک ځوابونه چې په لسو پوښتنو وېشو لاس ته تر $\binom{10}{5}$ امکانات راځي. هر یوگونی د B احتمالوالی لري.

$$P(C) = \binom{10}{5} \cdot \frac{1^5 \cdot 2^5}{3^{10}} = 252 \cdot \frac{2^5}{3^{10}} \approx 0,137$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې پوره نیمایي پوښتنې ټیک ځواب شوي دي. .
 D: څلور ځوابونه ټیک او ۶ نایک دي.
 د امکاناتو تعداد ۴ پ، بنسټي چې په ۱۰ ووېشو دی:

$$\binom{10}{4} = 210$$

په هر ۶ غلط چلیپا شوي ځواب دوه امکانات شته.
 دا 2^6 امکانات دي.

د D لپاره د امکاناتو تعداد دی:

$$\binom{10}{4} \cdot 2^6 = 210 \cdot 2^6$$

له دې سره

$$P(D) = \frac{210 \cdot 2^6}{3^{10}} \approx 0,228$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې ۴ پوښتنې ټیک چلیپاشوي دي.

نهم – ANANAS : د دې لپاره دامکاناتو تعداد ۶ توري ترتیب کړو! 6 دی
A: دا لغات ANANAS منح ته راځي.

د A لپاره دامکاناتو تعداد دی: 3.2.1

د N لپاره: 2.1

د S لپاره: 1

د A لپاره دامکاناتو تعداد دی: 3.2.1..2.1.1 = 12

له دې سره

$$P(A) = \frac{12}{6!} = \frac{1}{60} = 0,01\bar{6}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې د گډوډولو وروسته دا لغات ANANAS منح ته راځي.
B: د تورو کمبینیشن د AAA سره پیل کيږي:.

AAAx

د A لپاره دامکاناتو تعداد: 3.2.1

د x لپاره 3.2.1

د B لپاره دامکاناتو تعداد دی: 3.2.1.3.2.1 = 36

له دې سره

$$P(B) = \frac{36}{6!} = \frac{1}{20} = 0,05$$

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې د خوزولو یا گډوډولو وروسته AAA پیل توري پاتي کيږي.

: یو لغات یو په بل پسې د درې ځله A سره منح ته راځي.

xxxxAAA یا xxAAAx یا xAAAx یا AAAxxx

د دې لپاره احتمالوالی دی، چې د خورولو وروسته یو په بل پسې یو لغاتو د درې ځله A سره منح ته راځي.

پوښتنې

نمونه از ماښت او د مشېرلو ستراتیژي III

لومړۍ – په یوه مرتبانکي ۱۴ برابرې لوبې کارتونه پراته دي، چې په هغو هر یوه یو توری کښل شوی دی.

A	E	N	O	T	کارت له دې تورو سره د کارتونو تعداد
1	4	5	1	3	

لاندې تصادفي تجربې سرته رسیږي:

الف : د مرتبان څخه په یو ځل دوه کارتې راوستل کیږي.

لاندې پېښې تعریف دي:

A : په دوو کارتو همغه یا برابر توري دي.

B : دواړه راوستل شوي کارتې غږ نه لرونکي (v. lat.: *con* = mit + *sonare* =)
(Konsonanten (tönen; auch *Mittöner* oder Mitlaut)

C: د لاندې پېښو لپاره احتمالي وشمېری

$P(A)$; $P(B)$; $P(A \cup B)$; $P_B(A)$ او د جلي په بڼه ځواب ورکړی.

ب – د مرتبان څخه یوه بل پسي ۵ کارتې راوستل کیږي او په ترتیب او په پرلپسې توګه یو بل پسي ایښول کیږي. د دې لپاره احتمالي څومره لوي دی، دا لغات Tanne منح ته راشي؟

پ – د مرتبان څخه په یوه ځل ۵ کارتې راوستل کیږي. د دې لپاره احتمالي څومره لوي دی، چې د راوستل شوو تورو سره لغات Tante کېښوول شي.

ت – ینس لاندې د لاندې لوبې وړاندیز کوي:

د مرتبان څخه په یو ځل درې کارتې راوستل کیږي. دا د لاندې جدول له لارې شمېرل کیږي:

gezogene Buchstaben mit	Auszahlung
1 Vokal	1€
2 Vokalen	7 €
3 Vokalen	21€
E, E, E	28 €

شرط باید څومره جگ وي، چې لوبه عادلانه وي؟

ټ – د مرتبان څخه پهيوه ځل دوه کارتې راوستلکيري.

(۱) د دې لپاره احتمالوالی وټاکي، چې راوستل شوي توري وکال (Vokale) يا کونسونانت دي.

(۲) په مرتبان کې باید نور څومره دکونسونانت توري سره کارتې واچول شي، چې د پېښې (۱) احتمالوالی برابر په 0,5 وي؟

ځوابونه

نمونه ازمایښت او د مشېرلو ستراتیژي III

مفصل ځوابونه لومړی – مرتبان ټولټال ۱۴ توري خوندي لري. (لاندې المنې: و)

1. A 4. E 5. N 1. O und 3. T

الف - A په دې معنا چې:

$$EE \vee NN \vee TT \Rightarrow P(A) = P(EE) + P(NN) + P(TT)$$

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} = \frac{19}{91} \approx 0,209$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې په دواړو کارتو توري برابر دي 0,209 دی.

B په دې معنا چې

$$t NN \vee TT \vee NT \Rightarrow P(B) = P(NN) + P(TT) + P(NT)$$

$$P(B) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{5}{1} \cdot \binom{3}{1}}{\binom{14}{2}} = \frac{28}{91} = \frac{4}{13} \approx 0,307$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې په دواړو کارتو توري کونسونانت دي 0,307 دی.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \text{ mit } A \cap B = NN \vee TT$$

$$P(A \cap B) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} = \frac{13}{91} \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{19}{91} + \frac{28}{91} - \frac{13}{91} = \frac{34}{91} \approx 0,374$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې په دواړو کارتو توري برابر یا کنسونانت دي 0,374 دی.

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{13}{91} : \frac{28}{91} = \frac{13}{28} \approx 0,464$$

که پوهیږو، چې په دواړو کارتو توري کنسونانت دي، نو د دې لپاره احتمالوالی، چې دا به همغه برابر توري وي 0,464 دی.

ب – ۵ کاري ترتیب شوي لغات Tanne جوړوي.

$$P(\text{TANNE}) = \frac{3}{14} \cdot \frac{1}{13} \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11} \cdot \frac{4}{10} = \frac{1}{1001} \approx 0,001$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لغات Tanne منځ ته اړیږي، نږدې 0,001 دی.

پ – ۵ کاري په یو ځل.

دې ته اړتیا لرو: $TT \wedge A \wedge N \wedge E$

$$P(\text{TANTE}) = \frac{\binom{3}{2} \cdot \binom{1}{1} \cdot \binom{5}{1} \cdot \binom{4}{1}}{\binom{14}{5}} = \frac{30}{1001} \approx 0,03$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې دا لغات Tante جوړ شي، نږدې 0,03 دی.

ت – د ۱۴ ترمنځ ۶ وکال او ۸ کنسونانت دي.

د تصادفي متحول (اووښتونو یا واریابلو) X ارزښتونه دي:

	1 Vokal	2 Vokale	3 Vokale ohne EEE	EEE	kein Vokal
$X = x_i$	1	7	21	28	0

د دې احتمالوالی دی:

$$P(X = x_1) = \frac{\binom{6}{1} \cdot \binom{8}{2}}{\binom{14}{3}} = \frac{42}{91}$$

د یو وکال او ۲ کنسونانت لپاره:

$$P(X = x_2) = \frac{\binom{6}{2} \cdot \binom{8}{1}}{\binom{14}{3}} = \frac{30}{91}$$

د ۲ وکال او ۱ کنسونانت لپاره.

$$P(X = x_3) = \frac{\binom{6}{3}}{\binom{14}{3}} - \frac{1}{91} = \frac{4}{91}$$

د ۳ وکال بې له EEE لپاره.

$$P(X = x_5) = \frac{\binom{8}{3}}{\binom{14}{3}} = \frac{14}{91}$$

د ۳ کنسونانت لپاره.

د تصادفي متحولو او د انتظار ارزښت شمېرلو احتمالوالی:

$X = x_i$	0	1	7	21	28
$P(X = x_i)$	$\frac{14}{91}$	$\frac{42}{91}$	$\frac{30}{91}$	$\frac{4}{91}$	$\frac{1}{91}$

$$E(X) = \sum_i x_i \cdot P(X = x_i) = 0 \cdot \frac{14}{91} + 1 \cdot \frac{42}{91} + 7 \cdot \frac{30}{91} + 21 \cdot \frac{4}{91} + 28 \cdot \frac{1}{91} = \frac{364}{91} = 4$$

د € 4 شرط سره لوبه عادلانه ده.

ټ - (۱) ۶ وکال او ۸ کنسونانت په مرتبانکې شتون لري..

$$P(VV \vee KK) = P(VV) + P(KK) = \frac{\binom{6}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{8}{2}}{\binom{14}{2}} = \frac{\binom{6}{2} + \binom{8}{2}}{\binom{14}{2}}$$

(۱) که x وکال ورواچول شي، نو د وکال د تعداد لپاره باور لري: $8 + x$
د $P(VV \vee KK) = 0,5$ سره باور لري:

$$\begin{aligned} P(VV \vee KK) &= \frac{\binom{6}{2} + \binom{8+x}{2}}{\binom{14+x}{2}} = \frac{\frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} + \frac{(8+x) \cdot (7+x)}{2 \cdot 1}}{\frac{(14+x) \cdot (13+x)}{2 \cdot 1}} \\ &= \frac{30 + (8+x) \cdot (7+x)}{(14+x) \cdot (13+x)} = 0,5 \\ &\Leftrightarrow x^2 + 3x - 10 = 0 \Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 = -5 \wedge x_2 = 2}} \end{aligned}$$

باید ۲ کارتونه د کنسونانت سره ور واچول شي. دا برابره نتیجه ($P = 0,5$) به لاس ته راشي، که ۵ کنسونانت ترې لري شي.

یوولسم - د برنولي - ازمايښت

او د بېنوميال وېشنه یا خورونه

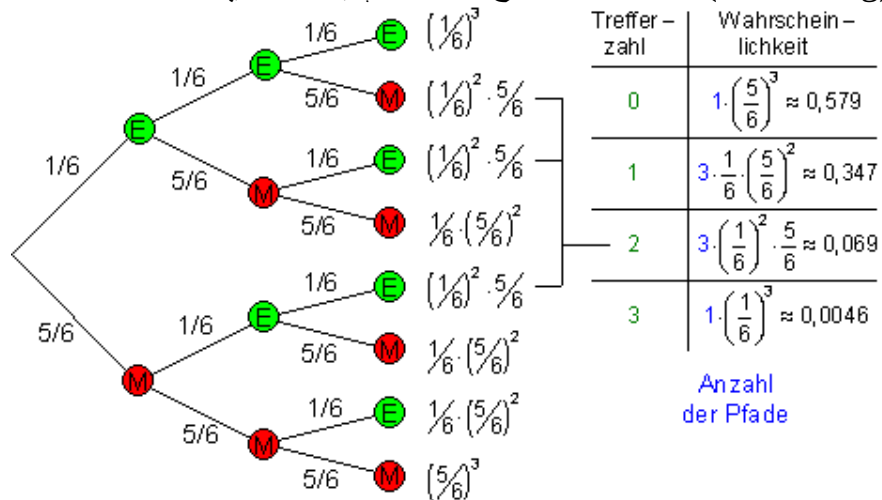
ډېرې تصادفي تجربې کېدې شي د دوه پېښو سره د تجربې په څېر راوړل شي، لکه د بېلگې په توګه

د سیکي غورځول د محراب ممبر نښان او ګڼ یا عدد سره
- د یوه کتابچې مېخ غورځونه د یوې پېښې څوکي یا شا سره.
د یوه سترګي غورځول د نتیجې 6 یا نه 6 سره.

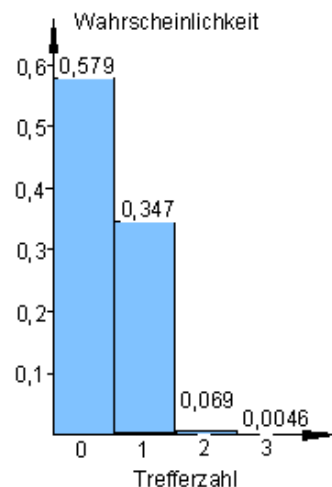
داسې تجربې د برنولي-تجربو په نامه یادېږي. د داسې تجربو دواړه نتیجه سړی د بریاو یا نه بریا په څېر په نښه کوي. که دا تجربه n - واره تکرار شي، نو د n - پوریزې برنولي-تجربې څخه غږیږو یا د یوه برنولي - ځنځېر څخه د n - اوږدوالي سره. د n - پوریزې برنولي-تجربې څخه غوښتل کېږي، چې د یوې تجربې نتیجه د

بلي تجربې څخه بې تاثيره پاتې كيږي. د داسې يوې n -پوړيزې تجربې سره سرې د تجربو د برياوو او نابرياوو تعداد لپاره علاقه نيسي.

پيل بيلگه: يو سترگيز مكعب يو په بل پسې درې واړه غورځول كيږي. موږ د احتمالي سره علاقه لرو، چې وپوهيږو، چې ايا عدد (گڼ) 6 په دې ازمايښت كې، 0, 1, 2 يا 3 ځله رامنځ ته كيږي. E (Erfolg) د بریا يا رامنځ ته کېدنې په معنا او M (Misserfolg) د نابريا د رامنځ ته کېدنې په معنا دي.



لاندې الماني=احتمالوالی



پورته الماني = راوستل شوی عدد.

دلته دایو درې پوریز برنولی-ازماښت دی.
د ونې دیاگرام څخه د تار قانون له مخې په ساده توګه احتمالوالی ګڼل (شمېرل) کېدی شي.

$$S = \{EEE; EEM; EME; EMM; MEE; MEM; MME; MMM\}$$

نتیجه ډېری (-سټ) اته توکي (د تارونو تعداد) لري، چې دا هر وار د درې پرلپسې پېښو تنظیم څخه منځ ته راغلي. د پورېو تعداد جګوالي سره د دندې یا تمرین کارونه د ونې دیاگرام سره نور ناممکن دی.

د تارونو تعداد د k بریاوو سره

د یوه پور n -پوریزې برنولي -ازماښت سره د نتیجې ډېری هر توکی د پرلپسې پېښو څخه منځ ته راغلی.

د بیلګې په توګه $EEMMEEEM \dots EM$. د تارونو تعداد چې د بریاوو سره بېداکړو، له دې سره په همغه معنا دی، چې د نتیجې ډېری څخه د توکو تعداد پیدا کړو، چې k -خله د لړۍ پرلپسې څخه خپلواک یوه بریا وښايي. یا راکړي.

دا کیدی شي داسې هم فرمول بندي شي: په څو ډوله کېدی شي k شیان د n شیانو څخه د لړۍ پرلپسې څخه خپلواک انتخاب کړی شي؟

زموږ د بیلګې لپاره باور لري: $n=3$; $k=0;1;2;3$; د تارونو تعداد $k =$ د بریاوو تعداد	دا لوتو-پرابلم رایادوي، په هغې کې چې له $n = 49$ شیانو $k = 6$ شیان بې د پرلپسې لړۍ ترتیب څخه وټاکلشي.
0	په دې حالت کې د امکاناتو تعداد وو:
1	$\binom{49}{6} = \frac{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \underline{\underline{13.983.816}}$
2	دا د شمېرنې قانون د برنولي -تجربې باندې هم کارول کېدی شي، که د تارونو تعداد د k بریاوو سره وپلټو.
3	

د n - پوريزې برنولي-تجربې د تارونو تعداد k د برياوو سره دی:

$\binom{n}{k}$	n د تجربو تعداد او k د برياوو تعداد
----------------	---

بيلگه: يو سترگيز مکعب $n = 5$ ځله غورځول کيږي

د بريا ارزښت د سترگيو تعداد 6 دی.

په نتيجه ونه کې د $k = 3$ سره څومره تارونه شتون لري؟

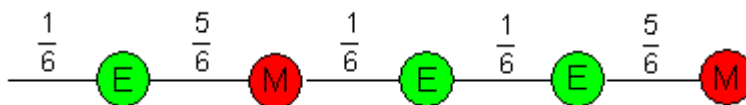
$$\binom{5}{3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 10$$

حل (اوې) د $k = 3$ برياوو سره د تارونو تعداد دی:

به دې تجربه کې په ټوليزه توگه 10 تارونه شتون لري، چې هر ځل 3 برياوې خوندي لري.

د يوه تار لباره k د برياوو سره احتمالي

د يوې روښانه بيلگې سره دې د يوه تار احتمالي د شمېرلو د شمېرنې قانون وښوول شي. دا قانون د بيا ټوليز شي.



د دې تار احتمالي کېدې شي د تار ضربقانو سره و ټاکل شي

$$P(\text{EMEEM}) = \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2$$

د دې تصادفي تجربې د پورېو تعداد $n = 5$ دی.

د برياوو تعداد $k = 3$ دی.

د نابریاوو تعداد $2 = 3 - 5 = n - k$ دی.

دا عددونه د احتمالوالي د بریاوو ($p = 1/6$) لپاره د اکسپوننت یا جگ عدد په څېر رامنځ ته کیږي همداسې د نه بریاوو ($q = 5/6$) لپاره رامنځ ته کیږي

$$q = 1 - p = 1 - 1/6 = 5/6 \text{ باور لري:}$$

له دې سره کېدی شي احتمالوالی د $n = 5$ او $k = 3$ لپاره لکه چې لروو شمېرل شي:

$$P(\text{EMEEEM}) = \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)^2 = p^3 \cdot (1-p)^2$$

ټولیزونه :

دا چې دا د یوه n - پوریز برنولي - ازماښت سره یو ازماښت دی، د کوم سره چې هره پورۍ د بریا احتمالوالی $P(E) = p$ برابر پاتې کیږي، تار ضربقوانو له مخې د هر k بریاوو سره او $n - k$ نابریاوو سره باور لري:

$$p^k \cdot (1-p)^{n-k} = \text{تار دیاگرام}$$

د کوم سره چې $1-p$ د نابریا لپاره احتمالوالی انځوروي

د n - پوریز برنولي-ازماښت د k بریاوو لپاره احتمالوالی

$$P(X = k) = \underbrace{\binom{n}{k}}_{\text{Anzahl der Pfade mit } k \text{ Erfolgen}} \cdot \underbrace{p^k \cdot (1-p)^{n-k}}_{\text{Wahrscheinlichkeit für einen Pfad mit } k \text{ Erfolgen und } n-k \text{ Misserfolgen}}$$

د بېنوميال ضریب لپاره یادونه $\binom{n}{k}$ د $q = (1-p)$ سره

$$(q+p)^n = \binom{n}{0} \cdot p^0 \cdot q^n + \binom{n}{1} \cdot p^1 \cdot q^{n-1} + \binom{n}{2} \cdot p^2 \cdot q^{n-2} + \dots + \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k} + \dots + \binom{n}{n} \cdot p^n \cdot q^0$$

دا د برنولي درسي جمله ده.

د $n = 3$ سره پيليلگي لپاره باور ري:

$$P(X = 0) = \binom{3}{0} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^0 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3 = 1 \cdot 1 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216} \approx \underline{\underline{0,579}}$$

$$P(X = 1) = \binom{3}{1} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^1 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{3}{1} \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{75}{216} \approx \underline{\underline{0,347}}$$

$$P(X = 2) = \binom{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^1 = \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right) = \frac{15}{216} \approx \underline{\underline{0,069}}$$

$$P(X = 3) = \binom{3}{3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^0 = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot 1 = \frac{1}{216} \approx \underline{\underline{0,0046}}$$

د بينوم وېشنه يا (په برابر وېشو) ټوټه كونه:

د يوه n -پوريز برنولي - ازماېنت كې د p د برياحتمالوالي لپاره او نابرياو
احتمالوالي $1-p$ سره د k

برياوو لپاره باور لري:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

دا د احتمالوالي وېشنه د بېنوميالوېشنه بلل كيږي.

تمرين :

يوه كورنۍ 6 كوچنيان لري .

اتمالوالی، چې يوه نجلۍ وزيروی، $p = 0,5$ دی .

د دې لپاره احتمالوالی وشمېری، چې ۶ بچيانو لاندې 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 نجوني دي او
د احتمالوالي وېشنې هيستوگرام وكاړی. د لاندې پېښو احتمالوالی و ټاكي.

A : د كوچنيان ټيک نيمايي نجوني دي.

B : د کوچنيانو زيات له زياته نيمايي نجوني دي.

C : لږ تر لږه د کوچنيانو نيمايي نجوني دي.

تمرين :

يوه سيکه ۵ واره غورځول کيږي او p دې 0,5 وي.

a : د تصادفي واريابلې X احتمالي وېشنه وټاکي: د ممبر نښان تعداد.

b : د کوم احتمالي سره دا لاندې غورځول کيږي:

(1) زيات له زياته ۳ واره ممبر نښان

(2) له ۳ څله کم ممبر نښان

(3) لږ تر لږه ۱ ځل ممبر نښان

(4) له يوه ځل زيات ممبر نښان.

Kumulierte Binomialverteilung __ کمولير شوي دبينوم وېشنه

cumulus – Anhäufung لاتين پنډغالي کيدنه په سوېس کې د ټاکنو قانون کې، چې په يو ځل يو کس د ټاکنو غرونه ورکوي يا رايې اچوي.

بيلگه:

يوه سيکه 20 واره غورځول کيږي. د لاندې پېښو، لپاره احتمالي شمېرل کيږي.

a : ټيک 10 څله ممبر نښان

b : زيات له زياته 15 څله ممبر نښان

c : لږ تر لږه 7 څله ممبر نښان

d: لږ تر لږه 6 څله اوزيات له زياته 16 څله ممبر نښان.

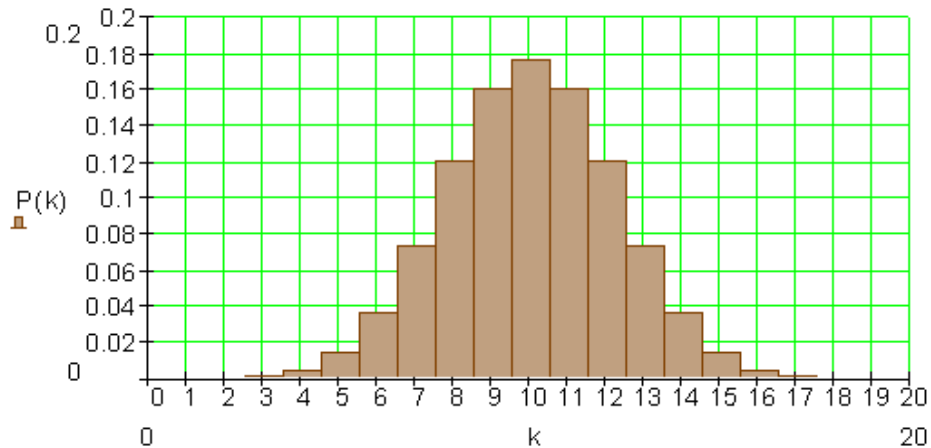
دا د احتمالوالي وېشنې داتا په لاندې جدول کې رايوځای شوي.

دلته د لسميز وروسته اعداد په ۳ را گرد شوي دي.

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P(X = k)$	0	0	0	0,001	0,005	0,015	0,037	0,074	0,12	0,16	0,176
k	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
$P(X = k)$	0,16	0,12	0,074	0,037	0,015	0,005	0,001	0	0	0	

يادونه : د $k = 0, 1, 2$ حالت او 18, 19, 20 لپاره احتمالوالي طبعاً صفر نه دی. صفر داسې منځ ته اړځی، چې له لسميز وروسته په ۳ ځايونو کې راگرد شوی وي.

د بينوميال وېشنې هيستوگرام په لاندې توگه ليدل کيږي:



الف – احتمالوالي $P(X = 10)$ کېدی شي د جدول همداسې له هيستوگرام څخه ولوستل شي.

احتمالوالي د پيښې 10 ځله ممبرنښان دی : $P(X = 10) \approx 0,176$

ب – د پيښې لپاره احتمالوالي دی.

E : خورا زياته يا زيات له زياته ځله ممبرنښان ، تړلی وړيسي نه شي لوستل کیدی. د دې لپاره بايد د احتمالوالي د جدول ارزښتونه سره جمعه شي.

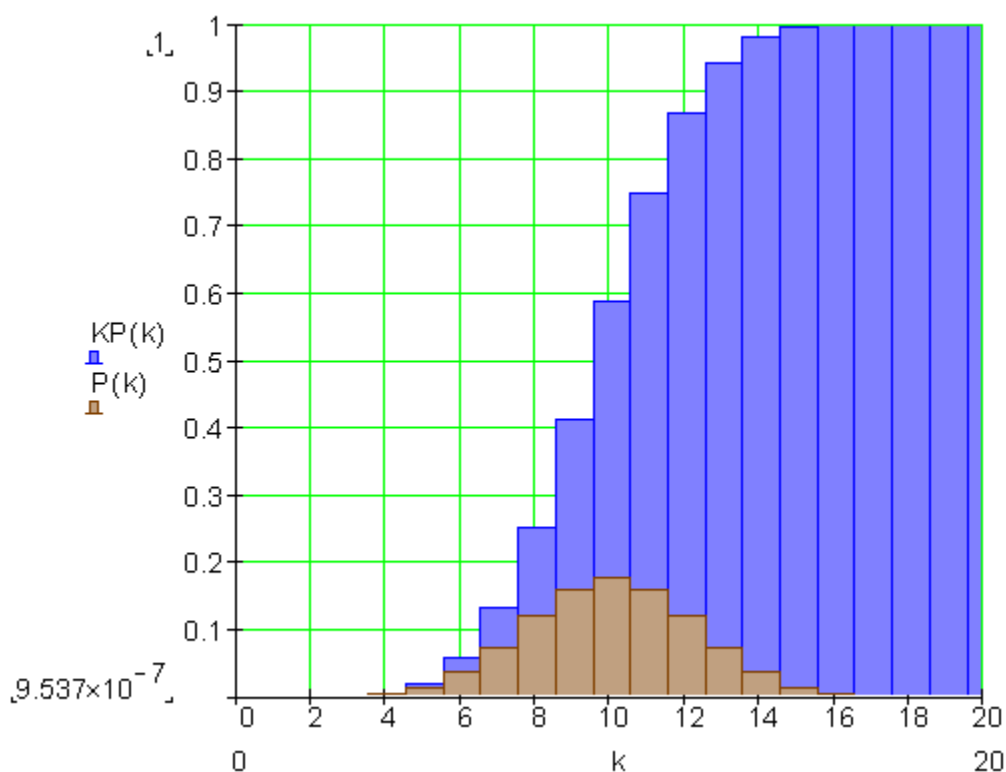
$$P(X = 0) + P(X = 1) + \dots + P(X = 15)$$

که جدول ولرو په کوم کې چې احتمالوالی سره جمعه شوی دی، یعنی یوه کمولېري جدول، نو کېدی شي د E لپاره احتمالوالی سملاسي له دې څخه ولوستل شي.

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P(X=k)$	0	0	0	0,001	0,005	0,015	0,037	0,074	0,12	0,16	0,176
$P(X \leq k)$	0	0	0	0,001	0,006	0,021	0,058	0,132	0,252	0,412	0,588
k	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
$P(X=k)$	0,16	0,12	0,074	0,037	0,015	0,005	0,001	0	0	0	
$P(X \leq k)$	0,748	0,868	0,942	0,979	0,994	0,999	1	1	1	1	

یادونه: د $k < 3$ لپاره کمولېري احتمالوالی طبعاً صفر نه دی. طبعاً د $k < 20$ لپاره ارزښتونه 1 هم نه دی. دا مګر له دې ارزښتونو څخه کم توپیر یري، چې سری په ډېرو حالتونو کې له عملي شمېرنو لپاره راګردشوي جدول ارزښتونه کارولای شي.

د کمولېري بینوميال وېشنې یا ټوټه کونې هیستوګرام.



خورا زیات 15 ځله په دې معنا دی: $P(X \leq 15) \approx 0,994$

پ : لږ تر لږه 7 ځله په دې معنا دی:

$$P(X \geq 7) = P(X = 20) - P(X \leq 6) \approx 1 - 0,058 = \underline{\underline{0,942}}$$

ت : لږ تر لږه 6 ځله اوزیات له زیاته 16 ځله په دې معنا دی:

$$P(6, 7, \dots, 16) = P(X \leq 16) - P(X \leq 5) \approx 0,999 - 0,021 = \underline{\underline{0,978}}$$

بیلگه په گوته کوي، چې کمولېري جدول کومې کټې لري، که هدف دا وي چې د یوې ساحې یا ورشو لپاره د تصادفيواریابې X احتمالوالی و شمېرو. دا ورشو د گڼونو یا اعدادو به وړاگه هم د انتروال په توگه انځور شوي ده.

موږ لاندې حالتونه سره توپېروو:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

تمرین :

یو مولتیپل چوېس تست یا ازموینه له 50 پوښتنو څخه د هر 5 ځوابونو سره، چې له هغو څخه د هر یوه لپاره ټیک یو ټی:ک دی. د کوم احتمالوالي سره کېدی شي، چې فقط د سترگو لید سره د پوښتنو لاندې تعداد ته ټیک ځواب وویل شي؟

الف- له 20 پوښتنو زیات.

ب لږ تر لږه 10 اوزیات له زیاته 20 پوښتنې.

پ : له 10 پوښتنو لږ.

ت : ټیک 15 پوښتنې

د پېښېدنې احتمالوالی په پوښتنه $0,2 = 1/5$ دی. دا چې دا احتمالوالی د 50 پوښتنو څخه د هرې لپاره ستون لري، کېدی شي دا عملیه د 50 پوړیز د برنولي-احتمالوالي په څېر ترپاملاندې راشي. د کمولېري بېنوميال وېشنې څخه وتنه Auszug د او سره دې د مرستې په څېر استعمال شي.

k	9	10	11	14	15
$P(X \leq k)$	0,444	0,584	0,711	0,939	0,969
k	16	19	20	21	22
$P(X \leq k)$	0,986	0,999	1	1	1

حل: یوه کورنۍ 6 کوچنیان لري .

احتمالوالی، چې یوه نجلۍ وزیروی، $p = 0,5$ دی .

د دې لپاره احتمالوالی وشمېری، چې ۶ بچیانو لاندې 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 نجونې دي او د احتمالوالي وېشنې هیستوگرام وکارۍ. د لاندې پېښو احتمالوالی و ټاکۍ.

A : د کوچنیان ټیک نیمایي نجونې دي.

B : د کوچنیانو زیات له زیاته نیمایي نجونې دي.

C : لږ ترلږه د کوچنیانو نیمایي نجونې دي.

دا پرابلم کېدی شي د 6 ځله برنولي ازماېښت په څېر راورل شي د $n = 6$ او $p = 0,5$ سره .

غواړو $P(X = k)$ د $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ لپاره پیداکړو.

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

$$P(X = 0) = \binom{6}{0} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 1 \cdot \frac{1}{64} = \frac{1}{64} = \underline{\underline{0,015625}}$$

$$P(X = 1) = \binom{6}{1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 6 \cdot \frac{1}{64} = \frac{6}{64} = \underline{\underline{0,09375}}$$

$$P(X = 2) = \binom{6}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 15 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 15 \cdot \frac{1}{64} = \frac{15}{64} = \underline{\underline{0,234375}}$$

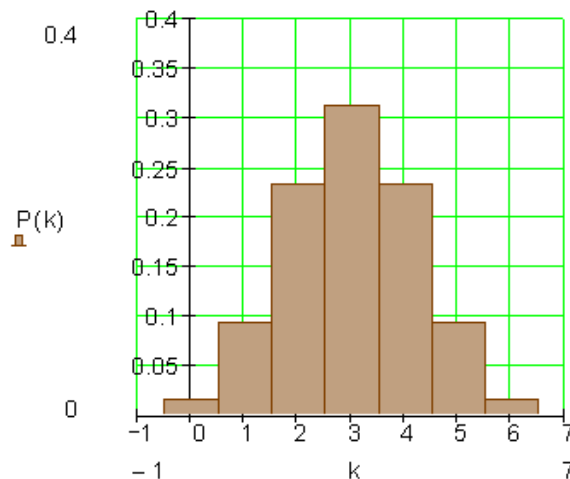
$$P(X = 3) = \binom{6}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 20 \cdot \frac{1}{64} = \underline{\underline{0,3125}}$$

$$P(X = 4) = \binom{6}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 15 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 15 \cdot \frac{1}{64} = \frac{15}{64} = \underline{\underline{0,234375}}$$

$$P(X = 5) = \binom{6}{5} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 = 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 6 \cdot \frac{1}{64} = \frac{6}{64} = \underline{\underline{0,09375}}$$

$$P(X = 6) = \binom{6}{6} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 1 \cdot \frac{1}{64} = \frac{1}{64} = \underline{\underline{0,015625}}$$

د احتمالوالي وېشنې هیستوگرام:



دې لپاره احتمالوالی دی، چې $P(A) = P(X=3) = 0,3125$ د 6 کوچنیانو څخه ټیک درې نجوني دي

$$\begin{aligned} P(B) &= P(X \leq 3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) \\ &= \frac{1}{64} + \frac{6}{64} + \frac{15}{64} + \frac{20}{64} = \frac{42}{64} = \frac{21}{32} = \underline{\underline{0,65625}} \end{aligned}$$

دې لپاره احتمالوالی دی، چې د 6 کوچنیانو څخه زیات له زیاته درې نجوني دي

$$\begin{aligned} P(C) &= P(X \geq 3) = P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) + P(X=6) \\ &= \frac{20}{64} + \frac{15}{64} + \frac{6}{64} + \frac{1}{64} = \frac{42}{64} = \frac{21}{32} = \underline{\underline{0,65625}} \end{aligned}$$

دې لپاره احتمالوالی دی، چې د 6 کوچنیانو څخه لږ تر لږه درې نجوني دي

حل (اوبی):

یوه سیکه ۵ واره غورځول کیږي او p دې 0,5 وي.

a : د تصادفي واریابې X احتمالوالي وېشنه وټاکي: د ممبر نښان تعداد.

b : د کوم احتمالوالي سره دا لاندې غورځول کیږي:

(1) زیات له زیاته ۳ واره ممبرنښان

(2) له ۳ ځله کم ممبر نښان

(3) لږ تر لږه ۱ ځل ممبر نښان

(4) له یوه ځل زیات ممبر نښان.

د اېرېلم کیدی شي د 5-پوړیز برنولي-ازماینښته څېر د $n = 5$ او $p = 0,5$ سره راورل شي.

الف - غوښتل کېږي $P(X = k)$ د $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ لپاره .

k	$P(X = k)$
0	$\binom{5}{0} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5-0} = 1 \cdot 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$
1	$\binom{5}{1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5-1} = \frac{5}{1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 5 \cdot \frac{1}{2^5} = \frac{5}{32}$
2	$\binom{5}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5-2} = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 10 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 10 \cdot \frac{1}{2^5} = \frac{10}{32}$
3	$\binom{5}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5-3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 10 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 10 \cdot \frac{1}{2^5} = \frac{10}{32}$
4	$\binom{5}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5-4} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 = 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 5 \cdot \frac{1}{2^5} = \frac{5}{32}$
5	$\binom{5}{5} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5-5} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot 1 = 1 \cdot \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$

ب -

(1) زیات له زیاته 3 ممبر نښان په دې معنا دی:

$$P(X \leq 3) = \frac{1}{32} + \frac{5}{32} + \frac{10}{32} + \frac{10}{32} = \frac{26}{32} = \underline{\underline{0,8125}}$$

(2) له 3 کم ځله ممبر نښان په دې معنا دی:

$$P(X < 3) = \frac{1}{32} + \frac{5}{32} + \frac{10}{32} = \frac{16}{32} = \underline{\underline{0,5}}$$

(3) لږ تر لږه 1 ځل ممبر نښان په دې معنا دی:

$$P(X \geq 1) = \frac{5}{32} + \frac{10}{32} + \frac{10}{32} + \frac{5}{32} + \frac{1}{32} = \frac{31}{32} = \underline{\underline{0,96875}}$$

(4) له 1 ځل زیات ممبرنښان په دې معنا دی:

$$P(X > 1) = \frac{10}{32} + \frac{10}{32} + \frac{5}{32} + \frac{1}{32} = \frac{26}{32} = \underline{\underline{0,8125}}$$

د تمرین ځواب:

یو مولتیپل چوېس تست یا ازموینه له 50 پوښتنو څخه د هر 5 ځوابونو سره، چې له هغو څخه د هر یوه لپاره ټیک یو ټی:ک دی. د کوم احتماليوالي سره کېدی شي، چې فقط د سترگو لید سره د پوښتنو لاندې تعداد ته ټیک ځواب وویل شي؟

الف- له 20 پوښتنو زیات.

ب لږ تر لږه 10 اوزیات له زیاته 20 پوښتنې.

پ: له 10 پوښتنو لږ.

ت: ټیک 15 پوښتنې

د پېښېدنې احتماليوالی په پوښتنه $1/5 = 0,2$ دی. دا چې دا احتماليوالی د 50 پوښتنو څخه د هرې لپاره ستون لري، کېدی شي دا عملیه د 50 پوړیز د برنولي-احتماليوالی په څېر ترپاملاندې راشي. د کمولېږې بېنوميال وېشنې څخه وتنه Auszug د او سره دې د مرستې په څېر استعمال شي.

k	9	10	11	14	15
$P(X \leq k)$	0,444	0,584	0,711	0,939	0,969
k	16	19	20	21	22
$P(X \leq k)$	0,986	0,999	1	1	1

$$P(X \geq 21) = P(X = 50) - P(X \leq 20) = 1 - 1 = \underline{\underline{0}} \quad \text{الف}$$

د دې لپاره احتماليوالی چې توکلي د 20 پوښتنو ټیک یا صحیح ځواب ورکړوله 0,001 (0,1%) کوچنی دی.

ب -

$$P(10 \leq k \leq 20) = P(X \leq 20) - P(X \leq 9) = 1 - 0,444 = \underline{\underline{0,556}}$$

د توکلي ښوونې سره چې لږ تر لږه 10 پوښتنې او زیات له زیاته 20 پوښتنې ټیک ځواب کړو (56,5%) 0,565 دی.

پ - $P(X \leq 9) = 0,444$ د جدول څخه سیده لوستلکېږي:

د دې لپاره احتماليوالی چې د توکلي وېښې سره لږ تر لږه 10 او زیات له زیاته 20 پوښتنې ټیک ځواب شي (56,5%) 0,565 دی.

ت - $P(X = 15) = P(X \leq 15) - P(X \leq 14) = 0,969 - 0,939 = 0,03$
 د دې لپاره احتمالوالی چې ټیک 15 پوښتنې سمې ځواب شي. $0,03$ (3%) دی.

د بینومیال وېشنې یا خورونې ته پوښتنې ۱

لومړۍ - دا کلمې روښانه کړئ: د برنولی - تجربه، د پېښېدنې احتمالوالی، د برنولی - ځنځېر او د برنولی زنځیر اوږدوالی

دویم - د لاندې تصادفي تجربې څخه یې کومه د برنولی زنځیر دی؟ که ممکن وي د پېښېدنې احتمالوالی p ورکړئ او د برنولی - زنځیر اوږدوالی n هم ورکړئ.

الف - یو سترگیز مکعب درېواره غورځول کيږي او د شپږمو تعداد لیکل کيږي.

ب - یو سترگیز مکعب درېواره غورځول کيږي او د سترگیو مجموعه لیکل کيږي..

پ - د یوه مرتبان څخه ۳ سپین او ۷ سره غونډارۍ (غونډوسکې) تر هغې راوستل کيږي، بې له بېرته وراچونې چې لومړۍ سور غونډارۍ را ښکاره شي.

ت - د یوه مرتبان څخه ۳ سپین او ۷ سره غونډارۍ (غونډوسکې) ۴ - ځله د بېرته وراچونې چې سره راوستل کيږي.

ټ - د یوه بخت څرخ 50% ټولو حالتونو کې یو 1 راڅرگندېږي، په هر 25% حالتونو کې یو 2 همداسې 3. دا څرخ څلورواړه څرخول کيږي او عددونه د څلور ځاییز عدد په څېر لیکل کيږي

ث - له (ټ) څه یو د بخت څرخ اته واره څرخول کيږي، که ۳ راڅرگند شي، نو سړی 10 ستنه گټي.

ج - د بخت څرخ له (ټ) څخه تر هغې څرخول کيږي، ترڅو ۳ راڅرگند شي، زیات له زیاته ۵ ځله.

دریم - یو څرخ درې برابر لویې ټوټې (قطعي) د نځینو گردۍ (دایره) چلپیا او ستوری لري. دا څلورواړه څرخول کيږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوی دی؟

: درېواره ستوری را منځ ته کيږي..

: لږ تر لږه درېواره ستوری را منځ ته کيږي.f.

: زیات له زیته یو وار ستوری را منځ ته کيږي..

: زیات له زیاته درېواره ستوری را منځ ته کيږي..

څلورم – د شفتالانو د یوه لوی بار څخه 20% خټا شوي. له دې څخه 5 دانې راوستل کيږي. د لاندې پېښې لپاره احتمالوالی څومره لوی دی؟

: یو شفتالو خټا دی.

: ټول شفتالان روغ دي.

: لږ تر لږه دوه شفتالان خټا دي.

پنځم –

د یوې نجلۍ د زېږېدنې لپاره احتمالوالی 0,49 دی، یوه هلک د زېږېدنې لپاره 0,51 . احتمالوالی څومره لوی دی، چې په یوه کورنۍ کې د څلورو کوچنیانو څخه

: ټیک دوهمجنسې دي؟

: زیات له زیاته درې نجونې دي؟

شپږم – یوه پیسه لږ تر لږه باید څو واره وغورځول شي، چې لږ تر لږه د 99% یوه احتمالوالي سره یو ځل گڼي یا عدد لاس ته راشي؟

اوم – څو واره باید لږ تر لږه یو سترگیز مکعب و غورځول شي چې لږ تر لږه د 90% احتمالوالي سره لږ تر لږه یو شپږ لاس ته راشي؟

اتم – یو مکعب 60 واره غورځول کيږي.

د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی څومره لوی دی؟

: سړی ټیک 10 واره 6 وغورځوي.

: سړی لږ تر لږه 10 واره 6 وغورځوي

: سړی زیات له زیاته 10 واره 6 وغورځوي

. د غورځول شوو ۶ تعداد د ۶ او ۱۲ (په شمول) ترمنځ پروتدی

: سړی له ۴ زیات او له ۱۵ لږ ۶ اچوي.

: د 25 حالتونو څخه لږو کي د سترگیو عدد ناجوره (طاق) عدد دی.

: د 30 حالتونو څخه زیاتو کي د سترگیو عدد جوړه (جفت) دی.

: له 25 څخه زیات او له 35 څخه لږ ناجوره د سترگیو عدد رامنځ ته کيږي.

خوابونه -

د بینومیالوېشنې I

نتیجې او مفصل حلونه

نتیجې

لومړۍ- د برنولي-تجربه یوه د تصادف تجربه ده، چې فقط دوه نتیجې لري. نتیجې بریا (رامنځ ته کېدنه) یا نایر یا (نه رامنځ ته کیږي) بلل کيږي.
د پېښې یا رامنځ ته کېدنې احتمالوالی د یوه رامنځ ته کېدنې (p) لپاره احتمالوالی دی.
یو برنولي زنځیر رامنځ ته کيږي، که برنولي -تجربه ډېرواره یو په بل پسې تکرار شي.
د برنولي زنځیر اوږدوالی راکوي، چې دا یوگوني تجربه یو په بل پسې څومره تکرار کيږي.
دویم -

الف - برنولي زنځیر $n = 3$ ، رامنځ ته کېدنه: 6 ، $p = 1/6$

ب - د برنولي زنځیر نه شته.

پ - د برنولي زنځیر نه شته.

ت - د برنولي زنځیر : $n = 4$ ، رامنځ ته شوی : سپین $p = 3/10$ ، رامنځ ته شوی:

سور $p = 7/10$.

ټ- د برنولي زنځیر نه شته.

ث - برنولي زنځیر $n = 8$ ، رامنځ ته شوی: عدد3، $p = 0,25$

ج- د برنولي زنځیر، رامنځ ته شوي: 3 ، $p = 0,25$ ،

د زځېر اوږدوالی ماکسیمال 5.

دریم -

$$P(A) = P(X = 3) = \frac{8}{81} \approx \underline{\underline{0,0988}} \quad P(B) = P(X \geq 3) = \frac{1}{9} = \underline{\underline{0,1}}$$

$$P(C) = P(X \leq 1) = \frac{48}{81} \approx \underline{\underline{0,5926}} \quad P(D) = P(X \leq 3) = \frac{80}{81} \approx \underline{\underline{0,9877}}$$

څلورم -

$$P(A) = P(X = 1) = \underline{\underline{0,4096}}; P(B) = P(X = 0) = \underline{\underline{0,32768}};$$

$$; P(C) = P(X \geq 2) = \underline{\underline{0,26272}}$$

پنځم -

$$P(A) = P(X = 2) \approx \underline{\underline{0,3747}} \quad P(B) = P(X \leq 3) \approx \underline{\underline{0,9424}}$$

شپږم - سیکه باید لږ تر لږه 7 ځله وغورځول شي، چې د 99% اطمینان سره لږ تر لږه یو ځل عدد یا گڼ لاس ته راوړو.
اوم- باید مکعب لږ تر لږه 13 ځله وغورځول شي، چې د 90% احتمالوالی سره لږ تر لږه یو 6 وغورځول شي.
اتم -

$P(A) = P(X = 10) \approx 0,137$	سړی ټیک 10 ځله 6 غورځوي
$P(B) = P(X \geq 10) \approx 0,554$	سړی لږ تر لږه 10 ځله 6 غورځوي
$P(C) = P(X \leq 10) \approx 0,583$	سړی زیات له زیاته 10 ځله 6 غورځوي
$P(D) = P(6 \leq X \leq 12) \approx 0,759$	د غورځولو شپږو تعداد د 6 او 12 (په شمول) تر منځ پروتدی
$P(E) = P(5 \leq X \leq 14) \approx 0,915$	سړی له 4 زیات او له 15 لږ شپږ غورځوي.
$P(F) = P(X \leq 24) \approx 0,078$	د سترگیو تعداد له 25 څخه کمو حالتونو کې ناجوړه دی
$P(G) = P(X \geq 31) \approx 0,449$	د سترگیو تعداد له 30 څخه زیاتو حالتونو کې جوړه دی.
$P(H) = P(26 \leq X \leq 34) \approx 0,754$	له 25 څخه زیات او له 35 څخه کم ناجوړه د سترگیو تعداد راوځي

مفصل ځوابونه:

لومړۍ - د برنولي-تجربه يوه د تصادف تجربه ده، چې فقط دوه نتيجه لري. نتيجه بريا (رامنځ ته کېدنه) يا نابريا (نه رامنځ ته کېدنه) بلل کېږي. د پېښې يا رامنځ ته کېدنې احتمالوالی د يوه رامنځ ته کېدنې (p) لپاره احتمالوالی دی. يو برنولي زنځير رامنځ ته کېږي، که برنولي -تجربه ډېرواره يو په بل پسې تکرار شي. د برنولي زنځير اوږدوالی راکوي، چې دا يوگونې تجربه يو په بل پسې څومره تکرارېږي.

بېلگه ؛ يوه سيکه 100 ځله يو په بل پسې غورځول کېږي. د سيکې غورځونه يو د برنولي تجربه ده، دوه نتيجه شته، عدد او سر (ممبرنېان). د منځ ته راتگ احتمالوالی $p = 0,5$ دی. دا چې د پيسې غورځونه 100 ځله تکرارېږي، نو دا تجربه د برنولي زنځير په نامه يادېږي. د دې برنولي زنځير اوږدوالی $n = 100$ دی.

دويم -

الف - دا د برنولي زنځير د $n = 3$ اوږدوالي سره دی. پېښه 6 راوتنه بولو. د راوتنې احتمالوالی په هره پورۍ کې د $p = 1/6$ سره برابر دی.

ب- دا د برنولي زنځير نه دی، ځکه په هرې پورۍ کې 6 مختلفې پېښې پېښېدې شي. { 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 } د يوه برنولي زنځير لپاره فقط د دوه وو اجازه شته.

پ - دا د برنولي زنځير نه دی، ځکه چې غونډاري بېرته نه اېښول کېږي او له دې سره له پورۍ و پورۍ ته احتمالوالی تغير خوري. د برنولي زنځير لپاره احتمالوالی بايد د يوه منځ ته راتگ لپاره په هره پورۍ کې برابر وي.

ت - دا د برنولي زنځير دی د اوږدوالي $n = 4$ سره. د سپين منځ ته راتگ لپاره د بېرته ور اچونې لپاره احتمالوالی ثابت $p = 3/10$ دی، او د سره منځ ته راتگ لپاره $p = 7/10$ دی.

