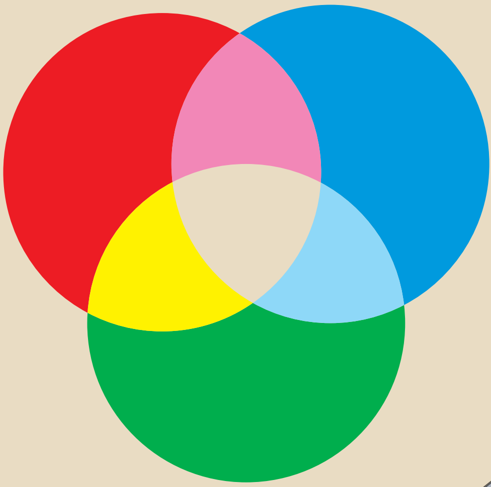
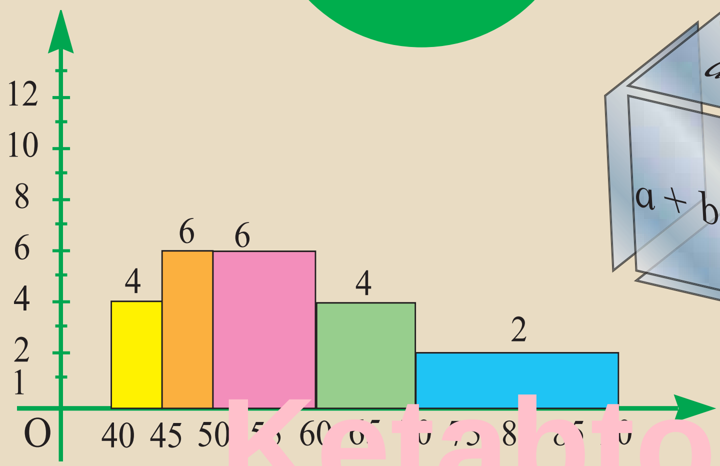
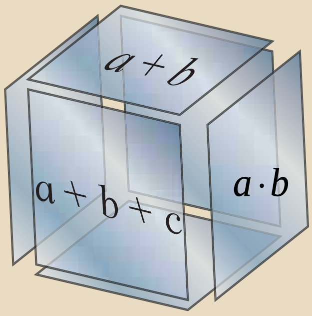
د پوهنې وزارت
د تعليمي نصاب، د ښوونکو د روزنې
او د ساينس د مرکز معينيت
د تعليمي نصاب د پراختيا او درسي
کتابونو د تاليف رياست

رياضي

نهم ټولگی







نهم ټولگی

ISBN 978-9936-25-068-0
۱۳۹۰ هـ. ش.

Ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

رياضي
نهم
ټولگی

۱۳۹۰
هـ.ش

مولفين

- پوهيالی حمدالله شیرزی وردگ د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
- پوهنمل طلاباز حبیب زی د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
- پوهندوی خالقداد فیروز کوهی د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
- دکتور ماخان شینواری د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
- سرمولف میرنقیب الله د تعلیمي نصاب د پراختیا او درسي کتابونو د تالیف ریاست علمي غړی

ژباړونکي

- پوهيالی حمدالله شیرزی وردگ د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
- استاد مختار نوید د تعلیمي نصاب د پراختیا او درسي کتابونو د تالیف ریاست علمي غړی

علمی اډیټور

- پوهنمل طلاباز حبیب زی د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی

د ژبې اډیټور

- سرمحقق نعمت الله اندړ د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی

ديني، سياسي او فرهنگي کميټه:

- مولوي عبدالصبور عربي
- دکتور محمد يوسف نيازی
- حبيب الله راحل د پوهنې وزارت سلاکار د تعليمي نصاب په رياست کې.

د څارنې کمېټه:

ـ دکتور اسدالله محقق د تعليمي نصاب د پراختيا، د ښوونکو د روزنې او د ساينس مرکز معين.

ـ دکتور شېرعلي ظريفي د تعليمي نصاب د پراختيا د پروژې مسؤول.

ـ د سرمؤلف مرستيال عبدالظاهر گلستاني د تعليمي نصاب د پراختيا او درسي کتابونو د تاليف لوی رئيس.

کمپوز او ډيزاين

- وليد نويد نسيمي
- محمد اشرف امين

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

ملي سرود

دا وطن افغانستان دی
کور د سولې کور د تورې
دا وطن د ټولو کور دی
د پښتون او هزاره وو
ورسره عرب، گوجر دي
براهوي دي، قزلباش دي
دا هیواد به تل ځلیږي
په سینه کې د اسیا به
نوم د حق مو دی رهبر

دا عزت د هر افغان دی
هر بچی یې قهرمان دی
د بلوڅو د ازبکو
د ترکمنو د تاجکو
پامیریان، نورستانیان
هم ایماق، هم پشه یان
لکه لمر پر شنه اسمان
لکه زړه وي جاویدان
وایو الله اکبر وایو الله اکبر

بسم الله الرحمن الرحيم

د پوهنې د وزير پيغام

ګرانو ښوونکو او زده کوونکو،

ښوونه او روزنه د هر هېواد د پراختيا او پرمختګ بنسټ جوړوي. تعليمي نصاب د ښوونې او روزنې مهم توکی دی چې د معاصر علمي پرمختګ او ټولنې د اړتياوو له مخې رامنځته کېږي. څرګنده ده چې علمي پرمختګ او ټولنيزې اړتياوې تل د بدلون په حال کې وي. له دې امله لازمه ده چې تعليمي نصاب هم علمي او رغنده انکشاف ومومي. البته نه ښايي چې تعليمي نصاب د سياسي بدلونونو او د اشخاصو د نظريو او هيلو تابع شي.

دا کتاب چې نن ستاسو په لاس کې دی، پر همدې ارزښتونو چمتو او ترتيب شوی دی. علمي ګټورې موضوعګانې پکې زياتې شوې دي. د زده کړې په بهير کې د زده کوونکو فعال ساتل د تدريسي پلان برخه ګرځېدلې ده.

هيله من يم دا کتاب له لارښوونو او تعليمي پلان سره سم د فعالې زده کړې د ميتودونو د کارولو له لارې تدريس شي او د زده کوونکو ميندې او پلرونه هم د خپلو لوڼو او زامنو په باکيفيته ښوونه او روزنه کې پرله پسې ګډه مرسته وکړي چې د پوهنې د نظام هيلې ترسره شي او زده کوونکو او هېواد ته ښې برياوې ور په برخه کړي.

پر دې ټکي پوره باور لرم چې زموږ ګران ښوونکي د تعليمي نصاب په رغنده پلي کولو کې خپل مسؤوليت په ريښتوني توګه سرته رسوي.

د پوهنې وزارت تل زيار کاږي چې د پوهنې تعليمي نصاب د اسلام د سپېڅلي دين له بنسټونو، دوطن دوستي د پاک حس په ساتلو او علمي معيارونو سره سم د ټولنې د څرګندو اړتياوو له مخې پراختيا ومومي.

په دې ډګر کې د هېواد له ټولو علمي شخصيتونو، د ښوونې او روزنې له پوهانو او د زده کوونکو له ميندو او پلرونو څخه هيله لرم چې د خپلو نظريو او رغنده وړانديزونو له لارې زموږ له مؤلفانو سره د درسي کتابونو په لا ښه تاليف کې مرسته وکړي.

له ټولو هغو پوهانو څخه چې د دې کتاب په چمتو کولو او ترتيب کې يې مرسته کړې، له ملي او نړيوالو درنو مؤسسو او نورو دوستو هېوادونو څخه چې د نوي تعليمي نصاب په چمتو کولو او تدوين او د درسي کتابونو په چاپ او وېش کې يې مرسته کړې ده، مننه او درناوی کوم.

ومن الله التوفيق

فاروق وردګ

د افغانستان د اسلامي جمهوريت د پوهنې وزير

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

فهرست **مـخ**

لومړی څپرکی: دایره ۱
- د دایرې عناصر، د یوې مستقیمې کرښې حالتونه، دایرې موقعیت نظر یو بل ته
- په دایره پورې اړوند زاویې
- د دایرې د وتر او شعاع ځانګړتیاوې
- د دایرې محیطي او مماسي زاویې

دویم څپرکی: په یوه دایره کې د اوږدوالی اړیکې
۲۷
- د یوه ټکي طاقت نظر دایرې ته
- دایرې مماس کرښه، د دایرې داخلي او خارجي زاویه
- محیطي او محاطي دایره
- په دایره کی د مرسوم څلور ضلعی ځانګړتیاوې (خواص)
- د منظمې مضلع ترسیم، د د ایرې مساحت او محیط

دریم څپرکی: تحلیلي هندسه ۵۵
- د دوو ټکو تر منځ فاصله یا واټن
- د یوې قطعه خط د منځنی ټکي مختصات
- د مستقیمې کرښې میل، د موازي او عمود کرښو میلونه
- د مستقیمې کرښې معادله، د هغې مستقیمې کرښې معادله چې میل او یو ټکی یې معلوم وي
- د مستقیمې کرښې عمومي معادله
- د خطي معادلاتو سیستم
- د خطي معادلاتو د سیستم حل د تعویضي او افنا په لاره (طریقه)
- تغییر مکان، انتقال، انعکاس او دوران

څلورم څپرکی: مثلثات ۹۵
د تالس قضیه
- د حاده زاویې ساین، کوساین او تانجنت
- د ځینو خاصو زاویومثلثاتي نسبتونه، د میل او تانجنت تر منځ اړیکې
- مثلثاتي جدول، د قایم الزاویو مثلثونو حل

• مثلثاتي معادلې

فهرست — **مـخ**

پنځم څپرکی: څو جمله یي ګانې ۱۲۷
• په فکتورونو تجزیه
• د الجبري افادو ضرب، د مکعبونو مجموعه او تفاضل
• کوچنی ګډ مشترک مضرب
• د الجبري افادو وېش
• په الجبري افادو کې د عملیو د سرته رسولو ترتیب
شپږم څپرکی: نامساوات ۱۵۱
• د خطي غیر مساواتو حل
• فاصله یا انټروالونه
• د بینوم د علامې ټاکل، د کسر افادې اشاره ټاکل
• کسري نامساواتونه، دوه متحوله خطي نامساوات
• د نامساواتو سیستمونه
اووم څپرکی: یو مجهوله دویمه درجه معادلې ۱۷۵
• د دویمې درجې معادلو حل
• غیر خطي اړیکې
• په هندسي لاره د دویمې درجې معادلو حل د محمد بن موسی فورمول، تکمیل مربع
اتم څپرکی: احصائیه ۱۹۵
• د data د دسته بندي لاره، د نبنتو یا پیوسته data ګانو دسته بندي او وزني اوسط
• مستطیلي او دایروي ګرافونه
• میانه، د تحول ساحه او د انحراف اوسط
نهم څپرکی: احتمالات ۲۲۱
• د ناخاپه پېښو اتحاد او تقاطع
• کلي او مکمله سټ
• په سټونو مدل جوړول

(c) ketabton.com: The Digital Library

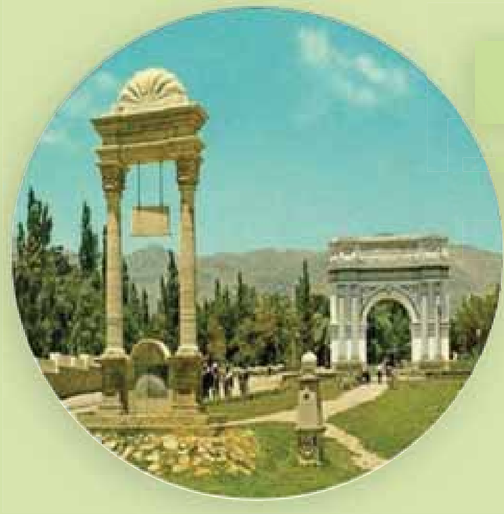
(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی څپرکی

دایـــره

(c) ketabton.com: The Digital Library

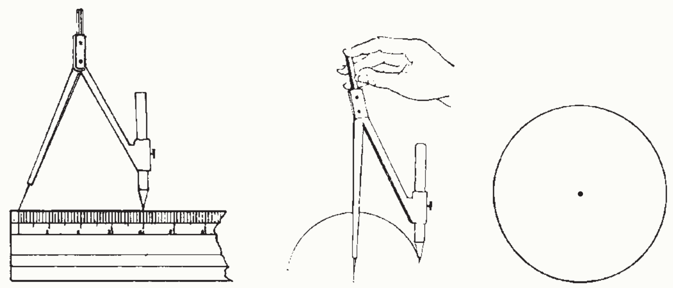
دایره
CIRCLE



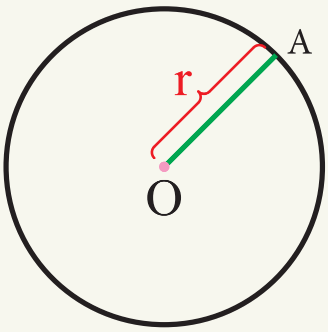
شکل ته پام وکړئ هغه هندسي شکلونه چې په تصوير کې وينئ نومونه يې واخلئ.

فعاليت

يوه ټکی د کاغذ پر مخ وټاکئ، ددې ټکي شاوخواته د 1cm په اوږدوالی د پرکار خوله خلاصه او هغه ته يو بشپړ دوران ورکړئ، لاسته راغلی شکل او ټاکل شوی ټکی څه نومېږي؟



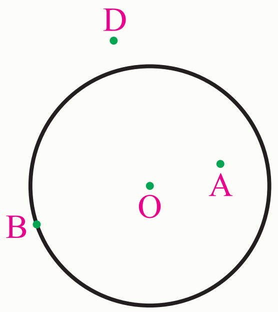
تعريف



په يو مستوي کې د هغو ټولو ټکو سټ چې له يوه ټاکلي ټکي نه مساوي واټن(فاصله) ولري دايره نومېږي، يا په بل عبارت دايره ديوې تړلي منحنی څخه عبارت ده چې له يوه ټاکلي ټکي څخه مساوي واټن ولري.
تړلي منحنی ته د دايرې محيط او ټاکلي ټکي ته د دايرې مرکز وايي چې په $C(O,r)$ ښودل کېږي.
د دايرې مرکز په شکل کې O او شعاع يې د r په توروو ښودل کېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعالیت



- په لاندې شکل کې د A ، B او D د ټکو ځایونه(موقعیت) نظر O دایرې ته وټاکې.
- د هغو ټکو واټن د دایرې د مرکز څخه اندازه او د دایرې د شعاع له اوږدوالي سره پرتله کړئ.
- په خپله خوښه درې نور ټکي چې په دایره کې دننه او له دایرې څخه بهر پراته وي په پام کې ونیسئ. ایا لاسته راغلې اړیکې د دې ټکو لپاره هم سمې دي؟

پایله:

1- د هغو ټکو سټ چې فاصله یې د دایرې له مرکز څخه د دایرې د شعاع څخه کوچنۍ وي، د دایرې داخلي ساحه(منځ) بلل کېږي، یا $I=\{A/|\overline{OA}|<r\}$

2- د هغو ټکو سټ چې فاصله یې د دایرې له مرکز څخه د دایرې له شعاع سره مساوي وي، د دایرې محیط یا مخ ویل کېږي، یا $C=\{B/|\overline{OB}|=r\}$

3- د هغو ټکو سټ چې فاصله یې د دایرې له مرکز څخه د دایرې د شعاع څخه لوی وي، د دایرې د خارجي یا باندنۍ ساحې په نامه یادېږي، یا $E=\{D/|\overline{OD}|>r\}$

4- د مستوي هغه برخه چې د دایرې د محیط او دهغې د اخلي سطحې په واسطه جلا شوي وي، د دایرې د سطحې په نوم یادېږي.

پوښتنې

1- یوه دایره د $2cm$ په شعاع رسم کړئ. دلاندې ټکو څخه کوم یو یې د دایرې په داخل، خارج او په محیط کې پروت دی:

- د A ټکي واټن د دایرې له مرکز څخه $1.4cm$ دی.
- د B ټکي واټن د دایرې له مرکز څخه $2.3cm$ دی.
- د C ټکي واټن د دایرې له مرکز څخه صفر دی.
- د D ټکي واټن د دایرې له مرکز څخه $\frac{4}{2}cm$ دی.

2- په کوم حالت کې یو ټکی د دایرې پر محیط پروت وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دايرې عناصر
Elements of a Circle

شکل ته پام وکړئ د کيک مخ کوم هندسي شکل را ښيي او پرې شوې برخه يې د دايرې کوم عنصر رانښيي؟

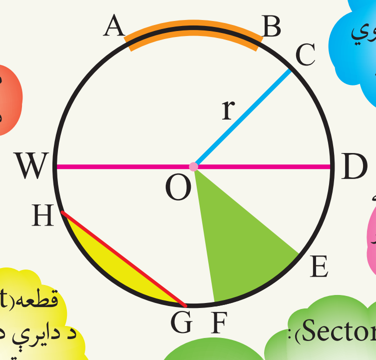
د دايرې د عناصرو تعريف

لومړی شکل او د دايرې د عناصرو تعريفونه خپلو کتابچو ته نقل او ورسته لاندې تعريفونه د شکل له اړوند عناصرو سره په خپلو کتابچو کې ونښلوئ.

قوس(Arc):
د دايرې د محيط يوه برخه د دايرې د قوس په نوم يادېږي.

شعاع(Radius):
هغه کرښه چې د دايرې مرکز د محيط له يو ټکي سره ونښلوي د دايرې شعاع بلل کېږي.

وتر(Chard):
هغه قطعه خط چې د دايرې محيط دوه ټکي ونښلوي د دايرې وتر بلل کېږي.



قطر(Diameter):
هغه وتر چې د دايرې د مرکز څخه تېر شي، د دايرې قطر بلل کېږي او اوږوالی يې د شعاع دوه برابر وي.

قطعه(Segment):
د دايرې د سطحې يوه برخه چې د وتر په واسطه د دايرې له سطحې څخه جلا شوې وي د دايرې د قطعې په نوم يادېږي.

قطاع(Sector):
د دايرې د سطحې يوه برخه چې د دوو شعاعګانو يا ورانګو او اړوند قوس په واسطه د دايرې له سطحې څخه جلا شوې وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعالیت

- د 4cm شعاع په اندازه یوه دایره رسم او له کاغذ څخه هغه پرې کړئ.
- د غه دایره داسې قات کړئ چې دواړه نیمې دایرې یو پر بل منطبقې شي.
- کاغذ خلاص کړئ، د کاغذ پر مخ قات شوې کرښه د څه په نامه یادېږي.
- دا ځل دوه نیمې دایرې بیا قات او قات کاغذ داسې خلاص کړئ، چې څلور مساوي برخې لاسته راغلې وي. څو قطعه خطونه(ټوټه کرښې)وینئ. هر یو د څه په نامه یادېږي؟
- څلور لاسته راغلې زاویې اندازه کړئ، او وواياست چې یو له بل سره څه اړیکې لري؟
- د یوې دایرې د قطر او شعاع تر منځ اړیکې څه دي؟
- دایره داسې قات کړئ چې دوه نامساوي برخې جوړې شي، هغه خلاصه کړئ جوړه شوې کرښه د څه په نامه یادېږي؟ د هغې اوږدوالی د دایرې د قطر سره پرتله کړئ.

پایله:

- ومو لیدل چې په هره دایره کې که چیرې د دایرې د محیط دوه ټکي ونښلوو د دایرې وتر لاسته راځي.
- په هره دایره کې تر ټولو لوی وتر، د دایرې قطر دی چې د شعاع دوه برابره دی.
- د یوې دایرې هر قطر، وتر اما هر وتر قطر نه دی.
- هغه قوس چې د یوې دایرې د محیط له نیمایي څخه کوچنی وي د کوچني قوس (minor Arc) په نوم یادېږي.
- هغه قوس چې د یوې دایرې د محیط له نیمایي څخه لوی وي د لوی قوس (major Arc) په نوم یادېږي.

پوښتنې

1- د $C(0,4)$ دایره رسم کړئ.

a) د دایرې شعاع یا وړانګه، قطر، قطعه او قطاع په شکل کې و ښیئ.

b) د دایرې د قطر اوږدوالی وټاکئ.

c) د دایرې محیط په څلور مساوي برخو وویشئ، ددې څخه څه پایله په لاس راځي؟

d) د دایرې داخلي ناحیه، خارجي ناحیه او د دایرې محیط د مختلفو رنګونو، په واسطه په نښه کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دايرې سره د يوې مستقيمې کرښې حالتونه

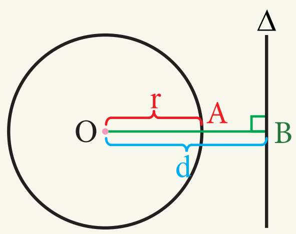
مخامخ شکل ته پام وکړئ او وواياست چه قلمونه او هندسي بکس له دايرې سره څه اړيکې لري هره يوه توضيح کړئ؟

فعاليت

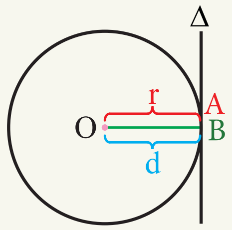
- يوه دايره او مستقيمه کرښه داسې رسم کړئ چې د دايرې سره يوټکی، دوه ټکي او هيڅ ګډ(مشترک) ټکی و نلري.
- د دايرې له مرکز څخه په هره مستقيمه کرښه باندې عمودي کرښې رسم کړئ، د دايرې د مرکز او کرښې تر منځ واټن اندازه کړی او هر حالت د دايرې د شعاع له اوږوالی سره پرتله کړئ.

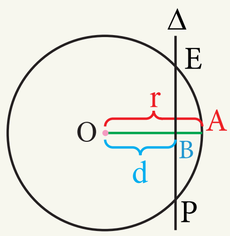
د پورتنی فعاليت د کړنې څخه ليدل کيږي چې يو مستقيمه کرښه او دايره نظر يو بل ته درې لاندې حالتونه لري:

1- که چيرې مستقيمه کرښه له دايرې سره ګډ ټکی و نلري، مستقيمه کرښه له دايرې نه بهر پروت دی، په دې حالت کې د مستقيمې کرښې واټن د دايرې له مرکز څخه د دايرې د شعاع څخه لوی دی يعني: $d > r$

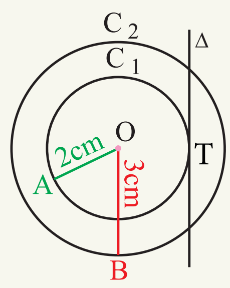


2- که چيرې مستقيمه کرښه د دايرې سره يو ګډ ټکی ولري نو مستقيمې کرښې ته پر دايره مماس وايي. په دې حالت کې د مستقيمې کرښې واټن د دايرې له مرکز څخه د دايرې د شعاع سره برابر ده يعني: $d = r$





3- که چیرې یو مستقیم د دایرې سره دوه ګډ(مشترک) ټکي ولري، مستقیم ته د دایرې غوڅې(قاطع) وایي، په دې حالت کې د مستقیم واټن د دایرې له مرکز څخه د دایرې له شعاع کوچنی دی، یعني $d < r$



مثال(بېلګه): د (O) ټکی په پام کې نیسو، د (O) په مرکز د 2 او 3 سانتي متره په شعاع دوې متحدالمرکز دایرې رسم کړئ د مستقیمې کرښې واټن د دایرې له مرکز څخه د C_1 او C_2، دوو دایرو له ورانګو سره څه اړیکي لري؟

حل: په شکل کې لیدل کېږي چې د Δ مستقیم واټن د C_1 دایرې له مرکز څخه د هغې دایرې د ورانګې یا شعاع سره برابر دی یعني: $d = r$

د Δ مستقیم واټن د C_2 دایرې له مرکز څخه د هغې دایرې له ورانګې یا شعاع څخه کوچنی دی یعني: $d < r$

پوښتني

د $3cm$ شعاع په اوږدوالی یوه دایره رسم کړئ، په دې دایره کې کرښې په لاندینیو راکړل شویو واټنو رسم او حالتونه یې څرګند کړئ:

الف: د کرښې واټن د دایرې له مرکز څخه $2.5cm$ وي.

ب: د کرښې واټن د دایرې له مرکز څخه $4cm$ وي.

ج: د کرښې واټن د دایرې له مرکز څخه د دایرې له شعاع سره برابره وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دایرو موقعیت نسبت یو بل ته

مخامخ شکل ته په پام سره ووایئ چې:

1- د بایسیکل ټایرونه کوم هندسي شکل لري؟

2- ټایرونه یو بل سره څو حالتونه غوره کولای شي؟ توضیح یې کړئ.

فعالیت

- دوې دایرې داسې رسم کړئ چې:

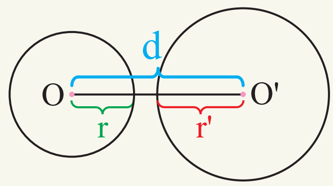
1: یو له بل سره یو ګډ ټکی ولري.

2: دوه ګډ ټکي ولري.

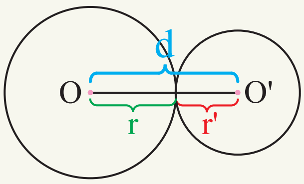
3: یو بل سره ګډ ټکی و نلري.

- د دایرو د مرکزونو تر منځ اوږدوالی په پورته حالتونو کې د هغو له شعاع سره پرتله کړئ.

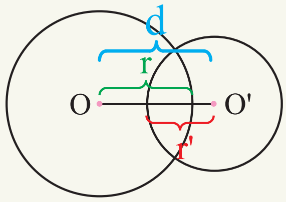
د پورتني فعالیت څخه لاندې پایلې په لاس راځي چې:



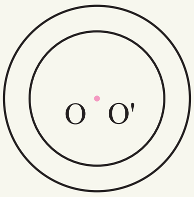
که چیرې د دوو دایرو د مرکزونو ترمنځ واټن، دهغو د شعاع د مجموعې له اوږدوالي څخه زیات وي په دې حالت کې دایرو ته ناپرېکړې یا نا متقاطع دایرې وایي، یعني $d > r + r'$



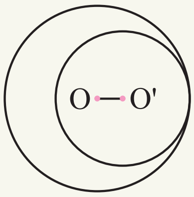
که چیرې د دوو دایرو د مرکزونو تر منځ واټن د هغو د شعاع له مجموعې سره مساوي وي. په دې حالت کې دایرو ته خارجا مماس وایي، یعني $d = r + r'$



که د دوو دایرو د مرکزونو تر منځ واټن، د هغو د شعاعګانو د مجموعې د اوږدوالي څخه کوچنی او د شعاعګانو د تفریق د حاصل د مطلقه قیمت څخه لوی وي. دایرې یو له بل سره متقاطع دي، یعنې $|r-r'|<d<r+r'$



که د دوو دایرو د مرکزونو تر منځ واټن صفر وي، دایرې د متحدالمرکز په نامه سره یادیږي، یعني $d=0$

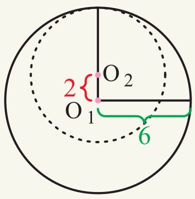


که د دوو دایرو د مرکزونو ترمنځ واټن د هغو د شعاع ګانو د تفریق حاصل له مطلقه قیمت سره مساوي وي. دایرو ته له دننه مماس وایي، یعني
$d=|r-r'|$

مثال(بیلګه): دوې دایرې داسې رسم کړئ، چې د لومړۍ دایرې شعاع $6cm$، د دویمې دایرې او لومړۍ دایرې مرکزونو تر منځ واټن $2cm$ او د دویمې دایرې شعاع د لومړۍ دایرې د شعاع $\frac{2}{3}$ برابره وي، په دې حالت کې د دې دوو دایرو موقعیت نظر یو بل ته پیدا کړئ؟

حل: که د لومړنۍ دایرې شعاع r_1 او د دویمې دایرې شعاع r_2 ونوموو نو لرو:

$$\left.\begin{array}{l} r_1 = 6cm \\ r_2 = \frac{2}{3}r_1 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} r_2 = \frac{2}{3}\times 6 \\ r_2 = 4cm \end{array}$$



$$d=|r_1-r_2|=|6-4|=|2|=2$$

څرنګه چې:
نو له دایرې سره داخلاً مماس دي.

پوښتنې

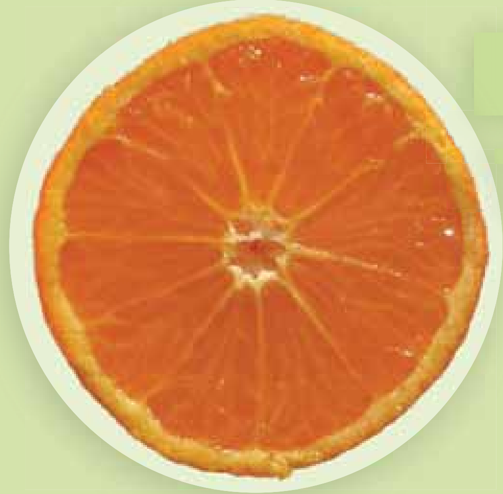
۱- دوې دایرې د ٦cm او ٤cm په شعاع په پام کې ونیسئ او په لاندې توګه یې رسم کړئ.

الف: دایرې خارجاً (له باندې) سره مماس دي.
ب: دایرې داخلاً(له دننه) سره مماس وي.
ج: دایرې سره غیر متقاطع(نا پرېکړې) وي.
د: دایرې سره غیر متقاطع(غوځو نه) وي.
هـ: دایرې متحدالمرکزه(ګډ مرکز) وي.
و: پورتنې حالتونه په خپله ژبه ووایئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

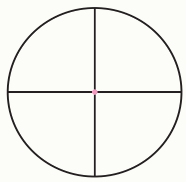
(c) ketabton.com: The Digital Library

د دايرې اړوند زاويې
Angle of a Circle



تصوير ته پام وکړئ هغه هندسي شکلونه چې په هغه کې ليدل کېږي نوم يې واخلئ؟

فعاليت

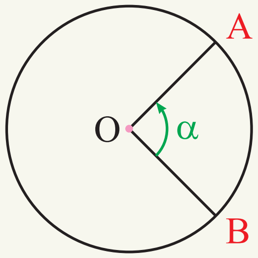


- په پورتني شکل کې څو زاويې ليدلای شئ.
- د دې زاويو ګډ خاصيتونه کوم دي بيان يې کړئ؟
- د $C(0,3)$ دايره رسم کړئ.
- په دې دايره کې يو پر بل دوه عمود قطرونه رسم کړئ.
- څو مرکزي زاويې لاسته راځي؟ د هرې زاويې د مقابل قوس اندازه څو درجې دی؟
- د دې دايرې محيط څو درجې دی؟

د پورتني فعاليت له نتيجې څخه ليکلای شو چې:
د يو قوس اوږدوالی د هغه د مرکزي زاويې په پراخوالي پورې اړه لري، يعنې:

$$\frac{\hat{AOB}}{360^\circ} = \frac{\text{طول قوس}}{\text{محيط دايره}}$$

تعريف



هغه زاويه چې راس يې د دايرې په مرکز پروت، او ضلعې يې د دايرې شعاعګانې وي مرکزي زاويه بلل کېږي لکه: د $\hat{AOB}$ يا د $\hat{\alpha}$ زاويه.

هره مرکزي زاویه له دایرې څخه یو قوس بېلوي، چې دغه قوس د خپلې مخامخ مرکزي زاویې مساوي اندازه لري، لکه: د $\overset{\frown}{AB}$ قوس چې د α زاویې سره مساوي دي.

د قرارداد له مخې ویلای شو چې په یوه دایره کې د مخامخ قوس اندازه د درجې له مخې د مرکزي زاویې سره مساوي ده یعنې: $\hat{AOB} = \overset{\frown}{AB} = \hat{\alpha}$

لومړی مثال: که د $C(O, r)$ په دایره کې لوی قوس(major) د کوچنی قوس(minor) پنځه برابره وي نو د کوچنی قوس، لوی قوس او د هغې د مرکزي زاویو اندازه پیدا کړئ.

حل: که کوچنی قوس $\overset{\frown}{PQ}_{minor} = x$ وي، نو لوی قوس یې $\overset{\frown}{PAQ}_{major} = 360^\circ - x^\circ$ دی نو لیکلای شو، چې:

$\overset{\frown}{PQ} + \overset{\frown}{PAQ} = 360^\circ$

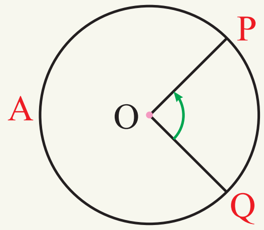
$\overset{\frown}{PAQ}_{maj} = 5\overset{\frown}{PQ}_{min}$

$x + 5x = 360^\circ$

$6x = 360^\circ$

$x = 60^\circ \quad \Rightarrow \hat{POQ} = x = 60^\circ$

$\overset{\frown}{PAQ} = 5x = 5 \times 60 = 300^\circ$



دویم مثال: په لاندې شکل کې که $\hat{KOS} = 31^\circ$ ، $\overline{EK}, \hat{EOJ} = 82^\circ$ د دایرې قطر وي. د $\overset{\frown}{SJ}, \overset{\frown}{KJ}, \overset{\frown}{SK}$ د $\overset{\frown}{EK}$ قوسونه په درجه پیدا کړئ.

د مرکزي زاویې مخامخ قوس .....

$\overset{\frown}{SK} = \hat{SOK} = 31^\circ \quad \Rightarrow \overset{\frown}{SK} = 31^\circ$

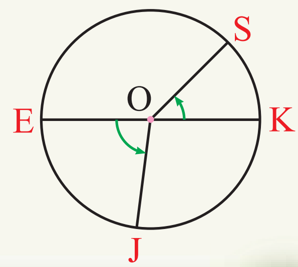
$\hat{KOJ} = 180^\circ - \hat{EOJ} = 180^\circ - 82^\circ = 98^\circ$

$\hat{KOJ} = \overset{\frown}{KJ} = 98^\circ$

$\overset{\frown}{SJ} = \overset{\frown}{SK} + \overset{\frown}{KJ} = 31^\circ + 98^\circ = 129^\circ$

$\overset{\frown}{JE} = \hat{EOJ} = 82^\circ$

$\overset{\frown}{EK} = \hat{EOK} = 180^\circ$



پوښتنې

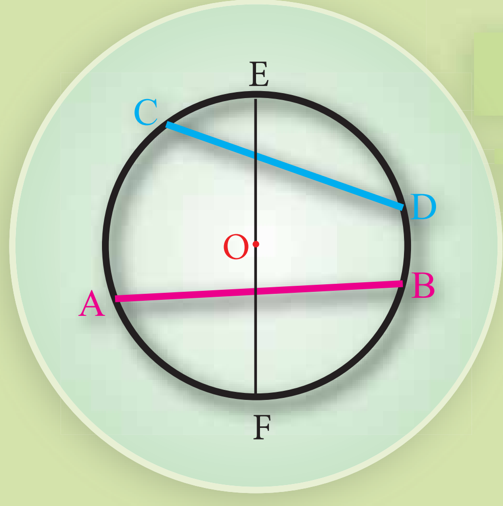
1- د B, A او C درې ټکي د $C(O, r)$ پر دایره داسې پراته دي، چې $\hat{AOB} = 75^\circ$ ، $\hat{BOC} = 136^\circ$ زاویې د OB دواړو خواوو ته پرتې وي $\overset{\frown}{AC}$ حساب کړئ.

2 - یوه مرکزي زاویه د 180° په اندازه رسم کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دایرې د وتر خواص



شکل ته پام وکړئ د $\overline{AB}$ ، $\overline{CD}$ او $\overline{EF}$ مستقیمې کرښې په څه نامه یادېږي د $\overline{EF}$ کرښې ځانګړتیا څه ده؟ او له $\overline{AB}$ کرښې سره څه اړیکه لري؟

فعالیت

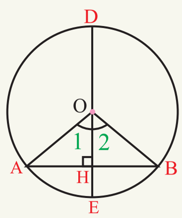
- د $C(O,r)$ په دایره کې د $\overline{AB}$ وتر رسم کړئ.
- د دایرې د $\overline{ED}$ قطر داسې رسم کړئ چې د $\overline{AB}$ په وتر د H په نقطه عمود وي.
- د (O) ټکی د A او B سره ونښلوئ، لاسته راغلی مثلث څه ډول مثلث دی.
- په لاندې تش ځایونو کې د(=,<, یا >) ورنښې ولیکئ.

$\overline{OA}$ ☐ $\overline{OB}$, $\overset{\frown}{AE}$ ☐ $\overset{\frown}{EB}$, $\overline{AH}$ ☐ $\overline{HB}$

د دې فعالیت د پایلې څخه کولای شو لاندې قضیه بیان او ثبوت کړو.

قضیه: په هره دایره کې په وتر عمود قطر، وتر او د هغې مقابل قوس نیموي.

ثبوت: د $\overset{\Delta}{BOH}$ او $\overset{\Delta}{AOH}$ دوو مثلثونو څخه لیکلی شو چې:



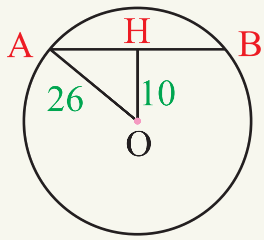
$$\left.\begin{array}{ll}\overline{OA}=\overline{OB}\ldots\ldots\ldots & \text{د دایرې شعاع}\\ \hat{H}_1=\hat{H}_2\ldots\ldots\ldots\ldots & \text{قایمه}\\ \overline{OH}=\overline{OH}\ldots\ldots\ldots & \text{مشترک}\end{array}\right\}\Rightarrow \overset{\Delta}{AOH}\cong\overset{\Delta}{OHB}$$

نو د دوو مثلثونو د تساوي څخه داسې پایله لاسته راځي، چې: $\overline{AH}=\overline{HB}$ او د $\overset{\Delta}{AOH}$ او $\overset{\Delta}{BOH}$ مرکزي زاويې سره مساوي دي په پایله کې $\overset{\frown}{AE}=\overset{\frown}{EB}$ دی.

مثال: د $C(O,26)$ دایره راکړل شوې ده، که چېرې پر وتر د عمود اوږدوالی د دایرې له مرکز څخه (۱۰) واحده وي د $\overline{AB}$ وتر اوږدوالی حساب کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل: د $\overset{\Delta}{OAH}$ په مثلث کې د فیثاغورث د قضیې له مخې لرو چې:



$$\overline{OA}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{OH}^2$$

$$(26)^2 = \overline{AH}^2 + (10)^2$$

$$\overline{AH}^2 = (26)^2 - (10)^2$$

$$\overline{AH}^2 = 676 - 100 = 576$$

$$\overline{AH} = 24$$

$$\overline{AB} = 2\overline{AH} = 2 \times 24 = 48\,\text{unit}$$

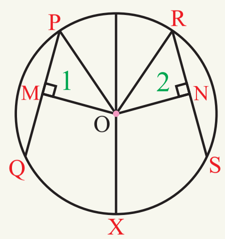
فعالیت

- د $C(0,3)$ دایره رسم کړئ.
- په دایره کې د $\overline{PQ}$ او $\overline{ER}$ دوه مساوي وترونه رسم کړئ.
- د دایرې له مرکز څخه د $\overline{PQ}$ او $\overline{ER}$ په وترونو عمود کرښې رسم او اوږدوالی یې معلوم کړئ.

د دې فعالیت له پایلې څخه لاندې قضیه بیان او ثبوتوو.

قضیه: په هره دایره کې د هغې مساوي وترونه، د دایرې له مرکز څخه مساوي واټن لري.

ثبوت: د $\overset{\Delta}{RON}$ او $\overset{\Delta}{POM}$ د دوو مثلثونو څخه لرو چې:



$\overline{OP} = \overline{OR}$ ....د دایرې شعاع

$\hat{1} = \hat{2}$ ....قایمه

$\overline{PQ} = \overline{RS}$ .... مساوي وترونه $\Longrightarrow$ $\overset{\Delta}{POM} \cong \overset{\Delta}{RON}$, $\overline{OM} = \overline{ON}$

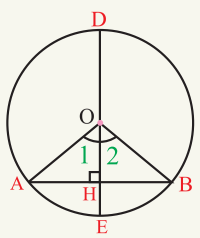
$\dfrac{\overline{PQ}}{2} = \dfrac{\overline{RS}}{2} \Rightarrow \overline{PM} = \overline{RN}$

په پایله کې ویلای شو چې په هره دایره کې مساوي وترونه له مرکز څخه مساوي واټن لري.

پوښتنې

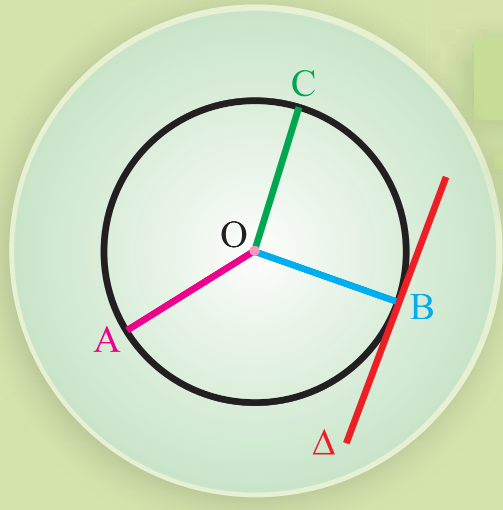
1- د $C(0,13)$ په دایره کې د $\overline{AB}$ وتر د دایرې له مرکز څخه 5 واحده واټن لري د $\overline{AB}$ اوږدوالی پیدا کړئ.

2- که چیرې د یوې دایرې قطر د وتر له نیمایي څخه تیر شي، ثبوت کړئ چې پر وتر عمود دی.



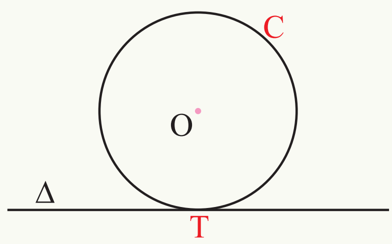
3- په یوه دایره کې $\overline{AB} = 8cm$ وتر رسم کړئ. که چیرې د وتر عمودي فاصله له مرکز څخه $\overline{OH} = 3cm$ وي د دایرې قطر او محیط محاسبه کړئ.

د دایرې د شعاع خواص



شکل ته په پام د OA، OB او OC کرښې څه نومېږي او د Δ کرښه د دایرې او د OB ورانګې سره څه اړیکې لري؟

فعالیت



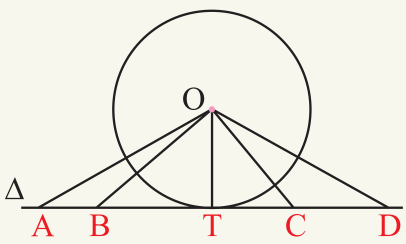
- په مخامخ شکل د Δ) مستقیمه کرښه د $C(0,2)$ دایرې د T په ټکي کې مماس دی د A, B, C او D ټکي د مماس پر مخ د T ټکي دواړو خواوو کې وټاکئ او د دایرې له مرکز سره یې ونښلوئ.
- ټوټه کرښې یا قطعه خطونه د خط کش په مرسته اندازه کړئ.
- د دایرې د مرکز او مماس تر منځ لنډې واټن وښایئ.

تر ټولو کوچنی فاصله د یوه ټکي او یوې مستقیمې کرښې تر منځ کومه فاصله ده؟

- د پورتنیو دوو حالتونو څخه څه پایله لاسته راوړئ.

د دې فعالیت د پایلې څخه په لاندې توګه قضیه بیان او ثبوتوو.

قضیه: د دایرې شعاع د تماس په ټکي کې پر مماس عمود دی.



پایله: په لاندې شکل کې لیدل کیږي، چې:

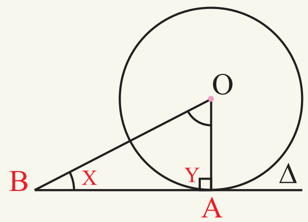
$\overline{OT} < \overline{OB} < \overline{OA}$

$\overline{OT} < \overline{OC} < \overline{OD}$

پوهیږو چې تر ټولو کوچنی فاصله د یوه ټکي او مستقیم ترمنځ عمودي فاصله ده. په پایله کې ویلای شو چې مستقیمې کرښې: $\overline{OT} \perp \Delta$ دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: په لاندې شکل کې د Δ مستقیمه کربنه د A په ټکي د $C(O,r)$ پر دایره مماس دی. که چیرې د $\hat{AOB}$ مساوي 60° وي، د x زاویه پیدا کړئ.



$OA \perp BA \Rightarrow \hat{y} = 90^\circ$

$\hat{o} + \hat{x} + \hat{y} = 180^\circ$

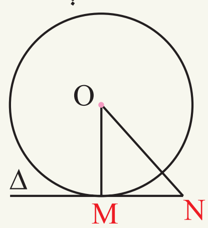
$60^\circ + \hat{x} + 90^\circ = 180^\circ$

$x = 180^\circ - 150^\circ$

$x = 30^\circ$

دویم مثال: په لاندې شکل کې د Δ مستقیمه کربنه د $C(O,r)$ پر دایره مماس دي، که $\overline{OM} = 4unit$ او $\overline{ON} = 5unit$ اوږدوالی ولري د $\overline{MN}$ اوږدوالی پیدا کړئ.

حل: پوهېږو چې د دایرې شعاع د تماس په ټکي پر مماس عمود دی په پایله کې د $\overset{\Delta}{OMN}$ په قایم الزاویه مثلث کې د فیثاغورث د قضیې په اساس لرو چې:



$\overline{ON}^2 = \overline{OM}^2 + \overline{MN}^2$

$\overline{MN}^2 = \overline{ON}^2 - \overline{OM}^2$

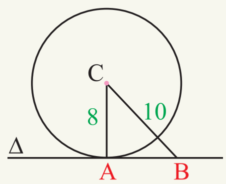
$\overline{MN}^2 = 5^2 - 4^2 = 9$

$\overline{MN} = 3$

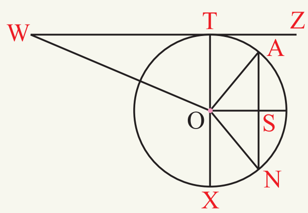
- د دایرې شعاع د تماس په ټکي کې پر مماس عمود وي.
- هر مماس په هغه شعاع چې د تماس د ټکی څخه تېرېږي عمود دی.

پوښتنې

1- په مخامخ شکل کې Δ د $P(C,r)$ پر دایرې مماس دی، که $\overline{AC} = 8unit$ او $\overline{BC} = 10unit$ اوږدوالی ولري. د $\overline{AB}$ اوږدوالی پیدا کړئ.

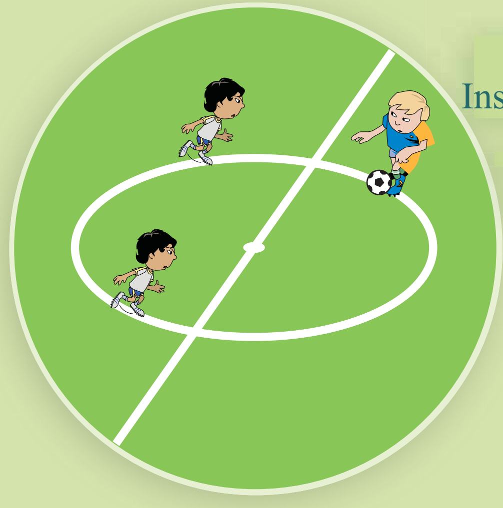


2 - په مخامخ شکل کې که $\overline{WZ}$ د T په ټکي د $C(O,r)$ پر دایرې مماس وي، $\overline{OS} = 1unit$ ، TW=3unit وي د $\overline{OA}, \overline{AS}, \overline{SN}, \overline{OW}$ او $\overline{TX}$ اوږدوالی پیدا کړئ.



(c) ketabton.com: The Digital Library

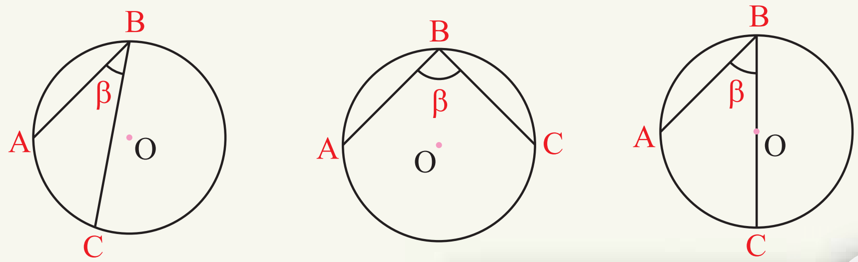
د دایرې محیطي زاویه
Inscribed Angel of a Circle



د فوټبال د میدان په مرکزي دایره کې حسیب الله، بلال ته او بلال الیاس ته توپ پاس کړ. هغه شکل چې د توپ د شوټ د مسیر څخه جوړېږي څه ډول دی؟

تعریف

هغه زاویه چې راس یې د دایرې پر محیط او ضلعې یې د دایرې دوه وترونه وي محیطي زاویه بلل کېږي. لکه: د $\hat{ABC}$ یا د $\hat{\beta}$.



فعالیت

- د $C(O,r)$ په دایره کې د $\hat{ABC}$ محیطي زاویه، چې د $\overline{BC}$ ضلع د دایرې له مرکز څخه تیره شي رسم کړئ.
- د A ټکی د دایرې له مرکز (O) سره ونښلوئ څرنګه مثلث لاسته راځي.
- د $\hat{A}$ او $\hat{B}$ زاویې د $\hat{OAB}$ په مثلث کې یو له بل سره څه اړیکي لري؟
- د $\hat{AOC}$ زاویه د $\hat{A}$ او $\hat{B}$ زاویو سره څه اړیکي لري؟

په یاد ولرئ چې:
- د مرکزي زاویې پراخوالی د خپل مخامخ قوس سره مساوي دی.
- په هر مثلث کې د خارجي زاویې پراخوالی د دوو داخلي پرته له مجاورې زاویې له مجموعې سره مساوي دی.

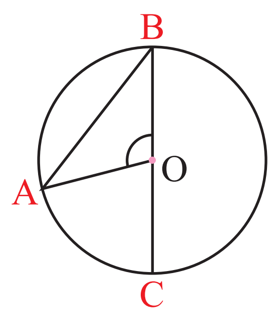
(c) ketabton.com: The Digital Library

د مخکینی مخ فعالیت د پایلې څخه په لاندې توګه قضیه بیان او ثبوتوو.

قضیه: د هرې محیطي زاویې پراخوالی د خپل مخامخ قوس نیمایي دی.

دلته قضیه په هغه حالت کې ثبوتوو چې د محیطي زاویې یوه ضلع د دایرې قطر وي. د دوو نورو حالتونو ثبوت د کورنی دندې په توګه زده کوونکو ته پاتې شو.

ثبوت: د $\hat{AOC}$ زاویه د $\overset{\triangle}{AOB}$ د مثلث خارجي زاویه ده، لیکلای شو چې:



مرکزي زاویه ..... $\hat{AOC} = \overset{\frown}{AC}$

$\hat{AOC} = 2\hat{B}$

نو: $\overset{\frown}{AC} = 2\hat{B}$

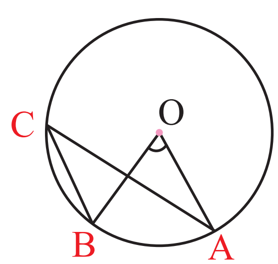
په پایله کې $\hat{ABC} = \dfrac{\overset{\frown}{AC}}{2}$

$$\left.\begin{array}{l}\hat{AOC} = \hat{A} + \hat{B} \\ \hat{A} = \hat{B} \text{ ..... ولې} \\ \hat{AOC} = \hat{B} + \hat{B} \\ \hat{AOC} = 2\hat{B}\end{array}\right\} \Rightarrow$$

د $\hat{ABC}$ د محیطي زاویې پراخوالی د $\frac{1}{2}\overset{\frown}{AC}$ سره برابر دی.

مثال: د $C(O,r)$ په دایره کې چې مرکزي زاویه $\hat{AOB} = 60^\circ$ وي د $\hat{ACB}$ محیطي زاویې مخامخ قوس $\overset{\frown}{AB}$ یې پیدا کړئ.

حل: په یوه دایره کې د مرکزي زاویې او د هغې د مخامخ قوس د اړیکو څخه لیکلی شو چې:



$$\left.\begin{array}{l}\hat{AOB} = 60^\circ \\ \hat{AOB} = \overset{\frown}{AB}\end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\frown}{AB} = 60^\circ$$

$$\left.\begin{array}{l}\overset{\frown}{AB} = 60^\circ \\ \hat{ACB} = \dfrac{\overset{\frown}{AB}}{2}\end{array}\right\} \Rightarrow \hat{ACB} = \dfrac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

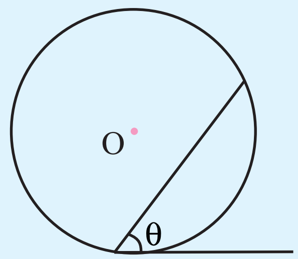
پوښتنې

1 - په یوه دایره کې د 90° په اندازه محیطي زاویه رسم کړئ.

2 - د دایرې پر محیط د A او B دوه ټکي په پام کې ونیسئ. د $\overset{\frown}{AB}$ د قوس په مقابل کې، څو محیطي زاویې رسمولای شو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

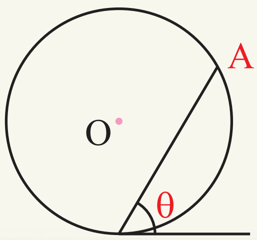
د دايرې مماسي زاويه



شکل ته پام وکړئ، هغه مستقيمې کرښې چې د θ زاويه يې جوړه کړې ده نوم واخلئ او د زاويې راس چېرته پروت دی.

تعريف

هغه زاويه چې يوه ضلع يې پر دايره مماس او دويمه ضلع يې د دايرې وتر وي او راس يې د تماس په ټکي کې پروت وي مماسي زاويه بلل کېږي، لکه: د θ زاويه



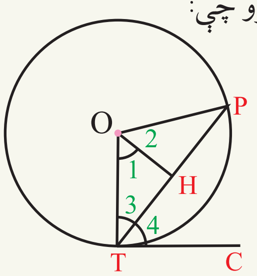
فعاليت

- د $C(0,6)$ دايره رسم کړئ.
- په دې دايره کې يوه مماسي زاويه رسم کړئ.
- د دايرې د وتر انجامونه د دايرې له مرکز سره ونښلوئ څه ډول مثلث لاسته راځي.
- د دايرې له مرکز څخه پر وتر عمود رسم کړئ.
- د $T\hat{O}P$ مرکزي زاويه او د $P\hat{T}C$ مماسي زاويې سره څه اړيکې لري.

د دې فعاليت د پايلې څخه لاندې قضيه ثبوتولی شو.

قضيه: په يوه دايره کې د مماسي زاويې پراخوالی د هغې د مخامخ قوس نيمايي په اندازه دی.

ثبوت: د $\overset{\Delta}{OHT}$ قايم الزاويه مثلث او $O\hat{T}C$ قايمې زاويې څخه لرو چې:



$$\left.\begin{array}{l}\hat{3}+\hat{1}=90^\circ\\ \hat{3}+\hat{4}=90^\circ\end{array}\right\}\Rightarrow \hat{3}+\hat{1}=\hat{3}+\hat{4}\Rightarrow \hat{1}=\hat{4}$$

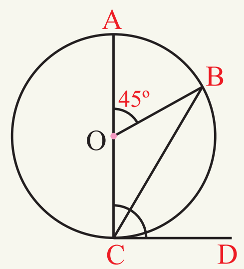
$$\hat{1}=\frac{P\hat{O}T}{2}=\frac{\overset{\frown}{PT}}{2}\Rightarrow P\hat{T}C=\frac{\overset{\frown}{PT}}{2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: په لاندې شکل کې چې د $C(0,r)$ په دایره کې د هغې مرکزي زاویه 45° وي، د محیطي او مماسي زاویو پراخوالی پیدا کړئ.

حل: د مرکزي زاویې او دهغې د مخامخ قوس د اړیکو څخه په ګټه لیکلی شو چې:



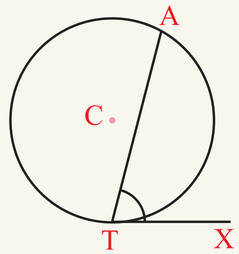
دویم مثال: په لاندې شکل کې د $\overset{\frown}{AT}$ قوس اندازه $(2\alpha-6)^\circ$ ده، د $A\hat{T}X$ مماسي زاویې اندازه پیدا کړئ.

حل: د مماسي زاویې او دهغې د مخامخ قوس د اړیکو څخه د ګټې اخیستلو له مخې لیکلای شو، چې:

$$A\hat{T}X=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AT}$$

$$A\hat{T}X=\frac{1}{2}(2\alpha-6)^\circ$$

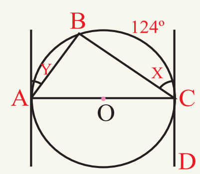
$$=(\alpha-3)^\circ$$

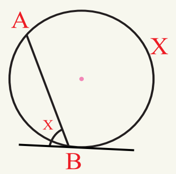


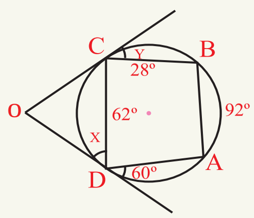
پایله: محیطي او مماسي زاویې چې د عین قوس په مقابل کې پرتې وي، سره مساوي دي.

پوښتنې

۱- د مماسي زاویو اندازه په لاندې شکلونو کې په لاس راوړئ.







د لومړي څپرکي لنډيز

- د هغو ټکو سټ يا هندسي محل چې د يوه ټاکلي ټکي نه مساوي واټن ولري دايره بلل کېږي.
- د هغو ټکو سټ چې واټن يې د دايرې له شعاع څخه کوچنی وي د دايرې دننه ساحه بلل کېږي.
- د هغو ټکو سټ چې واټن يې د دايرې له مرکز او د دايرې له شعاع سره مساوي وي د دايرې محيط يا مخ بلل کېږي.
- د هغو ټکو سټ چې فاصله يې د دايرې له مرکز څخه نسبت د دايرې شعاع ته لوي وي د دايرې باندنۍ ساحه بلل کېږي.
- د مستوي هغه برخه چې د منحني او د دايرې د داخلي سطحې په واسطه ببله شوې وي د دايرې سطحه بلل کېږي.
- هغه کرښه چې د دايرې مرکز او د محيط يو ټکی نښلوي د دايرې شعاع بلل کېږي.
- هغه ټوټه کرښه چې د دايرې د محيط دوه ټکي سره نښلوي د دايرې وتر بلل کېږي.
- د دايرې هغه وتر چې له مرکز څخه تيرېږي د دايرې قطر بلل کېږي. هر قطر د شعاع دوه برابره دی.
- د دايرې د محيط يوه برخه چې د دوو ټکو په مرسته ببله شوې وي قوس بلل کېږي.
- هغه کرښه چې له دايرې سره يوګډ ټکی ولري مماس بلل کېږي.
- د دايرې قطعه: د دايرې هغه برخه چې د دايرې د وتر او اړونده قوس تر منځ پرته وي د دايرې قطعه بلل کېږي
- د دايرې يوه برخه ده چې د دوو شعاعګانو او اړوند قوس په مرسته د دايرې له سطحې څخه ببله شوې وي.
- که يو مستقيم له يوې دايرې سره يوګډ ټکی ولري د مماس او که چيرې دوه ګډې ټکي ولري د قاطع په نوم يادېږي.
- په هره دايره کې د دايرې له مرکز څخه پر وتر عمودي کرښه، وتر او مخامخ قوس نيمايي کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- د دایرې شعاع د تماس په ټکي کې پر مماس عمود دی.
- د یوې دایرې مساوي وترونه د هغې له مرکز څخه مساوي واټن لري.

هغه زاويه چې راس یې د دایرې په مرکز پروت او ضلعې یې د دایرې شعاعګانې وي مرکزي زاويه بلل کېږي.

- د هرې مرکزي زاويې اندازه د هغې د مخامخ قوس سره مساوي ده.
- د مرکزي زاويې د مخامخ قوس اوږدوالی د دې رابطې $\frac{\hat{AOB}}{360^\circ} = \frac{\text{د قوس اوږدوالی}}{\text{د دایرې محیط}}$ څخه په لاس راځي.

هغه زاويه ده، چې راس یې د دایرې پر محیط او ضلعې یې د دایرې وترونه وي محیطي زاويه بلل کېږي.

- د هرې محیطي زاويې پراخوالی د هغې د مخامخ قوس له نیمایي سره مساوي دی.
- هره محیطي زاويه د هغې د مرکزي زاويې نیمایي ده، چې د عین قوس په مخامخ کې پر ته ده.

هغه زاويه ده، چې یوه ضلعه یې په دایرې مماس او بله یې د دایرې وتر او راس د تماس په ټکي کې د دایرې پر محیط پروت وي مماسي زاويه بلل کېږي.

- هره مماسي زاويه د هغې مرکزي زاويې نیمایي ده، چې د عین قوس په مخامخ پرته وي.
- د دوو دایرو حالتونه یو بل ته:

_ که د دوو دایرو د مرکز ونو د واټن اوږدوالی د هغو د شعاعګانو له مجموعې څخه لوی وي دایرې غیر متقاطع بلل کېږي.

_ که د دوو دایرو د مرکزونو واټن اوږدوالی د هغو د شعاعګانو له مجموعې سره مساوي وي دایرې خارجاً(د یا له باندې خوا) مماس بلل کېږي.

_ که د دوو دایرو د مرکزونو اوږدوالی د هغو د شعاعګانو له اوږدوالی څخه کوچنی او د شعاعګانو د تفریق حاصل یې د مطلقه قیمت څخه لوی وي متقاطع بلل کېږي.

_ که د دایرو د مرکزونو تر منځ واټن د هغې د شعاعګانو د تفریق حاصل مطلقه قیمت سره مساوي وي دایرې داخلاً(دننه) مماس دي.

_ که د دایرو د مرکزونو تر منځ واټن صفر وي دایرې متحد المرکز(د یوه مرکز لرونکي) بلل کېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لومړي څپرکی پوښتنې

• په لاندې پوښتنو کې د هرې پوښتنې لپاره څلور ځوابونه ورکړل شوي، سم ځواب په نښه کړئ.

1– د یوې دایرې د قطر اوږدوالی مساوي دی په:

a) $3r$ b) π c) 2π d) $2r$

2– دایره په لاندې ډول ښودل کېږي:

a) 0 b) $(1,2)$ c) (b,a) d) $C(o,r)$

3-هغه مستقیمه کرښه چې له دایرې سره یو ګډ ټکی ولري:

a) د وتر په نوم یادېږي. b) د قوس په نوم یادېږي.

c) د مماس په نوم یادېږي. d) د محیط په نوم یادېږي.

4- د هغو ټکو سټ چې فاصله یې د دایرې له شعاع څخه لویه وي:

a) د دایرې مخ بلل کېږي. b) د دایرې خارج بلل کېږي.

c) دایره بلل کېږي. d) د دایرې داخل بلل کېږي.

5- هغه وتر چې د دایرې مرکز ته نږدې وي:

a) پنډ وتر دی. b) وروکی وتر دی.

c) هیڅ یو. d) لوی وتر دی.

6- که یوه مستقیمه کرښه دایره په دوو ټکو کې پرې کړي هغه ته:

a) مستقیمه کرښه او دایره وايي. b) قاطع وايي.

c) مماس وايي. d) موازي وايي.

7- که د یوې دایرې مرکزي زاویه 80° وي د مخامخ قوس اندازه یې مساوي په:

a) 90° b) $70'$ c) $80''$ d) 80°

8- یوه مستقیمه کرښه له یوې دایرې سره څو حالتونه لري:

a) 3 b) 7 c) 4 d) 1

9- هغه زاویه چې راس یې د ایرې پر محیط او ضلعې یې دوه وترونه وي:

a) مرکزي زاویه ده. b) مماسي زاویه ده.

c) محاطي زاویه ده. d) محیطي زاویه ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

- تش ځایونه په مناسبو کلمو ډک کړئ:

1- د دایرې هغه برخه چې د وتر په واسطه د دایرې له سطحې څخه بېله شوې وي د .... په نوم یادېږي.

2- د دایرې تر ټولو لوی وتر .... دی.

3- د هغو ټکو سټ چې .... یې له مرکز څخه د دایرې له شعاع څخه کوچنی وي د دایرې .... ویل کېږي.

4- که مستقیمه کرښه له یوې دایرې سره هیڅ ګډ .... ونلري هغه ته .... دایره ویل کېږي.

5- په هره دایره کې .... قطر پر وتر، وتر نیمایي او .... قوسونه د هغې څخه بیلوي.

6- په هر قایم الزاویه مثلث کې د وتر .... د .... ضلعو د مربعاتو له مجموعې سره مساوي دي.

7- په هره دایره کې هغه وتر چې مرکز ته نژدې وي تر ټولو .... وتر دی.

8- د دایرې شعاع د تماس په ټکی پر .... عمود وي.

9- مرکزي زاویه هغه زاویه ده چې .... یې د دایرې په مرکز او ضلعې یې د دایرې.................. وي.

10- هغه زاویه چې یوه ضلع یې .... په دایره او بله یې د دایرې .... او راس یې د .... په ټکی پروت وي د .... زاویې په نوم یادېږي.

- په لاندې جملو کې سمې او نا سمې جملې د(س) او (ن) د تورو په مرسته په نښه کړئ.

1- (　　) د یوې مستوي د ټولو ټکو سټ چې د(O) د یو ټاکلی ټکي څخه د(r) مساوي فاصلې ولري دایره بلل کېږي.

2- (　　) دایره د خپل محیط په نامه یادېږي.

3- (　　) هغه قطعه خط یا ټوټه کرښه چې د دایرې د محیط دوه ټکي سره نښلوي د دایرې د قطر په نامه یادېږي.

4- (　　) په یوه دایره کې شعاع یا وړانګه د قطر نیمایي ده.

5- (　　) د دایرې قطعه د($\cap$) په علامه ښودل کېږي.

6- (   ) د هغو ټکو سټ چې د شعاع په اندازه مساوي فاصله ولري د دايرې خارجي ساحه بلل کېږي.

7- (   ) په يوه دايره کې عمود قطر په وتر، وتر نيمايي او دوه بېلابېل قوسونه منځ ته راوړي.

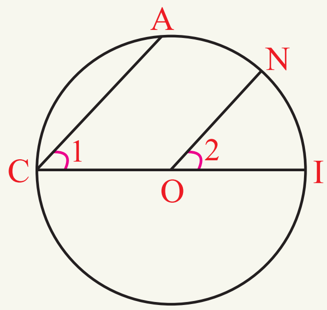
8- (   ) ټوله دايره د دايرې د قوس په نوم يادېږي.

9- (   ) د $d = \frac{r}{2}$ په رابطه کې d قطر او r د دايرې شعاع دی.

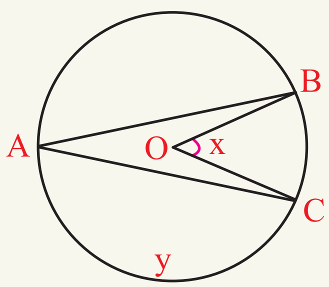
10- (   ) د يوې دايرې شعاع د تماس په ټکي پر مماس عمود وي.

• لاندې سوالونه په تفصيل سره حل کړئ.

1- په لاندې شکل کې که $\overline{CI}$ د دايرې قطر او $\overline{ON} \parallel \overline{CA}$ وي ثبوت کړئ چې $\overset{\frown}{AN} = \overset{\frown}{NI}$ دی.

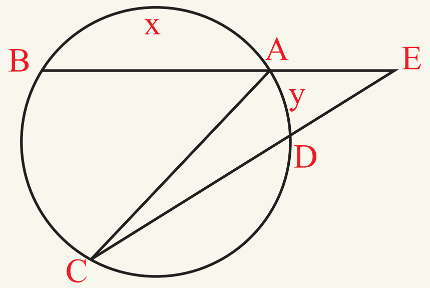


2- په لاندې $C(o,r)$ شکل کې که $y = 140^\circ$ او $\overset{\frown}{AB} = 48^\circ$ وي د $\hat{x}$ پيدا کړئ.

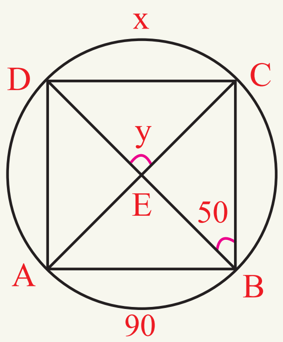


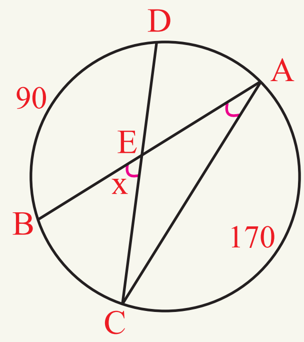
(c) ketabton.com: The Digital Library

3- په لاندې شکل کې چې $\hat{E} = 40^\circ$ او د $\overset{\frown}{AB}, \overset{\frown}{BC}$ او $\overset{\frown}{CD}$ مساوي اندازه اوږدوالی مساوي وي د $A\hat{C}D$ اندازه معلومه کړئ.

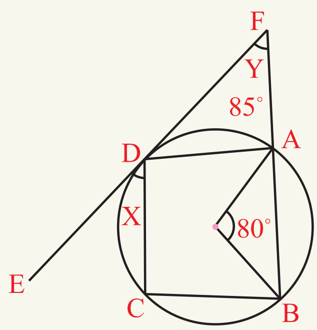


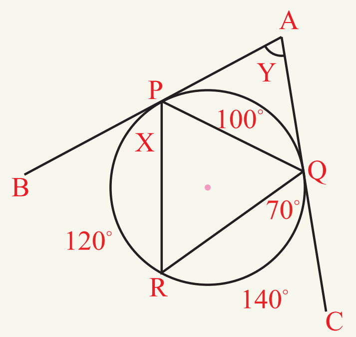
4- په لاندې شکلونو کې د x او y اندازه وټاکئ.





5- په لاندې شکلونو کې د x او y اندازې پیدا کړئ.





(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

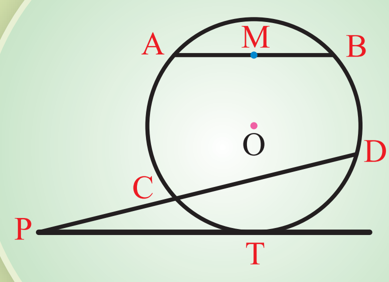
دویم څپــرکی

په یوه دایره کې د اوږدوالی اړیکی

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دايره کې د اوږدوالي اړيکې

هغه توټه کرښې چې په مخامخ شکل کې وينئ نوم يې واخلئ.



تعريف

د اوږدوالي اړيکې: په يو هندسي شکل کې د کرښو د اجزاوو تر منځ اړيکې د اوږدوالي اړيکو په نوم يادېږي.

فعاليت

- د P له ټکي څخه چې د $C(O,r)$ دايرې په بهر کې پروت د $\overline{PAB}$ او $\overline{PCD}$ قاطع کرښې رسم کړئ.
- د A ټکی د D او B ټکي د C ټکي سره ونښلوئ.
- وښاياست چې د $P\overset{\Delta}{A}D$ او $P\overset{\Delta}{C}B$ مثلثونه مشابه دي؟
- په پورته دوو مثلثونو کې د تشابه نسبتونه وليکئ.

د دې فعاليت پايلې څخه لاندې قضيه څرګندېږي.

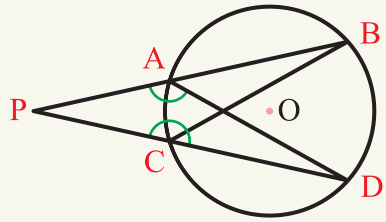
قضيه (۱ - ۲): که چېرې د يوې دايرې له بهرنيو ټکو څخه پر دايره دوه قاطع کرښې رسم شي، د يوې قاطع د قطعاتو د ضرب حاصل، د بل قاطع د قطعاتو د ضرب له حاصل سره مساوي دی.

يعنې $\overline{PA}.\overline{PB} = \overline{PC}.\overline{PD}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ثبوت: د $\overset{\Delta}{PAD}$ او $\overset{\Delta}{PCB}$ مثلثونو تر منځ لاندې اړیکي موجود دي چې.

$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$



$\hat{D}=\hat{B}$ د عین قوس محیطي زاویې

$\hat{P}=\hat{P}$ ګډ

$\Rightarrow \hat{A}=\hat{C}$

د پورتنیو دریو زاویو د تساوي څخه پوهیږو چې د $\overset{\Delta}{PAD}$ او $\overset{\Delta}{PCB}$ مثلثونه مشابه دي، نو لیکلی شو چې:

$$P\overset{\Delta}{C}B \sim P\overset{\Delta}{A}D \Rightarrow \frac{PA}{PC}=\frac{PD}{PB} \Rightarrow PA\cdot PB=PC\cdot PD$$

نتیجه

مثال: په لاندې شکل کې $\overline{PA}$ او $\overline{PB}$ د $C(O,r)$ د دایرې دوه قاطع کرښې دي. که $\overline{PA}=10cm$, $\overline{PC}=6cm$ او $\overline{PD}=4cm$ اوږدوالی ولري، د $\overline{PB}$ او $\overline{DB}$ اوږدوالی پیدا کړئ.

حل: هغه قطعات(ټوټه کرښې) چې د P له ټکي څخه رسمیږي او د(۱-۲) قضیې په مرسته لیکلای شو، چې:

$\overline{PA}\cdot\overline{PC}=\overline{PB}\cdot\overline{PD}$

$10\cdot 6=\overline{PB}\cdot 4$

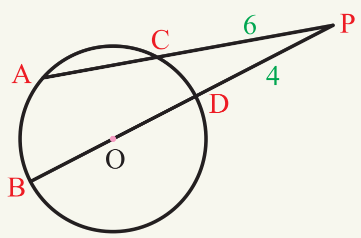
$60=4\overline{PB}$

$\overline{PB}=15cm$

$\overline{DB}=\overline{PB}-\overline{PD}$

$\overline{DB}=15-4$

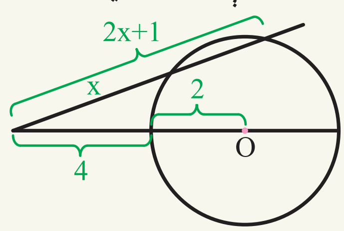
$\overline{DB}=11cm$

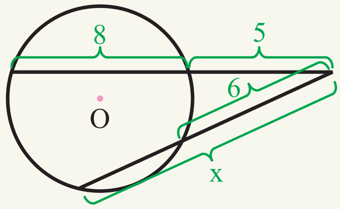


که چیرې د یوې دایرې له بهرنیو ټکو څخه پر دایره دوه قاطع کرښې رسم شي، د یوې قاطع د قطعاتو د ضرب حاصل، د بل قاطع د قطعاتو د ضرب له حاصل سره مساوي دی.

پوښتنې

1- په لاندې شکلونو کې د x عددي قیمت پیدا کړئ.

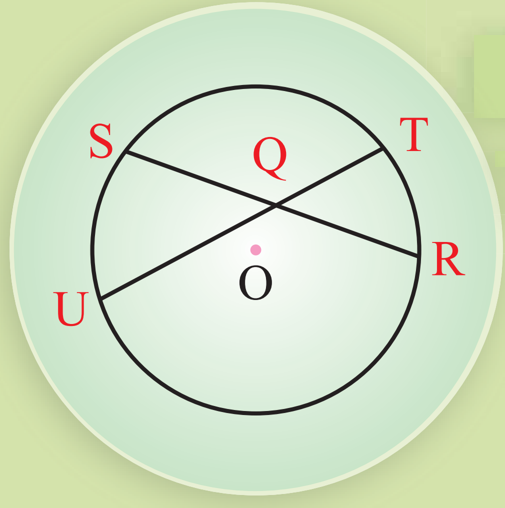




(c) ketabton.com: The Digital Library

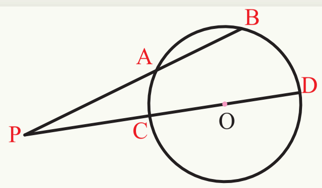
(c) ketabton.com: The Digital Library

د یو ټکی طاقت نظر دایرې ته



مخامخ شکل ته پاملرنه وکړئ. ویلاشی شئ چې د $\overline{QR}\cdot\overline{QS}=\overline{QU}\cdot\overline{QT}$ مساوات سم دي.

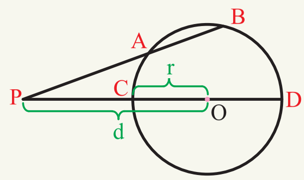
فعالیت



- د P له یو ټاکلي ټکي څخه چې C(O,r) د دایرې څخه بهر پروت دی پر هغه د $\overline{PAB}$ قاطع رسم کړئ.
- د P له بهرنی ټکي څخه د PCD قاطع داسې رسم کړئ چې د $C(O,r)$ دایرې له مرکز څخه تیر شي.
- د $\overline{PAB}$ او PCD د ټوټه کرښو ترمنځ اړیکې د (1-2) قضیې له مخې ولیکئ.
- په پورتنی اړیکه کې د $\overline{PC}$ او $\overline{PD}$ اوږدوالی د دایرې له مرکز څخه ولیکئ.
- که د P ټکي واټن د دایرې له مرکز څخه په (d) او شعاع یا وړانګه په (r) سره وښیو، پورتنی اړیکه د d او r تر منځ ولیکئ.

د پاسنی فعالیت د پایلې څخه لاندې قضیه څرګندیږي.

قضیه (2-2): که دیو ټاکلی ټکي څخه دوې قاطع کرښې په یوه دایره داسې رسم کړئ چې، دویمه قاطع د دایرې له مرکز څخه تیره شي. د لومړی قاطع د ټوټه کرښو تر منځ د ضرب حاصل د یو ټاکلی اندازې (d^2-r^2) سره مساوي دي، (d) د ټاکلي ټکي او د دایرې د مرکز تر منځ واټن او (r) د دایرې شعاع یا وړانګه ده.



لومړی حالت: که چیرې ټاکلي ټکی د دایرې په بهر کې پروت وي.

ثبوت: که چیرې د P ټکی د دایرې په بهر کې او واټن له مرکز څخه په (d) او دایرې شعاع په (r) سره وښیو، د (1-2) قضیې

له مخې ليکلای شو:
دوه نـور حالتونو چـې ټاکلی ټکي يـې د دايرې پر محيط او دننه په دايره کې پراته وي، دا ګرانو زده کوونکو کورنی دنده ده.

$$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}....(2-1)$$
$$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=(\overline{PO}-\overline{CO})(\overline{PO}+\overline{OD})$$
$$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=(d-r)(d+r)$$
$$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=d^2-r^2$$

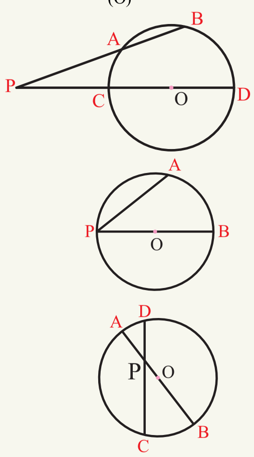
تعريف

د $\overline{PA}\cdot\overline{PC}=d^2-r^2$ رابطه د P د ټکي طاقت نظر د C(o,r) دايرې ته وايي چې، ثابته اندازه ده چې د $P_{(o)}=d^2-r^2$ په شکل ښودل کېږي.

لومړی مثال: که د يوې دايرې قطر 10cm او د P ټکی د 13cm په اندازه د دايرې له مرکز څخه واټن ولري د P ټکي طاقت نظر C(o,r) دايرې ته پيدا کړئ.

حل: څرنګه چې د دايرې قطر راکړل شوی دی لومړی د دايرې شعاع يا ورانګه وروسته د P ټکي طاقت نظر دايرې ته پيدا کړئ.

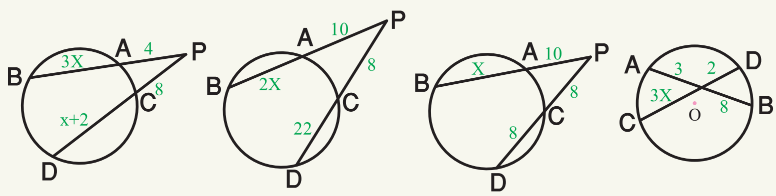
$$r=\frac{D}{2}=\frac{10}{2}=5\,cm$$
$$P_{(O)}=d^2-r^2$$
$$P_{(O)}=(13)^2-(5)^2$$
$$P_{(O)}=169-25\Rightarrow P_{(O)}=144$$



- که د يوه ټکي طاقت نظر يوې دايرې ته مثبت وي ټکی د دايرې نه بهر پروت دی، يا $P_{(o)}=d^2-r^2>0$ لکه د(2-2) قضيې شکل
- که د يوه ټکي طاقت نظر دايرې ته صفر وي ټکی د دايرې پر محيط پروت دی، يعني $P_{(0)}=d^2-r^2=0\Rightarrow d^2=r^2$
- که د يوه ټکي طاقت نظر دايرې ته منفي وي ټکی د دايرې دننه پروت دی، يعني $P_{(0)}=d^2-r^2<0\Rightarrow d^2<r^2$

پوښتنې

1- په لاندې شکلونو کې د x قيمتونه پيدا کړئ.

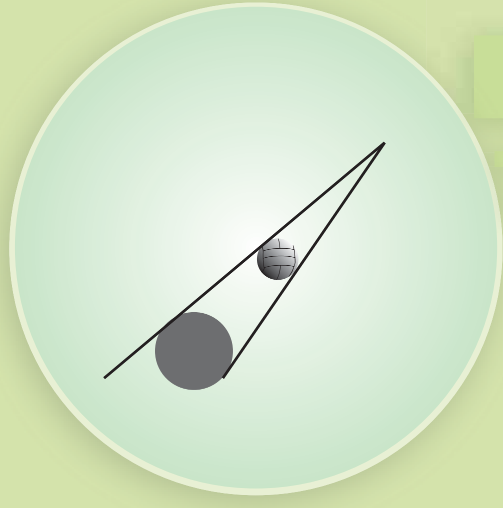


2- په لاندې حالتونو کې د يوه ټکي طاقت نظر يوې دايرې ته پيدا کړئ.
الف) که d = 7 او r = 4 وي. ب) که d = 3 او r = 3 وي. ج) که d = 3 او r = 5 وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دايرې مماس کرښه



شکل ته پاملرنه وکړئ.
که چیرې د نور د وړانګې حرکت مسیر مستقیمې کرښې ومنل شي، دغه کرښې نظر توپ او د هغه له سیورې سره څه اړیکې لري.

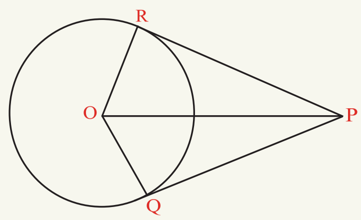
فعالیت

- د P له یوه بهرنۍ ټکي نه د $C(O,r)$ په دایره د $\overline{PR}$ او $\overline{PQ}$ دوه مماسونه رسم کړئ.
- که د Q او R ټکي پر دایره د تماس ټکي وي. ایا د P له ټکي پر دایره بل مماس رسمېدلای شي؟
- د O ټکي د Q، R او P ټکو سره و نښلوئ.
- لاسته راغلي مثلثونه سره څه اړیکې لري؟
- ایا رسم شوی مماسونه سره برابر دي؟

د دې فعالیت د پایلې څخه لاندې قضیه څرګندېږي.

قضیه (2-3): د یوې دایرې له بهرنی ټکي څخه پر دایره دوه مساوي مماسونه، رسمېږي.

ثبوت: په $\overset{\Delta}{POR}$ او $\overset{\Delta}{POQ}$ مثلثونو کې لیکلی شو چې:



$\overline{OR} = \overline{OQ}$.... د دایرې شعاع یا وړانګه

$\overline{PO} = \overline{PO}$ .... ګډ

$\hat{R} = \hat{Q}$..............90°

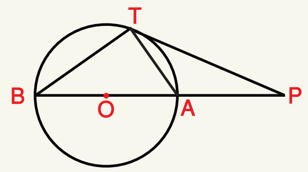
$\overset{\Delta}{POR} \cong \overset{\Delta}{POQ}$

$\overline{PR} = \overline{PQ}$

قضیه (2-4): که د یوې دایرې له بهرنی ټکي نه یو مماس او یو قاطع پر یوه دایره رسم شي ثبوت کړئ، چې د یوه ټکي طاقت نظر دایرې ته د مماس له مربع سره مساوي دی.

ثبوت: په $C(O,r)$ دایره کې $\overline{PT}$ مماس او $\overline{PAB}$ قاطع دی، که د T ټکی له A او B

ټکوسره ونښلوو، د $\overset{\Delta}{PTA}$ او $\overset{\Delta}{PTB}$ مثلثونو څخه لیکلای شو چې:



$$\left.\begin{array}{l} P\hat{T}A = P\hat{B}T.....(I) \\ \hat{P} = \hat{P}..........(II) \end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\Delta}{PTB} \sim \overset{\Delta}{PTA}$$

محیطي زاويې او د عين قوس ګډ مماس

$$\overset{I \wedge II}{\Rightarrow} P\hat{T}B = P\hat{A}T$$

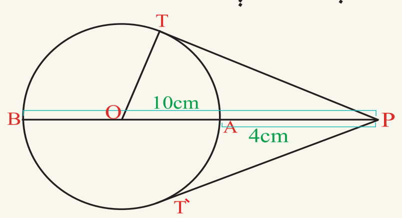
$$\frac{\overline{PA}}{\overline{PT}} = \frac{\overline{PT}}{\overline{PB}}$$

$$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PT}^2 \Rightarrow \overline{PT}^2 = d^2 - r^2$$

په پایله کې لیکلای شو چې: $PT = PT'$

مثال: په لاندې شکل کې د $\overline{PT}$ او $\overline{PT'}$ اوږدوالی لاسته راوړئ.

حل:



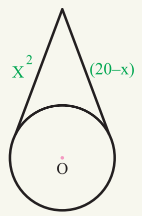
$PA = 4cm$	$PT^2 = PA \cdot PB$
$PB = 10cm$	$PT^2 = 4 \times 10 = 40$
$PT = ?$	$PT = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

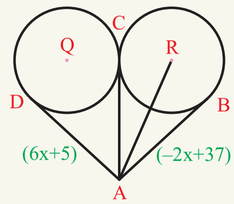
- د یوې دایرې له باندنۍ ټکي څخه پر هغې دوه مساوي مماسونه رسمولای شو.

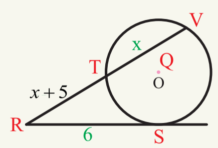
که چیرې د یوې دایرې له بهرنۍ ټکي څخه پر دایره یو قاطع او یو مماس رسم شي، د یوه ټکي طاقت نظر دایرې ته د مماس له مربع سره مساوي دی.

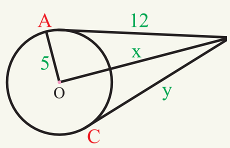
پوښتنې

په لاندې شکلونو کې د x قیمت لاسته راوړئ.





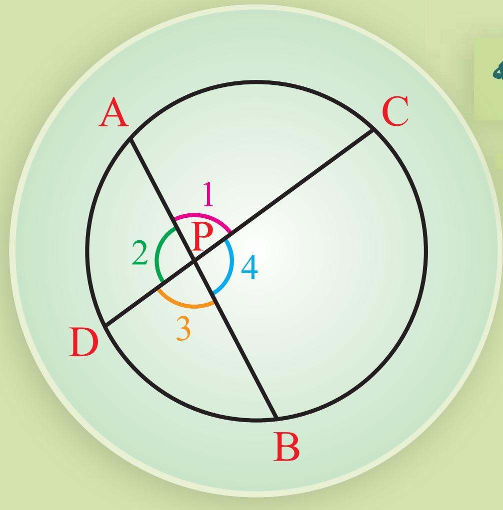




(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوې دايرې دننی(داخلي) زاويه



د يـوې دايرې پـه دننه کـې دوه متقاطع وترونه رســم کړئ او وواياست چې څو زاويې جوړوي، او څه يې نوموئ.

تعريف

هغه زاويې چې د دايرې په دننه کې د دوو وترونو د تقاطع په مرسته منځ ته راځي د دايرې دننی زاويې بلل کېږي، لکه په پورتني شکل کې د $\hat{1},\hat{2},\hat{3},\hat{4}$ زاويې.

فعاليت

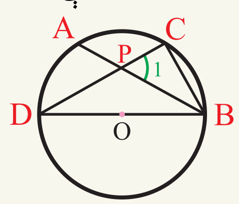
- د $C(O,r)$ دايره رسم کړئ، په هغه کې د $\overline{AB}$ او $\overline{CD}$ دوه وترونه د اسې رسم کړئ چې د P په ټکی که يو بل پرې کړي هغه زاويې چې منځ ته راغلي د څه په نامه يادېږي؟
- د D او C ټکي د B سره ونښلوئ د $\hat{CPB}$ زاويه چې د $\overset{\Delta}{PBD}$ باندنی زاويه ده، د مثلث د دوو ناګاونډيو زاويو سره څه اړيکه لري.

په ياد ولرئ:
- هره محيطي زاويه د مخامخ قوس نيمايي ده.
- پـه يـوه مثلث کـې د هرې خارجـي زاويـې پراخوالـی د دوو ناګاونډيـو زاويـو د مجموعې سره برابر دی.

د دې فعاليت د پايلې څخه لاندې قضيه بيان او ثبوتوو.

قضيه(2-5): د يوې دايرې د هرې دننۍ(داخلي) زاويې پراخوالی، د هغو قوسونو د مجموعې له نيمايي سره مساوي دی، چې د د زاويو د اضلاعو د پرېکړې په مرسته منځ ته راغلی وي.

ثبوت: خرنګه چې د $\hat{B}$ او $\hat{D}$ د دايرې محيطي زاويې دي نو کولای شو چې وليکو:



$\hat{B}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AD}$ د محيطي زاويې وسعت

$\hat{D}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{BC}$ د محيطي زاويې وسعت

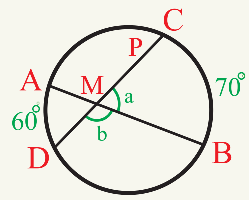
$C\hat{P}B=\hat{B}+\hat{D}$ د هر مثلث خارجي زاويه

$\Rightarrow C\hat{P}B=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AD}+\frac{1}{2}\overset{\frown}{BC}$

$C\hat{P}B=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{BC})$

لومړی مثال: په لاندې شکل کې د $\hat{a}$ او $\hat{b}$ زاويې پيدا کړئ.

حل: څرنګه چې د يوې دايرې دننی زاويې پراخوالی د هغو قوسونو دمجموعې له نيمايي سره مساوي دی چې د زاويو په مخامخ کې پراته وي، يعنې:

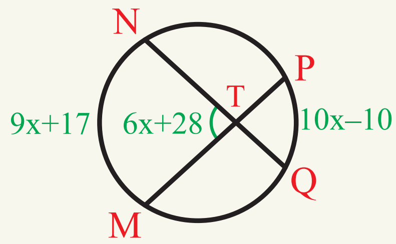


$$C\hat{M}B = \hat{a} = \frac{\overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{BC}}{2} = \frac{60+70}{2} = 65^\circ$$

$$\hat{b} = 180^\circ - a = 180^\circ - 65^\circ = 105^\circ$$

دويم مثال: په لاندې شکل کې د x او $N\hat{T}M$ زاويې پراخوالی وټاکئ.

حل: د يوې دايرې دننی زاويو د اړيکو له مخې ليکلی شو چې:



$$\overset{\frown}{NM} = 9x+17 \quad , \quad \overset{\frown}{PQ} = 10x-10$$

$$N\hat{T}M = 6x+28$$

$$6x+28 = \frac{9x+17+10x-10}{2}$$

$$12x+56 = 19x+7$$

$$-7x = -49$$

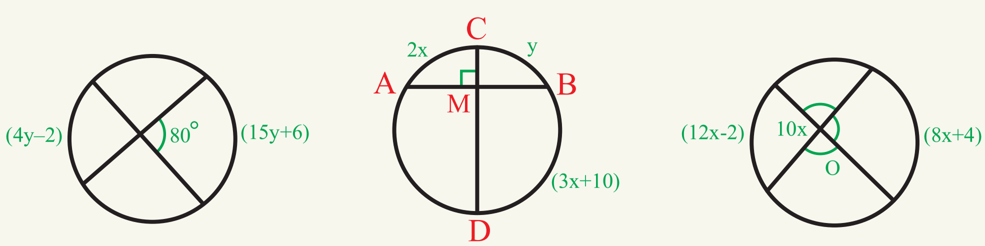
$$x = 7$$

$$N\hat{T}M = 6x+28$$

$$= 6\times7+28 = 42+28 \Rightarrow N\hat{T}M = 70^\circ$$

پوښتنې

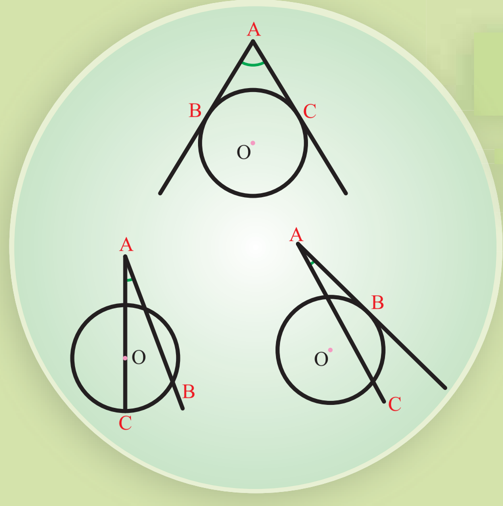
1- په لاندې شکلونو کې د x او y اندازې معلوم کړئ.



(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دایرې باندنۍ زاویه



په مخامخ شکلونو کې د توټه کرښو او د زاویو نومونه واخلئ.

تعریف

هغه زاویه چې د دوو قاطع کرښو، دوو مماسونو یا د یو قاطع او یوه مماس د پرېکړې څخه د دایرې په بهر کې منځ ته راغلې وي د دایرې باندنۍ زاویه بلل کېږي.

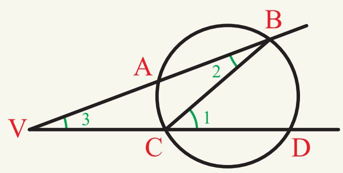
فعالیت

- د $C(O,r)$ په دایره کې د $\overline{AB}$ او $\overline{CD}$ دوه غیر موازي وترونه غزوو تر څو د $B\hat{V}D$ خارجي زاویه منځ ته راشي د C ټکی له B سره ونښلوئ.
- د $B\overset{\Delta}{V}C$ مثلث باندنۍ زاویه یعنې ($\hat{1}$) د مثلث د دوو ناګاونډیو زاویو سره څه اړیکې لري؟

د دې فعالیت له پایلې څخه لاندې قضیه بیانېږي.

قضیه (6-2): د یوې دایرې د باندنۍ زاویې پراخوالی، د هغو قوسونو د توپیر له نمایي سره مساوي دی، چې د وترونو د تقاطع څخه منځ ته راغلي وي.

ثبوت: د B ټکی له C سره نښلوو او $V\overset{\Delta}{B}C$ مثلث کې لرو چې:



$\hat{1} = \hat{2} + \hat{3}$ د مثلث خارجي زاويې پراخوالی

$\hat{3} = \hat{1} - \hat{2}$

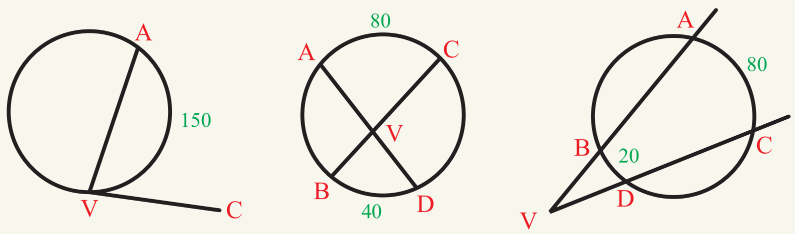
$\hat{1} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AD}$ د محیطي زاويې پراخوالی

$\hat{2} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AC}$ د محیطي زاويې پراخوالی

$\Rightarrow \hat{3} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{BD} - \frac{1}{2}\overset{\frown}{AC}$

$B\hat{V}D = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{BD} - \overset{\frown}{AC})$

لومړی مثال: په لاندې شکلونو کې د $\hat{AVC}$ زاویو پراخوالی پیدا کړئ.



حل: په دایره کې دننیو، باندنیو او مماسي زاویو پراخوالی څخه په ګټه اخستلو سره لیکلای شو چې:

a) $\hat{AVC} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AV} = \frac{1}{2}\cdot(150)^\circ$, $\hat{AVC} = 75^\circ$

b) $\hat{AVC} = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{BD}) = \frac{1}{2}\cdot(80+40)^\circ$, $\hat{AVC} = 60^\circ$

c) $\hat{AVC} = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{BD}) = \frac{1}{2}\cdot(80-20)^\circ$, $\hat{AVC} = 30^\circ$

دویمه مثال: د لاندې شکل څخه په ګټه اخستو سره د x او y ارزښتونه پیدا کړئ.

$$\hat{ANB} = \frac{x+y}{2} \Rightarrow 70 = \frac{x+y}{2} \Rightarrow x+y = 140......I$$

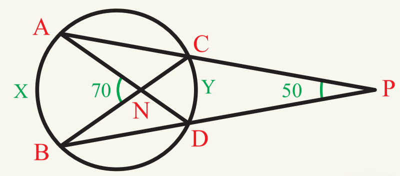
$$\hat{APB} = \frac{x-y}{2} \Rightarrow 50 = \frac{x-y}{2} \Rightarrow x-y = 100......II$$

که چیرې د I او II اړیکې خوا په خوا جمع کړو لرو چې:

$2x = 240$

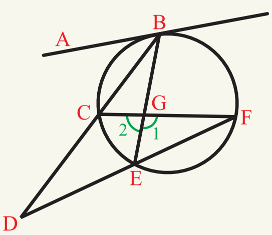
$x = 120^\circ$

$y = 20^\circ$



پوښتنې

په لاندې شکلونو کې نا معلوم کمیتونه پیدا کړئ.

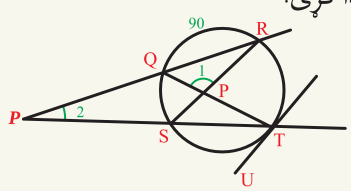


$\overset{\frown}{BC} = 70^\circ$

$\overset{\frown}{BF} = 100^\circ$

$\overset{\frown}{EF} = 130^\circ$

$\hat{1} = ?$, $\hat{2} = ?$, $\hat{D} = ?$, $\hat{ABC} = ?$



$\overset{\frown}{QR} = 90^\circ$

$\overset{\frown}{RT} = 150^\circ$

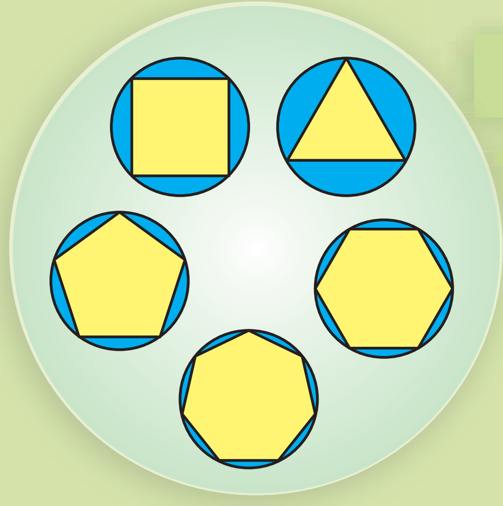
$\overset{\frown}{QS} = 50^\circ$

$\hat{STU} = ?$, $\hat{1} = ?$, $\hat{2} = ?$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

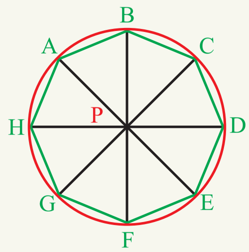
محیطي دایره



مخامخ شکل ته پاملرنه وکړئ، کوم هندسي شکلونه وینئ نومونه یې واخلئ.

تعریف

هغه دایره چې د مضلع د راسونو څخه تېره شوې وي محیطي دایره بلل کېږي او مضلع مرسوم په دایره بلل کېږي، لکه په مخامخ شکل:



د مثلث محیطي دایره: هغه دایره چې د مثلث د درې راسونو څخه تېره شوې وي د مثلث د محیطي دایرې په نامه یادېږي.

فعالیت

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث رسم کړئ.
- د $\overline{AC}$ او $\overline{BC}$ د اضلاعګانو عمودي ناصفونه رسم کړئ.
- پورتنی عمودي ناصفونه په څو ټکو کې پرې کوي؟ د هغې د تقاطع ټکی په O سره وښیئ.
- د $\overline{OA}, \overline{OB}$ او $\overline{OC}$ اوږدوالی سره پرتله کړئ.
- که چیرې یوه دایره د O په مرکز او د $\overline{OA}$ په شعاع رسم شي ایا د B او C له ټکو تیرېږي او که نه ؟
- ایا دا دایره د B او C له ټکو څخه هم تیرېږي؟ ولې؟
- رسم شوی دایره د مثلث د څه په نامه یادېږي؟

په یاد ولرئ چې: هغه دایره چې د مضلع د راسونو څخه تیرېږي، مضلع ته مرسوم په دایره وایي.

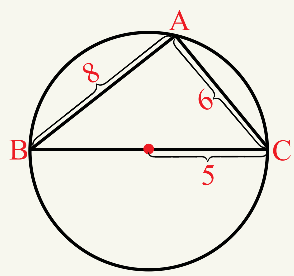
ددي فعالیت د پایلې ښخه په لاندې ډول لکلای شو:

پایله: د اضلاعګانو د وسطي عمودونو د پرېکړې ټکی د مثلث د محیطي زاويې مرکز دی.

مثال: د $\overset{\Delta}{ABC}$ قایم الزاویه مثلث داسې رسم کړئ چې د قایمو څنډو اوږدوالی په ترتیب سره $8cm$ او $6cm$ وي، د دې مثلث د محیطي دایرې شعاع(وړانګه) لاس ته راوړئ.

حل: پوهېږو چې په هر قایم الزاویه مثلث کې د هغې د محیطي دایرې مرکز پر وتر باندې پروت وي نو لومړی د قایم الزاویه مثلث د وتر اوږدوالی پیدا کوو چې د نیمايي ټکي یې د محیطي دایرې مرکز دی.

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$$
$$\overline{BC}^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$
$$\overline{BC}^2 = \sqrt{100}$$
$$\overline{BC} = 10cm$$
$$r = \frac{BC}{2} \Rightarrow r = \frac{10}{2} = 5cm$$



- هغه دایره چې د مضلع د راسونو ښخه تېرېږي د مضلع محیطي دایرې په نامه یادېږي او مضلع ته مرسوم په دایره وایي.
- د یو مثلث داضلاعو د منځنۍ(وسطي) عمودونو د پرېکړې ټکی د مثلث د محیطي دایرې مرکز دي.

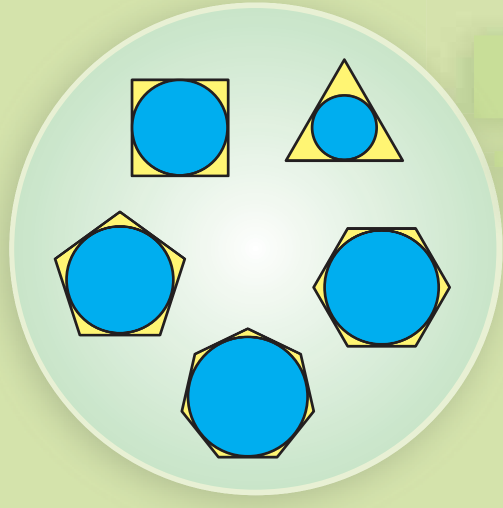
پوښتنې

1- یو مثلث چې د اضلاعو اوږدوالی یې په ترتیب سره $3cm$, $4cm$ او $5cm$ وي رسم کړئ د هغې د محیطي دایرې شعاع یا وړانګه حساب کړئ.

2 - د قایم الزاویه مثلث، متساوي الاضلاع او متساوي الساقین مثلثونو د محیطي دایرو مرکزونه په کومو ځایونو کې پراته دي په شکل کې یې وښیئ.

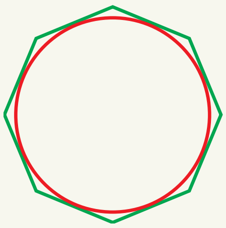
(c) ketabton.com: The Digital Library

محاطي دايره



- هغه هندسي شکلونه چې په مخامخ شکل کې يې وينئ نومونه واخلئ.
- د شکلونو تر منځ څه اړيکې وينئ.

تعريف



هغه دايره چې د محيطي مضلع پر ضلعو مماس وي، د مضلع د محاطي دايرې په نامه يادېږي لکه مخامخ شکل چې د مضلع پواسطه احاطه شوې دی.

د مثلث محاطي دايره: هغه دايره چې د يو مثلث په درې ضلعو مماس وي د مثلث محاطي دايره بلل کېږي.

فعاليت

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ يو کيفي مثلث رسم کړئ.
- د $\hat{A}, \hat{B}$ او $\hat{C}$ زاويو ناصفونه رسم او د پريکړې ټکی په (O) سره وښيئ.
- د (O) لـه ټکي څخه د مثلث پر اضلاعو د $\overline{OM}, \overline{ON}$ او $\overline{OP}$ عمود کرښې رسم کړئ.
- د $\overline{OM}, \overline{ON}$ او $\overline{OP}$ عمودونو اوږدوالي پرتله کړئ.
- ايا هغه دايره چې د (O) په مرکز او د $\overline{ON}$ په شعاع رسم شي د M او P له ټکو څخه تېرېږي؟ ولې؟
- رسم شوې دايره د څه په نامه يادېږي؟

مرسته: د يوه مثلث وسطي عمودونه د مثلث دننه په يوه ټکي کې پرېکوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پورتني فعالیت پایله کولای شو چې په لاندې توګه څرګنده کړو.