ټ - دا د برنولي زنځير نه دی، ځکه چې په هره پورۍ کې درې نتيجه { 1 ; 2 ; 3 } لاس ته راتلی شي. د برنولي زنځير کې به هره پورۍ کې فقط دوه نتيجه لاس ته راتلې شي. ث - دا د برنولي زنځير دی د اوږدوالي $n = 8$ سره. د منځ ته راتگ په حيث 3 عدد د $p = 0,25$ سره کره شوي. په هره پورۍ کې احتمالوالی ثابت پاتېږي.

ج - دا د برنولي زنځير دی د نه کره ټاکلي اوږدوالي سره. د رامنځ ته کېدنې عدد 3 کره شوی د احتمالوالی $p = 0,25$ سره. د زنځير ماکسيمال اوږدوالی 5 دی.

$$P(A) = P(X=3) = \binom{4}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^1 = 4 \cdot \frac{1}{27} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{81} \approx 0,0988 \text{ - دريم -}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې ټيک 3 واره ستوری رامنځ ته کېږي، 0,0988 دی.

$$P(B) = P(X \geq 3) = P(X=3) + P(X=4)$$

$$= \frac{8}{81} + \binom{4}{4} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^0 = \frac{8}{81} + 1 \cdot \frac{1}{81} \cdot 1 = \frac{8}{81} + \frac{1}{81} = \frac{9}{81} = \frac{1}{9} = 0,1$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه درې ځله ستوری راوتنځ ته کېږي، 0,1111... دی.

$$\begin{aligned}
 P(C) &= P(X \leq 1) = P(X=0) + P(X=1) \\
 &= \binom{4}{0} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^0 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 + \binom{4}{1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^1 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 \\
 &= 1 \cdot 1 \cdot \frac{16}{81} + 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{8}{27} = \frac{16}{81} + \frac{32}{81} = \frac{48}{81} \approx \underline{\underline{0,5926}}
 \end{aligned}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې زیات له زیاته یو وار ستوری رامنځ ته کیږي، 0,5926 دی.

$$\begin{aligned}
 P(D) &= P(X \leq 3) = P(X \leq 4) - P(X=4) = 1 - P(X=4) \\
 &= 1 - \binom{4}{4} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1 - 1 \cdot \frac{1}{81} \cdot 1 = \frac{81}{81} - \frac{1}{81} = \frac{80}{81} \approx \underline{\underline{0,9877}}
 \end{aligned}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې زیات له زیاته درې واره ستوری رامنځ ته کیږي، 0,5926 دی.

خلورم - رامنځ ته کیدنه: شفتالو خڼا دی. $n = 5$; $p = 20\% \Rightarrow p = \frac{1}{5}$:

$$P(A) = P(X=1) = \binom{5}{1} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^1 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^4 = 5 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{256}{625} = \frac{1280}{3125} = \frac{256}{625} = \underline{\underline{0,4096}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې ټیک یو شفتالو خوڼا دی، 0,4096 دی.

B: ټول شفتالان روغ یا سم دي، کوم شفتالو خوڼا نه دی.

$$P(B) = P(X=0) = \binom{5}{0} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^0 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^5 = 1 \cdot 1 \cdot \frac{1024}{3125} = \underline{\underline{0,32768}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه دوه شفتالان ټیک دي، 0,32768 دی.

$$\begin{aligned}
 P(C) &= P(X \leq 5) - P(X=1) - P(X=0) \\
 &= 1 - \frac{1280}{3125} - \frac{1024}{3125} = \frac{3125 - 1280 - 1024}{3125} = \frac{821}{3125} = \underline{\underline{0,26272}}
 \end{aligned}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه دوه شفتالان خوڼا دي، 0,26272 دی.

پنځم -

$$\begin{aligned}
 P(A) &= P(X=2) = \binom{4}{2} \cdot \left(\frac{49}{100}\right)^2 \cdot \left(\frac{51}{100}\right)^2 = 6 \cdot \left(\frac{49 \cdot 51}{100 \cdot 100}\right)^2 \\
 &= 6 \cdot \frac{6.245.001}{100.000.000} = \frac{37.470.006}{100.000.000} \approx \underline{\underline{0,3747}}
 \end{aligned}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې په فامیل کې ټیک دوه نجونه دي، 0,3747 دی.

$$P(B) = P(X \leq 3) = P(X \leq 4) - P(X=4) = 1 - P(X=4) =$$

$$\begin{aligned}
 &= 1 - \binom{4}{4} \cdot \left(\frac{49}{100}\right)^4 \cdot \left(\frac{51}{100}\right)^0 \\
 &= 1 - 1 \cdot \left(\frac{49}{100}\right)^4 \cdot 1 = 1 - \frac{5.764.801}{100.000.000} = \frac{100.000.000 - 5.764.801}{100.000.000} \\
 &= \frac{94.235.199}{100.000.000} \approx \underline{\underline{0,9424}}
 \end{aligned}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې په کورنۍ کې زیات له زیاته درې نجونې دي، 0,9424 دی. شپږم -

د ممېرنېټان او عدد لپاره امکانات برابر دي ($p = 0,5$). برعکس پېښه چې لږ تر لږه یو ځل ممېرنېټان دی، چې هیڅ ځل عدد نه دی.

باور لري $P(X \geq 1) \geq 0,99$ همداسې د برعکس پېښې لپاره $P(X=1) \leq 0,01$ دی.

$$P(X=0) = \binom{n}{0} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-0} = 1 \cdot 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$P(X=0) \leq 0,01 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^n \leq 0,01$$

لوگارتیمونه د بیلګې په توګه د $\ln$ سره.

$$\Leftrightarrow n \cdot \ln\left(\frac{1}{2}\right) \leq \ln(0,01) \quad | : \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\ln\left(\frac{1}{2}\right) \quad \text{چې کمیز یا منفي دی}$$

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0,01)}{\ln\left(\frac{1}{2}\right)} \approx 6,64$$

سیکه باید لږ تر لږه 7 ځله وغورځول شي، چې د 99% اطمینان یا تضمین سره لږ تر لږه یو ځل ممېرنېټان لاس ته راوړی شو.

اوم - A : n د غورځولو سره لږ تر لږه یو 6. $p = 1/6$. $E = \{ 1; 2; 3; \dots n \}$ برعکس پېښه ده: n د غورځولو سره نه 6 یا 6 نه.

د لاندې الماني پښتو: لوگارتیمونه، ښه بډلون

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \binom{n}{0} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^0 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^n = 1 - 1 \cdot 1 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^n = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n$$

$$P(A) \geq 0,9 \Leftrightarrow 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n \geq 0,9 \quad | - 1$$

$$\Leftrightarrow -\left(\frac{5}{6}\right)^n \geq -0,1 \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{5}{6}\right)^n \leq 0,1 \quad \text{لوگاریتم بی ونیسی}$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(\frac{5}{6}\right)^n \leq \ln(0,1) \quad \text{بنه بدل کری}$$

$$\Leftrightarrow n \cdot \ln\left(\frac{5}{6}\right) \leq \ln(0,1) \quad \ln\left(\frac{5}{6}\right) < 1$$

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0,1)}{\ln\left(\frac{5}{6}\right)} \approx 12,6$$

سری باید 13 ځله وغورځوي، چې د یوه لږ ترلږه 90% احتمالوالي سره لږ تر لږه یوځل شپږ وغورځوي.

اتم - د $n=60$ او $P=1/6$ لپاره کومولیر یا سره راټول شوي بینوموېشنه.

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
0	0,000	4	0,020	8	0,312	12	0,810
1	0,000	5	0,051	9	0,446	13	0,885
2	0,001	6	0,108	10	0,583	14	0,935
3	0,006	7	0,196	11	0,708	15	0,966

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
16	0,984	20	1,000
17	0,993	21	1,000
18	0,997	22	1,000
19	0,999	23	1,000

سری ټیک 10 ځله 6 غورځوي.

$$P(A) = P(X = 10) = P(X \leq 10) - P(X \leq 9) = 0,583 - 0,446 = 0,137$$

سری لږ ترلږه 10 ځله 6 غورځوي

$$P(B) = P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9) = 1 - 0,446 = 0,554$$

سری زیات له زیاته 10 ځله 6 غورځوي

$P(C) = P(X \leq 10) = 0,583$ له جدول لوستل کيږي.

سړی زیات له زیاته 10 ځله 6 غورځوي

$P(C) = P(X \leq 10) = 0,583$ له جدول څخه دلوستل کيږي.

د غورځول شوو شپږ تعدادد 6 او 12 په شمول ترمنځ کې پروت دی.

$$P(D) = P(6 \leq X \leq 12) = P(X \leq 12) - P(X \leq 5) = 0,810 - 0,051 = 0,759$$

: سړی له 4 کم او له 15 زیات 6 غورځوي.

$$P(E) = P(5 \leq X \leq 14) = P(X \leq 14) - P(X \leq 4) = 0,935 - 0,020 = 0,915$$

: د 25 حالتون څخه زیاتو کې د سترګیو عدد ناجوره (طاق) دی.

$$P(F) = P(X \leq 24) = 0,078$$

: د 30 حالتو څخه زیاتو کې د سترګیو عدد جوړه دی.

$$P(G) = P(X \geq 31) = 1 - P(X \leq 30) = 1 - 0,551 = 0,449$$

: له 25 څخه زیات او له 35 څخه لږ د سترګیو عدد رامنځ ته کيږي.

$$P(H) = P(26 \leq X \leq 34) = P(X \leq 34) - P(X \leq 25) = 0,877 - 0,123 = 0,754$$

پوښتنې

بینومیال وېشنه II

لومړۍ – یوه کورنۍ 6 کوچنیان لري. دیوې نجلي زېږېدنې لپاره احتمالوالی $p = 0,5$ دی.

د دې لپاره احتمالوالی وشمیرئ، چې د 6 کوچنیانو ترمنځ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 نجوني

دي او د احتمالوالي وېشنې هېستوګرام وکارئ.

د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی وشمیرئ:

: د کوچنیان نتيکنیمایي نجوني دي.

: د کوچنیان زیات له زیاته نیمایي نجوني دي.

: د کوچنیان لږ تر لږه نیمایي نجوني دي.

دویم –

سیکه 5 ځله غورځول کيږي. P دلته 0,5 ده.

الف – د X تصادفي واریابلي یا اووښتوني د احتمالوالي وېشنه وټاکئ: د ممبرنښان تعداد.

ب – د کوم احتمالوالي سره سړی غورځوي

(۱) زیات له زیاته 3 ځله ممبرنښان؟

(۲) له 3 ځله کم ممبرنښان؟

(۳) لږ تر لږه یو 3 ځله ممبرنښان؟

(۴) زیات له یو ځله ممبرنښان؟

دریم - یوه سیکه 20 ځله ورځول کيږي

الف - د بینومیلوېشنې هیستوگرام وکارئ.

ب - دلاندې پېښو لپاره احتمالوالی ټاکل کيږي.

(1) ټیک ۱۰ ځله ممبرنېښان.

(2) زیات له زیاته ۱۵ ځله ممبرنېښان.

(3) لږ تر لږه ۷ ځله ممبرنېښان.

(4) لو تر لږه ۶ ځله اوزیات له زیاته ۱۶ ځله ممبرنېښان.

پ - د کمولر شوي احتمالوالي وېشنې هیستوگرام وکارئ.

څلورم -

یو Multiple-Choice-Test له 50 پوښتنو او ۵ ځوابونو څخه جوړدی، چې له هغو

د هر یوه لپاره ټیک یو سم ځواب دی. د کوم احتمالوالي سره کېدی شي د سترگو لید له

لارې توکلي لاندې د پوښتنې سمې ځواب کړي؟

الف - له ۲۰ زیاتې پوښتنې.

ب - لږ تر لږه ۱۰ او زیات له زیاته ۲۰ پوښتنې

پ - له لسو پوښتنو کم.

ت - ټیک ۱۵ پوښتنې.

د $n = 50$ او $p = 0,2$ سره راوتنه د کمولیر شوي برنولي وېشنه باید مرستې په څېر استعمال شي.						د هرې پوښتنې سره د پېښیدنې احتمالوالی $1/5 = 0,2$ دی، دا چې دا احتمالوالی د دې ۵۰ پوښتنو هرې یوې سره شته دی، کیدی شي دا عملیه د ۵۰ پوړیزې برنولي ازماېښت په څېر وگڼل شي.
k	9	10	11	14	15	
$P(X \leq k)$	0,444	0,584	0,711	0,939	0,969	
k	16	19	20	21	22	
$P(X \leq k)$	0,986	0,999	1	1	1	

ځوابونه

د بینوموېشنه II

مفصل ځوابونه. لومړۍ -

دا پرابلم د ۶ پوړیزې برنولي تجربې په څېر کیدی شي روارل شي د $n = 6$ او p

$= 0,5$ سره.

غوښتونۍ $P(X = k)$ د $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ لپاره

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

$$P(X=0) = \binom{6}{0} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 1 \cdot \frac{1}{64} = \frac{1}{64} = \underline{\underline{0,015625}}$$

$$P(X=1) = \binom{6}{1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 6 \cdot \frac{1}{64} = \frac{6}{64} = \underline{\underline{0,09375}}$$

$$P(X=2) = \binom{6}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 15 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 15 \cdot \frac{1}{64} = \frac{15}{64} = \underline{\underline{0,234375}}$$

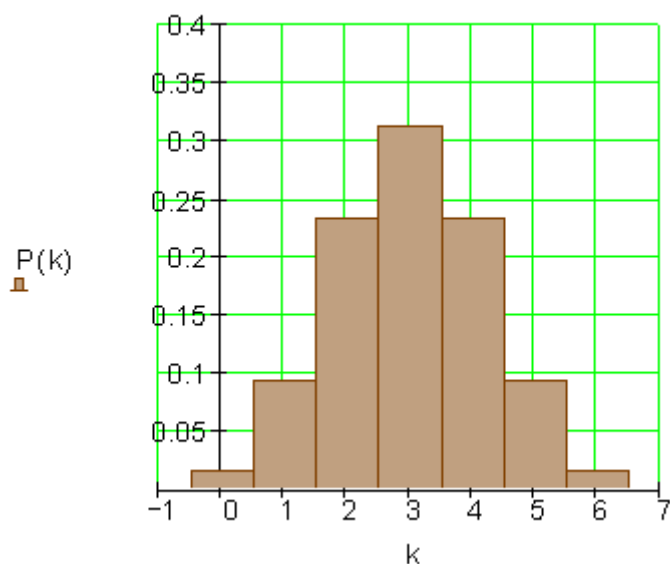
$$P(X=3) = \binom{6}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 20 \cdot \frac{1}{64} = \underline{\underline{0,3125}}$$

$$P(X=4) = \binom{6}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 15 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 15 \cdot \frac{1}{64} = \frac{15}{64} = \underline{\underline{0,234375}}$$

$$P(X=5) = \binom{6}{5} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 6 \cdot \frac{1}{64} = \frac{6}{64} = \underline{\underline{0,09375}}$$

$$P(X=6) = \binom{6}{6} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 1 \cdot \frac{1}{64} = \frac{1}{64} = \underline{\underline{0,015625}}$$

د احتمالوالي وېشني هیستوگرام



:

$$P(A) = P(X=3) = \underline{\underline{0,3125}}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی ، چې د ۶ کوچنیانو څخه ټیک درې نجونې دي.

$$P(B) = P(X \leq 3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$$

$$= \frac{1}{64} + \frac{6}{64} + \frac{15}{64} + \frac{20}{64} = \frac{42}{64} = \frac{21}{32} = \underline{\underline{0,65625}}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی ، چې د ۶ کوچنیانو څخه زیات له زیاته درې نجوني دي :

$$P(C) = P(X \geq 3) = P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) + P(X=6)$$

$$= \frac{20}{64} + \frac{15}{64} + \frac{6}{64} + \frac{1}{64} = \frac{42}{64} = \frac{21}{32} = \underline{\underline{0,65625}}$$

د دې لپاره احتمالوالی دی ، چې د ۶ کوچنیانو څخه لږ تر لږه درې نجوني دي
دویم - دا پرابلم د 5-پوریزې برنولي تجربې په څیر روارل شي د $n = 5$ او $p = 0,5$ سره الف - غوښتونکی $P(X = k)$ د $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ لپاره

k	$P(X = k)$
0	$\binom{5}{0} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5-0} = 1 \cdot 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$
1	$\binom{5}{1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5-1} = \frac{5}{1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 5 \cdot \frac{1}{2^5} = \frac{5}{32}$
2	$\binom{5}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5-2} = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 10 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 10 \cdot \frac{1}{2^5} = \frac{10}{32}$
3	$\binom{5}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5-3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 10 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 10 \cdot \frac{1}{2^5} = \frac{10}{32}$
4	$\binom{5}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5-4} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 = 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 5 \cdot \frac{1}{2^5} = \frac{5}{32}$
5	$\binom{5}{5} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5-5} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot 1 = 1 \cdot \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$

ب - (1)

زیات له زیاته درې واره ممبرنښان په دې معناچي:

$$P(X \leq 3) = \frac{1}{32} + \frac{5}{32} + \frac{10}{32} + \frac{10}{32} = \frac{26}{32} = \underline{\underline{0,8125}}$$

(2)

له درې واره کم ممبرنښان په دې معناچې:

$$P(X < 3) = \frac{1}{32} + \frac{5}{32} + \frac{10}{32} = \frac{16}{32} = 0,5$$

(۳) لږ تر لږه یو واره ممبرنښان په دې معناچې:

$$P(X \geq 1) = \frac{5}{32} + \frac{10}{32} + \frac{10}{32} + \frac{5}{32} + \frac{1}{32} = \frac{31}{32} = 0,96875$$

(4)

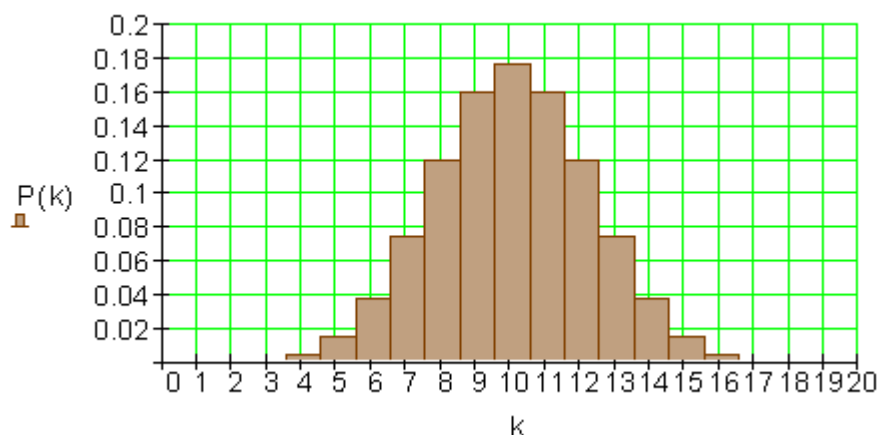
له یو وار زیات ممبرنښان په دې معناچې:

$$P(X > 1) = \frac{10}{32} + \frac{10}{32} + \frac{5}{32} + \frac{1}{32} = \frac{26}{32} = 0,8125$$

دریم -

الف -

د $n = 20$ او $p = 0,5$ لپاره د بېنوموېشنې هیستوگرام



ب -

(۱) احتمالوالی $P(X = 10)$ کېدی شي له جدل یا همداسې له هیستوگرام څخه ولوستل شي.

د پېښې 10 واره ممبرنښان لپاره احتمالوالی دی: $P(X=10) \sim 0,176$

(۲) د پېښې لپاره احتمالوالی

E : زیات له زیاته ۱۵ واره ممبرنښان، نه شي کېدی ترلی و لوستل شي. د دې لپاه د احمالوالي د جدول باید سره جمعه شوي وي.

$$P(X = 0) + P(X = 1) + \dots + P(X = 15)$$

که یو جدول شتون ولري، چې به هغه کې احتمالوالی تیار جمعه شوی وي، یعنې اکومولېري جدول، نو کېدی شي د E لپاره له دې څخه احتمالوالی فوراً ولوستل شي.

k	0	1	2	3	4	5	6	7
$P(X = k)$	0	0	0	0,001	0,005	0,015	0,037	0,074
$P(X \leq k)$	0	0	0	0,001	0,006	0,021	0,058	0,132
k	11	12	13	14	15	16	17	18
$P(X = k)$	0,16	0,12	0,074	0,037	0,015	0,005	0,001	0
$P(X \leq k)$	0,748	0,868	0,942	0,979	0,994	0,999	1	1

8	9	10
0,12	0,16	0,176
0,252	0,412	0,588
19	20	
0	0	
1	1	

يادونه : د $k < 3$ لپاره کوموليري احتمالوالی طبعاً صفر نه دی. همداسي د $k < 20$ لپاره هم 1 نه دی. دا له دې ارزښتون څخه نه توپیر لري، داسي چې په زیاتو حالتونو کې د عملي شمېرنې لپاره د جدول راکړدشوي ارزښتونه استعمالېدای شي.

$$P(X \leq 15) \approx 0,994$$

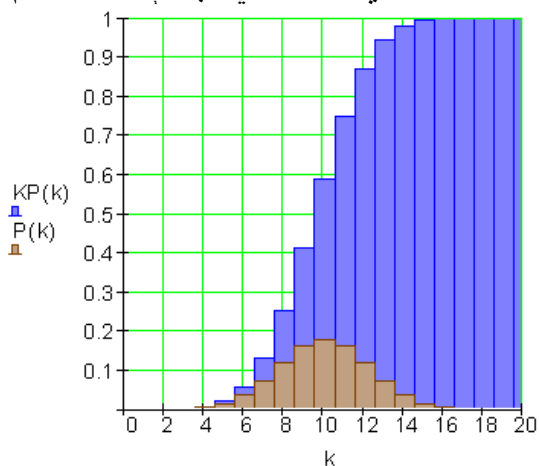
زیات له زیاته ۱۵ واره په دې معنادی
(۳) لږ تر لږه ۷ ځله په دې معنا دی.

$$P(X \geq 7) = P(X = 20) - P(X \leq 6) \approx 1 - 0,058 = 0,942$$

(۴) لږ تر لږه ۶ وارره او زیات له زیاته ۱۶ واره په دې معنا دی:

$$P(6, 7, \dots, 16) = P(X \leq 16) - P(X \leq 5) \approx 0,999 - 0,021 = 0,978$$

پ – د کوموليري احتمالوالي وېشنې هیستوگرام



څلورم -

$$P(X \geq 21) = P(X = 50) - P(X \leq 20) = 1 - 1 = 0 \quad \text{الف -}$$

احتمالی چې په غړولو سترگو توکلي له 20 پوښتنو زیاتي سمې ځواب شي له 0,001 (0,1%) څخه کوچنی دی.

$$P(10 \leq k \leq 20) = P(X \leq 20) - P(X \leq 9) = 1 - 0,444 = 0,565 \quad \text{ب -}$$

احتمالی چې په غړولو سترگو توکلي له لږ تر لږه 10 او زیات لهزیاته 20 پوښتنو سمې ځواب شي (56,5%) 0,565 دی.

پ - $P(X \leq 9) = 0,444$ له جدول څخه سیده لوستل کیږي
احتمالی چې په غړولو سترگو توکلي له 10 پوښتنو کم سمې ځواب شي 0,444 (44,4%) دی

$$P(X = 15) = P(X \leq 15) - P(X \leq 14) = 0,969 - 0,939 = 0,03 \quad \text{ت -}$$

احتمالی چې په غړولو سترگو توکلي ټیک 15 پوښتنو سمې ځواب شي 0,03 (3%) دی.

پوښتنې

بېنوموېشنه III

لومړۍ -

یوه سیکه 100 واره غورځول کیږي. د ممبرنېبان او عدد هر یوه لپاره احتمالوالی $p = 0,5$ دی. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی و شمېری.

: ټیک 52 ځله ممبرنېبان غورځول کیږي..

: لږ تر لږه 43 ځله ممبرنېبان غورځول کیږي.

: لږ تر لږه 38 ځله او زیات له زیاته 56 ځله ممبرنېبان غورځول کیږي

: له 45 ځله کم ممبرنېبان ورځول کیږي.

: لږ تر لږه 40 ځله او زیات له زیاته 60 ځله ممبرنېبان غورځول کیږي.

: له 47 ځله زیات ممبرنېبان غورځول کیږي.

: لږ تر لږه 45 ځله او زیات له زیاته 55 ځله ممبرنېبان غورځول کیږي.

: ټیک 50 ځله عدد یا گڼ غورځول کیږي.

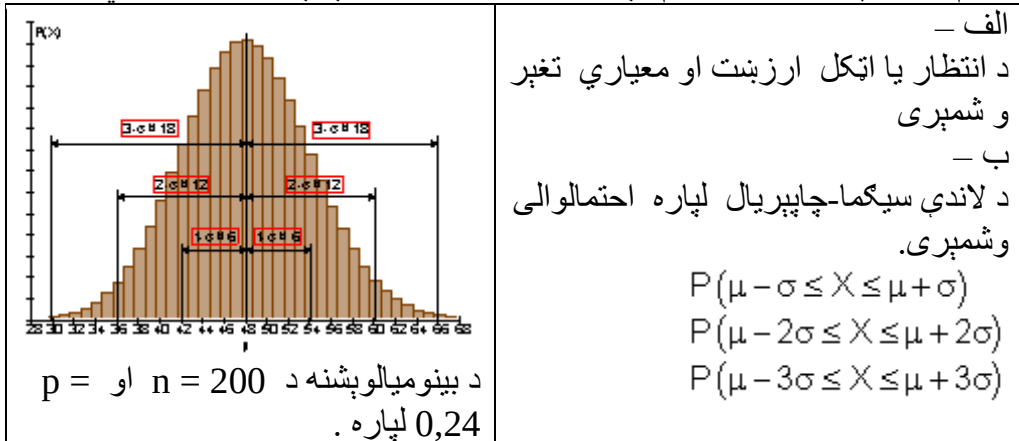
دویم - په المان کې په 50% ټولو کورنیو دوه موټر شتون لري. د پوښتنو لپاره

تصادفي 100 کورنۍ ټاکل کیږي. د لاندې پېښو لپاره احتمالوالی وټاکي:

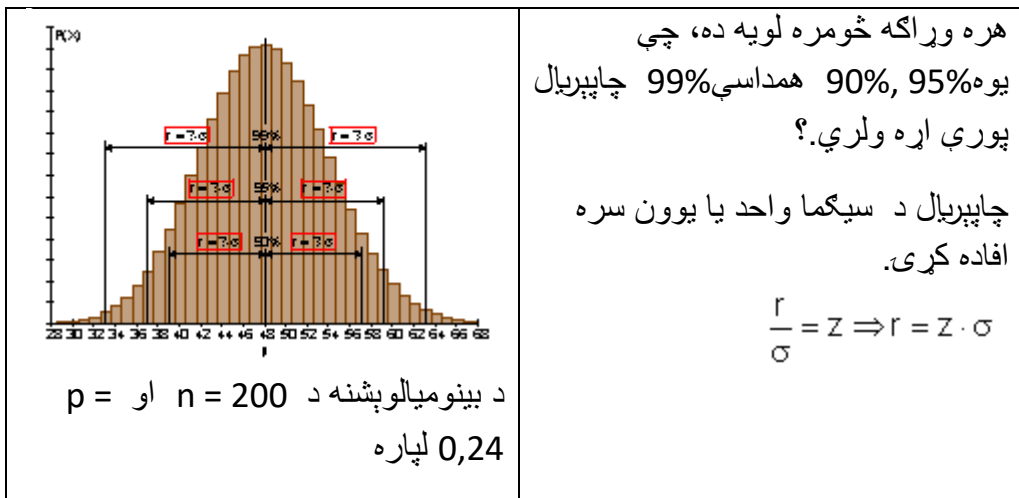
: له 60 کورنیو کمو کې دوه موټر شتون لري.

: په ټیک 60 کورنیو کې دوه موټر شتون لري.

: له 40 کورنیو څخه زیاتو کي دوه موټر شتون لري
 : لږ تر لږه 40 او زیات له زیاته 60 کورنیو کي دوه موټر شتون لري.
 دریم – لاندې گرافیک د بینوم وېشنه د مختلفو سیگما – چاپیریال سره ښایي



څلورم – لاندې گرافیک یو بینومیال وېش ښایي په مختلفو په سلو کي چاپیریال وړانگو سره .



ځوابونه (حلونه یا اوبیوني)

بینومو وېشنه III

مفصل ځوابونه

لومړۍ -

د $n=100$ او $p=0,5$ لپاره کمولیري بینومیال وېشنه.

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
32	0,000	38	0,010	44	0,136	50	0,540	56	0,903	62	0,994
33	0,000	39	0,018	45	0,184	51	0,618	57	0,933	63	0,997
34	0,001	40	0,028	46	0,242	52	0,691	58	0,956	64	0,998
35	0,002	41	0,044	47	0,309	53	0,758	59	0,972	65	0,999
36	0,003	42	0,067	48	0,382	54	0,816	60	0,982	66	1,000
37	0,006	43	0,097	49	0,460	55	0,864	61	0,990	67	1,000

: ټيک 52 ځله ممبرنښان $\{0, \dots, 51, 52, 53, \dots, 100\}$

$$P(A) = P(X = 52) = P(X \leq 52) - P(X \leq 51) = 0,691 - 0,618 = \underline{\underline{0,073}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې ټيک 52 ځله ممبرنښان و غورځول شي 0,073 دی.

: لږ تر لږه 43 ځله ممبرنښان $\{0, \dots, 42, 43, 44, 45, \dots, 100\}$

$$P(B) = P(X \geq 43) = P(X \leq 100) - P(X \leq 42) = 1 - 0,067 = \underline{\underline{0,933}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه 43 ځله ممبر و غورځول شي 0,933 دی.

: لږ تر لږه 38 ځله او زیات له زیاته 56 ممبرنښان $\{0, \dots, 37, 38, \dots, 56, 57, \dots, 100\}$

$$P(C) = P(38 \leq X \leq 56) = P(X \leq 56) - P(X \leq 37) = 0,903 - 0,006 = \underline{\underline{0,897}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه 38 ځله او زیات له زیاته 56 ځله ممبرنښان و غورځول شي 0,897 دی.

: لږ تر لږه 45 ممبرنښان $\{0, 1, \dots, 44, 45, 46, \dots, 100\}$

$$P(D) = P(X \leq 44) = \underline{\underline{0,136}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې له 45 ځله کم ممبرنښان و غورځول شي 0,136 دی.

: لږ تر لږه 40 ځله او زیات له زیاته 60 ځله ممبرنښان $\{0, \dots, 39, 40, \dots, 60, 61, \dots, 100\}$

$$P(E) = P(40 \leq X \leq 60) = P(X \leq 60) - P(X \leq 39) = 0,982 - 0,018 = \underline{\underline{0,964}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه 40 ځله او زیات له زیاته 60 ځله ممبرنبنان وغورځول شي 0,964 دی.

له 47 ځله زیات ممبرنبنان $\{0, \dots, 47, 48, 49, 50, \dots, 100\}$

$$P(F) = P(X > 47) = P(X \geq 48) = P(X \leq 100) - P(X \leq 47) = 1 - 0,309 = \underline{\underline{0,691}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې له 47 ځله څخه زیات ممبرنبنان وغورځول شي 0,691 دی..

: لږ تر لږه 45 ځله او زیات له زیاته 55 ځله ممبرنبنان $\{0, \dots, 44, 45, \dots, 55, 56, \dots, 100\}$

$$P(G) = P(45 \leq X \leq 55) = P(X \leq 55) - P(X \leq 44) = 0,864 - 0,136 = \underline{\underline{0,728}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه 45 ځله او زیات له زیاته 55 ځله ممبرنبنان وغورځول شي 0,728 دی.

: ټیک 50 ځله ممبرنبنان $\{0, \dots, 49, 50, 51, \dots, 100\}$

$$P(H) = P(X = 50) = P(X \leq 50) - P(X \leq 49) = 0,540 - 0,460 = \underline{\underline{0,08}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې ټیک 50 ځله ممبرنبنان وغورځول شي 0,08 دی.

دویم – له 60 کورنیو څخه کمو کې دوه موټر شتون لري $\{0, 1, \dots, 59, 60, \dots, 100\}$

$$P(A) = P(X \leq 59) = \underline{\underline{0,972}}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې د 60 څخه کمو کورنیو کې دوه موټر ي 0,972 دی.

: په ټیک 60 کورنیو کې دوه موټر شتون لري $\{0, \dots, 59, 60, 61, \dots, 100\}$

د دې لپاره احتمالوالی، چې په ټیک شپېته کورنیو دو موټر شتون لري 0,01 دی.

: له څلوېښت کورنیو څخه زیاتو کې دوه موټر شتون لري. $\{0, \dots, 40, 41, 42, \dots, 100\}$

$$P(C) = P(X > 40) = P(X \geq 41) = P(X \leq 100) - P(X \leq 40) = 1 - 0,028 = \underline{0,972}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې په ټيک څلوېښت کورنيو کې دوه موټرشته وي، 0,972 دی.

: لږ تر لږه په څلوېښت کورنيو کې او زيات له زياته په شپېته کورنيو کې دوه موټره شتون لري.

$$\{0, \dots, 39, 40, \dots, 60, 61, \dots, 100\}$$

$$P(E) = P(40 \leq X \leq 60) = P(X \leq 60) - P(X \leq 39) = 0,982 - 0,018 = \underline{0,964}$$

د دې لپاره احتمالوالی، چې لږ تر لږه ۴۰ او زيات له زياته ۶۰ کورنيو کې دوه شتون لري، 0,964 دی.

دریم - الف - د $n=200$ او $p=0,24$ لپاره بېنوميال وېشنه .

$$\mu = n \cdot p = 200 \cdot 0,24 = 48$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{200 \cdot 0,24 \cdot 0,76} \approx \underline{6,04}$$

ب - د ساده سيگما - چاپېريال احتمالوالی

$$P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma)$$

$$\mu + \sigma \approx 48 + 6 = 54 \quad \text{او} \quad \mu - \sigma \approx 48 - 6 = 42 \quad \text{سره لرو} \quad \sigma \approx 6 \quad \text{او} \quad \mu = 48$$

او له دې سره

$$P(42 \leq X \leq 54) = P(X \leq 54) - P(X \leq 41) = 0,859 - 0,140 = 0,719$$

د يوه احتمالوالي سره د بریا تعداد په انټروال پروت دی. دا ساده سيگما - چاپېريال د انتظار ارزښت به کوته کوي.

د يوه نژدې (71,9%) 0,719 احتمالوالي سره د بریاوو تعداد په انټروال [42 ; 54] کې پروت دی. دا نژدې د سيگما - چاپېريال ساده انتظار ارزښت په گوته کونه ده .

د ډبل سيگما - چاپېريال احتمالوالی.

$$P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma)$$

$$\mu + 2\sigma \approx 48 + 12 = 60 \quad \text{او} \quad \mu - 2\sigma \approx 48 - 12 = 36 \quad \text{سره لرو} \quad \sigma \approx 6 \quad \text{او} \quad \mu = 48$$

او له دې سره

$$P(36 \leq X \leq 60) = P(X \leq 60) - P(X \leq 35) = 0,979 - 0,017 = \underline{\underline{0,962}}$$

د نږدې (96,2%) 0,962 احتمالوالي سره د بریاو تعداد په انټروال [36 ; 60] کې پروت دی. دا نږدې د سیګما-چاپیریال د انتظار ارزښت دوه برابره دی.

د دریو اړه سیګما-چاپیریال احتمالوالی

$$P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) :$$

$$\text{د } \mu=48 \text{ او } \sigma \approx 6 \text{ سره لرو: } \mu - 3\sigma \approx 48 - 18 = 30$$

$$\mu + 3\sigma \approx 48 + 18 = 66$$

او له دې سره

$$P(30 \leq X \leq 66) = P(X \leq 66) - P(X \leq 30) = 0,998 - 0,001 = \underline{\underline{0,997}}$$

د نږدې (99,7%) 0,997 احتمالوالي سره د بریاو تعداد په انټروال [30 ; 66] کې پروت دی. دا د انتظار ارزښت د سیګما - چاپیریال درې برابره دی.

څلورم -

که د بینومیال وېشنې جدول لپاره یو کمولیر شوی احتمالوالی مخ ته ولرو، کېدی شي دا پرابلم د کوتی بندولو له لارې ځواب کړو.

د $n=200$ او $p=0,24$ لپاره د بینومیال کمولیري یا راټوله وېشنه.

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
28	0,000	35	0,017	42	0,182	49	0,603
29	0,001	36	0,026	43	0,230	50	0,665
30	0,001	37	0,038	44	0,284	51	0,722
31	0,002	38	0,055	45	0,344	52	0,774
32	0,004	39	0,077	46	0,407	53	0,819
33	0,007	40	0,106	47	0,473	54	0,859
34	0,011	41	0,140	48	0,539	55	0,892

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
56	0,918	63	0,994
57	0,940	64	0,996
58	0,957	65	0,998
59	0,969	66	0,998
60	0,979	67	0,999
61	0,986	68	0,999
62	0,990	69	1,000

د $r = 10$ سره د 90% احتمالي لپاره تکیه ټکي

μ	r	$\mu - r \leq X \leq \mu + r$	$P(X \leq \mu + r) - P(X \leq \mu - r - 1)$
48	10	$38 \leq X \leq 58$	$0,957 - 0,038 = 0,919$
48	9	$39 \leq X \leq 57$	$0,940 - 0,055 = 0,885$

غوښتنې وړانګه د 9 او 10 ارزښتونو ترمنځ پرته ده. دا چې د بینومیل وېشنه یوه سیده وېشنه ده، باید سړی د وړانګې لپاره پرېکړه (فیصله) وکړي، هغه چې د غوښتنې احتمالي ته نژدې پروت دی. په دې حالت کې وړانګه $r = 9$ ده. کا دا پیرزښت د سیګما سره و وېشل شي، نو کېدی شي وړانګه د سیګما څو برابره انځور شي.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{9}{6,04} \approx 1,49 \Rightarrow r \approx \underline{\underline{1,49 \sigma}}$$

په یوه $1,49 \sigma$ چاپېریال کې نږدې 88,5% ټولې بریاوې پرتې دي.

د 95% لپاره په احتمالي تکیه کوو، د وړانګې $r = 12$ سره.

μ	r	$\mu - r \leq X \leq \mu + r$	$P(X \leq \mu + r) - P(X \leq \mu - r - 1)$
48	12	$36 \leq X \leq 60$	$0,979 - 0,017 = 0,962$
48	11	$37 \leq X \leq 59$	$0,969 - 0,026 = 0,943$

غوښتنې وړانګه د 11 او 12 ارزښتونو ترمنځ پرته ده. وړانګه $r = 11$ د غوښتونو احتمال سره پسې پروت دی.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{11}{6,04} \approx 1,82 \Rightarrow r \approx \underline{\underline{1,82 \sigma}}$$

په يوه $1,82\sigma$ چاپېريال کې نږدې 94,3% ټولې برياوې پرتې دي.

99% لپاره په احتمالي تګڼه کوو، د وړانګې $r = 14$ سره.

μ	r	$\mu - r \leq X \leq \mu + r$	$P(X \leq \mu + r) - P(X \leq \mu - r - 1)$
48	14	$34 \leq X \leq 62$	$0,990 - 0,007 = 0,983$
48	15	$33 \leq X \leq 63$	$0,994 - 0,004 = 0,99$

غوښتونکي وړانګه $r = 15$ ده.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{15}{6,04} \approx 2,48 \Rightarrow r \approx \underline{\underline{2,48\sigma}}$$

په يوه $2,48\sigma$ چاپېريال کې نږدې 99% ټولې برياوې پرتې دي.

پوښتنې

بينوميالوېشنه IV

د چاپېريال احتمالي شمېر نه

لارښود: ټولې پوښتنې د پوريزې برنولۍ تجربې دي

لومړۍ – لاندې احتمالي وشميرئ.

الف – $n=160$ او $p=0,45$ لرو و ټاکي $P(X \geq 76)$

ب - $n=200$ او $p=0,63$ لرو و ټاکي $P(X \leq 110)$

پ – $n=250$ او $p=,26$ لرو و ټاکي $P(X < 60)$

دويم – د انتظار ارزښت 95%- چاپېريال وټاکي. په لاندې کې الماني د او په معنا ده.

الف - $n = 150$ und $p = 0,28$ ب - $n = 250$ und $p = 0,7$

پ - $n = 392$ und $p = 0,5$

دريم – لاندې د چاپېريال احتمالي و ټاکي

الف - $n = 200$ او $p = 0,37$ وټاکي $P(64 \leq X \leq 84)$

ب - $n = 300$ او $p = 0,74$ وټاکي

$$P(210 \leq X \leq 234)$$

پ - $n = 400$ او $p = 0,17$ وټاکي، $P(60 \leq X \leq 76)$

ت - $n = 1000$ او $p = 0,28$ وټاکي، $P(270 \leq X \leq 290)$

څلورم - د لاندې اسيوئمټري چاپيريال احتمالوالی وټاکي:

الف - $n = 160$ او $p = 0,35$ وټاکي، $P(50 \leq X \leq 60)$

ب - $n = 250$ او $p = 0,62$ وټاکي، $P(150 \leq X \leq 165)$

پ - $n = 270$ او $p = \frac{5}{6}$ وټاکي $P(221 \leq X \leq 240)$

پنځم - یوه سترګې یا سترګیز مکعب 600 واره غورځول کيږي (پېښه عدد 6 ، $p = \frac{1}{6}$).

د کوم احتمالوالي سره د بریا تعداد یا ګڼون (د سترګيو عدد 6) د 90 او 110 (په شمول) ترمنځ پروت دی؟

شپږم - یوه پیسه 250 واره یا ځله غورځول کيږي. لاندې احتمالوالي وټاکي.

الف - له 120 څخه زیات ممبر لویږي یا رڅرګنديږي.

ب - له 128 څخه کم ممبر لویږي یا رڅرګنديږي.

پ - لو تر لږه 115 او زیات له زیاته 135 ځله ممبرنښان راوځي.

ځوابونه

د بینوم وېشنه IV

د چاپیریال احتمالي شمیرنه

د بینوم وېشنې لپاره شمیرمرستې سره خپل ځوابونه کنترول کړئ.

مفصل ځوابونه

لومړۍ - الف -

$$n = 160 \quad p = 0,45 \quad P(X \geq 76)$$

$$\mu = n \cdot p = 160 \cdot 0,45 = 72$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{72 \cdot 0,55} = \sqrt{39,6} \approx 6,293 > 3$$

$$[\dots\{69 \dots 72 \dots 75\}\{76 \dots 160\}]$$

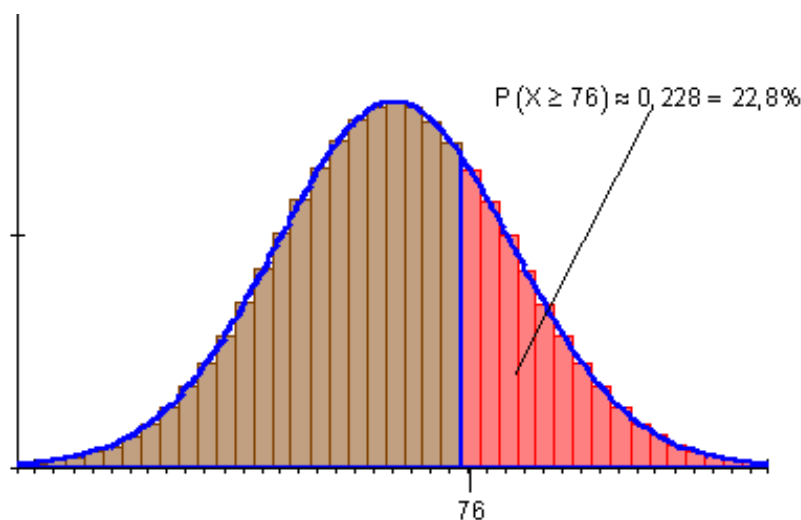
$$P(X \geq 76) = \frac{1}{2}[1 - P(69 \leq X \leq 75)]$$

$$P(69 \leq X \leq 75) = P(68,5 \leq X \leq 75,5)$$

$$r = 3,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{3,5}{6,293} \Rightarrow r \approx 0,56 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,56$$

$$P(69 \leq X \leq 75) \approx 0,425$$

$$P(X \geq 76) = \frac{1}{2}[1 - 0,425] \approx \underline{\underline{0,288}}$$



— ۳

$$n = 200 \quad p = 0,63 \quad P(X \leq 110)$$

$$\mu = n \cdot p = 200 \cdot 0,63 = 126$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{126 \cdot 0,37} = \sqrt{46,62} \approx 6,828 > 3$$

$$[\{0 \dots 110\} \{111 \dots 126 \dots 141\} \dots]$$

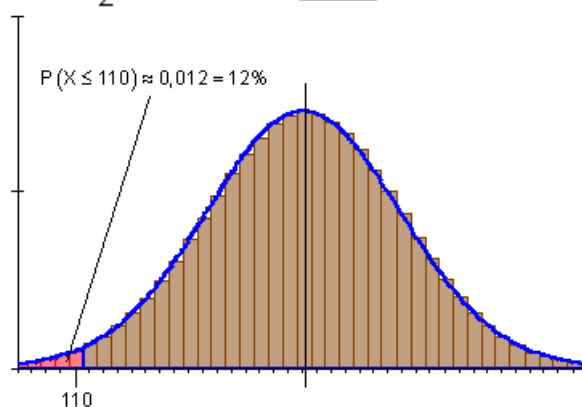
$$P(X \leq 110) = \frac{1}{2} [1 - P(111 \leq X \leq 141)]$$

$$P(111 \leq X \leq 141) = P(110,5 \leq X \leq 141,5)$$

$$r = 15,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{15,5}{6,828} \Rightarrow r \approx 2,27 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2,27$$

$$P(111 \leq X \leq 141) \approx 0,977$$

$$P(X \leq 110) = \frac{1}{2} [1 - 0,977] \approx \underline{\underline{0,012}}$$



— ۳

$$n = 250 \quad p = 0,26 \quad P(X < 60)$$

$$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0,26 = 65$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{65 \cdot 0,74} = \sqrt{48,1} \approx 6,935 > 3$$

$$[\{0 \dots 59\} \{60 \dots 65 \dots 70\} \dots]$$

$$P(X < 60) = \frac{1}{2} [1 - P(60 \leq X \leq 70)]$$

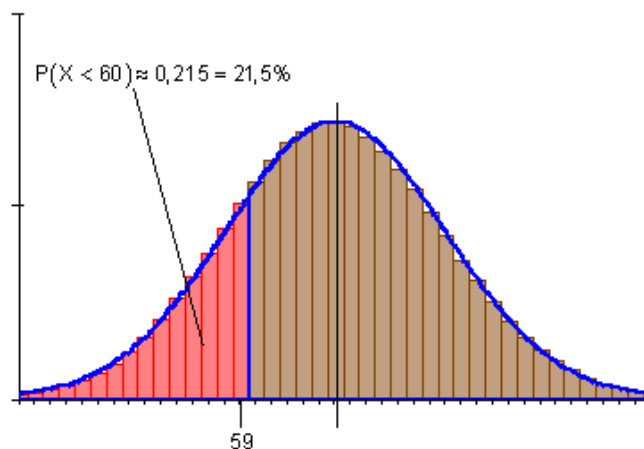
$$P(60 \leq X \leq 70) = P(59,5 \leq X \leq 70,5)$$

255

$$r = 5,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{15,5}{6,935} \Rightarrow r \approx 0,79 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,79$$

$$P(60 \leq X \leq 70) \approx 0,570$$

$$P(X < 60) = \frac{1}{2}[1 - 0,570] \approx \underline{\underline{0,215}}$$



دويم -

الف - لاندې الماني: چاپيريال

$$n = 150 \quad p = 0,28$$

$$\mu = n \cdot p = 150 \cdot 0,28 = 42$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{42 \cdot 0,72} = \sqrt{30,24} \approx 5,499 > 3$$

$$95\% - \text{Umgebung: } [\dots\{? \dots 42 \dots ?\} \dots]$$

$$z = 1,96 \quad r = z \cdot \sigma = 1,96 \cdot 5,499 \approx 10,778$$

$$\mu - r = 42 - 10,778 \approx 31,22$$

$$\mu + r = 42 + 10,778 \approx 52,78$$

د گردوني لپاره پام كونه:

بايد 95% چاپيريال د انتظار ارزښت ته سيومتري پروت وي. بلده گردونه، به دا انټروال [31...53] د پام لاندې نيسو.

دا به د ق(۱۱ یوه وړانګه وي. له دې سره به وي $P(31 \leq X \leq 53) > 0,95$.

د $r=10$ ټاکنې سره به وي $P(32 \leq X \leq 52) < 0,95$ وي.

زیات وخت دپوښتنې کولو ډول څخه رامنځ ته کېږي، چې څنګه راګرځېږي.