د هر مثلث دنني ناصف الزاویو ترمنځ د پریکړې ټکی، د مثلث د محاطي دایرې له مرکز څخه عبارت دي.

د مثلث باندني محاطي دایره

فعالیت

د مثلث باندني دایره رسم کړئ.

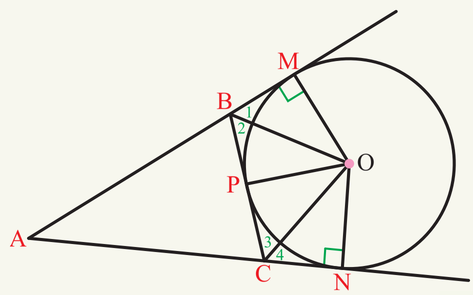
- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث رسم کړئ او $\overline{AB}$ او $\overline{AC}$ ضلعو ته امتداد ورکړئ.
- د مثلث د $\hat{B}$ او $\hat{C}$ زاویو باندني ناصف الزاویې رسم او د پریکړې ټکی په (O) سره وښیئ.
- ایا د (O) ټکی د مثلث د باندني محاطي دایرې مرکز کیدلی شي؟ ولې؟
- د (O) له ثابت ټکي څخه د $\overline{OP}, \overline{OM}$ او $\overline{ON}$ عمودي کرښې د مثلث په یوه ضلعه او د هغه په امتداد رسم او وښیئ چې د O دایرې شعاع ګاني دي.

فکر او څېړنه وکړئ:
- کـه چیـري د یـوې څلور ضلعي د مخامـخ زاویـو مجموعـه 180° وي څلور ضلعي په دایره مرسوم دي.

په یاد ولرئ:
- هـر منظمه مضلع محیطي او محاطي دایره لري.

د پورتني فعالیت پایله کولای شو په لاندې توګه څرګنده کړو.

هغه دایره چې د یو مثلث په یوه ضلع او د دوو ضلعو پر امتداد مماس وي د هغه مثلث باندني محاطي دایره بلل کېږي.

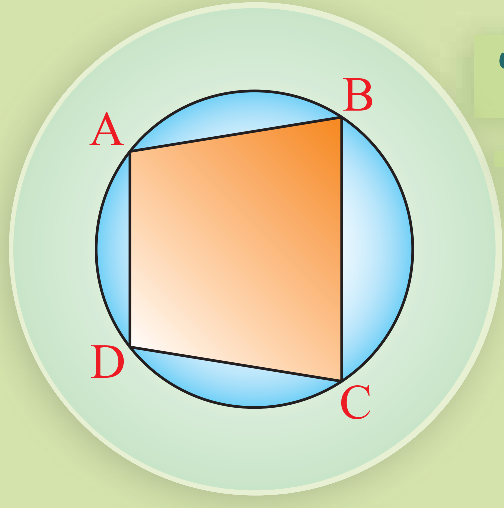


پوښتنې

1- په کومو مثلثونو کې د محیطي دایرې او محاطي دایرې مرکزونه منطبق دي، رسم او په شکل کې یې وښیئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دايره کې د مرسوم څلورضلعي ځانګړتياوې (خواص)



په مخامخ شکل کې دايره د څلور ضلعي له راسونو سره څه اړيکه لري.

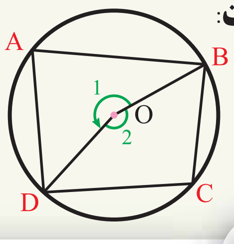
فعاليت

- د $ABCD$ يو کيفي څلور ضلعي مرسوم په دايره رسم کړئ.
- د محيطي دايرې منځ ته راغلې زاويې څه نوميږي؟
- د دايرې مرکز د څلور ضلعي د دوو مخامخ راسونو سره ونښلوئ، د منځ ته راغلې مرکزي زاويې مجموعه څو درجې دی؟
- د مرکزي او محيطي زاويو اړيکي چې د عين قوس مخامخ پرتې وي د پورته مرکزي زاويو لپاره وليکئ.

د دې فعاليت د پايلې څخه لاندې قضيه بيانولای شی:

قضيه: په يوه دايره کې د مرسوم څلور ضلعي د مخامخ زاويو مجموعه 180° ده.

ثبوت:



$$\hat{O}_1+\hat{O}_2=360^\circ$$

$$D\hat{C}B=\frac{1}{2}\hat{O}_1$$

$$D\hat{A}B=\frac{1}{2}\hat{O}_2$$

$$D\hat{C}B+D\hat{A}B=\frac{1}{2}(\hat{O}_1+\hat{O}_2)=\frac{360^\circ}{2}=180^\circ$$

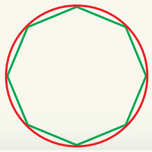
فعاليت

- منظم درې ضلعي د څه په نامه يادېږي، د هرې زاويې پراخوالي څو درجې ده؟
- منظم څلور ضلعي څرنګه ونوموو؟
- د هغې د هرې زاويې پراخوالی څو درجې دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

تعریف

هغه مضلع چې اضلاع او زاویې یې یو له بل سره مساوي وي منظمه مضلع بلل کېږي.



فعالیت

- په خپله خوښه یوه پنځه ضلعي رسم کړئ.
- یو راس یې د هغې له ناګاونډه راس سره ونښلوئ، څو مثلثونه منځ ته راځي؟
- د دې مثلثونو دننیو زاویو مجموعه څو درجې ده؟
- د پنځه ضلعي دننی زاویو مجموعې په هکله څه فکر کوئ؟
- دغه فعالیت د یو شپږ ضلعي په هکله تکرار کړئ.
- که چیرې n ضلعي مضلع ولرو د هغې دننی زاویو مجموعه به یې څو درجې وي؟

که چیرې د یوې مضلع د ضلعو شمېر په n او د هغې دننیو زاویو مجموعه په S_n وښیو نو د هر n ضلعي دننیو زاویو مجموعه $S_n = (n-2)180^\circ$ درجې ده.

مثال: د یو څلور ضلعي او لس ضلعي دننیو زاویو مجموعه پیدا کړئ.

حل: د هر مضلع دننیو زاویو مجموعه د $S_n = (n-2)180^\circ$ اړیکې له مخې ټاکل کېږي.

$$S_n = (n-2)(180^\circ)$$

$$S_4 = (4-2)(180^\circ) \Rightarrow S_4 = 360^\circ$$

$$S_{10} = (10-2)(180^\circ) \Rightarrow 8\times 180 \Rightarrow S_{10} = 1440^\circ$$

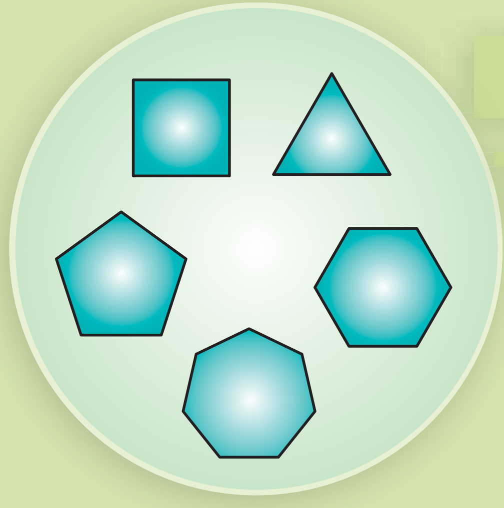
په یاد ولرئ چې:

- د قطرونو تعداد د n ضلعي له یو راس څخه د n-3 اړیکې په مرسته لاس ته راځي.
- له یو راس څخه د مضلع په منځ کې د مثلثونو شمېر د n-2 اړیکې په مرسته لاسته راځي.
- په یوه دایره کې د مرسوم څلور ضلعي د مخامخ زاویو مجموعه 180° دي.
- هغه مضلع چې د ضلعو اوږدوالی یې سره مساوي وي منظم مضلع بلل کېږي.

پوښتنې

1- د یوې منظمې شپږ ضلعي مضلع د زاویو پراخوالی څو درجې دي؟
2- د یوې منظمې n ضلعي مضلع د زاویو اندازه څو درجې دي؟
3- په یوه لس ضلعي مضلع کې د قطرونو په مرسته د یوه راس څخه څو مثلثونه منځ ته راځي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

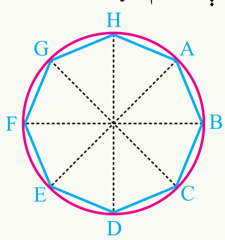


د منظمې مضلع ترسیم

- پاملرنه وکړئ.
- په شکل کې څه ډول مضلع ګانې ګورئ.
- ستاسې په نظر دغه مضلع ګانې په څه ډول رسم شوې دي؟

فعالیت

- د $C(O,r)$ دایره رسم کړئ د هغې په مرکز کې (8) مساوي مرکزي زاویې رسم کړئ.
- که چیرې n د مضلع د اضلاعو شمېر او θ د مخامخ ضلعې مرکزي زاویه وي ایا د $\hat{\theta} = \frac{360^\circ}{n}$ اړیکه سمه ده؟
- یو 8 ضلعې مضلع د $C(O,r)$ په دایره کې رسم کړئ.
- د دایرې محیط سره د مرکزي زاویو د ضلعو د پرېکړې ټکې ونښلوئ.
- ایا د منځ ته راغلې مضلع ضلعې سره مساوي دي؟ ولې؟
- منځ ته راغلې مضلع څه ډول ده؟ د مضلع د هرې ضلعې د مخامخ مرکزي زاویې پراخوالې څو درجې ده؟



د یو منظم n ضلعې مضلع د هر ضلع مخامخ د مرکزي زاویې پراخوالی مساوي په $\hat{\theta} = \frac{360^\circ}{n}$ دی.

فعالیت

- د $C(O,r)$ په دایره کې یوه منظمه شپږ ضلعې رابنده ده.
- د دایرې مرکز د مضلع له شپږو راسونو سره ونښلوو. څو مثلثونه منځ ته راځي؟
- د شپږ ضلعې د مخامخ ضلعو د مرکزي زاویو پراخوالی څو درجې دي؟
- منځ ته راغلې مثلثونه څه ډول مثلثونه دي؟

د پورتنې فعالیت پایله کولی شو په لاندې توګه څرګنده کړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوې شپږ ضلعي د هرې ضلعې اوږدوالى د هغې د محيطي دايرې له شعاع سره مساوي دى.

مثال: هغه دايره چې شعاع يې $2cm$ دى، خرنګه کولى شو چې هغه په يوه منظم شپږ ضلعي مضلع محاط کړو؟

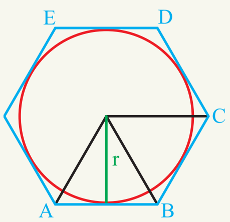
حل: پوهېږو چې د هرې منظمې شپږ ضلعي مضلع هره ضلع د هغې د محيطي دايرې له شعاع سره مساوي ده نو د پرکار خوله د $2cm$ په اندازه خلاصوو او په پرله پسې توګه د دايرې له محيط څخه مساوي قوسونه جلاکوو د ټاکل شويو ټکو د نښلولو څخه منظم شپږ ضلعي منځ ته راځي؟

د محاطي دايرې د شعاع له مخې د منظمې مضلع مساحت

فعاليت

- د $C(O,r)$ محاطي دايره او د $ABCDEF$ منظمه مضلع رسم کړئ.
- د O ټکى د B,A او C راسونو سره ونښلوئ. د $\overset{\Delta}{OAB}$ او $\overset{\Delta}{OBC}$ مثلثونه چې منځ ته راغلي دي انطباق منونکي دي؟ ولې؟
- د $\overset{\Delta}{AOB}$ په مثلث کې د $\overline{AB}$ د ضلعې جګوالى(ارتفاع) د محاطي دايرې له شعاع سره مساوي دى. ولې؟
- د پورتنى مثلثونو مساحت له کومې رابطې څخه په لاس راځي؟
- ايا د منظمې n ضلعي مضلع مساحت د n انطباق منونکو مثلثونو څخه جوړ دى؟
- د منظمې مضلع محيط د $P = AB \cdot n$ اړيکى يا رابطې څخه لاسته ته راځي. ولې؟

که چيرې د منظمې مضلع مساحت په A، محيط يې په P او د يوې منظمې n ضلعي مضلع د محاطي دايرې شعاع په r سره وښيو نو د مضلع مساحت عبارت دى له: $A = \frac{1}{2}P \cdot r$ چې په لاندې ډول ثبوتېږي:



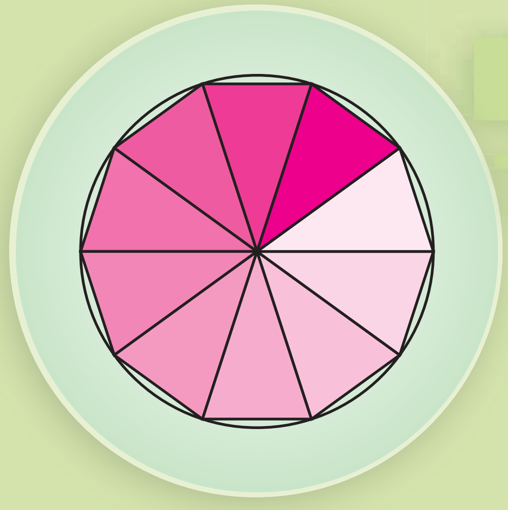
$$A = \frac{1}{2}AB \cdot r \cdot n$$

$$P = AB \cdot n \text{ د مضلع محيط } \Rightarrow A = \frac{1}{2}P \cdot r$$

پوښتنې

1- په يوه دايره کې چې شعاع يې $3cm$ وي يو متساوي الاضلاع مثلث داسې رسم کړئ، چې محاط په دايرې وي؟

د دایرې محیط او مساحت



په راکړل شوي شکل کې د مثلثونو مجموعي مساحت د دایرې او د مثلثونو د یو شمیر ضلعو د مجموع اوږدوالی د دایرې محیط سره پرتله کړئ.

د $C(O,r)$ په دایره کې که قطر په (d) او محیط یې د (C) په تورو وښودل شي د دایرې د دې دوو غړو تر منځ لاندې اړیکه وجود لري؟

$$\frac{\text{د دایرې محیط}}{\text{د دایرې قاعده}} = \frac{c}{d} = \text{constant}$$

$$\frac{c}{d} = \pi \Rightarrow c = \pi d \;\ldots\ldots\; (I) \quad [\pi \approx 3.14159\cdots]$$

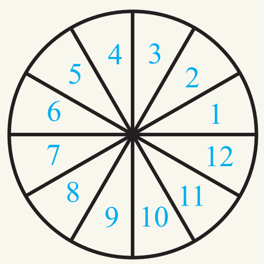
پوهېږو چې $r = \frac{d}{2}$ یا $d = 2r$ که چیرې په(I) اړیکه کې د (d) پر ځای د (2r) قیمت ولیکو، د دایرې محیط د لاندې اړیکې څخه لاسته راځي:

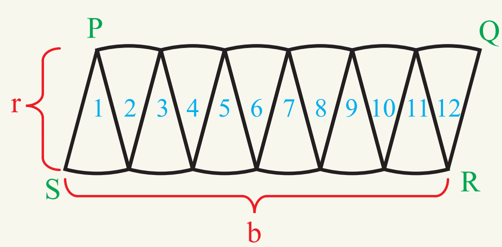
$$C = \pi d$$
$$C = 2\pi r$$

د دایرې د مساحت د ثبوت او محاسبې لپاره پرمختللې ریاضي ته اړ یو، نو په دې ډول د دایرې د مساحت محاسبې لپاره په لاندې توګه عمل کوو:

یوه دایره د هغې د قطرونو په مرسته په(12) مساوي برخو وېشو او هره برخه یې د 1 څخه تر 12 پورې شمېرو سره وښیو که چیرې د دایرې دغه مثلثي ټوټې غوڅ او بیا هغوی څنګ په څنګ د لاندې شکل په څېر ترتیب کړو.

په روښانه ډول لیدل کېږي، چې متوازي الاضلاع ته ورته شکل منځ ته راځي.





(c) ketabton.com: The Digital Library

پوهېږو چې د b قاعده د دايرې د محيط نيمايي ده. ولې؟ نو:

جګوالی × قاعده = د متوازي الاضلاع مساحت

$\frac{1}{2}Cr$ = د متوازي الاضلاع مساحت

له بلې خوا پوهېږو چې($C = 2\pi r$ = د دايرې محيط)دی، نو لرو چې:

$A = \frac{1}{2}\cdot 2\pi r\cdot r = \pi r^2$ = د متوازي الاضلاع مساحت

پوهېږو چې د متوازي الاضلاع مساحت او دايرې سره ډېر نږدې دي، نو ليکلای شو: $A = \pi r^2$

په پايله کې ويلی شو چې د دايرې مساحت د $A = \pi r^2$ اړيکی او محيط يې د $C = 2\pi r$ اړيکی په مرسته په لاس راځي.

لومړی مثال: د يوې دايرې وړانګه(شعاع) 14cm ده د دايرې مساحت پيدا کړئ.

حل: د دايرې د مساحت د اړيکې څخه په ګټو اخستو سره يعنې $A = \pi r^2$ لرو چې:

$$A = \pi r^2$$
$$A = (3.14159)$$
$$A = (3.14159)\cdot 196cm^2 \Rightarrow A = 615.75\ cm^2$$

دويمه مثال: که چېرې د دايرې قطر 70cm وي د دايرې شعاع او مساحت پيدا کړئ.

حل: څرنګه چې د دايرې محيط راکړل شوی دی، نو اول شعاع، وروسته مساحت پيدا کوو.

$$r = \frac{d}{2} \Rightarrow r = \frac{70}{2} = 35$$
$$A = \pi r^2 \Rightarrow A = 3.14159(35)^2 \Rightarrow A = 3848.4\,cm^2$$

دريمه مثال: که چېرې د دايرې محيط 14πcm وي د دايرې شعاع او مساحت پيدا کړئ.

حل: څرنګه چې د دايرې محيط راکړل شوی دی، نو د مساحت پيدا کولو لپاره اول شعاع پيدا کوو.

$$C = 14\pi cm$$
$$2\pi r = 14\pi \Rightarrow 2r = 14 \Rightarrow r = \frac{14}{2} = 7$$
$$A = \pi r^2 \Rightarrow (3.14159)\cdot 7\cdot 7 \Rightarrow A = 153.93\ cm^2$$

- د يوې دايرې مساحت د r په شعاع د $A = \pi r^2$ له اړيکې څخه لاس ته راوړو.
- د يوې دايرې محيط د r په شعاع د $C = 2\pi r$ له اړيکې څخه لاس ته راوړو.

پوښتنې

1- که چېرې دايرې محيط 41cm وي د دايرې شعاع يې لاس ته راوړئ.
2- د يوې دايرې محيط، چې شعاع يې د اوږدوالی يو واحد وي لاس ته راوړئ.
3- د يوې دايرې مساحت، چې شعاع يې د اوږدوالی يو واحد وي لاس ته راوړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دوهم څپرکی لنډيز

- هغه اړيکې چې د يو هندسي شکل د کرښو د اجزاوو تر منځ موجودې وي، د اوږدوالی د اړيکو په نامه يادېږي.
- که چيرې د يوې دايرې له بهرنيو ټکو څخه پر دايره دوه قاطع کرښې رسم شي، د يوې قاطع د قطعاتو د ضرب حاصل، د بل قاطع د قطعاتو د ضرب له حاصل سره مساوي دی.

يعنې: $\overline{PA}.\overline{PB} = \overline{PC}.\ \overline{PD}$

- که چيرې د يوه ټکي څخه دوه قاطع کرښې پر يوه دايره داسې رسم شي، چې دويم قاطع د دايرې له مرکز څخه تير شي، نو د قاطع او د هغه د بهرنی قطعی د ضرب حاصل له يوې ټاکلې اندازې يعنې: $d^2 - r^2$ سره مساوي دی.
- د يوه باندنی ټکي څخه پر يوې دايرې دوه مساوي مماسونه رسميدلای شي.
- که چيرې $d^2 - r^2 > 0$ يا $d^2 > r^2$ وي ټکی د دايرې په بهر کې پراته دی.
- که چيرې $d^2 = r^2 = 0$ يا $d^2 = r^2$ يا $d = r$ وي، ټکی د دايرې پر محيط پروت وي.
- که چيرې $d^2 - r^2 < 0$ يا $d^2 < r^2$ وي ټکی د دايرې په دننه کې پروت دی.

هغه زاويې چې دقاطع کرښو په مرسته د دايرې په دننه کې منځ ته راځي د دايرې دننی زاويې بلل کېږي.

- د يوې دايرې د هرې دننی زاويې پراخوالی د هغې د مخامخ قوسونو د مجموعې له نيمايي سره مساوي دی. $\hat{\alpha} = \frac{\overset{\frown}{a} + \overset{\frown}{b}}{2}$

- هغه زاويه چې د دوو قاطع کرښو، دوو مماسونو، يا يو قاطع او يو مماس د پرېکړې څخه د دايرې په بهر کې منځ ته راغلې وي د دايرې باندنی زاويه بلل کېږي.
- د يوې دايرې د هرې باندنی زاويې پراخوالی د هغې د مخامخ قوسونو، تفاضل له نيمايي سره مساوي دی، يعنې: $\hat{A} = \frac{\overset{\frown}{a} - \overset{\frown}{b}}{2}$

[illegible]

- هغه شکل چې د څو ټوټه کرښو په مرسته احاطه شوی وي مضلع بلل کېږي.

په دې شرط چې:

- دوه ضلعې يې يوازې په خپلو انجامونو کې سره پريکړئ.
- دوه ګاونډی ضلعې د يوې مستقيمې کرښې په اوږدوالی پرتې نه وي.
- هغه مضلع چې ضلعې او زاويې يې سره مساوي وي، منظم مضلع بلل کېږي.

[illegible] هغه دايره چې د مضلع د راُسونو څخه تيره شي، د مضلع محيطي دايره بلل کېږي.

[illegible] هغه دايره چې د مضلع پر ضلعو مماس وي، د مضلع محاطي دايره بلل کېږي.

[illegible] هغه دايره چې د مثلث پر يوه ضلعه او د دوو نورو ضلعو په امتداد مماس وي، د مثلث بهرنی محاطي دايره بلل کېږي.

- د دوو متقاطع دايرو د مرکزونو ترمنځ کرښه په ګډ وتر عمود ده.
- که چيرې يوه څلور ضلعې مرسوم په دايره وي، د هغې د مخامخ زاويو مجموعه 180° دي.
- د دايرې محيط د مخامخ اړيکی په مرسته لاس ته راځي: $C = 2\pi r$
- د دايرې مساحت د مخامخ اړيکی په مرسته لاسته راځي: $A = \pi r^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دویم څپرکي پوښتنې

● په لاندې سوالونو کې د هر سوال لپاره څلور ځوابونه ورکړل شوي دي د سم ځواب څخه دایره تاو کړئ.

1- که چیرې د P ټکی د دایرې پر محیط پروت وي د یوه ټکي طاقت نظر دایرې ته عبارت دی له:

a) 1   b) 2

c) 0   d) درې واړه ځوابونه سم دي.

2- که چیرې د P یو ټکی د دایرې په دننه کې پروت وي، د دې نقطې طاقت نظر یوې دایرې ته عبارت دی له:

a) د P دټکي طاقت مثبت دی.   b) د P ټکي طاقت منفي دی.

c) د P ټکي طاقت صفر دی.   d) درې واړه ځوابونه سم نه دي.

3-که دP ټکي د دایرې څخه د باندې پروت وي، دP ټکي طاقت نظریوې دایرې ته عبارت دی له:

a) $d-r$ b) d^2-R^2

c) $r-d$ d) R^2-d^2

4- که چیرې د یوې دایرې شعاع R او د دایرې دننې ټکي او مرکز واټن په d سره وښیو، د نوموړي ټکي طاقت نظر دایرې ته عبارت دی له:

a) $R^2=d^2$ b) $d^2=R^2$

c) دواړه ځوابونه سم دي.   d) دواړه ځوابونه نا سم دي.

5- یو ټکی د $13cm$ په اندازه د $C(O,r)$ دایرې له مرکز څخه واټن لري که د دایرې قطر $10cm$ وي د قاطع د بهرنی برخې اوږدوالی د نوموړي ټکي څخه عبارت دی له:

a) 13 cm   b) 10 cm

c) 12 cm   d) 8 cm

6-که چیرې د P له ټکي څخه د یو مماس اوږدوالی د $C(O,r)$ دایرې سره $12cm$ او قطر یې 10cm وي د P او O د ټکو تر منځ واټن عبارت دی له:

a) 13 cm   b) 12 cm

c) 10 cm   d) 5 cm

7- که چیرې د $C(O,r)$ د دایرې د $\overline{AB}$ وتر د P ټکي پورې امتداد ورکړو داسې چې: $\overline{AP}=8cm$ او $\overline{BP}=2cm$ د $\overline{PT}$ د مماس اوږدوالی عبارت دی له:

a) 4 cm   b) 8 cm

c) 2 cm   d) درې واړه ځوابونه نا سم دي.

● په لاندې پوښتنو کې تش ځایونه په وړ کلمو ډک کړئ.

1- $d^2 - r^2$ د یوه ټکی .... نظر یوې دایرې ته دی.

2- که چیرې $\overline{PT}$ د $C(O,r)$ پر دایره مماس وي، د P د ټکی طاقت نظر $C(O,r)$ دایرې ته عبارت دی له .... $\overline{PT}^2$ دی.

3- که چیرې د P ټکی د دایرې پر محیط پروت وي، نو د ټکي طاقت نظر دایرې ته .... دی.

4- که ټکی د دایرې په دننه کې وي، نو د ټکي طاقت نظر دایرې ته .... دی.

5- که ټکی د دایرې څخه د باندې وي، نو د ټکي طاقت نظر دایرې ته .... دی.

6- که $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$ وي، د C, B, A او D د .... پر محیط پرتې وي او د P ټکی د .... په دننه او یا بهر پروت دي.

7- که د B, A او T ټکي د دایرې پر محیط پراته وي، B, A او P د یوې کرښې په امتداد دی او د P ټکی د دایرې بهر کې دی په دې توګه ....= $\overline{PT}^2$ دی.

● د سمو جملو په مخامخ کې د(س) او د ناسمو جملو مخامخ کې د(ن) توری ولیکئ.

1- (　　) د یوه ټکی طاقت نظر دایرې ته د ټکی او د دایرې مرکز واټن له مربع سره مساوي دی.

2- (　　) که ټکی د دایرې پر محیط پروت وي د ټکي طاقت نظر دایرې ته صفر دی.

3- (　　) که ټکی د دایرې په دننه کې وي د ټکي طاقت نظر دایرې ته منفي دی.

4- (　　) که ټکی د د دایرې په بهر کې وي دټکي طاقت نظر دایرې ته مثبت دی.

5- (　　) د یوه ټکي طاقت نظر هرې دایرې ته مثبت دی.

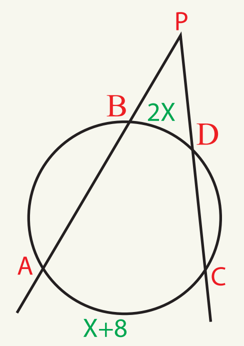
6- (　　) د یوه ټکي طاقت نظر دایرې ته $d^2 - r^2$ دي که د d د ټکي واټن دایرې ته او r د دایرې وړانګه وي.

7- (　　) که دوه دایرې مماس وي د هغوی طاقت نظر ګډ مماس ته په هر ټکي کې مساوي وي.

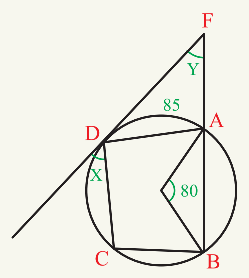
(c) ketabton.com: The Digital Library

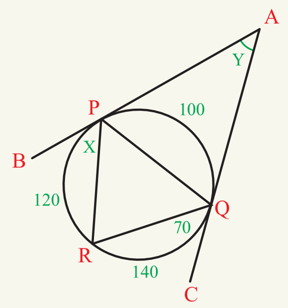
• لاندې پوښتنې په تفصیل سره حل کړئ.

1- په لاندې شکل کې $\hat{P}=(x+1)$ او مخامخ قوسونه يې په ترتیب سره $(2x)^0$ او $(x+8)^0$ وي د $A\hat{P}C$ د زاويې پراخوالی پیدا کړئ.

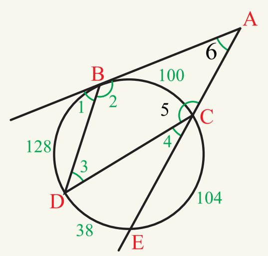


2- د $\hat{x}$ او $\hat{y}$ د زاويو پراخوالی په لاندې شکلونو کې پیدا کړئ.





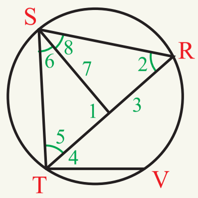
3- په لاندې شـکل کې $\overline{AB}$ پر دايره مماس دی که $\overset{\frown}{DB}=128^\circ$ او $\overset{\frown}{CE}=104^\circ$ وي د $\hat{1},\hat{2},\hat{3},\hat{4},\hat{5}$ او $\hat{6}$ زاويو پراخوالی پیدا کړئ.



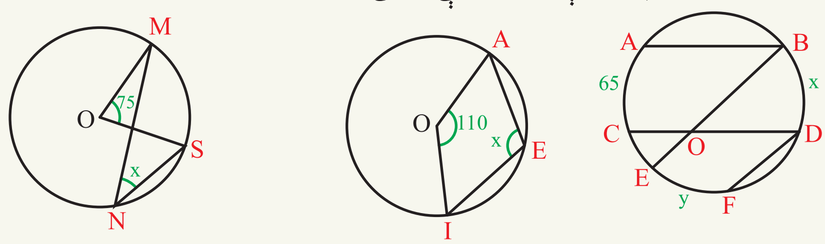
(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

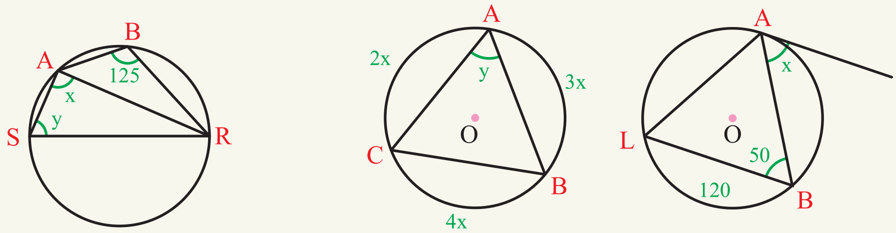
4- د $C(O,r)$ پـه دایـره کـې $\hat{RTS} = 70^\circ$, RS // TV او RT د دایـرې قطـر دی د $\hat{2},\hat{3},\hat{4},\hat{5},\hat{6},\hat{7}$ او $\hat{8}$ زاویو اندازه پیدا کړئ.



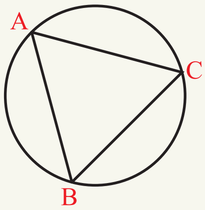
5- د $\hat{x},\hat{y}$ زاویو اندازه په لاندې شکلونو کې وټاکئ.



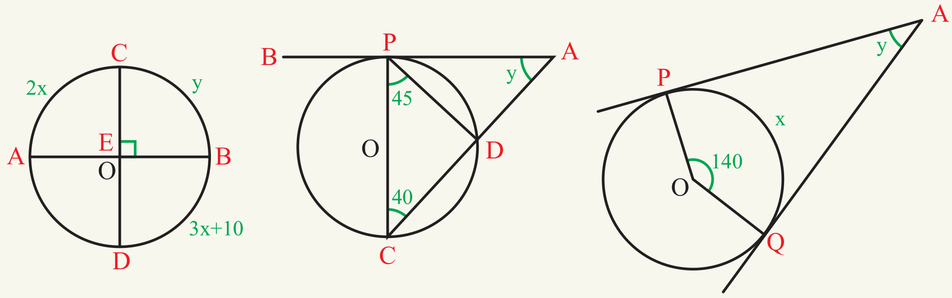
6- د $\hat{x}$ او $\hat{y}$ زاویو اندازه په لاندې شکلونو کې پیدا کړئ.



7- د محاطي دایرې د تعریف له مخې وښیئ چې د هر مثلث دننیو زاویو مجموعه 180° وي.



8- په لاندې شکلونو کې د $\hat{x}$ او $\hat{y}$ زاویو اندازه پیدا کړئ.



دريم څپـــرکی

تحليلي هندسه

(c) ketabton.com: The Digital Library

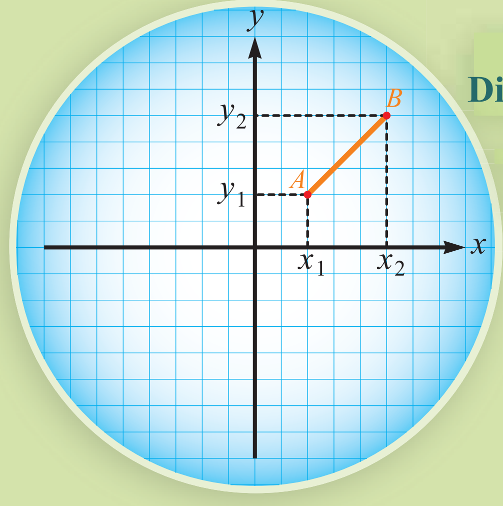
(c) ketabton.com: The Digital Library

تحلیلي هندسه

Analytic Geometry

د الجبر ا و هندسې تر منځ اړیکې له تحلیلي هندسې څخه عبارت دی. چې د الجبري معادلو او هندسې شکلونو په مرسته تر بحث لاندې نیول کېږي، فرانسوي ریاضي پوه دیکارت د لومړی ځل لپاره د ټاکلو هندسي اشکالو او الجبري معادلو ترمنځ اړیکه و څېړله ویې ویل، چې ځینې الجبري معادلې یو ټاکلی هندسي شکل لري. څرنګه چې د هندسې د علم بنسټ ټکی او دالجبري معادلو بنسټ عدد جوړوې نو لدې کبله لومړی د ټکي او عدد ترمنځ اړیکي تر څیړنې لاندې نیسو، دیکارت د عدد او ټکي ترمنځ د اړیکو د څیړنې لپاره د قایم مختصاتو د محورونو داسې یو سیستم راوپیژند چې تراوسه د دکارت په نامه یادیږي.

د دوو ټکو ترمنځ واټن یا فاصله
Distance between two Point



د $A(x_1,y_1)$ او $B(x_2,y_2)$ دوه ټکي د وضعیه کمیاتو په سیستم کې د AB یوه ټوټه کرښه ټاکي ستاسې په اند څرنګه کولای شو چې د A او B ټکو ترمنځ واټن(فاصله) حساب کړو.

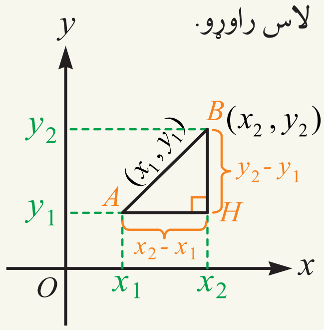
فعالیت

- د A(3,5) او B(5,4) ټکي د وضعیه کمیاتو په سیستم کې وښیئ.
- د AB کرښه رسم کړئ.
- د A او B ټکو ترمنځ واټن(فاصله) حساب کړئ.

د پورتني فعالیت څخه کولای شو په عمومي ډول د $A(x_1,y_1)$ او $B(x_2,y_2)$ دوو ټکو ترمنځ واټن(فاصله) په لاندې ډول په لاس راورو.

په لاندې شکل کې $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث یوقایم الزاویه مثلث دی. ولې؟

د فیثاغورث د قضیې په مرسته کولای شو د A او B ټکو ترمنځ واټن په لاندې ډول په لاس راورو.



$\overline{AB}^2=\overline{AH}^2+\overline{BH}^2$ .... د فیثاغورث د قضیې

$$\left.\begin{aligned}\overline{AH}&=x_2-x_1\\ \overline{BH}&=y_2-y_1\end{aligned}\right\}\Rightarrow \overline{AB}^2=(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2$$

$$\overline{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: د $A(1,7)$ او $B(5,4)$ ټکو ترمنځ واټن(فاصله) پیدا کړئ.

حل: د دوو ټکو له فاصلې د فورمول څخه په ګټه اخستنې لیکلای شوچې:

$$\overline{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$
$$\overline{AB}=\sqrt{(5-1)^2+(4-7)^2}=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}$$
$$\overline{AB}=5\ unit$$

دویم مثال: د $A(3,4)$ ټکي واټن(فاصله) له مبدا آ څخه حساب کړئ.

حل:پوهیږوچې د مبدا مختصات $O(0,0)$ دی نو دووټکوترمنځ د واټن د فورمل $\overline{0A}=\sqrt{x^2+y^2}$ څخه په لاس راځي:

$$\overline{OA}=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}\Rightarrow\overline{OA}=5$$

د $A(x_2 y_2)$ او $B(x_2,y_2)$ واټن عبارت له: $AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

د $P(x,y)$ یو اختیاري ټکی واټن د قایمو کمیاتو له مبدا آ څخه عبارت دی له:

$$\overline{OA}=\sqrt{x^2+y^2}$$

پوښتنې

1- د $A(0,3)$ او $B(2,0)$ ټکو ترمنځ واټن پیداکړئ.

2- کـه $A(4,6)$ ، $B(-2,4)$ او $C(-8,2)$ د یوه مثلث دراسـونو مختصـات وي د مثلث ډول وټاکئ.

3- د K عددی قیمت داسـې وټاکئ چې د $A(2,3)$ او $B(5K,6)$ ټوټه کرښـې اوږدوالی پنځه برابره شي.

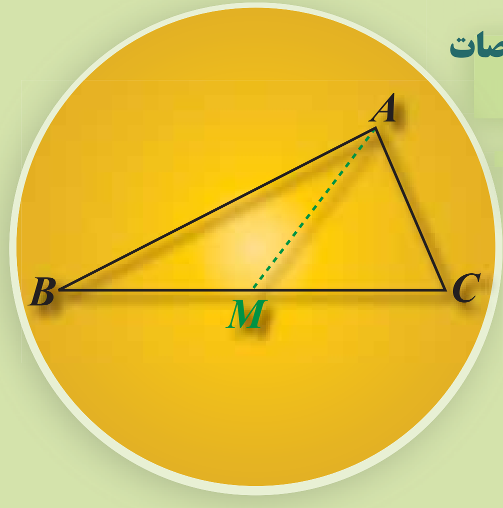
4- د $P(1,\sqrt{3})$ او $Q(-1,1+\sqrt{3})$ ترمنځ واټن پیداکړئ.

5- کـه $A(-1,4)$، $B(-3,-7)$ او $C(1,9)$ د یـوه مثلث د راسـونومختصات وي د مثلث محیط حساب کړئ.

6- د هغه مثلث مسـاحت پیداکړئ، چې راسـونه یې د $A(2,0)$ ، $B(6,2)$ او $C(1,2)$ په ټکوپراته وي.

7- کـه $A(10,5)$ ، $B(3,2)$ او $C(6,-5)$ د یـوه مثلـث د څوکو(راسـونه) مختصات وي د مثلث ډول وټاکئ.

د یوه قطعه خط دمنځنی ټکي مختصات



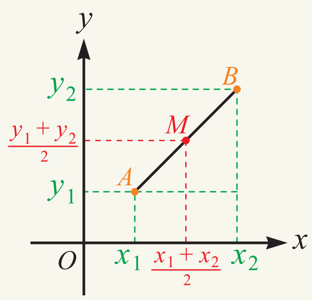
د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې د $\overline{AM}$ قطعه خط د مثلث میانه ده، د میانې خانګړتیا بیان کړئ.

فعالیت

- د $D(2,0)$ او $E(6,0)$ ټکي دوضیعه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ.
- که چیرې د C ټکی د $\overline{DE}$ ټوټه کرښې منځنی ټکی وي، د هغې مختصات ولیکئ.
- د C ټکي مختصات د D او E ټکو له مختصاتوسره څه اړیکه لري؟
- د $P(0,1)$ او $Q(0,4)$ ټکي د وضعیه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ.
- که چیرې د R ټکی د $\overline{PQ}$ ټوټه کرښې منځنی ټکی وي د هغې مختصات په لاس راوړئ.
- د R ټکي مختصات د P او Q ټکو د مختصاتوسره څه اړیکه لري؟

د پورتنی فعالیت پایله کولای شو چه په بشپړډول داسې بیان کړو: که $A(x_1,0)$ او $B(x_2,0)$ دوه ټکو د x په محوورو پراته وي نو د M ټکي مختصات چې د $\overline{AB}$ ټوټه کرښې منځنی ټکی دی داسې په لاس راځي: $M(\frac{x_1+x_2}{2},0)$

که $P(0,y)$ او $Q(0,y_2)$ دوه ټکي د y په محور پراته وي د M د ټکي مختصات چې د $\overline{PQ}$ ټوټه کرښه منځنی ټکی دی داسې په لاس راوړو: $M(0,\frac{y_1+y_2}{2})$

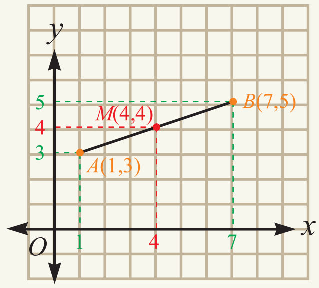


په بشپړ ډول $A(x_1,y_1)$، $B(x_2,y_2)$ د وضعیه کمیاتو په سیستم کې دوه ټکي او M د $\overline{AB}$ کرښې منځنی ټکی وي نو د M ټکي مختصات داسې په لاس راځي: $M(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: که چیرې $A(1,3)$ او $B(7,5)$ د $\overline{AB}$ ټوټه کرښې د پیل اوپای مختصات وي د ټوټه کرښې د منځنۍ ټکي مختصات په لاس راوړئ.

حل: دیوې ټوټه کرښې د منځنی ټکی د مختصاتوڅخه په ګټه اخیستنه لیکلای شوچې:



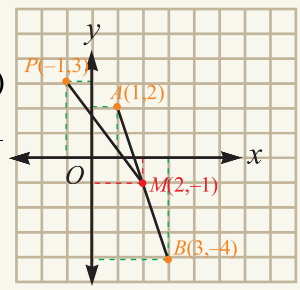
$$M(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2})$$

$$M(\frac{1+7}{2}, \frac{3+5}{2})$$

$$M(4,4)$$

دویم مثال: د $P(-1,3)$ ټکی واټن د هغې مستقیمې کرښې له منځنی ټکي څخه پیداکړئ چې د $A(1,2)$ او $B(3,-4)$ ټکو څخه تیرشي.

حل: د P ټکي واټن د AB مستقیمې کرښې له منځنی ټکي د پیداکولولپاره لومړی د AB منځنی ټکي مختصات په لاس راوړو، نولیکلای شوچې:



$$M_{\overline{AB}} = (\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2})$$

$$= (\frac{1+3}{2}, \frac{2-4}{2}) = (2,-1) \Rightarrow M_{\overline{AB}} = (2,-1)$$

$$\overline{PM} = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} = \sqrt{(2+1)^2+(-1-3)^2}$$

$$\overline{PM} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25}$$

$$\overline{PM} = 5 \text{ unit}$$

پوښتني

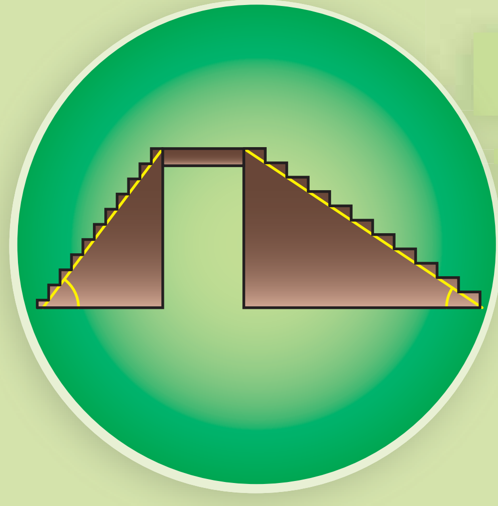
1- د یوه مثلث درې راسونه $A(5,-2)$, $B(3,-1)$ او $C(1,5)$ راکړل شوي دي د $\overline{AM}$ د میانې اوږدوالی پیداکړئ.

۲- که چیرې $A(2,4)$, $B(5,9)$, $C(14,9)$ او $D(11,4)$ ټکي د یوه متوازي الضلاع راسونه وي د متوازي الضلاع د قطرونو د پریکړې د ټکو مختصات پیداکړئ.

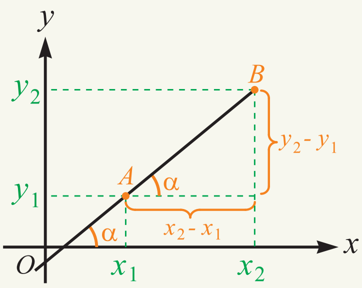
۳- که چیرې $A(-1,4)$, $B(-3,-7)$ او $C(1,9)$ د یوه مثلث راسونه وي د هغه د میانې یا مینځنی کرښې اوږدوالی پیداکړئ چې د BC په ضلع رسمیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مستقيمې کرښې ميل



شکل ته وګورئ په کومه زينه په اسانۍ سره ختلی شئ ولې؟ دليل يې بيان کړئ.



که $A(x_1, y_1)$ او $B(x_2 y_2)$ د $\overline{AB}$ مستقيمې کرښې دوه اختياري ټکي وي د $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ نسبت ته د مستقيمې کرښې ميل وايي او په لاندې ډول يې ليکي: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

لومړی مثال: د هغې مستقيمې کرښې ميل پيداکړئ چې د $A(3,5)$ او $B(4,6)$ ټکو څخه تيرشي.

حل: پوهيږوچې د مستقيمې کرښې ميل د $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ رابطې څخه لاسته راځي نولرو چې:

$$m_{\overline{AB}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-5}{4-3} = 1$$

دويم مثال: هغه مستقيم چې د $A(2,5)$ او $B(4,k)$ ټکو څخه تيريږي د k قيمت په هغه کې داسې وټاکئ چې د مستقيمې کرښې ميل ۳ وي.

حل: د k قيمت د لاسته راوړلو لپاره ددې رابطې $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ څخه په لاندې ډول ګټه اخلو:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$3 = \frac{k-5}{4-2}$$

$$k - 5 = 6 \Rightarrow k = 11$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم مثال: د هغه مستقیمې کرښې میل پیداکړئ چې د $P(2,3)$ ټکي او د وضیعه کمیاتو له مبدا آ څخه تیرشي.

حل: څرنګه چې مستقیه کرښه د وضیعه کمیاتو له مبدا څخه تیریږي نود مبدا مختصات $O(0,0)$ دی، نومیل یې په لاندې ډول په لاس راورو:

$$m_{\overline{PO}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3}{2}$$

$$m_{\overline{PO}} = 1.5$$

فعالیت

- د $A(2,3)$ او $B(4,6)$ ټکی د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وښیئ.
- هغه مستقیم چې د A او B ټکوڅخه تیریږي رسم کړئ او په Δ_1 سره یې وښیئ.
- د Δ_1 مستقیم میل په لاس راوړئ.
- د Δ_1 مستقیم د x محور له مثبت جهت سره څه ډول زاویه جوړوي.
- د $M(1,5)$ او $N(4,2)$ ټکي په همغه وضیعه کمیاتوکې په بل رنګ وټاکئ.
- هغه مستقیم چې د M او N ټکوڅخه تیریږي هغه ته Δ_2 ووایئ.
- د Δ_2 مستقیم میل په لاس راوړئ.
- د Δ_2 مستقیم د x محور د مثبت جهت سره څه ډول زاویه جوړوي؟
- د تشکیل شویو زاویو او کرښوترمنځ څه ډول اړیکه شته.

د پورتنی فعالیت څخه لاندې پایلې په لاس راځي.

د هرې مستقیمې کرښې میل په هغه زاویه پورې اړه لري، چې مستقیمه کرښه یې د x له محور سره جوړوي.

که یوه مستقیمه کرښه د x محور له مثبت جهت سره حاده زاویه جوړه کړي، میل یې یومثبت عدد دی.

که یوه مستقیمه کرښه د x محور له مثبت جهت سره منفرجه زاویه جوړه کړي میل یې یو منفي عدد دی.

پوښتنې

۱- د هغه مستقیمې کرښې میل په لاس راوړئ چې د $A(1,1)$ او $B(-1,-1)$ ټکوڅخه تیرشي.

۲- هغه مستقیم چې د $A(-2,2\sqrt{3})$ او $B(1,a)$ ټکوڅخه تیریږي، د a عددي قیمت داسې و ټاکئ چې د مستقیم میل $\sqrt{3}$ وي.

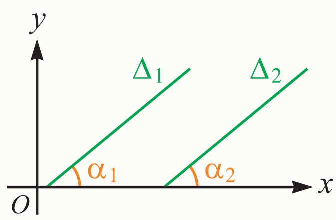
۳- که چیرې $A(5,-2)$, $B(3,-1)$ او $C(1,5)$ ټکي د یوه مثلث راسونه وي د $\overline{BC}$ ضلعې د میانې میل پیداکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د موازي کرښو میل

په ورکړل شوي شکل کې زینه په پام کې ونیسئ د هغې د بازوګانو تر منځ څه ډول اړیکه شتون لري.

فعالیت



- د راکړل شویو وضیعه کمیاتو په سیستم کې د Δ_1 او Δ_2 موازی کرښې یو له بل سره داسې رسم کړئ چې د x محور له مثبت جهت سره حاده زاویې جوړې کړي.
- د Δ_1 او Δ_2 کرښو میلونه حساب او یو بل سره یې پرتله کړئ، کرښې یوبل سره څه اړیکې لري؟
- که چیرې د Δ_1 مستقیم د x محور له مثبت جهت سره د α_1 زاویه د Δ_2 مستقیم د x محور له مثبت جهت سره د α_2 زاویه جوړه کړي نو α_1 او α_2 یو له بل سره څه اړیکه لري.

په عمومي ډول د پورتنی فعالیت پایله په لاندې ډول بیانوو:
موازي کرښې د مساوي میلونو لرونکې دي.
که چیرې دوه مستقیمه کرښې مساوي میلونه ولري په پایله کې هغه زاویې چې د x محور له مثبت جهت سره یې جوړوي یو له بل سره مساوي دي.

مثال: که چیرې د Δ_1 مستقیم د $A(2,5)$ او $B(-6,-11)$ ټکو او د Δ_2 مستقیم د $C(-4,-6)$ او $D(3,8)$ ټکو څخه تیرشي، د Δ_1 او Δ_2 کرښې یوه له بلې سره څه اړیکه لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left.\begin{aligned} m_{\overline{AB}} &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ m_{\Delta_1} &= \frac{-11-(5)}{-6-2} = \frac{-16}{-8} = 2 \Rightarrow m_{\Delta_1} = 2 \\ m_{\Delta_2} &= \frac{8+6}{3+4} = \frac{14}{7} = 2 \Rightarrow m_{\Delta_2} = 2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow m_{\Delta_1} = m_{\Delta_2} \Rightarrow \Delta_1 \parallel \Delta_2$$

خرنګه چې د Δ_1 او Δ_2 میلونه سره مساوي دي نو نومړي کرښې یوه له بلې سره موازي دي.

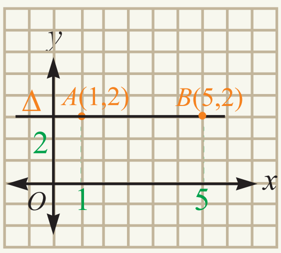
فعالیت

- د $A(1,2)$ او $B(5,2)$ ټکي د وضیعه کمیاتو په مستوي کې وټاکئ.
- هغه مستقیمه کرښه چې له A او B ټکوڅخه تیریږي رسم او په Δ یې ونوموئ.
- د Δ مستقیم د x محور له مثبت جهت سره څه ډول زاویه جوړوي.
- د Δ مستقیم میل حساب کړئ.

د پورتني فعالیت پایله په لاندې ډول بیانوو:

که چیرې A او B دوه اختیاري ټکي او مساوي ترتیبونه ولري، لکه: $A(x_1,a), B(x_2,a)$

هغه کرښې چې د A او B ټکوڅخه تیریږي د x له محورسره موازي دی. اومیل یې له صفرسره مساوي دی. یعني: $m = \dfrac{a-a}{x_2-x_1} = 0$



(c) ketabton.com: The Digital Library

فعالیت

- د $M(3,2)$ او $N(3,5)$ ټکي د وضیعه کمیاتو په مستوي کې وټاکئ.
- هغه مستقیمه کرښه چې د M او N ټکو څخه تیریږي رسم او په Δ یې ونوموئ.
- د Δ مســتقیمه کرښــه د x له محور سره څه ډول زاویه جوړ وي د Δ مستقیم میل په اړه څه ویلای شئ؟

د پورتني فعالیت څخه دې پایلې ته رسیږو هغه مستقیمه کرښه چې د x له محورسره قایمه زاویه جوړه کړې نشو کولای د هغې میل حساب کړو، په دې حالت کې ویل کیږي چې د Δ مستقیم خط معین یا ټاکلی میل نه لري.

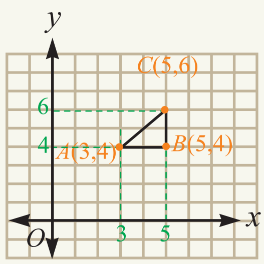
مثال: که چیرې د $A(3,4)$ ، $B(5,4)$ او $C(5,6)$ ټکي د یوه مثلث راسونه وي، د مثلث ډول وټاکئ اوهغه د وضیعه کمیاتو په سیستم کې رسم کړئ.

حل: څرنګه چې د AB مستقیمه کرښه د x له محور سره موازي ده، نو میل یې صفر دی.

$$m_{\overline{AB}} = \frac{4-4}{5-3} = \frac{0}{2} = 0$$

په همدې ډول د BC مستقیمه کرښه د y له محور سره موازي نومیل یې نامعین(نه دی تعریف شوی)دی.

$$m_{\overline{BC}} = \frac{6-4}{5-5} = \frac{2}{0} = \infty$$



$$\overline{AB}^2 = (5-3)^2 + (4-4)^2 = 4$$
$$\overline{BC}^2 = (5-5)^2 + (6-4)^2 = 4$$
$$\overline{AC}^2 = (5-3)^2 + (6-4)^2 = 8$$
$$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$$

په پایله کې

څرنګه چې د فیثاغورث قضیه پکې تطبیق کیږي نو د $\overline{AB}$ مستقیمه کرښه د $\overline{AC}$ په مستقیمې کرښې عمود ده نود $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث قایمه الزاویه دی.

هغه مستقیمه کرښه چې د x محور سره موازي او یا د y په محور عمود وي میل یې صفردی.
هغه مستقیمه کرښه چې د x په محور عمود یا د y له محور سره موازي وي میل یې نه دی تعریف شوی.(معین عدد نه دی)

پوښتنې

1- که د $A(3,0)$ ، $B(0,5)$ ، $C(-3,0)$ او $D(0,-5)$ د یوې څلورضلعي راسونه وي:
الف: د څلورضلعي مخامخ ضلعې یوه له بلې سره څه اړیکې لري.
ب: د قطرونو میلونه پیدا کړئ.

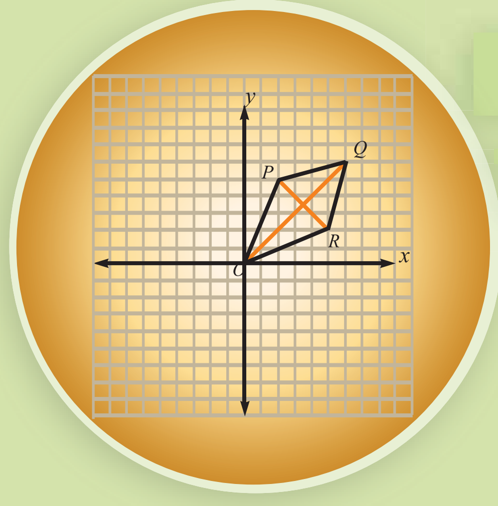
۲- $A(3,4), B(-3,4), C(3,-4)$ او $D(-3,-4)$ ټکې په پام کې ونیسئ.
الف: هغه مستقیمه کرښه چې د A او B ټکو څخه تیریږي له هغې کرښې سره چې د C او D ټکو څخه تیریږي څه اړیکې لري؟
ب: هغه مستقیمه کرښه چې د A او B ټکو او هغه کرښه چې د C او D ټکو څخه تیریږي څه اړیکه لري؟
ج: د $ABCD$ څلورضلعي څه ډول څلور ضلعي ده؟
د: د قطرونو میل یې پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

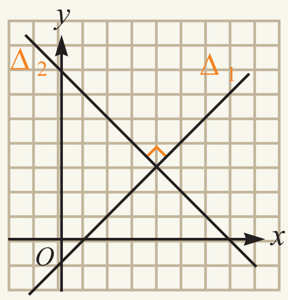
د يو پر بل عمود مستقيمو کرښو ميل

$OPQR$ خلورضلعي يولوزي دی.
کولای شئ د لوزی خانگړتيا د هغې د راسونو د مختصاتو په مرسته بيان کړئ.



تعريف

د Δ_1 او Δ_2 دوه مستقيمي کرښی چې ميلونه يې m_1 او m_2 دي هغه وخت يو پربل عمود دي چې لاندې رابطه د هغوی ترمنځ موجوده ده. $m_1 \cdot m_2 = -1$



لومړی مثال: هغه مستقيمه کرښه چې د $A(7,5)$ او $B(1,1)$ او هغه چې د $C(0,5)$ او $D(2,2)$ ټکو څخه تيريږي له يوبل سره څه اړيکه لري.

حل:

$$m_{\overline{AB}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-5}{1-7} = \frac{-4}{-6} = \frac{2}{3}$$

$$m_{\overline{CD}} = \frac{2-5}{2-0} = \frac{-3}{2}$$

$$m_{\overline{AB}} \cdot m_{\overline{CD}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{-3}{2} = -1$$

په پايله کې د $\overline{AB}$ او $\overline{CD}$ مستقيمي کرښې يو پربل عمود دي.

فعاليت

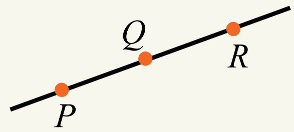
- د $C(4,4), B(1,3), 0(0,0)$ او $D(3,1)$ ټکي د وضعيه کمياتو په سيستم کی وښيئ.
- د OBCD شکل رسم کړئ.
- د $\overline{OB}, \overline{BC}, \overline{CD}$ او $\overline{DO}$ ضلعو اوږدوالي پيدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

• د $\overline{OBCD}$ خلورضلعي څه ډول خلورضلعي ده؟
• وښيئ چې د $\overline{OC}$ او $\overline{BC}$ قطرونه يو پر بل عمود دي.
پوهيږو چې په يوه مستوي کې د دوو ټکوخخه يوازې يو مستقيم تيريږي په کوم حالت کې له دريو ټکو څخه يومستقيم خط تيريدلای شي؟

تعريف

د Q, P او R ټکي هغه وخت پر يوه مستقيم پراته دي چې د $\overline{PQ}$ ميل د $\overline{QR}$ له ميل سره مساوي وي.



دويم مثال: د A(0,−1), B(2,3) او C(−1,−3) دري ټکي په پام کې ونيسئ، وښيئ چې دا دري واړه ټکي په يوه مستقيمه کرښه پراته دي.

حل: د AB ميل عبارت دی له:

$$m_{\overline{AB}} = \frac{3+1}{2-0} = \frac{4}{2} = 2$$

$$m_{\overline{AC}} = \frac{-3-(-1)}{-1-0} = \frac{-2}{-1} = 2$$

د AC ميل عبارت ده له : $m_{\overline{BC}} = \frac{-3-3}{-1-2} = \frac{-6}{-3} = 2$

خرنگه چې د $\overline{AB}, \overline{AC}$ او $\overline{BC}$ کرښو ميلونه سره مساوی دي نوېه پايله کې د B, A او C ټکي په يوه مستقيمه کرښه پراته دي.

• که چيرې د دوو کرښو د ميلونو د ضرب حاصل (−1) وي نو کرښې يوپربل عمودي دي.
• دري ټکي هغه وخت په يوه کرښه پراته وي چې د توټه کرښو ميلونه سره مساوي وي.

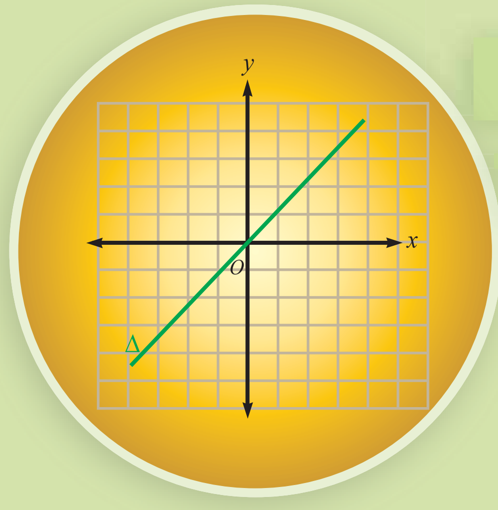
پوښتني

1- که د A(6,1) ، B(8,3) او C(6,5) ټکي د يوه مثلث خوکې يا راسونه وي وښيئ چې نوموړی مثلث قايم الزاويه دی.

۲- هغه توټه کرښه چې د (7,5) او (1,1) ټکو څخه تيريږي له هغه توټه کرښې سره چې د (0,5) او (2,2) ټکوخخه تيريږي، اړيکې يې يو له بل سره وخيرئ؟

۳- يوه کرښه چې د (2,4) او (7,5) ټکو اوبله د (1,−4) او (−3,−5) ټکوخخه تيريږي د دواړو کرښوحالت يو له بل سره بيان کړئ.

د مستقیمې کرښې معادله



په مخامخ شکل کې د مستقیمې کرښې پرمخ څو ټکي وټاکئ.
د کرښې پرمخ د ټاکل شویو ټکو د فاصلې اوترتیب ترمنځ څه اړیکه وینئ.

فعالیت

- د $A(1,-1)$، $B(-2,2)$، $C(4,-4)$ او $D(-3,3)$ ټکي د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ.
- ددې ټکو د ترلوڅخه کوم شکل لاسته راځي.
- د $A(1,1)$ او $B(0,0)$ ټکي د شکل پرمخ پراته دي اوکه نه؟ ولې؟

د پورتنی فعالیت پایله په عمومي ډول داسې بیانوو:

د $y=x$ او $y=-x$ رابطې چې د یوې کرښې پرمخ د ټکو د فاصلې اوترتیب ترمنځ اړیکه راښیي د مستقیمې کرښې معادله بلل کیږي.

پوهیږو چې د هرو دوو ټکو څخه چې په یوه مستوي کې پرتې وي یوازې او یوازې یوه مستقیمه کرښه تیریږي. اوس غواړو چې د هغې مستقیمې کرښې معادله پیداکړو چې له دوو اختیاري ټکو څخه تیریږي.

فعالیت

- د $A(1,3)$ او $B(3,5)$ دوه ټکي د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ.
- هغه مستقیمه کرښه رسم کړئ، چې له A او B ټکوڅخه تیر شي.

ددې لپاره چې د $M(x,y)$ اختیاري ټکي د $\overline{AB}$ کرښې پر مخ پروت وي، کوم شرط لازمي دی؟ د $\overline{AM}$ او $\overline{AB}$ ټوټه کرښو میلونو له مساویتوب څخه کومه اړیکه لاسته راځي.

د پورتنی فعالیت پایله کولای شو په عمومي ډول داسې بیان کړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هغې کرښې معادله چې د $A(x_1, y_1)$ او $B(x_2, y_2)$ له دوو ټکو څخه تېره شي داسې په لاس راځي:

$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

$$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$$

لومړی مثال: د هغې مستقیمې کرښې معادله ولیکئ چې د $A(3,4)$ او $B(2,-1)$ له ټکو څخه تېره شي.

حل: د هغې مستقیمې کرښې د معادلې په مرسته چې دوه ټکي يې معلوم وي لیکلای شوچې:

$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

$$\frac{y-4}{x-3}=\frac{-1-4}{2-3}\Rightarrow\frac{y-4}{x-3}=\frac{-5}{-1}=5$$

$$y-4=5(x-3)$$

$$y=5x-15+4=5x-11$$

دويم مثال: د هغې مستقیمې کرښې معادله ولیکئ چې د x محور په فاصله د $x=-3$ ټکي کې او د y محور په ترتیب د $y=4$ ټکي کې پرې کړي.

حل: څرنګه چې مستقیمه کرښه د x محور په $x=-3$ ټکي کې پرې کوي نو د مختصاتو په سیستم کې ددې ټکی د پریکړې مختصات $(-3,0)$ دی. په همدې ډول د y له محور سره د پریکړې د ټکو د مختصات د وضعیه کمیاتو په سیستم کې $(0,4)$ دی، اوس دیوه مستقیم د دوو ټکو پیژندلو په مرسته کولای شو د مستقیمې کرښې معادله داسې ولیکو:

$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\Rightarrow\frac{y-0}{x-(-3)}=\frac{4-0}{0-(-3)}$$

$$\frac{y}{x+3}=\frac{4}{3}\Rightarrow 3y=4(x+3)$$

$$3y-4x=12$$

پوښتنې

1- د هغې مستقیمې کرښې معادله ولیکئ چې د $A(2,-1)$ او $B(3,4)$ له ټکو څخه تیره شي.

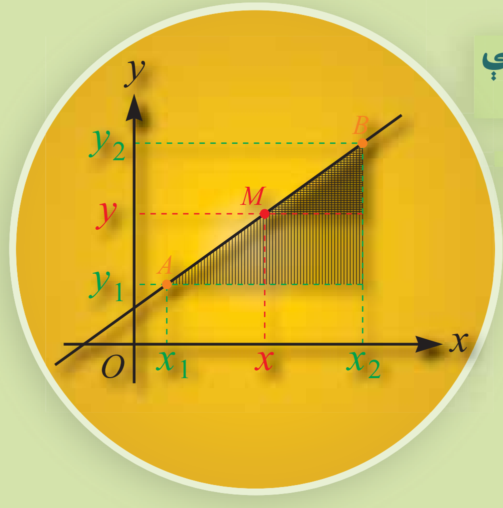
۲- د هغه مثلث د $\overline{AM}$ میانې معادله ولیکئ چې راسونه يې $A(1,3), B(-1,4)$ او $C(5,6)$ وي.

۳- د هغې مستقیمې کرښې معادله پیدا کړئ چې د x محور په $A(3,0)$ او د y محور په $B(0,-2)$ ټکي کې پرې کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هغه مستقيمي کرښې معادله چې میل او يو ټکی يې معلوم وي



په مخامخ شکل کې د $\overline{AB}$ میل د $\overline{MA}$ له میل سره څه اړیکه لري؟

بله هره ټوټه کرښه چې ددې ټوټه کرښې پرمخ وټاکو د $\overline{AB}$ له میل سره برابر میل لري، ولې؟

پوهیږو چې د هغې کرښې معادله چې د $A(x_1, y_1)$ او $B(x_2, y_2)$ دوه ټکي ښکاره کوي عبارت ده له:

$$\frac{y-y_1}{x-x_1} = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

یا

$$y-y_1 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$$

څرنګه چې $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ د مستقیمې کرښې میل راښيي نو پورتنی معادله لاندې شکل غوره کوي. $y-y_1 = m(x-x_1)$

وروستنی معادلـه د هغې کرښــې معادلــه ده چې میل ئی (m) او د $A(x_1, y_1)$ لـه نقطه څخه تیریږی.

لومړی مثال: د هغې مستقیمې کرښې معادله ولیکئ چې د $(2,3)$ ټکی څخه تیر شي او میل يې $\frac{1}{2}$ وي.

حل: څرنګه چې د مستقیمې کرښې میل او یو ټکی راکړل شوي ده نو د $y-b = m(x-a)$ معادلې څخه لیکلای شو:

$$y-3 = \frac{1}{2}(x-2)$$

$$2(y-3) = (x-2)$$

$$2y-6 = x-2$$

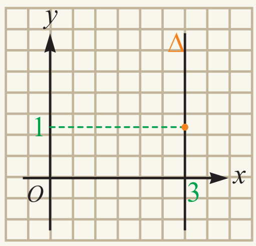
$$2y-x = 4 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x+2$$

دویم مثال: هغه مستقیمه کرښه چې د (3,1) ټکي څخه تیره او د x له محور سره موازي وي ولیکئ.

حل: څرنګه چې مستقیمه کرښه د x له محور سره موازي ده نومیل یې صفر دی. په پایله کې یې معادله په لاندې ډول ده .

$$y-b=m(x-a)$$
$$y-1=0\ (x-3)$$
$$y-1=0 \Rightarrow y=1$$

دریم مثال: د هغه مستقیمې کرښې معادله ولیکئ چې د (3,1) ټکي څخه تیره او د y له محور سره موازي وي.



حل: څرنګه چې مستقیم د y له محور سره موازي ده نومیل یې نه دی تعریف شوی (معین میل نه لري) ځکه پوهیږو چې ددې کرښې پرمخ دهر ټکي واټن یافاصله د (3,1) ټکي سره مساوي ده چې معادله یې په دې ډول $x=3$ ده.

په عمومي ډول هغه کرښه چې د (a,b) ټکي څخه تیره او د x له محور سره موازي وي عبارت له $y=b$ سره ده.

هغه کرښه چې د (a,b) ټکي څخه تیریږي او د y له محور سره موازي وي عبارت له $x=1$ سره ده.

څلورم مثال: د Δ ټوټه کرښه د عمودي ناصف معادله پیداکړئ چې د A(2,−4) او B(−2,4) ټکوڅخه تیره شي.

حل: د عمودي ناصف د معادلې د پیداکولو لپاره لومړی د $\overline{AB}$ ټوټه کرښې میل په لاس راوړو او بیا د هغې د منځ د $\overline{AB}$ د منځني ټکي مختصات په لاس راوړو.

$$m_{\overline{AB}}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{4+4}{-2-2}=-2 \quad\Rightarrow\quad m_{\Delta}=-\frac{1}{m_{\overline{AB}}}=\frac{1}{2}$$

$$m_{\overline{AB}}=(\frac{x_1+x_2}{2}\ ,\ \frac{y_1+y_2}{2})=(\frac{0}{2},\frac{0}{2})=(0,0)$$

$$y-y_1=m(x-x_1) \quad\Rightarrow\quad y-0=\frac{1}{2}(x-0)\Rightarrow y=\frac{1}{2}x$$

پوښتنې

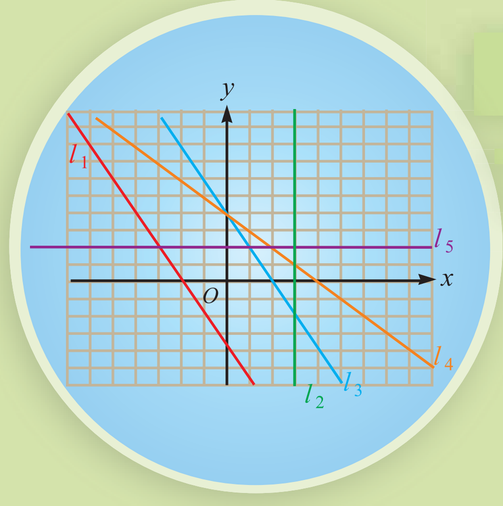
1- د هغه مستیمې کرښې معادله پیداکړئ چې میل یې 4 او y محور د 3 په ټکي کې پرې کړي.

۲- د هغه مستقیمې کرښې معادله پیداکړئ چې د P(5,−4) ټکي څخه تیره او میل یې ۲- وي.

۳- د $3x+4y-7=0$ معادله کې د مستقیم میل او د y له محور سره یې د غوڅوونې ټکی پیداکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مستقیمې کرښې عمومي معادله



د l_1 ، l_2 ، l_3 ، l_4 څلورکرښې نسبت یو بل ته کوم وضعیتونه لري؟

د یوې کرښې الجبري معادله د هغه ټکي د مختصاتو اړیکه چې په مستقیمه کرښه پروت دی راښیي په عمومی ډول د یوې مستقیمې کرښې معادله په لاندې ډول بیانوو:

په معیاري یا سټنډرډ ډول د یوې مستقیمې کرښې معادله په لاندې ډول ده.

$y = \frac{-a}{b}x - \frac{c}{b}$ یا $ax + by + c = 0$ ، b, a او c حقیقي عددونه او $b \neq 0$ دی.

په پورتنی معادله که $\frac{-a}{b}$ د کرښې میل او $\frac{-c}{b}$ د y له محور سره د پرېکړې ټکی یا تقاطع بلل کیږي.

نو ویلای شوچې د هرې کرښې معادله په یوه مستوي کې په لاندې ډول ده:

$y = mx + h$ چې m د مستقیمې کرښې میل او h د y محور سره د پرېکړې ټکی یا ترتیب دی په عمومي ډول هره خطي اړیکه د x او y له جنسه چې په هغه کې د x او y توان یو وي د مستقیمې کرښې معادله بلل کیږي.

فعالیت

- د $2x + 3y - 6 = 0$ او $y - x = 2$ دوې مستقیمې کرښې د وضیعه کمیاتو په مستوي کې رسم کړئ.
- د هریوه مستقیم میل پیدا کړئ.
- دا دوې کرښې یوله بل سره څه وضعیتونه لري.

له پورتني فعالیت څخه پایله په لاندې ډول بیانوو:

که د دوو کرښو میلونه سره مساوي نه وي نوکرښو یوه بله پرې کړې دي.

په عمومي ډول که د $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ او $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ دوې کرښې یوه بله پرې کړي. وي نو میلونه یې سره مساوي نه دي له دې نه داسې پایله په لاس راځي.

$$\frac{a_1}{b_1} \neq \frac{a_2}{b_2} \quad \text{یا} \quad \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعاليت

- د $-3x + y - 5 = 0$ او $6x - 2y + 1 = 0$ مستقيمې کرښې د قايمو وضيعه کمياتو په مستوي کې رسم کړئ.
- ددې مستقيمې کرښې ميل په لاس راوړئ.
- دا دوې مستقيمې کرښې نسبت يو بل ته څه وضعيت لري؟ ولې؟

په عمومي ډول د $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ او $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ دوه مستقيمې کرښې هغه وخت موازي دي چې ميلونه يې سره مساوي وي له دې ځايه دا پايله په لاس راځي چې د هغوی د متحولينو د ضريبونوترمنځ لاندې اړيکه موجوده ده.

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2}\frac{b_1}{b_2}$$

که د متحولينو د ضريبونو ترمنځ $\frac{a_1}{b_1} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ اړيکه وجود ولري په دې حالت کې کرښې يو پر بل پرتې(منطبق) دي ياسره يو دي.

لومړی مثال: د $3x + 4y = 5$ او $4x - 3y = -1$ د مستقيمونو اړيکې نظر يو بل ته بيان کړئ.

حل: د دوو کرښو د معادلاتو د ثابتوضريبونو نه په ګټه اخيستنه لروچې:

$a_1 = 3$ $\quad b_1 = 4 \quad c_1 = -5$

$a_2 = 4$ $\quad b_2 = -3 \quad c_2 = 1$

1- څرنګه چې $\frac{4}{-3} \neq \frac{3}{4}$ نو $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ دی په دې صورت کې کرښې يوبل غوځوي.

2- څرنګه چې $\frac{4}{-3} \times \frac{3}{4} = -1$ نو $\frac{a_1}{a_2} \times \frac{b_1}{b_2} = -1$ دي نو د کرښو د پريکړې په ټکي کې يوپربل عمود دي.

دويم مثال: په لاندې معادلوکې د k عددي قيمت داسې وټاکئ چې مستقيمونه يوبل سره عمودې وي $2x - 6y + 3 = 0$ او $kx + 3y - 1 = 0$

حل: د عموديت شرط څېړو:

$$kx + 3y - 1 = 0 \,,\, 2x - 6y + 3 = 0$$
$$a_1.a_2 + b_1.b_2 = 0$$
$$2 \cdot k + (-6)3 = 0 \Rightarrow k = 9$$

پوښتنې

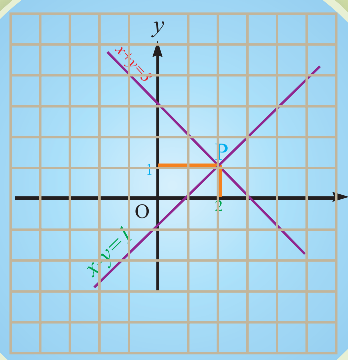
۱- د $4x + 3y - 1 = 0$ او $8x + 6y + 5 = 0$ کرښوحالت يوبل ته بيان کړئ.

۲- د $8x - 4y + 10 = 0$ او $4x - 2y + 5 = 0$ کرښو حالت يو بل ته بيان کړئ.

۳- د $(k+1)x + ky = 0$ او $2x - 3y + 5 = 0$ معادلوکې د k قيمت داسې وټاکئ چې کرښې يوه له بلې سره موازي وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خطي معادلو سیستم
System of liear equation



شکل ته پام وکړئ ایا د P ټکی مختصات د کرښو په دواړو معادلو کې صدق کوي؟

فعالیت

- د $y = 4x - 2$ او $y = 3x + 5$ کرښو میلونه پیدا کړئ.
- دا کرښې نظر یوبل ته څه اړیکی لري؟ ولې؟
- پورتنی دواړې کرښې د وضعیه کمیاتو په سیستم کې رسم کړئ؟ د رسم شویو کرښو تر منځ څه اړیکه لیدل کېږي؟

په پورتنی فعالیت کې لیدل کېږي د هغو دوو کرښو چې میلونه یې مساوي نه وي یو بل د P په ټکي کې پرې کوي.

څرنګه چې د پریکړې ټکي د دواړو کرښو په مخ پراته دي نو د هغې ټکي مختصات د کرښو په معادلو کې صدق کوي. که د پریکړې د ټکي مختصات په P(x,y) وښیو نو: $y = -3x + 5$ او $y = 4x - 2$ معادلو څخه لیکلای شو، چې:

$$4x - 2 = -3x + 5$$
$$7x = 7$$
$$x = 1$$

د کرښو په معادلو کې د x قیمت په وضع کولو سره د y قیمت په لاس راوړلای شو:

$$y = 4x - 2 \Rightarrow y = 4(1) - 2 \Rightarrow y = 2$$

نو د پریکړې د ټکي مختصات عبارت دي له $P(1,2)$ په پایله کې ویلای شو، چې $P(1,2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټکی داسې ټکی دی چې په دواړو معادلو کې حقیقت لري. چې د $\begin{cases} y = 4x-2 \\ y = -3x+5 \end{cases}$ خطي معادلو د سیستم حل دی.

فعالیت

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \quad \text{..........} \quad I$$

- مخامخ د خطي معادلو سیستم په پام کې ونیسئ.
- a_1, b_1, c_1, a_2, b_2 او c_2 د څه په نامه یادیږي؟
- پورتنیو معادلو کې x او y ته څه ویل کیږي؟
- ایا ددې دوو کرښو د پریکړې د ټکي، د مختصاتو د سیستم یو حل کیدای شي؟

د خطي سیستم د حل لپاره د (I) سیستم داسې لیکو چې په هغه حالت کې چې b_1 او b_2 د صفر خلاف وي.

$$\begin{cases} y = -\dfrac{a_1}{b_1}x + \dfrac{c_1}{b_1} \\ y = -\dfrac{a_2}{b_2}x + \dfrac{c_2}{b_2} \end{cases}$$

نو لاندې درې حالتونه لرو:

1- که چیرې د دوو کرښو میلونه سره مساوي نه وي نو دا کرښې یو بل په یوه ټکي کې پرې کوي.

2- که چیرې د کرښو میلونه مساوي وي اما د y محوره یې د پریکړې ټکي مساوي نه وي هغه وخت دا دوه کرښې سره موازي دي.

3- که چیرې د کرښومیلونه او د y محور سره د پریکړې ټکي مساوي وي نو هغه دوه کرښې سره منطبق یا یو پر بل پراته وي.

لومړی مثال: د لاندې خطي معادولو سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$

حل: د دې سیستم د حل لپاره نوموړی سیستم په دې ډول لیکو:

$$\begin{cases} y = 7 - x \quad \Rightarrow y = -x + 7 \\ y = 5 - 2x \Rightarrow y = -2x + 5 \end{cases}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

ليدل کېږي چې د پورتنيو کرښو د معادلو ميلونه 1- او 2- دي ځرنګه چې د دوو خطونو ميلونه مساوي نه دي نو کرښې يو بل په يوه ټکي کې پرې کوي، چې د پريکړې د ټکي د مختصاتو د پيداکولو لپاره په لاندې ډول عمل کوو:

$$-x+7=-2x+5$$
$$-x+2x=5-7 \quad \Rightarrow x=-2$$

د کرښو په يوه معادله کې د x پر ځاى د 2- په وضع کولو سره لرو چې:

$$y=-x+7$$
$$y=-(-2)+7 \quad \Rightarrow y=9$$

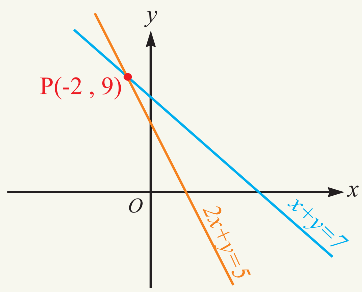
نو $(-2,9)$ د کرښو د معادلو د سيستم حل او د پريکړې ځاى دی، چې په شکل کې ليدل کېږي.

$x+y=7$

x	0	7
y	7	0

$2x+y=5$

x	0	5/2
y	5	0



دويم مثال: د لاندې خطي معادلو سيستم حل کړئ.

$$\begin{cases} 2x+\ \ y=5 \\ 12x+3y=6x+12 \end{cases}$$

حل: لومړی معادلې په لاندې ډول ليکو:

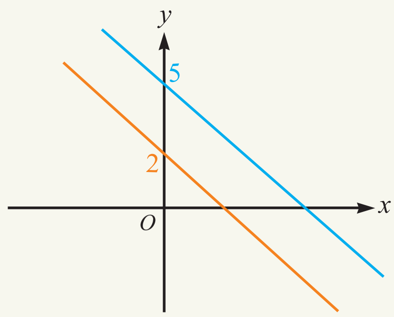
$$\begin{cases} y=-2x+5 \\ y=-\frac{6}{3}x+\frac{12}{3} \end{cases}$$

$y=-2x+5$

x	0	5/2
y	5	0

$y=-2x+4$

x	0	2
y	4	0



ځرنګه چې د دواړو کرښو ميل 2- دی په پايله کې کرښې خپل منځ کې موازي دي او يو بل نه پرې کوي يعنې د موازي کرښو د معادلو سيستم حل نه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم مثال: د لاندې خطي معادلو سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases} x+y=7 \\ -28=-4x-4y \end{cases}$$

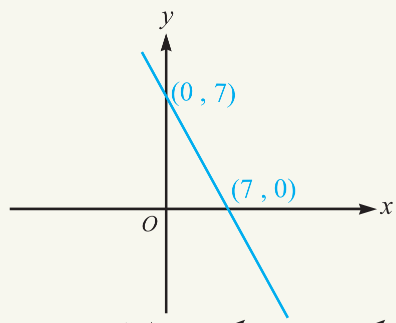
حل: لومړی د معادلاتو سیستم په لاندې ډول لیکو:

$$\begin{cases} y=-x+7 \\ y=\frac{-4}{4}x+\frac{28}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=-x+7 \\ y=-x+7 \end{cases}$$

x	0	7
y	7	0

x	0	7
y	7	0



لیدل کېږي، چې د کرښو میل او د y په محور د پرېکړې ټکی سره برابر دي نو دواړه کرښې سره منطبق دي په دې حالت کې کرښې ډېرګډ ټکي لري په پایله کې د خطي معادلو سیستم ډېر حلونه لري.

که a_1 , b_1 , c_1 , a_2 , b_2 او c_2 حقیقي عددونه x او y مجهولونه وي په دې حالت کې د خطي معادلو سیستم $\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$ دی.

- که چیرې کرښې یوه له بلې په یوه ټکي کې پرې کړي معادلې یو حل لري.
- که چیرې کرښې یوه له بلې سره موازي وي معادلې حل نه لري.
- که چیرې کرښې یو پر بل منطبق وي معادلې بې نهایت حلونه لري.

پوښتنې

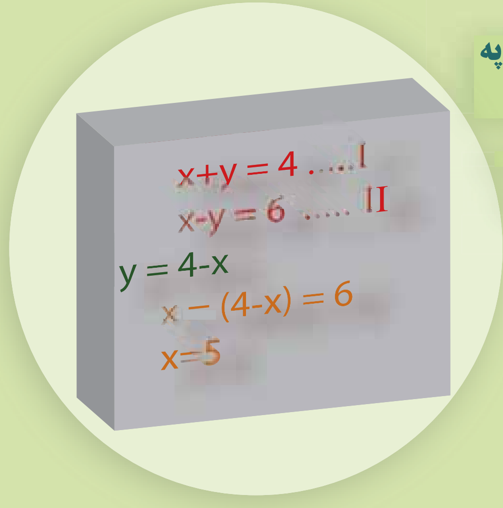
د لاندې خطي معادلو سیستمونه حل کړئ.

1) $\begin{cases} y=2x+5 \\ y=4x-3 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x-2=y \\ 3x-y=2 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} y=-x+3 \\ y=2x-1 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2x-3y=5 \\ 3x-2y=5 \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 4x-y=6 \\ 8x-2y=6 \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 3x-y=6 \\ -6x+2y=-10 \end{cases}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خطي معادلو د سیستم حل د تعویض په لاره(طریقه)



د خطي سیستم د معادلو حل ته پام وکړئ د x مجهول عددي قیمت ستاسو په هاند څنګه په لاس راغلی دی.

فعالیت

- د یوه مثلث د دوو زاویو مجموعه 100° او د تفریق حاصل یې 20° دی الجبري معادلې یې ولیکئ.
- د معادلاتو دا سیستم څو مجهوله لري؟ د هر یوه عددي قیمت پیدا کړئ.
- په لاس راغلي قیمتونه د معادلاتو په سیستم کې وازمایئ.

له پورتني فعالیت څخه د مسئلې حل او د خطي معادلو د سیستم د حل لاره په لاندې توګه داسې لیکو:

حل: که چیرې د مثلث زاویې په $\hat{A}$ او $\hat{B}$ ونوموو پورتنی عبارت د الجبري معادلو په بڼه داسې لیکو:

$$\hat{A}+\hat{B}=100^\circ \quad ....I$$

$$\hat{A}-\hat{B}=20^\circ \quad ....II$$

او د $\hat{A}$ زاویې قیمت د $\hat{B}$ زاویې له جنسه له لومړۍ معادلې څخه په لاس راوړو $\hat{A}=100^\circ-\hat{B}$ دا قیمت په دویمه معادله کې دی A په عوض وضع کوواو معادله حلوو:

$$100^\circ-\hat{B}-\hat{B}=20^\circ \Rightarrow -2\hat{B}=-80^\circ \Rightarrow \hat{B}=40^\circ$$

اوس د $\hat{B}$ قیمت د خطي معادلاتو په سیستم کې وضع کوو چې د $\hat{A}$ قیمت په لاس راځي.

$$\hat{A}-\hat{B}=20^\circ$$

$$\hat{A}-40^\circ=20^\circ \Rightarrow \hat{A}=20^\circ+40^\circ \Rightarrow \hat{A}=60^\circ$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم مثال: لاندې د دوه مجهوله معادلو سيستم حل کړئ.

$$\begin{cases}2x+3y=0\\3x+2y=10\end{cases}$$

حل: لومړی د یوه مجهول قیمت د بل مجهول له جنسه د يوې معادلې څخه په لاس راورو او په بله معادله کې يې وضع کوو:

$$2x+3y=0 \quad \Rightarrow 2x=-3y \quad \Rightarrow x=-\frac{3}{2}y$$

$$\left.\begin{array}{l}3x+2y=10\\3(-\frac{3}{2}y)+2y=10\\-\frac{9}{2}y+2y=10\\\frac{-9+4}{2}y=10\\-5y=20 \quad \Rightarrow y=-4\end{array}\right\}$$

$$x=-\frac{3}{2}y$$
$$x=-\frac{3}{2}(-4)$$
$$x=-3(-2)$$
$$x=6$$

د دوه مجهوله لومړي درجو معادلو د سیستم د حل لپاره په لاندې ډول عمل کوو:
- د یوه مجهول قیمت د بل مجهول له جنسه د يوې معادلې څخه په لاس راورو او هغه په بله معادله کې د هغه په عوض وضع کوو.
- په لاس راغلي یو مجهوله لومړی درجه معادله حلوو او د مجهول قیمت په لاس راورو.
- دا په لاس راغلي مجهول قیمت د سیستم په معادلو کې وضع او د بل مجهول قیمت په لاس راورو.
- په لاس راغلي قیمتونه د سیستم په معادلو کې وضع کوو که سم له لاسه په دواړو معادلو کې یې حقیقت ولري د معادلې حل سم، او پرته له هغه د معادلې حل نه او سم نه دی.

پوښتني

د لاندې سیستمونو حل د تعویضي په طریقه په لاس راوړئ.

1) $\begin{cases}y=2x\\x+y=6\end{cases}$ 2) $\begin{cases}7x-2y=15\\6x-y=10\end{cases}$ 3) $\begin{cases}a+2b=2\\2a-3b=25\end{cases}$

4) $\begin{cases}\frac{2x-1}{3}+\frac{y+2}{4}=4\\\frac{x+3}{3}=\frac{x-y}{3}\end{cases}$ 5) $\begin{cases}\frac{5}{x}-\frac{3}{y}=1\\\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=7\end{cases}$ 6) $\begin{cases}\frac{2x}{3}+\frac{y}{5}=6\\\frac{x}{6}-\frac{y}{2}=-4\end{cases}$

د خطي معادلو د سیستم حل د افنا په لاره (طریقه)

$$x + y = ?$$
$$\frac{1}{3}x + y = ?$$
$$x = ?$$
$$y = ?$$

حمیرا، زحل ته وویل: که ته خپلې پیسې ما ته راکړې زه د 15 افغانیو ښتن کیږم، زحل حمیرا ته وویل: که ته د خپلو پیسو دریمه برخه ما ته راکړې زه د 5 افغانیو ښتنه کیږم، هره یوه څو افغانۍ لري؟

فعالیت

- د معادلو یو سیستم ولیکئ چې دوه معادلې او دوې مجهوله ولري.
- نوموړی سیستم د ګراف په مرسته حل کړئ.
- نوموړې معادلې په تعویضي طریقه حل کړئ.
- ایا بله طریقه شته چې نوموړې معادلې پرې حل شي؟

یوه بله لاره چې د دوه مجهوله معادلو سیستم پرې حلولای شو د افنا طریقه یا لاره ده، چې په لاندې مثال کې یې څیړو.

مثال: د خطي معادلو دا سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases} 7x+5y=41 \text{ ....} I \\ 5x-2y=7 \text{ ....} II \end{cases}$$

حل: لومړی معادلو ته داسې بدلون ورکوو، چې که هغوی خوا په خوا سره جمع یا تفریق کړو نو له مجهولونو څخه یو مجهول افنا یا له منځه لاړ شي، لکه د x مجهول وغواړو، چې افنا یې کړو د لومړۍ معادلې دواړه خواوې د دویمې معادلې د x په ضریب یعنې (5) کې ضربوو او د دویمې معادلې دواړه خواوې د لومړۍ معادلې د x په ضریب یعنې (7) کې ضربوو.

$$\begin{cases} 7x+5y=205 \\ 5x-2y=7 \end{cases} \quad \begin{matrix} \Rightarrow 35x+25y=205 \\ \Rightarrow 35x-14y=49 \end{matrix}$$

په لاس راغلې معادلې چې په هغه کې د x ضریبونه مساوي دي یو له بل څخه تفریقوو.

$$\begin{array}{r} 35x+25y = 205 \\ 35x - 2y = 49 \\ - \quad + \quad - \\ \hline 39y=156 \end{array} \quad \Rightarrow y=\frac{156}{39} \Rightarrow y=4$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د y په لاس راغلي قیمت د سیستم په یوه معادله کې وضع کوو تر څو د بل مجهول قیمت په لاس راشي.

$$5x-2y=7$$
$$5x-2(4)=7 \Rightarrow 5x=15 \Rightarrow x=3$$

دویم مثال: د معادلو لاندې سیستم د افنا په طریقه حل کړئ.

$$\begin{cases}3x+2y=4\\2x-3y=-1\end{cases}$$

حل: لومړی یو مجهول له منځه وړو لکه y نو لومړی معادله په 3- کې او دویمه معادله په 3- کې ضربوو په لاس راغلي معادلې خواپخوا سره جمع کوو:

$$\begin{aligned}3x+2y&=4 &\Rightarrow -9x-6y&=-12\\2x-3y&=-1 &\Rightarrow \underline{-4x\mp6y=\mp2}\\ & & -13x+0&=-10\\ & & x&=\frac{10}{13}\end{aligned}$$

$$3\left(\frac{10}{13}\right)+2y=4 \Rightarrow \frac{30}{13}+2y=4$$
$$2y=4-\frac{30}{13} \Rightarrow 2y=\frac{52-30}{13}$$
$$2y=\frac{22}{13} \Rightarrow y=\frac{11}{13}$$

د دوه مجهوله معادلو د سیستم حل د افنا په طریقه کې په لاندې ډول عمل کوو.

- هر مجهول چې وغواړو هغه افنا کړو د هغې ضریبونه په پام کې نیسو. لومړی معادله د دویمې معادلې د افنا شوی مجهول په ضریب کې او دویمه معادله د لومړی معادلې د افنا شوی مجهول په ضریب کې ضربوو.
- په لاس راغلی معادلې یوه له بلې څخه تفریق یا جمع کوو چې د یوه مجهول قیمت په لاس راځي دا په لاس راغلي قیمت د سیستم په یوه معادله کې وضع کوو چې د بل مجهول قیمت په لاس راځي.

پوښتنې

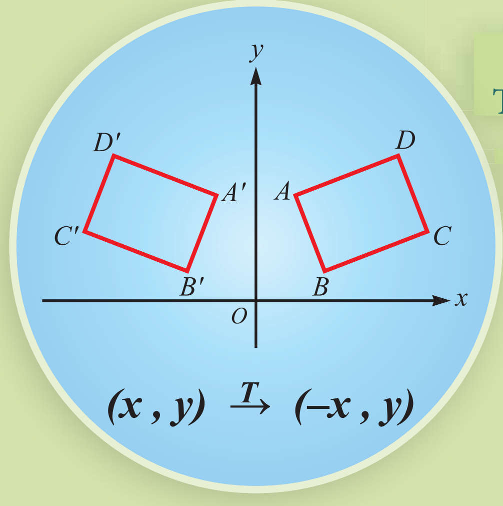
د معادلو لاندې سیستم د افنا پع طریقه حل کړئ.

1) $\begin{cases}x+y=3\\2x-y=10\end{cases}$ 2) $\begin{cases}x+y=-39\\x-y=9\end{cases}$ 3) $\begin{cases}x+2y=2\\x-4y=1\end{cases}$

4) $\begin{cases}\frac{2}{x}-\frac{5}{y}=5\\\frac{3}{x}+\frac{10}{y}=18\end{cases}$ 5) $\begin{cases}y+x-1=0\\2x+y-9=0\end{cases}$ 6) $\begin{cases}10x+3y=26\\8x+3y=18\end{cases}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ځای بدلون(تغیرمکان)
Transformation



په مخامخ شکل کې څه توپیرونه اوخه یووالی وینئ؟

فعالیت

په مخامخ شکل کې څه توپیرونه او څه یووالی وینئ
- د $A(1,2)$, $B(-2,3)$ او $C(2,-4)$ ټکې د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ.
- ددې ټکو د x په مختصه باندې ۲ واحد ورزیات کړئ.
- په لاس راغلی ټکې د وضیعه کمیاتو په سیستم کې وښیئ.

په پورتنی فعالیت کې ولیدل شول چې هراختیاري ټکی (x, y) په یوه مستوي کې کولای شو د $(x+2, y)$ ټکي ته په دې ډول بدلون ورکړو، په دې حالت کې ویلای شو چې په لاس راغلی ټکي د راکړل شوی ټکي خیري یا تصویر د $(x+2, y)$ تر بدلون لاندې دی، هغه اړیکه چې د مستوي د هر ټکي د وضیعه کمیاتو په مستوی کې یوازې او یوازې یوه نوی ټکی ته نسبت ورکړي په مستوي کې د ځای یا ټکي بدلون بلل کیږي.

لومړی مثال: د $D(1,2)$, $E(4,1)$ او $C(2,4)$ ټکو خیري یا تصویر د لاندې بدلوني په اساس د وضیعه کمیاتو په مستوي کې په لاس راوړئ.

$a: \quad (x,y) \xrightarrow{T_1} (-x,y)$ $\qquad b: \quad (x,y) \xrightarrow{T_2} (x,-y)$

$c: \quad (x,y) \xrightarrow{T_3} (y,x)$ $\qquad d: \quad (x,y) \xrightarrow{T_4} (x+2,y+3)$

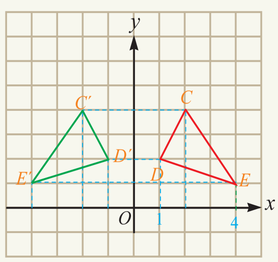
حل: لومړی راکړل شوی ټکی د وضیعه کمیاتو په سیستم کې ټاکو.

a: د $(x,y) \xrightarrow{T_1} (-x,y)$ تربدلوني لاندې لرو چې:

$T(4,1) = (-4,1)$

$T(1,2) = (-1,2)$

$T(2,4) = (-2,4)$



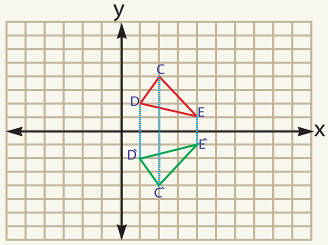
(c) ketabton.com: The Digital Library

b: د $(x,y)\xrightarrow{T_2}(x,-y)$ تربدلون لاندې لړو چې:

$R(4,1)=(4,-1)$

$R(1,2)=(1,-2)$

$R(2,4)=(2,-4)$



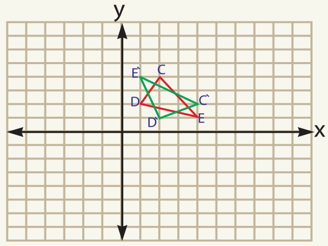
c د $(x,y)\xrightarrow{T_3}(y,x)$ تربدلون لاندې لړو چې:

$(1,4)$

$M(4,1)=(1,4)$

$M(1,2)=(2,1)$

$M(2,4)=(4,2)$

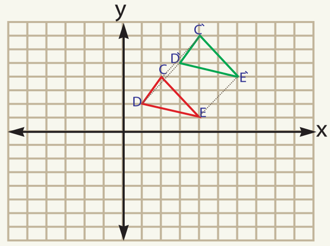


d: د $(x,y)\xrightarrow{T_4}(x+2,y+3)$ تربدلون لاندې لړو چې:

$S(4,1)=(6,4)$

$S(1,2)=(3,5)$

$S(2,4)=(4,7)$



په پورتنیو مثالونوکې ښودلای شوچې د ورکړل شویو بدلونونو د ټکو فاصله توپیرنه کوي.
د مثال په ډول که $T(c)=c'$ او $T(E)=E'$ وی نو $EC=E'C'$ ده.
هغه بدلونونه چې د ټکوترمنځ واټن(فاصله) ساتی، ایزومتری (*Isometry*), بلل کیږي.
که یوشکل دایزومتری په ډول، خپل ځای بدل کړي نو د اصل شیرې یا شکل سره انطباق منونکي دي.

پوښتني

1- د $(1,-1),(-2,-2),(-3,1)$ او $(3,3)$ ټکو تصویر د لاندې بدلونو په اساس د وضیعه

1- د $(1,-1),(-2,-2),(-3,1)$ او $(3,3)$ ټکو تصویر د لاندې بدلونونو په اساس د وضیعه کمیاتو په سیستم کې په لاس راوړئ.

a: $(x,y)\xrightarrow{T}(x-1,y+2)$

b: $(x,y)\xrightarrow{D}(2x,y)$

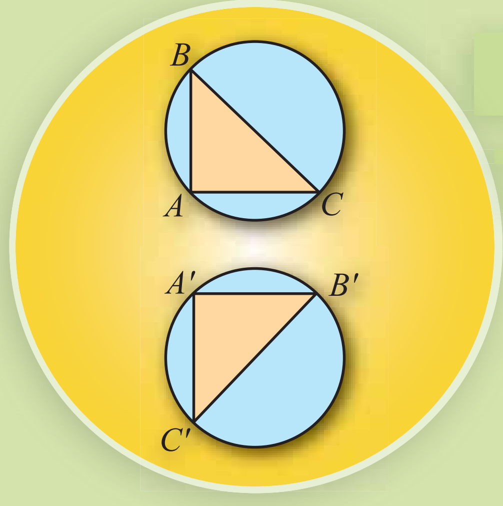
c: $(x,y)\xrightarrow{K}(x+5,0)$

d: $(x,y)\xrightarrow{R}(0,y-2)$

e: $(x,y)\xrightarrow{P}(3x-1,y+2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

انتقال
Translation



په مخامخ شکل کې د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث چې په مستوي کې يې له لومړي حالته دوم حالت $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ غوره کړی دی، تاسو کولای شئ چې ددې حرکت د ځای بدلون شرح کړئ.

فعاليت

- د وضيعه کمياتو په مستوئ کې د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث رسم او مختصات يې وليکئ.
- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث راسونه د محور په مثبت جهت د (2) واحد په اندازه او د y محور په مثبت جهت د (1) واحد په اندازه حرکت ورکړئ نوبوحاصل شوو ټکوته B', A' او C' ووايئ.
- د B', A' او C' ټکی يو له بل سره وترئ او د $\overset{\Delta}{ABC}$ او $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ مثلثونه د اضلاعو د اوږدوالي اوظاهري شکل له مخې پرتله کړئ.

که چيرې د يوه شکل ياخيرې ټول ټکي په يوه ټاکلي جهت(لورى) او يو واټن(فاصل) حرکت ورکړو په لاس راغلی شکل له لومړي شکل سره انطباق منونکي دي، دې حرکت ته انتقال وايي او هغه په دې ډول ښودل کيږي: $T(x,y)=(x+h,y+K)$
په داسې حال کې چې h او k حقيقي عددونه دي.

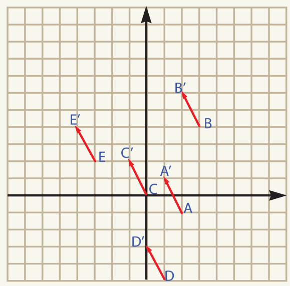
لومړی مثال: د A(2,−1), B(3,4), C(0,0), D(1,−5) او E(−3,2) ټکي د وضيعه کمياتو په سيستم کې د $T(x,y)=(x-1,y+2)$ انتقالي رابطې په اساس وښيئ.

حل: لومړى راکړل شوي ټکي د وضيعه کمياتو په سيستم کې وښيئ اوبيا هغه ټکي چې د $T(x,y)=(x-1,y+2)$ اړيکې څخه لاسته راځي په لاس راوړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

$A(2,-1), T_A(2-1,-1+2)=(1,1)$
$B(3\ ,\ 4), T_B(3-1\ ,\ 4+2)=(2,6)$
$C(0\ ,\ 0), T_C(0-1\ ,\ 0+2)=(-1,2)$
$D(1\ ,-5), T_D(1-1\ ,-5+2)=(0,\ -3)$
$E(-3\ ,2), T_E(-3-1\ ,2+2)=(-4,\ 4)$



په پورتني مثال کې د ټکو د ترلوڅخه د شکل څيره لاسته راځي ليدل کيږي چې د $\overline{AA'}, \overline{BB'}, \overline{CC'}, \overline{DD'}$ او $\overline{EE'}$ يو له بل سره موازي او مساوي دي.

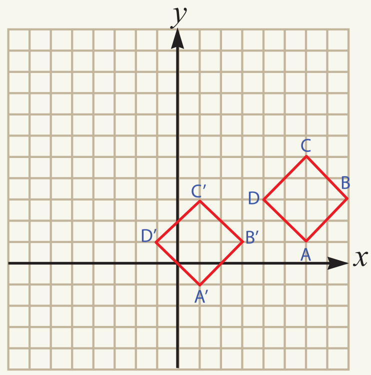
دويم مثال: که چيرې $A(6,1), B(8,3), C(6,5)$ او $D(4,3)$ د يوې مربع راسونه وي هغه د وضعيه کمياتو په سيستم کې ترديې $T(x,y)=(x-5, y-2)$ اړيکه لاندې رسم کړئ.

الف: د مربع د اضلاعګانو اوږدوالی اوتصوير نظر يوبل ته پرتله کړئ.

ب: د مربع د اضلاعګانو ميل اوڅيره يې نظر يوبل ته پرتله کړئ.

حل: د ABCD منطقه مربع ترانتقال لاندې د $\boxed{A'B'C'D'}$ څلور ضلعي ده.

$A(6,1), T_A=(6-5\ ,1-2) \quad \Rightarrow A'=(1,-1)$
$B(8,3), T_B=(8-5\ ,3-2) \quad \Rightarrow B'=(3,1)$
$C(6,5), T_C=(6-5,5-2) \quad \Rightarrow C'=(1,3)$
$D(4,3), T_D=(4-5,3-2) \quad \Rightarrow D'=(-1,1)$



د (الف) او (ب) جزونو د شاګردانوکورنی دنده ده.