په هر حالت باید د ټاکلي چاپریال ریښتونی احتمالی وټاکل شي.

$$P(31 \leq X \leq 53) = P(30,5 \leq X \leq 53,5) \Rightarrow r = 11,5$$

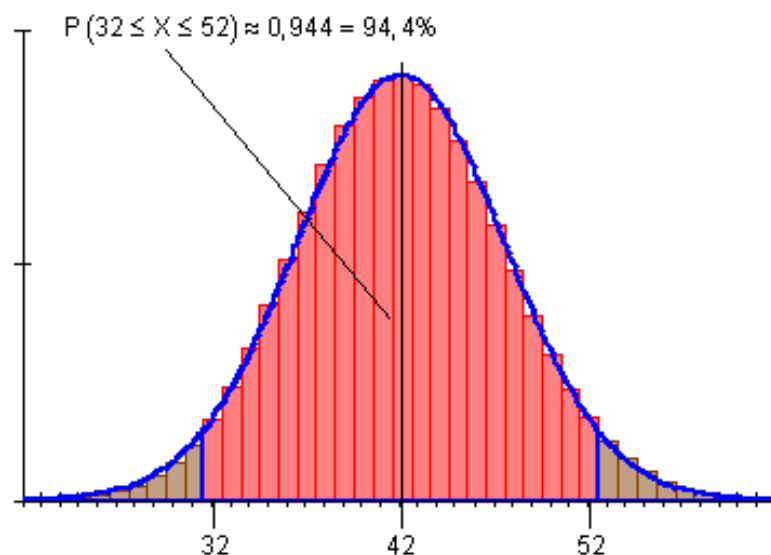
$$\Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{11,5}{5,499} \Rightarrow r \approx 2,09 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2,09$$

$$P(31 \leq X \leq 53) \approx \underline{\underline{0,963}}$$

$$P(32 \leq X \leq 52) = P(31,5 \leq X \leq 52,5) \Rightarrow r = 10,5$$

$$\Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10,5}{5,499} \Rightarrow r \approx 1,91 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,91$$

$$P(32 \leq X \leq 52) \approx \underline{\underline{0,944}}$$



ب

$$n = 250 \quad p = 0,7$$

257

$$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0,7 = 175$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{175 \cdot 0,3} = \sqrt{52,5} \approx 7,246 > 3$$

95% چاپیریال: $[... \{ ? \dots 175 \dots ? \} ...]$

$$z = 1,96 \quad r = z \cdot \sigma = 1,96 \cdot 7,246 \approx 14,2$$

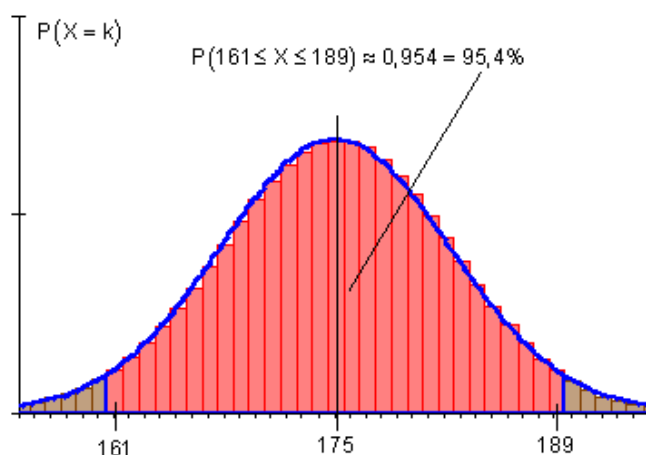
$$\mu - r = 175 - 14,2 \approx 160,8 \quad \text{ټاکنه 161}$$

$$\mu + r = 175 + 14,2 \approx 189,2 \quad \text{ټاکنه 189 یا انتخاب}$$

$$P(161 \leq X \leq 189) = P(160,5 \leq X \leq 189,5)$$

$$r = 14,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{14,5}{7,246} \Rightarrow r \approx 2,00 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2,00$$

$$P(161 \leq X \leq 189) \approx \underline{\underline{0,954}}$$



— ټ

$$n = 392 \quad p = 0,5$$

$$\mu = n \cdot p = 392 \cdot 0,5 = 196$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{196 \cdot 0,5} = \sqrt{98} \approx 9,899 > 3$$

95% - چاپیریال: $[\dots\{? \dots 196 \dots ?\} \dots]$

$$z = 1,96 \quad r = z \cdot \sigma = 1,96 \cdot 9,899 \approx 19,40$$

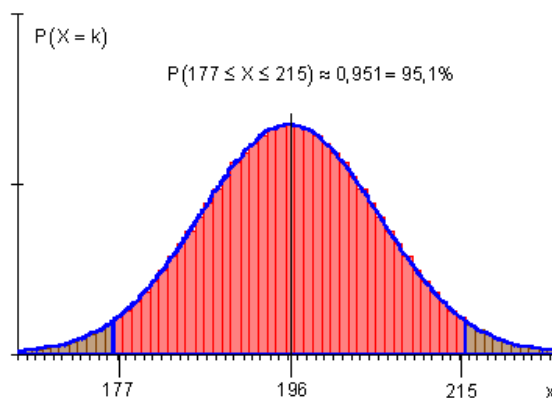
$$177 \text{ تاگنه } \mu - r = 196 - 19,4 \approx 176,6$$

$$215 \text{ تاگنه } \mu + r = 196 + 19,4 \approx 215,4$$

$$P(177 \leq X \leq 215) = P(176,5 \leq X \leq 215,5)$$

$$r = 19,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{19,5}{9,899} \Rightarrow r \approx 1,97 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,97$$

$$P(177 \leq X \leq 215) \approx \underline{\underline{0,951}}$$



دریم - الف-

$$n = 200 \quad p = 0,37 \quad P(64 \leq X \leq 84)$$

$$\mu = n \cdot p = 200 \cdot 0,37 = 74$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{74 \cdot 0,63} = \sqrt{46,62} \approx 6,828 > 3$$

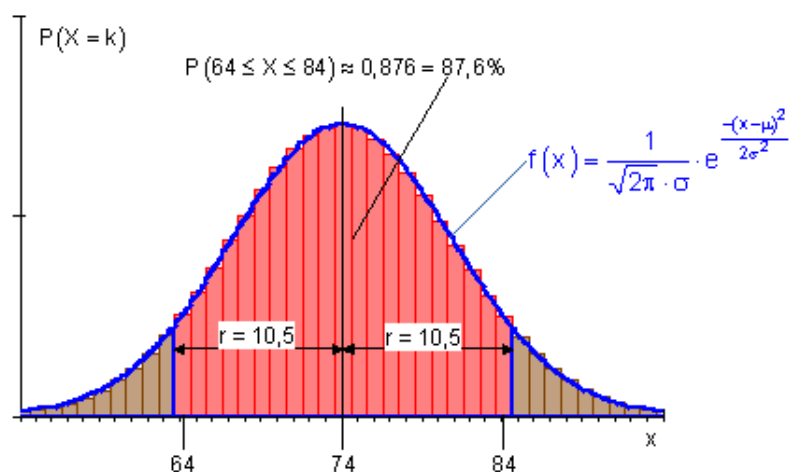
$$[\dots\{64 \dots 74 \dots 84\} \dots]$$

$$P(64 \leq X \leq 84) = P(63,5 \leq X \leq 84,5)$$

$$r = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10,5}{6,828} \Rightarrow r \approx 1,54 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,54$$

$$P(64 \leq X \leq 84) \approx \underline{\underline{0,876}}$$

259



$$n = 300 \quad p = 0,74 \quad P(210 \leq X \leq 234)$$

$$\mu = n \cdot p = 300 \cdot 0,74 = 222$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{222 \cdot 0,26} = \sqrt{57,72} \approx 7,597 > 3$$

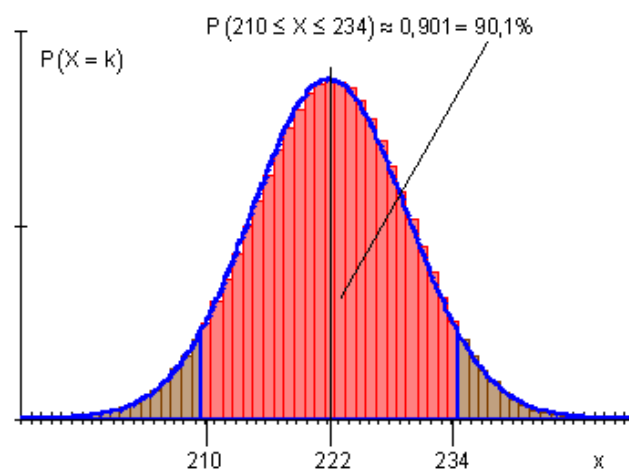
$$[\dots\{210 \dots 222 \dots 234\} \dots]$$

$$P(210 \leq X \leq 234) = P(209,5 \leq X \leq 234,5)$$

$$r = 12,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{12,5}{7,597} \Rightarrow r \approx 1,65 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,65$$

$$P(210 \leq X \leq 234) \approx \underline{\underline{0,901}}$$

— ۛ



ۛ—

$$n = 400 \quad p = 0,17 \quad P(60 \leq X \leq 76)$$

$$\mu = n \cdot p = 400 \cdot 0,17 = 68$$

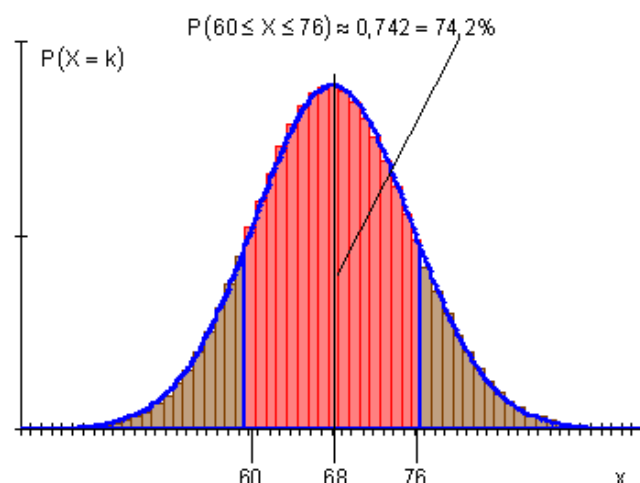
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{68 \cdot 0,83} = \sqrt{56,44} \approx 7,513 > 3$$

$$[\dots\{60 \dots 68 \dots 76\} \dots]$$

$$P(60 \leq X \leq 76) = P(59,5 \leq X \leq 76,5)$$

$$r = 8,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{8,5}{7,513} \Rightarrow r \approx 1,13 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,13$$

$$P(60 \leq X \leq 76) \approx \underline{\underline{0,742}}$$



ت -

$$n = 1000 \quad p = 0,28 \quad P(270 \leq X \leq 290)$$

$$\mu = n \cdot p = 1000 \cdot 0,28 = 280$$

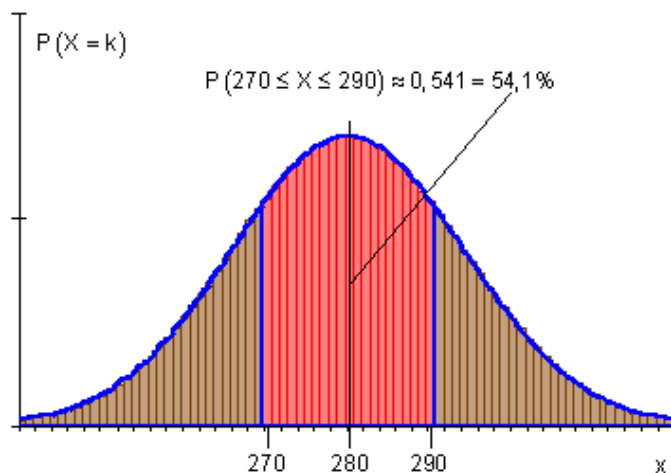
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{280 \cdot 0,72} = \sqrt{201,6} \approx 14,199 > 3$$

$$[\dots\{270 \dots 280 \dots 290\} \dots]$$

$$P(270 \leq X \leq 290) = P(269,5 \leq X \leq 290,5)$$

$$r = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10,5}{14,199} \Rightarrow r \approx 0,74 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,74$$

$$P(270 \leq X \leq 290) \approx \underline{\underline{0,541}}$$



خُورم -

الف -

$$n = 160 \quad p = 0,35 \quad P(50 \leq X \leq 60)$$

$$\mu = n \cdot p = 160 \cdot 0,35 = 56$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{56 \cdot 0,65} = \sqrt{36,4} \approx 6,033 > 3$$

$$[\dots \{50, 51\} \{52 \dots 56 \dots 60\} \{61, 62\} \dots]$$

$$P(50 \leq X \leq 60) = \frac{1}{2} [P(50 \leq X \leq 62) + P(52 \leq X \leq 60)]$$

$$P(50 \leq X \leq 62) = P(49,5 \leq X \leq 62,5)$$

$$r = 6,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{6,5}{6,033} \Rightarrow r \approx 1,08 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,08$$

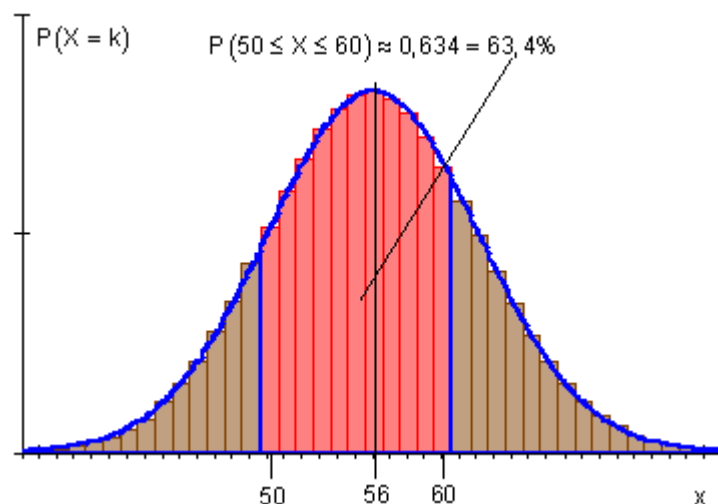
$$P(50 \leq X \leq 62) \approx 0,720$$

$$P(52 \leq X \leq 60) = P(51,5 \leq X \leq 60,5)$$

$$r = 4,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{4,5}{6,033} \Rightarrow r \approx 0,75 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,75$$

$$P(52 \leq X \leq 60) \approx 0,547$$

$$P(50 \leq X \leq 60) = \frac{1}{2} (0,720 + 0,547) \approx \underline{\underline{0,634}}$$



— 3

$$n = 250 \quad p = 0,62 \quad P(150 \leq X \leq 165)$$

$$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0,62 = 155$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{155 \cdot 0,38} = \sqrt{58,9} \approx 7,675 > 3$$

$$[\dots\{145\dots149\} \{150\dots155\dots160\} \{161\dots165\}\dots]$$

$$P(150 \leq X \leq 165) = \frac{1}{2} [P(145 \leq X \leq 165) + P(150 \leq X \leq 160)]$$

$$P(145 \leq X \leq 165) = P(144,5 \leq X \leq 165,5)$$

$$r = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10,5}{7,675} \Rightarrow r \approx 1,37 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,37$$

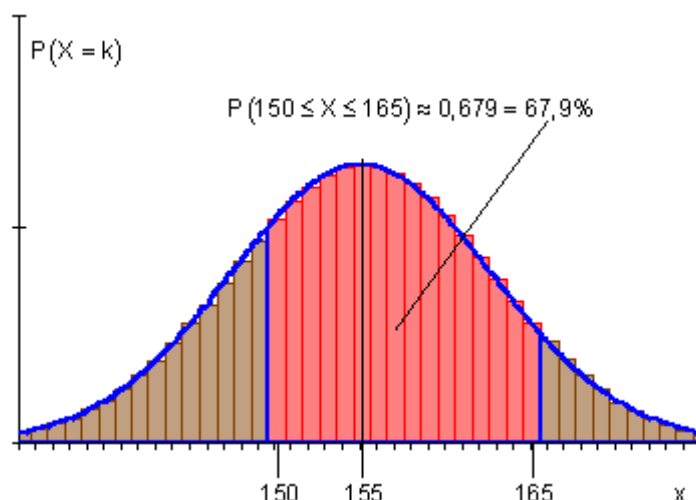
$$P(145 \leq X \leq 165) \approx 0,829$$

$$P(150 \leq X \leq 160) = P(149,5 \leq X \leq 160,5)$$

$$r = 5,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{5,5}{7,675} \Rightarrow r \approx 0,72 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,72$$

$$P(150 \leq X \leq 160) \approx 0,528$$

$$P(150 \leq X \leq 165) = \frac{1}{2} (0,829 + 0,528) \approx \underline{\underline{0,679}}$$



— 3*

$$n = 270 \quad p = \frac{5}{6} \quad P(221 \leq X \leq 240)$$

$$\mu = n \cdot p = 270 \cdot \frac{5}{6} = 225$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{225 \cdot \frac{1}{6}} = \sqrt{37,5} \approx 6,124 > 3$$

$$[\dots \{210 \dots 220\} \{221 \dots 225 \dots 229\} \{230 \dots 240\} \dots]$$

$$P(221 \leq X \leq 240) = \frac{1}{2} [P(210 \leq X \leq 240) + P(221 \leq X \leq 229)]$$

$$P(210 \leq X \leq 240) = P(209,5 \leq X \leq 240,5)$$

$$r = 15,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{15,5}{6,124} \Rightarrow r \approx 2,53 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2,53$$

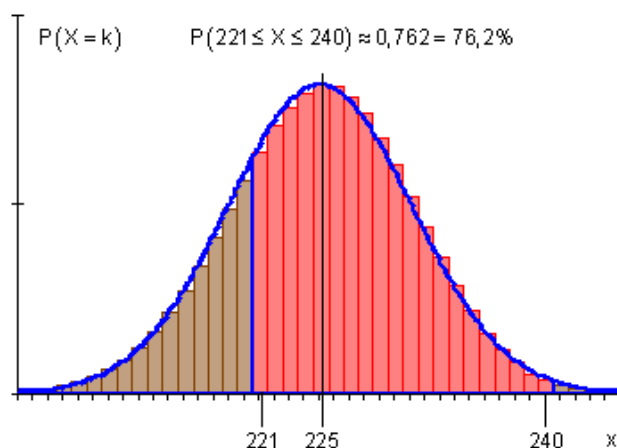
$$P(210 \leq X \leq 240) \approx 0,989$$

$$P(221 \leq X \leq 229) = P(220,5 \leq X \leq 229,5)$$

$$r = 4,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{4,5}{6,124} \Rightarrow r \approx 0,73 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,73$$

$$P(221 \leq X \leq 229) \approx 0,535$$

$$P(221 \leq X \leq 240) = \frac{1}{2} (0,989 + 0,535) \approx \underline{\underline{0,762}}$$



$$n = 600 \quad p = 1/6 \quad P(90 \leq X \leq 110)$$

$$\mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{83,3} \approx 9,129 > 3$$

$$[\dots\{90 \dots 100 \dots 110\} \dots]$$

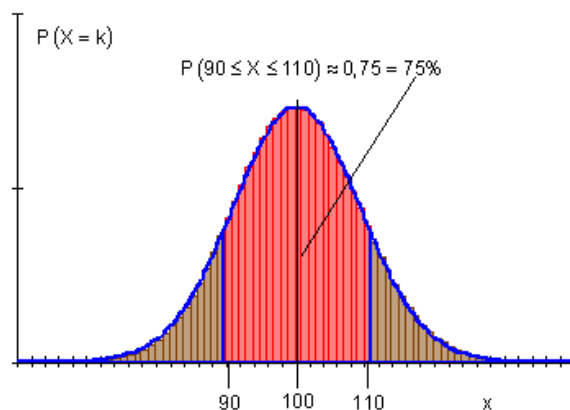
$$P(90 \leq X \leq 110) = P(89,5 \leq X \leq 110,5)$$

$$r = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10,5}{9,129} \Rightarrow r \approx 1,15 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,15$$

$$P(90 \leq X \leq 110) \approx \underline{\underline{0,750}}$$

پنجم -

د سیکي 600 غورځولو سره احتمالوالی چي لږ تر لږه 90 - ځله او زیات له زیاته 110 - ځله 6 لاس ته راوړو 0,750 دی.



شپږم -

الف -

$$n = 250 \quad p = 0,5 \quad P(X > 120) = P(X \geq 121)$$

$$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0,5 = 125$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{125 \cdot 0,5} = \sqrt{62,5} \approx 7,906 > 3$$

$$[\dots\{121\}\{125\}\{129\}\{130\}\{250\}]$$

$$P(X \geq 121) = \frac{1}{2} [1 + P(121 \leq X \leq 129)]$$

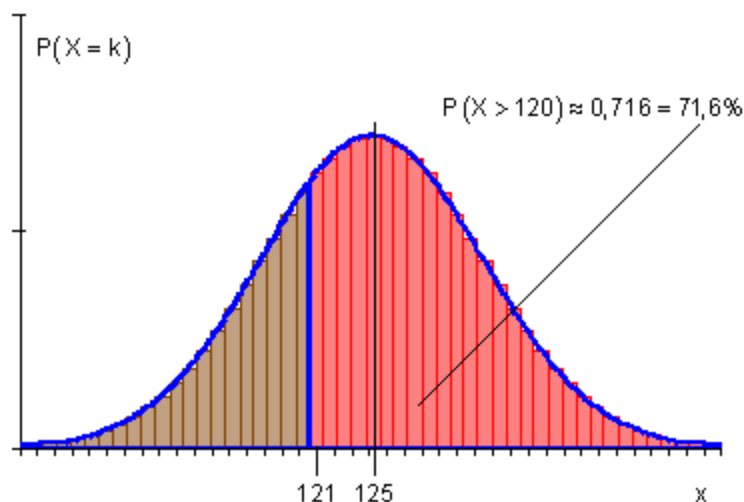
$$P(121 \leq X \leq 129) = P(120,5 \leq X \leq 129,5)$$

$$r = 4,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{4,5}{7,906} \Rightarrow r \approx 0,57 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,57$$

$$P(121 \leq X \leq 129) \approx 0,431$$

$$P(X > 120) \approx \frac{1}{2} [1 + 0,431] \approx \underline{\underline{0,716}}$$

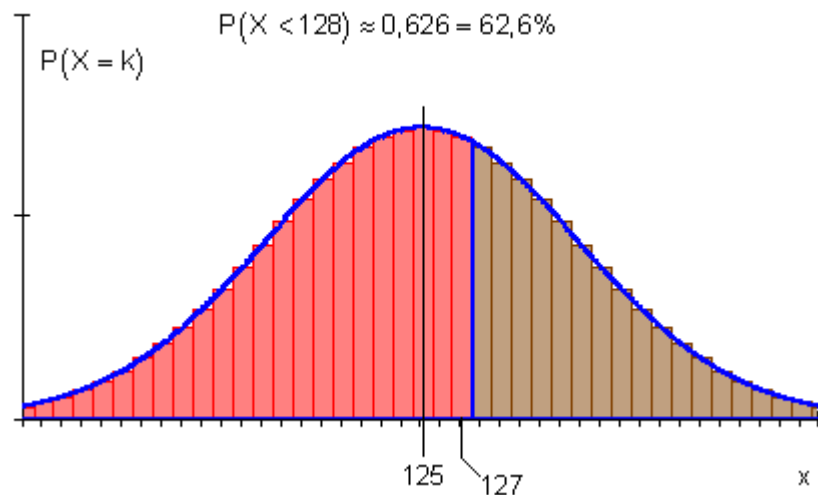
د سیکي 250 غورځولو سره احتمالوالی چې له 120 زیات ممبر نښان لاس ته راوړو 0,716 دی



ب -

$$\begin{aligned}
 n &= 250 & p &= 0,5 & P(X < 128) &= P(X \leq 127) \\
 \mu &= n \cdot p = 250 \cdot 0,5 = 125 \\
 \sigma &= \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{125 \cdot 0,5} = \sqrt{62,5} \approx 7,906 > 3 \\
 & \{0 \dots 122\} \{123 \dots 125 \dots 127\} \dots \\
 P(X \leq 127) &= \frac{1}{2} [1 + P(123 \leq X \leq 127)] \\
 P(123 \leq X \leq 127) &= P(122,5 \leq X \leq 127,5) \\
 r = 2,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} &= \frac{2,5}{7,906} \Rightarrow r \approx 0,32 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,32 \\
 P(123 \leq X \leq 127) &\approx 0,251 \\
 P(X < 128) &\approx \frac{1}{2} [1 + 0,251] \approx \underline{\underline{0,626}}
 \end{aligned}$$

د سیکي 250 غورځولو سره احتمالوالی چې له 128 کم ممبر نښان لاس ته راوړو 0,626 دی.



ب -

$$n = 250 \quad p = 0,5 \quad P(115 \leq X \leq 135)$$

267

$$\mu = n \cdot p = 250 \cdot 0,5 = 125$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{125 \cdot 0,5} = \sqrt{62,5} \approx 7,906 > 3$$

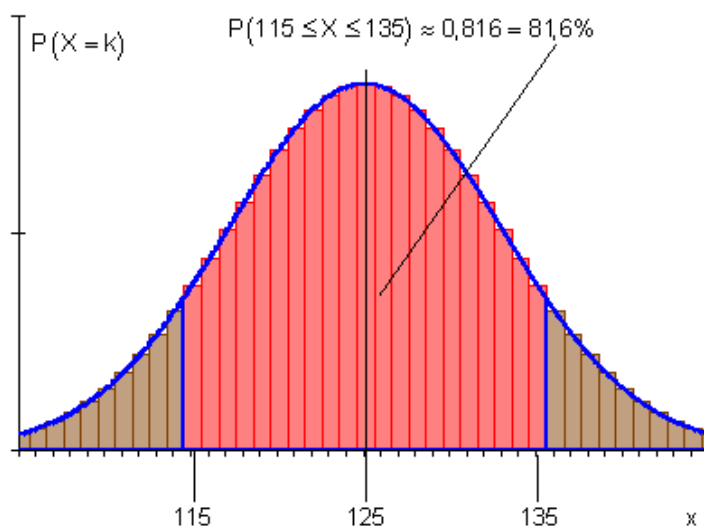
$$[\dots\{64 \dots 74 \dots 84\} \dots]$$

$$P(115 \leq X \leq 135) = P(114,5 \leq X \leq 135,5)$$

$$r = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10,5}{7,906} \Rightarrow r \approx 1,33 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,33$$

$$P(115 \leq X \leq 135) \approx \underline{\underline{0,816}}$$

د سیکي 250 غورځولو سره احتمالوالی چې لږ تر لږه 115 او زیات له زیاته 135 څله ممبرنېشان لاس ته راوړو 0,816 دی.



دولسم - انتظار ارزښت

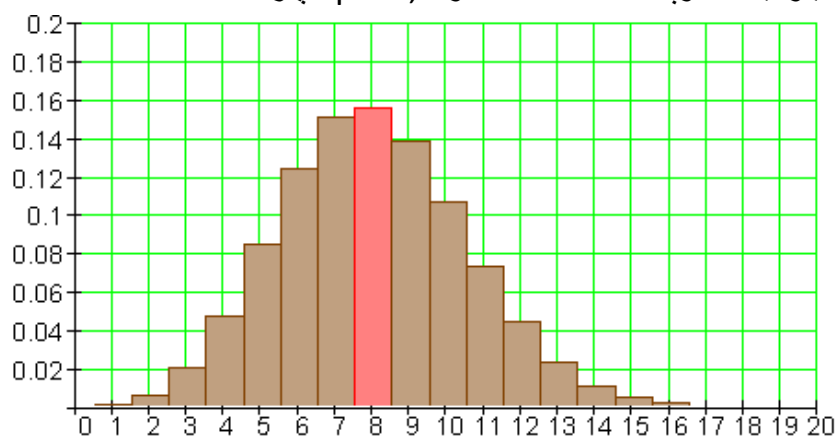
او معیاري په څنګ کیدني

بینومیال وېشل شوي تصادفي لویه.

د بېنوميال وېشنې بېلگه د $n = 40$ او p متحولې لپاره

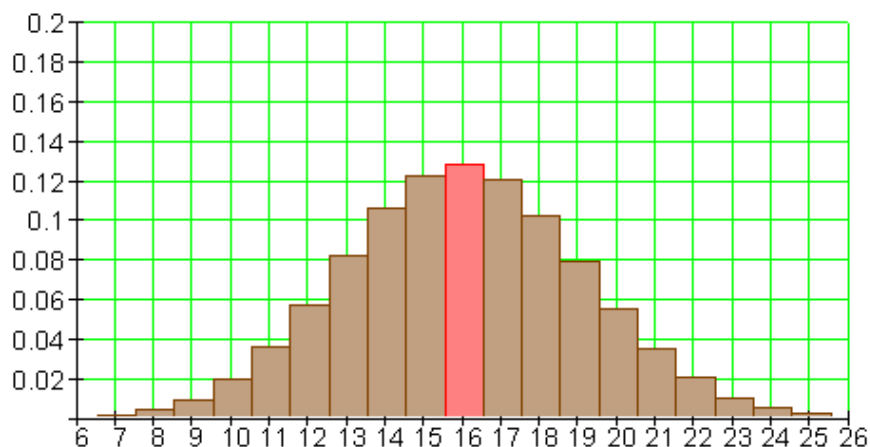
که یوه برنولي تجربه، د رامنځ ته کېدنې احتماليوالي یې $p = 0,2$ دی، $n = 40$ ځله تکرار شي، نو په منځني حالت د ۸ گټې انتظار باسو.

د بېنوميال – وېشنه د $n = 40$ او $p = 0,2$ لپاره



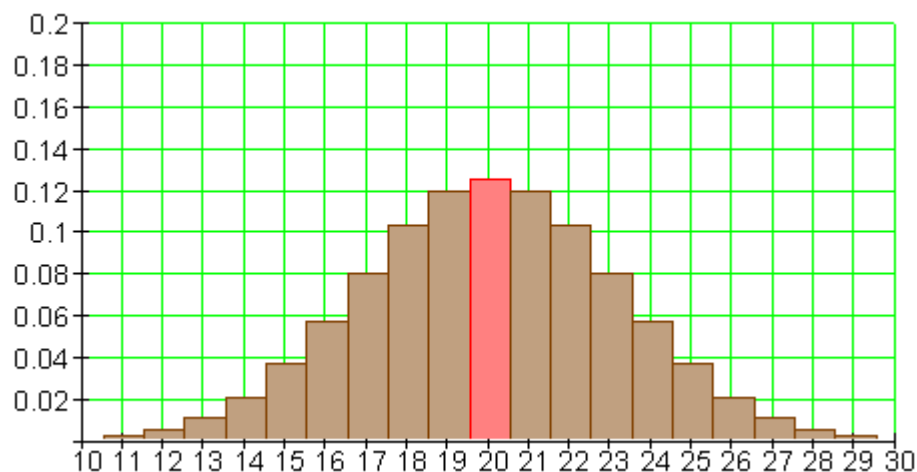
که د برنولي-تجربه، چې په هغې کې د گټې احتماليوالي $p = 0,4$ دی، $n = 40$ ځله تکرار شي، نو په منځني ډول د ۱۶ گټو (دا داسې دی، لکه چې د لاتري راوتنو) انتظار شته.

د بېنوميالوېشنه د $n = 40$ او $p = 0,4$ لپاره



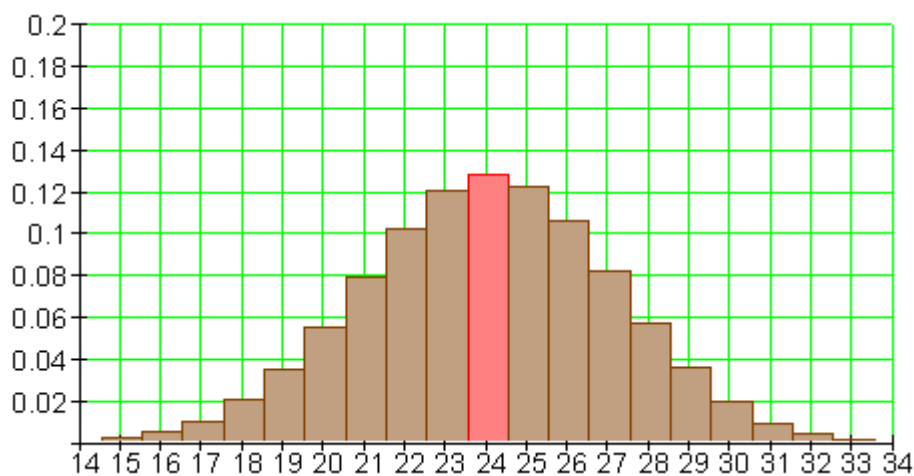
که د برنولي-تجربه، چې په هغې کې د گټې احتماليوالي $p = 0,5$ دی، $n = 40$ ځله تکرار شي، نو په منځني ډول د ۲۰ گټو انتظار شته

د بېنوميالوېشنه د $n = 40$ او $p = 0,4$ لپاره



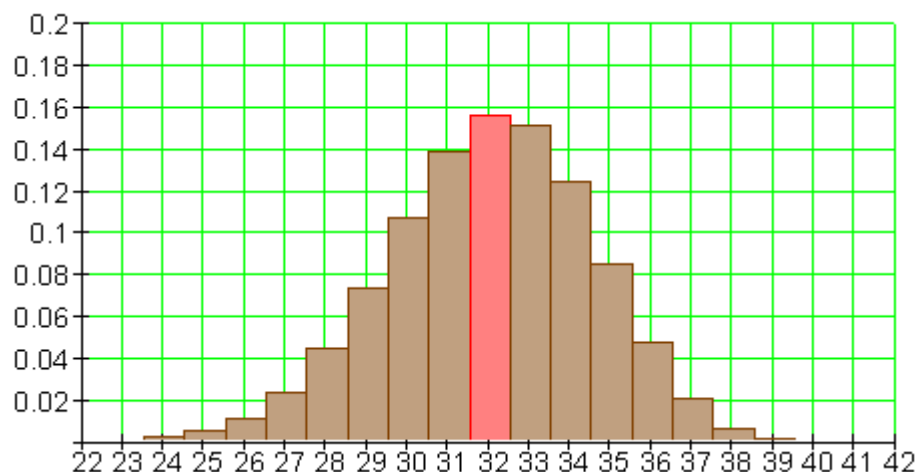
که د برنولي-تجربه، چې په هغې کې د ګټنې احتمالوالی $p = 0,6$ دی، $n = 40$ ځله تکرار شي، نو په منځني ډول د 24 ګټنو انتظار شته

د بېنوميالوېشنه د $n = 40$ او $p = 0,6$ لپاره



که د برنولي-تجربه، چې په هغې کې د ګټنې احتمالوالی $p = 0,8$ دی، $n = 40$ ځله تکرار شي، نو په منځني ډول د 32 ګټنو (راوټنو) انتظار شته

د بېنوميالوېشنه د $n = 40$ او $p = 0,8$ لپاره



د یوه بېنوميال-وېشنې انتظار ارزښت

په سترګې غورځولو سره مو انتظار دی، چې په 6000 دانې (سترګې) غورځولو کې ۶ عدد نږدې 1000 ځله رامنځ ته کېږي. دا په دې معنا نه دی، چې ګوندي ۶ عدد په ریښتوني 1000 ځله اروځي یا رامنځ ته کېږي. د انتظار ارزښت ناپای زیاتي تجربې مخ د مخه نیسي (وړاندنیونه)، چې دا د هغې منځ ارزښت انځوروي.

په راټول شوي توګه ویلای شو:

که برنولي-تجربه کې، د راوتنې احتماليوالي یوه p ده، n ځله یو بل پسې تکرار شي، نو په منځنۍ توګه n ځله p راوتنې ته انتظار کارو.

جمله: د یوه بېنوميال وېشنې انتظار ارزښت:

په یوه n -پوړیز برنولي-تجربه یا ازماېښت کې د بریا احتماليوالي p د تصادفي متحولي X د انتظار ارزښت $E(X)$ ، د بریاو تعداد، لپاره باور لري:

$$E(X) = n.p$$

د $E(X)$ لپاره هم μ لیکو (دا د ریاضي ادبیاتو کې معمول دی).

له دې سره د بېنوميال وېشل شوي لویې X انتظار ارزښت دی.

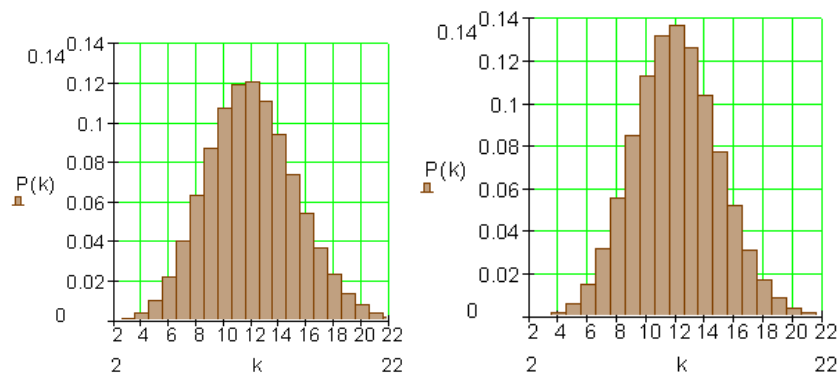
$$\mu = n.p$$

حل يا اوبی يې دلته نه راوړل کيږي. دا کېدی شي د بینوم درسي جملې په مرسته مخ ته یو وړل شي یا صورت ونیسي..

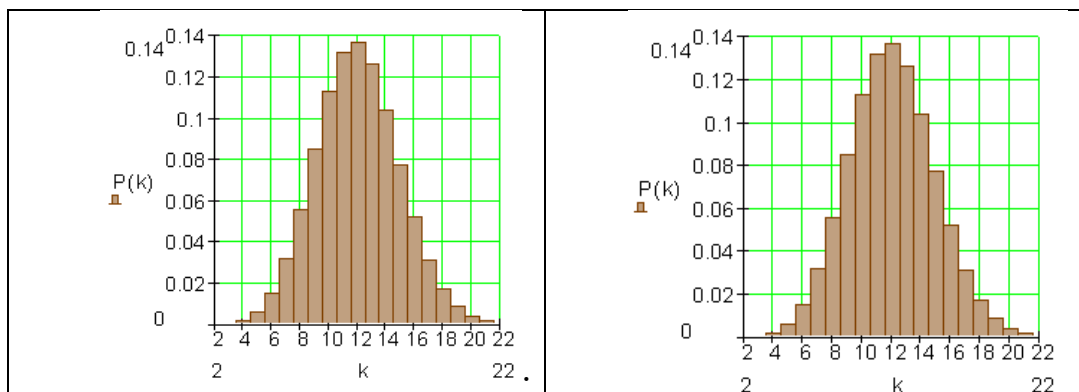
د هیستوگرام د کتلو سره مو بام دی ته را اوري، چې د هغه خورا لوي احتمالي سره منځ ته راغلي نتیجه دا د انتظار ارزښت دی. د هیستوگرامونو بڼه یو بل ته ورته ده، دا د یوه زنگ بڼه لري. د $p = 0,5$ لپاره ارزښتونه یو بل سره سیومتريک پراته دي. د $p < 0,5$ لپاره وېشنه،، کین ټیټه یا کین ژوره،، ده، د $p > 0,5$ لپاره برعکس،، ښي ژوره یا -کېره،، ده.

د انتظار ارزښت په نږدې کې نتیجې پرتې دي، د خورا لوي احتمالي سره. د مټې جگوالی د د اړونده نتیجې احتمالي په گوته کوي یا ښايي، د هغې سور ۱ یوون یا واحد دی. دا چې د یوه تصادفي تجربې د د ټولو یوگون احتماليو انتظار ارزښتونو جمعه ۱ ده، نو د ټولو مټو (ستو) سطحه ارزښت ۱ لري. په یوه ټاکلي انټروال کې د ټول بریاوو د احتمالي لپاره یوه اندازه ده، هغه چې په دې انټروال کې پرته ده.

واریانځ او معیاري ترڅنګینه یا انحراف.



د $n = 120$ او $p = 0,1$ لپاره د بینومیا وېشنه



د 40 n او 0,3 p لپاره بېنوميال وېشنه	د 120 n او 0,1 p لپاره بېنوميال وېشنه
--------------------------------------	---------------------------------------

دواړه بېنوميال وېشنې برابر انتظار ارزښت لري.

$$\mu = n \cdot p = 120 \cdot 0,1 = \underline{\underline{12}} \quad \mu = n \cdot p = 40 \cdot 0,3 = \underline{\underline{12}}$$

سره له دې چې دواړه وېشنې برابر انتظار ارزښت لري، مختلف لیدل کېږي. موږ دانتظار ارزښت شل (خورول، که غواړئ پاشل) تر څېړنې لاندې نیسو. د تحلیلي ستاتیسک له مخې واریانځ همداسې معیاري انحراف د خورلو کچې په حیث شهرت لري.

افاده یا وینه

$$s^2 = h(x_1) \cdot (x_1 - \bar{x})^2 + h(x_2) \cdot (x_2 - \bar{x})^2 + h(x_3) \cdot (x_3 - \bar{x})^2 + \dots + \dots + h(x_n) \cdot (x_n - \bar{x})^2$$

د یوه نمونه ازماېښت واریانځ په حیث نومول کېږي

ارزښتونه $h(x_1); h(x_2); h(x_3); \dots; h(x_n)$ نسبي ډېروالی انځوروي

د معیاري انحراف لپاره باور لري: $s = \sqrt{s^2}$

دې ته په ورته توګه د احتمالو الیوېشنه تعریفوو:

جمله: واریانځ او معیاري انحراف

$x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_n$ د X د یوه تصادفي متحوله وی، کومه چې ارزښتونه

نیولی شي او μ انتظار ارزښت لري، نو

$$V(x) = P(X = x_1) \cdot (x_1 - \mu)^2 + P(X = x_2) \cdot (x_2 - \mu)^2 + \dots + P(X = x_n) \cdot (x_n - \mu)^2$$

د ، و تصادفي پېښې واریانځ ،، بلل کېږي.

د تصادفي لويې د واريانځ مربع رېښه $\sigma = \sqrt{V(x)}$ مربع انحراف بلل کيږي.

په ځانگړي ډول باور لري]

جمله : د بينوميال وېشنې لپاره واريانځ او معياري انحراف:

د يوه n - پوريز برنولي-تجربه د بريالۍ احتمالوالي p سره او او نابريالۍ احتمالوالي $1-p$

سره او تصادفي لويې X . د بريا تعداد د واريانځ $V(X) = n \cdot p \cdot (1-p)$ لپاره باور لري.

او د معياري انحراف يا څنگېدنې $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$ لپاره.

بنوونه يې دلته صورت نه نيسي.

د $n=40$ او $p=0,3$ لپاره د بينوم وېشنه

انتظار ارزښت

$$\mu = n \cdot p = 40 \cdot 0,3 = 12$$

معياري انحر

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{40 \cdot 0,3 \cdot 0,7} \approx \underline{\underline{2,898}}$$

د $n=120$ او $p=0,1$ لپاره د بينوم وېشنه

انتظار ارزښت

$$\mu = n \cdot p = 120 \cdot 0,1 = 12$$

معياري انحر

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{120 \cdot 0,1 \cdot 0,9} \approx \underline{\underline{3,286}}$$

په لومړي وېشنه کې خورونه یا پاشنه لویه ده نسبت و دویمې وېشنې ته.

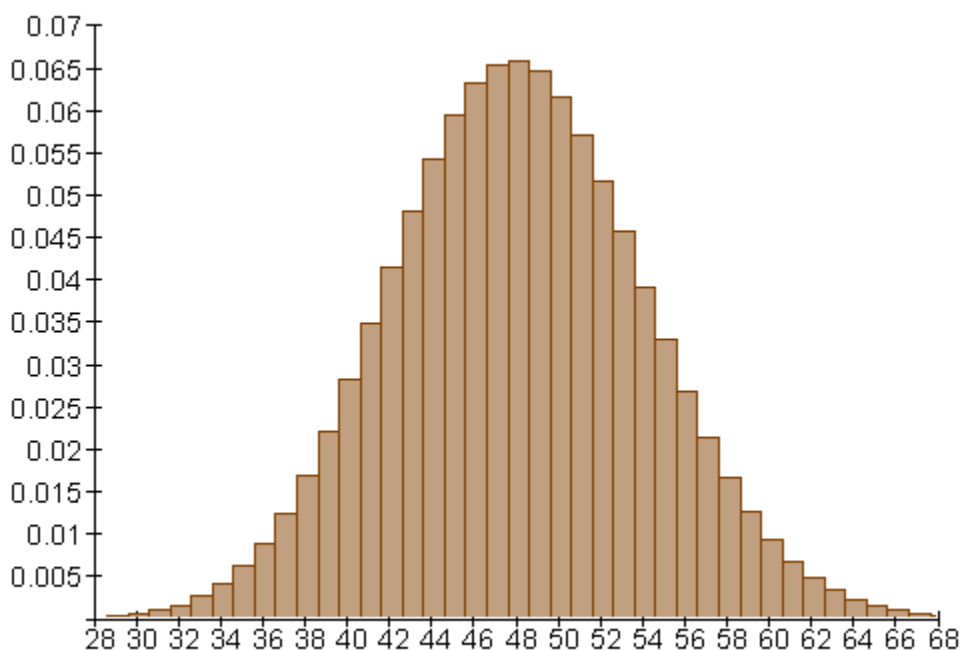
دیارلسم: د چاپیریال احتمالوالی

د بینومیل وېشنې کې د انتظار ارزښت هغه دی، چې احتمالوالی یې خورا لوی وي د انتظار ارزښت په د انتظار ارزښت په چاپیریال کې د بریاو تعدادونه شتون لري، د خورا جگ احتمالوالي سره. هرڅومره چې د د بریاو تعداد د انتظار ارزښت څخه فرق ولري، په هغه کچه یې احتمالوتلی کميږي. زموږ لومړۍ علاقه د انتظار ارزښت د نږدې چاپیریال سره ده او هغه په دې ورشو یا ساحه کې رامنځ ته کېدونکي احتمالوالی. لاندې وېشنه د بېلګې په توګه په چوپړ کې لرو:

د $n=200$ او $p=0,24$ لپاره د بینوم وېشنه

د انتظار ارزښت: $\mu=n.p=200.0,24=48$

معیاري تغیر: $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{200 \cdot 0,24 \cdot 0,76} \approx \underline{\underline{6,04}}$



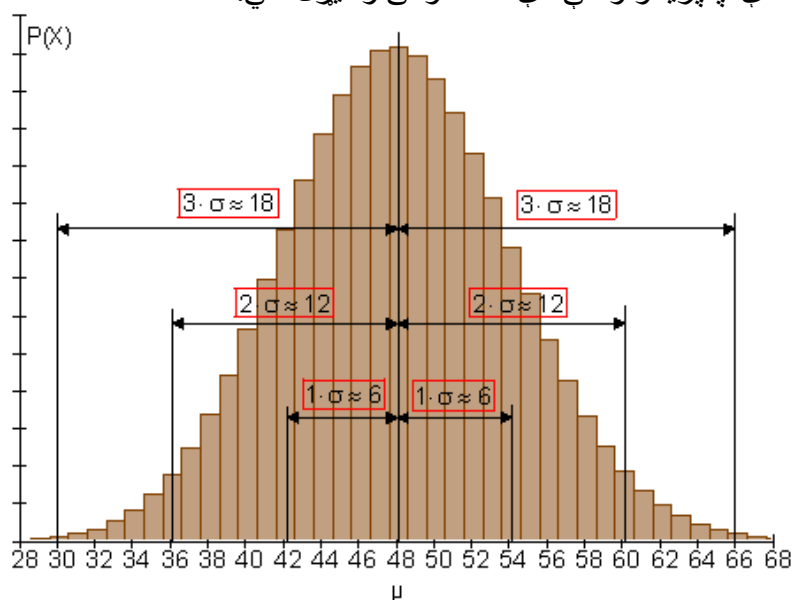
د یوه سیګما چاپیریال احتمالوالی

د انتظار ارزښت 48 دوه چاپیریالونه په نڅه کېږي،

اول - یو σ - چاپیریال د $\sigma \approx 6$ سور سره

دویم - یو 2σ - چاپیریال د $2\sigma \approx 12$ سور سره

دریم - یو 3σ - چاپیریال د $3\sigma \approx 18$ سور سره
په دې چاپیریالونو کې دې احتمالي وڅیړل شي.