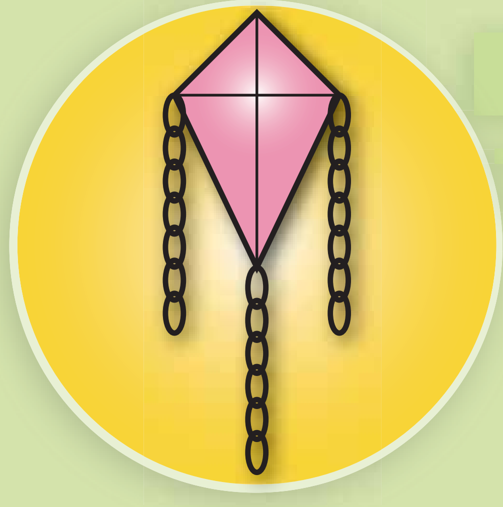
انتقال يو ايزومتري رابطه ده.

پوښتنې

1- که د $M(1,-1), N(2,-5)$، $O(2,5)$ او $P(3,3)$ يوه څلور ضلعي وې څلور ضلعي او د هغې تصوير تر دې رابطې $T(x,y)=(x+9,-y)$ لاندې رسم کړئ.

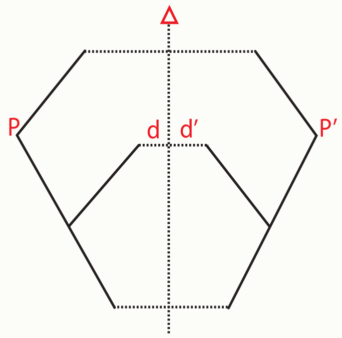
۲- که $L(7,0), I(5,0)$ او $0(5,3)$ د يوه مثلث راسونه وي مثلث او د هغې تصوير ياڅيره د $F(x,y)=(-y+3, x-3)$ بدلون په اساس رسم کړئ.

انعکاس
Reflection



د پتنگ(کاغذ پران) خیرې ته پاملرنه وکړئ، ستاسو په نظر دا کاغذپران(پتنگ) نسبت کوم یوه قطر ته متناظر دی.

فعالیت



- د یوې صفحې په نمایې کې یوشکل رسم کړئ.
- د شکل ټولې کرښې په داسې رنگ رسم کړئ، چې په کاغذ کې ژر جذب نه شي.
- کاغذ په منځ داسې قات کړئ چې د قات شوي لیکې یوې خوا ته شکل پروت وي.
- صفحه خلاصه کړئ، ووایئ چې کوم شکل د اصلي شکل مخامخ پروت او د دوی ترمنځ څه توپیر دی.

تعریف

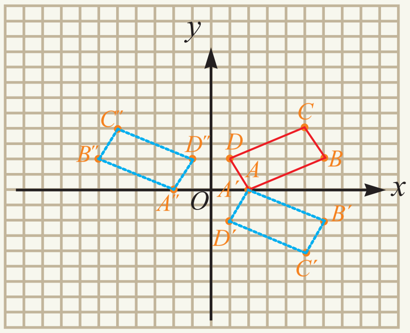
که چیرې د P شکل یا خیرې هر ټکی د p' شکل یاخیرې په هر ټکی داسې بدل شي چې د P شکل یاخیرې د هر ټکي فاصله نظر Δ محورته د p' د شکل د هر ټکی فاصله سره مساوي وي، دې تبدیل ته نظر Δ محورته انعکاس وایې او Δ محور ته د انعکاس محوروایې.

لومړی مثال: که چیرې د $A(2,0)$, $B(6,2)$, $C(5,4)$ او $D(1,2)$ ټکي د یوه مستطیل راسونه وي د وضیعه کمیاتو په سیستم کې مستطیل رسم خیره او تصویر یې نظر x او y محورته رسم کړئ.

حل: که چیرې د $\overline{ABCD}$ مستطیل خیره نظرد y محور ته رسم کړو په دې حالت کې یوازې د x مختصه یې په $(-x)$ بدلیږي او که چیرې خیره یا تصویر یې نسبت x محورته رسم کړو

(c) ketabton.com: The Digital Library

يوازې د y مختصه يې په $(-y)$ بدليږي خرنګه چې په شکل کې ليدل کيږي.



نظر y محور ته انعکاس $(-x , y)$	نظر x محورته انعکاس $(x , -y)$	ټکی (x , y)
$A''(-2 , 0)$	$A'(2 , 0)$	$A(2 , 0)$
$B''(-6 , 2)$	$B'(6 , -2)$	$B(6 , 2)$
$C''(-5 , 4)$	$C'(5 , -4)$	$C(5 , 4)$
$D''(-1 , 2)$	$D'(1 , -2)$	$D(1 , 2)$

د $T(x, y) = (-x, y)$ ليږدونه نسبت y محورته يو انعکاس دی.

د $T(x, y) = (x, -y)$ ليږدونه نسبت x محورته يو انعکاس دی.

د $T(x, y) = (x, y)$ ليږدونه نسبت $y = x$ مستقيم ته يو انعکاس دی.

پوښتني

1- که $(A(3,1), B(7,1)$ او $C(3,1)$ د يوه مثلث راسونه وي، مثلث او د هغې تصوير ياخيره د لاندې ورکړل شويو د انعکاس اړيکو په اساس رسم کړئ

$a:\ R_1(x,y) = (-x,y)$ $\qquad$ $b:\ R_2(x,y) = (x,-y)$

$c:\ R_3(x,y) = (y,x)$ $\qquad$ $d:\ R_4(x,y) = (-y,-x)$

2- که چيرې $A(0,2), (B(-5,0), C(-3,-5)$ او $D(2,-3)$ د يوې مربع راسونه وي مربع او د هغې تصوير د $R(x, y) = (-x,-y)$ انعکاس اړيکې په اساس رسم کړئ.

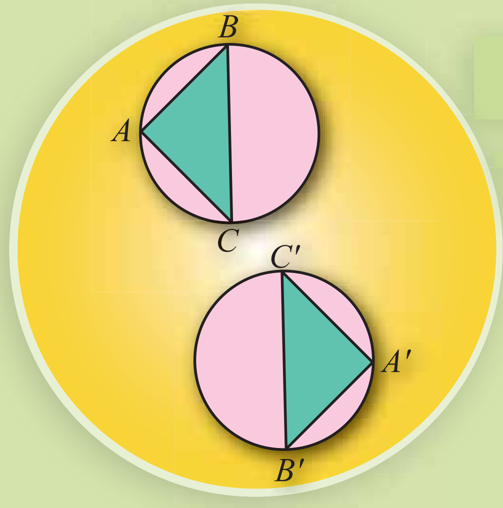
۳- د $(A(1,4), B(3,-2)$ او $C(5,1)$ ديوه مثلث راسونه وي، د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث تصويرياخيره تر انعکاس لاندې نسب لاندې کرښو ته:

- $x + 2 = 0$ رسم کړئ او په $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ يې ونوموئ.
- $y + 3 = 0$ رسم کړئ او په $\overset{\Delta}{A''B''C''}$ يې ونوموئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

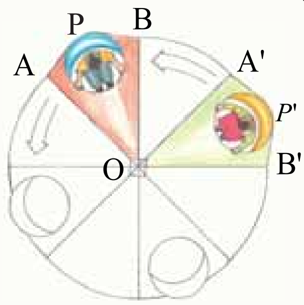
دوران
Rotations



په مخامخ شـکل کې د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث په مسـتوي کې حرکت کړی او د $A'\overset{\Delta}{B'}C'$ نوی ځای یې نیولی دی تاسې کولای شئ د دې ډول بدلون حرکت شرح کړئ.

فعالیت

مخامخ مدل د ماشومانو د لوبو د څرخ دوه بېلابېل ځایونه راښیي.



- د شکل څخه لیدل کېږي چې A' د A ټکی متناظر او B' د B ټکی متناظر دی د $A\hat{O}A'$ او $B\hat{O}B'$ زاویې اندازه کړئ او یوه له بلې سره یې پرتله کړئ.
- اوس د څرخ د چوکۍ په لومړي ځای یوټکی وټاکئ او هغه په P ونوموئ.
- د P ټکي متناظر ټکی د څوکۍ په دویم ځای کې پیدا کړئ او هغه p' ونوموئ.
- د $P\hat{O}P'$ زاویه اندازه کړئ.

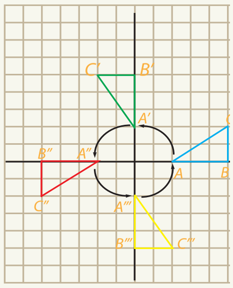
د پورتنۍ فعالیت په پام کې نیولو سره دوران په مستوي کې د لیږدونې په عنوان داسې تعریفوو:

که یوشکل په یوه مستوي کې د یوټاکلي ټکي په شاوخوا د $\hat{\alpha}$ زاویې په اندازه دواران وکړي ټول ټکي یې د $\hat{\alpha}$ زاویې په اندازه دوران کوي په دې حالت کې د O ثابت ټکی د دوران مرکز او د $\hat{\alpha}$ ثابته زاویې ته د دوران زاویه وایې.

مثال: د A(2,0), B(5,0) او $C(5,2)$ د یوه مثلث راسونه دي د وضعیه کمیاتو په مستوي کې د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث او د هغه خیره یاتصویر د لاندې د تبدیل د ورکړ شویو اړیکو په اساس رسم او بیا هریو بدلون شرح کړئ.

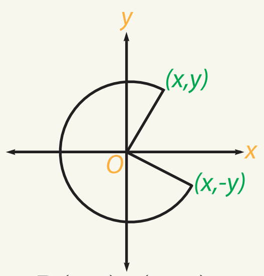
الف: $R_1(x,y)=(-y,x)$ ب: $R_2(x,y)=(-x,-y)$ ج: $R_3(x,y)=(y,-x)$

حل:

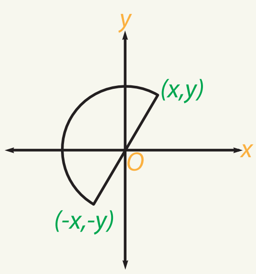


تکی	خیره(تصویر)		
(x,y)	$(-y,x)$	$(-x,-y)$	$(y,-x)$
$A(2,0)$	$A'(0,2)$	$A''(-2,0)$	$A'''(0,-2)$
$B(5,0)$	$B'(0,5)$	$B''(-5,0)$	$B'''(0,-5)$
$C(5,2)$	$C'(-2,5)$	$C''(-5,-2)$	$C'''(2,-5)$

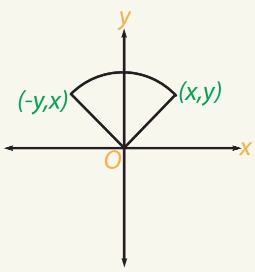
د شکل ځخه لیدل کېږي چې د R_1, R_2 او R_3 بدلونونه د وضعیه کمیاتو د مبدأ په مرکز دورانونه په ترتیب د $90°, 180°$ او $270°$ زاویوسره دي.



$R(x,y)=(x,-y)$
د دوران مرکز $(0,0)$
د دوارن زاویه $270°$



$R(x,y)=(-x,-y)$
د دوران مرکز $(0,0)$
د دوارن زاویه $180°$



$R(x,y)=(-y,x)$
د دوران مرکز $(0,0)$
د دوارن زاویه $90°$

پوښتنې

1- که $A(0,0)$ $B(6,-2)$ او $C(7,1)$ د یوه مثلث راسونه وي.

الف: د $R(x,y)=(-y,x)$ ترتبدیل لاندې د ABC مثلث شکل اوتصویر رسم کړئ.

ب: د مثلث د اضلاعگانو اوږدوالی د هغه له تصویر یا خیرې سره پرتله کړئ. ایا دا دوران یو ایزومتري دی؟

2- که $(A(-1,-2), B(7,2), C(5,6)$ او $D(-3,2)$ د یو مستطیل راسونه وي.

الف: $R(x,y)=(-y,-x)$ تر دوران لاندې مستطیل او د هغه تصویریا خیره رسم کړئ.

ب: د مستطیل د اضلاع گانو اوږدوالی اومساحت د هغه له تصویر یاخیرې سره پرتله کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دریم څپرکي لنډیز

- په یوه مستوي کې چې دوه افقي اوعمودي محوررونه یوبل عموداً پرې کړي د وضیعه کمیاتو د سیستم په نامه یادیږي.
- د وضیعه کمیاتو په سیستم کې افقی محورته د فاصلې یا واټن محور اوعمودي محورته د ترتیب محور اود پریکړې ټکي ته یې مبدا وایي.
- د A او B دوو ټکوترمنځ واټن د $AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ اړیکې څخه لاسته راځي.
- د یوې کرښې د منځ ټکی مختصات د $M(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$ څخه لاسته راځي.
- هغه کرښه چې د y مختصه یې صفروي د منځ د ټکی مختصات یې $M(\frac{x_1+x_2}{2},0)$ دی.
- هغه کرښه چې د x مختصه یې صفر وي د منځ د ټکي مختصات یې $M(0,\frac{y_1+y_2}{2})$

د هرې مستقیمې کرښې میل د $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ رابطې څخه لاسته راځي.
- د هر مستقیم خط میل په هغه زاویه پورې اړه لري چې مستقیم یې د x محور له مثبت جهت سره جوړه وي.
- هر مستقیم چې د x محور د مثبت جهت سره حاده زاویه جوړه کړي میل یې مثبت او که منفرجه زاویه جوړه کړي میل یې منفی دی.
- موازی مستقیمونه د مساوي میلونو لرونکي دي.
- هر مستقیم خط چې له x محور سره موازي وي میل یې صفر او هر مستقیم خط چې پر x محور عمود وي میل نه دی تعریف شوی.
- دوه مستقیم خطونه هغه وخت یو پربل عمود دي چې د میلونو د ضرب حاصل یې (-1) وي.
- درې ټکي هغه وخت په یوې کرښې پراته دي چې د هر قطعه خط میلونه یې سره مساوي وي.
- د وضیعه کمیاتو په مستوي کې د یوه ټکي هغه اړیکه چې یوازې او یوازې یوه نوي ټکي ته نسبت ورکړي یوه لیږدونه یاتغیر مکان بلل کیږي.
- که چیرې د یوه شکل ټولو ټکو ته په یوه ټاکلي جهت او یوه فاصله حرکت ورکړو په لاس راغلی شکل د لومړي شکل سره انطباق منونکی دی او دې حرکت ته انتقال وایی.
- که یوشکل په یوه مستوي کې د یو ټاکلی ټکي په شاوخواد $\hat{\alpha}$ زاویې په اندازه دوران وکړي

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دریم څپرکی پوښتنې

ټول ټکي يې په عين زاويه دوران کوي دې حرکت ته دوران وايي.

● په لاندې سوالونوکې هر سوال ته څلورځوابونه ورکړ شوي دي صحيح ځواب وټاکئ.

1- د دوو عمودي کرښو د ميلونو د ضرب حاصل:

a) (1) دی. b) صفر دی. c) ∞ دی. d)منفي يو دی.

2- د مستقيمې کرښې معادله چې د y محور سره يې د پرېکړې ټکی او ميل يې ښکاره وي عبارت له:

a) $y = mx + c$ b) $y = b$ c) $y = mx + b$ d) $m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$

3- د هغه کرښې معادله چې دوه ټکي يې ښکاره وي عبارت له:

a) $y = mx + b$ b) $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$ c) $\frac{y - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x - x_1}$ d) $y = mx$

4- د $A(0, y_1)$ او $B(0, y_2)$ دوو ټکو د منځنی ټکی مختصات عبارت له:

a) $M(\frac{x_1 + x_2}{2}, 0)$ b) $M(\frac{y_2 + y_1}{2}, 0)$ c) $M(0, \frac{y_1 + y_2}{2})$ d) $M(0,0)$

٥- د $A(x_1, 0)$ او $B(x_2, 0)$ دووټکو د منځنی ټکی مختصات عبارت له :

a) $M(\frac{x_1 + x_2}{2}, 0)$ b) $M(\frac{y_2 + y_1}{2}, 0)$ c) $M(0, \frac{y_1 + y_2}{2})$ d) $M(0,0)$

6- د A او B دوو ټکو ترمنځ واټن عبارت دی له:

a) $AB = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2}$ b) $AB = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - (y_1 + y_2)^2}$

c) $AB = \sqrt{(x_2 + y_2)^2 + (x_2 - y_1)^2}$ d) $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

7- د يوه ټکي او د وضيعه کمياتو د مبدأ ترمنځ واټن يافاصله عبارت ده له:

a) $AB = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$ b) $AB = \sqrt{y_1^2 + y_1^2}$

c) $AB = \sqrt{x^2 + y^2}$ d) $AB = \sqrt{x^2 - y^2}$

8- د يو مستقيمې کرښې ميل عبارت له:

a) $m = \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}$ b) $m = \frac{y_2 + y_1}{x_2 + x_1}$ c) $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ d) $m = \frac{x_2 + x_1}{y_2 + y_1}$

9- دوه مستقيمونه هغه وخت يو له بل سره موازي وي چې:

a: د هغو ميلونه سره مساوي وي. b: ميلونه ئې مساوي نه وی.

c: د میلونو د ضرب حاصل یې منفي یو وي. d: ټول ځوابونه سم دي.

- خالي ځایونه په مناسبوکلماتو ډک کړئ.

۱- د وضیعه کمیاتو په سیستم کې د x محورته د .... او محورته د .... وایي.

۲- په دویمه ناحیه کې هغه ټکي پراته دي چې x یې .... او y یې .... دی.

۳- په دریمه ناحیه کې هغه ټکي پراته دي چې x او y دواړه .... دی.

٤- هغه مستقیم چې د x محور د مثبت جهت سره مساوي حاده زاویه جوړه کړي میل یې .... دی.

٥- دوه موازي مستقیمې کرښې چې د x محورد مثبت جهت سره مساوي .... جوړه وي.

٦- د x محورسره د هر موازي مستقیم میل .... دی.

٧- درې ټکي هغه وخت په یوه مستقیمه کرښه پراته وي چې د ټوټه کرښو .... سره مساوي وي.

٨- که د دووکرښو میلونه یوبل سره مساوي نه وي داکرښې .... دی.

- لاندې جملې کومې سمې اوکومې یې ناسمې دي د سموپه مخ کې د(س) توری اود ناسمې په مخ کی د(ن) توری ولیکئ.

1- (   ) که د وضیعه کمیاتو په مستوي کې د هر ټکی لپاره یوازې او یوازې یوه نوي ټکي ته نسبت ورکړئ په مستوي کې بدلون بلل کیږي.

2- (   ) که د p شکل هر ټکی د P' شکل په یوه ټکي داسې تبدیل شي چې د p د شکل د هر ټکی واټن نظر یوه محورته د P' د شکل له هر ټکي سره مساوي وي دې بدلون ته انعکاس وایي.

3- (   ) د $T(x, y) = (-x, y)$ بدلون نسبت y محورته یوانعکاس دی.

4- (   ) د $T(x, y) = (x, -y)$ بدلون نسبت x محورته یو انعکاس دی.

5- (   ) د $T(x, y) = (y, x)$ بدلون نسبت $y = x$ مستقیم ته یوانعکاس دی.

6- (   ) انتقال هغه تغیرمکان یالیږدونه دی چې په هغه کې د واټونو یا فاصلو جهت اود زاویو پراخوالی ثابت پاتې شي.

7- (   ) که په مستوي کې یوشکل(O) ټاکلي ټکي په شاوخوا د $\hat{\alpha}$ زاویې په اندازه دوران وکړي د هغې ټول ټکي په عین زاویه دوارن کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- لاندې سوالونه حل کړئ

1- لاندې ټکي چې وضعیه کمیات یې ورکړ شوی دی د وضعیه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ.

$1: (0,1)$ $2: (2,3)$ $3: (0,-4)$ $4: (5,0)$

2- د لاندې ټکو د جوړو ترمنځ واټن چې وضیعه کمیات یې ورکړی شوی ښکاره کړئ.

$1: (0,9),(-5,4)$ $2: (4,1),(3,-2)$ $3: (-7,4),(1,-11)$

3-وښیئ چې لاندې ټکي د یوه قایم الزاویه مثلث راسونه دي او هم د مثلث مساحت پیدا کړئ.

$1: (0,9), (-4,-1), (3,2)$ $2: (3,-2), (-2,3), (4,-4)$

4-وښیئ چې لاندې ورکړی شوی ټکي په یوه مستقیمه کرښه دپاسه پراته دي.

$1: (0,4), (3,-2), (-2,8)$ $2: (1,2), (-3,10), (4,-4)$

5-د یوې مستقیمې کرښې میل اویو ټکی په لاندې ډول ورکړل شوی د هغې معادله په لاس راوړئ.

$1: (2,3), m=-\frac{1}{2}$ $2: (-4,1), m=-\frac{2}{3}$ $3: (-1,-4), m=-2$

6- که د یوه مستطیل راسونه $(-3,1),(-1,3),(3,-1)$ او $(1,-3)$ وي مساحت یې پیدا کړئ.

7- که د یوه متوازي الضلاع راسونه $(2,4),(5,9), (4,9)$ او $(1,4)$ وي د قطرونو اوږدوالی یې پیدا کړئ.

8- وښیئ چې د $(-3,1),(-9,4),(12,0)$ او $(6,3)$ د یوه متوازي الضلاع راسونه دي.

9- که $(5,0),(-3,2)$ او $(1,-3)$ د یوه مثلث راسونه وي د اضلاعگانو د منځنی ټکي کمیات وضیعه په لاس راوړئ.

10- ثبوت کړئ:

الف: چې د مربع قطرونه یو پربل عمود دي.

ب: چې د مستطیل قطرونه یوبل نیمایي کوي.

11- هغه مستقیم چې د $A(3,-1)$ او $B(5,3)$ ټکوځخه تیریږی د وسطي عمود معادله یې پیدا کړئ.

12- د هغه مستقیم معادله پیدا کړئ چې $P(4,5)$ ټکي ځخه تیر شي او په ترتیب سره د x او y له محورونو سره موازي وي.

13- که چیرې $A(5,0), B(7,0)$ او $C(5,3)$ د یوه مثلث راسونه وي.

الف: د $T(x,y)=(-y+3, x-3)$ ترتیب لاندې مثلث او د هغه تصویر یاځیره رسم کړئ.

ب: د ABC مثلث تصویر د $R(x,y)=(-y,x)$ تر دوران لاندې پیدا کړئ او هغه ته $A'B'C'$ ووایئ وروسته د $T(x,y)=(x+3, y-3)$ تصویر یا ځیره د ترانتقال یالیږدونې لاندې وټاکئ.

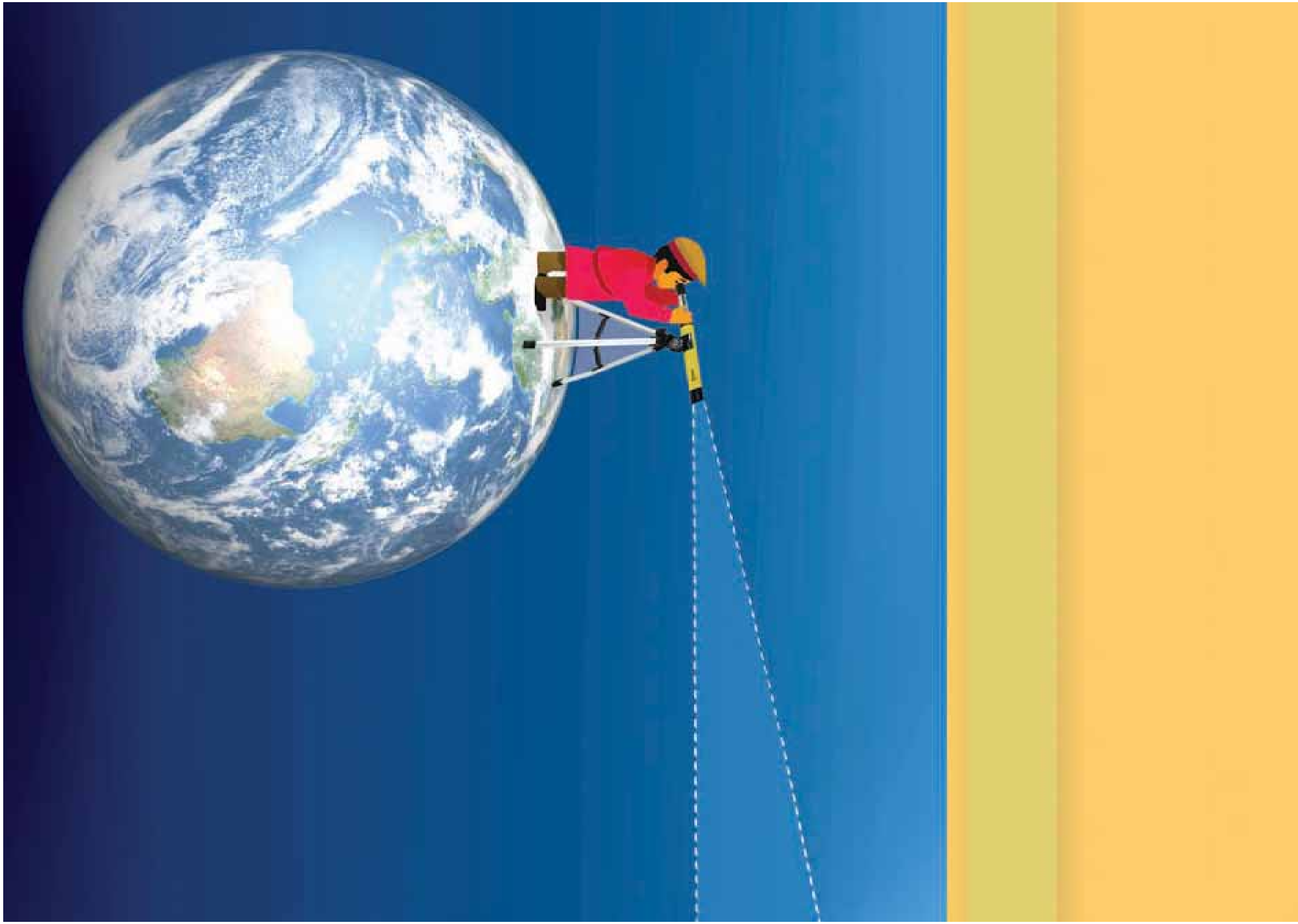
(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم څپرکی

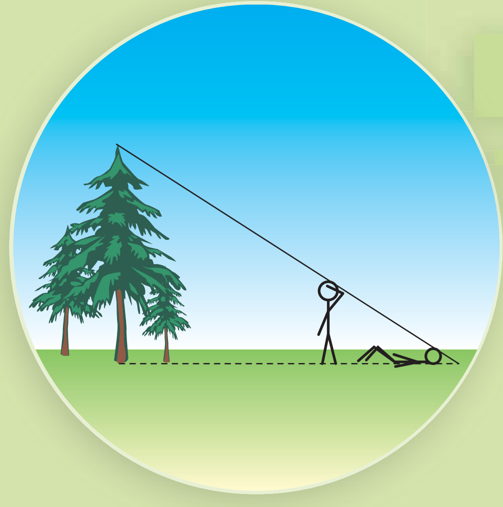
مثلثات

(c) ketabton.com: The Digital Library



(c) ketabton.com: The Digital Library

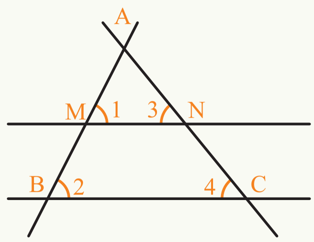
په مثلث کې د تالس قضیه



دوه زده کوونکي یو له بل سره خبرې کوي چې د یوې ونې جګ والي څنګه اندازه کړي یو بل ته داسې وړاندیز وکړ او په خپله په ځمکه اوږد پریوت، هغه له خپل ملګري څخه وغوښتل چې دومره حرکت وکړي چې د ده سر او د ونې څوکه په یوه مستقیمه کرښه سره ووینې. د زده کوونکي د وړاندیز په سموالي سوچ وکړئ.

فعالیت

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې $\overline{MN} // \overline{BC}$ دی. د هر ټوټه کرښې اندازه په تش ځایونو کې ولیکئ.



$\overline{MN} = \quad$ $\overline{AN} = \quad$ $\overline{AM} = \quad$

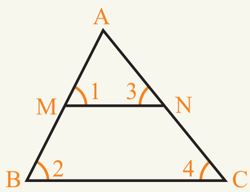
$\overline{BC} = \quad$ $\overline{AC} = \quad$ $\overline{AB} = \quad$

- هغه زاویې چې یو له بل سره مساوي دي وښیئ.
- د $\frac{MN}{BC}$، $\frac{AN}{AC}$ او $\frac{AM}{AB}$ نسبتونه پیدا او یو له بل سره څه اړیکه لري؟

د پورتني فعالیت څخه د تالس قضیه داسې بیانوو؟

قضیه: که د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث په یوې ضلعې یا ځنډې موازي کرښه رسم کړو د تشکیل شوي مثلث د اضلاعو نسبت د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث پر اضلاعو یو له بل سره مساوي دي. دا قضیه په مثلث کې د تالس قضیې په نامه یادیږي.

ثبوت: څرنګه چې د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې $\overline{MN} // \overline{BC}$ دي نو کولای شو ولیکو چې:



$\hat{1} = \hat{2}$....... متوافقه

$\hat{3} = \hat{4}$....... متوافقه

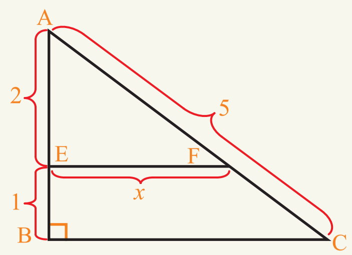
$\hat{A} = \hat{A}$..... مشترک

$$\Rightarrow \overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{AMN}$$

$$\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$$

لومړی مثال: د $\overset{\Delta}{ABC}$ په قایم الزاویه مثلث کې چې که $\overline{EF}$ له $\overline{BC}$ سره موازي دي په پام کې ونیسئ د قایمو اضلاعو اود $\overline{EF}$ موازي کرښې اوږدوالی پیدا کړئ.

حل: څرنګه چې د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې $\overline{EF}//\overline{BC}$ سره دي نو د تالس د قضیې په اساس دا دوه مثلثونه سره ورته یا متشابه دي نو کولای شو ولیکو چې:



$$\frac{\overline{AE}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{EF}}{\overline{BC}} \qquad \frac{2}{3}=\frac{x}{3} \qquad x=2$$

$$\frac{\overline{AE}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{AF}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{EF}}{\overline{BC}}$$

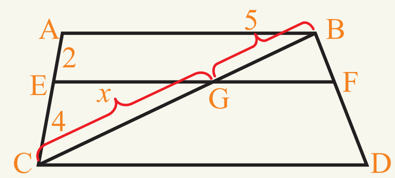
$$AC^2=BC^2+AB^2$$

$$5^2=BC^2+3^2$$

$$BC^2=25-16=9$$

$$\boxed{BC=3}$$

دویم مثال: په لاندې ذوذنقه کې چې $\overline{EF}//\overline{BA}$ دي د x مقدار وټاکئ.



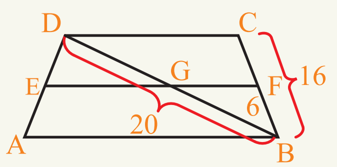
$$\frac{\overline{CG}}{\overline{GB}}=\frac{\overline{CE}}{\overline{AE}} \text{ یا } \frac{\overline{CG}}{\overline{CE}}=\frac{\overline{GB}}{\overline{AE}}$$

$$\frac{x}{4}=\frac{5}{2} \Rightarrow x=\frac{4\cdot 5}{2}=\frac{20}{2}$$

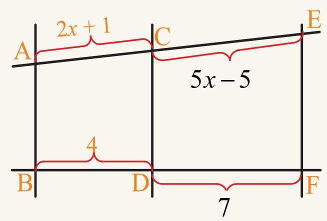
$$x=10$$

پوښتنې

1- د ذوذنقو په لاندې شکلونو کې د x مقدار وټاکئ.



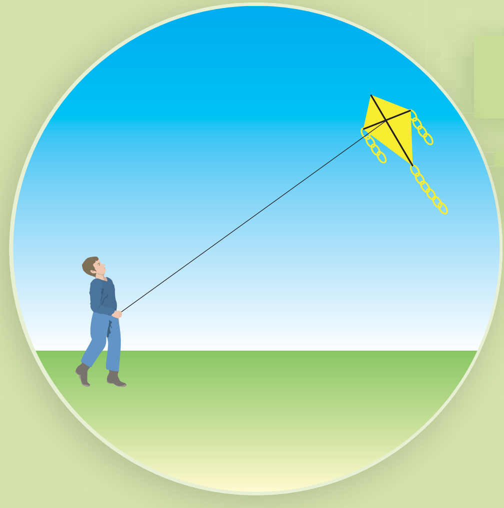
2- په لاندې شکل کې چې که $\overline{CD}//\overline{EF}$ او $\overline{AB}//\overline{CD}$ وي د x مقدار وټاکئ.



(c) ketabton.com: The Digital Library

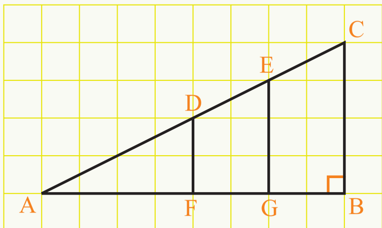
د يوې حاده زاويې ساين

که يو کاغذ پران په هوا کې د الوتلو په حالت کې وي، کولای شئ واټن يې د ځمکې څخه په لاس راوړئ؟



فعاليت

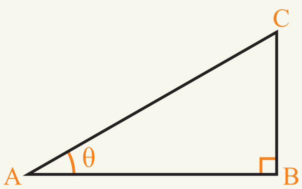
- په قايم الزاويه مثلث کې د $\overline{AC}$ په وتر باندې د D او E ټکي ټاکل شوي دي. د دې ټکو څخه د مثلث په $\overline{BC}$ ضلعه موازي رسم کړئ او د پرېکړې ټکي يې په وار سره F او G ونوموئ.
- د خط کش څخه په ګټه اخيستنه د مثلث اضلاعوې اندازه او د $\frac{DF}{DA}=\frac{EG}{AE}$ او $\frac{BC}{AC}$ نسبتونه محاسبه او پرتله يې کړئ.



- ايا د D او E ټکو د ځای په بدلون سره د $\frac{DF}{DA}=\frac{EG}{AE}$ او $\frac{BC}{AC}$ نسبتونه هم بدلون کوي؟ دوه ټکي په ټاکلو سره هغه وڅېړئ.
- د AC د ځای په بدلون د $\hat{A}$ زاويې په مقدار کې بدلون رامنځ ته کېږي.
- اوس $\overline{AC}$ ثابت پرېږدئ او د $\hat{A}$ زاويې ته زياتوالی ورکړئ. سوچ وکړئ چې په پورتنيو مساوي نسبتونو کې څه پېښېږي؟ وې څېړئ؟

تعريف

په هر قايم الزاويه مثلث کې د يوې حاده زاويې د مخامخ ضلعې او وتر د اوږدوالو نسبت تل مساوي له يو ثابت مقدار سره دی چې د حاده زاويې په اندازه پورې اړه لري. دې نسبت ته $Sin\theta$ (د حاده زاويې ساين) ويل کېږي.



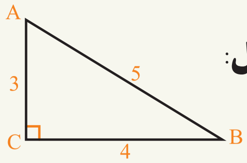
$$\sin\theta = \frac{\text{د } \theta \text{ حاده زاويې د مخامخ ضلعې اوږدوالی}}{\text{د وتر اوږدوالی}} = \frac{BC}{AC}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: په لاندې شکل کې $SinA$ او $SinB$ په لاس راوړئ.

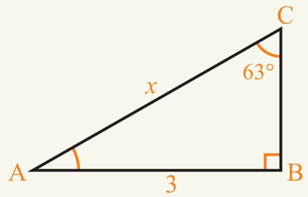
حل:



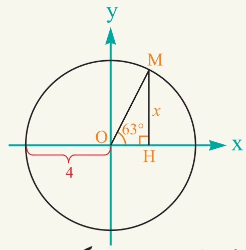
$$\sin A = \frac{\text{د } A \text{ زاويې د مخامخ ځنډي يا ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}} = \frac{\overline{BC}}{AB} = \frac{4}{5} \Rightarrow \sin\hat{A} = 0.8$$

$$\sin B = \frac{\text{د } B \text{ زاويې د مخامخ ځنډي يا ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}} = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5} = 0.6$$

دويم مثال: که $Sin63^o$ مساوي په 0,891 وي، په لاندې شکلونو کې د x اندازه پيدا کړئ.



شکل (الف)



شکل (ب)

حل:

د الف جزء: د يوې حادې زاويې د تعريف څخه په ګټه اخيستنه کولای شو وليکو چې:

$$\sin 63^\circ = \frac{AB}{AC}$$

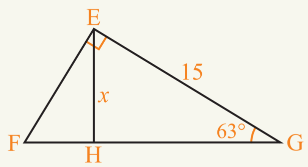
$$0.891 = \frac{3}{x} \Rightarrow x = \frac{3}{0.891} \quad \Rightarrow \quad x \approx 3.37$$

د ب جزء:

$$\sin 63^\circ = \frac{MH}{OM}$$

$$0.891 = \frac{x}{4} \Rightarrow x \approx 3.56$$

پوښتنې



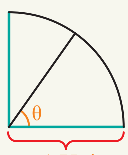
1- که $Sin63^o$ مساوي په 0,891 وي، په مخامخ شکل کې د x عددي قيمت پيدا کړئ.

2- د دايرې د څلورمې برخې شکل په پام کې ونيسئ.

الف: که د θ زاويه لويه شي $Sin\theta$ څرنګه بدلون مومي؟

ب: که د θ زاويه صفر ته نږدې شي، $Sin\theta$ کوم عدد ته نږدې کېږي.

ج: که زاويه 90^o ته نږدې شي، $Sin\theta$ کوم عدد ته نږدې کېږي.



3- د $80^o, 40^o$ او 65^o زاويې په وار سره رسم او بيا په هره زاويه يو قايم الزاويه مثلث کې رسم کړئ د کربنې يا خط کش څخه په ګټه اخيستنه د مثلث اضلاعوې اندازه او $Sin80^o, Sin65^o$ او $Sin40^o$ پيدا کړئ او يو له بل سره يې پرتله کړئ.

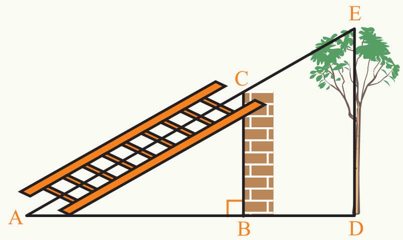
4- يو متساوي الساقين مثلث چې قاعده يې 8 واحده او $\hat{B} = 54^\circ$ وي رسم کړئ که يوه څنډه يا ضلعه يې 5 واحده وي د B زاويې Sin ساين پيدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوې حاده زاويې کوساین

ديوه ديوال شاته د ناجو يوه ونه ولاړه ده. يو زده کوونکی غواړي و پوهيږي چې ونه له ديواله څومره واټن لري. د دې کار لپاره يې يوازې يوه لنډه زينه درلوده. فکر وکړئ هغه څه سوچ کوي؟

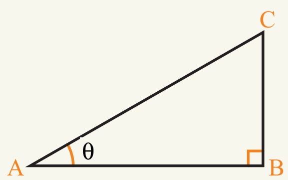
فعاليت



- په مخامخ شکل کې د تشکيل شويو مثلثونو نومونه واخلئ.
- $\overline{BC}$ او $\overline{DE}$ يو له بل سره څه اړيکه لري؟ ولې؟
- د $\overset{\Delta}{ABC}$ او $\overset{\Delta}{ADE}$ مثلثونه يو له بل سره څه اړيکه لري.
- د زينې واټن تر ديوال او بيا يې تر ونې پورې پيدا کړئ.
- د تالس د قضيې په مرسته لاندې مساوات تکميل او د $\overline{AE}$ اوږدوالی په لاس راوړئ.
- دا مقدار په څه پورې تړلی دی. $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{....}{AE}$

په عمومي ډول د $\overset{\Delta}{ABC}$ په قايم الزاويه مثلث کې چې يوه حاده زاويه يې θ ده، د دې زاويې د ګاونډې يا مجاورې ضلعې د اوږدوالي او دوتر د اوږدوالي نسبت ته کوساين وايي.

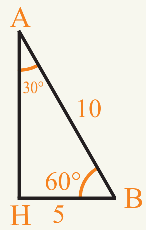
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\text{د } \theta \text{ زاويې دګاونډې ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}} \cos\theta$$



مثال: د AHB په مثلث کې چې $\hat{A}=30^\circ$ او $\hat{B}=60^o$ وي وښيئ چې

$\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$ او $\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$, $\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$ دی.

حل: د فیثاغورث د قضیې څخه په ګټه اخیستنه د AH جګوالی کولای شو ولیکو چې:



$$\overline{AB}^2=\overline{AH}^2+\overline{HB}^2$$

$$10^2=\overline{AH}^2+5^2 \Rightarrow \overline{AH}^2=100-25=75$$

$$\overline{AH}=\sqrt{75} \Rightarrow \overline{AH}=5\sqrt{3}$$

$$\sin 60^\circ=\frac{\overline{AH}}{\overline{AB}}=\frac{5\sqrt{3}}{10}=\frac{\sqrt{3}}{2} \quad , \quad \cos 60^\circ=\frac{\overline{BH}}{\overline{AB}}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$$

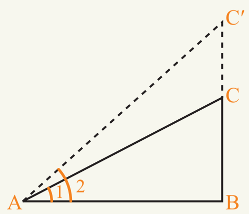
$$\sin 30^\circ=\frac{\overline{BH}}{\overline{AB}}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2} \quad , \quad \cos 30^\circ=\frac{\overline{AH}}{\overline{AB}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

پوښتنې

1- که یوه حاده زاویه لویه شي، د کوساین په اندازه کې څه بدلون راځي؟ ولې؟

د مخامخ مثلث او مثلثاتي دایرې په مرسته خپل نظر بیان کړئ.

- د $CosA_1$ لپاره یو نسبت ولیکئ.
- د $CosA_2$ لپاره یو نسبت ولیکئ.
- په تشو ځایونو کې مناسبې علامې ولیکئ.

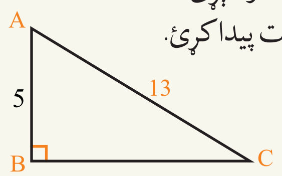


$\overline{AC}$ ☐ $\overline{AC'}$

$\cos A_1$ ☐ $\cos A_2$

2- د $30^o, 45^o$ او 60^o زاویو لپاره $Sin^2A+Cos^2A=1$ اړیکه وڅیړئ؟

3- په لاندې قایم الزاویه مثلث کې د $SinA$ او $CosA$ عددي قیمت پیدا کړئ.



4- د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې چې د اضلاعو یا څنډو اوږدوالی یې 8,6 او ۱۰ واحده وي د $SinA$ او $CosA$ مثلثاتي نسبتونه محاسبه کړئ.

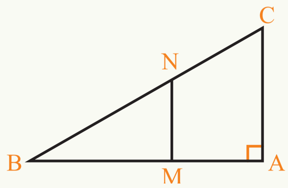
(c) ketabton.com: The Digital Library

د حاده زاويې تانجنت

یو زده کوونکی د بیرغ مخکې ولاړ دی.
سوچ کوي چې د بیرغ د میلې اوږدوالی
څنګه پیدا کړي؟

فعالیت

د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث چې د $\hat{A}$ زاویه یې قایمه ده د $\hat{B}$ زاویې مثلثاتي نسبتونه $(\cos\hat{B}, \sin\hat{B})$ په پام کې ونیسئ چې د $\overline{MN}$ ټوټه کرښه په $\overline{AC}$ موازي رسم شوې ده.



- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث په پام کې نیولو سره $\sin\hat{B}$ او $\cos\hat{B}$.

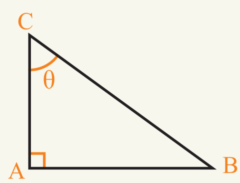
د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث اضلاعو یا د ځنډو له مخې ولیکئ.

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث اضلاعو یا له مخې د $\dfrac{\sin\hat{B}}{\cos\hat{B}}$ نسبت ولیکئ.
- د $\overset{\Delta}{BMN}$ مثلث څخه په ګټه اخیستنه او داضلاعو یا ځنډو له مخې $\dfrac{\sin\hat{B}}{\cos\hat{B}}$ ولیکئ.

د $\overline{MN}, \overline{BC}, \overline{AC}$ او $\overline{BN}$ کرښو د مخامخ اندازه کولو په مرسته پورتني دوه نسبتونه سره پرتله کړئ.

- سوچ وکړئ که چیرې $\dfrac{CosB}{SinB}$ پیدا کړو نو دا نسبت د مخامخ ځنډو یا اضلاعو د اوږدوالي سره تړاو لري یا یوازې د زاویې په مقدار پورې تړاو لري.

لومړۍ پایله: په یوه قایم الزاویه مثلث کې د یوې حاده زاویې د مخامخ ځنډې یا ضلعې اوږدوالي او د هغه زاویې د ګاونډې ضلعې د اوږدوالي نسبت یو ثابت مقدار دی چې د (د حاده زاویې تانجنت) په نامه یادیږي.



$$\tan\theta = \frac{\overline{AB}\ \text{د } \hat{\theta} \text{ زاویې د مخامخ ضلعې اوږدوالی}}{\overline{AC}\ \text{د } \hat{\theta} \text{ زاویې دګاونډې ضلعې اوږدوالی}}$$

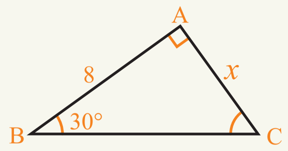
(c) ketabton.com: The Digital Library

دویمه پایله: د θ حاده زاویې تانجنت د حاده زاویې ساین پر کوساین له نسبت سره مساوي دی:

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

دریمه پایله: $\frac{Cos\theta}{Sin\theta}$ یو بل مقدار دی چې د حاده زاویې کوتانجنت (Cotangentθ) یا د θ زاویې د ګاونډي یا مجاورې ضلعې اوږدوالي د θ زاویې د مخامخ خنډې یا مقابلې ضلعې پر اوږدوالي ته کوتانجنت $Cot\theta$ وایي. دا نسبت د نورو نسبتونو په شان یوازې د زاویې په پراخوالي پورې اړه لري.

لومړی مثال: په لاندې مثلث کې چې $x = \frac{8\sqrt{3}}{3}$ دی د $\tan 30°$ عددي قیمت په لاس راوړئ.

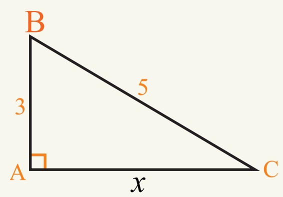


حل: د $\tan\theta$ تعریف څخه په ګټه اخیستنه کولای شو ولیکو چې:

$$\tan 30° = \frac{x}{8} \Rightarrow \tan 30° = \frac{8\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{1}{8} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

دویم مثال: د $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث چې لاندې رسم شوی دی، په دې مثلث کې $\tan c, \cos c, \sin c$ او $\cot c$ په لاس راوړئ او د $\tan c$ رابطه د $\cos c$ او $\sin c$ نسبتونو سره پرتله کړئ.

حل: لومړی د فیثاغورث د قضیې په مرسته د ABC په مثلث کې د AC اوږدوالی پیدا کوو.



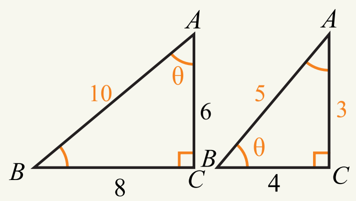
$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$$

$$5^2 = 3^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 25 - 9 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$$

$$\sin C = \frac{3}{5} \qquad \cos C = \frac{4}{5} \quad , \quad \tan C = \frac{3}{4} \quad , \quad \cot C = \frac{4}{3}$$

$$\frac{\sin C}{\cos C} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{5} \div \frac{4}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{5}{4} = \frac{3}{4} \qquad \tan C = \frac{3}{4} \quad \Rightarrow \quad \tan C = \frac{\sin C}{\cos C}$$

پوښتنې



1- په مخامخ شکلونو کې $\tan\theta, Cos\theta, Sin\theta$ او $Cot\theta$ پیدا کړئ.

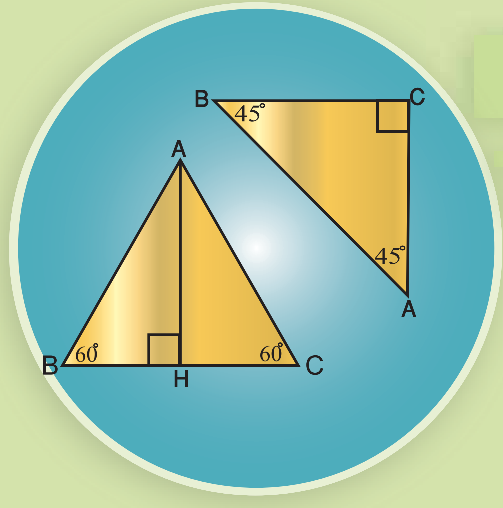
2- د $\overset{\Delta}{ABC}$ په مثلث کې چې ضلعې یې سره مساوي دي $\tan A$ او $\tan B$ پیدا کړئ.

3- که د یوه قایم الزاویه مثلث قاعده ثابته وساتو او حاده زاویه یې لویه شي د $\tan\theta$ په نسبت کې څه بدلون پېښیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ځانګړو زاویو مثلثاتي نسبتونه
($30°$، $60°$، $45°$ او $90°$)

مخامخ مثلثونه څه ډول مثلثونه دي د اضلاعګانو اوږدوالی یې وټاکئ.



فعالیت

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ یو متساوي الاضلاع مثلث رسم کړئ.
- د $\overline{AH}$ ارتفاع یا جګوالی رسم کړئ، په دي ډول مثلثونو کې جګوالی کومې ځانګړتیاوې لري.
- د فیثاغورث د قضیې څخه په ګټه اخیستنه د جګوالي یا ارتفاع اوږدوالی یا د مثلث جګوالی پیدا کړئ.
- ایا کولای شئ چې د 30^o او 60^o زاویو مثلثاتي نسبتونو عددي قیمت پیدا کړئ.
- د $\overset{\Delta}{ABC}$ یو متساوي الساقین، قایم الزاویه مثلث رسم کړئ، چې د هرې ضلعې یا څنډې اوږدوالی یې یو واحدوي.
- هره حاده زاویه څو درجې ده؟ ولې؟ د وتر د اوږدوالي اندازه یې حساب کړئ.
- د 45^o زاویې مثلثاتي نسبتونه په لاس راوړئ.

د پورتني فعالیت څخه لاندې جدول جوړ ولای شو.

زاویې / مثلثاتي نسبتونه	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	ناټاکلی (نا معین)

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: په لاندې اړیکو یا رابطو کې د x او y عددي قیمت پیدا کړئ.

1) $x=\sin 60^\circ+\sin 30^\circ$
2) $y=\cos 60^\circ+\cos 30^\circ$
3) $\tan 60^\circ-\sin 30^\circ=?$
4) $y=\tan 30^\circ-\cos 60^\circ$
5) $\tan 45^\circ-\sin 45^\circ=?$
6) $y=\tan 30^\circ+\tan 60^\circ$

حل: په پورتنیو اړیکو کې د هر مثلثاتي نسبت په ځای عددي قیمت وضع کوو:

1) $x=\sin 60^\circ+\sin 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

2) $y=\cos 60^\circ+\cos 30^\circ=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

3) $x=\tan 60^\circ-\sin 30^\circ=\sqrt{3}-\frac{1}{2}=\frac{2\sqrt{3}-1}{2}$

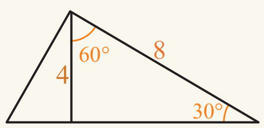
4) $y=\tan 30^\circ-\cos 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{1}{2}=\frac{2\sqrt{3}-3}{6}$

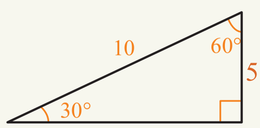
5) $x=\tan 45^\circ-\sin 45^\circ=1-\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{2-\sqrt{2}}{2}$

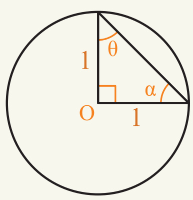
6) $y=\tan 30^\circ+\tan 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}+\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}+3\sqrt{3}}{3}$

پوښتنې

په لاندې شکلونو کې د $30^o, 45^o$ او 60^o زاویو د $Sin, Cos, \tan$ او Cot مثلثاتي نسبتونه پیدا کړئ.

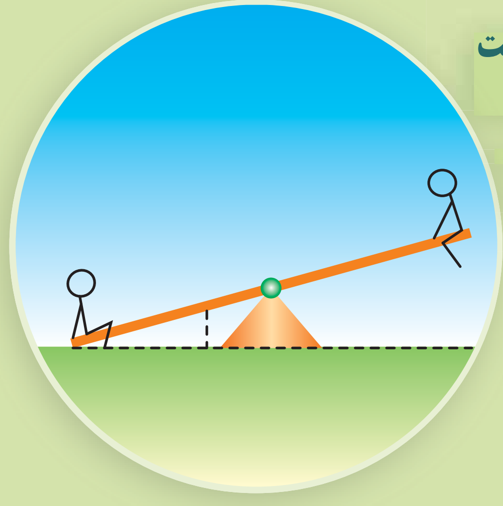






(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه مستقیم خط د میل او تانجنت اړیکه



د رافعې میل بنـې یاکینـې خوا ته په څه پورې اړه لري؟

فعالیت

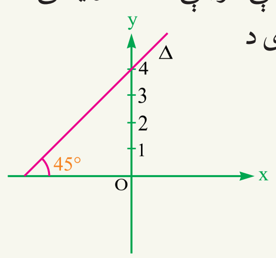
- د $B(0,0), C(1,0)$ او $A(1,3)$ ټکي د وضعیه کمیاتو په مستوي کې وښيئ، هغه مثلث چې راسونه د دې ټکو څخه جوړېږي څه ډول مثلث دی؟ ولې؟
- د $\overline{AB}$ مستقیمې کرښې میل په لاس راوړئ.
- د $\overline{AB}$ مستقیمې کرښې معادله د $y = mx + h$ په شکل ولیکئ.
- $\tan A$ په لاس راوړئ د $\overline{AB}$ د مستقیمې کرښې د میل سره څه اړیکه لري؟
- د $\overline{AB}$ په مستقیم دوه اختیاري ټکي په پام کې ونیسئ، د دې ټکو په لرلو سره د مستقیمې کرښې میل پیدا کړئ. ایا د tanB د مستقیمې کرښې د میل برابرې لیدل کیږي؟

د پورتني فعالیت څخه لیدل کیږي، چې د هغې مستقیمې کرښې میل چې د x له محور سره حاده زاویه جوړوي، د هغې زاویې له تانجنت سره چې د کرښې او د x محور مثبت جهت سره یې جوړوي برابره ده. د $y = mx + h$ معادله کې $m = \tan A$ دی.

لومړی مثال: د Δ مستقیمه کرښه د y محور په 4 کې پرېکوي او د x محور له مثبت جهت سره 45^o زاویه جوړوي، که $\tan 45^o = 1$ وي د Δ مستقیمې کرښې معادله ولیکئ.

حل: پوهیږو چې د مستقیمې کرښې معادله $y = mx + h$ ده نو لومړی د مستقیمې کرښې میل په لاس راوړو:

$$\left.\begin{array}{l} m = \tan\theta \\ m = \tan 45^o \\ m = 1 \\ h = 4 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} y = mx + h \\ y = x + 4 \end{array}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم مثال: د $\sqrt{3}y - x = 2\sqrt{3}$ مستقيمې کرښې په معادله کې د مستقيمې کرښې ميل، د ميل زاويه او د y له محور سره د پرېکړې ټکي په لاس راوړئ.

حل: لومړی د مستقيمې کرښې معادله په ستندرد شکل $y = mx + h$ بدلوو چې وروسته يې ميل او له محور سره د پرېکړې ټکي په اسانۍ سره پيدا کولای شو.

$$\sqrt{3}y - x = 2\sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{3}y = x + 2\sqrt{3} \Rightarrow y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + 2$$

$$m = \tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \theta = 30^\circ \quad , \quad h = 2$$

ايا کولای شئ د فيثاغورث د قضيې او مثلثات ترمنځ اړيکه پيدا کړئ.

فعاليت

- د $\overset{\Delta}{ABC}$ يو قايم الزاويه مثلث چې قايمې جوړونکې ضلعې يې 6 او 8 دي رسم او قايمه زاويه يې په A وښيئ.
- $\sin B$ ، $\cos B$ ، $(\sin B)^2$ ، $(\cos B)^2$ او $(\sin B)^2 + (\cos B)^2$ حساب کړئ.
- $\sin B$ ، $\cos B$ ، $(\sin B)^2$ ، $(\cos B)^2$ او $(\sin B)^2 + (\cos B)^2$ د AC, AB او BC اضلاعو له جنسه وليکئ څه پايله ترې اخلئ.

د پورتني فعاليت څخه ښکاري چې د يوې حاده زاويې د ساين او کوساين د مربعاتو جمع مساوي له 1 سره ده. $(\sin A)^2 + (\cos A)^2 = 1$

ځينې وخت د مثلثاتي نسبت د توان علامه په لاندې ډول سره ښودل کېږي.

$$(\sin A)^2 = \sin^2 A$$

پاملرنه وکړئ چې د 2 توان د زاويې په ساين پورې اړه لري نه په زاويه پورې $SinA^2 \neq Sin^2 A$

پوښتنې

1- د هغه مستقيمې کرښې معادله په لاس راوړئ چې د x محور له مثبت جهت سره 60^o زاويه جوړه کړي اود y محور په $(0,5)$ ټکي کې پرې کړي.

2- د $y = x + 4$ کرښې په معادله کې ميل، د ميل زاويه او د y له محور سره د پرېکړې ټکي پيدا کړئ.

a) $\dfrac{(\sin\theta + \cos\theta)^2}{1 + 2\sin\theta\cos\theta} = 1$

b) $1 + (\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta})^2 = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$

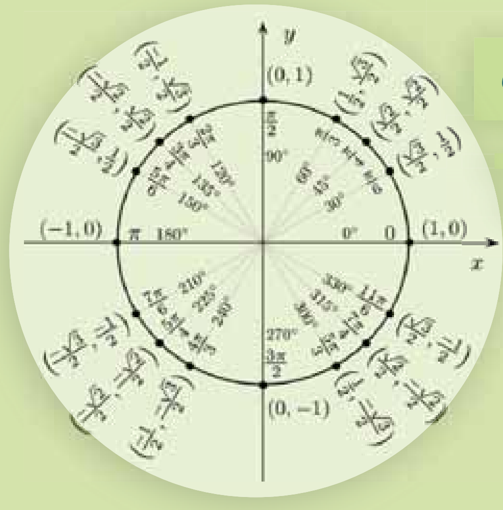
c) $\dfrac{\tan^2\theta - \sin^2\theta}{\cos\theta} = \sin\theta \times \tan^3\theta$

d) $\dfrac{(\sin A + \cos A)^2 - 1}{2\sin A} = \cos A$

e) $\sin^4 A + \cos^2 A \times \sin^2 A + \cos^2 A = 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثلثاتي جدول او دهغې استعمال



په مخامخ مثلثاتي دايرې په شکل کې د نومورو زاويو مثلثاتي نسبتونه ښودلای شئ.

فعاليت

- يو متساوي الاضلاع مثلث رسم او هرې زاويې پراخوالی يې وټاکئ.
- په يو مثلث کې د 30° او 60° زاويو مثلثاتي نسبتونه پيداکړئ.
- د زاويې مثلثاتي نسبتونه په يوه مثلث کې وټاکئ.
- ايا د هرې زاويې مثلثاتي نسبتونه په پورته شکل پيداکولای شو؟

د پورتنۍ فعاليت پايله داسې بيانوو:

پايله:

د ځينوزاويو مثلثاتي نسبتونه کولای شو په أسانی سره په لاس راوړو خو د يو شمېر نورو زاويو د مثلثاتي نسبتونو محاسبه گران کار دی نو ددې کار لپاره د ځينو پوهانو لخوا مثلثاتي جدولونه د خاصو فورمولونو په واسطه جوړ شوی چې ددې ډوله جدول په مرسته د هرې زاويې مثلثاتي نسبتونه پيداکولای شو.

د يادونې وړ ده چې د جدول په ترتيب کې په يوه قايم الزاويه مثلث کی د θ او $(\theta-\frac{\pi}{2})$ يا $(90-\theta)$ زاويو د اړيکو څخه گټه اخيستل شوی ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

جدول مثلثاتی

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
0° 00′	0.0000	1.0000	0.0000	∞	90° 00′
10	0.0029	1.0000	0.0029	343.77	50
20	0.0058	1.0000	0.0058	171.89	40
30	0.0087	1.0000	0.0087	114.59	30
40	0.0116	0.9999	0.0116	85.940	20
50	0.0145	0.9999	0.0145	68.750	10
1° 00′	0.0175	0.9998	0.0175	57.290	89° 00′
10	0.0204	0.9998	0.0204	49.104	50
20	0.0233	0.9997	0.0233	42.964	40
30	0.0262	0.9997	0.0262	38.188	30
40	0.0291	0.9996	0.0291	34.368	20
50	0.0320	0.9995	0.0320	31.242	10
2° 00′	0.0349	0.9994	0.0349	28.636	88° 00′
10	0.0378	0.9993	0.0378	26.432	50
20	0.0407	0.9992	0.0407	24.542	40
30	0.0436	0.9990	0.0437	22.904	30
40	0.0465	0.9989	0.0466	21.470	20
50	0.0494	0.9988	0.0495	20.206	10
3° 00′	0.0523	0.9986	0.0524	19.081	87° 00′
10	0.0552	0.9985	0.0553	18.075	50
20	0.0581	0.9983	0.0582	17.169	40
30	0.0610	0.9981	0.0612	16.350	30
40	0.0640	0.9980	0.0641	15.605	20
50	0.0669	0.9978	0.0670	14.924	10
4° 00′	0.0698	0.9976	0.0699	14.301	86° 00′
10	0.0727	0.9974	0.0729	13.727	50
20	0.0756	0.9971	0.0758	13.197	40
30	0.0785	0.9969	0.0787	12.706	30
40	0.0814	0.9967	0.0816	12.251	20
50	0.0843	0.9964	0.0846	11.826	10
5° 00′	0.0872	0.9962	0.0875	11.430	85° 00′
10	0.0901	0.9959	0.0904	11.059	50
20	0.0929	0.9957	0.0934	10.712	40
30	0.0958	0.9954	0.0963	10.385	30
40	0.0987	0.9951	0.0992	10.078	20
50	0.1016	0.9948	0.1022	9.7882	10
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
6° 00′	0.1045	0.9945	0.1051	9.5144	84° 00′
10	0.1074	0.9942	0.1080	9.2553	50
20	0.1103	0.9939	0.1110	9.0098	40
30	0.1132	0.9936	0.1139	8.7769	30
40	0.1161	0.9932	0.1169	8.5555	20
50	0.1190	0.9929	0.1198	8.3450	10
7° 00′	0.1219	0.9925	0.1228	8.1443	83° 00′
10	0.1248	0.9922	0.1257	7.9530	50
20	0.1276	0.9918	0.1287	7.7704	40
30′	0.1305	0.9914	0.1317	7.5958	30′
40	0.1334	0.9911	0.1346	7.4287	20
50	0.1363	0.9907	0.1376	7.2687	10
8° 00′	0.1392	0.9903	0.1405	7.1154	82° 00′
10	0.1421	0.9899	0.1435	6.9682	50
20	0.1449	0.9894	0.1465	6.8269	40
30	0.1478	0.9890	0.1495	6.6912	30
40	0.1507	0.9886	0.1524	6.5606	20
50	0.1536	0.9881	0.1554	6.4348	10
9° 00′	0.1564	0.9877	0.1584	6.3138	81° 00′
10	0.1593	0.9872	0.1614	6.1970	50
20	0.1622	0.9868	0.1644	6.0844	40
30	0.1650	0.9863	0.1673	5.9758	30
40	0.1679	0.9858	0.1703	5.8708	20
50	0.1708	0.9853	0.1733	5.7694	10
10° 00′	0.1736	0.9848	0.1763	5.6713	80° 00′
10	0.1765	0.9843	0.1793	5.5764	50
20	0.1794	0.9838	0.1823	5.4845	40
30	0.1822	0.9833	0.1853	5.3955	30
40	0.1851	0.9827	0.1883	5.3093	20
50	0.1880	0.9822	0.1914	5.2257	10
11° 00′	0.1908	0.9816	0.1944	5.1446	79° 00′
10	0.1937	0.9811	0.1974	5.0658	50
20	0.1965	0.9805	0.2004	4.9894	40
30	0.1994	0.9799	0.2035	4.9152	30
40	0.2022	0.9793	0.2065	4.8430	20
50	0.2051	0.9787	0.2095	4.7729	10
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

(c) ketabton.com: The Digital Library

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
12° 00′	0.2079	0.9781	0.2126	4.7046	**78°** 00′
10	0.2108	0.9775	0.2156	4.6382	50
20	0.2136	0.9769	0.2186	4.5736	40
30	0.2164	0.9763	0.2217	4.5107	30
40	0.2193	0.9757	0.2247	4.4494	20
50	0.2221	0.9750	0.2278	4.3897	10
13° 00′	0.2250	0.9744	0.2309	4.3315	**77°** 00′
10	0.2278	0.9737	0.2339	4.2747	50
20	0.2306	0.9730	0.2370	4.2193	40
30	0.2334	0.9724	0.2401	4.1653	30
40	0.2363	0.9717	0.2432	4.1126	20
50	0.2391	0.9710	0.2462	4.0611	10
14° 00′	0.2419	0.9703	0.2493	4.0108	**76°** 00′
10	0.2447	0.9696	0.2524	3.9617	50
20	0.2476	0.9689	0.2555	3.9136	40
30	0.2504	0.9681	0.2586	3.8667	30
40	0.2532	0.9674	0.2617	3.8208	20
50	0.2560	0.9667	0.2648	3.7760	10
15° 00′	0.2588	0.9659	0.2679	3.7321	**75°** 00′
10	0.2616	0.9652	0.2711	3.6891	50
20	0.2644	0.9644	0.2742	3.6470	40
30	0.2672	0.9636	0.2773	3.6059	30
40	0.2700	0.9628	0.2805	3.5656	20
50	0.2728	0.9621	0.2836	3.5261	10
16° 00′	0.2756	0.9613	0.2867	3.4874	**74°** 00′
10	0.2784	0.9605	0.2899	3.4495	50
20	0.2812	0.9596	0.2931	3.4124	40
30	0.2840	0.9588	0.2962	3.3759	30
40	0.2868	0.9580	0.2994	3.3402	20
50	0.2896	0.9572	0.3026	3.3052	10
17° 00′	0.2924	0.9563	0.3057	3.2709	**73°** 00′
10	0.2952	0.9555	0.3089	3.2371	50
20	0.2979	0.9546	0.3121	3.2041	40
30	0.3007	0.9537	0.3153	3.1716	30
40	0.3035	0.9528	0.3185	3.1397	20
50	0.3062	0.9520	0.3217	3.1084	10
18° 00′	0.3090	0.9511	0.3249	3.0777	**72°** 00′
10	0.3118	0.9502	0.3281	3.0475	50
20	0.3145	0.9492	0.3314	3.0178	40
30	0.3173	0.9483	0.3346	2.9887	30
40	0.3201	0.9474	0.3378	2.9600	20
50	0.3228	0.9465	0.3411	2.9319	10
19° 00′	0.3256	0.9455	0.3443	2.9042	**71°** 00′
10	0.3283	0.9446	0.3476	2.8770	50
20	0.3311	0.9436	0.3508	2.8502	40
30	0.3338	0.9426	0.3541	2.8239	30
40	0.3365	0.9417	0.3574	2.7980	20
50	0.3393	0.9407	0.3607	2.7725	10
20° 00′	0.3420	0.9397	0.3640	2.7475	**70°** 00′
10	0.3448	0.9387	0.3673	2.7228	50
20	0.3475	0.9377	0.3706	2.6985	40
30	0.3502	0.9367	0.3739	2.6746	30
40	0.3529	0.9356	0.3772	2.6511	20
50	0.3557	0.9346	0.3805	2.6279	10
21° 00′	0.3584	0.9336	0.3839	2.6051	**69°** 00′
10	0.3611	0.9325	0.3872	2.5826	50
20	0.3638	0.9315	0.3906	2.5605	40
30	0.3665	0.9304	0.3939	2.5386	30
40	0.3692	0.9293	0.3973	2.5172	20
50	0.3719	0.9283	0.4006	2.4960	10
22° 00′	0.3746	0.9272	0.4040	2.4751	**68°** 00′
10	0.3773	0.9261	0.4074	2.4545	50
20	0.3800	0.9250	0.4108	2.4342	40
30	0.3827	0.9239	0.4142	2.4142	30
30′	0.3827	0.9239	0.4142	2.4142	30′
40	0.3854	0.9228	0.4176	2.3945	20
50	0.3881	0.9216	0.4210	2.3750	10
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
23° 00′	0.3907	0.9205	0.4245	2.3559	**67°** 00′
10	0.3934	0.9194	0.4279	2.3369	50
20	0.3961	0.9182	0.4314	2.3183	40
30	0.3987	0.9171	0.4348	2.2998	30
40	0.4014	0.9159	0.4383	2.2817	20
50	0.4041	0.9147	0.4417	2.2637	10
24° 00′	0.4067	0.9135	0.4452	2.2460	**66°** 00′
10	0.4094	0.9124	0.4487	2.2286	50
20	0.4120	0.9112	0.4522	2.2113	40
30	0.4147	0.9100	0.4557	2.1943	30
40	0.4173	0.9088	0.4592	2.1775	20
50	0.4200	0.9075	0.4628	2.1609	10
25° 00′	0.4226	0.9063	0.4663	2.1445	**65°** 00′
10	0.4253	0.9051	0.4699	2.1283	50
20	0.4279	0.9038	0.4734	2.1123	40
30	0.4305	0.9026	0.4770	2.0965	30
40	0.4331	0.9013	0.4806	2.0809	20
50	0.4358	0.9001	0.4841	2.0655	10
26° 00′	0.4384	0.8988	0.4877	2.0503	**64°** 00′
10	0.4410	0.8975	0.4913	2.0353	50
20	0.4436	0.8962	0.4950	2.0204	40
30	0.4462	0.8949	0.4986	2.0057	30
40	0.4488	0.8936	0.5022	1.9912	20
50	0.4514	0.8923	0.5059	1.9768	10
27° 00′	0.4540	0.8910	0.5095	1.9626	**63°** 00′
10	0.4566	0.8897	0.5132	1.9486	50
20	0.4592	0.8884	0.5169	1.9347	40
30	0.4617	0.8870	0.5206	1.9210	30
40	0.4643	0.8857	0.5243	1.9074	20
50	0.4669	0.8843	0.5280	1.8940	10
28° 00′	0.4695	0.8829	0.5317	1.8807	**62°** 00′
10	0.4720	0.8816	0.5354	1.8676	50
20	0.4746	0.8802	0.5392	1.8546	40
30	0.4772	0.8788	0.5430	1.8418	30
40	0.4797	0.8774	0.5467	1.8291	20
50	0.4823	0.8760	0.5505	1.8165	10
29° 00′	0.4848	0.8746	0.5543	1.8040	**61°** 00′
10	0.4874	0.8732	0.5581	1.7917	50
20	0.4899	0.8718	0.5619	1.7796	40
30	0.4924	0.8704	0.5658	1.7675	30
40	0.4950	0.8689	0.5696	1.7556	20
50	0.4975	0.8675	0.5735	1.7437	10
30° 00′	0.5000	0.8660	0.5774	1.7321	**60°** 00′
10	0.5025	0.8646	0.5812	1.7205	50
20	0.5050	0.8631	0.5851	1.7090	40
30	0.5075	0.8616	0.5890	1.6977	30
40	0.5100	0.8601	0.5930	1.6864	20
50	0.5125	0.8587	0.5969	1.6753	10
31° 00′	0.5150	0.8572	0.6009	1.6643	**59°** 00′
10	0.5175	0.8557	0.6048	1.6534	50
20	0.5200	0.8542	0.6088	1.6426	40
30	0.5225	0.8526	0.6128	1.6319	30
40	0.5250	0.8511	0.6168	1.6212	20
50	0.5275	0.8496	0.6208	1.6107	10
32° 00′	0.5299	0.8480	0.6249	1.6003	**58°** 00′
10	0.5324	0.8465	0.6289	1.5900	50
20	0.5348	0.8450	0.6330	1.5798	40
30	0.5373	0.8434	0.6371	1.5697	30
40	0.5398	0.8418	0.6412	1.5597	20
50	0.5422	0.8403	0.6453	1.5497	10
33° 00′	0.5446	0.8387	0.6494	1.5399	**57°** 00′
10	0.5471	0.8371	0.6536	1.5301	50
20	0.5495	0.8355	0.6577	1.5204	40
30	0.5519	0.8339	0.6619	1.5108	30
40	0.5544	0.8323	0.6661	1.5013	20
50	0.5568	0.8307	0.6703	1.4919	10
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

θ	Sin θ	Cos θ	Tan θ	Cot θ	
34° 00′	0.5592	0.8290	0.6745	1.4826	**56°** 00′
10	0.5616	0.8274	0.6787	1.4733	50
20	0.5640	0.8258	0.6830	1.4641	40
30	0.5664	0.8241	0.6873	1.4550	30
40	0.5688	0.8225	0.6916	1.4460	20
50	0.5712	0.8208	0.6959	1.4370	10
35° 00′	0.5736	0.8192	0.7002	1.4281	**55°** 00′
10	0.5760	0.8175	0.7046	1.4193	50
20	0.5783	0.8158	0.7089	1.4106	40
30	0.5807	0.8141	0.7133	1.4019	30
40	0.5831	0.8124	0.7177	1.3934	20
50	0.5854	0.8107	0.7221	1.3848	10
36° 00′	0.5878	0.8090	0.7265	1.3764	**54°** 00′
10	0.5901	0.8073	0.7310	1.3680	50
20	0.5925	0.8056	0.7355	1.3597	40
30	0.5948	0.8039	0.7400	1.3514	30
40	0.5972	0.8021	0.7445	1.3432	20
50	0.5995	0.8004	0.7490	1.3351	10
37° 00′	0.6018	0.7986	0.7536	1.3270	**53°** 00′
10	0.6041	0.7969	0.7581	1.3190	50
20	0.6065	0.7951	0.7627	1.3111	40
30	0.6088	0.7934	0.7673	1.3032	30
40	0.6111	0.7916	0.7720	1.2954	20
50	0.6134	0.7898	0.7766	1.2876	10
38° 00′	0.6157	0.7880	0.7813	1.2799	**52°** 00′
10	0.6180	0.7862	0.7860	1.2723	50
20	0.6202	0.7844	0.7907	1.2647	40
30	0.6225	0.7826	0.7954	1.2572	30
40	0.6248	0.7808	0.8002	1.2497	20
50	0.6271	0.7790	0.8050	1.2423	10
39° 00′	0.6293	0.7771	0.8098	1.2349	**51°** 00′
10	0.6316	0.7753	0.8146	1.2276	50
20	0.6338	0.7735	0.8195	1.2203	40
30	0.6361	0.7716	0.8243	1.2131	30
40	0.6383	0.7698	0.8292	1.2059	20
50	0.6406	0.7679	0.8342	1.1988	10
40° 00′	0.6428	0.7660	0.8391	1.1918	**50°** 00′
10	0.6450	0.7642	0.8441	1.1847	50
20	0.6472	0.7623	0.8491	1.1778	40
30	0.6494	0.7604	0.8541	1.1708	30
40	0.6517	0.7585	0.8591	1.1640	20
50	0.6539	0.7566	0.8642	1.1571	10
41° 00′	0.6561	0.7547	0.8693	1.1504	**49°** 00′
10	0.6583	0.7528	0.8744	1.1436	50
20	0.6604	0.7509	0.8796	1.1369	40
30	0.6626	0.7490	0.8847	1.1303	30
40	0.6648	0.7470	0.8899	1.1237	20
50	0.6670	0.7451	0.8952	1.1171	10
42° 00′	0.6691	0.7431	0.9004	1.1106	**48°** 00′
10	0.6713	0.7412	0.9057	1.1041	50
20	0.6734	0.7392	0.9110	1.0977	40
30	0.6756	0.7373	0.9163	1.0913	30
40	0.6777	0.7353	0.9217	1.0850	20
50	0.6799	0.7333	0.9271	1.0786	10
43° 00′	0.6820	0.7314	0.9325	1.0724	**47°** 00′
10	0.6841	0.7294	0.9380	1.0661	50
20	0.6862	0.7274	0.9435	1.0599	40
30	0.6884	0.7254	0.9490	1.0538	30
40	0.6905	0.7234	0.9545	1.0477	20
50	0.6926	0.7214	0.9601	1.0416	10
44° 00′	0.6947	0.7193	0.9657	1.0355	**46°** 00′
10	0.6967	0.7173	0.9713	1.0295	50
20	0.6988	0.7153	0.9770	1.0235	40
30	0.7009	0.7133	0.9827	1.0176	30
40	0.7030	0.7112	0.9884	1.0117	20
50	0.7050	0.7092	0.9942	1.0058	10
45° 00′	0.7071	0.7071	1.0000	1.0000	**45°** 00′
	Cos θ	Sin θ	Cot θ	Tan θ	θ

فعالیت

- د جدول لومړي پرته لیکه یا سطر او ولاړه لیکه یا ستون څه راښيي؟
- د جدول د کیڼې او ښي خوا لومړي ولاړه لیکه یا ستون په کومه زاویه پیل او په کومه زاویه ختم شوي؟
- د جدول لومړي او وروستی کرښه څه را ښيي؟
- که یوه زاویه 45° او یا له هغه څخه کوچنۍ وي هغه د جدول کیڼه خوا کې د درجې په ستون کې پیدا کوو او مثلثاتي نسبت یې له پورته خوا څخه لولو یا له ښکته خوا څخه او که زاویه له 45° څخه لویه وي څه کوو؟

د پورته فعالیت پایله داسې بیانوو:

که زاویه له 45° څخه کوچنۍ وي هغه دجدول د کیڼې خوا په لومړي ولاړه لیکه ستون کې، او مثلثاتي نسبت یې په پورته خوا لومړي پرته لیکه یا سطر کې ګورو.

که زاویه له 45° څخه لویه وي هغه زاویه د جدول دښي خوا په لومړي ولاړه لیکه یا ستون کې، او مثلثاتي نسبت یې په ښکته خوا څخه پورته خوا ته په وروستنی پرته لیکه یا سطر کې پیدا کوو. چې د پام وړ زاویې د اړوند کرښې او د مثلثاتي نسبت د اړوندې ولاړې لیکې یا ستون پرېکړه د زاویې مطلوب نسبت راکوي.

لومړی مثال: د $30^\circ\ 10'$ کوساین پیدا کړئ.

حل: لومړی د جدول د کیڼې خوا په لومړي ولاړه لیکه یا ستون کې مطلوبه زاویه $(30^\circ 10')$ پیدا کوو او د جدول په لومړی کرښه(سطر) کې مطلوب مثلثاتي نسبت پیدا کوو ددې ولاړې او پرتې لیکې(سطر اوستون) پرېکړه د 0,8646 عدد راکوي چې دا د $(30^\circ 10')$ زاویې کوساین دی.

$$\cos(30^\circ 10') = ? \qquad 30^\circ 10' \cdots\cdots 0{,}8646$$

(cos — °)

دویم مثال : د $84^\circ\ 50'$ ساین وټاکئ.

حل: لومړی د جدول د ښي خوا په لومړی ستون کې د پام وړ زاویه $84^\circ\ 50'$ پیداکوو او د جدول په وروستنی کرښه(سطر) کې د پام وړ مثلثاتي نسبت پیداکوو ددې پرتې او ولاړو لیکو(سطر او ستون) پرېکړه د (0,9959) عدد راکوي چې د $84^\circ\ 50'$ زاویه کوساین دی.

$$\sin 84^\circ 50' = ? \qquad 0.9959 \cdots\cdots 84^\circ 50'$$

(sin)

(c) ketabton.com: The Digital Library

يادونه

هغه جدول چې تر اوسه مو ترې کار واخسته د هغو زاويو مثلثاتي نسبتونه چې توپير يې لس دقيقې وي راښيي د هرې زاويې مثلثاتي نسبت د دې جدول په مرسته نشو ټاکلی، نو اوس غواړو داسې طريقه بيان کړو چې ددې جدول په مرسته د هرې زاويې مثلثاتي نسبتونه په لاس راوړو چې دا طريقه د انټرپوليشن Interpolation په نامه ياديږي او په لاندې مثالونو کې يې ترې کار اخلو:

دريم مثال: د $\tan 42^\circ 35'$ زاويې تانجنت په لاس راوړئ.

حل: په جدول کې د $42^\circ 35'$ زاويې تانجنت نشته خو د $42^\circ 40'$ او $42^\circ 30'$ زاويو تانجانتونه په جدول کې شته دی چې د هغوی په مرسته $42^\circ 35'$ زاويې مثلثاتي نسبت داسې پيداکوو:

$$\left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l}\tan\ 42^\circ 40' \\ \tan\ 42^\circ 35'\end{array}\right]5 \\ \\ \tan\ 42^\circ 30' \end{array}\right]10 \qquad \left.\begin{array}{l} =0{,}9217]\ x \\ =\ x \\ =\ 0{,}9163 \end{array}\right]0{,}0054$$

د مثلثاتي نسبتونو توپير		د دو زاويو توپير
0.00054	:	10'
x	:	5'

ليدل کيږي چې د لومړۍ او دويمې زاويې فرق 5 او د لومړۍ او دريمې زاويې فرق 10 په همدې ترتيب سره د tan فرق يې x او 0,0054 دی يعنې که زاويه د 10 په اندازه فرق ولري نو tan يې د 0,0054 په اندازه فرق کوي او که زاويه د 5 په اندازه فرق وکړي نو tan د x په اندازه فرق کوي چې د تناسب په مرسته ليکو:

$$\frac{5}{10}=\frac{x}{0{,}0054}\Rightarrow x=0{,}0027$$

د x قيمت د کوچنۍ زاويو له tan سره جمع کوو:

$$0{,}9163+0{,}0027=0{,}9190$$

$$\tan\ 42^\circ\ 35'=0{,}9190$$

پوښتنې

د مثلثاتي جدول څخه په ګټې اخيستنې سره د $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\tan\alpha$ مثلثاتي نسبونه د $\alpha=35^\circ 20'$ او $\alpha=75^\circ 10'$ زاويو پيدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د قایم الزاویه مثلثونو حل

مخامخ شکل ته پام وکړئ د څلي(منار) جګوالی څنګه پیداکولی شئ.

فعالیت

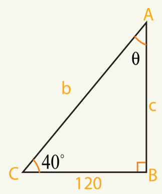
- که دیوه قایم الزاویه مثلث یوه زاویه $30°\ 40'$ وي بله زاویه یې پیداکړئ.
- که د یوه قایم الزاویه مثلث یوه زاویه $29°$ او وتر یې $25cm$ وي د مثلث مجهول عناصر پیداکړئ.
- که د قایم الزاویه مثلث دوې ضلعې یا یوه ضلعه او یوه حاده زاویه یې معلومه وي د مثلث نور عناصر څنګه پیداکولای شو.

د پورتنی فعالیت پایله داسې بیانوو:

په هر قایم الزاویه مثلث کې که یوه حاده زاویه یا دوه ضلعې معلومې وي د مثلث پاتې اجزاوې د مثلثاتي توابعو په مرسته په لاس راوړو.

مثال: دیوه قایمه الزاویه مثلث یوه حاده زاویه $40°$ که ددې زاویې مجاور ضلعه 120 واحده د اوږوالي وي نوموړی مثلث حل کړئ.

حل: څرنګه چې د مثلث یوه زاویه او دوه ضلعې نا معلومې وي نو ددې معلومو اجزاوو په مرسته نا معلومې اجزاوې په لاندې ډول په لاس راوړو:



1, $\theta = 90° - \hat{c} = 90° - 40° = 50°$

2, $\tan 40° = \dfrac{c}{120} \Rightarrow c = 120 \tan 40° = 120 \cdot 0{,}8391 = 100{,}692$

3, $\cos 40° = \dfrac{120}{b} \Rightarrow b = \dfrac{120}{\cos 40°} = \dfrac{120}{0{,}7660} = 156.6579$

$b^2 = a^2 + c^2 \Rightarrow b = \sqrt{(120)^2 + (156.692)^2} = 156{,}6579$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم مثال: د يوه قايمه الزاويه مثلث وتر $49.7cm$ او يوه قايمه ضلعه يې $25cm$ وي نومورې مثلث حل کړئ.

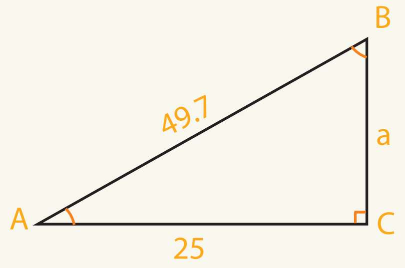
حل: ليدل کېږي چې د مثلث دوه عناصر معلوم وي نو نا معلوم عناصر يې داسې پيدا کوو:

$$1)\cos\hat{A} = \frac{25}{49{,}7} = 0{,}503$$

$$\cos\hat{A} = 0{,}503 \quad \Rightarrow \hat{A} = 59{,}8° = 59°{,}48'$$

$$2)B = 90° - \hat{A} \quad \Rightarrow B = 90 - 59{,}8° = 30{,}2° = 30°12'$$

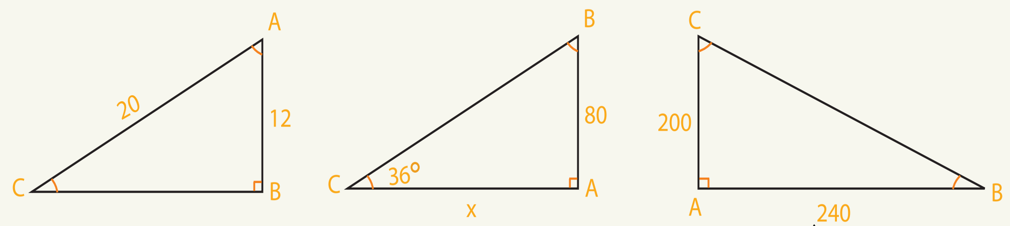
$$3)\tan\hat{A} = \frac{a}{25} \quad \Rightarrow a = \tan\hat{A}\cdot 25 = 25\cdot 1{,}7182 = 43$$



پوښتنې

1 - د يوه قايمه الزاويه مثلث يوه حاده زاويه $38°\ 50'$ او د دې زاويې مجا وره ضلعه 311 واحده ده نو مورې مثلث حل کړئ.

2 - په لاندې شکلونو کې مجهول عناصر وټاکئ.

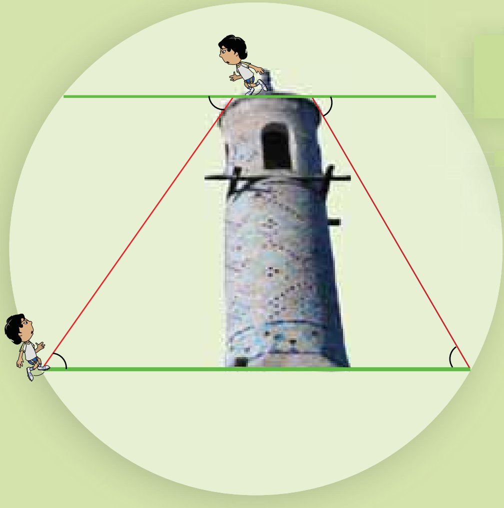


$x = ?$	$x = ?$	$\hat{B} = ?$
$\hat{A} = ?$	$\hat{B} = ?$	$\overline{BC} = ?$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د میل یا ارتفاع او تنزیل زاویې



مخامخ شکل ته پام وکړئ د میل او تنزیل زاویې وښایئ.

فعالیت

- که احمد په یو جگوالی پروت وي دلید کرښه د افقي سطحې سره څه ډول زاویه جوړوي او دا زاویه په کوم نوم یا دېږي(د تحول ساحه یې کومه فاصله ده)؟
- که یو شی په یوه ښکته ځای کې پروت وي دلید کرښه د افقي سطحې سره څه ډول زاویه جوړوي او دا زاویه په کوم نامه یادیږي(د تحول ساحه یې په کومه فاصله ده)؟

دپورته فعالیت پایله داسې بیانوو:

1 - **د ارتفاع زاویه** Angle of Elevation

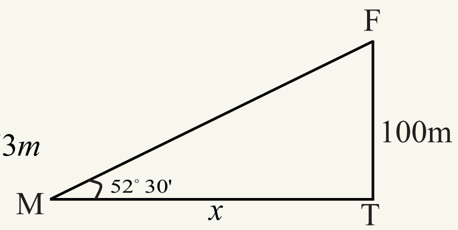
که یو شی په یوه ارتفاع پروت وي نو دلید کرښه له افق سره یوه زاویه جوړوي چې د جگوالي زاویه بلل کېږي لکه ورکړل شوي شکل کې د α زاویه.

2 - **د تنزیل زاویه** Angle of Depression

که یو شی په ټیټ ځای کې پروت وي د لید کرښه له شی سره یوه زاویه جوړوي چې د تنزیل زاویه بلل کېږي لکه په شکل کې د β زاویه.

د افق کرښه
β
P_1
د لید کرښه
α
P_2
د افق کرښه

لومړی مثال: د $\overset{\Delta}{MFT}$ قایمه الزاویه مثلث کې د جګوالی یا ارتفاع زاویه $52° 30'$ که د مثلث جګوالی $100m$ وي د مثلث وتر او قاعده یې پیدا کړئ.



$$\tan 52°30' = \frac{\overline{TF}}{\overline{MF}} = \frac{100}{X}$$

$$x = \frac{100}{\tan 52°30'} = \frac{100}{1.3092} \Rightarrow x = 76.73m$$

دویم مثال: د یوه کاغذ پران(پتنګ) د تار اوږدوالی 120m وي ددې کاغذ پران(پتنګ) د جګوالي یا ارتفاع زاویه $45°$ ده د کاغذ پران(پتنګ) جګوالی وټاکی.

$$\frac{h}{120} = \sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow h = 60 \cdot \sqrt{2}m$$

دریم مثال: یو نوري(ترسد) برج له بحر څخه $120f$ جګوالی لري هغه نزولي زاویه چې د برج نه یو بېړی(کښتی) لیدل کېږي $15°$ درجې ده نوموړي بېړی له برج نه څومره فاصله لري .

$$\cot A = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$$

$$\cot 15 = \frac{\overline{AC}}{120}$$

$$\Rightarrow \overline{AC} = 120 \cdot \cot 15° = 120 \cdot 3{,}7 = 444\, ft$$

پوښتنې

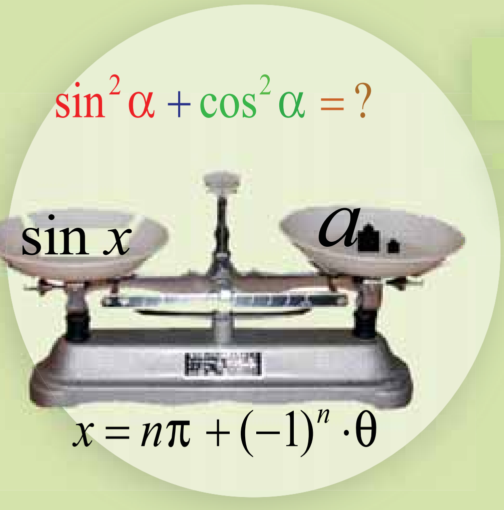
1- د هغه ونې ارتفاع پیدا کړئ چې د ارتفاع زاویه یې له $20°$ څخه $40°$ واوړي نو په هغه صورت کې به لیدونکی $75\,ft$ ونې ته نږدی شي.

2- یوه ونه باد له پورته خواڅخه داسې ماته کړې چې د ونې تنه او ماته برخه یې یو قایمه الزاویه مثلث له ځمکې سره جوړه کړې که ماته برخه له ځمکې سره $50°$ زاویه جوړه کړې وي او د ونې تنه $20\,ft$ وي د ونې جګوالي پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثلثاتي معادلې

مخامخ مثلثاتي اړیکې له څه سره مساوي دي وضاحت ورکړئ.



پوهېږو چې مطابقت هغه مساوات دی چې د متحول د ټولو قیمتونو لپاره د مساوات دواړه خواوې سره برابرې شي او معادله هغه مساوات دی چې د متحول د ځینې قیمتونو لپاره د مساوات دواړه خواوې سره برابرې شي.

فعالیت

- د فیثاغورث د قضیې او مثلثات ترمنځ اړیکه وښیئ ایا دا اړیکه مطابقت دی که معادله؟
- مطابقت او معادله څه تو پیر لري دا توپیر په مثلثاتي اړیکو کې وڅېړئ.
- د $\sin x = 1$ رابطه کې x مجهول دی که $\sin x$
- داسې قوسونه یا زاویې چې یو شان مثلثاتي نسبتونه ولري وښیئ.

د پورته فعالیت پایله په یو تعریف کې په لاندې ډول بیانوو:

تعریف:

هره معادله چې په هغې کې یو یاڅو مثلثاتي نسبتونه ګډون ولري مثلثاتي معادله بلل کېږي لکه $\sin x - 1 = 0$ یا $2\cos x - 1 = 0$

- هغه قوس یا زاویه چې د هغې مثلثاتي نسبت مطلوب وي اصلي مجهول بلل کېږي لکه په پورتنیو معادلو کې x اصلي مجهول دی.

- د اصلي مجهول مثلثاتي نسبت ته فرعي مجهول وایي لکه په پورتني معادلو کې $\cos x$ او $\sin x$ فرعي مجهول دی.

-هغه زاویې چې مثلثاتي نسبتونه یې یو شان دي پریودیک توابع بلل کېږي، چې فورمولونه یې

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې ډول دي:

1- د $\sin\theta$ مثلثاتي نسبت عمومي فورمول $x = n\pi + (-1)^n \cdot \theta,\ n = 0,1,2....$

2- د $\cos\theta$ مثلثاتي نسبت عمومي فورمل $x = 2n\pi \pm \theta\ ,n = 0,1,2....$

3- د $\tan\theta$ مثلثاتي نسبت عمومي فورمول $x = n\pi + \theta\ ,\ n = 0,1,2....$

د مثلثاتي معادلو د حل لپاره په لاندې ډول عمل کوو:

1 - د الجبري معادلو د حل په مرسته د فرعي مجهول قيمت په لاس راوړو.

2- د مثلثاتي نسبتونو د جدول په مرسته د اصلي مجهول قيمت په لاس راوړو.

3- څرنګه چې مثلثاتي معادلې پريوديک معادلې دي نو ډېر حلونه لري نو د هغو زاويو د فورمولونو په مرسته چې يوشان نسبتونه لري د معادلې حلونه دي.

مثال: د $2\sin x - \sqrt{2} = 0$ او $\cos x + \frac{1}{2} = 1$ مثلثاتي معادلو حلونه پيدا کړئ.

$$\cos x + \frac{1}{2} = 1 \qquad\qquad 2\sin x - \sqrt{2} = 0$$

$$\cos x = 1 - \frac{1}{2} \qquad\qquad 2\sin x = \sqrt{2}$$

$$\cos x = \frac{1}{2} \qquad\qquad \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = 30^\circ = \frac{\pi}{6} \qquad\qquad x = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$$

$$x = 2n\pi \pm \theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{6} \qquad\qquad x = n\pi + (-1)^2 (\frac{\pi}{4})$$

پوښتنې

دې لاندې معادلو حل پيدا کړئ.

c) $2\cos 4x - \sqrt{2} = 0$ b) $2\sin 3x + \sqrt{3} = 0$ a) $\sqrt{3}\cot x - 1 = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د څلورم څپرکي لنډيز

- مثلثات له دوو يوناني کلمو څخه چې ټرايګون او متري چې د مثلث د اندازه کولو معنی لري جوړ شوی دی او له هغه علم څخه عبارت دی چې د مثلث د عناصرو ترمنځ اړيکې څيړي.
- که په يوه ضلعه د مثلث يوه موازي کرښه رسم شي پرېکړې ضلعې په مناسبو ټوټو وېشي دا قضيه د تالس د قضيې په نامه ياديږي.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د حاده زاويې د مخامخ ضلعې اوږدوالی دوتر په اوږدوالي د حاده زاويې د ساين sine په نامه ياديږي.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د حاده زاويې د ګاونډي يا مجاورې ضلعې اوږدوالی د وتر په اوږدوالي د حاده زاويې د کوساين cosine په نامه ياديږي.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د حاده زاويې د مخامخ څنډې يا ضلعې اوږدوالی د ګاونډې يا مجاورې څنډې يا ضلعې په اوږدوالي د حاده زاويې د تانجنت tangent په نامه ياديږي.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د حاده زاويې د $\sin\theta$ او $\cos\theta$ نسبتونو نسبت د حاده زاويې د $\tan\theta$ په نامه ياديږي $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د حاده زاويې د $\cos$ او $\sin$ نسبتونو نسبت د حاده زاويې د $\cot$ په نامه ياديږي $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$.
- هغه زاويه لکه(α)چې مستقيمه کرښه يې د x محور له مثبت جهت سره جوړوي د ميل زاويې په نامه ياديږي او د دې کرښې ميل د $\tan\alpha$ سره مساوي ده $m = \tan\alpha$.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ اړيکه ريښتياده.
- د $\sin x, \cos x$ او $\tan x$ مثلثاتي نسبتونه پرته له زاويې معنا نلري.
- د $y = mx + b$, m معادله کې، m دهغه زاويې تانجنت دی چې مستقيمه کرښه يې د محور له مثبت جهت سره جوړوي او h د y محور سره د پرېکړې ټکی دی.
- $Sin30^o$ له $Cos60^o$ سره برابردی.
- $Cos30^o$ له $\sin 60^o$ سره برابر دی.
- $Cos45^o$ له $Sin45^o$ برابر دی.

د ځلورم څپرکي پوښتنې

• په لاندې سوالونو کې هر سوال ته څلور ځوابونه ورکړل شوي دي چې یو یې سم دی. سم ځواب په نښه کړئ.

1- د یوې حاده زاویې $\sin\alpha$ عبارت له:

a) $\dfrac{\text{د حاده زاویې د مخامخ ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}}$ c) $\dfrac{\text{د حاده زاویې دګاونډې(مجاورې) ضلعې اوږدوالی}}{\text{دوتر اوږدوالی}}$

b) $\dfrac{\text{دوتر اوږدوالی}}{\text{د حاده زاویې دګاونډې(مجاورې) ضلعې اوږدوالی}}$ d) $\dfrac{\text{دوتر اوږدوالی}}{\text{د حاده زاویې د مخامخ ضلعې اوږدوالی}}$

2- د $\tan\alpha$ نسبت مساوي دی په:

a) $\dfrac{\sin x}{\cos x}$ b) $\dfrac{\cos x}{\sin x}$ c) $\dfrac{1}{\sin x}$ d) $\dfrac{1}{\cos x}$

3- د $2y = 2x - 3$ په معادله کې د مستقیمې کرښې میل عبارت له:

a) $\dfrac{3}{2}$ b) -1 c) 1 d) b او a

4- د هغې مستقیمې کرښې معادله چې د y محور په (۳ ، ۰) کې پرېکړي او د x محور له مثبت جهت سره 45^o زاویه جوړه کړي برابره ده له:

a) $y = x + 3$ b) $2y = 2x - 3$ c) $2x - y = 0$ d) هیڅ یو

5- د $\sin^2 30 + \cos^2 30$ افادې قیمت برابر دی له:

a) 1 b) 2 c) -2 d) -1

6- $\sin 45^o$ او $\cos 45^o$ برابردي له:

a) 1 b) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ c) $\dfrac{2}{\sqrt{2}}$ d) $\sqrt{2}$

7- د $\dfrac{\sin 30^o - \cos 60^o}{\cos 60^o + \sin 30^o}$ افادې قیمت برابر دي له:

a) 0 b) 1 c) -1 d) درې واړه ځوابونه سم دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

● تش ځايونه په مناسبو بيانونو ډک کړئ.

1- په يوه قايم الزاويه مثلث کې د دوو نورو حاده زاويو مجموعه .... ده.

2- که د يوه متساوي الضلاع مثلث يوه ښنده $10cm$ وي جګوالی يې.............. دی.

3- ديو حاده زاويې ساين عبارت له............................ .

4- Triganomitry له دوو کلمو................ او .... څخه جوړه شوې ده.

5- $\tan\theta \cdot \cot\theta$ برابر په .... دی.

● د لاندې جملو څخه کومه سمه او کومه ناسمه ده، دسمې په مخ کې د (س) توري او د ناسمې په مخ کې د (ن) توري وليکې.

1- (   ) د $\sin x$ نسبت مساوي په   دی.

2- (   ) $\sin 30^o$ او $\cos 60^o$ يو بل سره مساوي دي.

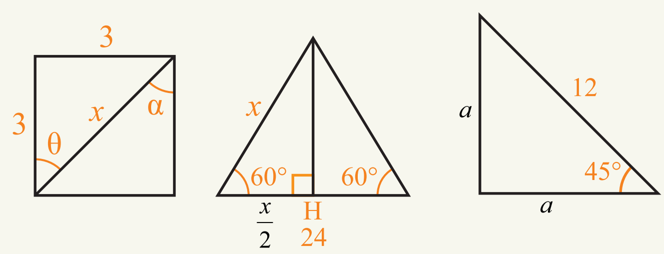
3- (   ) د $2y = 5x - 1$ معادلې د ډې کرښې ميل $\frac{2}{5}$ دی.

4- (   ) د $\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ نسبت د $\tan\theta$ سره برابر دی.

5- (   ) $1+\cos^2\theta$ برابر په $\sin^2\theta$ دی.

● لاندې سوالونه حل کړئ.

1- په لاندې شکلونو کې د ورکړ شوو زاويو مثلثاتي نسبتونه پيدا کړئ.



(c) ketabton.com: The Digital Library

2- په لاندې سوالونو کې د A او B قیمتونه حساب کړئ.

1) $A = \cos 30^\circ - \sin 30^\circ$

2) $B = \cos 60^\circ - \sin 30^\circ$

3) $A = \tan 30^\circ - \tan 60^\circ$

4) $B = \cos 60^\circ + \sin 30^\circ$

5) $A = \frac{1}{2}(\tan 45^\circ - \cos 45^\circ)$

6) $B = \tan 45^\circ + \tan 60^\circ$

7) $A = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sin 60^\circ + \cos 45^\circ)$

8) $B = 2 - \frac{1}{2}(\sin 45^\circ - \cot 45^\circ)$

9) $A = \sin 45^\circ + \cos 30^\circ - \tan 45^\circ$

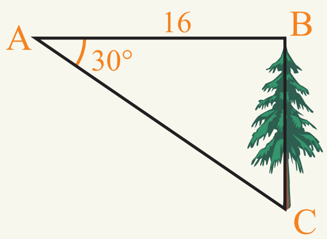
3- دا $\frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{1 + \sin x \cos x} = \sin x - \cos x$ رابطه ثبوت کړئ.

4- که $\sin x = \frac{7}{12}$ وي $\cos x$ او $\tan x$ پیداکړئ.

5- که $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ وي $\sin x$ او $\tan x$ پیداکړئ.

6- که چېرې α زاویه صفر ته نیږدې شي $\tan \alpha$ ، کوم عدد ته نږدې کیږي د شکل له مخې د خپلې وینا سموالی وښیئ.

7- په لاندې شکل کې که $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ وي د $\overline{AC}$ او $\overline{BC}$ واټنونه حساب کړئ.