د غلاقي وړ چاپیریال لپاره لومړی دکموليري يراتول ا احتمالي جدول ته اړتیا لرو

د $n=200$ او $p=0,24$ لپاره د بېنوموېشنه

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
28	0,000	35	0,017	42	0,182	49	0,603
29	0,001	36	0,026	43	0,230	50	0,665
30	0,001	37	0,038	44	0,284	51	0,722
31	0,002	38	0,055	45	0,344	52	0,774
32	0,004	39	0,077	46	0,407	53	0,819
33	0,007	40	0,106	47	0,473	54	0,859
34	0,011	41	0,140	48	0,539	55	0,892

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
56	0,918	63	0,994
57	0,940	64	0,996
58	0,957	65	0,998
59	0,969	66	0,998
60	0,979	67	0,999
61	0,986	68	0,999
62	0,990	69	1,000

د ساده سیگما-چاپیریال احتمالوالی

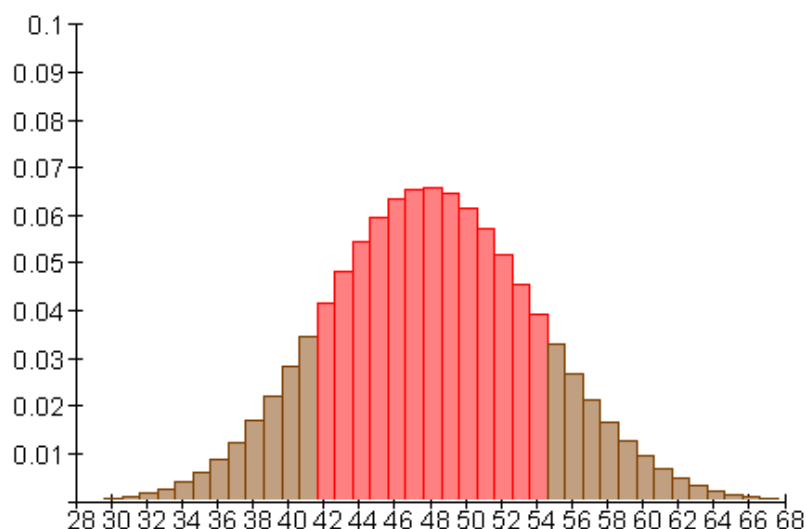
$$P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \text{ د ټاکلودی}$$

د $\mu = 48$ او $\sigma \approx 6$ سره لرو: $\mu - \sigma \approx 48 - 6 = 42$ او

$\mu + \sigma \approx 48 + 6 = 54$ او له دې سره:

$$P(42 \leq X \leq 54) = P(X \leq 54) - P(X \leq 41) = 0,859 - 0,140 = \underline{\underline{0,719}}$$

دیوه نزدې (71,9%) 0,719 احتمالوالی سره د بریاو تعداد په انټروال [42 ; 54] کې پروت دی. دا د ساده سیگما-چاپیریال انتظار ارزښت په گوته کوي.



د ساده σ - چاپیریال احتمالوالی $\sim 0,719$

د د ډبل یا دوه برابره سیګما-چاپیریال احتمالوالی

$$P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma)$$

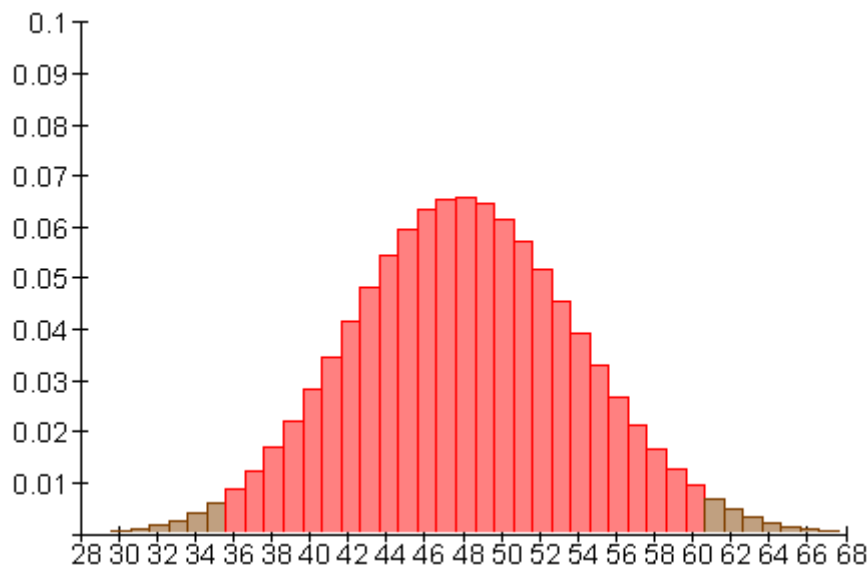
$$\mu = 48 \text{ او } \sigma \approx 6 \text{ سره لرو: } \mu - 2\sigma \approx 48 - 12 = 36$$

$$\text{او } \mu + 2\sigma \approx 48 + 12 = 60 \text{ او له دې سره}$$

$$P(36 \leq X \leq 60) = P(X \leq 60) - P(X \leq 35) = 0,979 - 0,017 = \underline{\underline{0,962}}$$

د نږدې یوه (96,2%) 0,962 احتمالوالی سره د بریا تعداد په انټروال [36 ; 60] کې پروت دی.

د نږدې د د سیګما – چاپیریال دوه برابره یا ډبل انتظار ارزښت په گوته کوي.



د دو برابره سیګما - σ – چاپیریال $0,962 \approx$ احتمالوالی

د درېواره سیګما- چاپیریال احتمالوالی

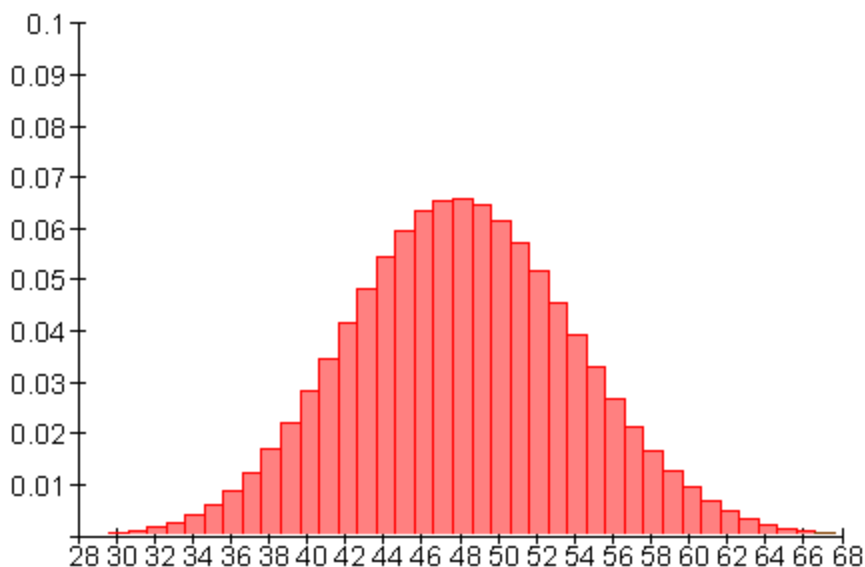
د ټاکلو دی: $P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma)$

د $\mu = 48$ او $\sigma \approx 6$ سره لرو $\mu - 3\sigma \approx 48 - 18 = 30$

او $\mu + 3\sigma \approx 48 + 18 = 66$ اوله دي سره

$$P(30 \leq X \leq 66) = P(X \leq 66) - P(X \leq 29) = 0,998 - 0,001 = \underline{\underline{0,997}}$$

د یوه نږدې (99,7%) 0,997 احتمالوالی سره د بریالو تعداد په انټروال [30 ; 66] کې پروت دی. دا د انتظار ارزښت د سیګما-چاپیریال درې برابره دی.

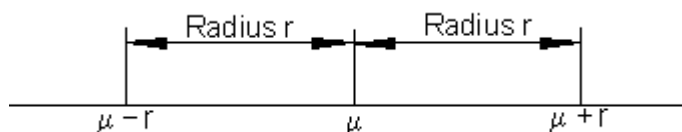


د درېواړه σ - چاپیریال 0,997 $\approx$ احتمالوالی .

د چاپیریال وړانګه

د انتظار ارزښت چاپیریال سره یوه وړانګه (شعاع) تنظیمیږي. د دې لاندې دوه اړخیزه د انتظار ارزښت واټن پوهیږو.

دا د یوه ګراف له لارې روښانه کوو.

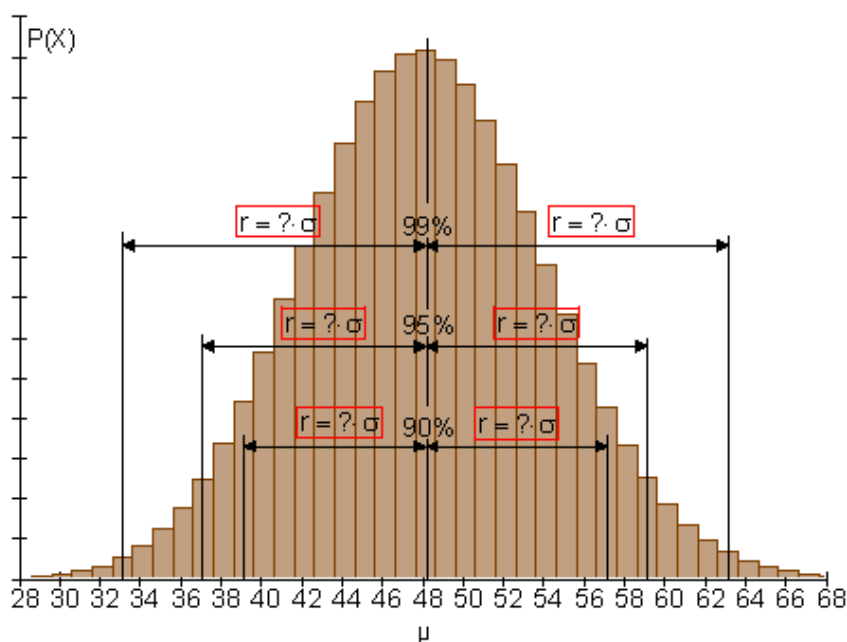


د هر چاپېريال وړانگې يو ټاکلی احتمالوالی سره ترتيب يا تنظيميږي.

په پورته راوړل شوي بېلگه کې يوه ساده سېنگما - چاپېريال ($r = 6$) ته نږدې 0,719 چاپېريال احتمالوالی شتون لري ، و ډبل سېنگما - چاپېريال ($r = 12$) ته نږدې 0,962 او و دريواره سېنگما - چاپېريال ($r = 18$) ته نږدې 0,997

برعکس هر احتمالوالي چاپېريال ته يوه ټاکلي شتون لري.

د کره ورکړ شوي چاپېريال احتمالوالي (90%, 95%, 99%) ته کېدی شي وړانگه په لاندې توگه وټاکل شي:



که بېنوميالوېشنې لپاره ي، جدول د کموليری احتمالوالي سره مخ ته ولرو، کېدی شي دا پرابلم د کوتی بندوني له لارې حل شي. د دوه سيگما - چاپېريال لپاره (په پورته بېلگه کې $r = 12$) د چاپېريال احتمالوالی نږدې 96,2% وو. د 90% احتمالوالي لپاره د چاپېريال وړانگه کوچنی ده. د $r = 10$ سره پیل.

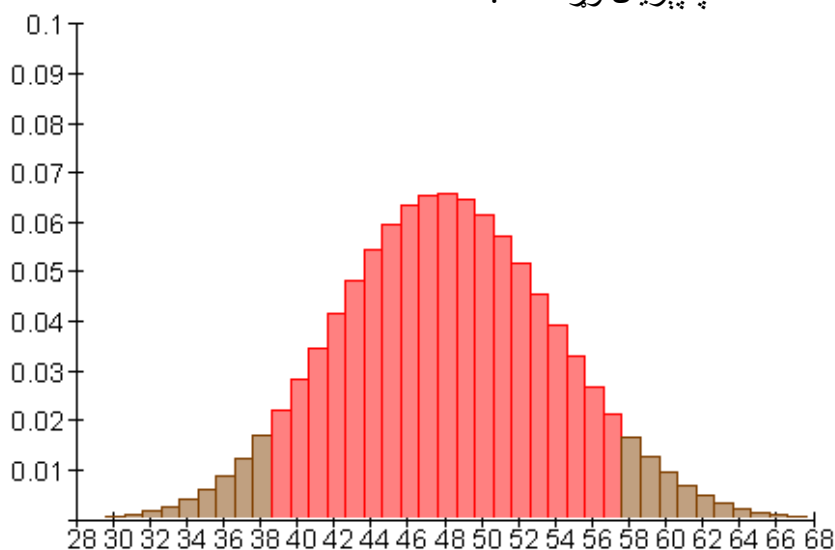
μ	r	$\mu - r \leq X \leq \mu + r$	$P(X \leq \mu + r) - P(X \leq \mu - r - 1)$
48	10	$38 \leq X \leq 58$	$0,957 - 0,038 = 0,919$
48	9	$39 \leq X \leq 57$	$0,940 - 0,055 = 0,885$

غوښتونې وړانگه د 9 او 10 ارزښتونو ترمنځ پرته ده. دا چې د بېنوميال وېشنې سره دېسکرت وېشنه لرو، بايد هغه وړانگه و ټاکل شي، چې د غوښتونو کي احتمالي سره ور (دابل) نږدېې پروت وي. په دې حالت کي وړانگه $r = 9$ ده. که دا ارزښت په سيگما ووېشل شي، نو کېدی شي وړانگه د سيگما زياتخه يا ډېرواره انځور شي.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{9}{6,04} \approx 1,49 \Rightarrow r \approx 1,49 \sigma$$

په $1,49 \sigma$ يوه چاپېريال کي نږدې 88,5% ټولې برياوې پرتې دي.

د 90% - چاپېريال وړانگه : $P(\mu - 9 \leq X \leq \mu + 9) \approx 0,885$ $r \approx 9 \approx 1,49 \cdot \sigma$



د 95% احتمالي لپاره د $r = 12$ اېښوني يا پيل سره

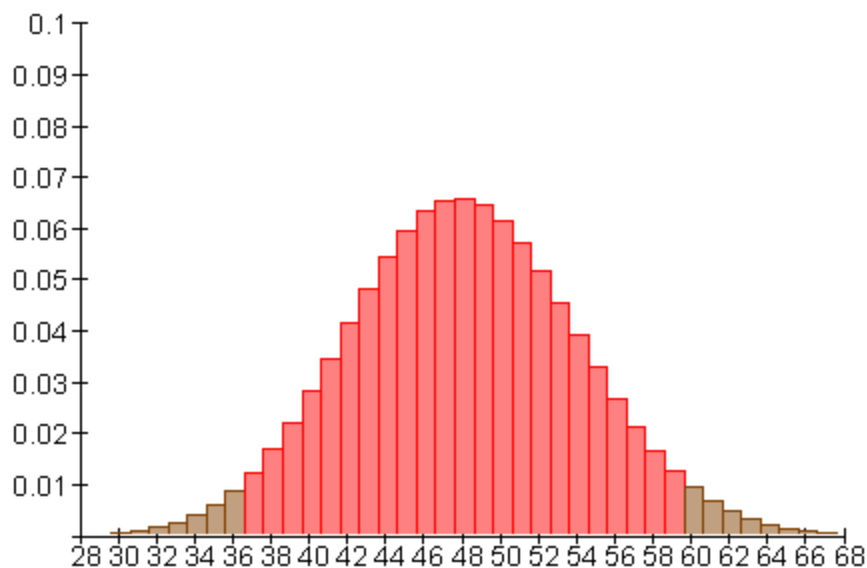
μ	r	$\mu - r \leq X \leq \mu + r$	$P(X \leq \mu + r) - P(X \leq \mu - r - 1)$
48	12	$36 \leq X \leq 60$	$0,979 - 0,017 = 0,962$
48	11	$37 \leq X \leq 59$	$0,969 - 0,026 = 0,943$

غوښتونې وړانگه د ارزښتونو 11 او 12 ترمنځ پرته ده. وړانگه $r = 11$ غوښتونې احتمال پسې پرته ده.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{11}{6,04} \approx 1,82 \Rightarrow \underline{\underline{r \approx 1,82 \sigma}}$$

په يوه $1,82 \sigma$ سيگما چاپېريال کې نږدې 94,3% ټولې برياوې پرتې دي.

د 95% چاپېريال وړانگه : $P(\mu - 11 \leq X \leq \mu + 11) \approx 0,943$ $r \approx 11 \approx 1,82 \cdot \sigma$



د 99% احتمالي لپاره د $r = 14$ سره اېښوونه ازمایل کيږي.

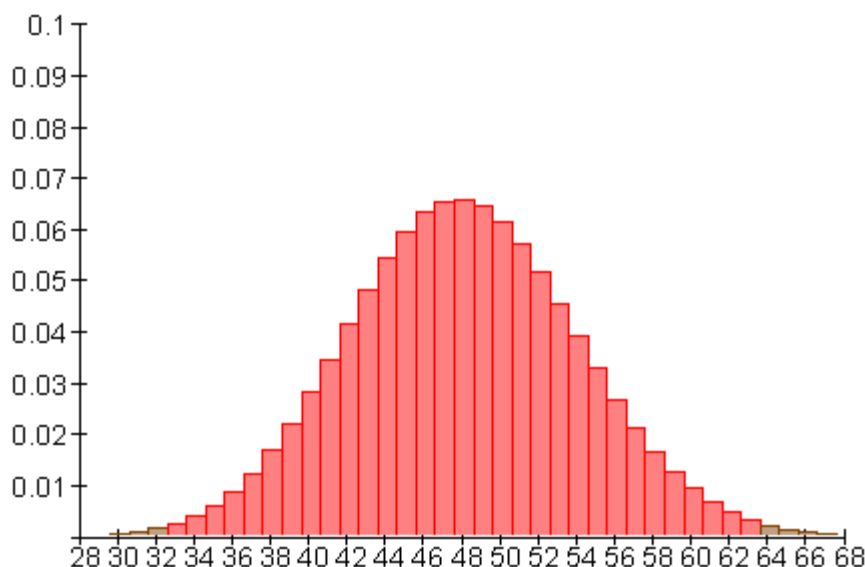
μ	r	$\mu - r \leq X \leq \mu + r$	$P(X \leq \mu + r) - P(X \leq \mu - r - 1)$
48	14	$34 \leq X \leq 62$	$0,990 - 0,007 = 0,983$
48	15	$33 \leq X \leq 63$	$0,994 - 0,004 = 0,99$

غوښتونې وړانگه ارزښت $r = 15$ لري.

$$\frac{r}{\sigma} = \frac{15}{6,04} \approx 2,48 \Rightarrow \underline{\underline{r \approx 2,48 \sigma}}$$

په يوه $2,48 \sigma$ سيگما چاپېريال کې نږدې 99% ټولې برياوې پرتې دي.

د 99% چاپدريال وړانګه : $P(\mu - 15 \leq X \leq \mu + 15) \approx 0,99$ $r \approx 15 \approx 2,48 \cdot \sigma$



څوارلسم - د بينوميالتوته کوني اپروکسيميشن

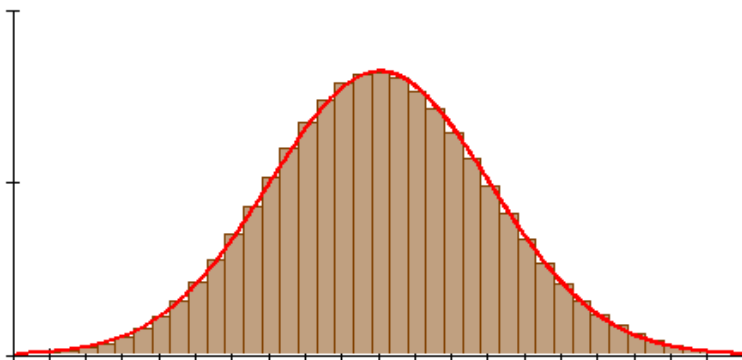
د نورمالتوته کوني يا - پاشني له لاري

د بينوموېشنې هېستوگرام د نه ډېر کوچني n لپاره زن؛ يا گېنگري ډوله دی. د لوي کډونکي n لپاره د گېنگري بڼه تل واضح رامنځ ته کيږي. د تل لوی کډونکي سره هېستوگرام تل د گاوس وېشنې منحني (گري) ته نږدې کيږي، چې د زنگ يا گېنگري منحني هم بلل کيږي. د منحني او د پرتې يا افقي کرښې ترمنځ سطحه 1 ارزښت لري.. دا په همدې ډول د ټولو متو سطح لپاره هم باور لري.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

د زنگمنحني يادزنگ کړي تابع ساوات :

د گاوس نورمال وېشنې له لاري د بينوميالوېشنې اپروکسيميشن (Approximation)



دا د لوی n لپاره ممکنوی، چې احتمالوالی په یوه ټاکلي انټروال کې په نږدې توګه وټاکو. سطحه، چې نورمالوېشنه یې د $-x$ محور سره تړي یا رابندوي، کېدی شي د انټیګرال

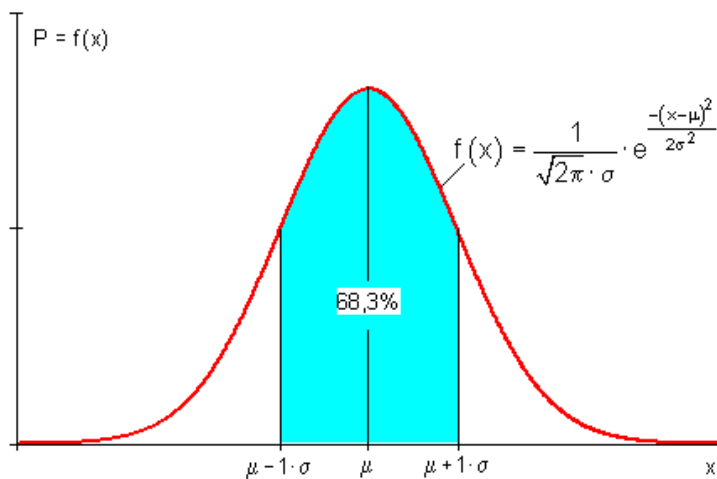
$$\int_a^b f(x) = \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

له لارې وشمېرل شو.

د سطحې شمیرنه د انټیګرال سره پوره ستونځمنه ده، له دې امله جدولونه شته چې په هغه کې د سیګما – چاپیریال دلیست سره ورکړ شوی دی.

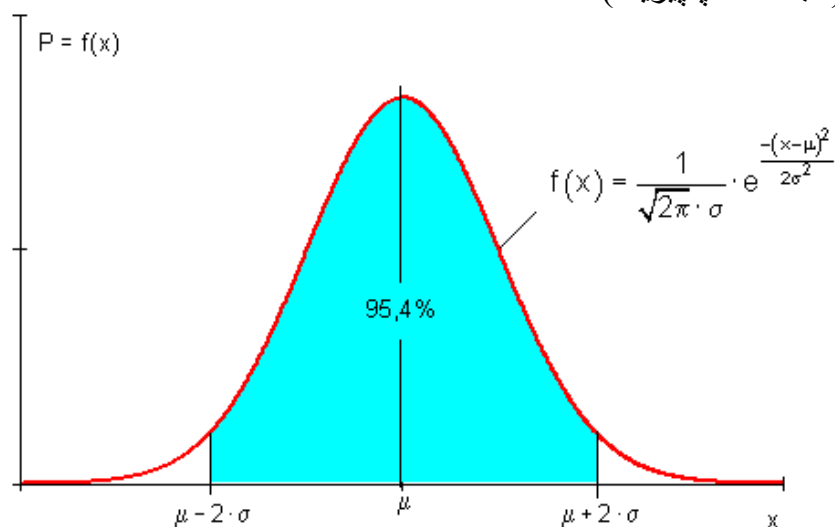
د سیګما – چاپیریال لپاره لاندې اړیکې شته.

$$P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 0,683 = 68,3\% \quad (\text{ساده سیګما } \sigma - \text{چاپیریال})$$



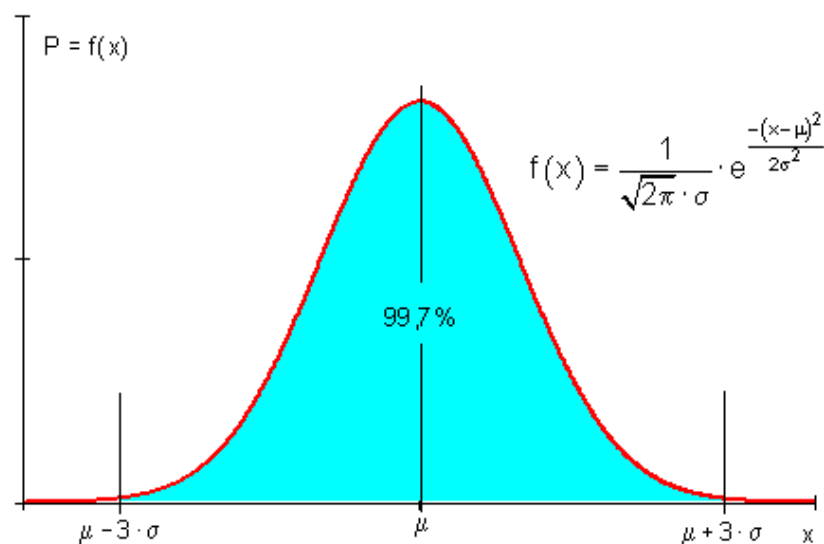
(دبل سيگما - چاپيريال)

$$P(\mu - 2 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 2 \cdot \sigma) \approx 0,954 = 95,4\%$$

(دبل σ - چاپيريال)

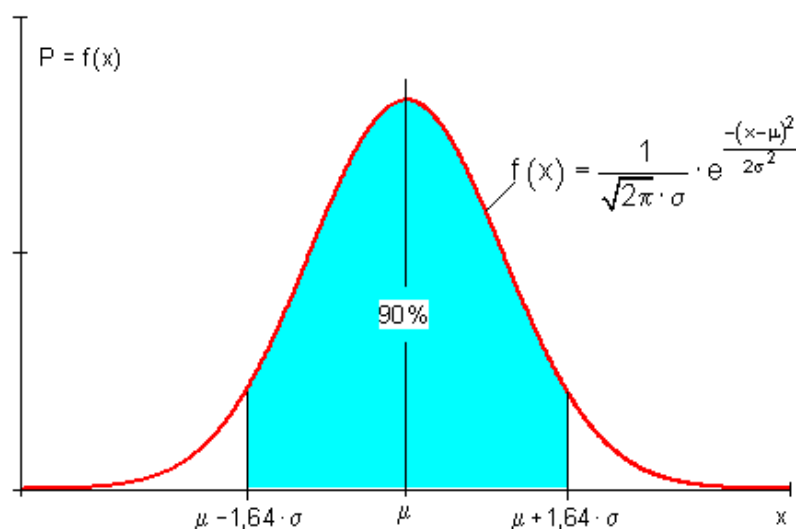
$$P(\mu - 3 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 3 \cdot \sigma) \approx 0,997 = 99,7\% \text{ (dreifache } \sigma \text{ - Umgebung)}$$

د پورته الماني پښتو: درې برابره سيگما-چاپيريال



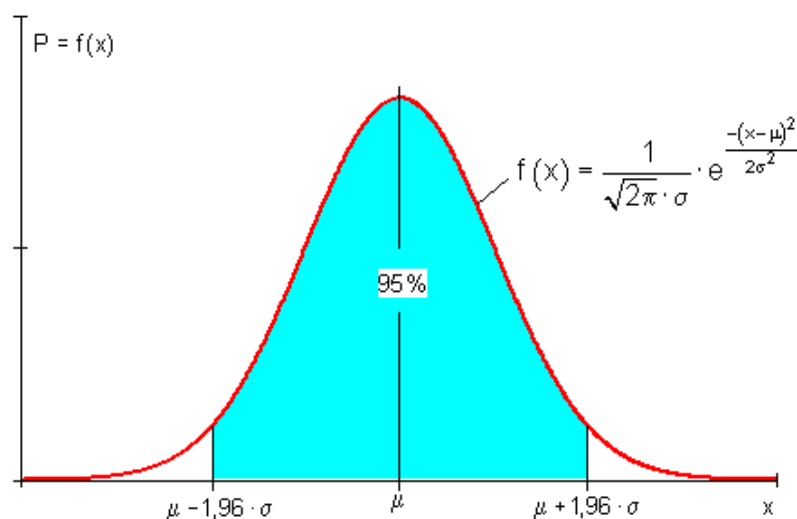
د % - چاپیریال لپاره لاندې اړیکې صدق کوي:

$$P(\mu - 1,64 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 1,64 \cdot \sigma) \approx 0,899 = 89,9\% \quad (90\% - \text{چاپیریال})$$



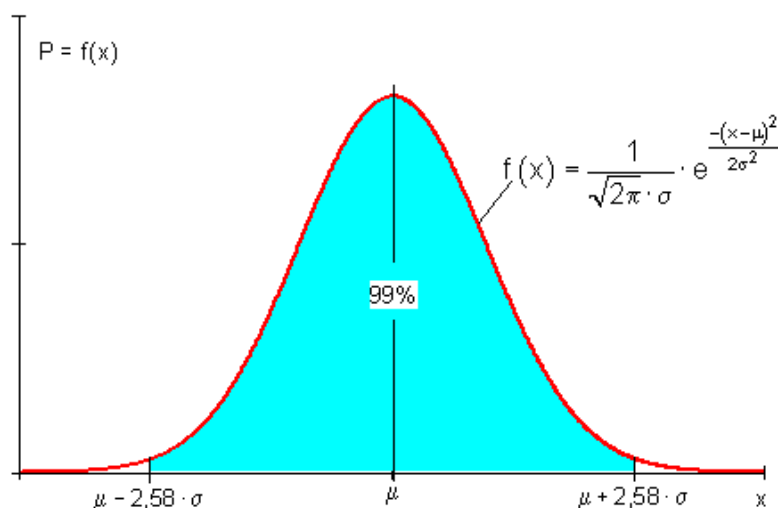
(95% - چاپیریال)

$$P(\mu - 1,96 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 1,96 \cdot \sigma) \approx 0,95 = 95\% \quad (95\% - \text{Umgebung}) \quad \text{چاپیریال}$$



(99% - چاپیریال)

چاپیریال $P(\mu - 2,58 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 2,58 \cdot \sigma) \approx 0,99 = 99\%$ (99% - Umgebung)



په ادبیاتو یا کتابونو کې په لاندې چاپیریال احتمالاتو یې توافق کړل شوی:

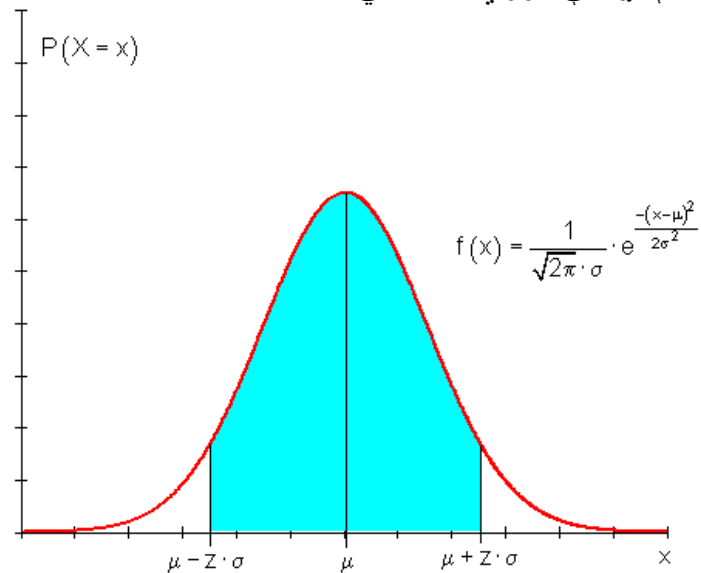
د چاپیریال وړانګه	د چاپیریال احتمالوال	د چاپیریال احتمالوال	د چاپیریال وړانګه
$1 \cdot \sigma$	0,68	0,90	$1,64 \cdot \sigma$
$2 \cdot \sigma$	0,955	0,95	$1,96 \cdot \sigma$
$3 \cdot \sigma$	0,997	0,99	$2,58 \cdot \sigma$

دا چې د بینمیا لوبېشنې دهستوګرام بڼه (فورم) فقط د مناسبې لویې n د نورمالوېشنې بڼې ته تل زیات ورنږدې کوي، لاندې کریتیریم د نورمالوېشنو د انټروال احتمالاتو د استعمال لپاره باور لري.

که شرایط $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} > 3$ پوره وي (د لاپلاس شرایط)، نو نورمالوېشنې له لارې نږدې والی څخه پوره ټیک (یا وررسېدونکی ټیک) انټروال احتمالاتو راکوي. تر اوسه د بینومیا لوبېشنې لپاره د یوه ټاکلي n او یوه ټاکلي احتمالاتو p لپاره هر وار یو جدول د کمولیري احتمالاتو سره اړیښ و، چې چاپیریال احتمالاتو وټاکل شي. که چیرې اوس د د یوه بینومیا لوبېشنې ارزښت د لاپلاس شرایط پوره کړي، اجازه شته چې د نورمال وېشنې د جدول ارزښتونه و کارول یا استعمال شي. د لاپلاس شرایط دې په هر حالت د مخه و ازمایل شي.

په دې حالت کې چې د چاپیریال وړانګه د سیګما په واحدونو یا یونونو ورکړه شي، نو

لاندې اړیکې باوري کیدی شي:



د انتظار ارزښت د چاپیریال وړانګه (Umgebungsradius) د ډېرواره د سیګما د واحد (یون) په حیث افاده کيږي. دلته د z ضریب دی، چې له هغه سره سیګما ضربیږي. د داسې سیګما چاپیریالو احتمالي په لاندې جدول کې د z ضریب په واکوالي کې انځورېدلای شي.

په یوه بینوميالوېشنې کې یې د احتمالي انځورونې سره غوره توپیر، لکه تر اوسه چې استعمال شوی، دی، چې په نورمالوېشنه کې ارزښتونه د x - محور باندې نه پریکېدونکي یا پرلپسې لیدل کېدای شي. په نورمالوېشنه کې د k لپاره دېسکریت (د پام وړ) ارزښتونه دي.

پنځلسم - چاپیریال احتمالي شمیرنه

په یو څو بیلګو کې به وښوول شي، چې څنګه د یوه د تصادفي واریابې د نورمال وېشنې د جدول سره کار کېدی شي. په پام کې دې وي، چې د z ارزښت اړونده چاپیریال ته تل نسبت د انتظار ارزښت μ ته تل سیومتري پرته ده.

انتظار ارزښت ته سیومتريک انتروال

یو n - پوړیز برنولي - ازماېښت دې د $n = 500$ او $p = 0,33$ سره ورکړ شوی وي.

په انټروال [150 ; 180] کې دې د بریاوو تعداد لپاره احتمالوالی و ټاکل شي.
د یوه له لسمیز وروسته د درې ځایونو ټیکوالي سره دې شمېرنه وشي یا وشمیرل شي.

$$n = 500 \quad p = 0,33 \Rightarrow \mu = 500 \cdot 0,33 = 165$$

$$n = 500 \Rightarrow \mu = n \cdot p = 500 \cdot 0,33 = 165$$

$$p = 0,33 \Rightarrow \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{165 \cdot 0,67} = \sqrt{110,55} \approx 10,514 > 3$$

$$P(150 \leq X \leq 180) = P(149,5 \leq X \leq 180,5)^{**}$$

له دې انتظار په ارزښت وړانګه لاس ته راځي :

$$r = \mu - 149,5 = 165 - 149,5 = 15,5$$

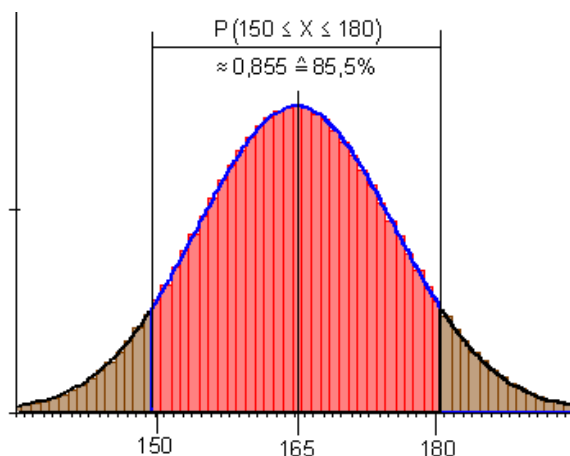
$$\frac{r}{\sigma} = z = \frac{15,5}{\sqrt{110,55}} \approx 1,474 \Rightarrow r = z \cdot \sigma \approx 1,474 \cdot \sigma$$

$$P(150 \leq X \leq 180) = P(\mu - z \cdot \sigma \leq X \leq \mu + z \cdot \sigma) = P(\mu - 1,474 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 1,474 \cdot \sigma)$$

$Z=1,474$ له دې جدول ارزښت لاس ته راځي: 0,858

$$\underline{\underline{P(150 \leq X \leq 180) \approx 0,858 \quad (85,8\%)}}$$

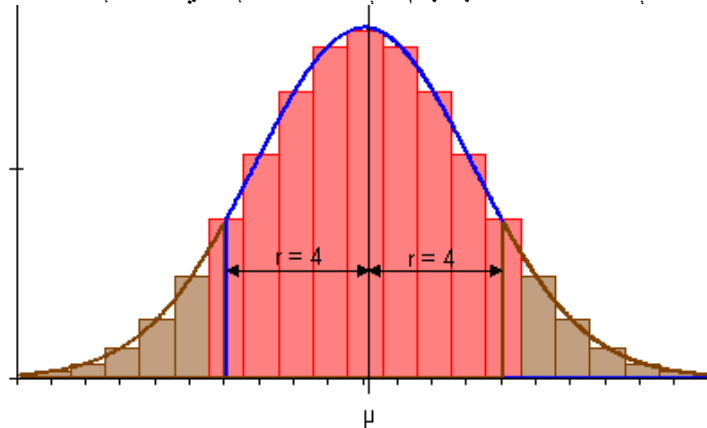
په انټروال [150 ; 180] کې د بریاوو احتمالوالی نږدې 85,8% دی.



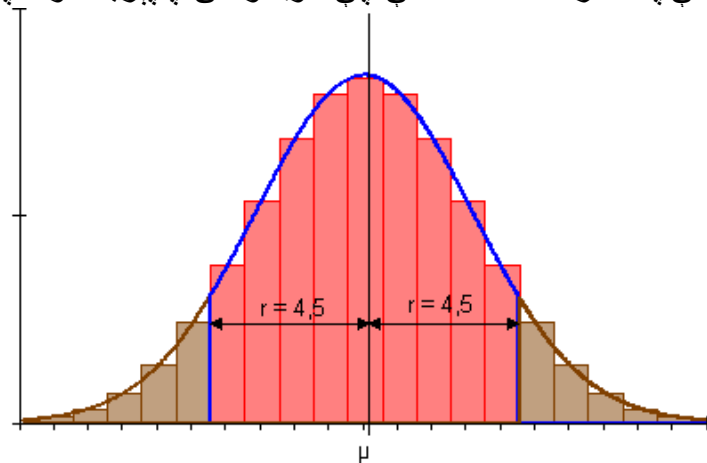
ولې دې د انټروال پولې په 0,5 لويې شي، که دنورمالوېشنې جدول سره د انټروالاحتمالوالی ټاکل کيږي؟

Bei $P(150 \leq X \leq 180) = P(149,5 \leq X \leq 180,5)$ war das der Fall.

د استعمال شوي جدول داتا د نورمالوېشنې په بنسټ ده. که وړانګه $r = 165 - 150 = 15$ وټاکل شي، نو دا به په 0,5 کوچنی وي. دا به د برجونو یا متو نیمه سطحه د $k = 150$ همداسې $k = 180$ په پام کې نیول شوې وي. لاندې ګرافیک به دا روښانه کړي.



ټاکل شوې وړانګه $r = 4$ ډېره کوچنۍ ده. دا د انتظار ارزښت په هر اړخ د یوې نیمې متې په اندازه کمه ده، داسې چې غوښتونکي چاپیریال ټول په بر کې نه رانیول کيږي.



ټاکل شوې وړانګه $r = 4,5$ دا د انتظار ارزښت په هر اړخ د یوې نیمې متې په اندازه زیاته ده، داسې چې غوښتونکي چاپیریال ټول په بر کې رانیول کيږي.

د انتظار ارزښت په % - چاپیریال
د $n = 550$ او $p = 0,36$ لپاره د انتظار ارزښت د 90% - چاپیریال وټاکي.

$$\begin{aligned}
 n &= 550 & \mu &= n \cdot p = 550 \cdot 0,36 = 198 \\
 p &= 0,36 & \Rightarrow \sigma &= \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{198 \cdot 0,64} = \sqrt{126,72} \approx 11,257 > 3 \\
 P(\mu - z \cdot \sigma \leq X \leq \mu + z \cdot \sigma) &= 0,90
 \end{aligned}$$

د $p=0,90$ لپاره دې پورې اړونده z - ارزښتونه د جدول څخه لوستل کيږي.

$Z=1,64$ له دې لاس ته راځي، د چاپیریال وړانګه:

$$r = z \cdot \sigma \approx 1,64 \cdot \sqrt{126,72} \approx 18,46$$

$$\mu - z \cdot \sigma = 198 - 18,46 = 179,54 \approx 180$$

$$\mu + z \cdot \sigma = 198 + 18,46 = 216,46 \approx 216$$

انتروال انتظار ارزښت $\mu = 198$ ته سیومتريک پروت دی.

موږ ټاکو: $P(180 \leq X \leq 216)$

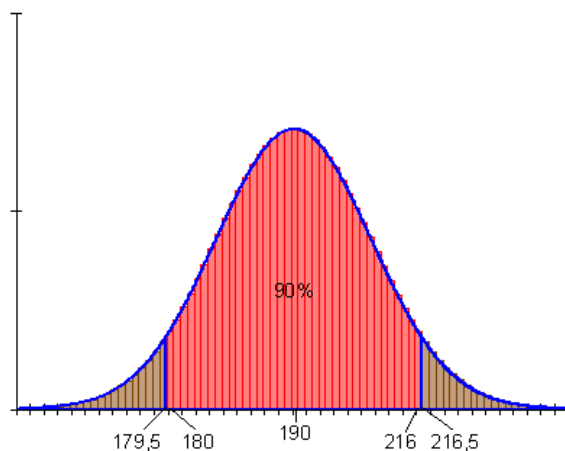
باید و ازمایل شي، چې ایا انتروال $\{180 \dots 198 \dots 216\}$ پسې لاس ته راتلنه (90%) په ګوته کوي.

$$P(180 \leq X \leq 216) = P(179,5 \leq X \leq 216,5)$$

$$r = 18,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{18,5}{11,257} \Rightarrow r \approx 1,64 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,1,64$$

$$P(180 \leq X \leq 216) \approx 0,899$$

په انتروال $[180 ; 216]$ کې د احتمالي د بریاوو تعداد لپاره نږدې 90% دی.



د چاپیریال څخه دباندي انتروال

n - پوریزه برنولی-ازمایینت ورکړ شوی دی. نسبت انتظار ارزښت له چاپیریال دباندي نتیجې لپاره احتمالوالی غوښتونی دی یا غواړو پیدا کړو.

الف - که $p = 0,56$ $n = 300$ ، نو $P(X < 162)$ وټاکي.

ب - که $p = \frac{1}{3}$ $n = 240$ وي، نو وټاکي. $P(X > 80)$

و الف ته -

$$\begin{aligned} n = 300 \quad \mu &= n \cdot p = 300 \cdot 0,56 = 168 \\ p = 0,56 \quad \Rightarrow \quad \sigma &= \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{168 \cdot 0,44} = \sqrt{73,92} \approx 8,598 > 3 \end{aligned}$$

د انتروال $[0 ; 161]$ لپاره غواړو احتمالوالی پیدا کړو. د جدول څخه کېدی شي احتمالوالی د سیومتريک انتروال انتظار ارزښت لپاره ولوستل شي، دا ارزښتونه $[162 ; 174 \dots 168 \dots]$ خوندي لري. پهدې پسي تړلی دا انتروال $[175 \dots 300]$ لاس ته راځي، کوم چې د سیومتري دلایلو پر بنسټ برابر لوي دی، لکه

$$[0 ; 161] \text{ . لاندې یشونه یا پیل لاس ته راځي: } \{162 \dots 168 \dots\} \{0 \dots 161\} [174 ; 300]$$

$$P(X < 162) = P(X \leq 161) = \frac{1}{2} [1 - P(161,5 \leq X \leq 174,5)]$$

$$r = 168 - 161,5 = 6,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{6,5}{\sqrt{73,92}} \approx 0,756 \Rightarrow r \approx 0,756 \cdot \sigma$$

ورانګه:

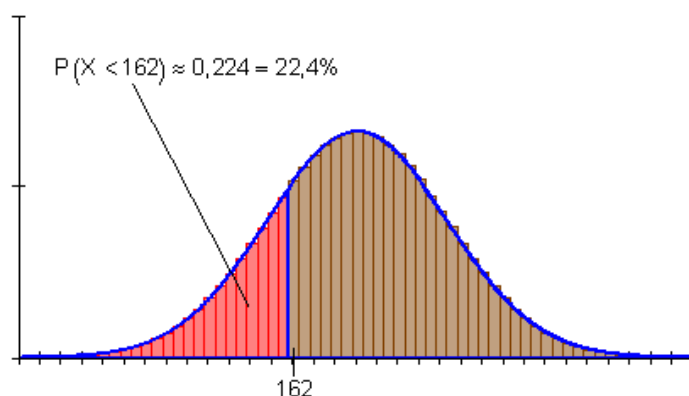
د $z \sim 0,76$ سره په ولرو

$$P(161,5 \leq X \leq 174,5) = P(\mu - z \cdot \sigma \leq X \leq \mu + z \cdot \sigma) \approx 0,553$$

او له دې سره به شي

$$P(X < 162) \approx \frac{1}{2} [1 - 0,553] = \frac{1}{2} \cdot 0,447 = \underline{\underline{0,2235}}$$

د له 162 څخه کمو بریالو لپاره احتمالي نږدې 22,4% دی.



و ب ته -

$$n = 240 \quad \mu = n \cdot p = 240 \cdot \frac{1}{3} = 80$$

$$p = \frac{1}{3} \Rightarrow \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{80 \cdot \frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{160}{3}} \approx 7,303 > 3$$

$$[0; 79][79,5; 80,5][81; 240]$$

$$P(X > 80) = \frac{1}{2} [1 - P(79,5 \leq X \leq 80,5)]$$

ورانګه :

$$r = 80 - 79,5 = 0,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{0,5}{\sqrt{\frac{160}{3}}} \approx 0,068 \Rightarrow r \approx 0,07 \cdot \sigma$$

له $z \sim 0,07$ سره به شي

$$P(79,5 \leq X \leq 80,5) = P(\mu - z \cdot \sigma \leq X \leq \mu + z \cdot \sigma) \approx 0,056$$

او له دې سره په شي

$$P(X > 80) \approx 0,5 \cdot (1 - 0,056) = 0,5 \cdot 0,944 \approx \underline{\underline{0,472}}$$

$$n = 240 \quad \mu = n \cdot p = 240 \cdot \frac{1}{3} = 80$$

$$p = \frac{1}{3} \Rightarrow \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{80 \cdot \frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{160}{3}} \approx 7,303 > 3$$

$$[0; 79][79,5; 80,5][81; 240]$$

$$P(X > 80) = \frac{1}{2} [1 - P(79,5 \leq X \leq 80,5)]$$

$$r = 80 - 79,5 = 0,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{0,5}{\sqrt{\frac{160}{3}}} \approx 0,068 \Rightarrow r \approx 0,07 \cdot \sigma$$

ورانگه:

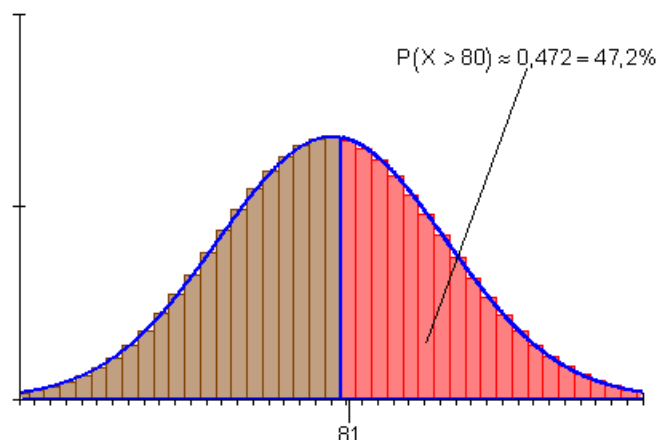
له $z \approx 0,07$ سره کيږي

$$P(79,5 \leq X \leq 80,5) = P(\mu - z \cdot \sigma \leq X \leq \mu + z \cdot \sigma) \approx 0,056$$

او له دې سره کيږي

$$P(X > 80) \approx 0,5 \cdot (1 - 0,056) = 0,5 \cdot 0,944 \approx \underline{\underline{0,472}}$$

د له 80 څخه زیاتو بریاو لپاره احتمالوالی نږدې 47,2% دی.



اسیومتریکی چاپیریال

د انتظار ارزښت د یوه نه سیومتریکی چاپیریال احتمالوالی و ټاکی.