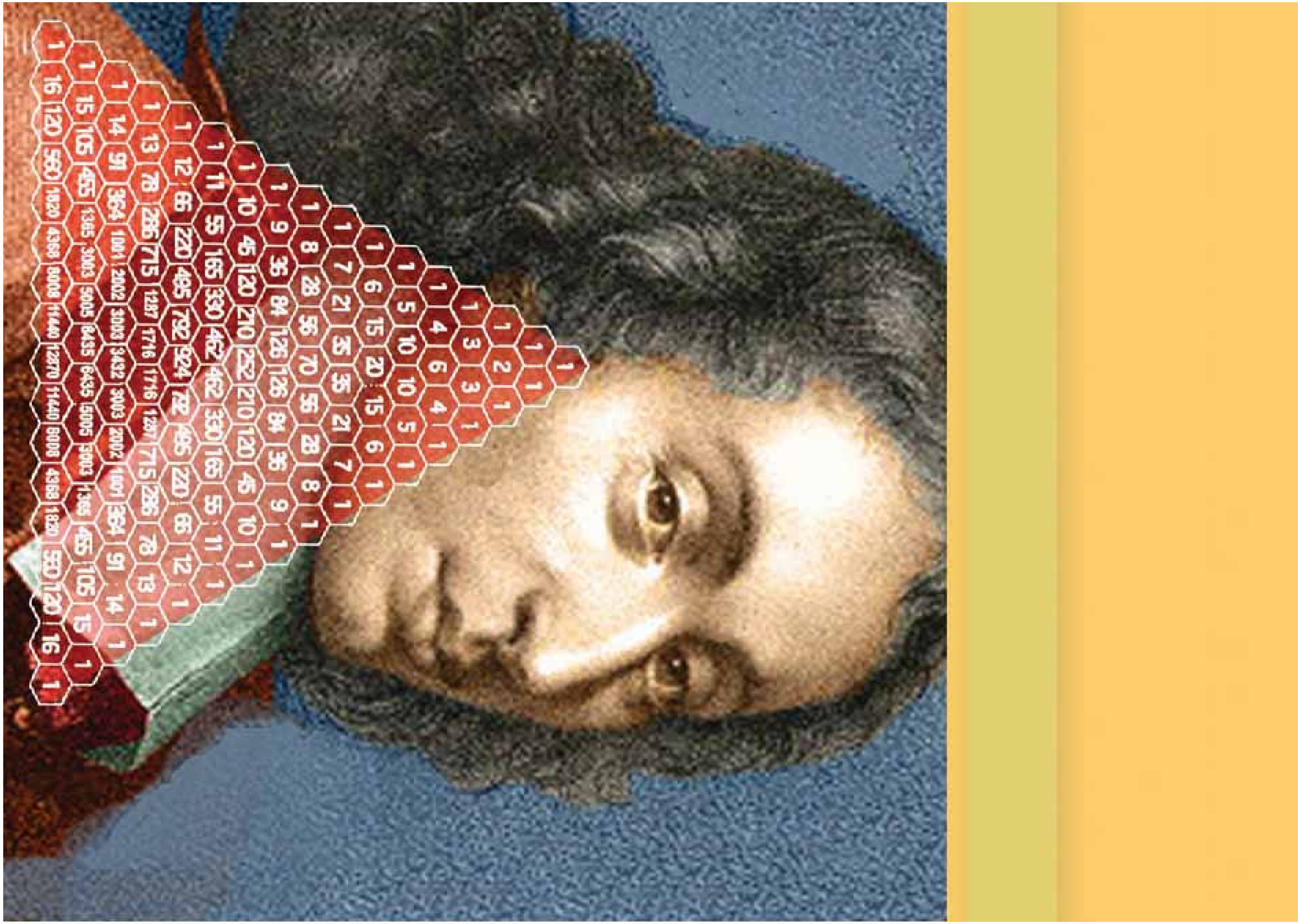
(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم څپـــرکی

څو جمله يي

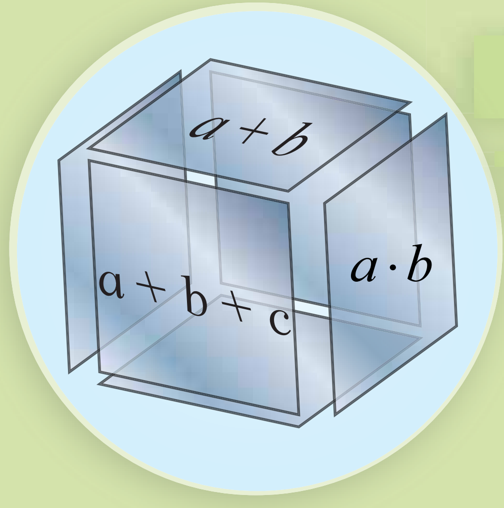
(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library



الجبري افادي

د مخامخ شکل په سطحو لیکل شویو الجبري افادو نومونه واخلئ.



فعالیت

لاندې افادې په پام کې ونیسئ.

$a)\ 2x$ $\quad b)\ \frac{1}{3}xy^3$ $\quad c)\ \sqrt{2}xym'$ $\quad d)\ 9x^2$

$e)\ 5x$ $\quad f)\ 2xy^3$ $\quad g)\ 3x^2$ $\quad h)\ \frac{4x^2}{x-1}$

- یوبل ته ورته افادې په نښه کړئ.
- لاندې الجبري افادې تر ممکن حده ساده کړئ.

$a)\ 2x+6x^2+\sqrt{2}xym^4$ $\quad b)\ 3x^2+6x^2$ $\quad c)\ \frac{1}{3}xy^3+2x$ $\quad d)\ \frac{1}{3}xy^3+2xy^3$

- هغه افادې چې نشي ساده کیدای، څنګه باید ولیکل شي، د هر یوې لپاره کوم نوم لازم ګنئ؟
- په هرحالت کې د افادو تر ټولو لوړ توان نسبت x ته وټاکئ.

د پورتني فعالیت څخه کولای شو ولیکو چې:

که چیرې په یوه الجبري افاده کې د مشابه جملاتو له ساده کولو څخه وروسته یوازې یو حد ولرئ، هغې ته یو حده، (Monomial) که جمع یا تفریق د دوحدونو ولرو هغې ته دوه حده یا (Bionomial) که جمع یا تفریق ددریو حدونو ولرو هغې ته درې حده یا (Trinomial) اوکه له دریو حدونو څخه زیات حدونه ولرو پولینوم یا (Polinomila) په نامه یادیږي په دې شرط چه د تورو توانونه ئې مکمل عدونه وي هره الجبري افاده کې تر ټولو لوړ توان نسبت یوه ځانګړي متحول ته د الجبري افادې درجه نظر هغه متحول ته بلل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: لاندي جدول بشپړکړئ.

درجه		مناسبي نوموني				الجبري افادي
نظر x ته	نظر y ته	يوه حده	دوه حده	دري حده	څو حده	
						$\sqrt{32}y^2-3y+2y^3$
2			✓			$3x^2-7x$
						$6x^2-4x-1$
						$0.4x^2y-2x^4+16y^2$
						$13x-2y^3+6x^3y$
						$3-5+x^2-y^3-2xy$
						$4x^2-2x+6x^2-5x$

پوښتني

1- لاندي الجبري افادي ساده اود هري يوي درجه نسبت هرمتحول ته وټاکئ.

a) $x^2-3x+6x^2-\frac{3}{2}x$

b) $\sqrt{2}mn^2-\frac{1}{2}m+2\sqrt{2}n^2m+3m$

c) $-4x^2+2x^2+14x-8+4x^3-16x-2x^2$

d) $4-x^3y-2+yx^3-4xy-1$

2- لاندي الجبري افادي، څوجمله يي دي، دهري يوي درجه نسبت هر متحول ته وټاکئ.

a) $6x^2-4x-12xy^6-2x^5$

b) $8x^6-4xy^6-5x^2$

c) $6x^2y^6m^9$

d) $\sqrt{3}x-y+6x^2y^3-2y^2$

e) $3pq^3-8p^4q^3-12q^4-0.5p^6$

f) $\frac{4m-2n}{2m-n}$

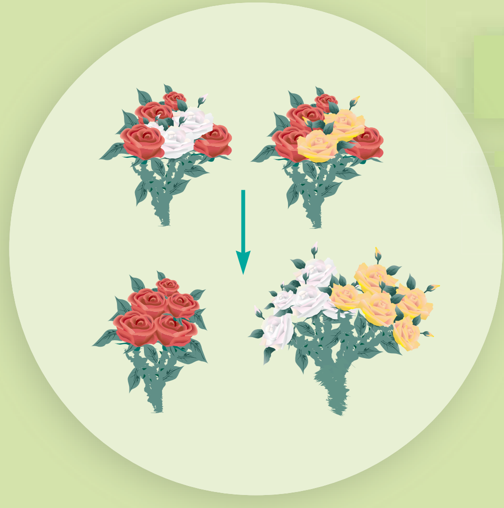
3- د B, A او C په افادوکي ورته حدود وښيي اوافادي ساده کړئ.

$A=4xy+2x^2y-3xy^2-\sqrt{2}xy-0.5x^2y-\frac{1}{2}xy^2$

$B=\frac{4}{3}a^2b-a^2+b^2-0.7a^2b-2a^2-3b^2+xy$

$C=2\sqrt{8x}+\sqrt{2}-3\sqrt{8x}+\sqrt{32}$

په فکتورونو تجزیه(فکتور نیونه)



په مخامخ شکل کې څو غونچې گلونه وينئ؟
کومې غونچې يو بل ته ورته دي؟ يوه غونچه څو
گلانو څخه جوړه ده؟

فعالیت

- تش ځايونه ډک کړئ.

$$5x = (\ldots\ldots + \ldots\ldots)x = \ldots\ldots x + \ldots\ldots\ldots x$$

$$6y = (\ldots\ldots + \ldots\ldots)y = \ldots\ldots y + \ldots\ldots\ldots y$$

- پاسنيو اړيکو کې له کومې ځانگړتيا څخه گټه اخيستل شوې ده.
- د ښی اړخ عددي ضريبونه د کيڼ اړخ د متحولينو له ضريبونوسره څه اړيکه لري.

$$3x + 2x = (\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots)x = \ldots\ldots\ldots x$$

$$ax + bx = (\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots)x = \ldots\ldots\ldots x$$

- ايا کولای شو چې $a + b$ ساده کړو؟

په پور تنی فعالیت کې ليدل کېږی چې:
د څينوالجبري افادو په تجزيه کې کولای شوچې د ضرب توزيعي خاصيت څخه پرجمع باندې گټه واخلو. دگډعامل په پيژندلوسره په افاده کې کولای شوالجبري افادې تجزيه کړو.

لومړی مثال: لاندې الجبري افادې تجزيه کړئ.

$a)\quad ab + ac - ad$ $\qquad b)\quad x^4 - x^3y + x^2y^2$

$c)\quad \frac{1}{2}m^2 - 2m$ $\qquad d)\quad 3xy - 6x^2$

حل:په راکړل شويوافادوکې لومړی په ټولوحدونو کې گډ حد پيدا کوو او هغه د قوس مخکې ليکو وروسته ټول حدونه بېل بېل په جمله ويشو اوحاصل يې دقوس په منځ کې ليکو:

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\quad ab+ac-ad = a(b+c-d)$

$b)\quad x^4-x^3y+x^2y^2 = x^2(x^2-xy+y^2)$

$c)\quad \frac{1}{2}m^2-2m = m(\frac{1}{2}m-2)$

$d)\quad 3xy-6x^2 = 3x(y-2x)$

دویم مثال: لاندې الجبري افادې تجزیه کړئ.

$a)\ Ax+Bx+Ay+By$ $b)\ x^2-4y^2+x+2y$

$c)\ 2x^2+2xy+3x+3y$ $d)\ 2x-2y+2x+2y$

حل: لومړی افاده داسې ترتیبوو چې ورته حدونه څنګ پر څنګ راشي او ورسته دافادې ګډ حدود پیداکوو اوبیا یې تجزیه کوو.

$$a)\ \underbrace{Ax+Bx}_{x}+\underbrace{Ay+By}_{y}$$
$$= x(A+B)+y(A+B)$$
$$= (A+B)(x+y)$$

$$b)\ x^2-4y^2+x+2y$$
$$= [x^2-(2y)^2]+(x+2y)$$
$$= (x-2y)(x+2y)+(x+2y)$$
$$= (x+2y)(x-2y+1)$$

$$c)\ 2x^2+2xy+3x+3y$$
$$= 2x(x+y)+3(x+y)$$
$$= (x+y)(2x+3)$$

$$d)\ 2x+2y+2x+2y$$
$$= 4x+4y$$
$$= 4(x+y)$$

پوښتنې

لاندې افادې تجزیه کړئ.

1) $x^4-x^3y+x^2x$

2) $x(2x-3y)^2+8(2x-3y)$

3) $10ab-15ac$

4) $32x^2y-4xy^2$

5) $\sqrt{2}x^3y^2-\sqrt{8}xy$

6) $0.5mn^2-0.125m^4n^3$

7) $ab+b+b$

8) $\frac{3}{2}x^2-\frac{4}{6}x^2-\frac{1}{2}x^2-x^4$

9) $mab+my+ny+nab$

10) $ab(b+a+c)+ac(a+b+c)+bc(c+b+a)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

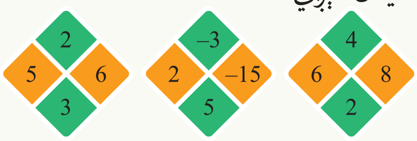
دالجبري افادوضرب چې یوه ګډه جمله ولري

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)\,x + ab$$

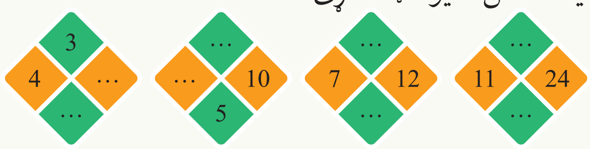
د مخامخ قوسونو له ضرب څخه وواياست چې د دوو عددونو د جمعې او ضرب حاصل له کومو عددونو سره برابر دی.

فعالیت

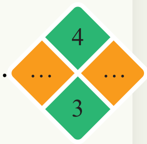
- په هره مربع کې، داعدادو ترمنځ څه ډول اړيکه ليدل کېږي؟



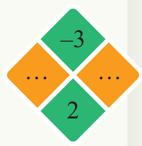
- دیورتنی اړیکې څخه په ګټه اخیستنه تش ځايونه ډک کړئ:



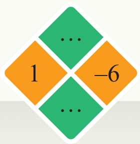
$(x+4)(x+3) = x^2 + ...x + ...x + ... = x^2 ....x + ...$



$(x-3)(x+2) = x^2 + ...x + ...x + ... = x^2 ....x + ...$



$x^2 + 8x + 12 = (x + ...)(x + ...)$



$x^2 + x - 6(x + ...)(x + ...)$

له پورتني فعالیت څخه لیدل کېږي:

د دوو الجبري عبارتونوله ضرب څخه چي یوه ګڼه جمله و لري لیکلای شوچي:

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+a\times b$$

که چیري وغواړو یوه ترینوم الجبري افاده د x^2+bx+c تجزیه کړونولومړی باید دوه عددونه داسي پیداکړوچي دضرب حاصل يې c اود جمع حاصل يې b شي، که دي اعدادوته m او n وویل شي، لروچي:

$$x^2+bx+c=x^2+(m+n)x+m\cdot n$$

مثال: د لاندي افادو ضرب اوتجزیه سرته ورسوئ:

a) $(t-4)(t+5)$ b) $(a+3)(a+4)$ c) $(x-0.4)(x+0.2)$

d) $(y+\frac{2}{3})(y+\frac{1}{2})$ e) $x^2+12x+32$ f) x^2+4x+3

g) $x^2-3x-28$ h) x^2-5x+6

حل:

a) $(t-4)(t+5)=t^2+(-4+5)t+(-4\times5)=t^2+t-20$

b) $(a+3)(a+4)=a^2+(3+4)a+(3\times4)=a^2+7a+12$

c) $(x-4)(x-2)=x^2+(-4-2)x+(-4\times-2)=x^2-6x+8$

d) $(y+\frac{2}{3})(y+\frac{1}{2})=y^2+(\frac{1}{2}+\frac{2}{3})y+\frac{2}{6}=y^2+\frac{7}{6}y+\frac{2}{6}$

e) $x^2+12x+32=x^2+4x+8x+32=x(x+4)+8(x+4)=(x+8)(x+4)$

f) $x^2+4x+3=x^2+3x+x+3=x(x+3)+(x+3)=(x+3)(x+1)$

g) $x^2-3x-28=x^2+(4-7)x+(4)(-7)=x^2+4x-7x-28$
$=x(x+4)-7(x+4)=(x-7)(x+4)$

h) $x^2-5x+6=x^2-2x-3x+6=x(x-2)-3(x-2)=(x-3)(x-2)$

پوښتني

1- لاندي افادي تجزیه کړئ.

a) $x^2+7x+12$ b) m^2-6m-7

c) a^2+a-2 d) x^2-x-20

2- لاندي افادي ضرب کړئ.

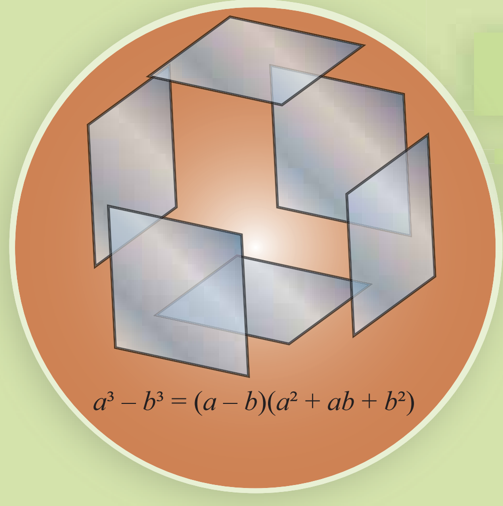
a) $(2x-1)(x+3)$ b) $(\sqrt{2}+x^2)(x-\sqrt{2})$

c) $(a-3)(a+4)$ d) $(0.5xm-\frac{1}{2})(4xm+0.5)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مکعبونو مجموع او تفاضل



شکل ته پام وکړئ، وواياست چې ددې سطحو څخه که سره نږدی شي، کوم جسم په لاس راځي.

فعاليت

لاندې جدول ډک کړئ:

a	b	$a^3 + b^3$	$(a + b)$	$a^2 - ab + b^2$	$(a + b)(a^2 - ab + b^2)$
5	2				
4	1				
−3	2				
3	−2				
4	4				

- د دوو $a^3 + b^3$ او $(a+b)(a^2 - ab + b^2)$ ولاړو لیکو ترمنځ څه اړیکی لیدل کیږي؟
- ایا کولای شئ یوه ورته رابطه د $a^3 - b^3$ لپاره ولیکئ.

دپورتنی فعالیت څخه کولای شو دا پایله ولیکو:

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$
$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

دا رابطه کولای شو چې په الجبري ډول وښیو:

$$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a(a^2 - ab + b^2) + b(a^2 - ab + b^2)$$
$$= a^3 - a^2b + ab^2 + ba^2 - ab^2 + b^3$$
$$= a^3 + b^3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: لاندې الجبري افادې تجزیه کړئ.

$a)\ b^3-8 \qquad b)\ a^6b^6-x^3y^3 \qquad c)\ h^3+\frac{1}{h^3}$

حل: لومړی الجبري افاده د $a^3 \pm b^3$ مطابقت شکل ته اړه وو، وروسته د مطابقت په مرسته هغه تجزیه کوو:

$a)\ b^3-8=b^3-2^3=(b-2)(b^2+2b+4)$

$b)\ a^6b^6-x^3y^3=(a^2b^2)^3-(xy)^3=(a^2b^2-xy)(a^4b^4+a^2b^2xy+x^2y^2)$

$c)\ h^3+\frac{1}{h^3}=h^3+(\frac{1}{h})^3=(h+\frac{1}{h})(h^2-1+\frac{1}{h^2})$

دویم مثال: دیوه مکعب مستطیل حجم داسې $27x^3-\frac{1}{8}$ ښودل شوی دی، که د مکعب مستطیل جګوالی $3x-\frac{1}{2}$ وی ددې مکعب مستطیل دقاعدې مساحت به څومره وي؟

$$\text{د مکعب مستطیل حجم} = \text{د قاعدې مساحت} \times \text{ارتفاع} \Rightarrow \text{د قاعدې مساحت} = \frac{\text{د مکعب مستطیل حجم}}{\text{ارتفاع}}$$

$$\text{د قاعدې مساحت} = \frac{27x^3-\frac{1}{8}}{3x-\frac{1}{2}} = \frac{(3x)^3-(\frac{1}{2})^3}{3x-\frac{1}{2}} = \frac{(3x-\frac{1}{2})[(3x)^2+\frac{3}{2}x+\frac{1}{4}]}{(3x-\frac{1}{2})} = 9x^2+\frac{3}{2}x+\frac{1}{4}$$

دریم مثال : د $\frac{x^3-y^3}{x^2+xy+y^2}$ افاده ساده کړئ:

حل : لومړی دصورت مطابقت په انکشافي یا غزیدلی بڼه لیکو:

$$\frac{x^3-y^3}{x^2+xy+y^2}=\frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{x^2+xy+y^2}=x-y$$

څلورم مثال :د $x^3+\frac{2}{x^3}$ افاده تجزیه کړئ:

$$x^3+\frac{2}{x^3}=x^3+\frac{(\sqrt[3]{2})^3}{x^3}=x^3+(\frac{\sqrt[3]{2}}{x})^3$$

$$=(x+\frac{\sqrt[3]{2}}{x})(x^2-\sqrt[3]{2}+\frac{\sqrt[3]{4}}{x^2})$$

پوښتنې

1- د $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$ مساوات صحت په الجبري بڼه وښیئ.

2- لاندې افادې تجزیه کړئ.

$a)\ a^6b^6+x^3y^3 \qquad b)\ 8+b^3 \qquad c)\ x^{12}-y^{12}$

$d)\ 125x^3+y^3 \qquad e)\ 0.125x^3-1 \qquad f)\ \frac{1}{x^3}+1$

$g)\ 8-64a^3b^6 \qquad h)\ 8a^3-27b^3 \qquad i)\ b^6-1$

کوچنی ګډ مضرب (L.C.M)

د $\frac{5}{6}+\frac{3}{4}$ د کسرونو په حاصل کې د 6 او 4 د کوچنی ګډ مضرب یا دواړو کسرونو ګډ مخرج پیداکولو لپاره مو یوه لاره درلوده د $\frac{2}{2x+2}+\frac{3}{x^2-1}$ جمعې د حاصل لپاره څه وړاندیزونه کوئ؟

فعالیت

- د $\frac{2}{8}$ او $\frac{3}{6}$ کسرونو د جمع حاصل لپاره مو لومړی د ٦ او ٨ کوچني ګډ مضرب یا دواړو کسرونو ګډ مخرج پیداکولو پړاوونه توضیح کړئ.
- د $2x+2$ او x^2-1 افادې په ضربي عواملوتجزیه کړئ.
- ضربي ګډ او ناګډعوامل یې وټاکئ.
- د $2x+2$ او x^2-1 کوچني ګډ مضرب پیدا کولو لپاره سوچ وکړئ څه باید وکړو.
- د $2x+2$ او x^2-1 کوچني ګډ مضرب څودی؟هغه په لاس راوړئ.
- د $\frac{2}{2x+2}+\frac{3}{x^2-1}$ کسرونو د جمع حاصل په لاس راوړئ.

ددوو یاځو الجبري افادوکوچنی ګډ مضرب دپیداکولولپاره لومړی هغوی په لومړنیو ضربي عواملوتجزیه، وروسته هغه ګډعوامل چې ترټولولوی توان لري د ناګډعواملو سره ضربووچې کوچنی ګډ مضرب په لاس راځي.

لومړی مثال: د $4x^2$، $2x+2$ او x^2-1 کوچنی ګډ مضرب په لاس راوړئ.

حل: لومړی افادې جلاجلا تجزیه کوو

$$4x^2 = 2^2x^2$$
$$2x+2 = 2(x+1)$$
$$x^2-1 = (x-1)(x+1)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لیدل کېږي چې هغه ګډ عامل چې لوی توان لري $(x+2)$ او 2^2 دی، چې د ضرب حاصل یې د ناګډوعواملوسره برابر په $2^2(x+1)(x-1)x^2 = 4x^2(x^2-1)$ دی. چې د کوچني ګډ مضرب یا (L.C.M) په نامه یادېږي.

دویم مثال: د $68x^2+40x+32$ ، $6x^2-6$ او $4x^2+12x-16$ افادوکوچنی ګډ مضرب پیدا کړئ.

$$4x^2+12x-16 = 4(x^2+3x-4) = 2^2(x+4)(x-1)$$
$$8x^2+40x+32 = 8(x^2+5x+4) = 2^3(x+4)(x+1)$$
$$6x^2-6 = 6(x^2-1) = 2\times 3(x-1)(x+1)$$

په پایله کې کوچنی ګډ مضرب عبارت له:

$$2^3\times 3(x+1)(x+4)(x-1)$$

پوښتنې

د کوچني ګډ مضرب په پام کې نیولو سره یې ساده کړئ.

1) $\frac{2x}{3}-\frac{4}{5x}\div\frac{3}{10x}$

2) $\frac{3x-1}{x^2+2x-15}-\frac{2}{x+5}$

3) $\frac{2}{x-1}+\frac{x}{x+1}-\frac{4}{x^2-1}$

4) $\frac{2}{x^2-1}+\frac{3}{x^3-1}+\frac{1}{x+1}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د الجبري افادو ويش

پام وکړئ چې د مخرج افاده د صورت په کومه افاده پورې اړه لري، کولای شئ هغه ساده کړئ.

$$\frac{2xy^2-4x^2y^4}{-2xy^2}=?$$

فعالیت

- کله چې د $\frac{995}{7}$ کسر نور ونشو کړای ساده یا اختصار کړو؛ نو پایله څه ده؟
- لاندې الجبري افادې ترممکن حده پورې ساده کړئ.

a) $\frac{2m^2y-3x^3y^4+24xy^3}{-3xy^2}$, $x\neq 0 \wedge y\neq 0$

b) $\frac{x^2-5x+6}{x-2}$, $x\neq 2$

c) $\frac{x^3-x^2-x-6}{x+2}$, $x\neq -2$

- لاندې عملیوته پاملرنه وکړئ او توضیح کړئ چې هرګام دکوم کاریه پایله کې لاس ته راځي ولې؟

a)
$$\begin{array}{r|l} 995 & 7 \\ \underline{-7} & 142 \\ 29 & \\ \underline{28} & \\ 15 & \\ \underline{14} & \\ 1 & \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r|l} x^3-2x^2-11x-6 & x+2 \\ \underline{\pm x^3 \pm 2x^2} & x^2-4x-3 \\ -4x^2-11x & \\ \underline{\mp 4x^2 \mp 8x} & \\ -3x-6 & \\ \underline{\mp 3x \mp 6} & \\ 0 & \end{array}$$

- د (a) په جزء کې مووليې ویش دکیني خوا له لومړی رقم ۹ څخه پیل کړ؟ سوچ وکړئ په (b) جزء کې مو ولې له x^3 څخه د ویش عملیه پیل کړې ده؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ليکل اوترتيبول د يوي الجبري افادې د کينړ لوري (خوا) نه ښي لوري (خوا) ته په ترتيب د لوېې درجې څخه کوچنی درجې ته د پولينوم نزولي ترتيب نوميږي

ددوالجبري افادو يو پربل د ويش لپاره لاندې پړاوونه ترسره کړئ.

۱- د مقسوم او مقسوم عليه پولينومونه په نزولي ډول ترتيب کړئ.

۲- د مقسوم لومړی حد د مقسوم عليه په لومړی حد وويشی چې حاصل يې د خارج قسمت لومړی حد دی.

۳- په لاس راغلی خارج قسمت د مقسوم عليه په ټولوحدونو کې ضرب حاصل يې د مقسوم له ورته حدودونه تفريق کوو.

٤- د مقسوم بل حد راښکته کوود پاتې افادې څنګ ته يې ليکو وروسته ددې افادې لومړی حد د مقسوم عليه په لومړی حد ويشواوحاصل يې د مقسوم عليه په ټولوحدودوکې ضربوواوحاصل يې له پاتې افادې څخه تفريق کوو.

٥- وروسته ۲، ۳، ٤ پړاوونوته ترهغه ادامه ورکووچې د پاتې حدودو درجه د مقسوم عليه د حدونو له درجې څخه کوچنی شي.

لومړی مثال : د $x^3-3x^2-23x+30$ افاده په $x-6$ افاده ويشی.

$$\begin{array}{r|l} x^3-3x^2-23x+30 & x-6 \\ \cline{2-2} \underline{-x^3\mp 6x^2} & x^2+3x-5 \\ 3x^2-23x & \\ \underline{-3x^2\mp 18x} & \\ -5x+30 & \\ \underline{\mp 5x\pm 30} & \\ 0 & \end{array}$$

د تقسيم مراحل

$$I-\ \frac{x^3}{x}=x^2$$

$$II-\ \frac{3x^2}{x}=3x$$

$$III-\ \frac{-5x}{x}=-5$$

دویم مثال: د $x^5-2x^3+x^2-8x+4$ افاده په x^2-x-4 افادی وویشئ.

حل : دمقسوم اومقسوم علیه پولینومونه په نزولي ډول ترتیبوواوبیا عملیه سرته رسوو.

$$
\begin{array}{r|l}
x^5+0.x^4-2x^3+x^2-8x+4 & x^2-x-4 \\
\underline{-x^5\mp x^4\mp 4x^3} & x^3+x^2+3x+8 \\
x^4+2x^3+x^2 & \\
\underline{-x^4\mp x^3\mp 4x^2} & \\
3x^3+5x^2-8x & \\
\underline{-3x^3\mp 3x^2\mp 12x} & \\
8x^2+4x+4 & \\
\underline{-8x^2\mp 8x\mp 32} & \\
12x+36 &
\end{array}
$$

د تقسیم مراحل

$$
\left.\begin{array}{l}
I-\quad \dfrac{x^5}{x^2}=x^3 \\
II-\quad \dfrac{x^4}{x^2}=x^2 \\
III-\quad \dfrac{3x^3}{x^2}=3x \\
IV-\quad \dfrac{8x^2}{x^2}=8
\end{array}\right\}
$$

څرنګه چې د دوو عددونو ویش دسموالي لپاره مودوه شرطونو څیړل، نو د دوو الجبري افادو د ویش دسموالی لپاره هم دوه شرطونه څیړو.

1- د خارج قسمت اومقسوم علیه د ضرب حاصل جمع پاتې د مقسوم دالجبري افادې سره باید برابره وي.

۲- د پاتې درجه د مقسوم علیه له درجې څخه باید کوچنی وي.

لکه په دویم مثال کې:

$$
\begin{aligned}
(x^2-x-4)(x^3+x^2+3x+8)+12x+36 \\
=x^5-2x^3-8x+4
\end{aligned}
$$

لیدل کیږي چې د خارج قسمت او مقسوم علیه د ضرب حاصل جمع پاتې د مقسوم له افادې سره برابر دی او د خارج قسمت درجه نظر x ته له ۲ سره برابره ده پاتې درجه (۱) ده نو په لاس راغلی پایله سمه ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم مثال: د $2x^2 + x^4 - 3x + 1$ افاده په $x + 3$ افاده وویشئ:

حل: لومړی دمقسوم اومقسوم علیه افادې په نزولي ډول ترتیبوو.

$$
\begin{array}{l|l}
x^4 + 0\cdot x^3 + 2x^2 - 3x + 1 & x + 3 \\ \hline
\underline{-x^4 \pm 3x^3} & x^3 - 3x^2 + 11x - 36 \\
\quad -3x^3 + 2x^2 & \\
\quad \underline{\mp 3x^3 \mp 9x^2} & \\
\qquad 11x^2 - 3x & \\
\qquad \underline{\pm 11x^2 \pm 33x} & \\
\qquad\quad -36x + 1 & \\
\qquad\quad \underline{\mp 36x \mp 108} & \\
\qquad\qquad 109 &
\end{array}
$$

پوښتنې

د لاندې افادو د ویش حاصل پیدا کړئ.

1) $(2t^3 - 4t^2 - 2t - 6) \div (t^2 + 9t + 7)$

2) $(1 - x^2 - x) \div (1 - x)$

3) $(2y^3 + y - 3y) \div (y^2 - 3y - 1)$

4) $(2x^3 + 5x^2 - x - 1) \div (x + 3)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د الجبري افادو د عملیو سر ته رسولو ترتیب

که چیرې په الجبري افادو کې مخامخ نښې راغلې وي په څه ډول په ترتیب سره افاده ساده کوو؟

فعالیت

• دلاندې افادو ساده کولو لپاره کومې عملیې سرته ورسوو. د عملیې د سرته رسولو ترتیب په شمیر سره ونوموئ.

$$3-2^4\times5+(16\div4)$$

$$4\times5\div2-3(2+3^2)+2$$

$$3x^2-4x(2+x)$$

$$2x-3\{-2(x+1)(x+2)\}+6x\div2$$

په پورتنې فعالیت کې وموليدل چې دالجبري افادو عملیو په ترتیب سره سرته رسول دعددونو قانون له ترتیب څخه پیروي کوي. دیوې الجبری افادې دساده کولو لپاره په ترتیب سره په لاندې ډول عمل کوو

1- توان رفع کوو.

۲- د قوسونو په لرلو سره لومړی هغه ساده کوو.

۳- په ترتیب سره له کین څخه ښي اړخ ته د ضرب او ویش عملیې سرته رسوو.

٤- په ترتیب سره له کین څخه ښي اړخ ته د جمع او تفریق عملیې سرته رسوو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال : لاندې افادې ساده کړئ.

1) $\frac{1}{2}m-3\left\{\left[5(m-\frac{1}{2}-m)\right]-m-6\right\}\div 2$

$=\frac{1}{2}m-3\left\{5m-\frac{5}{2}-5m-m-6\right\}\div 2$

$=\frac{1}{2}m-3\left\{-m-\frac{17}{2}\right\}\div 2$

$=\frac{1}{2}m+(3m+\frac{51}{2})\times\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{2}m+\frac{3}{2}m+\frac{51}{4}$

$=\frac{m+3m}{2}+\frac{51}{4}=\frac{4m}{2}+\frac{51}{4}$

$=2m+\frac{51}{4}$

2) $2x-1-\{-2(x+2)\}+2x\div 2\times 5x$

$=2x-1-(-2x-4)+2x\div 2\times 5x$

$=2x-1+2x+4+x\times 5x$

$=2x-1+2x+4+5x^2$

$=4x+5x^2+3$

فعاليت

• مخامخ عبارتونه ساده کړئ:

a) $\sqrt[3]{\frac{5}{8}}$

b) $\sqrt{8x^3y^3}$

c) $\sqrt{3a\sqrt{49a^2}}$

• د $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ او $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ کسرونو دمخرج د جذرونود منځه ورلو لپاره چې مخرج گويا شي $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ او $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ دکوم مطابقت څخه مرسته اخيستلای شئ.

• د $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ او $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ کسرونوجذرونه په مخرج له منځه يوسي اوساده يې کړئ.
ديوکسردمخرج د جذرونو د منځه ورلوعمليه د الجبري کسر دگويا کولو يا ناطق کولو په نامه يادېږي.

مثال : لاندې کسرونو مخرج ناطق کړئ

1) $\frac{2}{\sqrt{x}}$ 2) $\frac{2}{\sqrt[3]{a}}$

3) $\frac{a-1}{\sqrt{a}-1}$ 4) $\frac{5}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

حل:

1) $$\frac{2}{\sqrt{x}}=\frac{2}{\sqrt{x}}\times\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x^2}}=\frac{2\sqrt{x}}{x}$$

2) $$\frac{2}{\sqrt[3]{a}}=\frac{2}{\sqrt[3]{a}}\times\frac{\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[3]{a^2}}=\frac{2\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[3]{a^3}}=\frac{2\sqrt[3]{a^2}}{a}$$

3) $$\frac{a-1}{\sqrt{a}-1}=\frac{a-1}{\sqrt{a}-1}\times\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}+1}=\frac{(a-1)(\sqrt{a}+1)}{(\sqrt{a})^2-1^2}=\frac{(a-1)(\sqrt{a}+1)}{a-1}=\sqrt{a}+1$$

4) $$\frac{5}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}=\frac{5}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}=\frac{5(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2}=\frac{5(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{2-3}=\frac{5(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{-1}=-5(\sqrt{2}+\sqrt{3})$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوې الجبري افادې د ساده کولو لپاره په ترتیب سره لومړی قوسونه له منځ څخه وړو، ورپسې د توان عملیه او په پای کې په ترتیب سره د ویش، ضرب، جمع او تفریق عملیې له بنې څخه کیڼ اړخ ته سر ته رسوو.

- د $\sqrt{x}$ د ناطق کولو عامل $\sqrt{x}$ دی.
- د $\sqrt{x}+1$ د ناطق کولو عامل $\sqrt{x}-1$ دی.
- د $\sqrt{x}+\sqrt{y}$ د ناطق کولو عامل $\sqrt{x}-\sqrt{y}$ دی.

پوښتنې

لاندې افادې ساده کړئ.

1) $2x\times -2\{3x-(2+x)-1\}\div 2$

2) $\frac{1}{3}y-5\left\{-2\left[6(y-\frac{1}{3}-y\right]\right\}\div 3$

3) $5+(-18)-[24+(-30)]\times(-7)$

4) $[(-102)+(-330)]\div 16+[168+240-(-210)]\div 6$

5) $\frac{2}{\sqrt{7}}$

6) $\frac{3}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$

7) $2\sqrt{2000ab}-\frac{b}{a}\sqrt{72ab}$

8) $\frac{2a}{\sqrt{a}}$

9) $\frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$

10) $2\sqrt{18x}+\sqrt{50x}-\frac{1}{2}\sqrt{20x}$

11) $(\sqrt{2}+1)(1-\sqrt{2})$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

دڅپرکي لنډيز

- هغه الجبري افادې چې د يوه حد څخه جوړه شوي وي دمونوم يا يو حده په نامه يادېږي
لکه: ax^n
- هغه الجبري افاده چې له دوو حدونو څخه جوړه شوې وي، دوه حده يا بينوم بلل کېږي،
لکه: ax^2+b
- هغه الجبري افاده چې له دريو حدونو څخه جوړه شوې وي، درې حده يا ترينوم بلل کېږي،
لکه: ax^2+bx+c
- هغه الجبري افادې چې له څوحدونوڅخه جوړې شوې وي او د تورو توانونه ئې مکمل عدونه وي څوحده يا پولينوم بلل کېږي
لکه: $ax^5+bx^3+cx^2-x-d$
- په يوه الجبري افاده کې د متحول ترټولولوی توان دالجبري افادې درجه بلل کېږي.
- د پولينوم هغه ترتيب چې دکينې خوا څخه ښي خواته له لوی توان څخه کوچني ته ترتيب شوی وي، نزولي ترتيب بلل کېږي.
- دهر a او b لپاره لرو:

$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$$
$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

- دالجبري افادوګډوعواملوچې ترټولولوی توان ولري دضرب حاصل له ناګډوعواملوسره د L.C.M په نامه يادېږي.
- که چيرې په يوه الجبري افاده کې قوسونه او(+ ، - ، × او ÷ ...) عمليې راغلي وي دساده کولولپاره يې په ترتيب سره لومړی کوچنی، منځنی او بيا لوی قوس له منځه ورو وريسې د توان عمليه او په پای کې په ترتيب سره د وېش، ضرب جمع او تفريق عمليې له کيڼ څخه ښي اړخ ته سرته رسوو.
- د $\sqrt{x}$ د ناطق کول عامل $\sqrt{x}$ دی.
- د $\sqrt{x}+1$ د ناطق کولوعامل $\sqrt{x}-1$ دی.
- د $\sqrt{x}+\sqrt{y}$ د ناطق کولوعامل عبارت له $\sqrt{x}-\sqrt{y}$ دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دپنځم څپرکی پوښتني

• په لاندې سوالونوکې هرسوال ته څلورځوابونه ورکړل شوی سم ځواب یې وټاکئ.

1- د $2x^2-\frac{1}{2}x$ افاده کې ګډ عامل :

a) 2 دی. b) x دی. c) $2x$ دی. d) نه لري.

2- د $(x-2)(x+3)$ الجبري افادودضرب حاصل عبارت له:

a) x^2+5x+6 b) x^2-5x-6

c) x^2+x-6 d) x^2-x+6

3- د $\frac{3}{x^2-1}+\frac{3}{2x+2}$ افادې کوچنی ګډ مضرب عبارت له :

a: $2(x+1)(x-1)$ b) $(x+1)(x-1)$

c) $(2x+2)(x^2-1)$ d) هیڅ یو.

4- د $\frac{2x-4x^3+x^2+16x-8}{2x^2-8}$ افادې دویش حاصل عبارت له:

a) $-2x+1$ b) $(-2x+1)(2x)+\frac{-2x}{2x^2-8}$

c) الف او ب d) هیڅ یو.

5- د $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ د ناطق کولوعامل عبارت له :

a) $\sqrt{a}$ b) $\sqrt{b}$

c) $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ d) $\sqrt{a}-\sqrt{b}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

● تش ځایونه په مناسبو جملو ډک کړئ.

۱- د $2x^3-4x^2+3x-1$ الجبري افاده یوه . . . . حده درجه . . . . افاده ده.

۲- د $x^2+7x+12$ الجبري افادې ضربي عوامل . . . . .او. . . . . . . .دی.

۳- د $\frac{x^2-1}{x+1}$ ویش حاصل عبارت له . . . . دی.

٤- $a^3+b^3=$ (. . . . .)(. . . . .)

٥- د $(x^2+x-1)(x^2-x-1)$ دضرب حاصل عبارت له . . . . دی.

● په لاندې جملو کې کومه یوه سمه اوکومه یوه ناسمه ده، د سمې مخ ته (س) توری او ناسمې مخ ته (ن) توری ولیکئ

۱- (   ) هغه الجبري افادې چې دځو حدونوڅخه جوړه شوې وي، د پولینوم په نامه یادیږي.

۲- (   ) د $x^2+2ax+a^2$ افادې تجزیه $(x+a)$ $(x+a)$ ده

۳- (   ) د $21x^3y^3$ او $14x^3y^2$ کوچنی ګډ مضرب $42x^3y^4$ دی.

4- (   ) $a^3-b^3=(a+b)(a^2+ab+b^2)$

5- (   ) $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

• لاندې سوالونه مفصل حل کړئ

۱- تجزیه یې کړئ

$a)\ y^2 - y - 2$

$b)\ a^2 - b^2 + 2bc - c^2$

$c)\ 21a - 14ab + 28a^2$

$d)\ 72m^8n^6 - 98m^6n^8$

$e)\ a^2x^2 + \frac{1}{2}ax + \frac{1}{16}$

$f)\ 1 + 2ab - (a^2 + b^2)$

2- ساده یې کړئ

$a)\ \frac{x-1}{x-2} - \frac{x+1}{x-2} + \frac{1}{x^2-4}$

$b)\ \frac{(x+h)^3 - x^3}{h}$

$c)\ \frac{a^2b^{-2} - b^2a^{-2}}{ab^{-1} - ba^{-1}}$

3- و یې ویشئ

$a)\ \frac{12a^2 - 4a + 20}{40 - 5a}$

$b)\ \frac{a^4 - b^4}{a - b}$

$c)\ 2x^3 - x^2 - 4 \div (x - \frac{1}{2})$

$d)\ (x^3 - 5x + 6) \div (x - 2)$

$e)\ x^2 - 5x + 64 \div (-x + 5)$

شپرِم خچــرکی
غیر مساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

غیر مساوات
Inequality

تله په کوم حالت کې قرار لري؟ ولې؟

عموماً په ورځني ژوند کې د غیر مساوي کمیتونو پرتله کولو ته اړتیا لرو، لکه د یوه ټولګي د زده کوونکو د نمرو مجموع له زیاتو څخه کمو نمرو ته درجه بندي کړو، ایا تاسې کولی شئ داسې نور مثالونه په ورځني ژوند کې وښیي چې نا مساوي عددونه سره پرتله شي.

که چیرې عددونه دي($<,\leq,>,\geq$) علامو په مرسته اړیکې ولري د نامساوي په نامه یادیږي

لکه: $-3<2$, $5>4$ ...

فعالیت

- د $3,\frac{-3}{2},\sqrt{2},-4$ او $\frac{2}{3}$ عددونه د عددونو په محورو وټاکئ.

- له مناسبو علامو څخه په کار اخیستلو، پورتني عددونه په ترتیب سره له کوچني څخه تر لوی پورې ولیکئ.
- د اعدادو په محور د اعدادو د ترتیب او د اعدادو د ځای تر منځ څه اړیکې وینئ؟

د پورتنی فعالیت مشاهدات په لاندې ډول داسې لنډوو:

د عددونو په محور هغه عدد چې د عدد ښي خواته پروت وي، لوی او له هغه عدد څخه چې د هغې کینې خوا ته پروت دی کوچنی دی.

په بشپړ(کلي) ډول ویلی شو چې که د b,a او c دري حقیقي عددونه وي، نو لیکلای شو، چې:

$$a<b\ ,\ b<c \quad \Rightarrow \quad a<c$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

فعالیت

- دوه غیر مساوي عددونه وټاکئ او دهغوی تر منځ اړیکه د کوچنی یا لویې علامو په کار اخیستلو بیان کړئ.
- د غیر مساوي دواړو خواوو ته د ۵ عدد ورجمع کړئ، ایا د غیر مساوي د علامې په لوري کې څه بدلون راځي؟
- د پورتنی غیر مساوي له دواړو خواوو څخه د ۳ عدد تفریق کړئ، ایا د غیر مساوي د علامې په جهت کې څه بدلون راځي؟

په بشپړ ډول سره د پورتنی فعالیت پایله داسې بیانوو:

که $a < b$ وي نو د b, a او c اختیاري حقیقي عددونو لپاره لرو:

$$a + c < b + c$$
$$a - c < b - c$$

فعالیت

- دوه نامساوي عددونه وټاکئ او دهغوی تر منځ اړیکه د کوچنی یا لویې علامې($<$) څخه په کار اخیستلو ولیکئ.
- د پورتنی غیر مساوي دواړه خواوې د ٤ په عدد کې ضرب کړئ، ایا د غیر مساوات د علامې په جهت کې څه بدلون راځي؟
- د پورتنی غیر مساوات دواړه خواوې د ٤- په عدد کې ضرب کړی، ایا د غیر مساوات د علامې په جهت کې څه بدلون راځي؟
- که د $4 < 7$ غیر مساوات دواړه خواوې معکوس کړو، ایا د غیر مساوات د علامې په جهت کې بدلون راځي.

په بشپړ ډول د پورتنی فعالیت پایله داسې بیانوو:

د b, a او c حقیقي عددونو لپاره لرو چې:

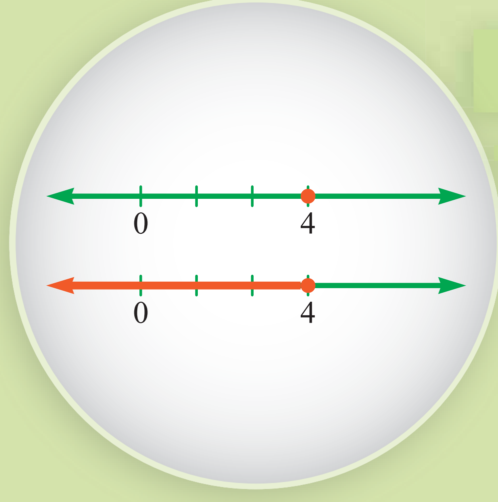
$$a < b \quad , \quad 0 < c \Rightarrow ac < bc$$
$$a < b \quad , \quad c < 0 \Rightarrow ac > bc$$
$$0 < a < b \quad \Rightarrow \frac{1}{b} < \frac{1}{a}$$

په یاد ولرئ چې د ویش عملیه د ضرب د عملیې معکوسه عملیه ده، یعني که وغواړو چې یو عدد په a وویشو هغه عدد په $\frac{1}{a}$ کې ضربوو نو د غیر مساوات د ضرب د عملیې ټول خواص د ویش په عملیه کې هم حقیقت لري.

پوښتنې

د $9 > -3$ په نا مساوي کې د یو اختیاري عدد په جمع او تفریق کولو سره د غیر مساوات ټول خواص وڅیړئ.

د لومړۍ درجه خطي غیر مساوات حل



د $x = 4$ او $x \leq 4$ دوه الجبري جملې په پام کې ونیسئ.
د دې عبارتونو تر منځ څه ورته والی او څه توپیر وینئ.

فعالیت

- د $x+3=7$ معادله، د x د کوم عددي قیمت لپاره سمه ده.
- آیا د x په لاس راغلی قیمت څخه پرته بل قیمت x ته پیدا کولای شئ چې په معادله کې ربتینوالي ولري؟
- د x د کوم عددي قیمت لپاره د $x+3<7$ نامساوي سمه ده.
- ایا د x په لاس راغلی قیمت څخه پرته، بل قیمت شته چې غیر مساوات صدق پرې وکړي.

- د x د څو عددي قیمتونو لپاره پورتنی غیر مساوات صدق کوي.

د پورتنی فعالیت په لیدو سره نامساوي د مساوات په پرتله ډېر حلونه لري.
هغه الجبري رابطې چې د($>, <, \leq$ او $\geq$) علامو په مرسته یو له بل سره اړیکې ولري او په هغه کې د متحول توان یو وي د لومړۍ درجه یو مجهوله یا خطي نامساوي بلل کېږي.
لاندې نامساوي د یو مجهوله لومړۍ درجې نامساواتو بېلګه ده.

$x+3<0 \quad , \quad 2x-\frac{1}{3}>3-x$

$6x+7\leq 5 \quad , \quad \frac{x}{5}+\sqrt{2}\geq 12$

(c) ketabton.com: The Digital Library

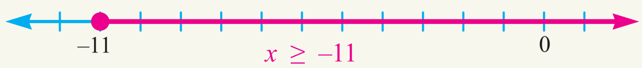
په بشپړ ډول د x د هغو قیمتونو پیدا کولو لپاره چې په غیر مساوات کې حقیقت ولري د غیرمساواتو د خواصو څخه په ګټه اخیستنې سره غیر مساوات ته داسې بدلون ورکوو چې د غیر مساوات یو اړخ ته x او بل اړخ ته یې عددونه پراته وي.
د غیر مساوات د حل څخه موخه دا ده چې د x لپاره هغه قیمتونه پیدا کړو چې غیر مساوات په ساحه کې حقیقت ولري دا ساحه د غیر مساوات د حل ساحه بلل کېږي.

لومړی مثال: د $x+4\geq -7$ غیر مساوات حل کړئ او د غیر مساوات د حل ساحه یې د عددونو په محور وښیئ.

حل: د نامساوي په دواړو خواوو کې د (-4) عدد په جمع کولو سره لرو چې:

$$x+4-4\geq -7-4$$

$$x\geq -11$$



دویم مثال: د $2x+1>5$ نامساوي حل کړئ.

حل: د غیر مساوات له خواصو څخه په ګټه اخیستنې سره کولای شو چې معلوم د غیرمساوات علامې یو اړخ ته او مجهول بل اړخ ته نقل کړو:

$$2x+1>5$$

د نامساوي له دواړو خواوو څخه د (-1) عدد تفریق کوو:

$$2x+1-1>5-1$$

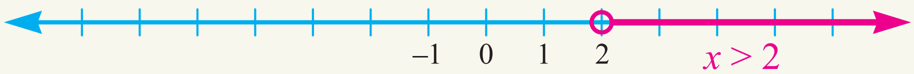
$$2x>4$$

د نامساوي دواړه خواوې په 2 ویشو یا په $\frac{1}{2}$ کې یې ضربوو:

$$\frac{1}{2}\times(2x)>\frac{1}{2}\times 4$$

$$x>2$$

یعنې د ټولو هغو قیمتو لپاره چې له 2 څخه لوی وي غیر مساوات صدق کوي دا مطلب د



(c) ketabton.com: The Digital Library

عددونو په محور داسې ښودلای شو.

پوښتنه: سوچ وکړئ چې ولې په لومړي مثال کې د عددونو په محور 11- په(●) او دويم مثال کې د عددونو په محور 2 په(o) ښودل شوی دی؟

په دې دوو مثالونو کې هغو علامو ته چې د غيرمساوات د حل ساحې ټاکلو لپاره پکار وړل شوی پاملرنه وکړئ.

په عمومي حالت کې د $ax + b < cx + d$ الجبري عبارت چې په هغه کې a, b, c او d حقيقي عددونه او x متحول وي، لومړی درجه يو مجهوله يا خطي غيرمساوات بلل کېږي.

د غيرمساوات د حل لپاره لاندې ټکي په پام کې نيسو:

- د غيرمساوات د خواصو په پام کې نيولو سره معلوم يو اړخ او مجهول د غيرمساوات بل اړخ ته انتقالوو.
- معلوم عددونه په خپل منځ کې او مجهول حدونه خپل منځ کې جمع کوو.
- د متحول د عددي قيمت د پيدا کولو لپاره د غيرمساوات دواړه خواوې د متحول په ضريب د غيرمساوات د خواصو په پام کې نيولو سره وېشو.

دريم مثال: د $3x + 1 < x - 5$ نامساوي حل کړئ.

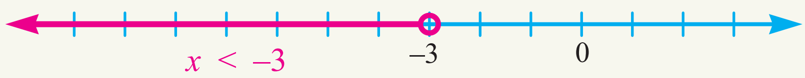
حل:

$$3x - x < -5 - 1$$

$$2x < -6$$

$$x < -\frac{6}{2}$$

$$x < -3$$



څلورم مثال: لاندې غيرمساوات حل کړئ.

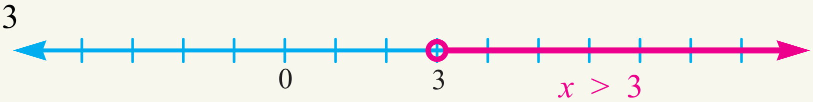
$$x + 5 < 3x - 1$$

$$x - 3x < -1 - 5$$

$$-2x < -6$$

$$\frac{-2x}{-2} > \frac{-6}{-2}$$

$$x > 3$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

1- د لاندې غیرمساواتو حل پیدا او د هغوی دحل ساحه د عددونو په محور وښیئ:

$a)\ 4x \geq 8$

$b)\ 8 + x < 5$

$c)\ 5 + x < 2x - 1$

$d)\ -3x - 4 > x + 7$

$e)\ \frac{3}{2}x - 1 > x - \frac{2}{3}$

$f)\ 0.5 - x < 3x - 1$

$g)\ 2 - x \leq 2$

$h)\ 2x - 5 - 7x > 0$

$i)\ 5x + 6 > 0$

2- د 1325 د ویش پر 25 باید تر ټولو لوی عدد پیدا کړو، چې په 25 کې ضرب او له 1325 څخه کوچنی یا ورسره مساوي شي، دا عبارت په غیرمساوات وښیئ او خارج قسمت یې پیدا کړئ.