لرو $n=180$ $p=0,55$ وټاکی $P(89 \leq X \leq 104)$

$$[\{89 \dots 93\} \{94 \dots 99 \dots 104\} \{105 \dots 109\}]$$

$$P(89 \leq X \leq 104) = \frac{1}{2} [P(89 \leq X \leq 109) + P(94 \leq X \leq 104)]$$

ایښوونه:

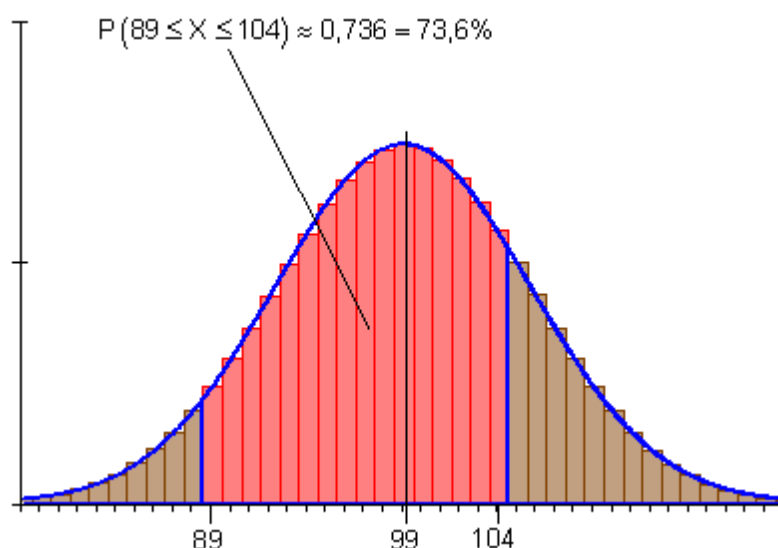
$$\begin{aligned} n &= 180 & \mu &= n \cdot p = 180 \cdot 0,55 = 99 \\ p &= 0,55 & \Rightarrow & \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{99 \cdot 0,45} = \sqrt{44,55} \approx 6,675 > 3 \end{aligned}$$

$$P(89 \leq X \leq 109) = P(88,5 \leq X \leq 109,5)$$

$$r = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{10,5}{6,675} \approx 1,57 \Rightarrow r \approx 1,57 \cdot \sigma$$

$$P(89 \leq X \leq 109) \approx 0,884$$

$$P(94 \leq X \leq 104) = P(93,5 \leq X \leq 104,5)$$



295

$$r = 5,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{5,5}{6,675} \approx 0,82 \Rightarrow r \approx 0,82 \cdot \sigma$$

$$P(94 \leq X \leq 104) \approx 0,588$$

$$P(89 \leq X \leq 104) = \frac{1}{2}[0,884 + 0,588] = 0,736$$

په انټروال $[89 ; 104]$ کې د بریاوو احتمالوالی نږدې 73,6% دی.

شپاړسم: د هیپوټیزې ازمایښت Hypothesentest

د سترګې (سترګیز مکعب) سره ننوتنه

پیل :

د یوه لاپلاس غورځونې یا سترګې (مکعب) څخه پیژندل شوي، چې د هر وار غورځونې سره د شپږو عددونو هر یو د $1/6$ احتمالوالي سره رامنځ ته کېدی شي یا غورځول کېدی شي. د ډېرو سترګیو (مکعبونو) لوبو سره ۶ یوه ځانګړې معنا لري. د لټه د لوبه کونکي له لورې ممکن هغه ښه غورځونه وي، چې هغه زیات ځله ۶ ورکړي. برعکس د لوبې مالک له لورې هغه غورځونه ښه ده، چې ممکن لږ واره شپږ ورکړي یا ۶ راوړي. دلته مخطلفې علاقې مخ ته لرو، چې د غورځونې (مکعب) غلطیدنه ممکن وېرېښي. په لاندې کې دې غورځونې و ازمایل شي.

لومړۍ حالت:

ګومان به وشي، چې ۶ زیاتواره راوړي، لکه په لاپلاس-غورځونه کې یې چې انتظار باید وي ($p > 1/6$). د دې لپاره چې غورځونې وازمایلي شو، پلان کېږي، چې غورځونې $n = 600$ واره و غورځول شي او له دې سره د تصادف اووښتونې یا واربله $X =$ د منځ ته راغلو شپږو ګڼون یا تعداد وڅیړو. د یوه هیپوټیز ازمایښت سره باید وازمایلي شي چې ایا $p > 1/6$ باور لري.

د دې لپاره باید کومه هیپوټیز وټاکل شي؟

- د دې لپاره چې سری $p > 1/6$ د ټيک په توگه وکتلی شي، باید سری له دې باوري وي، ځکه چې $p \leq 1/6$ صدق نه کوي. يعنې هیپوتیز ی صفر هیپوتیز H_0 : $p \leq 1/6$ چې صفر هم بلل کیږي ازمایل کیږي. که چیرې دا باید رد شي، نو H_1 : $p > 1/6$ چې الترناټیو یا بدیل هیپوتیز هم بلل کیږي باید ونیول شي.

صفر هیپوتیز ته یادونه

صفر هیپوتیز H_0 دې تل هیپوتیزې وي، چې د هغې سره ازمایښت سرته رسیږي.

د دې لپاره دې باور ولري:

$$H_0 : p \leq p_0 \quad \text{یا} \quad H_0 : p \geq p_0 ; H_0 : p = p_0$$

صفر هیپوتیزې ته تل بدیل یا الترناټیو هیپوتیز شتون لري

$H_0 : p \leq p_0 \Rightarrow H_1 : p > p_0 \Rightarrow$	بنی اخیز ازمایښت
$H_0 : p = p_0 \Rightarrow H_1 : p \neq p_0 \Rightarrow$	دوه اړخیز ازمایښت
$H_0 : p \geq p_0 \Rightarrow H_1 : p < p_0 \Rightarrow$	کین اړخیز ازمایښت

د H_0 لپاره پرېکړه مو تل د H_1 د نفې کولو په لور یعنې رده ولو په لور لارښودوي

د H_0 په ضد پرېکړه مو تل د H_1 نیولو ته بیایي.

هغه ناتیكاوی چې د پرېکړې سره رامنځ ته کیدی شي، باید زیات له زیاته په 5% محدود شي. دا لویه سیګنیفیکانس **significance** بلل کیږي. د دې لپاره چې غورځونی(دانه یا سترګیز مکعب) و ازمایو، د

$$H_0 : p \leq \frac{1}{6}$$

لپاره یو د نیونې ورشو یا ساحه او یوه د ردیدلو ورشو باید وشمیرل شي.

د (کار) مخ ته تلنې لپاره یادونه:

د غورځووني يا سترگي (سترگي لرونکي مکعب) تجربې د تصادفي متحولې يا اووښتوني X د برنولي ازمایښت دی د یوه بینوميال وېشنې سره. داسې یوه وېشنه هلته و یوه انتظار ارزښت μ ته سیومتريک ده، که $p = 0,5$ وي. د $p = 1/6$ لپاره وېشتاب نوره سیومتريک نه ده. د پوره کیدونکي یا رسیدونکي جگې خوروني پیاوړتیا سره لاپلاس-شرایط (3 سیگما) پوره شوي دي. نو بیا کیدی شي د بینوموېشنه د انتظار ارزښت ته سیومتريک یوه نورمالوېشنې له لارې نږدې (اپرکسيمي) (approximation = نږدېونه) شي، داسې چې د چاپیریالاحتمالوالي شمیرنې ته د سیگا-چاپیریال لپاره د نورمالوېشنې تصادفي اووښتوني یا متحوله احتمالوالي جدول استعمال کیدی شي. په انتظار ارزښت د یوه $-x\%$ -چاپیریال لپاره باور لري:

90%-چاپیریال 95% -	$\Rightarrow r = 1,64 \cdot \sigma$
چاپیریال 99%-	$\Rightarrow r = 1,96 \cdot \sigma$
	$\Rightarrow r = 2,58 \cdot \sigma$

شمیرنه: صفر هیپوتیز H_0 : $p \leq \frac{1}{6}$ سیگنیفیکانځ نیو یا اندازه $\alpha \leq 5\%$

داتا:

$$n = 600; p = \frac{1}{6}; \mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 9,129 > 3$$

یو بني اړخیز هیپوتیز ازمایښت دي سر ته ورسیري، ځکه چې د شپږو یو جگ تعداد د H_0 په ضد ځان بنایي یا په گوته کونه ده.

د 5% یوه سیگنیفیکانځنیوی (اشتباه احتمالوالی) له امله لاندې انټروالون په پام کې نیسو:

$$\left\{ \begin{array}{c} 5\% \\ \text{Ablehnungsbereich für } H_0 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} 90\% \end{array} \right\}$$

د H_0 لپاره درده ونې ورشو

له دي سره دی:

$$\mu + 1,64 \cdot \sigma = 100 + 1,64 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 114,97$$

دا د H_0 لپاره د قبلونې يا نيونې د ساحې پورته پوله ده.

باور لري:

د H_0 لپاره د نيونې يا قبلونې ورشو:

د H_0 لپاره د ردونې ورشو: $\{0 \dots 115\}$

د ردونې ورشو د ازمایلو ده داسې، چې باور لري: $\{116 \dots 600\}$

$$P(116 \leq X \leq 600) \leq \alpha = 5\%$$

$$\{0 \dots 84\} \{85 \dots 100 \dots 115\} \{116 \dots 600\}$$

$$P(116 \leq X \leq 600) = \frac{1}{2} [1 - P(85 \leq X \leq 115)]$$

$$P(85 \leq X \leq 115) \Rightarrow r = 15,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{15,5}{\sqrt{\frac{500}{6}}} \approx 1,7 \Rightarrow P(85 \leq X \leq 115) \approx 0,911$$

$$\Rightarrow P(116 \leq X \leq 600) \approx \frac{1}{2} [1 - 0,911] = 0,0445$$

ارزونه: که د 600 واره د سترګې غورځول سره د په نخښه شوو شپږو تعداد د H_0 ($\{116 \dots 600\}$ د ردونې ورشو کې ولویږي، نو H_0 دې رده شي او H_1 دې قبوله يا ومنل شي. دا به په دې معنا وي، چې غورځونه يا سترګې دې شپږ ورکوي، لکه چې دا باید وی.

ممکن دا به غلط (د تګلې لپاره) جوړ شوی وي.

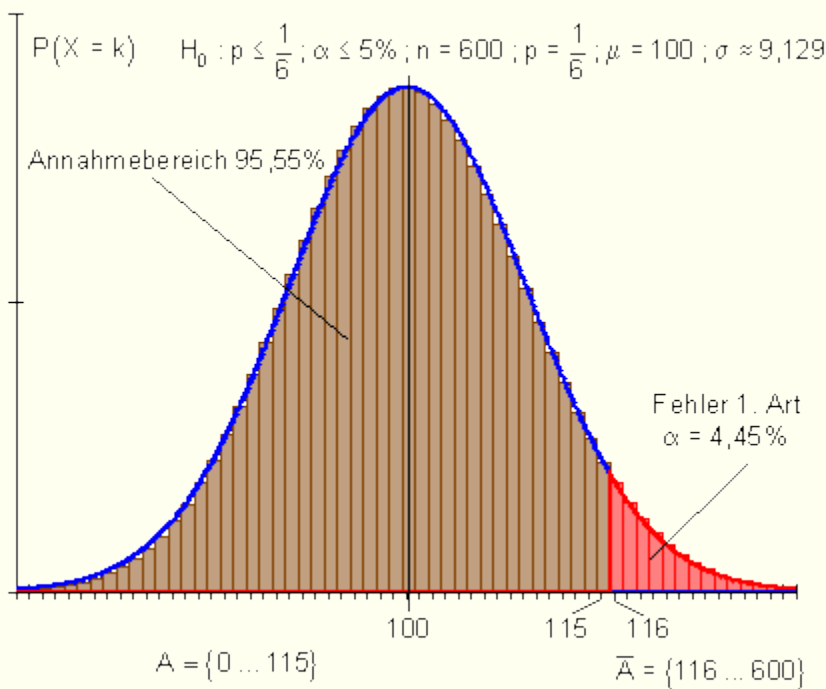
که د H_0 هیپوتیز د ازمایښت نتیجه په بنسټ رد شوې وي، نو دا د نږدې 4,45% شمیرل شوې سیګنفيکانڅ نیو يا اشتباهي احتمالوالی (یوه ناتیګاوي يا اشتباه پېښیږي. دا د لومړي ډول ناتیګاوی دی او په دې معنا دی:

د دې لپاره احتمالوالی، چې H_0 -هیپوتیز د ازمایښت نتیجو په بنسټ رد شو سره له دې چې دا ټیک ده، دا نږدې په 4,45% معنا دی. دا احتمالوالی د اشتباه احتمالوالیپه نامه هم بلل کیږي.

د 4,45% احتمالوالی سره سری نیسي یا فرضوي، چې سترگی ټگئ ته جوړ شوی دی، سره له دې چې دا ټیک یا روغ دی.

گرافیکي انځورونه:

د په څیره کې دننه پښتو: د نیوني ورشو، لومړی ډول ناتیکیاوی



دویم حالت:

گومان به وشي، چې یو سترگی لږ شپږ غوڅوي، لکه له یوه لاپلاس غورځونې یا دانې څخه چې انتظار کیږي ($p < 1/6$).

تلنلار یا کونلار لومړي حالت ته ورته ده.

بايد معاينه يا وكنل شي چې ايا $p < 1/6$ باور لري.

دلته ازمایل کيږي هیوپوتیز $H_0 : p \geq 1/6$.

که دا باید رد شي، نو $H_1 : p < 1/6$ نیول کيږي یا قبليري.

شميرنه: صفر هیوپوتیز H_0 ؛ $p \geq \frac{1}{6}$ سيگنفيكانڅ نیو یا اندازه $\alpha \leq 5\%$

داتا:

$$n = 600; p = \frac{1}{6}; \mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 9,129 > 3$$

دا یو کین اړخیز هیوپوتیز- تست کيږي، ځکه چې د شپږو کم تعداد H_0 په ضد دی.

د یو سيگنفيكانڅنیو یا اتباه- احتمالوالی سره لاندې انټروالونه راوړو:

$$\underbrace{\{ \quad 5\% \quad \}}_{\text{Ablehnungsbereich für } H_0} \{ \quad 90\% \quad \} \{ \quad 5\% \quad \}$$

د H_0 لپاره د رده ونې ورشو

$$\mu - 1,64 \cdot \sigma = 100 - 1,64 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 85,03$$

له دې سره کيږي.

د H_0 لپاره د منلو ورشو لاندې پوله.

باور لري: د H_0 لپاره د منلو وروشو (منلورشو): $\{ 85 \dots 600 \}$

د H_0 لپاره د ردولو وروشو (ردونورشو): $\{ 0 \dots 84 \}$

د ردوني وروشو (ردونورشو) څیرل کيږي، داسې چې باور لري:

$$P(0 \leq X \leq 84) \leq \alpha = 5\%$$

$$\{0 \dots 84\} \{85 \dots 100 \dots 115\} \{116 \dots 600\}$$

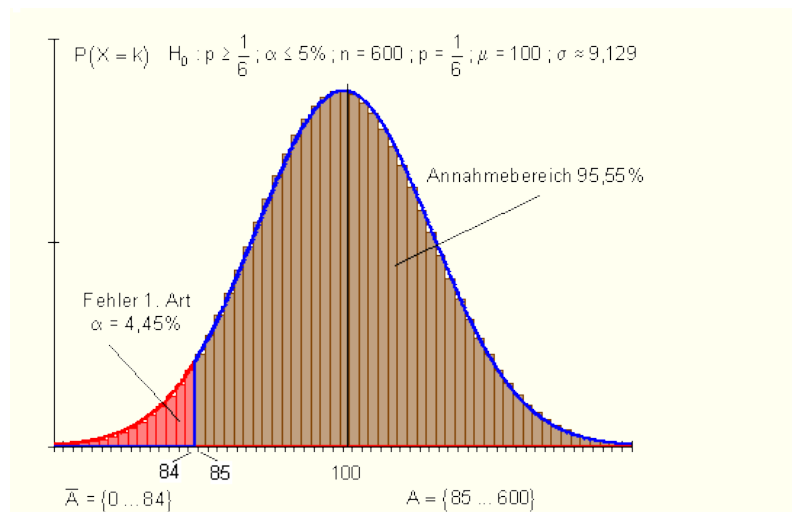
$$P(0 \leq X \leq 84) = \frac{1}{2} [1 - P(85 \leq X \leq 115)]$$

$$P(85 \leq X \leq 115) \Rightarrow r = 15,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{15,5}{\sqrt{\frac{500}{6}}} \approx 1,7 \Rightarrow P(85 \leq X \leq 115) \approx 0,911$$

$$\Rightarrow P(0 \leq X \leq 84) \approx \frac{1}{2} [1 - 0,911] = 0,0445$$

ارزونه: که د 600 واره د سترگی غورځولو سره د په نخښه شوو شپږو تعداد د H_0 ($\{0 \dots 84\}$ د ردونې ورشو کې ولویري، نو H_0 دې رده شي او H_1 دې قبوله یا ومنل شي. دا به په دې معنا وي، چې غورځونه یا سترگی دې په ریښتوني کم شپږ ورکوي، لکه چې دا باید وی. ممکن دا به غلط (د تګی لپاره) جوړ شوی وي.

که د H_0 هیپوټیز د ازماښت نتیجه په بنسټ رد شوی وي، نو دا د نږدې 4,45% شمیرل شوي سیګنفيکانڅ نیو یا اشتباهي احتمالوالی (یوه ناتیګاوي یا اشتباه پېښیږي. دا د لومړي ډول ناتیګاوی دی او په دې معنا دی:



د دې لپاره احتمالوالی، چې H_0 هیوپوتیز د ازماښت نتیجو په بنسټ رد شو سره له دې چې دا ټیک ده، دا نږدې $4,45\%$ ده. په بل ډول ویلي یا افاده شوي: د $4,45\%$ احتمالوالي سره سړی نیسي یا فرضوي، چې سترگی تگي ته جوړ شوی دی، سره له دې چې دا ټیک یا روغ دی. گرافیکي انځورونه: په گراف کې دننه (د نیوني ورشو، لومړی ډول نایکاوې څیره پورته

په څیره کې دننه: له کین بڼې لور ته: لومړی ډول نایکاوې، د نیوني ورشو

دریم حالت: د یوه سترگی څخه ا ټکل کیري، چې شپږ د یوه احتمالوالي سره راکوي، چې د $1/6$ سره برابر نه دی، لکه څنگه چې د لاپلاس غورځوني یا مکعب څخه انتظار کیدی شي. باید یو ازماښت داسې جوړ شي، چې هیوپوتیز، دا د لاپلاس غورځونی نه دی، مطالعه شي.

تلنه یا د کار مخ ته بیونه د لومړي حالت او دویم حالت ته ورته دی.

باید وڅیړل شي، چې ایا $p \neq 1/6$ باور لري.

صفر هیوپوتیز $H_0: p = 1/6$ ؛ بدیلی هیوپوتیز $H_1: p \neq 1/6$.

له لومړي حالت او دویم حالت په بل ډول دلته H_0 د ردوني ورشو د انتظار ورشو په دواړو لورو پرته ده، ځکه چې ډېر شپږ او لږ شپږ د H_0 په ضد خبرې کوي یا ویناوې کوي. د سیګنیفیکانځ نیو د دواړو ردوني ورشو په برابر ډول وېشل کیري. د داسې یوه ازماښت یا تست سره سړی د یوه دوه اړخیز تست څخه غږیري.

شمیرنه:

صفر هیوپوتیز H_0 : $p = \frac{1}{6}$ د سیګنیفیکانځ نیو $\alpha \leq 5\%$

دټا:

$$n = 600; p = \frac{1}{6}; \mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 9,129 > 3$$

یوه دوه اړخیزه هیپوټیز دې راورل شي، ځکه چې یو کوچنی تعداد، لکه لوی تعداد شپږ هم د H_0 په ضد خبرې کوي.

د یوه سیګنیفیکانټیو سره لاندې انتورالونه تر څیرني نیول کېږي:

$$\underbrace{\{ \quad 2,5\% \quad \}}_{\text{Ablehnungsbereich für } H_0} \{ \quad 95\% \quad \} \underbrace{\{ \quad 2,5\% \quad \}}_{\text{Ablehnungsbereich für } H_0}$$

د H_0 ' رده ونې ورشو د H_0 ' رده ونې ورشو

له دې سره دی یا کېږي:

$$\mu - 1,96 \cdot \sigma = 100 - 1,96 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 82,1$$

د H_0 لپاره د منلو یا قبلولو لاندې پوله.

$$\text{und } \mu + 1,96 \cdot \sigma = 100 + 1,96 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 117,9$$

د H_0 لپاره د قبلولو لپاره پورته پوله باور لري:

د H_0 لپاره د قبلولو ورشو: $\{ 82 \dots 118 \}$

د H_0 لپاره دردوني ورشو: $\{ 0 \dots 81 \} \cup \{ 119 \dots 600 \}$

د ردوني ورشو ازمايو، داسې چې باور لري:

$$P(0 \leq X \leq 81) + P(119 \leq X \leq 600) \leq \alpha = 5\%$$

$$\{ 0 \dots 81 \} \{ 82 \dots 100 \dots 118 \} \{ 119 \dots 600 \}$$

$$P(0 \leq X \leq 81) + P(119 \leq X \leq 600) = 1 - P(82 \leq X \leq 118)$$

$$P(82 \leq X \leq 118) \Rightarrow r = 18,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{18,5}{\sqrt{\frac{500}{6}}} \approx 2,03 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(82 \leq X \leq 118) \approx 0,958$$

$$\Rightarrow P(0 \leq X \leq 81) + P(119 \leq X \leq 600) \approx 1 - 0,911 = 0,042$$

ارزونه: که د 600 واره د سترګي غورځول سره د په نخښه شوو شپږو تعداد د H_0 ($\{0 \dots 81\} \cup \{119 \dots 600\}$) د ردونې ورشو کې ولويږي، نو H_0 دې رده شي او H_1 دې قبوله يا ومنل شي. دا به په دې معنا وي، چې غورځونه يا سترګی دې په ريښتوني کم شپږ ورکوي، لکه چې دا بايد وی.

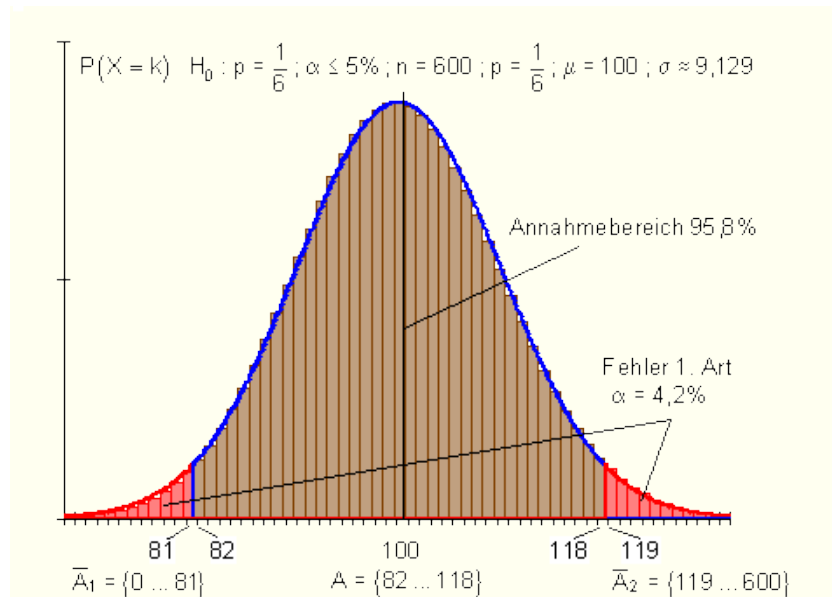
ممکن دا به غلط (د تګی لپاره جوړ شوی) شوی وي.

که د H_0 هیپوټیز د ازماښت نتیجه په بنسټ رد شوي وي، نو دا د نږدې 4,2% شمیرل شوي سیګنفيکانڅ نیو يا اشتباهي احتمالوالی (یوه ناتیګاوي يا اشتباه پېښیږي. دا د لومړي ډول ناتیګاوی دی او په دې معنا دی:

د دې لپاره احتمالوالی، چې H_0 هیپوټیز د ازماښت نتیجه په بنسټ رد شو سره له دې چې دا ټیک ده، دا نږدې 4,2% ده.

په بل ډول ویلي يا افاده شوي: د 4,2% احتمالوالي سره سړی نیسي يا فرضوي، چې سترګی تګی ته جوړ شوی دی، سره له دې چې دا ټیک يا روغ دی.

ګرافیکي انځورونه: په ګراف کې د ننه: د نیوني ورشو، د لومړي ډول ناتیګاوي



د اشتباه راوړنه يا —څيرنه

له لومړي حالت څخه تر دريم حالت پورې ښايي، چې دا هر جوړښت شوی قضاوت کيدی شي ناتيک وي.

لومړی ډول:

داپه حقيقت کې د لاپلاس غورځونی يا سترگی (-مکعب) دی، مگر دا چې د ازماښت توکلي نتيجه په H_0 د ردوني په ورشو کې پرته وي، نو H_0 د ناتيکاوې په ډول يا په غلط ډول ردیږي.

لنډ: ريښتوني هيوپوتيزې ردیږي.

دويم ډول ناتيکاوې:

داپه حقيقت کې د لاپلاس غورځونی يا سترگی (-مکعب) نه دی، مگر دا چې د ازماښت توکلي نتيجه د H_0 د منلو يا قبلولو په ورشو کې پرته وي، نو H_0 د ناتيکاوې په ډول يا په غلط ډول منل يا قبلول کيږي.

د دويم ډول ناتيکاوې کيدی شي فقط هلته وشميرل شي، که سړی په ناتيکه يا غلطه ډول يو ناتيک يا غلط شوی سترگی (-مکعب) سره يو يو ټاکلی احتمالوال د يوه شپږ لپاره قبلول کړي او يا سړی هغه پوهیږي.

يوه حالتبيلگه به دا پېپوهوړ ډول اسانه کړي.

حالت بيلگه:

په کلني جشن کې يو ه لوبه ،، هر شپږ گټي،، بلل کيږي.

يو د پخوا وخت همکار پوليس ته ځي او ثبوتوي يا غواړي وښايی، شپږ فقط د د يوه $p = 0,13$ احتمالوالي سره رمنځ ته کيږي يا لويږي. دا د پولی څخه ټاکل شوی هيټ سپين گل له مخه چرت وهي ، چې دی دې حالت ته څنگه ننوتل غواړي.

هغه د خپل ښوونځي وخت څخه پوهیږي، چې غورځونی يا سترگی يوه توکلي تجربه ده. دا په دې هم پوهیږي، چې د يوه لاپلاس سترگي سره مخ ته راتلی شي، چې له شپږو غورځونو زياتو کې هم شپږ کيدی شي را ونه ووځي، د دې لپاره چې ستاتيستيکي د

شپږ لپاره احتمالوال د پوره کیدونکي ټيکاوې لپاره پيدا کړي، بايد په ډېرو زرهاو تجربې وکړي. دا چې دی د خپل تقاوات تر وخته پورې له دې حالت سره ځان نه شي مصروفولی، دی ۶۰۰ تجربې غواړي وکړي او له نتيجې څخه يوه پای لاس ته راوړنه باندې پرېکړه وکړي.

دښوونځي دوخت د ستونبناستیک – موادو له لیده، د پرېکړې پيدا کونې لپاره پرېکړه يا فيصله کوي یو هیوپوتیز ازماېنت ته وده ورکړي يا منځ ته راولي.

$$H_0: p \geq \frac{1}{6} \quad (\text{صفر هیوپوتیز}), \quad H_1: p < \frac{1}{6} \quad (\text{الترناتیو هیوپوتیز}) \quad \text{هیوپوتیزې د}$$

H_0 دې په یوه د 5% سیګنیفیکانځنیو (د اشتباه احتمالوالی) وازماېل شي.

دا همغه با برابر ازماېنت دی، لکه په دویم حالت کې چې تشریح شوی. د $H_0 \{ 85 \dots 600 \}$ منلو يا قبلولو ورشو،

د $H_0 \{ 0 \dots 84 \}$ د رده ولو ورشو د یوه 4,45% اشتباهي احتمالي سره.

د دې لپاره چې کمیسار سپینګل دا د دویم ډول ناتیکاوی وشمیري، نیسي یافرضوي چې د معلوماتو په بنسټ د شپږو د راوتنې لپاره رینسوتی احتمالوالی $p = 0,13$ دی.

دی شمیرنه د وړاندنیزه يا فرضیه سره کوي، چې نتیجه $p = 0,13$ ټیک ده، د H_0 د قبلوني په ورشو کې پریوځي.

شمیرنه:

$$\beta = P_{0,13} (85 \leq X \leq 600) \quad \text{غواړو وشمیرو}$$

$$\text{داتا: } n = 600; p = 0,13; \mu = n \cdot p = 600 \cdot 0,13 = 78$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{78 \cdot 0,87} = \sqrt{67,86} \approx 8,238 > 3$$

د شمیرني لپاره دې سیومتريکي انتروالونه راوړل شي

د سره په پښتو:

د H_0 د نیوني ورشو

$$\{0 \dots 71\} \{72 \dots 78 \dots 84\} \quad \underbrace{\{85 \dots 600\}}_{\text{Annahmebereich von } H_0}$$

$$P_{0,13}(85 \leq X \leq 600) = \frac{1}{2} [1 - P(72 \leq X \leq 84)]$$

$$P(72 \leq X \leq 84) \Rightarrow r = 6,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{6,5}{\sqrt{67,86}} \approx 0,79$$

$$\Rightarrow P(72 \leq X \leq 84) \approx 0,570 \Rightarrow P_{0,13}(85 \leq X \leq 600) \approx \frac{1}{2} [1 - 0,570] = 0,215$$

له دې لاس ته راځي د دويم ډول ناتيکاوۍ $\beta \approx 21,5\%$

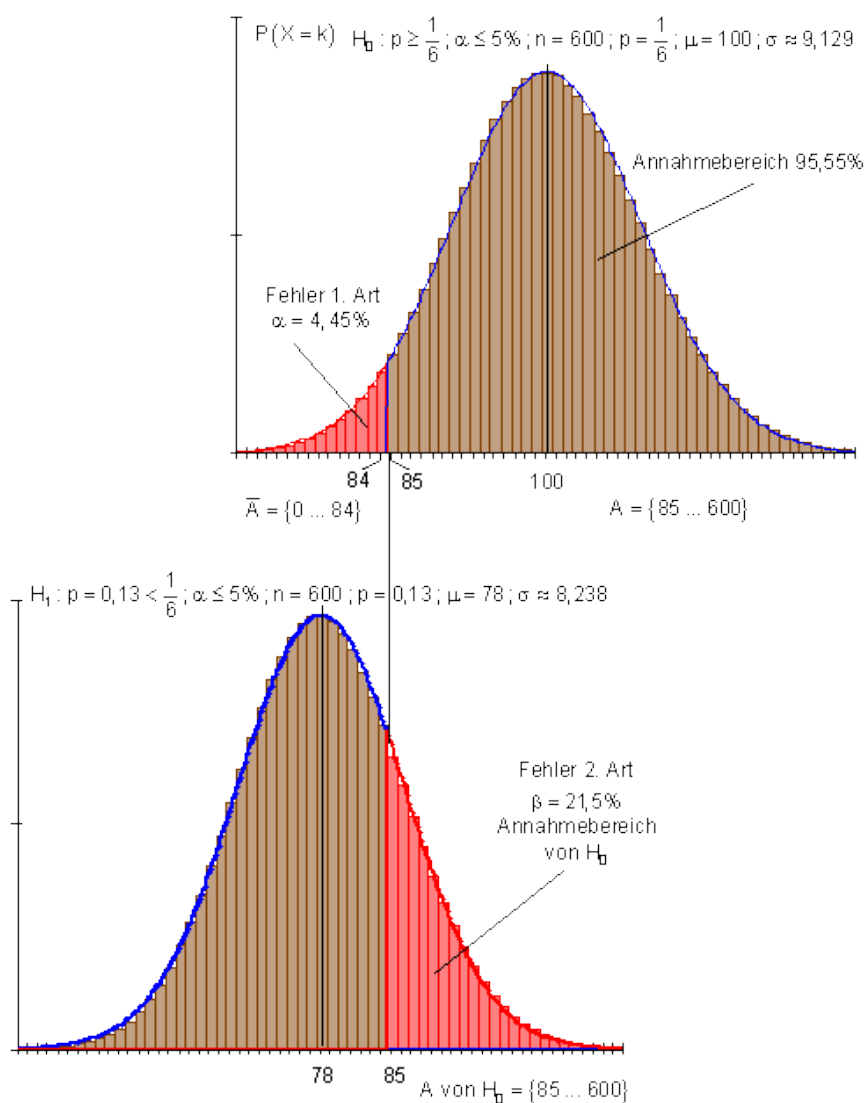
ارزونه:

که د ۶۰۰ غورځونو سره په نڅېنه شوي يا وتلو شپږو سره چې د H_0 د ردونې په ساحه کې پروت دی، کوميسار به په عقیده غلط شوی سترگی (سترگز مکعب) beschlagnahmen د لوبو کلب لرونکی بندي کوي.

اشتباہ چې په دې پرېکړې سره منځ ته راځي، 4,45% ده. هغه سترگی، د کوم سره چې د لاپلاس غورځونیداپېښه ښايي، 4,45% ده. کوميسار دارسک په غاړه اخلي.

داچې بله خوا، که فرضاً دا غورځوونی رښتیا غلط شوی وي، د 21,5% احتمالوالي سره د په نڅېنه شوي شپږ د H_0 د ردېدنې په ورشو کې پرېوځي، کوميسار به دا غلط شوی غورځوونی يا سترگی په دې ډول د 21,5% احتمالوالي سره ونه پېژندل شي.

گرافيکي انځورونه (په گراف کې دننه له پورته کښته لور ته: نيون يا قبلونورشو، لومړی ډول ناتيکاوۍ، دويم ډول ناتيکاوۍ، د نيوني – يا قبلوني ورشو)



د سیگنیفیکانځنیو (اشتباهي احتمالوالی)تغیرونه:

کومیسار برگ یو ورته قرا رداد تر لاسه کوي او ، دا چې د ستونبایتیک څخه کم معلومات لري، د سپین گل معلومات غواړي ورته راولیږل شي.

دا غواړي په ورته توګه مخ ته لاړ شي. مګر د 4,45% اشتباه احتمالوالي یا سیگنیفیکانځنیو ورته ډېره جګه برېښي احتمالوالي سره . دی غواړي د یوه 97,5% اطمینان احتمالوالي سره خپله پرېکړه وکړي.

شميرنه:

H_0 صفر هيپوتيز: $p \geq \frac{1}{6}$ سيگنيفيكانشنيو $\alpha \leq 2,5\%$

داتا: $n = 600$; $p = \frac{1}{6}$; $\mu = n \cdot p = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{100 \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 9,129 > 3$$

يو کين اړخيز هيپوتيز ازمايښت دې صورت ونيسي، ځکه چې يو مناسب شپږ د H_0 په ضد خبرې کوي يا قضوت دی.

د يوه $2,5\%$ سيگنيفيكانشنيو يا اشتبا احتمالي سره لاندې انټروالونه تر څيرني لاندې نيسو.

$$\left\{ \begin{array}{c} 2,5\% \\ \text{Ablehnungsbereich für } H_0 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} 95\% \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} 2,5\% \end{array} \right\}$$

د H_0 لپاره د رده ونې ورشو

$$\mu - 1,96 \cdot \sigma = 100 - 1,96 \cdot \sqrt{\frac{500}{6}} \approx 82,1$$

له دې سره کيږي

د H_0 لپاره د قبلوني ورشو لاندې پوله.

باور لري: د H_0 لپاره د قبلوني ورشو: $\{82 \dots 600\}$

د H_0 لپاره د ردوني ورشو: $\{0 \dots 81\}$

د ازمايلو د ردوني ورشو ده، داسې چې باورلري:

$$P(0 \leq X \leq 81) \leq \alpha = 2,5\%$$

$$\{0 \dots 81\} \{82 \dots 100 \dots 118\} \{119 \dots 600\}$$

$$P(0 \leq X \leq 81) = \frac{1}{2} [1 - P(82 \leq X \leq 118)]$$

$$P(82 \leq X \leq 118) \Rightarrow r = 18,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{18,5}{\sqrt{\frac{500}{6}}} \approx 2,03 \Rightarrow P(82 \leq X \leq 118) \approx 0,958$$

$$\Rightarrow P(0 \leq X \leq 81) \approx \frac{1}{2} [1 - 0,958] = 0,021$$

د دويم ډول ناتيکاوۍ:

$\beta = P_{0,13}(82 \leq X \leq 600)$ ist zu berechnen.

Daten: $n = 600$; $p = 0,13$; $\mu = n \cdot p = 600 \cdot 0,13 = 78$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{78 \cdot 0,87} = \sqrt{67,86} \approx 8,238 > 3$$

$$\beta = P_{0,13}(82 \leq X \leq 600) \text{ شمېرو}$$

داتا:

$$n = 600; p = 0,13; \mu = n \cdot p = 600 \cdot 0,13 = 78$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{78 \cdot 0,87} = \sqrt{67,86} \approx 8,238 > 3$$

د شمېرنې لپاره سيومتريک انټروالونه راوړو

$$\{0 \dots 74\} \{75 \dots 78 \dots 81\} \quad \underbrace{\{82 \dots 600\}}$$

Annahmebereich von H_0

د H_0 د منلو ورشو

$$P_{0,13}(82 \leq X \leq 600) = \frac{1}{2} [1 - P(75 \leq X \leq 81)]$$

$$P(75 \leq X \leq 81) \Rightarrow r = 3,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{3,5}{\sqrt{67,86}} \approx 0,42$$

$$\Rightarrow P(52 \leq X \leq 81) \approx 0,326 \Rightarrow P_{0,13}(82 \leq X \leq 600) \approx \frac{1}{2} [1 - 0,326] = 0,337$$

لاس ته راځي دويمه ډول ناتيکاوۍ

$$\beta \approx 33,7\%$$

ارزونه:

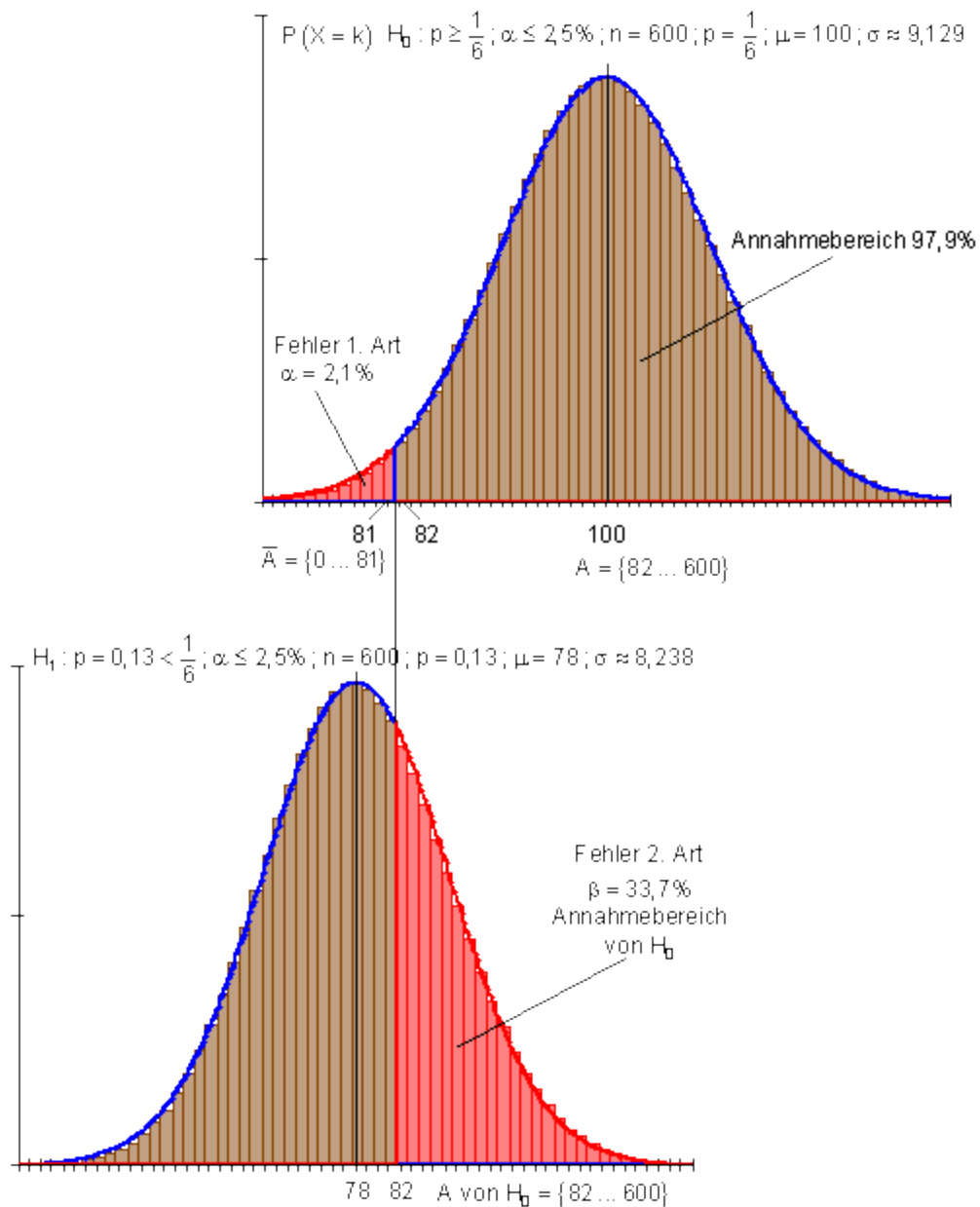
که د ۶۰۰ غورځونو سره په نڅېنه شوي يا وتلو شپږو سره چې د H_0 د ردونې په ساحه کې پروت دی، کوميسار برگ په عقیده به د غلط شوی سترگی (سترگز مکعب) beschlagnahmen ونیس يا سرکاري کړي (د مال بندول) او د لوبو کلب لرونکی بندي کوي.

اشتباہ چې دې يې په دې پرېکړې کې کوي 2,1% ده. هغه سترگی، د کوم سره چې د لاپلاس غورځونۍ يا سترگيز مکعب داپېينه بنایي، 2,1% ده. کوميسار دارسک په غاړه اخلي.

داچې بله خوا، که فرضاً دا غورځونۍ رېښتيا غلط شوی وي، د 33,7% احتمالوالي سره د په نڅېنه شوي شپږ د H_0 د ردېدنې په ورشو کې پرېوځي، کوميسار به دا غلط شوی غورځونۍ يا سترگی په دې ډول د 21,5% احتمالوالي سره ونه مني يا په رسميت ونه پيژني.

گرافیکي انځورونه: په څيره کې د الماني پښتو: نون-يا فقضييه ورشو

پسې څيره کې . دويمه ډول ناتيکاوۍ، نيونورشو.



نتیجه یا لاسته راورنه:

خطر، چي د چټکي پریکړې له لارې، چي د په ناحبه نیولو له لارې خپل نوم بدنه کړي
د برگ کم دی نسبت و سپینگل ته.

د اطمینان لپاره یې قیمت د دویم ډول نایټیکوای ډېر لوی دی، دا پېدې معنا چې غلط سترګې مکعبونه کم د غلطو په حیث پیژندل کیږي.

د چاپیریال احتمالي شمیرنه:

د یو څو بیلګو سره دې وښول شي، چې د نورمال وېشل شوي جدول سره څنګه کار کیږي. په پام کې د نیول شوی وي، چې په z پورې اړوند ارزښت تل و انتظار ارزښت μ ته سیمتریک پروت دی.

انټروال و انتظار ارزښت ته سویمتریک پروت دی:

یو n -پورریز برنولي-تجربه دې د $n = 500$ او $p = 0,33$ سره ورکړ شوې وي.

په انټروال $[150 ; 180]$ کې د بریو د تعداد لپاره احتمالي غواړو وټاکو.

$$n = 500 \quad p = 0,33 \Rightarrow \mu = 500 \cdot 0,33 = 165$$

$$n = 500 \quad p = 0,33 \Rightarrow \begin{aligned} \mu &= n \cdot p = 500 \cdot 0,33 = 165 \\ \sigma &= \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{165 \cdot 0,67} = \sqrt{110,55} \approx 10,514 > 3 \end{aligned}$$

$$P(150 \leq X \leq 180) = P(149,5 \leq X \leq 180,5)^*$$

لاس ته راځي: وړانګه په غزول شوي ارزښت $r = \mu - 149,5 = 165 - 149,5 = 15,5$

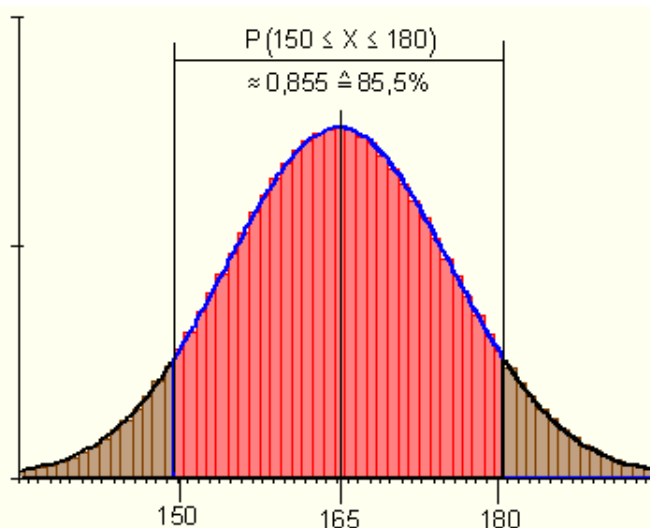
$$\frac{r}{\sigma} = z = \frac{15,5}{\sqrt{110,55}} \approx 1,474 \Rightarrow r = z \cdot \sigma \approx 1,474 \cdot \sigma$$

$$P(150 \leq X \leq 180) = P(\mu - z \cdot \sigma \leq X \leq \mu + z \cdot \sigma) = P(\mu - 1,474 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 1,474 \cdot \sigma)$$

$z = 1,474$ لاس ته راځي جدول ارزښت: 0,858

$$P(150 \leq X \leq 180) \approx 0,858 \quad (85,8\%)$$

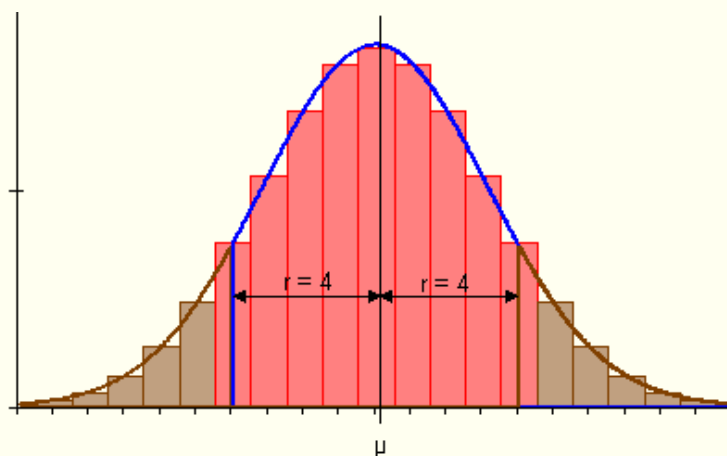
په انټروال $[150 ; 180]$ کې د بریو د تعداد لپاره احتمالي نږدې 85,8% دی



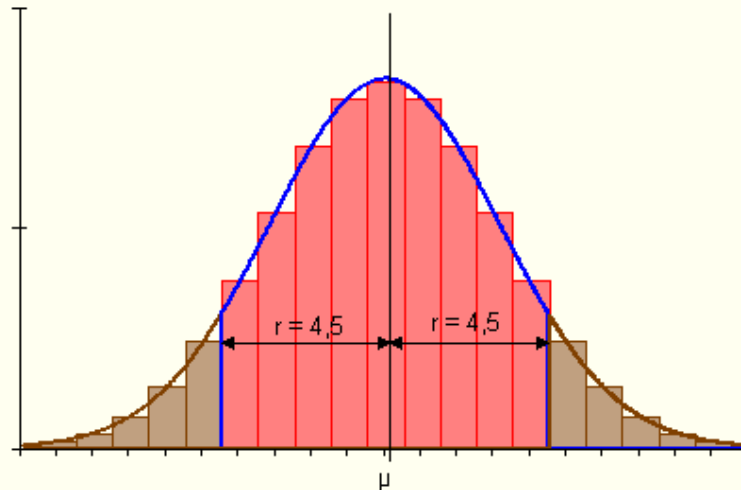
ولي دي د انټروال پولي هره يوه په 0,5 لويه شي، كه د نورمالوېشنې د جدول ارزښت سره د انټروال احتمالي ټاكل كيږي؟

Bei $P(150 \leq X \leq 180) = P(149,5 \leq X \leq 180,5)$ war das der Fall.

سړی کړی شي د استعمال شوي جدول داتا وړانګه $r = 165 - 150 = 15$ په نورمالوېشنه وټاکلی شي، نو دا به په 0,5 ډېر کوچنی وي. د $k = 150$ همداسې $k = 180$ د مټي يا سنتي فقط نيمه سطحه په پام کي نيول كيږي. لاندې گرافیک دي دا روښانه کړي.



ټاکل شوي وړانګه $r = 4$ ډېره کوچنۍ ده. دا د انتظار ارزښت په هر اړخ نیمه سطحه کمه په پام کې نیسي، داسې چې ټاکلې چاپیریال پوره نه شي رانیول کېدی.



ټاکل شوي وړانګه $r = 4$ ډېره دی. دا د انتظار ارزښت په هر اړخ نیمه سطحه کمه په پام کې نیسي، داسې چې ټاکلې چاپیریال پوره رانیول کېدی.

د انتظار ارزښت % - چاپیریال

د $n = 550$ او $p = 0,36$ لپاره د انتظار ارزښت 90%-چاپیریال وټاکئ.

$$\begin{aligned} n &= 550 & \mu &= n \cdot p = 550 \cdot 0,36 = 198 \\ p &= 0,36 & \Rightarrow \sigma &= \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{198 \cdot 0,64} = \sqrt{126,72} \approx 11,257 > 3 \\ P(\mu - z \cdot \sigma &\leq X \leq \mu + z \cdot \sigma) &= 0,90 \end{aligned}$$

د $P=0,90$ لپاره د z -ارزښت اړوند له محور څخه لوستل کېږي

$Z=1,64$ له دې لاس ته راځي، چې چاپیریال وړانګه ده:

$$r = z \cdot \sigma \approx 1,64 \cdot \sqrt{126,72} \approx 18,46$$

$$\mu - z \cdot \sigma = 198 - 18,46 = 179,54 \approx 180$$

$$\mu + z \cdot \sigma = 198 + 18,46 = 216,46 \approx 216$$

انټررال باید انتظار ارزښت $\mu = 198$ ته سیومتريک پروت وي.

موږ ٿا ڪو: $P(180 \leq X \leq 216)$

دا بايد و ازمائيل شي، ڇي ايا انتروال $\{180 \dots 198 \dots 216\}$ دا (90%) غوڻڻتي پوره ڪوي

$$P(180 \leq X \leq 216) = P(179,5 \leq X \leq 216,5)$$

$$r = 18,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{18,5}{11,257} \Rightarrow r \approx 1,64 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,1,64$$

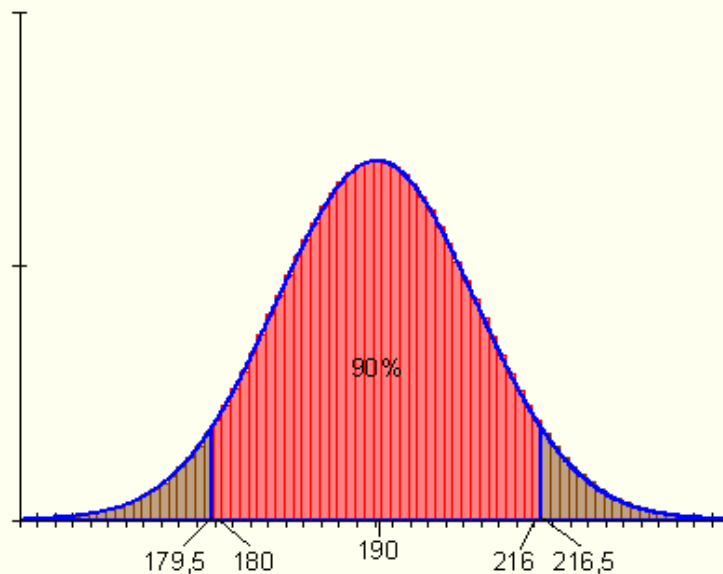
$$P(180 \leq X \leq 216) \approx 0,899$$

دا اڀرونده د $-z$ — ارزڻست د $p=0,90$ لپاره له جدول څخه لوستل ڪيڏي شي

له دي لاس ته را ځي دد چاپييالورانه

انتروال انتظار ارزڻست ته سيومتريک پروت دي

په انتروال $[180 ; 216]$ ڪي دبرياو د تعداد احتمالوالی 90% دي.



له چاپييال دباندې انتروالونه:

n - ځایز د برنولي تجربه ورکړ شوې ده. غواړو په انتظار ارزښت د چاپیریالونو دبانودې د نتیجو لپاره احتمالي غواړو پیدا کړو.

الف- $p = 0,56$ $n = 300$ وټاکي $P(X < 162)$

ب - $p = \frac{1}{3}$ $n = 240$ وټاکي $P(X > 80)$

و الف ته -

$$\begin{aligned} n &= 300 & \mu &= n \cdot p = 300 \cdot 0,56 = 168 \\ p &= 0,56 & \Rightarrow \sigma &= \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{168 \cdot 0,44} = \sqrt{73,92} \approx 8,598 > 3 \end{aligned}$$

د انټروال $[0 ; 161]$ لپاره احتمالي غواړو وټاکو. د جدول څخه کیدی شي فقط د انتظار ارزښت ته سیومتريک انټروال احتمالي ولوستل شي، دا ارزښت 162 [174 ... 168 لري. په دې پسې تړلی انټروال لاس ته راځي، کوم چې د سیومتريک دلایلو له امله برابره لویه لري لکه یې چې $[0 ; 161]$ لري.

لاندې ایشونه باور لري: $\{ 175 \dots \{ 162 \dots 168 \dots 174 \} \{ 0 \dots 161 \}$ [300]]

$$P(X < 162) = P(X \leq 161) = \frac{1}{2} [1 - P(161,5 \leq X \leq 174,5)]$$

$$\text{Radius: } r = 168 - 161,5 = 6,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{6,5}{\sqrt{73,92}} \approx 0,756 \Rightarrow r \approx 0,756 \cdot \sigma$$

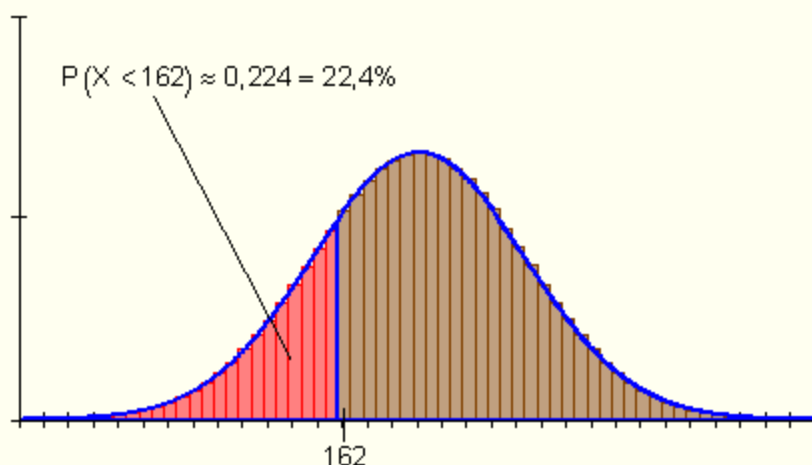
mit $z \approx 0,76$ wird

$$P(161,5 \leq X \leq 174,5) = P(\mu - z \cdot \sigma \leq X \leq \mu + z \cdot \sigma) \approx 0,553$$

und damit wird

$$P(X < 162) \approx \frac{1}{2} [1 - 0,553] = \frac{1}{2} \cdot 0,447 = \underline{\underline{0,2235}}$$

له 162 څخه لږ بریاو لپاره احتمالي 22,4% دی.



و ب ته-

$$n = 240 \quad \mu = n \cdot p = 240 \cdot \frac{1}{3} = 80$$

$$p = \frac{1}{3} \Rightarrow \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{80 \cdot \frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{160}{3}} \approx 7,303 > 3$$

$$[0; 79][79,5; 80,5][81; 240]$$

$$P(X > 80) = \frac{1}{2} [1 - P(79,5 \leq X \leq 80,5)]$$

$$\text{Radius : } r = 80 - 79,5 = 0,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{0,5}{\sqrt{\frac{160}{3}}} \approx 0,068 \Rightarrow r \approx 0,07 \cdot \sigma$$

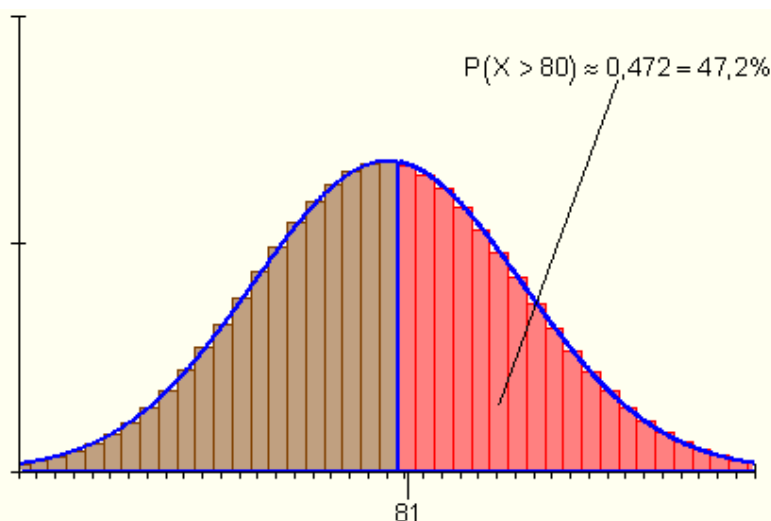
mit $z \approx 0,07$ wird

$$P(79,5 \leq X \leq 80,5) = P(\mu - z \cdot \sigma \leq X \leq \mu + z \cdot \sigma) \approx 0,056$$

und damit wird

$$P(X > 80) \approx 0,5 \cdot (1 - 0,056) = 0,5 \cdot 0,944 \approx \underline{\underline{0,472}}$$

له 80خه دېرو برياو لپاره احتمالوالی 47,2% دی.



Asymmetrische Umgebungen **اسیموتریک چاپیریال**

د انتظار ارزښت د یوه نه سیموتریک انټروال احتمالوالی وټاکي.

$$P(89 \leq X \leq 104) \quad n = 180 \quad p = 0,55 \quad \text{وټاکي}$$

$$[\{89 \dots 93\} \{94 \dots 99 \dots 104\} \{105 \dots 109\}]$$

$$P(89 \leq X \leq 104) = \frac{1}{2} [P(89 \leq X \leq 109) + P(94 \leq X \leq 104)] \quad \text{ایښوونه}$$

$$\begin{aligned} n &= 180 & \mu &= n \cdot p = 180 \cdot 0,55 = 99 \\ p &= 0,55 & \Rightarrow & \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{99 \cdot 0,45} = \sqrt{44,55} \approx 6,675 > 3 \end{aligned}$$

$$P(89 \leq X \leq 109) = P(88,5 \leq X \leq 109,5)$$

$$r = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{10,5}{6,675} \approx 1,57 \Rightarrow r \approx 1,57 \cdot \sigma$$

$$P(89 \leq X \leq 109) \approx 0,884$$

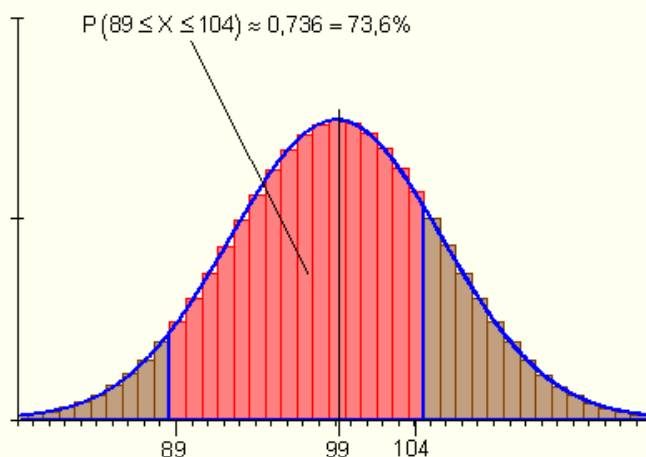
$$P(94 \leq X \leq 104) = P(93,5 \leq X \leq 104,5)$$

$$r = 5,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = z = \frac{5,5}{6,675} \approx 0,82 \Rightarrow r \approx 0,82 \cdot \sigma$$

$$P(94 \leq X \leq 104) \approx 0,588$$

$$P(89 \leq X \leq 104) = \frac{1}{2}[0,884 + 0,588] = 0,736$$

په انټروال $[89 ; 104]$ کې بریاوې نږدې $73,6\%$ دي.



اووه لسم – هیپوتیزی ازماښت ته بنسټونه

پیلونه:

څوک چې پرېکړه کوي، زیات وخت له هغې وروسته پوهیږي چې ایا پرېکړه یې ټیټک وه. نا اطمینان، چې پرېکړه وکړي، تل یو د ناتیټکاوې احتمالی لري. د هیپوتیز ازماښت تل موږ ته دیوه بدیل یا الترناټیو پرېکړې لپاره یوه لار ښایي. موږ خپلې پرېکړې په هغه بنسټ کوو، چې موږ څه ټیټک گڼو. دا موږ صفر هیپوتیز H_0 بولو. یوه الترناټیو پرېکړه الترناټیو هیپوتیز بولو.

د هیپوتیزو ازماښت تل یوه تلنلار ده یا کونه ده، چې سړی یې په زیاتو پلونو یا قدمونو وېشلی شي:

- د صفر هیپوتیز H_0 او د الترناټیو یا بدیلی هیپوتیز H_1 فرمول بندي کونه.

- د سگنیفیکیشن نیوو Signifikanzniveaus کره کونه.
- د صفر هیپوتیز د نیوني - او رده ونې ورشو.
- د توکلي ازماېني روستنه.
- د ازماېنت پرېکړه کونه او د هغې انترپریټیشن یا تشریح:
- که د راوستن ازماېنت یا توکلي ازماېنت د نیوني ورشو کې پروت وي، نو H_0 نیول کیږي، پرته له دې ردیږي.
- د هیپوتیز د ټیک نیولو یا خا په خای کولو لپاره یو څو بیلګې شتون لري:
- څه چې بنول یا ثبوتول غواړم، په الترناټیو هیپوتیز پورې اړه لري
- دا د مساوي یا برابر نڅېنه تل په صفر هیپوتیز پورې اړه لري
- د صفر هیپوتیز په لیکنه یا خای په خای کونه کېسړی له دې مخ ته ځي، چې،، ټول زاړه په زاړه پاتیري، هیڅ تغرنه دی خوړلی،،
- د صفر هیپوتیز نیونه مو تل د الترناټیو هیپوتیز رده ونې ته لارښودوي، مګر دې لپاره ثبوت نه دی چې د صفر هیپوتیز دې ټیک وي.
- د صفر هیپوتیز رده ونه مو د الترناټیو هیپوتیز نیوني ته بیایي یا لارښودوي.
- بیلګه ۱: په اړنیو لسو کالونو کې د یوه مسلکي ښوونځي زده کوونکو پوښتنې ورکړه، چې د 10% پوښتل شوو زده کوونکي د کافیتريا د مړئ سره خوښ نه وو. داسې گومان کیږي چې د سمستر جریان کې نا خوښي حتی زیاته شوې ده. د کافیتريا ټیم نو اوس دې پرېکړې ته اړین دی چې د مړئ ښه کولو ته باید ملا راوتړي. د دې لپاره چې پرېکړه وکړی شي، نو د 100 زده کوونکو څخه پوښته کوي.
- الف- که د مړئ سره له لسو زیات زده کوونکي ناخوښ وي، نو باید مړئ ښه شي. په لومړئ پوښتنه کې ۱۲ زده کوونکي د کفتریا د مړئ سره ناخوښي څرګنده وي.
- ب - د مفریا ټیم د راوستن پوښتنې توکلیوالي څخه شعوري دي یا بوهیږي او په دویمه پوښتنه کې ۱۰۰ زده کوونکي بیا پوښتي. په دې حالت کې ټیم په 95% اطمینان سره د پوښتننې سره خوښ دي. او ۱۳ زده کوونکي د مړئ سره ناخوښي څرګنده وي.

دا ټیم به په دواړو حالتونو کې څنگه پرېکړه وکړي؟

پرېکړه باید د هیپوټیزې ازمایښت له لارې پیدا شي.

د ښوولو دی $p > 0,1$.

دایه دې معنا: د ټولو 10% څخه زیات زده کوونکي د مړی سره ناخوښ دي.

له دې سره د صفر – او بدیل هیپوټیز کره دي.

$$H_0: p \leq 0,1 \text{ und } H_1: p > 0,1 \text{ او } H_0: p \leq 0,1 \text{ und } H_1: p > 0,1$$

الف- هیپوټیز ازمایل کيږي. دا نیول کيږي یا همداسې سائل کيږي، که د زده کوونکو تعداد یا گڼون په نیونورشو (نیول شوي ورشو) او دا وسائل شي، که د زده کوونکو تعداد په ریډونکي ورشو کې پروت وي.

$$\begin{array}{ll} H_0: p \leq 0,1 & \text{Annahmebereich} \quad A: \{0,1,\dots,10\} \\ & \text{Ablehnungsbereich} \quad \bar{A}: \{11,12,\dots,100\} \end{array}$$

په لومړي ازمایښت کې 12 د زده کوونکو د مړی سره خوښي ښايي،

په لومړي ازمایښت کې ۱۲ زده کوونکو وویل، چې له مړی سره خوښ نه دي.

د H_0 - هیپوټیز له دې سره رد شوه، مگر دا کیدی شي د نمونه ازمایښت د توکلیوالي سره ممکن ناتیګ وي، که د ناخوښو ریښتوني برخه په بنسټیوالي کې (د مسلکي ښوونځي د ټول زده کوونکو ډېری یا ست) په ریښتوني یا حقیقت کې 10% وي. سړی په دې د H_0 - هیپوټیز رده ولو کې د ممکنه احتمالوالي سره اشتباه کوي.

دا ناتیګاوی یا اغلطي، چې د ازمایښت اشتباه احتمالوالی هم بلل کيږي، د رده شوو- احتمالوالي څخه شمیرل کيږي.

$$P(X \geq 11) = 1 - P(X \leq 10) \approx 1 - 0,583 = 0,417 \quad (\text{siehe Tabelle 1}).$$

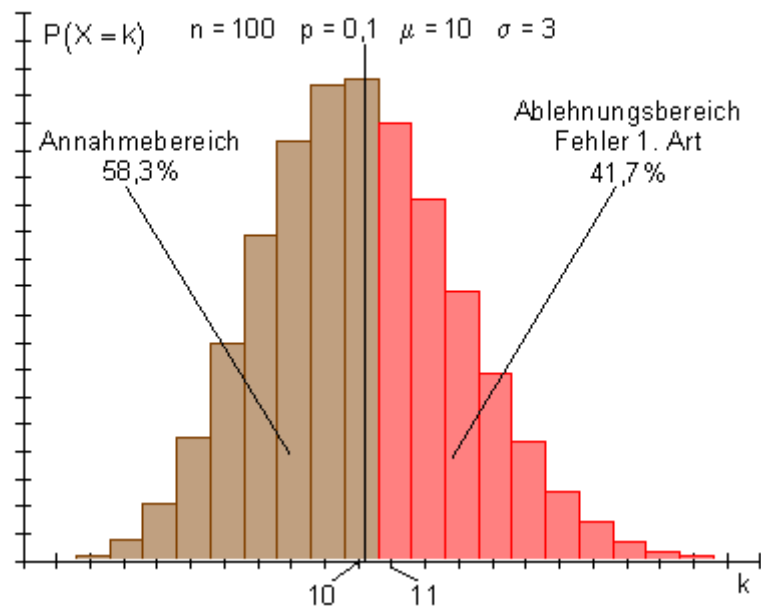
دایه دې معنا، چې لو تر لږه ۱۱ زده کوونکي د غزا سره ناخوښ دي.

نو سړی باید ووايي: ،، د نیونې له مخې، چې په ریښتوني د ټول زده کونکو 10% ناخوښ دي، د ورکړ شوو پوښتنو سره د یوه څه نا څه 41,7% احتمالوالي سره یوې داسې نتیجې ته رسیږي او له دې سره د صفر هیوپوتیز یوې ناتیکی رده ونې ته،.

یو وېشنتابع یا پاشل – یا خورونتابع دې دا روښانه یا واضح کړي:

ښی: د رده ونې ورشو ، کین: د منلو یا قبلولو ورشو

لومړی ډول ناتیکاوی



ب – د دویم ازماښت سره یو د 5% ناتیکاوي باندې قانع کړي (د 95% تضمین).

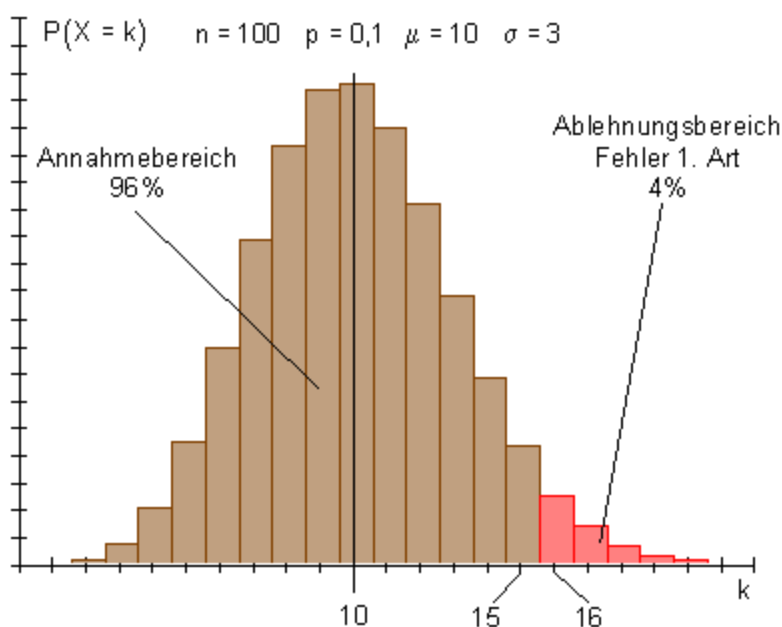
له دې سره د نیونې- یا قبلونې- او رده ونې ورشو تغیر خوري.

د منلو قبلولو ورشو لویوالي سره، د رده ولو یا نه قبلولو ورشو یا ساحه لویږي. دا چې د ۱۳ نا خوښ زده کونکو سره په نوي قبلونې ورشو کې راځي، د صفر هیوپوتیز نیول – یا قبول کړي. د کفیتیا تیم دلیل نه ویني، چې غذا یا مړی ښه کړي. ټیک هلته که ۱۵ زده کونکي د غذا یا مړی سره ناخوښ وی، کیدی شوی، چې صفر هیوپوتیز رد یا ناقبوله شي، الترناټیو یا بدیلی هیوپوتیز قبوله شي یا ومنل شي او غذا ښه شي.

یو د وېشنې تابع به دا روښانه یا واضح کړي.

د الماني بنۍ: د رده ونې ورشو ، کین: د منلو یا قبولولو ورشو

لومړی ډول نائیکاوۍ



په یوه ازماېښت کې چې څه نائیکاوې ته اجازه ورکړ شي، اشتباهي احتمالوالی بلل کيږي. دا د قانون یا لار سره سم د تصادفي تجربې د مخه کره کيږي. له دې سره 1% او 5% عادي یا ورسره بلد ارزښتونه دي. دا د H_0 -هیپوټیز د اشتباهي رده ونې هغه خورا لوی احتمالوالی دی.

اشتباهي رده ونې ته سړی سیګنیکانس نیو Signifikanzniveau (انګریزي: $\text{significanceniveau}$) هم وايي.

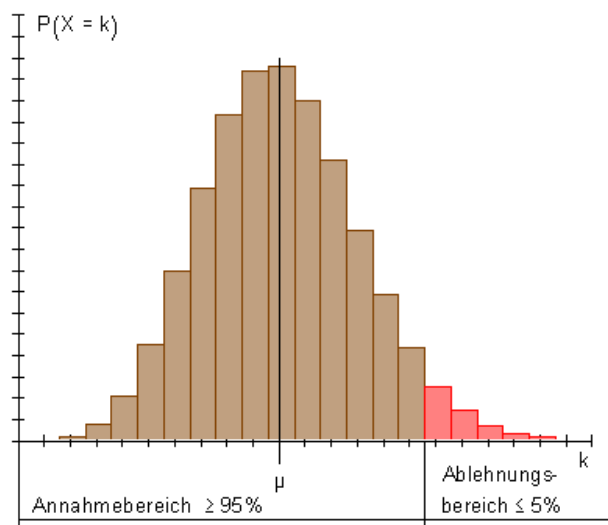
جدول ۱: کومولیر شوی د بینوم وېشنه د $n=100$ او $p=0.1$ لپاره.

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
0	0,000	4	0,024	8	0,321	12	0,802
1	0,000	5	0,058	9	0,451	13	0,876
2	0,002	6	0,117	10	0,583	14	0,927
3	0,008	7	0,206	11	0,703	15	0,960

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
16	0,979	20	0,999
17	0,990	21	1,000
18	0,995	22	1,000
19	0,998	23	1,000

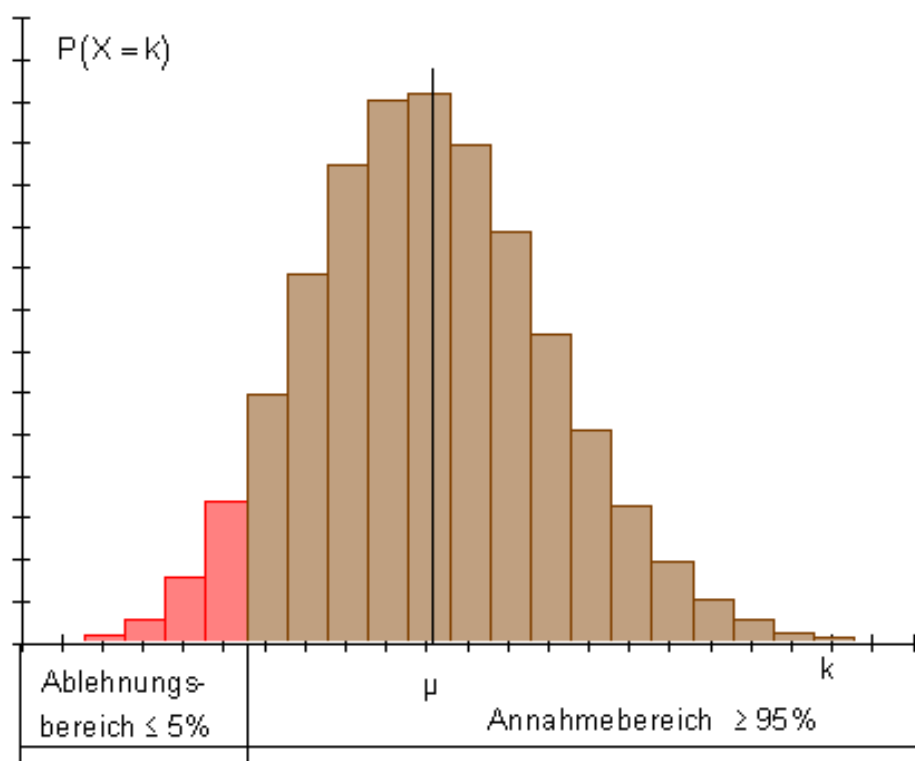
یو ازمایښت، د کوم سره چې د رده ونې ورشو پورته لور ته، یعنې د انتظار ارزښت ښي لور ته پرته وي، ښي لوریز هیپوټیز ازمایښت بلل کیږي. ډېرواره دا تلنلار هلته کارول کیږي، چې بدیل هیپوټیز $H_1: p > a$ وي، او $H_0: p \leq a$ ازمایل کیږي. دا چې د بینومیالوېشنه یوه دیسکریټ وېشنه انځوروي زیات وخت نه توانیږو، د رده ولو ساحه داسې وټاکلې شو، چې اښاه احتمالوالی ټیټک هغه د مخه ورکړ شوي ارزښت په گوته کوي. دا باید نه د غوښتونې ارزښت پورته لور ته پروت نه وي.

ښی لوریز هیپوټیز - ازمایښت



په یوه ازماښت کې، په کوم کې چې د رده ولو ورشو کښته لور ته، یعنې د انتظار ارزښت مین لور ته پرته وي، کين هیپوتیز ازماښت بلل کیږي. زیات واره دا تلنار هلته استعمالیږي، چې بدیل هیپوتیز $H_1: p < a$ وي، او $H_1: p \geq a$ ازماښل کیږي.

کين اړخیز هیپوتیز - ازماښت



د هیپوتیزو په ازماښت کې نائیکاوې:

پرېکړه، چې د ازماښت په نتیجه کې (ازماښت، ټولپوښتنې، ...) کیدی شي نائیک وي.

ازماښت کونکې هیپوتیز H_0 (زیات له زیاته 10% زده کوونکي د غذا یا مړی سره ناخوښ دي) کیدی شي رښتیا یا نارښتیا (نائیک) وي.

سری د ناتیځکاوې (غلطی) دوه ډولونه سره توپیروي:

د لومړي ډول ناتیځکاوې (غلطی): د صفر هیوپوتیزې غورځول کيږي یا ردیږي، سره له دې چې ټیک ده.

د دویم ډول ناتیځکاوې:

د صفر هیوپوتیزې قبلیري، سره له دې چې دا ناتیځ ده.

د دویم ډول ناتیځکاوې کیدې شي فقط وشمیرل شي، که سری د بدیلې یا الترناټیو هیوپوتیزې لپاره یو بل احتمالوالي، لکه د H_0 لپاره ونیسي یا قبول کړي.

دویمه بیلکه (بدیلې یا الترناټیو تست (ازماښت))

یو د کوچنیانو بازار کوچنیانو استعمال (د دویم لاس یازره) د کوچنیانو بوتان خرڅوي. نږدې 60% بوتان به له هغې او دغې په یوه ټیک حالت کې دي. داپاتې یې داسې لږ زیانمن دي. یو نوی راوړونکی یا خرڅونکی (ستر دوکاندار) ثبوتوي یا غواړي وښايي، چې دی استعمال بوتان راوړي، چې نږدې 80% په ښه حالت کې وي. دا اخستونکی دوکاندار غواړي، چې په استلو کې ناتیځ. یا غلطه پرېکړه ونه کړي او غواړي د راوړونکي ثبوت یا غوښتنه وازمائي. د دې لپاره دی نږدې 20 جوړې د کوچنیانو بوتان د خرڅونکي له زخیري څخه راباسي، لومړی حالت: نیسو، چې د راوړونکي غوښتنه یا ثبوت ټیک یا رښتیا دی، دا په دې معنا، چې د روغو بوتانو لپاره احتمالوالس $p = 0,8$ دی.

دوکاندار د د راوړونکي وینا په شک کې گڼي، دا له $p < 0,8$ څخه مخ ته ځي.

دی لاندې هیوپوتیز غوره کوي:

صفر هیوپوتیز H_0 : $p \geq 0,8$ او بدیلې هیوپوتیز H_1 : $p < 0,8$

د $n = 20$ جوړه بوتانو یوه ازماښت سره سری د ټیک

$$\mu = n \cdot p = 20 \cdot 0,8 = 16$$

د جوړو یا سمو جوړو بوتانو انتظار باسي.

که لږ تر لږه ۱۶ جوړې بوتان ټيک وي، نو دا د راوړنکي ثبوت يا غوښتنه په ګوته کوي، نو بيا دې H_0 ومنل شي. توکلي چې ۱۶ جوړو لږ بوتان ټيک وي، سره له دې چې $p = 0,8$ دی. صفرهيوپوتيز دې رد شي، که له ۱۶ بوتانو لږ ټيک وي.

د کوم احتمالي سره دا حالت لرو؟

$$P(X \leq 15) = 0,370 \quad (\text{Siehe Tabelle 3}).$$

د يوه 37% احتمالي سره کيدی شي مخ ته راشي، چې په يوه ازماښت کې، له ۱۶ کمې جوړې بوتان جوړ وي، سره له دې چې د بوتانو 80% روغ يا جوړ دي. سړی کړی شي د 37% يوه احتمالي څخه اشباهاً صفرهيوپوتيزې رد کړي.

دويم حالت:

نيسو، چې د بوټراوړونکي بوتان 60% ټيک او جوړ روغ دي. د دې نيونې يا فرضيې سره لاندې هيوپوتيز ترتيبي:

$$\text{صفرهيوپوتيز } H_0 : p \leq 0,6 \text{ او الترنايو يا بديل هيوپوتيز } H_1 : p > 0,6$$

د $n = 20$ جوړه بوتانو ازماښت سره سړی انتظار باسي، چې

$$\mu = n \cdot p = 20 \cdot 0,6 = 12$$

روغ جوړ دي.

که له ۱۲ جوړو زيات روغ جوړ بوتان وميندل شي، دا دوکاندار د ګومان په ضد وينا وي دي ($p = 0,6$).

توکلي هم کيدی شي چې له ۱۲ جوړو زيات بوتان مخ ته راشي، سره له دې چې $p = 0,6$ دی.

د صفرهيوپوتيز دې رد شي، که له ۱۲ جوړو زيات بوتان ټيک روغ جوړ وي.

د کوم احتمالوالي سره دا حالت ی؟

$$P(X > 12) = P(X \leq 20) - P(X \leq 12) = 1 - 0,584 = 0,416 \quad (\text{siehe Tabelle 2})$$

د یوه 41,6% احتمالوالي سره کیدی شي مخ ته راشي، چې په ازماښت کې له ۱۲ جوړو زیات بوتان روغرمې دي، سره له دې چې فقط 60% بوتان روغرمې دي. سړی به د یوه 41,6% احتمالوالي سره اشتباهاً صفر هیپوټیزې رد کړي.

په دواړو حالتونو کې احتمالوال د دې لپاره دی، چې ناتیکه پرېکړه وکړي څه نا څه لوي دی (لومړی حالت 37%، دویم حالت 41,6%).

د مخه له دې چې ازماښت وشي، موخه ور (هدفمند) دی، چې د دې لپاره پرېکړه وشي، چې د کوم تعداد یا ګڼون سره بوتان سړی د روغرمې په حیث غوره کوي $p = 0,8$ یا $p = 0,6$. داسې پرېکړه په خوښه ده. له دې سره سړی باید د انتظار ارزښت سره نږدې نه وي پروت، د دې لپاره چې د ناتیکی پرېکړې لپاره مو خورا لوی احتمالوالی مخ ته نه وي پروت.

لاندې د پرېکړې قانون غوره کوو:

که لږ ترلږه ۱۵ جوړه روغرمې وي، نو $p = 0,8$ د ټیک په توګه کتل کېږي، پرته له دې $p = 0,6$ باور ولري.

د هیپوټیز ازماښت داسې دی: $H_0: p \geq 0,8$ او $H_1: p < 0,8$.

د مخ ته ورکړې څخه د H_0 لپاره د نیونې-یا قبلونې-او رده ونې ورشو لاس ته راځي یا راګوي.

د منلو یا قبلولو ورشو: $A = \{15 \dots 20\}$ ، د رده ولو یا نه قبلولو ورشو: $\bar{A} = \{0 \dots 14\}$.

که H_0 باید رد شي، نو $H_1: p < 0,8 = 0,6$ دې باور ولري.

د الماني پښتو له کینکښته څخه ښي لور ته: د $p = 0,8$ رده ونې ورشو، د $p = 0,8$ رده ونې ورشو، د $p = 0,6$ د منلو یا قبلولو ورشو، د $p = 0,6$ د منلو ورشو.

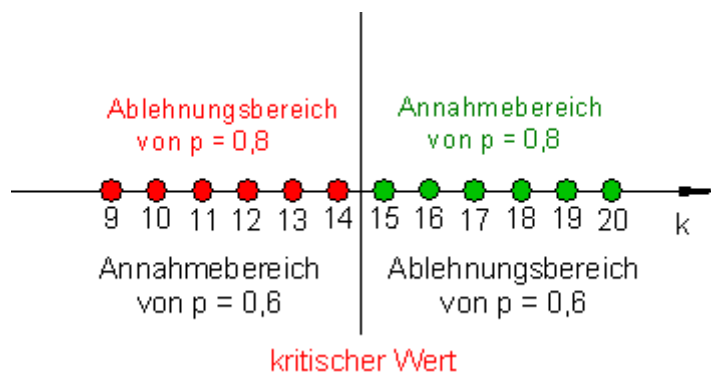
په څیره کې پورته له ښي کین لور ته او بیا له پروتولای سیستم کښته له ښي کین لور ته:

د نه منلو ورشو د منلو ورشو

له... له...

د نه منلو يا نه قبلولو ورشو د رده ولو يا نه قبلولو ورشو

له... له.....



کريټيکل ارزښت

د دې پرېکړې د ناتيکاوې امکانات:

۱ - $p = 0,8$ ټيک دی، دا پېښې معنا، چې نوی د بوټانو راوړنکی په رېښتېرې دښه څرنگوالي يا کايټي بوټان راوړي. ټوکلي کيدی شي مخ ته راشي، چې له ۱۵ جوړه بوټانو څخه لږ يا کم په رېښتوني روغمنت وي. نو سړی به بيا په راوړنکي باور ونه لري. د داسې يوې اشتباه سره چې مخامخ شي احتمالوالی دی

$$P_{80}(X \leq 14) = 0,196 \quad (\text{siehe Tabelle 3}).$$

دا په دې معنا، چې که څوک داسې يوه ټکلي تجربه د ۲۰ جوړه بوټانو سره زيات ځله وکړي، نو کيدی شي چې سړی په ۱۹,۶% حالتونو کې د يوې نتيجه انتظار وباسي، چې د بوټانو د اصلي څرنگوالي يا کواليتي په ضد وي (په ضد خبرې وي).

د لومړي ډول ناتيکاوې:

په ټولو 19,6% حالتونو کې به ریښتوني هیپوټیز، (د نوي بوبټ راوړونکي بوتان ډیر ښه دي) نابود شي یا له منځه لاړه شي.

لومړۍ –

ټیک دی، دا په دې معنا، چې دا نوي بوبټ راوړونکي هم ښه بوتان نه شي راوړی، نسبت هغو ته، چې سړی یې همدا اوس لري. مګر ټوکلي کیدی شي مخ ته راشي یا منځ ته راشي، چې سره له دې هم ۱۵ یا ډیرې جوړې بوتان روغرمټ دي. دلته به سړی د نوي بوبټ راوړونکي بوتان په نایتیکه توګه ښه وبولي. داسې یوه اشتباه چې وکړي، احتمالوالی یې دی:

$$P_{80}(X \geq 15) = P(X \leq 20) - P(X \leq 14) = 1 - 0,874 = 0,126 \quad (\text{siehe Tabelle 2}).$$

دپه دې معنا، چې که سړی د ۲۰ جوړه بوتانو سره داسې یوه ټوکلي تجربه زیاته سرته ورسوي یا وکړي، کیدی شي سړی د 12,6% په حالتونو کې د یوې نتیجې انتظار وباسي، چې د بوتانو څرنګوالي جګ ولیدل شي، نسبت دې ته چې په ریښتوني دی.

د ویم ډول نایتیکاوی:

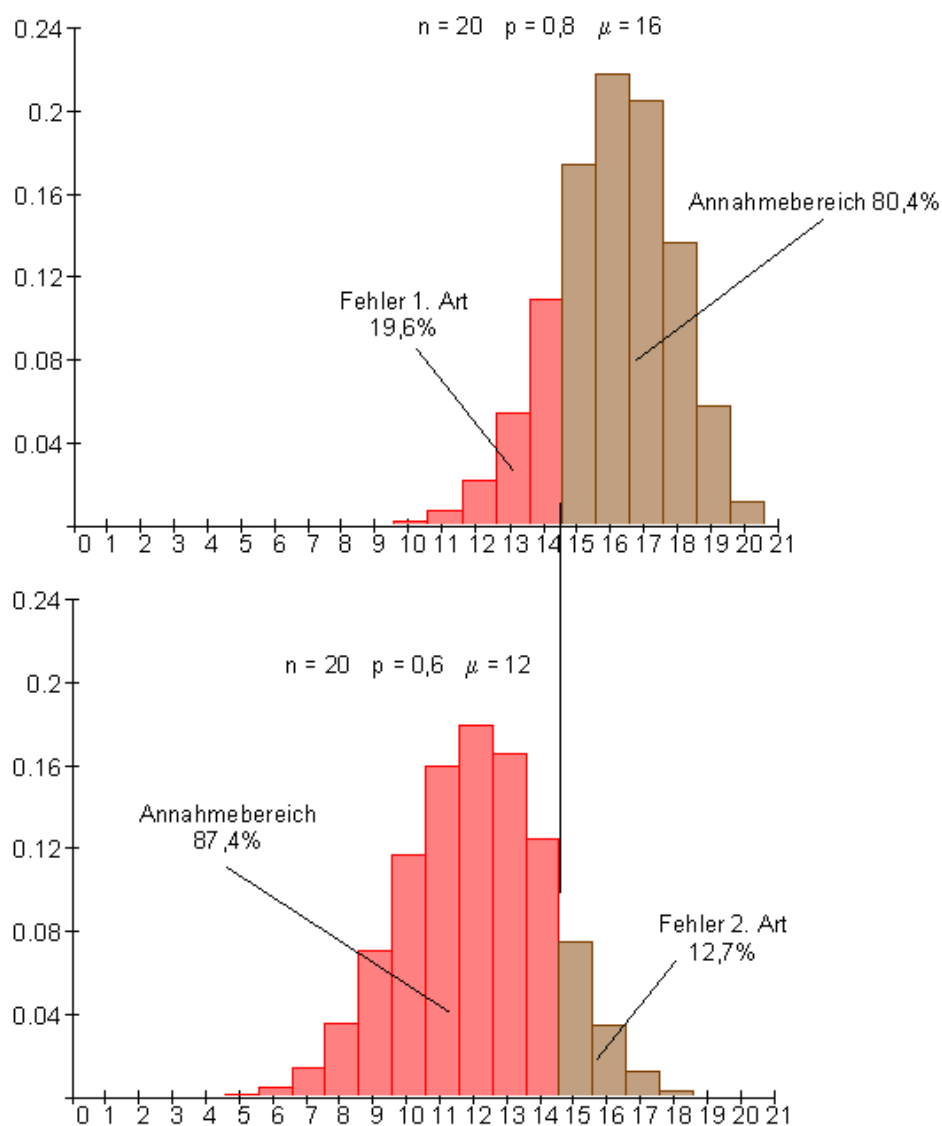
په ټول 12,6% حالتونو کې به نایتیک هیپوټیز، (د نوي بوبټ راوړونکي بوتان ډیر ښه دي) له منځه لاړه نه شي.

دلومړي حالت د نایتیکاوي سره چې مخامخ کیږو احتمالوالی د الفا په نڅښه کوو
($\alpha = 0,196$)

ددویم حالت د نایتیکاوي سره چې مخامخ کیږو احتمالوالی د β په نڅښه کوو

$$(\beta = 0,126)$$

د دې لپاره چې د دویم ډول نایتیکاوی وشمیرو، سړی د صفر هیپوټیز د قبلیدني ورشو ترڅیړني لاندې نیسي د فرضیې یا نیوني لاندې چې بدیلې هیپوټیز باور لري. د دویم ډول نایتیکاوی د دې لپاره احتمالوالی دی، چې د یوه تست یا ازماښت نتیجه د صفر هیپوټیز د قبلیدني په ورشو کې پریوځي، سره د دې چې بدیلې هیپوټیز باور لري.



د اشتباه احتمالوالی له مخه ورکول کيږي.

که یو د اشتباه احتمالوالی له مخه ورکړ شي، نو له دې د قبلونې او رده ونې ورشو لاس ته راځي.

د اشتباه احتمالوالي د مخه ورکړه $\alpha \leq 0,1$

له دریم جدول څخه ولولئ، ځکه چې $P_{0,8}(X \leq k) \leq 0,1 \Rightarrow k = 13$

$$P_{0,8}(X \leq 13) = 0,087$$

$$\Rightarrow \alpha = 0,087 < 0,1$$

د یوه لومړئ ډول نایتیکایي لپاره احتمالوالی دی

د قبلونې ورشو: $A = \{14, 15, \dots, 20\}$ د رده ونې ورشو: $\bar{A} = \{0, 1, \dots, 13\}$

$$P_{0,8}(X \geq 14) = P_{0,8}(X \leq 20) - P_{0,8}(X \leq 13) = 1 - 0,750 = 0,25 \text{ (Tabelle 2)}$$

$$\Rightarrow \beta = 0,25$$

د یوه دویم ډول نایتیکایي احتمالوالی دی. له دې لارې، چې د لومړي ډول نایتیکایي لپاره احتمالوالی له نیمایي څخه زیات باندې راکم شي، د دویم ډول اشتباه دوه برابره کیږي.

له دې مخ ته څیره لاندې راغلي:

که هیپوټیز $p = 0,8$ رښتیا وي، نو د دې لپاره احتمالوالی، چې د یوه تست په بنسټ په نایتیک ډول رد شي، $8,7\%$ دی.

ځکه چې په $8,7\%$ ټولو حالتونو کې ازماښت نتیجه په $p = 0,8$

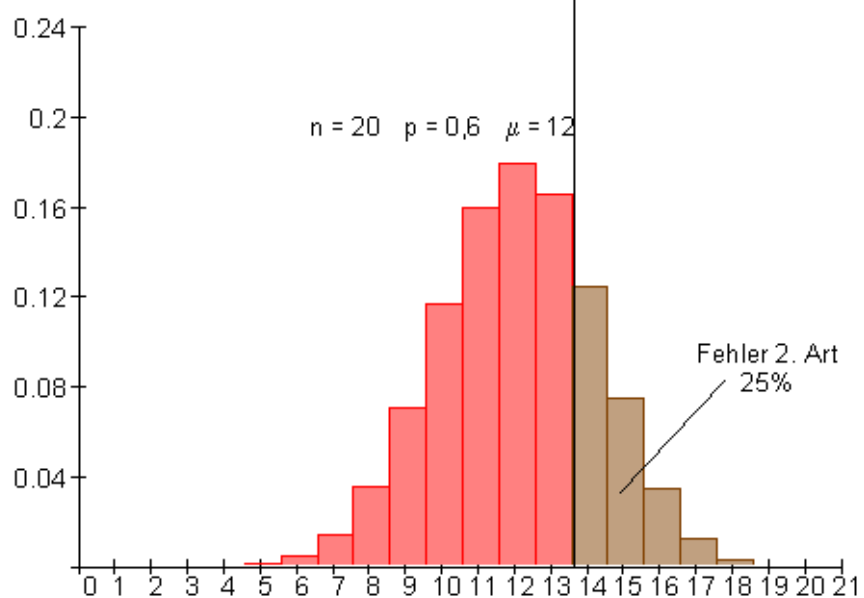
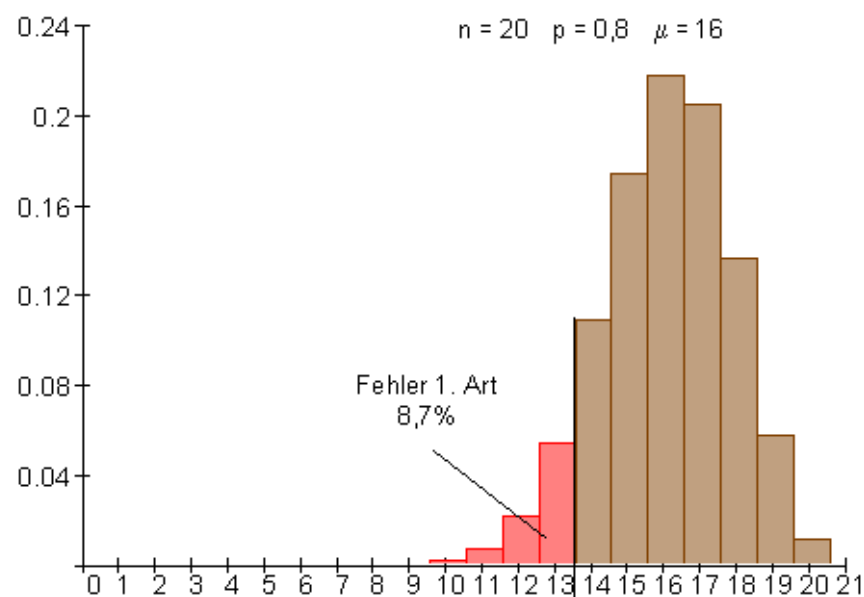
د رده ونې ورشو کیږته ده.

که هیپوټیز $p = 0,8$ رښتیا وي، نو د دې لپاره احتمالوالی، چې د یوه ازماښتپه نتیجه کې په نایتیک ډول رد شي، $8,7\%$ ده.

ځکه چې د ټول حالتونو په $8,7\%$ کې د ازماښت نتیجه د $p = 0,8$ رده ونې ورشو کې پرت ده.

که هیپوټیز رښتیا وي، نو د دې لپاره احتمالوالی، چې د تست په نتیجه کې په غلطه توګه ردیږي 25% دی.

خکه چي په 25% ټولو حالتونو کې د تست نتیجه (ازماښتنتیجه) د $p = 0,8$ په رده ونی ورشو کې پروت دی.



دیم جدول:

کمولیر شوی بینومیالوېش د $n=20$ او $p=0,6$ لپاره

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
3	0,000	6	0,006	9	0,128	12	0,584
4	0,000	7	0,021	10	0,245	13	0,750
5	0,002	8	0,057	11	0,404	14	0,874

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
15	0,949	18	0,999
16	0,984	19	1,000
17	0,996	20	1,000

دریم جدول: کمولیر شوی بینومیالوېش د $n=20$ او $p=0,8$ لپاره

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
3	0,000	6	0,000	9	0,001	12	0,032
4	0,000	7	0,000	10	0,003	13	0,087
5	0,000	8	0,000	11	0,010	14	0,196

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
15	0,370	18	0,931
16	0,589	19	0,988
17	0,794	20	1,000

څه څنگه کله ازمايل کيږي؟

د صفر هیوپوتیز (H_0) او د دې مخامخ یا معکوس هیوپوتیز (H_1) ځای په ځای کول.

صفر هیوپوتیز د علاقې (ځای) په واک کې ده.

$p > p_0 \Rightarrow H_0 : p \leq p_0 \Rightarrow H_1 : p > p_0$ $p < p_0 \Rightarrow H_0 : p \geq p_0 \Rightarrow H_1 : p < p_0$	د گټې یا علاقې I ډله ثبوتوي د گټې II ډله ثبوتوي
--	--

په دواړو حالتونو کې $p = p_0$ کارول کېږي.

د علاقې يا گټو مختلفې ډلې يا گروپونه مختلفې صفرهيوپوتيز ځاي په ځای کوي. د دې پايله دا ده، چې د مختلفو گټو گروپونو لپاره د منلو يا قبلولو — او رده ولو ورشو گانې مختلفې دي. د سرته رسيدلي د ازماېښت نتيجې هم د اړوند ځای په ځای شوي هيوپوتيز په واک کې دي.

$H_1: p < p_0$	بديلي ازمايو	$H_0: p \geq p_0$	کين اړخيز تست که وي
$H_1: p > p_0$	بديلي ازمايو	$H_0: p \leq p_0$	بنی اړخيز ازماېښت که وي
$H_1: p \neq p_0$	بديلي ازمايو	$H_0: p = p_0$	دواړه اړخيز ازماېښت که وي

په اساي توگه سړی له دې څخه مخ ته لاړ شي، چې د مختلفو علاقو گروپونه مخامخي يو د بل معکوس (konträre) صفرهيوپوتيز ځای په ځای کړي.

پوښتنې

هيوپوتيز ازماېښت ۱

د يوه نورمال ويشل شوي توکلي اووښتونې (متحولې) يا واريابې د سيگما چاپيريال لپاره د جدول څخه کار واخلئ

لومړی: د تلویزیون يوه زیريال په اخر کال کې منځني ليد کووت (چې څومره کسان فلويزين گوري) 10% لروده. د خپروني منجمنت گومان کوي، چې د زیريال گرانښت يا محبوبيت د کال په اخره کې څلورمه يا ربهه کې حتی زیات شوی دی. نور زیرياله بايد ورسره واخستل شي، که د خپروني گرانښت پهرينتونې زیات شوی وي. د دې لپار بايد ۲۰۰ کسان د تلفون له لارې و پوښتل شي. سړی د خال خال ازماېښت نتيجو په هکله هم شعوري دی او د يوې 95% خال خال پوښتنو نتيجې سره خوښي ښايي.

د مننې يا قبلونې او رده ونې ورشو ، همداسې د د لومړي ډول اشتباه وټاکئ. وېښتابع په شېله توگه رسم کړئ او هغه وتلي ټکي په نڅښه کړئ.

دويم: په يوه کوچني ښار کې دوه لومړني ښوونځي شتون لري. د رحمان بابا ښوونځی هڅي، چې په را تلونکي کال کې بيا د ټول زده کوونکو 37% ښوونځي ته راځي. سړي ښوونځي د ورزياتو پشنهاداتو له لارې جازب کړی دی.

د ۲۰۰ مور-پلرونو سره ټول پوښتنې له لارې ښول کيږي، چې د ښوونځي جازبيت جگ شوی دی.

د منلو — او رده ولو ورشو يا ساحه وټاکي، همداسې د لومړي ډول ريښتيني اشتباه. وېشن تابع په شېله توگه رسم کړی او هغه وتلي ټکي په نخښه کړی. د سيگنېفیکیشن نيو يا - - کچې زيات له زياته 5% ده.

دریم: په تير کال کې د يوې ناحيې ټول د لومړي ښوونځي زده کوونکو 75% له ۴) ۶ (ټولگي منځني ښوونځي ته لاړل. د ښوونځيو مديريت گومان لري، چې منځني ښوونځي ته تلنه په دې کال کې هم بي تغيره پاتې شوې ده. دا نيوه يا فرضيه دي د ۱۲۰ مور-پلار پوښتنو له لارې و ازمایل شي.

الف- د $\alpha \leq 5\%$ لپاره د پرېکړې قانون څنگه دی؟

د لومړي ډول ناتيکاوې تشریح او وشميرئ.

وېشن تابع په شېله توگه رسم کړی او هغه وتلي ټکي په نخښه کړی.

ب- د دويم ډول اشتباه تشریح او وشميرئ، که د توکلي تجربې د دېريا احتمالوالی مو مخ ته پروت وي.

وېشن تابع په شېله توگه رسم کړی او هغه وتلي ټکي په نخښه کړی.

څلورم: د يوه بختلېبو اومات ماشين جوړونکي ثبوتوي يا غواړي وښايي، چې د يوه ټاکلي گټې کميښن يا مخلوطونه لپاره احتمالوالی $p = 0,3$ دی. په ۱۷۰ لوبو دوران کې دې دا ورکړې وازمایل شي.

الف- د يوه سيگنېفیکانځ نيويا- کچې $\alpha \leq 10\%$ لپاره دېرېکړې قوانين ورکړی او د لومړي ډول اشتباه وشميرئ

وېشن تابع په شېله توگه رسم کړی او هغه وتلي ټکي په نخښه کړی.

یادونه: د قبلونې ورشو دې د انتظار ورشو ته سیمتریک پرته وي.

ب – د دویم ډول اشتباه لپاره احتمالوالی وشمیرئ، که د گټې کمښت احتمالوالی فقط $p = 0,2$ وي.

وېشن تابع په شېله توګه رسم کړئ او هغه وتلي ټکي په نڅښه کړئ.

حلونه:

هیپوټیز ۱

مفصل حلونه.

لومړۍ:

د پوښتنې شنه او د هیپوټیز راورنه یا خا په خای کونه.
سری غولري و آزمایي، چې ایا د خپروني گرتښت زیات شوی دی، ایا دا گومان $p > 0,1$ ټیک دی. د هیپوټیز د راوني یا خای په خای کوني سری په لاندې توګه مخ ته ځي: دا څه چې باید وښوول شي، بدلي هیپوټیز جوړوي، د دې معکوس یا په څټ صفر هیپوټیز.

صفر هیپوټیز $H_0 : p \leq 0,1$ ، بدیل هیپوټیز $H_1 : p > 0,1$.
د صفر هیپوټیز د رده ونې سره د بدیل هیپوټیز نیول کيږي یا قبليري.
 H_0 دې د ټول پوښتنې له لارې و آزمایل شي.
د 95% اطمینان په دې معنا دی، چې دیوه 5% احتمالي سره د صفر هیپوټیز قبلونه یو ناتیګ پرېکړه ده، سیګنیفیکانځ نیو یا کچه 5%.
د دې بنسټ سره د H_0 لپاره یو قبلوني او یو د رده ونې ورشو کره کيږي. دا چې لوی ارزښتونه د H_0 په ضد خبرې دي، نو یو ښي اړخیز آزمایښت دی.
صفر هیپوټیز $H_0 : p \leq 0,1$ سیګنیفیکانځ نیو (کچه) $\alpha \leq 5\%$ داتا:

$$n = 200; p = 0,1; \mu = n \cdot p = 200 \cdot 0,1 = 20$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{20 \cdot 0,9} = \sqrt{18} \approx 4,243 > 3$$

د 5% په یوه سیګنیفیکانځنیو (-کچه) سره لاندې انټروالونه راورو:

{	5%	}	{	90%	}	{	5%	}
Ablehnungsbereich für H_0								

د H_0 لپاره رده ونه

له دې سره $20 + 1,64 \cdot \sqrt{18} \approx 26,95$ $\mu + 1,64 \cdot \sigma$ کيږي، چې په 27 راگرديږي.
د H_0 لپاره د قبلوني يا مننې پورته ورشو

د H_0 د قبلیدنې ورشو $A = \{0 \dots 27\}$	باور لري:
د H_0 د ردېدنې ورشو $\bar{A} = \{28 \dots 200\}$	

د ردوني ورشو داسې د ازمایلو ده، چې باور ولري:

$$P(28 \leq X \leq 200) \leq \alpha = 5\%$$

$$\{0 \dots 12\} \{13 \dots 20 \dots 27\} \{28 \dots 200\}$$

$$P(28 \leq X \leq 200) = \frac{1}{2} [1 - P(13 \leq X \leq 27)]$$

$$P(13 \leq X \leq 27) \Rightarrow r = 7,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{7,5}{\sqrt{18}} \approx 1,77 \Rightarrow P(13 \leq X \leq 27) \approx 0,923$$

$$\Rightarrow P(28 \leq X \leq 200) \approx \frac{1}{2} [1 - 0,923] = 0,0385$$

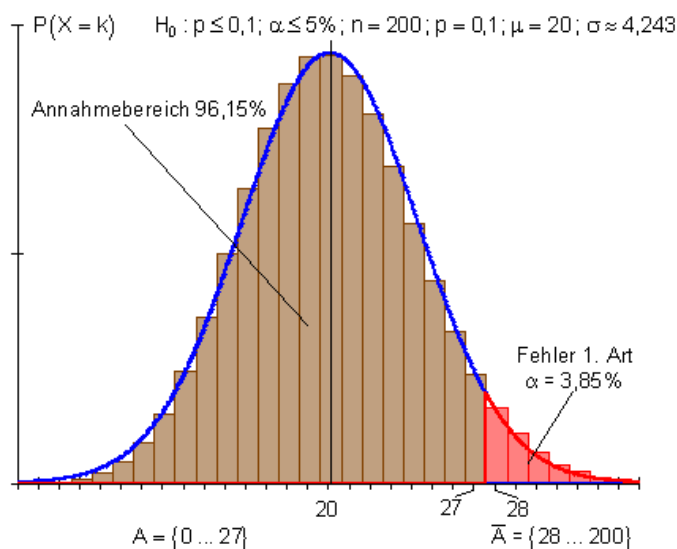
ارزونه:

که په ټول پ، بنسټونو کې راوړي، چې له ۲۷ کسانو زیات خپرونه گوري، نو دا د H_0 د رده ونې په ورشو کې پروت دی. صفر هیوپوتیز به رد شي. بدیل هیوپوتیز H_1 : $p > 0,1$ به ومنل شي یا قبوله شي. نوي زیریالونه به واخستل شي.

ناتیکاوې، کوم چې په دې پرېکړه کې کیدی شي 3,85% دی. دا په دې معنا چې، د 3,85% یوه حتمالوالی سره به هیوپتیز H_0 په ناحقه رد شي. د تائیکاوې احتمالوالی (3,85%) د اشتبا احتمالوالی بلل کېږي. د اشتباه احتمالوالی لپاره سړی سگنیفیکانځ نیو یا کچه هم وایي.

که په ټول پوښتنه کې را وړي، چې زیات له زیاته ۲۷ کسان دا خپرونه کتل غاړي، نو بیا به هیوپوتیز H_0 ونیول. یا قبوله شي او هرڅه به په زاړه پاتې شي. دې پسي به بل سریال وا نه خستل شي.

دا چې د H_0 هیوپوتیز د ردولو ورشو د احتمالوالی وېشنې په بڼې ورشو کې پرته ده، نو دا هیپتیز تست بڼې اړخیز تست بلل کېږي.



دویم: مفصل حل یا جواب:

د پوښتنې شننه او د هیوپوتیز راوړنه.

سړی غواړي وازمایي، چې ایا د ښوونځي گرانښت زیات شوی دی، ایا گومان $p > 0,37$ رښتیا کیږي.

د هیوپوتیز د راوړنې لپاره داسې مخ ته څو:

دا څه چې ښوول کیږي، بدیل هیوپوتیز جوړوي، د دې معکوس د صفر هیوپوتیز دی.

صفر هیوپوتیز $H_0: p \leq 0,37$ بدیل – یا الترناتیو هیوپوتیز $H_1: p > 0,37$.

د صفر هیوپوتیز د رده ونې سره بدیل هیوپوتیز قبلېږي.

H_0 دې د ټول پوښتنې له لارې و ازمایل شي.

د سگنیفیکانځ نیو دې زیاته زیاته 5% وي.

په دې بنسټ به د H_0 لپاره یوه د منلو – یا قبلولو ورشو او یوه د رده ولو ورشو کره شي.

دا چې لو ارزښتونه د H_0 په ضد – یا برعکس خبرې کوي، نو دا یو ښي اړخیز

تست (ازمابښت) دی.

صفر هیوپوتیز $H_0: p \leq 0,37$ ، سگنیفیکانځ نیو (-کچه) $\alpha \leq 5\%$

داتا:

$$n = 200; p = 0,37; \mu = n \cdot p = 200 \cdot 0,37 = 74$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{74 \cdot 0,63} = \sqrt{46,62} \approx 6,828 > 3$$

د 5% په یوه سگنیفیکانځنیو (-کچه) سره لاندې انټروالونه راوړو:

$$\left\{ \begin{array}{c} 5\% \\ \text{Ablehnungsbereich für } H_0 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} 90\% \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} 5\% \end{array} \right\}$$

د H_0 د رده ونې ورشو

له دې سره به $\mu + 1,64 \cdot \sigma = 74 + 1,64 \cdot \sqrt{46,62} \approx 85,2$ شي، راگرد یا راتول په 85،

د H_0 لپاره د قبلولو ورشو پورته پوله.

Es gilt:	Annahmereich von H_0	$A = \{0 \dots 85\}$
	Ablehnungsbereich von H_0	$\bar{A} = \{86 \dots 200\}$

د رده ولو ورشو دازمایلو ده، داسې چې باور ولري:

$$P(86 \leq X \leq 200) \leq \alpha = 5\%$$

$$\{0 \dots 62\} \{63 \dots 74 \dots 85\} \{86 \dots 200\}$$

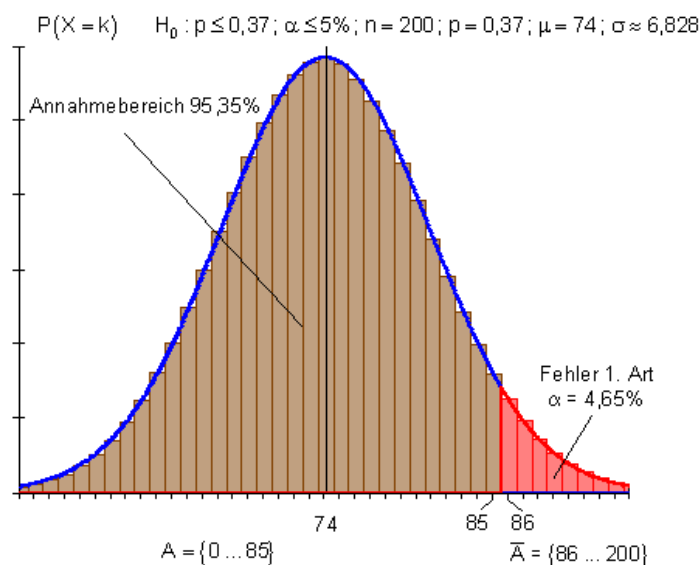
$$P(86 \leq X \leq 200) = \frac{1}{2} [1 - P(63 \leq X \leq 85)]$$

$$P(63 \leq X \leq 85) \Rightarrow r = 11,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{11,5}{\sqrt{46,62}} \approx 1,68 \Rightarrow P(63 \leq X \leq 85) \approx 0,907$$

$$\Rightarrow P(86 \leq X \leq 200) \approx \frac{1}{2} [1 - 0,907] = 0,0465$$

ارزونه: د H_0 قبلولو ورشو له 0 تر 85 پورې د مورپلرونو زیاتیز یا مثبت عقیدې په برکې لري یا نیسي.

د H_0 رده ونې ورشو له 86 تر 200 پورې د میندو-پلرونو مثبت نظر په برکې نیسي.



که د ټول پوښتنو له لارې راووتله، چې د میندو-پلرونو 85 مثبت نظرونه مخ ته لرو، نو دا به د H_0 درده ونو په ورشو کې پراته وي. د صفر هیپوټیز به رد شوی وي. بدیل هیپوټیز H_1 : $p > 0,37$ به قبول شوی وي. برېښي چې ښوونځی جالب شوی. هغه ناتیځاوی (غلطي) کومه چې د دې پرېکړې سره به شوی وي 4,65% به وي. داپه دې معنا، چې د 4,65% یوه احتمالوالي سره به د H_0 هیپوټیز په ناحقه رد شوی وي.

که په ټولپوښتنه کې راوتلي وي، چې زیات له زیاته 85 د میندو-پلرونو مثبت نظر مو مخ ته پروت وي، نو هیپوټیز H_0 به قبوله شوی وي. په دې حالت کې به بیا داقبوت نه وي، چې ښوونځی جالب شوی دی. دریم: مفصل ځواب یا حل:

الف- د پوښتنې شننه او د هیپوټیز راوړنه یا ځای په ځای کونه. باید و ارزمايل شي، چې ایا د لومړني ښوونځي زده کوونکو برخه، چې منځني ښوونځي ته بدليري، لکه په تیر کال کې 75% ده. دا چې د یواځنی ټاکلي انحراف گومان یا اټکل یې نه پورته او نه کښته لور ته کيږي، نو دا یو دوه اړخیزه هیپوټیز ازماښت دی. هیپوټیزونه دي:

صفر هیپوټیز: H_0 : $p = 0,75$ ، بدیلی هیپوټیز H_1 : $p \neq 0,75$.
د رده ولو ورشو، چې د 5% د سیګنیفیکانځنیو له لارې ټاکل شوي، په دواړو خواو په برابر ډول وېشل کيږي یا خوريږي.

صفر هیپوټیز H_0 : $p \leq 0,75$ ، سیګنیفیکانځ نیو (-کچه) $\alpha \leq 5\%$ داتا:

$$n = 120; p = 0,75; \mu = n \cdot p = 120 \cdot 0,75 = 90$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{90 \cdot 0,25} = \sqrt{22,5} \approx 4,743 > 3$$

یو دوه اړخیز هیپوټیز ازماښت مخ ته بیول کيږي، ځکه چې د بریاو یو کم تعداد یا گڼون او جگ تعداد د H_0 په ضد د خبرې دي یا بیان دی.

د 5% د یوه سیګنیفیکانځنیو لاندې انټروالونه تر پام لاندې نیسو یا څیرو:

$$\left\{ \begin{array}{c} 2,5\% \\ \text{Ablehnungsbereich für } H_0 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} 95\% \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} 2,5\% \\ \text{Ablehnungsbereich für } H_0 \end{array} \right\}$$

د H_0 لپاره د رده ونې ورشو د H_0 لپاره د رده منې وشو

له دې سره $80,7 \approx 90 - 1,96 \cdot 4,743 = \mu - 1,96 \cdot \sigma$ کيږي.

د H_0 لپاره د قبلوني ورشو لاندې پوله

$$\mu + 1,96 \cdot \sigma = 90 + 1,96 \cdot 4,743 \approx 99,3 \text{ او}$$

د H_0 لپاره د قبلوني ورشو پورته پوله

$A = \{81 \dots 90 \dots 99\}$ (symmetris) $\bar{A} = \{0 \dots 80\} \quad \{100 \dots 120\}$	H_0 نیولو یا منلو ورشو (سیومتريک) H_0 د ردهولو یا نه منلو ورشو	باور لري
--	---	----------

د رده وني ورشو ازمایل کيږي، داسې چې باور لري:

$$P(0 \leq X \leq 80) + P(100 \leq X \leq 120) \leq \alpha = 5\%$$

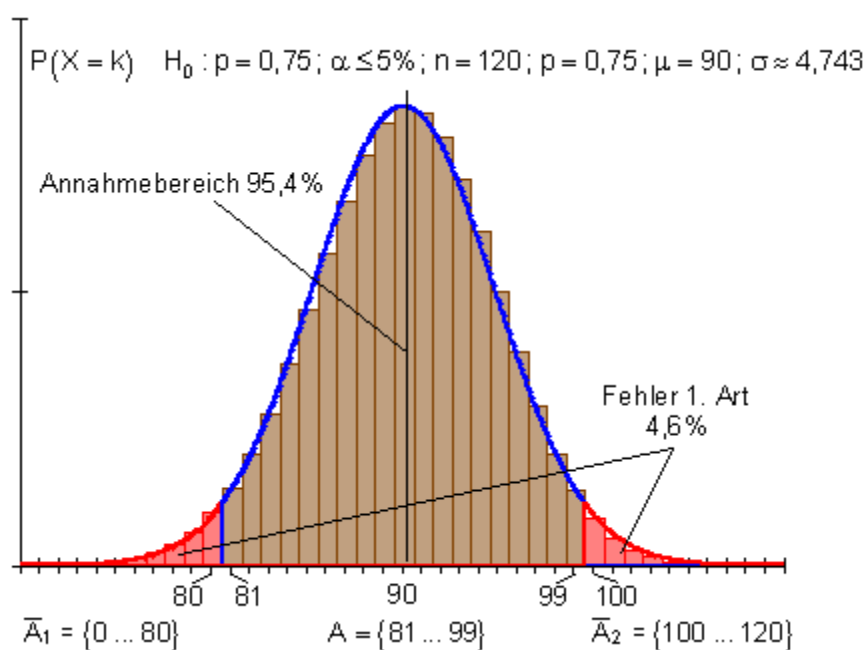
$$\{0 \dots 80\} \{81 \dots 90 \dots 99\} \{100 \dots 120\}$$

$$P(0 \leq X \leq 80) + P(100 \leq X \leq 120) = 1 - P(81 \leq X \leq 99)$$

$$P(81 \leq X \leq 99) \Rightarrow r = 9,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{9,5}{\sqrt{22,5}} \approx 2,00 \Rightarrow P(81 \leq X \leq 99) \approx 0,954$$

$$\Rightarrow P(0 \leq X \leq 80) + P(100 \leq X \leq 120) \approx 1 - 0,954 = 0,046$$

ارزونه:



د H_0 قبلونه له 81 تر 99 پورې د منځني ښوونځي لپاره پرېکړه په برکي نيسي.

د H_0 د رده ونې ورشو د منځني بنسټونځي لپاره پرېکړه له 0 تر 80 پورې همداسې له 100 تر 120 پورې په بر کې نيسي. که $p = 0,75$ وي، مگر د نمونه ازمايښت توکلي يا تصادفي د رده ونې ورشو کې لويږي، نو په ناتيک ډول سړی H_0 رده وي. د لومړي ډول ناتيکاوې لپاره برابر دی د احتمالوالی سره د رده ونې ورشو لپاره.

$$1 - 0,954 = 0,046 (4,6\%).$$

ب -

که باور ونه لري، بلکه $p = 0,7$ ټيک وي، دا په دې معنا چې هيوپوتيز $p = 0,75$ ناتيک ده، مگر دا د نمونه ازمايښت توکلي د H_0 د قبلوني په ورشو کې برېوځي. د دې لپاره ا احتمالوالی، چې دا اشتباه وشي د دويم ډول ناتيکاوې دی. سړی دا ناتيکاوې شميري، په داسې حال کې د قبلوني له لارې، چې $p = 0,7$ ټيک دی، د H_0 د قبلوني ورشو احتمالوالی وټاکي.

$$\beta = P_{0,7} (81 \leq X \leq 99) \quad \text{شميرو}$$

داتا:

$$n = 120; p = 0,7; \mu = n \cdot p = 120 \cdot 0,7 = 84$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{84 \cdot 0,3} = \sqrt{25,2} \approx 5,02 > 3$$

شميرلو لپاره سيمتريک انتوالونه تر څيړني لاندې نيسو

$$\left[\dots \{69 \dots 80\} \underbrace{\{81 \dots 84 \dots 87\}}_{\text{Annahmebereich von } H_0} \{88 \dots 99\} \dots \right]$$

$$P(81 \leq X \leq 99) = \frac{1}{2} [P(69 \leq X \leq 99) - P(81 \leq X \leq 87)] + P(81 \leq X \leq 87)$$

$$P(81 \leq X \leq 99) = \frac{1}{2} [P(69 \leq X \leq 99) + P(81 \leq X \leq 87)]$$

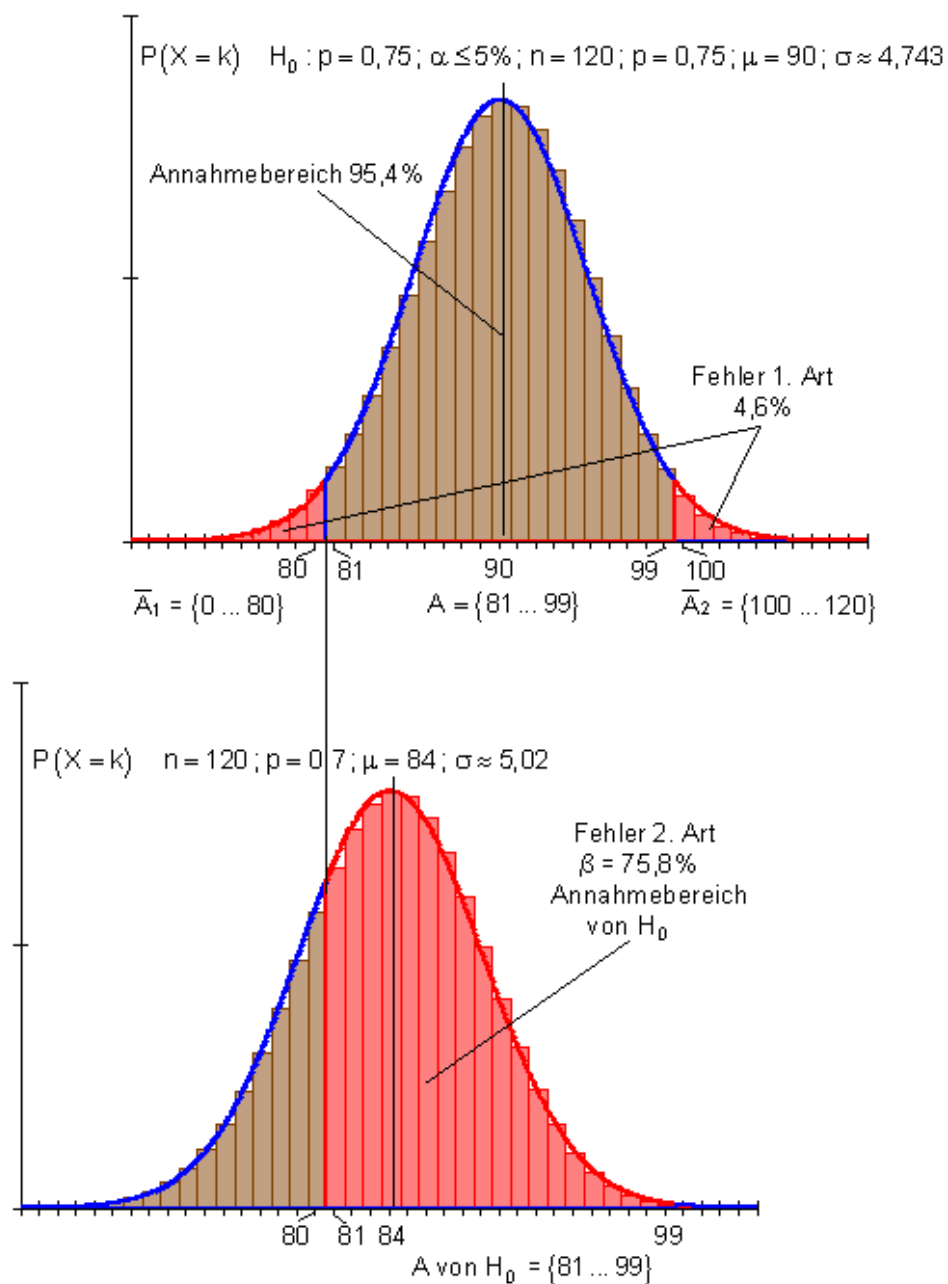
$$P(69 \leq X \leq 99) \Rightarrow r = 15,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{15,5}{\sqrt{25,2}} \approx 3,09 \Rightarrow P(69 \leq X \leq 99) \approx 1$$

$$P(81 \leq X \leq 87) \Rightarrow r = 3,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{3,5}{\sqrt{25,2}} \approx 0,70 \Rightarrow P(81 \leq X \leq 87) \approx 0,516$$

$$P(81 \leq X \leq 99) = \frac{1}{2} (1 + 0,516) \approx \underline{\underline{0,758}}$$

ارزونه: که H_0 ناتيک او $p = 0,7$ ټيک وي، نو سره له دې هم په 75,8% نتيجه د قبلوني ورشو H_0 کې لويږي يا پرېوځي.

د صفر هیپوټیز به په نائیک ډول قبوله شي. دا نائیکای د دویم ډول نائیکای بلل کيږي. دا 75,8% دی او د لومړي نائیکای د 4,6% سره په پرتله خورا لوی دی.



څلورم: مفصل حل:
الف- د پوښتنې شننه او د هیپوټیز راورنه یا ځا په ځای کونه:

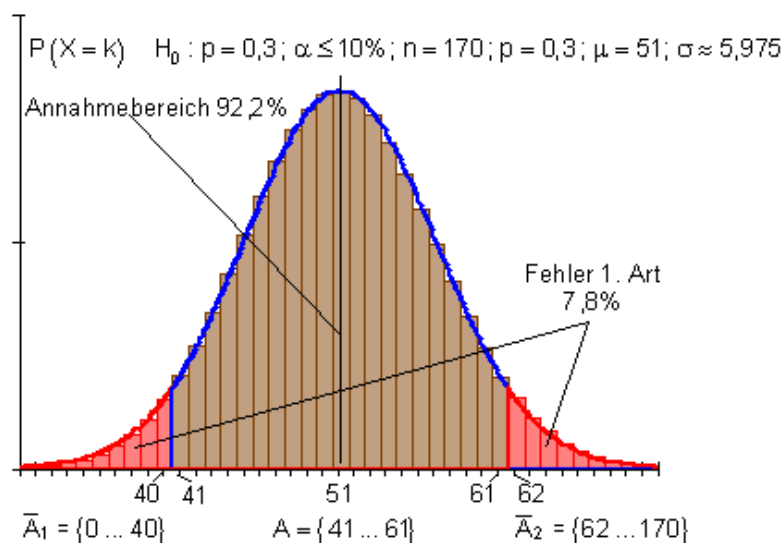
و دې ازمایل شي، چې ایا د $p = 0,3$ احتمالوالی سره یو ټاکلی د کټې گډون یا کمښتن رامنځ ته کیږي. دا چې نه پورته لور ته یا کښته لور ته د یوه یواځنی انحراف اټکل یا گومان رامنځ ته کیدی شي، نو دا یو دوه اړخیز هیپوتیز ازمایښت دی.

د هیپوتیز ازمایښت دی:

صفر هیپوتیز: $H_0: p = 0,3$ ؛ بدیلی یا الترناتیو هیپوتیز $H_1: p \neq 0,3$.
د رده ونې ورشو، چې د 10% سیکنیفیکانڅ له لارې ټاکل شوی په برابر ډول په دارو لورو وېشل کیږي یا خورشري.

ارزونه:

که $p = 0,3$ ټیک وي، مگر که نمونه ازمایښت په توکلي توگه د ردونې په ورشو کې ولویږي، نو سړی په ناتیکه توگه له دې څخه مخ ته ځي، چې H_0 باید رد شي. د لومړي ډول ناتیکاوې احتمالوالی د رده ونې احتمالوالی سره برابر دی، یعنې $1 - 0,922 = 0,078$ (7,8%).



ب – که H_0 باور ونه ري، بلکه $p = 0,2$ ټیک وي، دا په دې معنا، چې هیپوتیز $p = 0,3$ ناتیکه ده، مگر نمونه ازمایښت توکلي د H_0 د قبلونې په ورشو کې پروت دی، نو په ناتیکه ډول سړی H_0 قبلوي. د دې لپاره احتمالوالی دا ډول غلطی چې وکړي دویم ډول ناتیکاوې دی. دا ناتیکاوې سړی داسې شمیري، د فرصی یا نیوني لاندې، چې $p = 0,2$ ټیک دی، چې د H_0 د قبلونې ورشو وټاکي.

دشمیرلو دی $\beta = P_{0,2}(41 \leq X \leq 61)$

$$n = 170; p = 0,2; \mu = n \cdot p = 170 \cdot 0,2 = 34$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{34 \cdot 0,8} = \sqrt{27,2} \approx 5,215 > 3 \quad \text{داتا:}$$

د شمیرلو لپاره سیمتریک انټروال تر څیرني لاندې نیسو

$$\left[\dots \{7 \dots 27\} \{28 \dots 34 \dots 40\} \underbrace{\{41 \dots 61\}}_{\text{Annahmebereich von } H_0} \dots \right]$$

$$P(41 \leq X \leq 61) = \frac{1}{2} [P(7 \leq X \leq 61) - P(28 \leq X \leq 40)]$$

$$P(7 \leq X \leq 61) \Rightarrow r = 27,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{27,5}{\sqrt{27,2}} \approx 5,27 \Rightarrow P(7 \leq X \leq 61) \approx 1$$

$$P(28 \leq X \leq 40) \Rightarrow r = 6,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{6,5}{\sqrt{27,2}} \approx 1,25 \Rightarrow P(28 \leq X \leq 40) \approx 0,789$$

$$P(41 \leq X \leq 61) = \frac{1}{2} (1 - 0,789) \approx \underline{\underline{0,106}}$$

ارزونه:

که H_0 نایتیک او $p = 0,2$ نیک وي، نو نتیجه سره له دې هم $10,6\%$ د H_0 د قبلوني په ورشو کې پرته ده. د صفر هیپوټیز به په نایتیکه توګهونیول – یا قبوله شي. دا د دویمډول نایتیکای بلل کیږي. دا $10,6\%$ دی او لومړي نایتیکای ته په پرتله د $7,8\%$ سره په خورا لږه توګه لوی دی. د دې څیره په لاندې مخ کې کښل شوې ده.

پوښتنې:

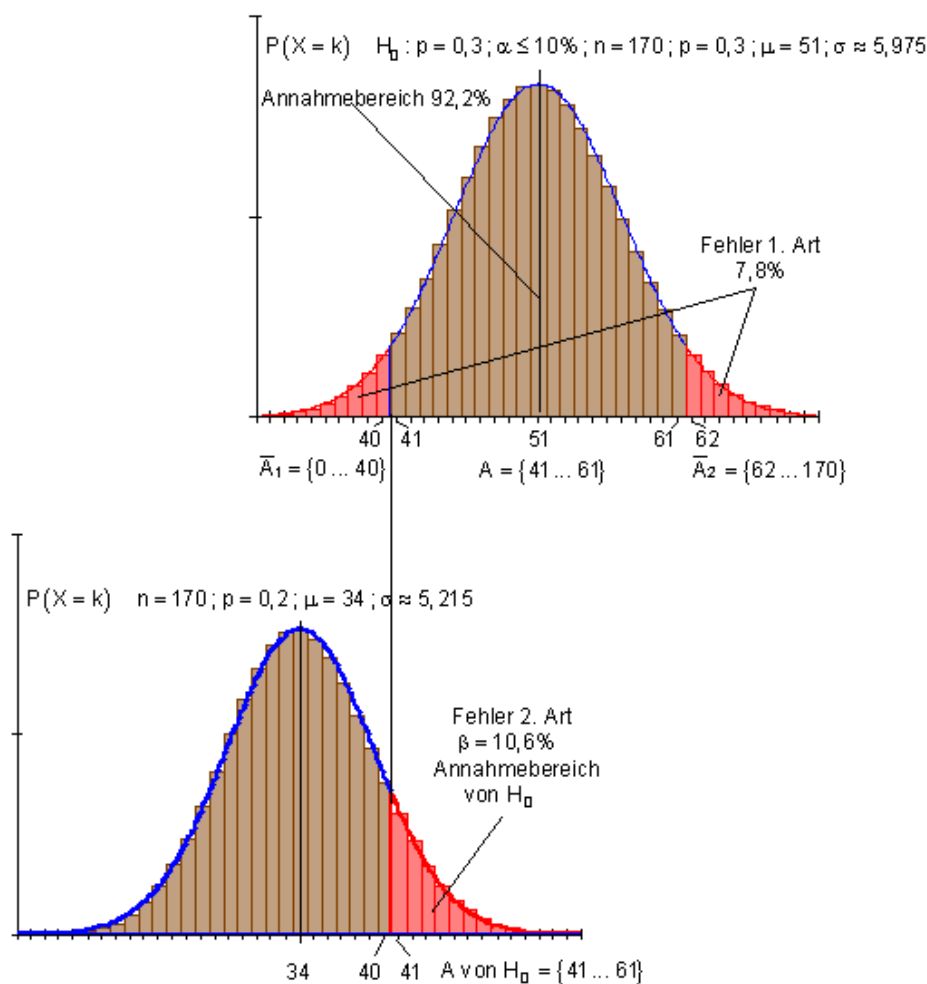
د هیپوټیز تست II

د یوه نورمال وېشل شوې توکلي یا تصادفي متحولې یا اووښتونې (variable) دسیګاچاپیریال لپاره ورکړ شوی جدول وکاروئ.

په دریمه پوښتنه کې د کمولیري بینوموېشنې د ورکړ شوي جدول سره مخ ته بوځئ. له دې د مخه څیره په لادې مخ کې

لومړۍ: د ،، شلمرلند،، فیما غواړي ثبوت ته ورسوي، چې د رقابت فیما یې،، ارزان غزا،، د وزن ورکړه، چې د هغه د ،، کاویار (د ماهي دانې دي) پاکټ،، باندې لیکل ، زیات وخت یې وزن له 5% څخه هم ټیټ دی او له دې املخ مشتریان غولوي. اجازه شته، چې زیات له زیاته 5% کم وزنی ولري. ،، ارزان غزا،، دا ردوي:

،، له 5% کم پاکتول کموزني ده،،
 يو د 300 کسانو خپلواک کميسين دا پاکتونه څيري.
 د دواړو فيرماگانو د مختلفو علاقو په بنسټ هر يوه هيو هيوپوتيز ارزښت د زيات له زياته
 5% د يوه سيگنيفکانځنيو سره غوره کوي. پيښي تشرېح کړئ يا کومنتار په ورکړئ.
 دويم: د يوې ليسي په اخري نمر و کنفرانس کې 15% زده کوونکو په ځنو مضمونون
 کې کمښت لروده. په سمستر جريان کې دې زده کوونکو ته په دې کريټيکل مضمونونو
 کې د کورسونو وړانديز کيږي. په بل د نمر و کنفرانس کې له 140 زده کوونکو څخه 18
 کمښت لري.



الف- کیدی شي سړی زيات له زيات 5% داشتباه احتمالي سره قبول کړي، چي د
 ښوونکو هلي ځلي بريالی وي؟

ب - صفر هیپوتیز د تستیه بنسټ رډیري. د لومړي ناتیكاوي ډول څومره لوي دی؟
 دریم: یوې څیړنې ورکړه، چې پلاسیبو د ناروغانو همغه نتیجه ورکوي لکه اصلي گولۍ.
 د یوه کلینیک تجربه وایي، چې زیات له زیاته د ناروغانو 60%، چې د سردرد گولۍ
 نیسي، په پلاسیبو جوړیږي. د شمیرنې لپاره د الف، ب- او پ- په ورزیاتي گولۍ (گولۍ
 ۱ او گولۍ ۲) و کاروي.

الف- یو د کلینیک ډاکتر ثبوتوي یا ادعا لري، چې د پلاسیبو زیاته استعمالولی شي، که دا
 یو تریخ مل خوند ولري. دا ۱۰۰ ناروغانو ته نوې گولۍ ورکوي او کره کوي، چې له
 دوي څخه ۷۵ په دې اغیزمن کیږي.

Muss daraufhin die Nullhypothese $H_0: p_0 \leq 0,6$ verworfen werden?

دا د زیات له زیاته یوه 4% اشتباه احتمالوالي سره وشمیرئ.

ب - د دویم ډول ناتیكاوی څومره لوي دی، که د ترخي گولۍ لپاره $p = 0,7$ باور ولري؟
 پ - د دویم ډول ناتیكاوی لږ ترلږه په نیمایي راکم کړئ. د دې لارې د H_0 د قبلوني - او
 ردوني ورشو څنگه تغیر خوري؟

د اشتباه کوم احتمالوالی مو نو بیا مخ ته پروت دی؟

ت- د ب- او پ- وېشنه رسم کړئ د لومړي- او دویم ډول ناتیكاوی په نڅینه کړئ.
 جدول ۱.

د $n=100$ او $p=0,7$ لپاره راټول شوی بینوم وېشنه

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
50	0,000	56	0,002	62	0,053	68	0,367	74	0,837	80	0,991
51	0,000	57	0,004	63	0,080	69	0,451	75	0,886	81	0,995
52	0,000	58	0,007	64	0,116	70	0,538	76	0,924	82	0,998
53	0,000	59	0,012	65	0,163	71	0,623	77	0,952	83	0,999
54	0,001	60	0,021	66	0,221	72	0,704	78	0,971	84	1,000
55	0,001	61	0,034	67	0,289	73	0,776	79	0,984	85	1,000

جدول ۲:

k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$	k	$P(X \leq k)$
50	0,000	56	0,002	62	0,053	68	0,367	74	0,837	80	0,991
51	0,000	57	0,004	63	0,080	69	0,451	75	0,886	81	0,995
52	0,000	58	0,007	64	0,116	70	0,538	76	0,924	82	0,998
53	0,000	59	0,012	65	0,163	71	0,623	77	0,952	83	0,999
54	0,001	60	0,021	66	0,221	72	0,704	78	0,971	84	1,000
55	0,001	61	0,034	67	0,289	73	0,776	79	0,984	85	1,000

ځوابونه

د هیوپوتیز تست II . مفصل ځوابونه یا حلونه

لومړۍ: د پوښتنې شننه او د هیوپوتیز راونه یا ځا پېڅای کونه:

د هرې فیرما له نظر یو هیوپوتیزتست منځ ته راځي. د مختلفو گټو یا علاقو په بنسټ مختلفې هیوپوتیز رامنځ ته کیږي. له دې سره هر د قبلونې – او ردونې ورشو هم توپیر پیدا کوي. ،، شلمرلند، غواړي وښايي، چې $p > 0,05$ باور لري او لاندې هیوپوتیز رامنځ ته کوي: صفر هیوپوتیز $H_0 : p \leq 0,05$ ؛ بدیلې هیوپوتیز $H_1 : p > 0,05$.

دا یو ښي اړخیز هیوپوتیز ازماښت دی.

،، ارزان غذا (دا هم د مغازې نوم دیژباړی)،، غواړي وښايي، چې $p < 0,05$ باور لري او لاندې هیوپوتیز رامنځ ته کوي:

صفر هیوپوتیز $H_0 : p \geq 0,05$ ، بدیل – یا الترناټیو هیوپوتیز $H_1 : p < 0,05$.

دا یو کین اړخیز هیوپوتیز تست دی.

د،، شلمرلاند (دا د یوېمغازې نوم دی)،، لپاره تست

صفر هیوپوتیز $H_0 : p \leq 0,05$ سیګنیفیکانس نیو (s-niveau) $\alpha \leq 5\%$

داتا:

$$n = 300; p = 0,05; \mu = n \cdot p = 300 \cdot 0,05 = 15$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{15 \cdot 0,95} = \sqrt{14,25} \approx 3,775 > 3$$

د یوه 5% سیګنیفیکانس نیو سره لاندې انټروالونه شمیرل کیږي:

$$\{ \quad 5\% \quad \} \{ \quad 90\% \quad \} \{ \quad 5\% \quad \}$$

د H_0 لپاره د رده ونې ورشو.

له دې سره به $\mu + 1,64 \cdot \sigma = 15 + 1,64 \cdot \sqrt{14,25} \approx 21,19$ په 21 راتوله یا راگرده شي.

د H_0 لپاره د رده ونې ورشو پورته پولي

$A = \{0 \dots 21\}$ $\bar{A} = \{22 \dots 300\}$	د H_0 لپاره د منلو ورشو د H_0 لپاره رده ونو ورشو	باور لري:
--	---	-----------

د ازمايلو لپاره د رده ونې ورشو ده، داسې چې باور ولری:

$$P(22 \leq X \leq 300) \leq \alpha = 5\%$$

$$\{0 \dots 8\} \{9 \dots 15 \dots 21\} \{22 \dots 300\}$$

$$P(22 \leq X \leq 300) = \frac{1}{2} [1 - P(9 \leq X \leq 21)]$$

$$P(9 \leq X \leq 21) \Rightarrow r = 6,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{6,5}{\sqrt{14,25}} \approx 1,72 \Rightarrow P(9 \leq X \leq 21) \approx 0,915$$

$$\Rightarrow P(22 \leq X \leq 300) \approx \frac{1}{2} [1 - 0,915] = 0,043$$

د، ارزان غزا، لپاره تست:

صفرهيوپوتيز H_0 : $p \geq 0,05$ سيگنفيكانس نيو $\alpha \leq 5\%$

داتا:

$$n = 300; p = 0,05; \mu = n \cdot p = 300 \cdot 0,05 = 15$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{15 \cdot 0,95} = \sqrt{14,25} \approx 3,775 > 3$$

د يوه 5% سيگنفيكانس نيو سره لاندي انټروالونه شميرل کيږي:

$$\underbrace{\{ \quad 5\% \quad \}}_{\text{Ablehnungsbereich für } H_0} \{ \quad 90\% \quad \} \{ \quad 5\% \quad \}$$

د H_0 لپاره د رده ونې ورشو

$$\text{له دې سره } \mu - 1,64 \cdot \sigma = 15 - 1,64 \cdot \sqrt{14,25} \approx 8,81 \text{ په 9 راگرديږي}$$

د H_0 لپاره د منلو ورشو لاندي پولي

$A = \{9 \dots 300\}$ $\bar{A} = \{0 \dots 8\}$	د H_0 د منلو ورشو د H_0 د رده ونې ورشو	باور لري
--	---	----------

د ازمايلو د رده ونې ورشو ده، داسې چې باور لري

$$P(0 \leq X \leq 8) \leq \alpha = 5\%$$

$$\{0 \dots 8\} \{9 \dots 15 \dots 21\} \{22 \dots 300\}$$

$$P(0 \leq X \leq 8) = \frac{1}{2} [1 - P(9 \leq X \leq 21)]$$

$$P(9 \leq X \leq 21) \Rightarrow r = 6,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{6,5}{\sqrt{14,25}} \approx 1,72 \Rightarrow P(9 \leq X \leq 21) \approx 0,915$$

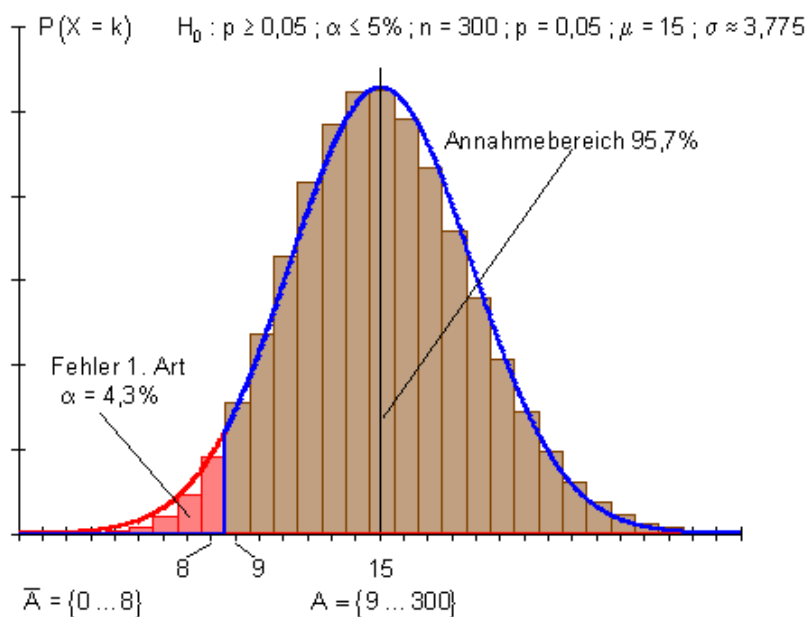
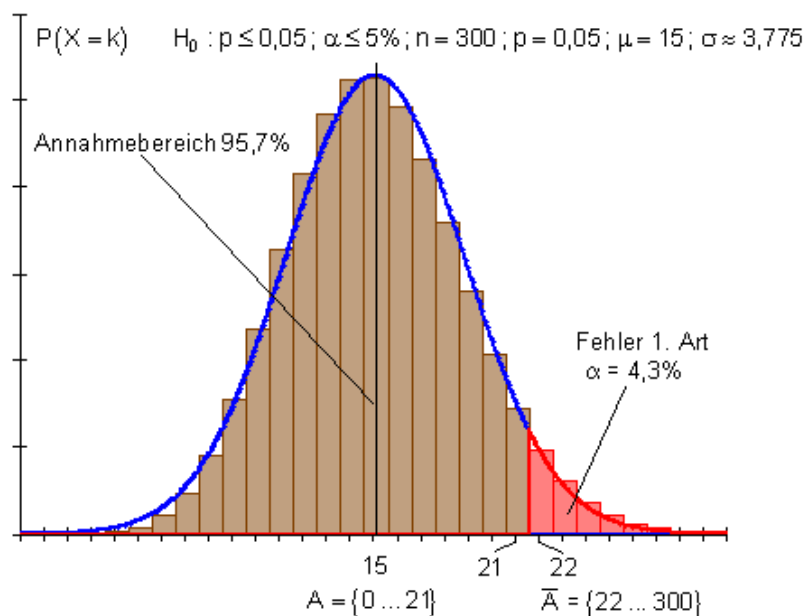
$$\Rightarrow P(0 \leq X \leq 8) \approx \frac{1}{2} [1 - 0,915] = 0,043$$

ارزونه: يوه مخامخ كونه يا مخامخ سره درونه بڼايي:

،، شلمر لاند،، $H_0 : p \leq 0,05 ; H_1 : p > 0,05$ هيوپوتيز $A = \{0 \dots 21\}$ $\bar{A} = \{22 \dots 300\}$ بڼی اړخيز تست لومړي ډول ناتيكاوی: 4,3% كه په كنترول كې له ۲۱ پاكټونو زيات كموزني ولري، نو H_0 ردیږي. له دې څخه بيا،، شلمر لاند،، د 4,3% اشتباه احتمالي سره له دې مخ ته ځي، چې د 5% څخه زيات ټول پاكټونه كموزنه دي. د غولنې گومان به سخت يا جدي شي. كه د كنترول ورشو د قبلوني ورشو H_0 كې پرته وي، بايد په حقيقت كې H_0 قبول شي، له دې سره څه نه دي بنوول شوي.	،، ارزانه غزا،، $H_0 : p \geq 0,05 ; H_1 : p < 0,05$ هيوپوتيز: $A = \{9 \dots 300\}$ $\bar{A} = \{0 \dots 8\}$ كين اړخيز تست لومړي ډول ناتيكاوی: 4,3% كه په كنترول كې له ۹ پاكټونو زيات كموزني ولري، نو H_0 ردیږي. له دې څخه بيا،، ارزانه غزا،، د 4,3% اشتباه احتمالي سره له دې مخ ته ځي، چې له 5% كم كموزنيز پاكټونه لري. كه د كنترول ورشو د قبلوني په ورشو H_0 كې پرته وي بايد په حقيقت كې H_0 قبول شي، مگر له دې سره څه نه دي بنوول شوي.
---	---

د یوه ښي اړخیز هیپوټیز تست پرتله کونه د یوه کین اړخیز هیپوټیز تست سره.

د الماني پښتو مانا: له ښي کین کښته لور ته: د منلو ورشو، لوری ډول نائیکاوی، د منلو ورشو، لومړی ډول نائیکاوی.



د اشتباهي احتمالوالي شمیرني لپاره یادونه.

د هر ردېد ونکې ورشو د انټرواحتمالوالي شمیرني د نورمالوېشنې د جدول سره سرته ورسیده.

د نورمالوېشنې ارزښتونه انتظار ارزښت ته سیومتريک دي.

برابر [اپیریال وړانګې(شعاع وې)د برابر و سېحو هوداسي % -ارزښتونو په معنا دی. دا په ګراف کې انځور شوي مټي یا ستني بینومیالوېشنه په ګوته کوي یا ښايي. دا فقط په $p = 0,5$ کې د انتظار ارزښت سره سیومتريک دي. یوه ټیک شمیرنه به د بینومیالوېشنې ارزښتونو سره د یوې د $4,9\%$ ناټیک ښي اړخیز تست سره اود $3,4\%$ ناټیک کین اړخیز تست یا ازمایښت سره و ښوول شي.

دا توپیر په $p = 0,05$ د بینومیالوېشنې د اکستریم یا افراطي کړوالي کې پروت دی.

دویم: مفصل ځواب

الف- د پوښتنې شننه او د هیپوټیز راوړنه

که د ښوونکو انګازما یا فعالیت بریا لروده؟ که هو، باید له 15% څخه لږ زده کوونکي کمښت یا ضعف وښايي. څیرنه باید وښايي، چې $p < 0,15$ باور لري.

له دې سره لاندې هیپوټیز راوړل کيږي یا ځا په ځای کيږي:

صفر هیپوټیز $H_0: p \geq 0,15$ ؛ بدیل هیپوټیز $H_1: p < 0,15$.

صفر هیپوټیز دې ټیک هلته رد شي، که د لږو زده کوونکو سره ضعف رامنځ ته کيږي. سړی هم وايي چې د X کوچني ارزښتونه د H_0 په ضد خبرې دي.

دا یو کین اړخیز هیپوټیز تست دی.

صفر هیپوټیز $H_0: p \geq 0,15$ سیګنیفیکانس نیو $\alpha \leq 5\%$

داتا

355

$$n = 140; p = 0,15; \mu = n \cdot p = 140 \cdot 0,15 = 21$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{21 \cdot 0,85} = \sqrt{17,85} \approx 4,225 > 3$$

د 5% یوه سیګنیفیکانس نیو سره لاندې انټروالونه ر څیړنې لاندې نیسو:

$$\{ \underbrace{\quad 5\% \quad} \} \{ \quad 90\% \quad \} \{ \quad 5\% \quad \}$$

د H_0 لپاره د رده ونې ورشو

له دې سره $\mu - 1,64 \cdot \sigma = 21 - 1,64 \cdot \sqrt{17,85} \approx 14,07$ په 14 راګرځیږي.

د H_0 لپاره د منلور شو لاندې پولې

$A = \{14 \dots 140\}$	د H_0 د منلو ورشو	باور لري
$\bar{A} = \{0 \dots 13\}$	د H_0 د رد هوني ورشو	

د رده ونې ورشو د شمیرلو ده، داسې چې باور ولري:

$$P(0 \leq X \leq 13) \leq \alpha = 5\%$$

$$\{0 \dots 13\} \{14 \dots 21 \dots 28\} \{29 \dots 140\}$$

$$P(0 \leq X \leq 13) = \frac{1}{2} [1 - P(14 \leq X \leq 28)]$$

$$P(14 \leq X \leq 28) \Rightarrow r = 7,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{7,5}{\sqrt{17,85}} \approx 1,78 \Rightarrow P(14 \leq X \leq 28) \approx 0,925$$

$$\Rightarrow P(0 \leq X \leq 13) \approx \frac{1}{2} [1 - 0,925] = 0,038$$

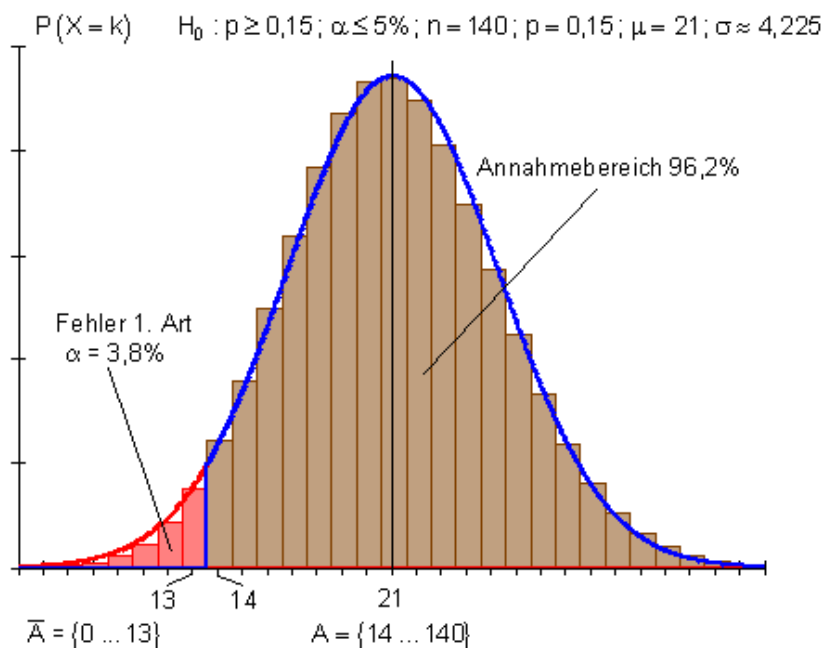
ارزونه: د H_0 د قبلونو ورشو له 14 څخه تر 140 پورې زده کوونکي د ضعف یا کمښت سره خوندي لري.

د H_0 د ردوني ورشو له 0 څخه تر 13 پورې زده کوونکي د ضعف یا کمښت سره خوندي لري.

دا چې ۱۸ زده کوونکي نوي ځل کمښت ښايي، دا د H_0 د قبلولو په ورشو کې لویږي یا پرېوځي.

د صفر هیپوتیز باید وساتل شي، سره له دې چې لږ زده کوونکي، لکه چې انتظار یې باید شوی وی یا کیده، کمښت لري. سړی له مثبت تغیر څخه مخ ته نه شي تللی. لومړی کله چې ۱۴ زده کوونکي کمښت وښايي، سړی له دې مخ ته تللی شي، چې د ښوونکو فعالیت بریاوې لږوډي.

له دې سره به د اشتباه احتمالی نږدې 3,8% وی.



ب – د پوښتنې شننه او د هیپوتیز راوړنه

د دې واقعیت په بنسټ چې ۱ زده کوونکي، یعنې له ۲۱ څخه کم، لکه په $p = 0,15$ کې یې چې انتظار باید شوی وی، کمښت ښايي، باید د صفر هیپوتیز رد شي. د دې لارې، چې سړی اوس ۱۹ د قبلونې ورشو لاندې پوله نیسي، د لومړي ډول ناتیګاوی تغیر خوري. د قبلونې – او ردونې ورشو په لاندې توګه تغیر خوري.

د قبلونې وړښو: $\{19 \dots 140\}$ ؛ د ردونې ورشو: $\{0 \dots 18\}$

د ناتیګاوی احتمالی د ردونې ورشو له لارې ټاکل کیږي.

$\{0 \dots 18\} \{19 \dots 21 \dots 23\} \{24 \dots 140\}$

$$\{0 \dots 18\} \{19 \dots 21 \dots 23\} \{24 \dots 140\}$$

$$P(0 \leq X \leq 18) = \frac{1}{2} [1 - P(19 \leq X \leq 23)]$$

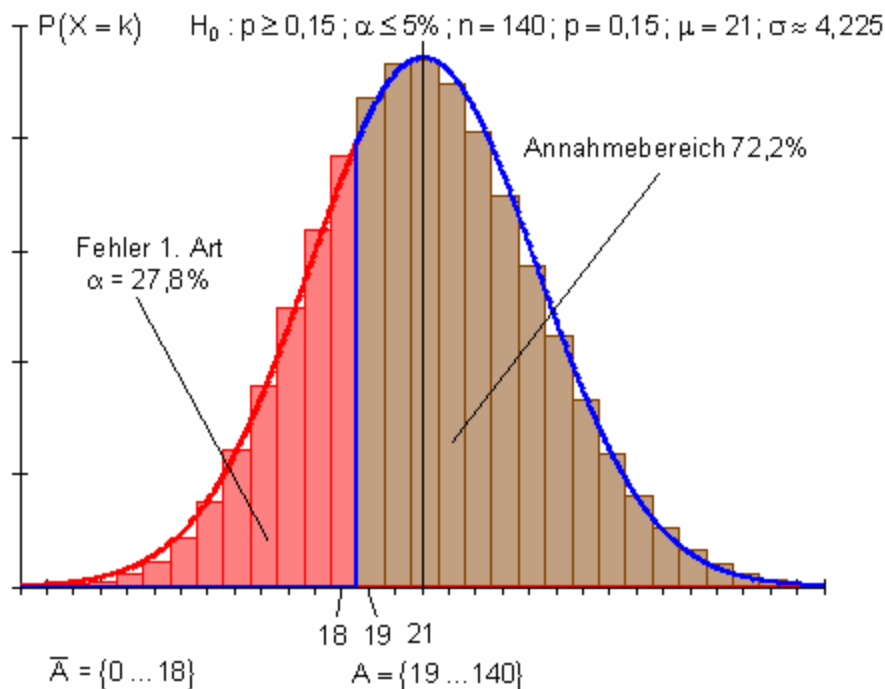
$$P(19 \leq X \leq 23) \Rightarrow r = 2,5 \Rightarrow z = \frac{r}{\sigma} = \frac{2,5}{\sqrt{17,85}} \approx 0,59 \Rightarrow P(19 \leq X \leq 23) \approx 0,445$$

$$P(0 \leq X \leq 18) = \frac{1}{2} [1 - 0,445] = 0,278 = \alpha$$

ارزونه: H_0 د قبلوني ورشو د کمښت يا ضعف سره له ۱۹ څخه تر ۱۴۰ پورې زده کونکي خوندي لري.

د H_0 د روني ورشو د کمښت سره له صفر څخه تر ۱۸ پورې زده کونکي خوندي لري.

که د صفر هیوپوتیز دسټي له ۱۸ د کمښت سره زده کونکو سره رد شي، نو دې پرېکړې لپاره د اشتباه احتمالي نږدې یا څه ناڅه ۲۷,۸% دي. وینا، چې دښوونکو فعالیت برابروي لروده، د یوې ۲۷,۸% غلطې سره شتون لري.



دریم: مفصل حل

الف- د پوښتنې شننه او د هیوپوتیز راورنه

د شمیرلو لپاره د $n = 100$ او $p = 0,6$ همداسې د $n = 100$ او $p = 0,7$ لپاره د بینومي وېشنې مل جدول استعمال کړئ.

د هیوپوتیز راورنه یا ځای په ځای کونه:

د دې لپاره احتمالوالی، چې پلاسینو اغیزلري، زیات له زیاته 60% دی. گومان کیږي، چې د ترڅه خوند سره پلاسینو ډېره اغیزمنه ده. معاینه یا پلټنه ښايي، چې $p > 0,6$ باور لري.

له دې سره لاندې هیوپوتیز منځ ته راځي:

صفر هیوپوتیز H_0 : $p \leq 0,6$ ، الترناتیو هیوپوتیز H_1 : $p > 0,6$

صفر هیوپوتیز دې ټیک هلته رد شي، کله چې ډېرو ناروغو باندې پلاسینو اغیز ولري.

سړی هم وایي، چې د X لوي ارزښتونه د H_0 په ضد دي. دا څیزه هیوپوتیز یو ښي ازماښت دی. د رده ونې ورشو د $p = 0,6$ لپاره د انتظار ارزښت ښي لور ته پرته ده. او یوه لویه (لویوالی) زیات له زیاته 4% لري.

جدول ارزښتونه

د سیگما-چاپیریال لپاره د نورمال وېشل شوي تصادفي متحولې احتمالوالی.

$$P = P(\mu - z \cdot \sigma \leq X \leq \mu + z \cdot \sigma) \quad 1 \quad \text{که } \sigma > 3 \text{ د لاپلاس شرایط وي.}$$

z	P	z	P	z	P	z	P	z	P	z	P
0,01	0,008	0,51	0,390	1,01	0,688	1,51	0,869	2,01	0,956	2,51	0,988
0,02	0,016	0,52	0,397	1,02	0,692	1,52	0,871	2,02	0,957	2,52	0,988
0,03	0,024	0,53	0,404	1,03	0,697	1,53	0,874	2,03	0,958	2,53	0,989
0,04	0,032	0,54	0,411	1,04	0,702	1,54	0,876	2,04	0,959	2,54	0,989
0,05	0,040	0,55	0,418	1,05	0,706	1,55	0,879	2,05	0,960	2,55	0,989
0,06	0,048	0,56	0,425	1,06	0,711	1,56	0,881	2,06	0,961	2,56	0,990
0,07	0,056	0,57	0,431	1,07	0,715	1,57	0,884	2,07	0,962	2,57	0,990
0,08	0,064	0,58	0,438	1,08	0,720	1,58	0,886	2,08	0,962	2,58	0,990
0,09	0,072	0,59	0,445	1,09	0,724	1,59	0,888	2,09	0,963	2,59	0,990
0,10	0,080	0,60	0,451	1,10	0,729	1,60	0,890	2,10	0,964	2,60	0,991
0,11	0,088	0,61	0,458	1,11	0,733	1,61	0,893	2,11	0,965	2,61	0,991
0,12	0,096	0,62	0,465	1,12	0,737	1,62	0,895	2,12	0,966	2,62	0,991
0,13	0,103	0,63	0,471	1,13	0,742	1,63	0,897	2,13	0,967	2,63	0,991
0,14	0,111	0,64	0,478	1,14	0,746	1,64	0,899	2,14	0,968	2,64	0,992
0,15	0,119	0,65	0,484	1,15	0,750	1,65	0,901	2,15	0,968	2,65	0,992

0,16	0,127	0,66	0,491	1,16	0,754	1,66	0,903	2,16	0,969	2,66	0,992
0,17	0,135	0,67	0,497	1,17	0,758	1,67	0,905	2,17	0,970	2,67	0,992
0,18	0,143	0,68	0,503	1,18	0,762	1,68	0,907	2,18	0,971	2,66	0,993
0,19	0,151	0,69	0,510	1,19	0,766	1,69	0,909	2,19	0,971	2,69	0,993
0,20	0,159	0,70	0,516	1,20	0,770	1,70	0,911	2,20	0,972	2,70	0,993
0,21	0,166	0,71	0,522	1,21	0,774	1,71	0,913	2,21	0,973	2,71	0,993
0,22	0,174	0,72	0,528	1,22	0,778	1,72	0,915	2,22	0,974	2,72	0,993
0,23	0,182	0,73	0,535	1,23	0,781	1,73	0,916	2,23	0,974	2,73	0,994
0,24	0,190	0,74	0,541	1,24	0,785	1,74	0,918	2,24	0,975	2,74	0,994
0,25	0,197	0,75	0,547	1,25	0,789	1,75	0,920	2,25	0,976	2,75	0,994
0,26	0,205	0,76	0,553	1,26	0,792	1,76	0,922	2,26	0,976	2,76	0,994
0,27	0,213	0,77	0,559	1,27	0,796	1,77	0,923	2,27	0,977	2,77	0,994
0,28	0,221	0,78	0,565	1,28	0,799	1,78	0,925	2,28	0,977	2,78	0,995
0,29	0,228	0,79	0,570	1,29	0,803	1,79	0,927	2,29	0,978	2,79	0,995
0,30	0,236	0,80	0,576	1,30	0,806	1,80	0,928	2,30	0,979	2,80	0,995
0,31	0,243	0,81	0,582	1,31	0,810	1,81	0,930	2,31	0,979	2,81	0,995

0,32	0,251	0,82	0,588	1,32	0,813	1,82	0,931	2,32	0,980	2,82	0,995
0,33	0,259	0,83	0,593	1,33	0,816	1,83	0,933	2,33	0,980	2,83	0,995
0,34	0,266	0,84	0,599	1,34	0,820	1,84	0,934	2,34	0,981	2,84	0,995
0,35	0,274	0,85	0,605	1,35	0,823	1,85	0,936	2,35	0,981	2,85	0,996
0,36	0,281	0,86	0,610	1,36	0,826	1,86	0,937	2,36	0,982	2,86	0,996
0,37	0,289	0,87	0,616	1,37	0,829	1,87	0,939	2,37	0,982	2,87	0,996
0,38	0,296	0,88	0,621	1,38	0,832	1,88	0,940	2,38	0,983	2,88	0,996
0,39	0,303	0,89	0,627	1,39	0,835	1,89	0,941	2,39	0,983	2,89	0,996
0,40	0,311	0,90	0,632	1,40	0,838	1,90	0,943	2,40	0,984	2,90	0,996
0,41	0,318	0,91	0,637	1,41	0,841	1,91	0,944	2,41	0,984	2,91	0,996
0,42	0,326	0,92	0,642	1,42	0,844	1,92	0,945	2,42	0,984	2,92	0,996
0,43	0,333	0,93	0,648	1,43	0,847	1,93	0,946	2,43	0,985	2,93	0,997
0,44	0,340	0,94	0,653	1,44	0,850	1,94	0,948	2,44	0,985	2,94	0,997
0,45	0,347	0,95	0,658	1,45	0,853	1,95	0,949	2,45	0,986	2,95	0,997
0,46	0,354	0,96	0,663	1,46	0,856	1,96	0,950	2,46	0,986	2,96	0,997
0,47	0,362	0,97	0,668	1,47	0,858	1,97	0,951	2,47	0,986	2,97	0,997

0,48	0,369	0,98	0,673	1,48	0,861	1,98	0,952	2,48	0,987	2,98	0,997
0,49	0,376	0,99	0,678	1,49	0,864	1,99	0,953	2,49	0,987	2,99	0,997
0,50	0,383	1,00	0,683	1,50	0,866	2,00	0,954	2,50	0,988	3,00	0,997

د نورمالټوټه کونې تصادفي متحولې او احتمالوالود جدول استعمال

1. انټروال و انتظار ارزښت ته سيومتريک دی.

$$n = 150; p = 0,5; P(65 \leq X \leq 85)$$

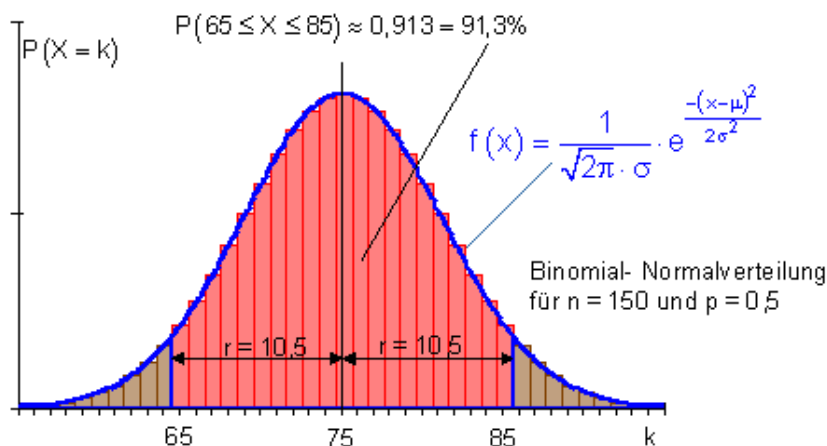
$$\begin{array}{l|l} n = 150 & \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0,5 = 75 \\ p = 0,5 & \Rightarrow \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0,5} = \sqrt{37,5} \approx 6,124 > 3 \end{array}$$

[... { 65 ... 75 ... 85 } ...] (سيومتريک انټروال په انتظار ارزښت)

$$P(65 \leq X \leq 85) = P(64,5 \leq X \leq 85,5)$$

د نورمالوېشنې لپاره

چاپيريال وړانگه(شعاع):



$$r = 85,5 - 75 = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10,5}{\sqrt{37,5}} \Rightarrow r \approx 1,71 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,71$$

د $z = 1,71$ ist $0,913 \Leftrightarrow P(65 \leq X \leq 85) \approx 0,913$ لپاره جدول ارزښت

لاندې ښي لورته د الماني پښتو: بېنوميال-وېشنه

د ... او ... لپاره.

2. د زیات له زیاته k بریاوو لپاره انټروال

$$n = 150; p = 0,5; P(X \leq 65)$$

$$\begin{array}{l} n = 150 \\ p = 0,5 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0,5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0,5} = \sqrt{37,5} \approx 6,124 > 3 \end{array}$$

$$[\{ 0 \dots 65 \} \{ 66 \dots 75 \dots 84 \} \{ 85 \dots 150 \}]$$

$$P(X \leq 65) = \frac{1}{2} [1 - P(66 \leq X \leq 84)]$$

ترڅنګ یا څنګیزه شمېرنه: $1 - P(66 \leq X \leq 84) = P(X \leq 65) + P(X \geq 85)$

مګر د سیومتري دلایلو له امله دی

$$P(x \leq 65) + P(X \geq 85)$$

او له دي سره

$$1 - P(66 \leq X \leq 84) = 2 P(x \leq 65) \quad | :2$$

$$\Leftrightarrow P(x \leq 65) = 1/2 [1 - P(66 \leq X \leq 84)]$$

د نورمال وېشنې لپاره $P(66 \leq X \leq 84) = P(65,5 \leq X \leq 84,5)$

چاپيريالورانگه

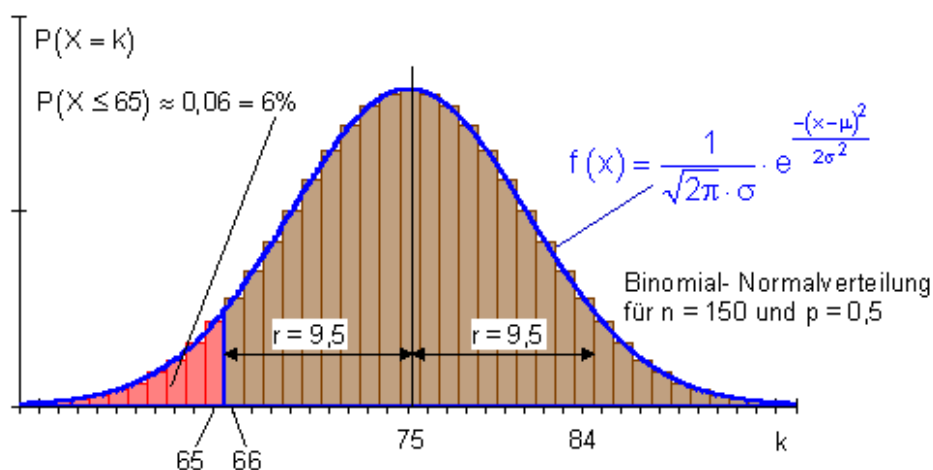
$$r = 84,5 - 75 = 9,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{9,5}{\sqrt{37,5}} \Rightarrow r \approx 1,55 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,55$$

د

$$z = 1,55 \text{ ist } 0,879 \Leftrightarrow P(66 \leq X \leq 84) \approx 0,879$$

لپاره جدول ارزښت:

$$P(X \leq 65) = \frac{1}{2} [1 - P(66 \leq X \leq 84)] \approx \frac{1}{2} [1 - 0,879] = \underline{\underline{0,06}}$$



3. دلبر تر لږه k بریالوو لپاره انتروال

$$n = 150; p = 0,5; P(X \geq 85)$$

$$\begin{array}{l|l} n = 150 & \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0,5 = 75 \\ p = 0,5 & \Rightarrow \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0,5} = \sqrt{37,5} \approx 6,124 > 3 \end{array}$$

$$[\{0 \dots 65\} \{66 \dots 75 \dots 84\} \{85 \dots 150\}]$$

$$P(X \geq 85) = \frac{1}{2} [1 - P(66 \leq X \leq 84)]$$

ترڅنگ یا فرعي شمېرته

$$1 - P(66 \leq X \leq 84) = P(X \leq 65) + P(X \geq 85)$$

د سیومتری دلایلو له امله دی:

$$P(X \leq 65) = P(X \geq 85)$$

او له دې سره:

$$1 - P(66 \leq X \leq 84) = 2 \cdot P(X \geq 85) \quad | : 2$$

$$\Leftrightarrow P(X \geq 85) = \frac{1}{2} [1 - P(66 \leq X \leq 84)]$$

$$P(66 \leq X \leq 84) = P(65,5 \leq X \leq 84,5) \quad \text{د نورمالوېشنې لپاره}$$

چاپریالوړانګه:

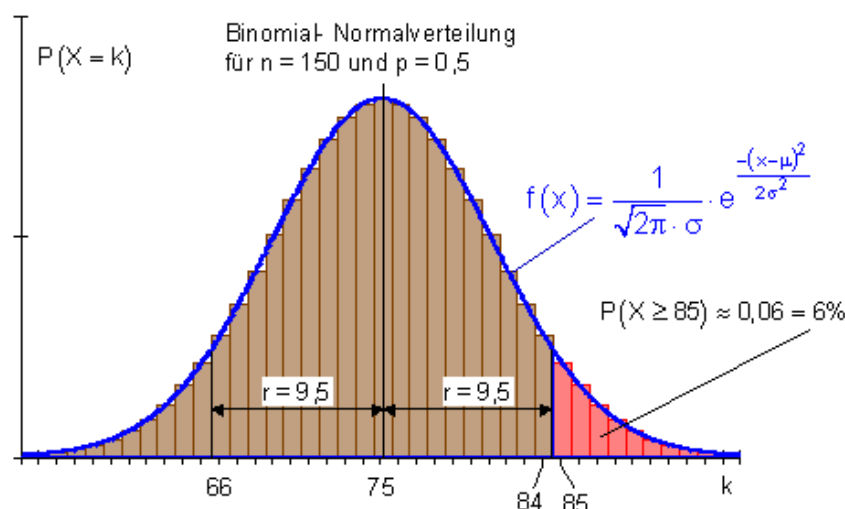
$$r = 84,5 - 75 = 9,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{9,5}{\sqrt{37,5}} \Rightarrow r \approx 1,55 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,55$$

د $z = 1,55$ ist $0,879 \Leftrightarrow P(66 \leq X \leq 84) \approx 0,879$ ارزښت لپاره جدول:

$$P(X \geq 85) = \frac{1}{2} [1 - P(66 \leq X \leq 84)] \approx \frac{1}{2} [1 - 0,879] = \underline{\underline{0,06}}$$

لاندې د الماني پښتو: بينوميال-نورمالوېشنه يا نوره هم ښه: نورمال ټوټه کونه

د... لپاره



4. انټروال انتظار ارزښت ته سيومتري نه دی

$$n = 150; p = 0,5; P(65 \leq X \leq 80)$$

$$\begin{array}{l} n = 150 \\ p = 0,5 \end{array} \left| \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0,5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0,5} = \sqrt{37,5} \approx 6,124 > 3 \end{array} \right.$$

$$[\dots \{ 65 \dots 69 \} \{ 70 \dots 75 \dots 80 \} \{ 81 \dots 85 \} \dots]$$

ږدو:

$$\begin{aligned} P(65 \leq X \leq 80) &= P(65 \leq X \leq 69) + P(70 \leq X \leq 80) \\ &= \frac{1}{2} [P(65 \leq X \leq 85) + P(70 \leq X \leq 80)] \end{aligned}$$

څنگیزه یا فرعي شمیرنه:

$$P(65 \leq X \leq 85) - P(70 \leq X \leq 80) = P(65 \leq X \leq 69) + P(81 \leq X \leq 85)$$

د اسیمپټوټي شرطونو له مخې لرو

$$P(65 \leq X \leq 69) = P(81 \leq X \leq 85)$$

او له دې سره

$$P(65 \leq X \leq 85) - P(70 \leq X \leq 80) = 2 \cdot P(65 \leq X \leq 69) \quad | : 2$$

$$\Leftrightarrow P(65 \leq X \leq 69) = \frac{1}{2} [P(65 \leq X \leq 85) - P(70 \leq X \leq 80)]$$

$$P(65 \leq X \leq 80) = P(65 \leq X \leq 69) + P(70 \leq X \leq 80)$$

$$= \frac{1}{2} [P(65 \leq X \leq 85) - P(70 \leq X \leq 80)] + P(70 \leq X \leq 80)$$

$$= \frac{1}{2} [P(65 \leq X \leq 85) + P(70 \leq X \leq 80)]$$

$$P(65 \leq X \leq 85) = P(64,5 \leq X \leq 85,5) \quad \text{د نورمال وېشنې لپاره}$$

چاپیریالورانګه:

$$r = 85,5 - 75 = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10,5}{\sqrt{37,5}} \Rightarrow r \approx 1,71 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,71$$

$$0,913 \Leftrightarrow P(65 \leq X \leq 85) \approx 0,913 \quad \text{د } z = 1,71 \text{ لپاره جدول ارزښت دی}$$

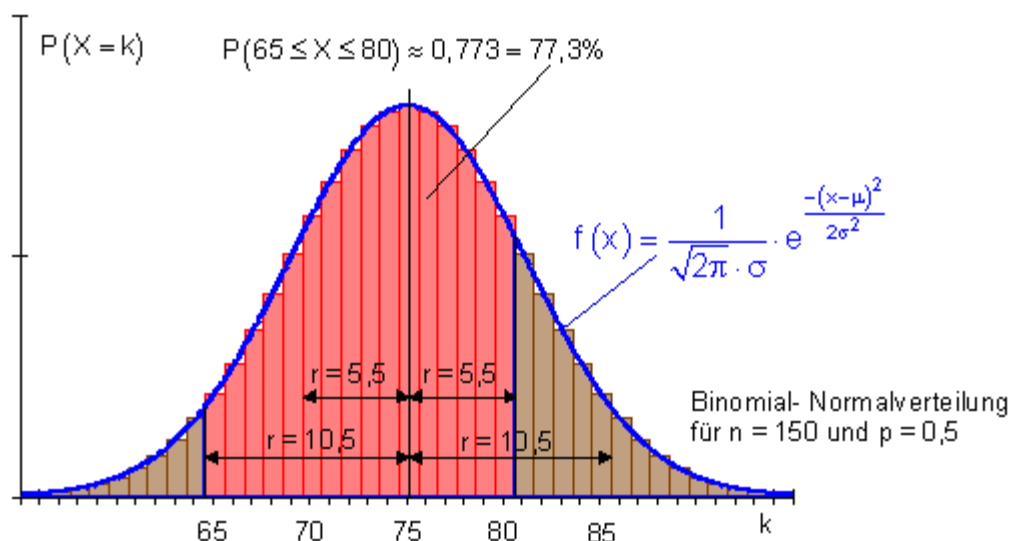
$$P(70 \leq X \leq 80) = P(69,5 \leq X \leq 80,5) \quad \text{د نورمال وېشنې لپاره}$$

چاپیریالورانګه:

$$r = 80,5 - 75 = 5,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{5,5}{\sqrt{37,5}} \Rightarrow r \approx 0,9 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 0,9$$

د $z = 0,9$ لپاره جدول ارزښت دی $0,632 \approx P(70 \leq X \leq 80)$

$$P(65 \leq X \leq 80) = \frac{1}{2} [P(65 \leq X \leq 85) + P(70 \leq X \leq 80)] \approx \frac{1}{2} [0,913 + 0,632] = \underline{\underline{0,773}}$$



5. د يوه له مخه ورکړل شوي چاپيريال احتمالي وړانګې شميرنه

چاپيريال: $n = 150; p = 0,5; 90\%$ $[\dots\{? \dots 75 \dots ?\} \dots]$

$$\left. \begin{array}{l} n = 150 \\ p = 0,5 \end{array} \right| \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0,5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0,5} = \sqrt{37,5} \approx 6,124 > 3 \end{array}$$

(د 90% چاپيريال لپاره ډول ارزښت) $Z = 1,64$

د چاپيريال وړانګه $r = z \cdot \sigma = 1,64 \cdot 6,124 \approx 10,043$

لاندي يا کښته پوله $\mu - r = 75 - 10,043 \approx 64,957$

پورته پوله:

$\mu + r = 75 + 10,043 \approx 85,043$

گردوني Round of ته پام:

90% کې چاپیریال دې انتظار ارزښت ته سیومتريک پروت وي.

گردونه: $[\dots \{ 65 \dots 75 \dots 85 \} \dots]$ انټروال انتظار ارزښت ته سیمتريک دی.

$$P(65 \leq X \leq 85) = P(64,5 \leq X \leq 85,5) \text{ د نورمال وېشنې لپاره.}$$

$$r = 85,5 - 75 = 10,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{10,5}{\sqrt{37,5}} \Rightarrow r \approx 1,71 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,71$$

چاپیریالوړانګه

د z لپاره جدول ارزښت

$$z = 1,71 \text{ ist } 0,913 \Leftrightarrow P(65 \leq X \leq 85) \approx 0,913 = 91,3\%$$

کنټرول چې ایا ښه ارزښت ممکن دی:

$$[\dots \{ 66 \dots 75 \dots 84 \} \dots] \text{ د انټروال کوچنۍ کیدنه}$$

$$P(66 \leq X \leq 84) = P(65,5 \leq X \leq 84,5) \text{ د نورمالوېشنې لپاره}$$

چاپیریالوړانګه

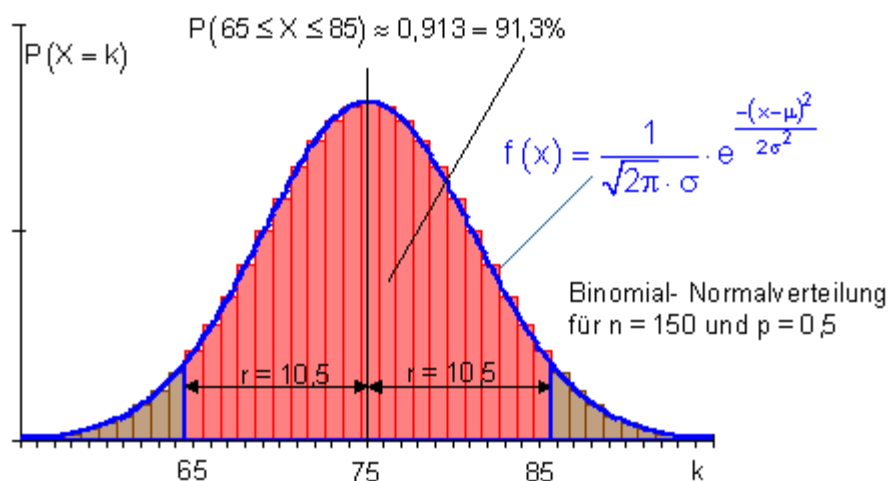
$$r = 84,5 - 75 = 9,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{9,5}{\sqrt{37,5}} \Rightarrow r \approx 1,55 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,55$$

د z لپاره جدول ارزښت.

$$z = 1,55 \text{ ist } 0,879 \Leftrightarrow P(66 \leq X \leq 84) \approx 0,879 = 87,9\%$$

$$\underline{\underline{P(65 \leq X \leq 85) \approx 0,913 = 91,3\% \text{ i}}}$$

خوراښه ارزښت دی.



شپږم: د نورو احتمالوالي شمیرني لپاره ورته ډول تلنه کيږي. (دلته 95% -چاپیریال)

$$n = 150; p = 0,5; !$$

90% - چاپیریال: [...{?...75...?}...]

$$\left. \begin{array}{l} n = 150 \\ p = 0,5 \end{array} \right| \Rightarrow \begin{array}{l} \mu = n \cdot p = 150 \cdot 0,5 = 75 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{75 \cdot 0,5} = \sqrt{37,5} \approx 6,124 > 3 \end{array}$$

$z=1,96$ (د 90% چاپیریال لپاره جدول ارزښت)

چاپیریالوړانگه: $r = z \cdot \sigma = 1,96 \cdot 6,124 \approx 12,00$

لاندې پوله یا لیمیت: $\mu - r = 75 - 12 \approx 63$

پورته پوله: $\mu + r = 75 + 12 \approx 87$

د گردوني لپاره فکرکونه:

د 95% -چاپیریال دې انتظار ارزښت ته سیومتريک وي.

گردونه: $[\dots \{ 63 \dots 75 \dots 87 \} \dots]$ انټروال انتظار ارزښت ته سیومتريک دی.

$$P(63 \leq X \leq 87) = P(62,5 \leq X \leq 87,5) \text{ د نورمالوېشنې لپاره.}$$

$$r = 87,5 - 75 = 12,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{12,5}{\sqrt{37,5}} \Rightarrow r \approx 2,04 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 2,04$$

چاپیریالوړانګه

د z لپاره جدول ارزښت

$$z = 2,04 \text{ ist } 0,959 \Leftrightarrow P(63 \leq X \leq 87) \approx 0,959 = 95,9\%$$

کنټرول د یوه نور ښه ارزښت لپاره:

$$[\dots \{ 64 \dots 75 \dots 86 \} \dots] \text{ د انټروال کوچنیوال}$$

$$r = 84,5 - 75 = 11,5 \Rightarrow \frac{r}{\sigma} = \frac{11,5}{\sqrt{37,5}} \Rightarrow r \approx 1,88 \cdot \sigma \Rightarrow z \approx 1,88$$

چاپیریال وړانګه

$$z = 1,88 \text{ ist } 0,94 \Leftrightarrow P(64 \leq X \leq 86) \approx 0,94 = 94\%$$

د z لپاره جدول ارزښت

$$P(63 \leq X \leq 87) \approx 0,913 = 91,3\%$$

خوراښه ارزښت دی.

د ډاکټر ماخان شینواري چاپ شوي لیکنې:

1988 Vienna (Austria):

لومړۍ:

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra :
general algebra 6 ; Page 117 – 122 contributions to

1987 Vienna (Austria):

دویم:

Diss . Interpolation und Aproximation durch Polynime in Universalen Algebren .
Uni. Wien

*Dissertation Interpolation and Aproximation by Polynome in universal Algebras,
at the University of Vienna/Austria*

لاندې د شمیرپوهنې پښتوتول کتابونه په المان کې د ،، افغانستان کلتوري ودې ټولنه، له
خوا چاپ شوي دي

2000 Bonn (Germany):

دریم: د شمیرپوهنې ستر کتاب : د شمیرپوهنې برسيره د انجنري، فزیک او اقتصاد
لپاره ، همداسې د ښوونکو او زده کوونکو لپاره (دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کې چاپ
او دا نوي لیکنه به یې ځنو ځایونو غزېدلې او ځنې ځایونه ترې لرې شوي دي)

2003 Bonn (Germany):

څلورم: ځمکچپوهنه(هندسه) ، په سلو زرو کې شمیرنه، د گټې – او کټې د کټې
شمیرنه ، د احتمالي شمېرنه کتاب د ښوونځي ټولې اړتیاوې پوره کوي

2003 Bonn (Germany):

پنځم: الجبرونه (د الجبر بنسټونه دي)

2003 Bonn (Germany):

شپږم: د شمیرپوهنې انگرېزي – پښتو ډکشنري.

[2003 Bonn \(Germany\):](#)

اووم: د شميرپوهنې الماني - پښتو - او پښتو الماني ډکشنري

Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German

[2003 Bonn \(Germany\):](#)

اتم: دفرنخيال برابر وړ (دا کتاب په دې څانگه کې يو پيل دی، ساده ليکل شوی)

Differential equation Translation; An Introduction

[Bonn \(Germany\): 2003](#)

نهم: د شمير پوهنې فرمولونو ټولگه

Mathematical Formulas

[2003 Bonn \(Germany\):](#)

لسم: شميرپوهنه له عربي په پښتو

[1997 Bonn \(Germany\):](#)

يوولسم: د افغانستان په هکله سپينې خبرې: په المان کې

،،د افغانستان روغې او بيا ابادولو ټولنه،، له خو

يادونه: له ۲۰۰۰ کال دمخه ډاکټر ماخان شينواري د ،،د افغانستان روغې او بيا

ابادولو ټولنه،، له خوا درې ساسي مجلې هم را وستلې.

د ډاکټر ماخان ،،ميري،، شينواري ليکنې او ژباړې چې په چاپيدو يې
پيل کيږي

2012 Bonn; Germany; Kabul Afghanistan

ژباړې:

: Prof. Brinkmann. (From Brinkmann.du.de)

لاندې د برينککن ليکنې چې له پرينمن ن ج څخه ژباړل شوي دي.

- ۱ - شميرپوهنه د بنوونځي لپاره لومړی ټوک
- ۲ - شميرپوهنه د بنوونځي لپاره دويم ټوک
- ۳ - شميرپوهنه د بنوونځي لپاره دريم ټوک
- ۴ - د احتمالي شميرنه د بنوونځي لپاره
- ۵ - احصايه يا ستاتيستيک د بنوونځي لپاره

لاندې کتابونه د شتوتگارت د پوهنتون د استادانو د لکچرونو څخه چې د شتوتگارت پوهنتون ن ج څخه خپاره شوي را ژباړل شوي.

- ۶ - اناليزی ۱
- ۷ - اناليزي ۲
- ۸ - کرينيز الجبر
- ۹ - د شميرپوهنې بنسټونه
- ۱۰ - د فرمولونو ټولگه
- ۱۱ - فنکشنل اناليز
- ۱۲ - وکتور شميرنه

نورې ژباړې

۱۳ - له www.grundstudium.info/linearealgebra څخه: کرينيز الجبر

۱۴ - Georg Guttenbrunner گڼونپوهنه يا د اعدادو تيوري

زما لیکنې

Bonn (Germany):

۱۵ - د شمیرپوهنې ستر کتاب دویم چاپ د پوره تغیراتو سره : دا کتاب د شمیرپوهنې برخې برسيره د

انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د بنوونکو او زده‌کوونکو لپاره پوره گټور دی. په

کتاب کې د اړتیا سره زیاتونه او کونه راغلي

۱۶ - ځمکچپوهنه (هندسه) دویم چاپ د پوره تغیراتو سره

۱۷ - الجبر بنسټونه دویم چاپ له تغیراتو سره

۱۸ - ډېری پوهنه یا سټ تیوري

۱۹ - د شمیرپوهنې سم اند (منطق ریاضي)

۲۰ - د یو څو شمیرپوهانو ژوندلیک

۲۱ - د شمیر پوهنې گډې وډې لیکنې

۲۲ - داهم ژباړه ده، خو لیکونکې یې متأسفانه راڅخه نابلد شوی: د مشتق او انتیگرال شمیرنو ته

تمرینونه او اوبیوني یا حلونه یې

۲۳ - د شمیرپوهنې انگریزي پښتو او عربي + درې ډکشنري

۲۴ - د شمیرپوهنې پښتو انگرېزي ډکشنري

۲۵ - د شمیرپوهنې پښتو ډکشنري د شمیرپوهنیزو وییونو په پښتو روښانه ونه

۲۶ - د زړه له کومې (دا هغه لیکنې دي، چې ځنې یې په نړیول جالونو کې خپرې شوي دي.)

۲۷ - د افغانستان په هکله سپینې خبرې، چې وبه غزیږي.

نوري لیکنې، چې په ژباړه یې پیل شوی، خو لا پوره نه دي

- د شتوتکارت پوهنتون لکچرنوتونو څخه ، چې د شتوتکارت پوهنتون ن ج څخه خپریږي:

د گروپونو تیوري

- د بنسټونو لپاره فزیک د برینکمن لیکنه

له پنځم ټولګي څخه تر اومم ټولګي پورې ژباړل شوی (دا چې زما دویم مسلک فزیک دی، دا لیکنې ژباړم. دا هم د دې لیکوال یوه ډېره ښه لیکنه ده، چې -د شمیرپوهنې په څیر- دلته هم زیات تمرینونه د حل یا اوبیوني سره په کې راغلي او ماته زیات ګټور برېښي)

د ليکوال ژوند ته لنډه کتنه

ماخان په اولني نوم ميري شينواری د ارواښادي پستو او ارواښاد نوررحمان زوي په ۱۳۲۰ هـ لمریز کي د شينواریو هسکه مینه کي دې نړۍ ته سترگي راغړولي.

د هسکي ميني د لومړني ښوونځي (د لومړنيو زده کونکو څخه) څخه وروسته د رحمان بابا لیسې له ۱۹۵۴ تر ۱۹۶۵ پورې (ښوونځي له لومړي ټولگي پیل او د دویم ټولگي څخه گام او پای).

د ۱۹۶۶ تر سپټمبر د کابل طب پوهنځي. له ۱۹۶۶ سپټمبر څخه د اتریش برس، چې هلته يې د شميرپوهنې ډاکټري په پوره ستونځو تر لاسه کړه.

د ۱۹۸۷ ش ک تر ۱۹۸۸ د فبروري تر پای د دباندنيو چارو وزارت کي مامور. د ۱۹۸۸ مارچ څخه تر ۱۹۹۲ جون پورې په بن کي د افغانستان جمهوريت سفارت شارژد افیر (صفر نه وو). له هغې وروسته په جرمني کي سياسي پناه. له ۲۰۰۸ مارچ څخه د ۲۰۰۹ دسمبر پورې د د رياضي څانگه کي د پوهنې وزارت درسي نساب کي دنده.

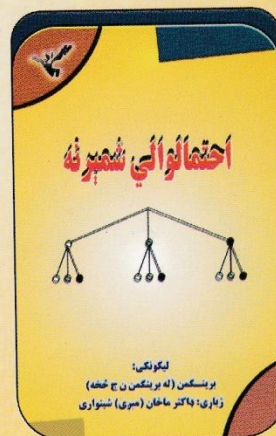
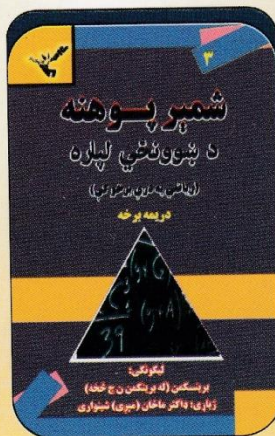
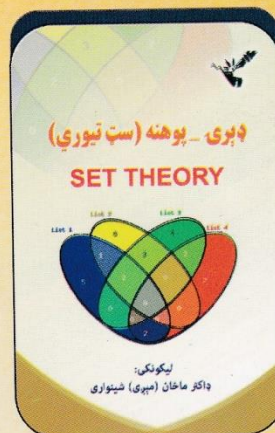
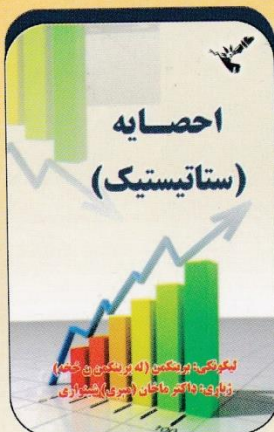
ماخان ميري په ۱۹۷۲ کي له لري د ميرمن ښاپيرۍ سره واده شوی، چې د واده خبر ورته اتریش ته راغی. ده له ميرمن ښاپيرۍ سره په ۱۹۶۳ ز ک کي کوزده کړې وه.

دوي ته لوي څښتن په اتریش ويانا کي د مای په شلم ۱۹۷۹ ز ک دوه بچيان وبخښل، چې څانگه او اباسين نوميري. څانگه په المان کي د پوهنتون علمي همکاره وه او د حقوقو ډاکټره ده او اباسين ملي اقتصاد او ټولنيزه سايکولوژي لوستلي.

ماخان شينواري بي کاره نه دی او لږ تر لږه له ۱۹۹۷ څخه همدا د کتابونو ليکلو اوو د ژباړې دنده يې په غاړه اخستې، چې خپل فکر د شوني پولي تازه وساتي.



ډاکټر ماخان (مېري) شينواري



د افغانستان د کلتوري ودې ټولنه - جرمني

VEREIN ZUR FÖRDERUNG DER
AFGHANISCHEN KULTUR E.V

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library