3- که تاسې ته وویل شي چې د یوه فعالیت د سرته رسولو لپاره حد اکثر 5 ورځې وخت لري دا عبارت په غیرمساوات وښیئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

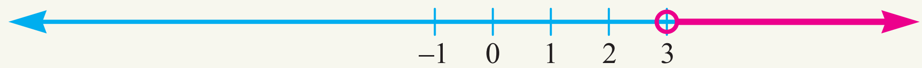
(c) ketabton.com: The Digital Library

فاصلې (انټروالونه)

د غیرمساوات د حل لپاره ډېر عددونه کولی شو په لاس راوړو چې دغه غیرمساوات حل وي، داسې ټول حقیقي عددونه که د یو سټ په ډول په پام کې ونیسو، دې سټ ته د غیرمساوات حل وایي.

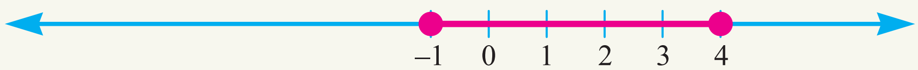
د مثال په ډول $x > 3$ د $3x - 2 > 7$ نامساوي د حل سټ دی، ځکه هر هغه عدد چې له 3 څخه لوی وي په نوموړې نامساوي کې صدق کوي، دا د حل سټ د رياضي په ژبه داسې ښودل کېږي: $\{x \in IR : x > 3\}$

داسې لوستل کېږي: د x ټول هغه حقیقي عددونه چې له دریو(3) څخه لوی وي.



ليدل کېږي، چې د عددونو دا سیټ د عددونو د محور يوه برخه ده، چې په رياضي کې ورته واټن(فاصله) یا انټروال وايي.

په لاندې شکل کې د عددونو په محور ټاکل شوې هغه فاصله(انټروال) ده، چې له 1- څخه لوی یا ورسره مساوي او له 4 څخه کوچنی یا ورسره مساوي دی.

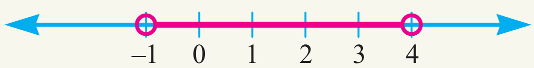


دا فاصله په $[-1,4]$ یا $\{x \in R : -1 \leq x \leq 4\}$ سره ښودل کېږي.

پاملرنه وکړئ چې د -1 او 4 عددونه په فاصله کې ګډون لري. په هغه حالت کې چې د انټروال د پیل او پای ټکی په کې ګډون ولري، دې واټن یا فاصلې ته تړلې فاصله وايي.

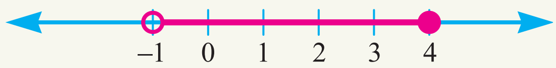
نو که په پورتنۍ فاصله کې د 1- او 4 ټکي ګډون و نلري دې فاصلې ته خلاص واټن یا فاصله وایي او په لاندې ډول یې ښودلای شو:

$(-1,4)=\{x \in IR : -1 < x < 4\}$



که د مخکني فاصلې د پای د ټکو څخه یوازې یو ټکی لکه 4 په فاصله کې شامل وي، هغې فاصلې یا واټن ته نیمه خلاصه یا نیمه تړلې واټن یا فاصله وایي، او هغه په لاندې شکل ښیو:

$(-1,4]=\{x \in IR: -1 < x \le 4\}$



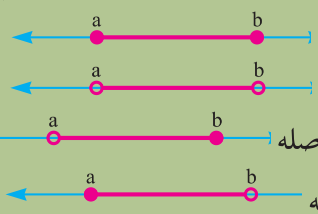
په عمومي ډول د هرو دوو a او b حقیقي عددونو چې $a \le b$ څخه وي لرو:

د a او b تړلې فاصله $[a,b]=\{x \in IR : a \le x \le b\}$

د a او b خلاصه فاصله $(a,b)=\{x \in IR : a < x < b\}$

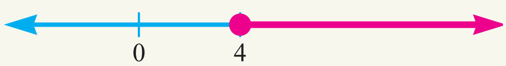
د a او b نیمه خلاصه فاصله $(a,b]=\{x \in IR : a < x \le b\}$

د a او b نیمه تړلې فاصله $[a,b)=\{x \in IR : a \le x < b\}$



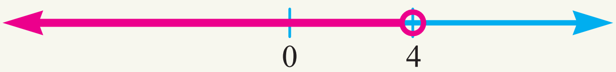
پاملرنه وکړئ چې د عددونو په محور باندې کولی شو هغه فاصلې په پام کې ونیسو چې له یوې خوا څخه تړلې نه وي، په دې حالت کې فاصله یا واټن د ∞ علامې څخه په ګټه اخیستنه چې هغه بې نهایت لولو ښیو، لکه د هغو عددونه سټ چې د 4 څخه لوی یا ورسره مساوي وي داسې ښیو:

$\{x \in IR : 4 \le x\}=[4,\infty)$



او هغه عددونه چې له 4 څخه کوچني وي، عبارت دی له:

$\{x \in IR : 4 > x\}=(-\infty,4)$



نو په عمومي ډول که a یو حقیقي عدد وي نو لرو چې:

د a څخه لوی حقیقي عددونه $(a,\infty)=\{x \in IR : a < x\}$

د a څخه لوی یا ورسره مساوي حقیقي عددونه $[a,\infty)=\{x \in IR : a \le x\}$

د a څخه کوچنی حقیقي عددونه وي. $(-\infty,a)=\{x \in IR : x < a\}$

د a څخه کوچني یا ورسره مساوي حقیقي عددونه. $(-\infty,a]=\{x \in IR : x \le a\}$

پوښتنې

1- لاندې انتروالونه د سټ په شکل ولیکئ او د عددونو په محور یې وښیئ

1) $[5,7]$ 2) $(9,-3)$ 3) $[-2,8)$ 4) $(6,1]$ 5) $[2,\infty)$

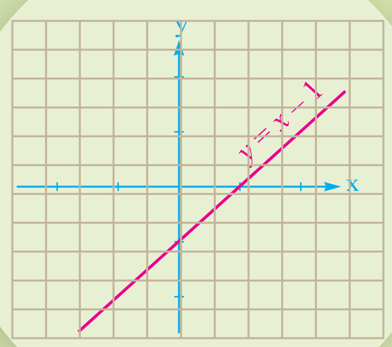
2- لاندې سټونه د انتروال په ډول ولیکئ:

1) $A=\{x \in IR: 2 < x < 6\}$ 2) $B=\{x \in IR: -3 \le x \le 5\}$

3) $C=\{x \in IR: 0 \le x < 4\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لومړۍ درجې دوه حده (بینوم) د علامې ټاکل



په مخامخ شکل کې x دکوم قیمت لپاره د $y = x - 1$ مستقیم خط د x د محور څخه د پاسه او د x دکوم قیمت لپاره مستقیم خط د x محور نه لاندې پروت وي.

فعالیت

- د $2x - 4$ الجبري افاده څو حده ده؟
- دا افاده د x متحول په کوم قیمت مساوي له صفر سره ده؟
- دا افاده د x متحول په کومو قیمتونو سره مثبت ده؟
- دا افاده د x متحول په کومو قیمتونو سره منفي ده؟

د پورتنی فعالیت ریاضي بیان په لاندې ډول په جدول کې لنډوو:

x	$x < 2$	2	$x > 2$
$2x - 4$	$-$	0	$+$

په دې جدول کې لیدل کېږي چې د $2x - 4$ بینوم په $x = 2$ کې مساوي په صفر دی او د هغو قیمتونو لپاره چې له 2 نه کوچني وي منفي علامه او په هغو قیمتونو کې چې له 2 نه لوی وي بینوم مثبته علامه لري.

لومړی مثال: د $P(x) = -\frac{1}{2}x + 3$ بینوم علامه وټاکئ.

حل: لومړی هغه قیمت پیداکوو چې بینوم په هغې کې صفر وي.

$$-\frac{1}{2}x + 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{-1}{2}x = -3 \quad \Rightarrow \quad x = 6$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

وروسته هغه قیمتونه چې بینوم په هغې کې مثبت وي، په لاس راوړو:

$$-\frac{1}{2}x+3>0 \quad \Rightarrow \quad \frac{-1}{2}x>-3 \quad \Rightarrow \quad x<6$$

په همدې ترتیب هغه قیمتونه چې بینوم په هغې کې منفي وي عبارت دی له:

$$-\frac{1}{2}x+3<0 \quad \Rightarrow \quad \frac{-1}{2}x<-3 \quad \Rightarrow \quad x>6$$

په لاس راغلی پایلې لاندې جدول کې راټولوو:

x	$x<6$	6	$x>6$
$-\frac{1}{2}x+3$	$+$	0	$-$

یادونه: په عمومي ډول د $ax+b$ بینوم د علامې د ټاکلو لپاره لومړی هغه قیمت په لاس راوړو چې بینوم په هغې کې صفر کېږي او د علامې د ټاکلو جدول یې په لاندې ډول دی.

$a>0$ -1

x	$x<-\frac{b}{a}$	$-\frac{b}{a}$	$-\frac{b}{a}<x$
$ax+b$	a ته مخالفه علامه	0	a سره ورته علامه

$a<0$ -2

x	$x<-\frac{b}{a}$	$-\frac{b}{a}$	$-\frac{b}{a}<x$
$ax+b$	د a مطابقه علامه	0	د a مخالفه علامه

پوښتنې

د لاندې الجبري افادو علامې وټاکئ:

1) $3x-9$ 2) $7x-2$ 3) $\frac{3}{4}x-1$

4) $0.5x+10$ 5) $2x-4+x-1$ 6) $\frac{1}{2}x+3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د کسري افادو د علامو تحلیل او ټاکل

$$\frac{?}{?} = + \qquad \frac{?}{?} = -$$

د a ، b حقیقي عددونو لپاره د $\frac{a}{b}$ کسر، څه وخت مثبت او څه وخت منفي علامه لري.

فعالیت

- د $\frac{3x+5}{2x-2}$ کسري افاده په پام کې ونیسئ.
- پورتنۍ افاده په کوم حالت کې مثبت کېږي.
- پورتنۍ افاده په کوم حالت کې منفي کېږي.
- د x په کوم قیمت سره د پورتني کسري افاده مساوي په صفر ده.
- ایا کولای شئ په نوموړي افاده کې د x په ځای (۱) وضع کړئ. ولې؟

د نوموړي افادې د صورت او مخرج د علامې د ټاکلو څخه وروسته کولای شو د نوموړي کسري افادې علامه د صورت او مخرج د علامو د ویش له حاصل څخه په لاس راوړو:

$$3x+5=0 \Rightarrow x=\frac{-5}{3}$$

پوهېږو چې د $x<\frac{-5}{3}$ لپاره د بینوم د صورت علامه منفي او د $x>\frac{-5}{3}$ لپاره د بینوم د صورت علامه مثبت ده.

د مخرج د علامې د ټاکلو لپاره لومړی هغه قیمت پیدا کوو، چې $2x-2$ په هغه کې صفر شي.

$$2x-2=0 \Rightarrow x=1$$

په پایله کې د $x<1$ څخه بینوم د مخرج علامه منفي او د $x>1$ لپاره د بینوم د مخرج علامه مثبت ده.

پاملرنه وکړئ په هغه قیمت کې چې د کسري افادې مخرج صفر کېږي نه دی تعریف شوی، پورتنی بحث په لاندې ډول د علامو د تحلیل او ټاکلو په جدول کې داسې لنډوو:

x	$x<-\frac{5}{3}$	$-\frac{5}{3}$	$-\frac{5}{3}<x<1$	1	$1<x$
$3x+5$	−	0	+		+
$2x-2$	−		−	0	+
$\frac{3x+5}{2x-2}$	+	0	−	نه دی تعریف شوی	+

نو د $x<\frac{-5}{3}$ او $x>1$ قیمتونو لپاره د $\frac{3x+5}{2x-2}$ کسري افادې اشاره مثبت او د $\frac{-5}{3}<x<1$ قیمتونو لپاره د $\frac{3x+5}{2x-2}$ کسر افادې اشاره منفي ده.

او د $x=\frac{-5}{3}$ قیمت لپاره کسري افاده مساوي صفر ده.

په عمومي ډول د کسري افادې د اشارې د تحلیل او ټاکلو لپاره لومړی د کسر د صورت او مخرج اشاره ټاکو وروسته د صورت او مخرج د اشارو او د ویش د حاصل څخه د کسري افادې اشاره په لاس راوړو.

مثال: د $\frac{-x+3}{x}$ کسري افادې اشاره وټاکئ.

حل:

$-x+3=0 \quad \Rightarrow x=3$

$x=0$

x		0		3	
$-x+3$	+		+	0	−
x	−	0	+		+
$\frac{-x+3}{x}$	−	نه دی تعریف شوی	+	0	−

پوښتنې

د لاندې کسري افادو اشاره وټاکئ.

$a)\ \frac{-x+1}{5+x}$ $\quad b)\ \frac{x}{x+1}$ $\quad c)\ \frac{1}{x}+\frac{2}{7}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

کسري غیرمساوات

$$y = \frac{x+1}{x}$$

$y > 0$

$y < 0$?

د x په کوم قیمت سره د مخامخ کسري افاده مثبت او د x په کوم قیمت سره افاده منفي ده؟

فعالیت

د $\frac{x-2}{4+2x} > 0$ کسري غیرمساوات په پام کې ونیسئ.

- د پورتنی نامساوي د رښتینوالی لپاره د کسري افادې صورت او مخرج باید کومه علامه ولري؟
- د x متحول د کوم قیمتونو لپاره د پورتني کسري افادې صورت مثبت دی؟
- د x متحول د کوم قیمتونو لپاره د پورتني کسري افادې مخرج مثبت دی؟
- د x متحول د کوم قیمتونو لپاره د پورتني کسري افادې صورت منفي دی؟
- د x متحول د کوم قیمتونو لپاره د پورتني کسري افادې مخرج منفي دی؟
- د پورتني فعالیت د لاس ته راغلو پایلو په پام کې نیولو سره د x متحول د کومو قیمتونو لپاره د $\frac{x-2}{4+2x} > 0$ غیرمساوات سم دی؟

د پورتنی فعالیت د سرته رسولو څخه ولیدل شول چې د $\frac{x-2}{4+2x} > 0$ غیرمساوات د حل لپاره باید بېلابېل حالتونه په پام کې ونیسو. د کسري نامساواتو د حل د سټ پیدا کولو یوه بله لاره د علامو د ټاکلو او تحلیل جدول دی. د مثال په ډول د $\frac{x-2}{4+2x} > 0$ غیرمساوات د حل سټ پیدا کولو لپاره داسې عمل کوو:

$$x-2=0 \quad \Rightarrow \quad x=2$$

$$4+2x=0 \quad \Rightarrow \quad x=-2$$

x		-2		2	
$x-2$	$-$		$-$	0	$+$
$4+2x$	$-$	0	$+$		$+$
$\frac{x-2}{4+2x}$	$+$ د نامساوي حل	نه دی تعریف شوی	$-$	0	$+$ د نامساوي حل

د علامو د تحلیل او ټاکلو جدول ته په پاملرنې سره لیدل کېږي، چې هغه قیمتونه چې له(-2) ($x<-2$) او له(2) ($x>2$) وي افاده مثبت ده، او دهغو قیمتونو شخه چې له(-2) شخه لوی او له(2) کوچنی ($-2<x<2$) وي منفي ده. په پایله کې د غیرمساوات د حل سټ عبارت له $x<-2$ او د $x>2$ یا $\{x\in R : x<-2\}\cup\{x\in R : x>2\}$ یا $(-\infty,-2)\cup(2,\infty)$

مثال: د $\frac{2x}{5x+3}\geq 1$ کسري غیرمساوات حل کړئ.

حل: د غیرمساوات د حل سټ پیداکولو لپاره لومړی کسري افاده یو وار د صفر شخه کوچنی یا لویه لیکو:

$$\frac{2x}{5x+3}\geq 1 \Rightarrow \frac{2x}{5x+3}-1\geq 0$$

$$\frac{2x-(5x+3)}{5x+3}\geq 0 \Rightarrow \frac{-3x-3}{5x+3}\geq 0$$

$$-3x-3=0 \Rightarrow x=-1$$

$$5x+3=0 \Rightarrow x=\frac{-3}{5}$$

اوس د غیرمساوات د علامې د ټاکلو له جدول شخه د غیرمساوات حل په لاس راورو.

x		-1		$-\frac{3}{5}$	
$-3x-3$	$+$	0	$-$		$-$
$5x+3$	$-$		$-$	0	$+$
$\frac{-3x-3}{5x+3}$	$-$	0	$+$ د نامساوي حل	نه دی تعریف شوی	$-$

له پورتنی جدول په پاملرنې سره د غیرمساوات حل عبارت دی له: $\{x\in IR : -1\leq x<\frac{-3}{5}\}$

په بشپړ ډول د کسري نامساوي د حل لپاره په لاندې ډول پر مخ ځو:

- غیرمساوات داسې لیکو چې له صفر شخه کوچنی یا لویه وي.
- غیرمساوات د علامو د ټاکلو له جدول شخه د غیرمساوات د حل سټ په لاس راورو.

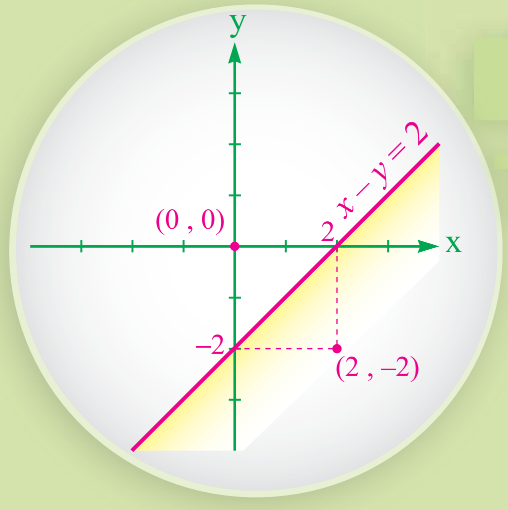
پوښتنې

د لاندې غیرمساواتو د حل سټ پیدا کړئ.

1) $\frac{-x-9}{2x+4}<0$ 2) $\frac{6x+7}{7-6x}\leq 0$ 3) $\frac{x+10}{2x-3}\geq 0$ 4) $\frac{7x-2}{3-2x}>3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

خطي دوه متحوله غیرمساوات



د $x-y=2$ مستقیم خط د وضعیه کمیاتو مستوي په دوه پاسني او لاندیني ناحیو ویشي.
د کومې ناحیې د ټکو مختصات په $x-y<2$ غیرمساوات کې صدق کوي.

د $x-y<2$ نامساوي چې په هغه کې د x او y متحولین لومړۍ درجه دي یو خطي دوه متحوله غیرمساوات بلل کیږي.

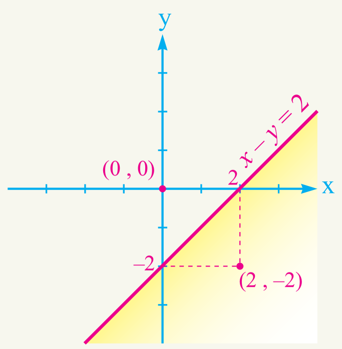
فعالیت

- د (x,y) مرتبي جوړې داسې په لاس راوړئ چې په $x-y<2$ غیرمساوات کې صدق وکړي.
- څومره مرتبې جوړې پیدا کولای شئ چې په پورتني غیرمساوات کې حقیقت ولري.

- ایا کولای شئ چې نورې مرتبې جوړې پیدا کړئ چې په پورتني غیرمساوات کې صدق وکړي.

په پورتنیو حالاتو کې ویلای شو چې:

د $ax+by<c$ نامساوي چې په هغه کې b,a او c حقیقي عددونه او $a\neq 0$ یا $b\neq 0$ وي خطي دوه متحوله غیرمساوات بلل کیږي.
د دې غیرمساوات د حل سټ د هغو عددونو مرتبې جوړې دی چې په نامساوي کې صدق کوي.



لومړی مثال: د $x-y<2$ دوه متحوله غیرمساوات د حل سټ پیدا کړئ.

حل: د دې غیرمساوات د حل لپاره لومړی $x-y=2$ کرښه د وضعیه کمیاتو په مستوي کې رسموو. لیدل کیږي چې د $x-y=2$ مستقیمه کرښه د وضعیه کمیاتو مستوي په

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوو ناحیو ویشي د دې لپاره چې و پوهیږو د کومې ناحیې د عددونو مرتبې جوړې په غیرمساوات کې صدق کوي له هرې ناحیې څخه یوه مرتبه جوړه ټاکو او په غیرمساوات کې یې وضع کوو.

د مثال په ډول $(0,0)$ مرتبه جوړه په غیرمساوات کې صحیح دی.

$$0-0<2 \quad \Rightarrow \quad 0<2$$

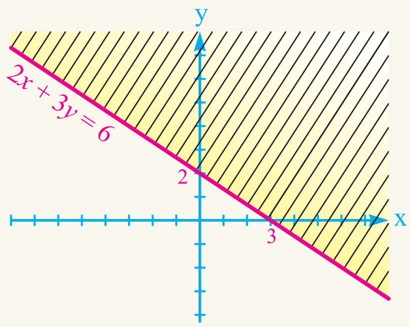
نو هغه ټکی چې د مستقیمې کرښې پورته خوا ته دی د غیرمساوات حل دی.

د غیرمساوات د حل سټ د ښودلو لپاره هغه اړخ د مستقیمې کرښې تورو چې په غیرمساوات کې سم والی نه لري.

پوښتنه: څو نور ټکی د مستقیمې کرښې څخه پورته او ښکته خواته وټاکی پورتنی پایله وڅیړئ.

دویم مثال: د $2x+3y<6$ نامساوي د حل سټ پیدا کړئ.

حل: لومړی د $2x+3y<6$ کرښه د وضعیه کمیاتو په مستوي کې رسموو وروسته د غیرمساوات د حل سټ پیدا کولو لپاره د مستقیم د پاسه یا ښکته خوا د یوه ټکی مختصات ټاکو او په غیرمساوات کې یې وضع کوو که حقیقت یې درلود هغه اړخ د غیرمساوات حل دی او بل عکس نه دی.



لکه د $(0,0)$ د وضعیه کمیاتو مبدا مرتبه جوړه په پام کې نیسو:

$$2x+3y<6$$
$$2\times(0)+3\times(0)<6$$
$$0<6$$

څرنګه چې نوموړی ټکی مختصات په غیرمساوات کې حقیقت لري نو د کرښې لاندې خوا ټکي د غیرمساوات د حل سټ دی.

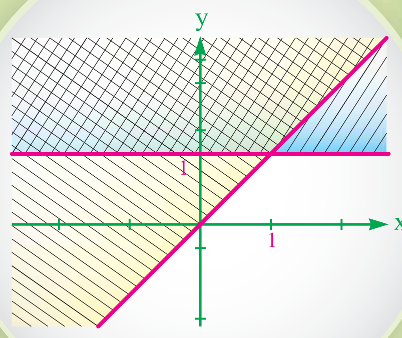
پوښتنې

1) $3x-2<5x+y$ 2) $2y<3x$ 3) $x+y>0$

4) $2x-6y\geq 8x+4y$ 5) $x+y<0$ 6) $5x-3y<-1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دوه متحوله خطي غیرمساواتو سیستمونه



د لاندې غیرمساواتو د حل سټ پیدا کړئ.
ایاکولای شئ اټکل وکړئ چې مخامخ شکل د کومو نامساواتو د حل ساحه راښيي.

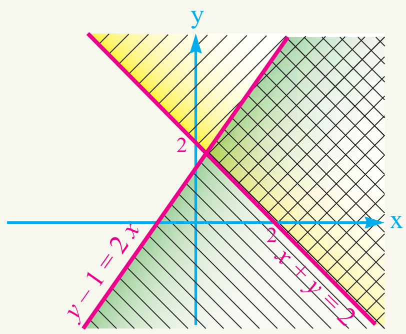
د $\begin{cases} x+y<2 \\ y-1>2x \end{cases}$ د غیرمساواتو سیستم چې په هغه کې دوه خطي دوه متحوله غیرمساوات دي

د غیرمساوات سیستم بلل کېږي.

د غیرمساواتو سیستم له حل څخه مطلب دا دی چې هغه مرتبې جوړې پیدا کړو چې په یوه وخت کې په دواړو غیرمساواتو کې صدق وکړي.

لومړی د هر یوه نامساوي حل د وضعیه کمیاتو په مستوي کې په لاس راوړو.

هغه ناحیه چې ګډه نه ده خط، خط شوی د غیرمساوات همزمان د حل په سټ کې ګډون لري او دا ناحیه د غیرمساوات د سیستم حل دی.



د $x+y=2$ کرښې د رسمولو لپاره که $x=0$ وي نو $y=2$ او که $y=0$ وي نو $x=2$ کېږي او د $y-1=2x$ کرښه کې که $x=0$ وي $y=1$ او که $y=0$ وي نو $x=\frac{-1}{2}$ سره کېږي.

د دوه متحوله خطي غیرمساوات د سیستم د حل لپاره داسې عمل کوو:
لومړی د هر یوه دوه متحوله خطي نامساوي د سیستم حل د وضعیه کمیاتو په مستوي کې ټاکو.
هغه ناحیه چې په یوه وخت کې د دواړو غیرمساواتو د حل د سټ یوه برخه وي د سیستم حل دی.

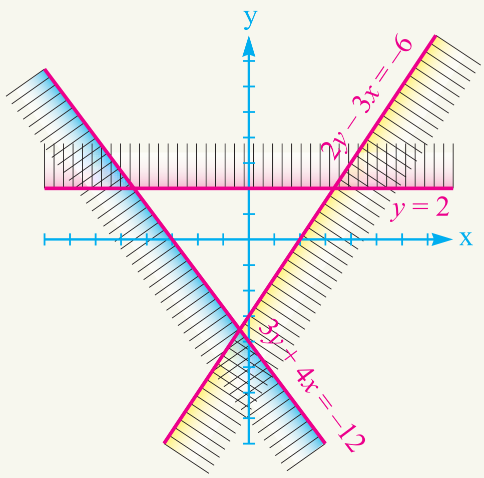
(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: د لاندې غیرمساواتو سیستم حل کړئ.

$$\begin{cases} 2y-3x>-6 \\ y-2<0 \\ 3y+4x>-12 \end{cases}$$

حل: لومړی د پورتنی غیرمساوات هره یوه کرښه رسموو یعنې:

$2y-3x=-6$, $y-2=0$ او $3y+4x=-12$



د $2y-3x=-6$ رسمولو لپاره که $x=0$ وي $y=-3$ او د $y-2=0$ گراف لپاره که $x=0$ وي $y=2$ کېږي او د $3y+4x=-12$ کرښې د رسمولو لپاره که $x=0$ وي $y=-4$ کېږي چې د نومورو قیمتونو په مرسته یې گراف په مخامخ بڼه رسموو.

وروسته د هرې یوې غیرمساوات د حل ساحه په بیل بیل ډول ټاکو.
د ورکړل شوو نامساواتو سیستم د حل سټ په شکل کې نه دې تورې شوې ناحیې په شکل لیدل کېږي.

پوښتنې

د لاندې سیستمونو د حل سټ د گراف په مرسته په لاس راوړئ.

1) $\begin{cases} x<3 \\ 2x+y<4 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x+3y<9 \\ 5x-2y>5 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x<3 \\ y>2 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2x-3y<-3 \\ 5x-2y>9 \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x+y<4 \\ x-y<3 \\ 5x-y>1 \end{cases}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د شپږم څپرکي لنډيز

- که چيرې عددونه د دې علامو ($<,\leq,>,\geq$) په مرسته یو له بل سره اړیکه ولري د غیرمساوات په نامه یادیږي.
- که د یوه غیرمساوات دواړو خواوو ته یو حقیقي عدد ور جمع یا تفریق کړو په نامساوي کې بدلون نه راځي.
- که د یوه غیرمساوات دواړه خواوې په یوه مثبت حقیقي عدد د صفر خلاف ضرب یا تقسیم شي په نامساوي کې بدلون نه راځي.
- که د یوه غیرمساوات دواړه خواوې په یوه منفي حقیقي عدد د صفر خلاف ضرب یا وویشل شي د غیرمساوات لورې بدلون کوي.

تړلی انټروال $[a,b]=\{x\in IR : a\leq x\leq b\}$

خلاص انټروال $(a,b)=\{x\in IR : a< x< b\}$

نیمه خلاص انټروال $(a,b]=\{x\in IR : a< x\leq b\}$

نیمه تړلی انټروال $[a,b)=\{x\in IR : a\leq x< b\}$

- د یوې کسري افادې د علامې د ټاکلو لپاره لومړی د صورت او مخرج علامه بېله بېله ټاکو وروسته د علامو د ویش حاصل په لاس راوړو.
- د $x+3\leq 5$ دوه متحوله خطي غیرمساوات د سیستم د حل لپاره داسې عمل کوو.

لومړی د هر دوه متحوله خطي غیرمساوات د سیستم حل د وضعیه کمیاتو په مستوي کې ټاکو. هغه ناحیه چې په یوه وخت کې د دواړو غیرمساواتو د حل د سټ یوه برخه وي د سیستم حل

د شپږم څپرکي پوښتنې

دی.

- په لاندې سوالونو کې د هر سوال لپاره څلور ځوابه ورکړل شوي دي، سم ځواب په نښه کړئ.

1- د لاندې نامساواتو څخه کوم یو سم دی:

$a)\ \frac{1}{2}+\frac{3}{6}\le 2-\frac{1}{3}$ $\quad b)\ \frac{3}{2}>\sqrt{2}$ $\quad c)\ \sqrt{9+16}\ge 5$ $\quad d)$

د b,a او c ځوابونه

2- د $x+3\le 5$ نامساوي د حل سټ عبارت دی له:

$a)\ \{x\in IR: x\le 2\}$ $\quad b)\ \{x\in IR: 2\le x\}$

$c)\ \{x\in IR: x\le 8\}$ $\quad d)\ \{x\in IR: x<-2\}$

3- د لاندې انټروالونو څخه کوم یو د $2x+3>-1$ نامساوات د حل سټ دی.

$a)\ [-2,\infty)$ $\quad b)\ (2,\infty)$ $\quad c)\ (1,\infty)$ $\quad d)\ (-2,\infty)$

4- که $0<a<b$ وي د لاندې اړیکو څخه کومه یوه سمه ده.

$a)\ \frac{1}{b}<\frac{1}{a}$ $\quad b)\ \frac{-1}{b}<\frac{-1}{a}$ $\quad c)\ -b<-a$ $\quad d)$ جواب های b,a و c

5- د لاندې انټروالونو څخه کوم یو د $\frac{x+3}{3-x}>0$ نامساوي د حل سټ دی.

$a)\ (-3,3)$ $\quad b)\ (-\infty,3)$ $\quad c)\ (-3,\infty)$ $\quad d)\ (-3,3)$

- تش ځایونه په مناسبو کلمو سره ډک کړئ.

1- د $ax+by<0$ نامساوات کې د ټولو هغه .... سټ چې په نامساوات کې صدق وکړي د پورتنی نامساوات د حل سټ بلل کیږي.

۲- د $[4,5]$ انټروال د .... په نامه یادیږي.

۳- د $2x+4$ بینوم د .... قیمتونو لپاره یادیږي.

٤- د $-x+\frac{1}{2}$ بینوم د .... قیمتونولپاره مثبت کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

۵- د $-x \frac{1}{5} \geq 2x+5$ نامساوي د حل سټ عبارت دی له ....

• د لاندې جملو څخه کومه يوه سمه د هغې په مخ کې د(س) توري او د ناسمې په مخ کې د(ن) توري وليکئ.

1- (   ) د يوې غيرمساوات د حل سټ يو عنصر لري.

۲- (   ) د $\{x \in R\ : 2 \leq x < 5\}$ يو تړلی انتروال دی.

۳- (   ) د غيرمساواتو د سيستم د حل سټ د وضعيه کمياتو د مستوي يوه برخه ده.

٤- (   ) د خطي غيرمساوات د حل ستونه بې شميره دی.

۵- (   ) څرنگه چې $-2 < 3$ څخه دی نو له دې ځايه دا پايله $-\frac{1}{2} < \frac{1}{3}$ اخيستلای شو.

• لاندې پوښتنې په بشپړ ډول حل کړئ:

1- د لاندې غيرمساوات گانو حل په لاس راوړئ.

$a)\ \frac{x-5}{4} - \frac{x-8}{3} < 0$

$b)\ x-2 < 3(2x-9)$

$c)\ (x-3)(x+3) < 0$

$d)\ \frac{3x+4}{x} - 1 < 0$

$e)\ 1 - \frac{2}{x} \leq 3$

2- لاندې انتروالونه د عددونو پر محور وښيئ.

$a)\ [-1,2]$ $b)\ (-2,1]$ $c)\ [-1,1)$ $d)\ (-2,2)$

3- د لاندې عددونو سټونه د انټروال په بڼه وليکئ او د عددونو پر محور يې وښيئ.

$a)\ \{x \in IR: x \le 2\}$ $\qquad$ $b)\ \{x \in IR: x \le 5\}$

$c)\ \{x \in IR: -1 \le x \le 6\}$ $\qquad$ $d)\ \{x \in IR: -4 < x < 2\}$

4- د لاندې غيرمساوات د سيستم حل پيدا کړئ:

$$a)\ \begin{cases} y > x \\ 3y < 2 \end{cases}$$

$$b)\ \begin{cases} 2x - y > 0 \\ x - 2y < 0 \end{cases}$$

$$c)\ \begin{cases} x + y < 2 \\ y - 4 > 2x \end{cases}$$

$$d)\ \begin{cases} 2x + 2y < 8 \\ 3x - 3y < 9 \\ 10x - 2y > 2 \end{cases}$$

$$e)\ \begin{cases} y > 2 \\ x > -3 \\ y + x < 0 \end{cases}$$

$$f)\ \begin{cases} y < 2 \\ x < -3 \\ y + x > 0 \end{cases}$$

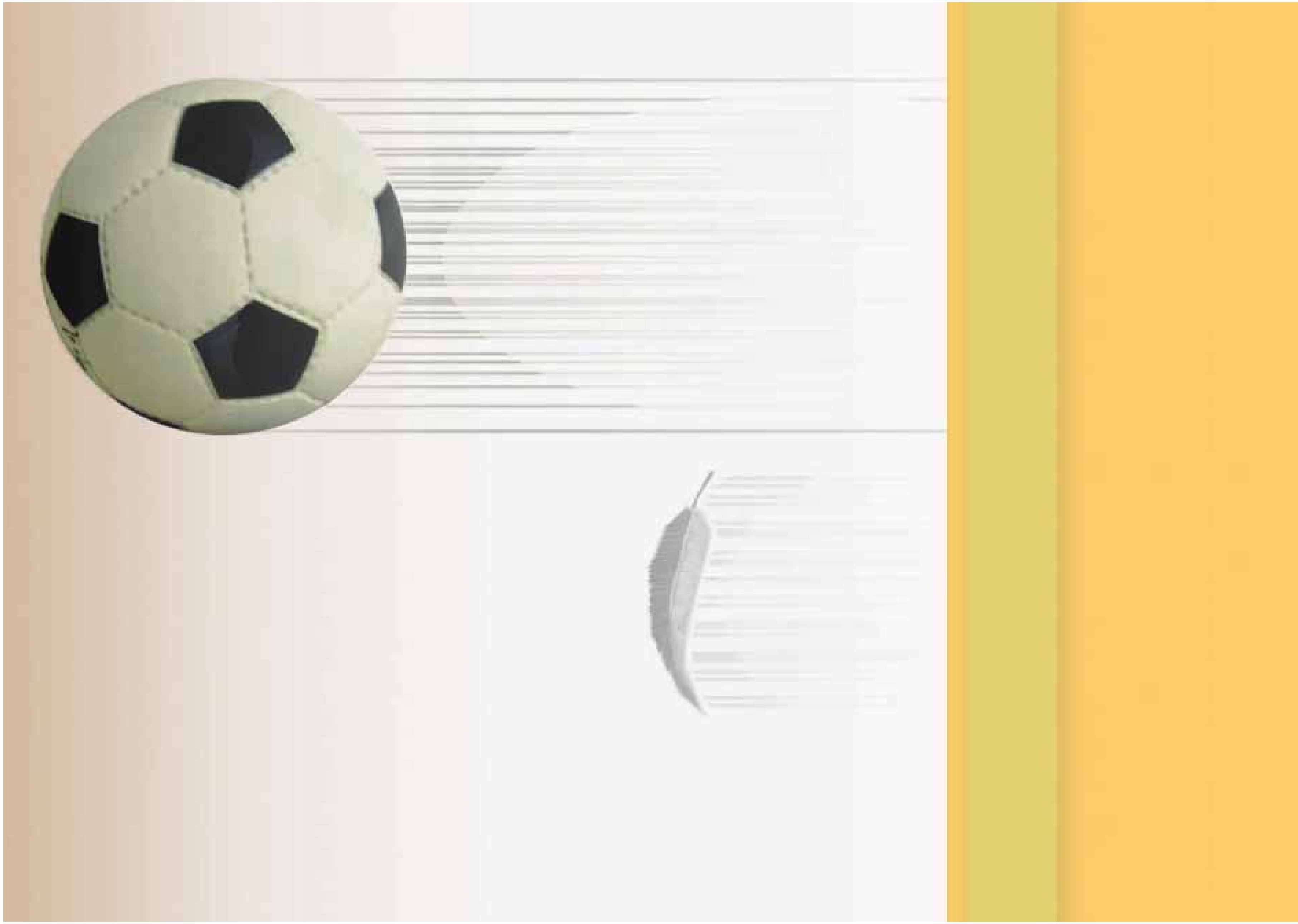
(c) ketabton.com: The Digital Library

اووم څپـــرکی

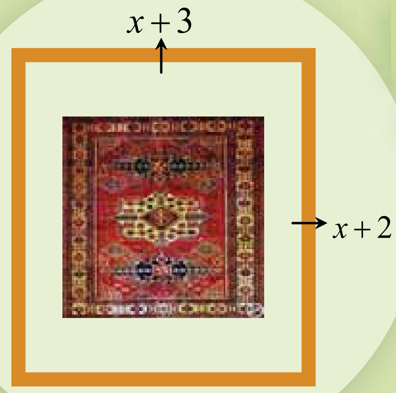
دویمه درجه یو مجهوله معادله

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library



دویمه درجه یو مجهوله معادلې
Quadratic Equation



کــه چیرې یــوه کوټه د یوې مربع شــکلې قالین په واســطه داســې فرش شي چې د کوټــې اوږدوالی $3m$ او ســور یې $2m$ په اندازه د قالین د څنډې څخه زیاد وي، لکــه مخامخ شــکل، وواياســت چې د کوټې مساحت څومره دی؟

فعالیت

- الجبري افاده تعریف کړئ.
- معادله تعریف کړئ.
- د یو مجهوله لومړی درجې معادلې یوه بېلګه ولیکئ.
- د یو مجهوله لومړی درجې معادلې عمومي شکل ولیکئ.
- د $(x-2)(x+3)=0$ معادلې د قوسونو د ضرب حاصل پیدا کړئ.
- د پورتنې معادلې درجه د $x+4=3x-1$ معادلې له درجې سره پرتله کړئ.

هغه معادلې چې یو مجهول ولري او د هغې درجه دوه وي یو مجهوله دویمه درجه معادله بلل کېږي، چې عمومي شکل یې $ax^2+bx+c=0$, $a \neq 0$ چې b, a او c حقیقي اعداد او x مجهول بلل کېږي که چیرې $b=0$ یا $c=0$ وي په دې حالت کې دې ډول معادلې ته نیمګړې دویمه درجه معادله وایي.

لومړی مثال: یو تار چې یو متر اوږدوالی لري غواړو د هغې څخه یو مستطیل چې مساحت یې $600cm^2$ دی جوړ کړو د دې مستطیل اوږدوالی او سور څرنګه وټاکو.

حل: که د مستطیل اوږدوالی x او سور یې په y وښیو د مستطیل محیط $2(x+y)=100 \ldots I$ او مساحت یې $x \times y = 600 \ldots II$ اړیکې څخه په لاس راوړو.

$$\begin{cases} 2(x+y)=100 \\ x \cdot y = 600 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=50 \ \ldots\ldots\ldots\ . \ \mathrm{I} \\ x \cdot y = 600 \ \ldots\ldots\ldots\ .. \ \mathrm{II} \end{cases}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د I معادلې څخه د y قیمت د x له جنسه په لاس راوړو او په II معادله کې وضع کوو:

$$\begin{cases} 2(x+y)=100 \\ x\cdot y=600 \end{cases} \Rightarrow x(50-x)=600$$

$$50x-x^2=600$$

څرنګه چې په پورتنۍ معادله کې د x درجه دوه ده نو نوموړې معادله دویمه درجه ده د معادلو د حلونو پیداکولو لپاره بیلابیلې لارې شته چې هغه تر څېړنې لاندې نیسو.

دویم مثال: هغه عدد په لاس راوړئ چې مربع یې د 6 په اندازه له خپل عدد څخه زیاته وي.

حل: که چیرې عدد په x ونوموو؛ نو پورتنی بیان د ریاضي په بڼه داسې لیکو:

$x^2=6+x$ یا $x^2-x-6=0$

د دې ډول معادلو حل به په راتلونکي لوست کې وڅیړو.

دریم مثال: په لاندې معادلو کې د عمومي شکل له مخې د a, b او c ضریبونو قیمتونه ولیکئ.

حل:

$a)\ 2x^2-4x+1=0$ $b)\ 3x-x^2=4$ $c)\ 4x^2-1=0$

$d)\ 7x^2=49$ $e)\ x^2-4=0$ $f)\ \frac{3}{4}-x^2=\frac{2}{3}x$

جزء	معادلې	د a ضریب	د b ضریب	د c ضریب
a	$2x^2-4x+1=0$	2	–4	1
b	$3x-x^2=4$	–1	3	–4
c	$4x^2-1=0$	4	0	–1
d	$7x^2=49$	7	0	–49

پوښتنې

1 - په لاندې معادلو کې مکملې او نیمګړې دوهم درجه یو مجهوله معادلې په ګوته کړئ.

$a)\ 6-2x+x^2=0$ $b)\ 5x^2-3x+1$ $c)\ \sqrt{2}x^2-4x=0$ $d)\ -x^2=3$

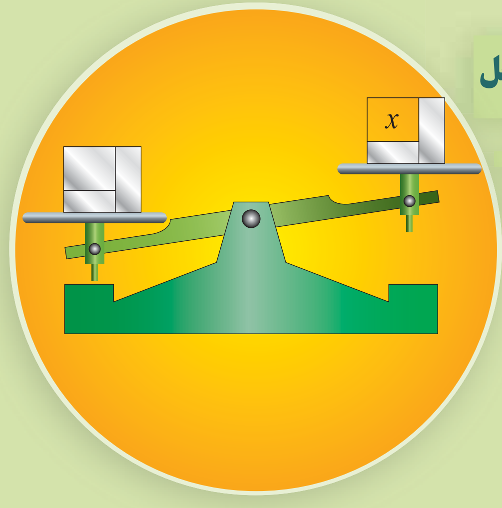
2- په لاندې معادلو کې د a، b او c ضریبونه وښیئ.

$a)\ 6x^2-4x=2$ $b)\ 3x-4=x^2$ $c)\ 4x-x^2-6=4x^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دويمه درجه يو مجهوله معادلې حل



آيا کولای شي چې د x لپاره داسې قيمت پيدا کړئ چې تله په تعادل کې راشي.

فعاليت

- د $2x+4=3x-1$ معادلې حل پيداکړئ.
- پورتنی مساوات د x د بيلابيلو قيمتونو لپاره په مخامخ جدول کې وښيئ.

x	$2x+4$	$3x-1$
-3		
-2		
0		
5		

- د جدول او پاسنی پوښتنې په پام کې نيولو سره توضيح ورکړئ چې د معادلې د حلولو پيداکول يعنې څه؟
- مخامخ جدول پوره او د هغې له مخې د $x^2-4x+3=0$ معادلې حلونه په لاس راوړئ.

x	x^2-4x+3
-3	
-2	
-1	
0	
1	

هغه قيمتونه چې په يوه دويمه درجه معادله کې برابروالی راولي د يو مجهوله دويمې درجې معادلې حل بلل کېږي.

لومړی مثال: هغه عدد پيداکړئ چې مربع يې د 12 واحدو په اندازه له عدد څخه ډېره وي.

حل: که چيرې عدد ته x ووايو نو الجبري عبارت داسې بڼه نيسي:

$$x^2 = x+12$$

خرنګه کولای شو چې د پورتنی مساوات څخه د هغې حل پيداکړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

که چیرې $x=1$ په معادله کې وضع کړو نو لیدل کېږي، چې د مساوات ښي اړخ د 13 عدد او کيڼ اړخ ته یې د 1 عدد په لاس راځي. په معادله کې د $x=2$ قیمت په وضع کولو سره لیدل کېږي، چې د مساوات ښي اړخ ته 14 او کيڼ اړخ ته یې د 4 عدد په لاس راځي او د $x=3$ په وضع کولو سره لیدل کېږي چې ښي اړخ ته د 15 عدد او کيڼ اړخ ته د 9 عدد دی.

په همدې ترتیب د نورو قیمتونو په وضع کولو سره لکه $x=4$ لیدل کېږي، چې د مساوات ښي اړخ ته د 16 عدد او کيڼ اړخ ته هم 16 عدد په لاس راځي لیدل کېږي، چې د 16=16 مساوي کېږي نو $x=4$ د معادلې یو حل دی.

د پورتني لارې لنډيز چې د معادلې حل د پیدا کولو لپاره مو تړې ګټه واخیسته کولای شو په مخامخ جدول کې داسې ولیکو.

x	x^2	$x+12$
1	1	13
2	4	14
3	9	15
4	16	16

ایا کولای شو چې د دویمې درجې معادله د حل لپاره یوه بشپړه لاره پیدا کړو.

دویم مثال: هغه عدد په لاس راوړئ، چې د هغې د مربع جمع د 1 سره مساوي په صفر شي.

حل: د پاسني بیان الجبري افاده عبارت ده له: $x^2+1=0$

د پورتني لارې په څېر د اټکل شویو اعدادو په وضع کولو سره د معادلې د حل په لټولو پیل کوو او پر مخ ځو، د دې کار لپاره د پورتني جدول په څېر مخامخ جدول په پام کې نیسو.

x	x^2	-1
1	1	-1
2	4	-1
0	0	-1
-1	1	-1
-2	4	-1
-3	9	-1

د دې جدول څخه لیدل کېږي چې نشو کولای تعادل برقرار کړو یعنې د x لپاره داسې قیمت نشو پیدا کولای، چې د معادلې دواړې خواوې مساوي کړي. له بلې خوا د معادلې څخه څرګندیږي هر کله چې یو عدد مربع کړو او یو ورسره جمع کړو هیڅ وخت مساوي په صفر نشي کېدلای؛ نو دا دویمه درجه معادله حل نه لري.

پوښتنې

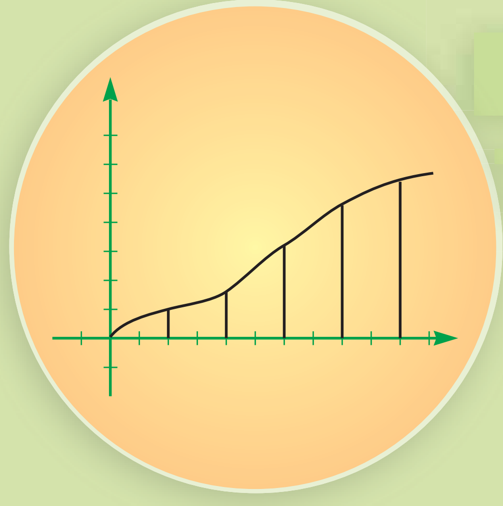
1- یوه دویمه درجه یو مجهوله معادله ولیکئ چې حل و نه لري.

2- لاندې معادلې حل کړئ.

$a)\ x^2-1=0 \qquad b)\ x^2=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

غیر خطي اړیکی(رابطي)



ډاکټران د یوه ماشوم د ونې(قد)اوږدوالی په بېلابېلو وختونو کې په مخامخ ګراف کې څېړي. ایا تاسې تر اوسه پورې د خپلې ونې(قد) د اوږدوالي بدلون ته سوچ کړی دی چې په بېلابېلو وختونو کې څومره وو؟

فعالیت

- د یوې مربع د ضلعې د اوږدوالي او مساحت تر منځ اړیکه په پام کې ونیسئ، د مربع د ضلعې اوږدوالی په x او مساحت یې په y ښیو.
- د x او y اړیکه په یوه معادله کې وښیئ.
- مخامخ جدول پوره کړئ.

x	1	2	3	4	
y		4			25

- د قایمو مختصاتو په سیستم کې د پورتنیو مرتبو جوړو ټکي وټاکئ او یو بل سره یې ونښلوئ.
- د دقیق ګراف رسمولو لپاره، x ته ډېر سره نږدې قیمتونه ورکوو، لاندې جدول پوره کړئ د پورته په څېر ټکي د وضعیه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ او ګراف یې رسم کړئ.

x	0	0.2	0.5	0.8	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2	2.2	2.4	2.6	2.8	3
y		0.4			1				3.24	4					9

- د پورتني جدول په مرسته لاندې جدول په خپلو کتابچو کې بشپړ کړئ.

x	−3	−2.8	−2.6	−2.4	−2.2	−2	−1.8	−1.6	−1.4	−1.2	−1	−0.8	−0.5	−0.2	
$y=x^2$															0

- د پورتنیو جدولونو څخه په ګټه د $y = x^2$ معادلې ګراف په ډېر دقت رسم کړئ.

د پورتني فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پایله: په پورتنی فعالیت کې مو ولیدل چې د $y = x^2$ معادلې گراف مستقیم نه دئ.

مثال: د $\begin{cases} y = x^2 \\ y = x+1 \end{cases}$ سیستم معادلاتو گراف د قایمو مختصاتو په سیستم کې رسم کړئ، او گډ حل یې پیدا کړئ.

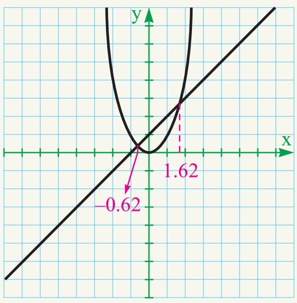
حل: د هغو لارو ښخه چې مخکې مو د گراف د رسمولو لپاره ترې گټه واخیسته د پورتنیو معادلو د گرافونو د رسمولو لپاره د هغو د عددونو جدولونه ترتیب او مرتبې جوړې یې د مختصاتو په سیستم کې پس له ټاکلو د معادلو گرافونه رسموو.

- د $y = x^2$ لپاره لرو:

x	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
$y = x^2$	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25

- د $y = x+1$ لپاره:

x	0	1
$y=x+1$	1	2



د گراف له مخې د گډ حل د ټکو ورنژدی قیمتونه یې مساوي په:

$$x_1 = 1.62 \ , \ x_2 = -0.62$$

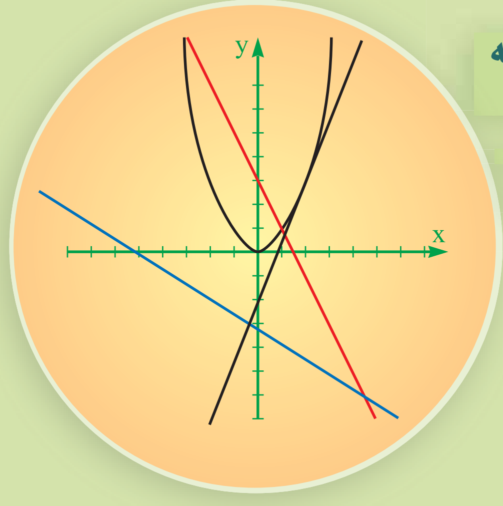
پوښتني

1- د $\begin{cases} y = x^2 \\ y = x-2 \end{cases}$ سیستم د معادلاتو گراف رسم کړئ.

2- د $\begin{cases} y = x^2 \\ y = 0 \end{cases}$ سیستم د معادلاتو گراف رسم کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دويمي درجې معادلې حل په هندسي لاره(طريقه)



په مخامخ شکل کې مستقيم خط له ورکړل شوي منحني سره په څو حالتونو کې قرار لري؟

فعاليت

- ايا د $x^2 - 6x + 7 = 0$ معادله کولای شو چې داسې $x^2 = 6x - 7$ وليکو؟
- که چيري نوموړی مساوات له y سره مساوي وي $y = x^2 = 6x - 7$ نو $y = x^2$ او $y = 6x - 7$ دي.
- د $\begin{cases} y = x^2 \\ y = 6x - 7 \end{cases}$ معادلو د سيستم گراف د مختصاتو په سيستم کې رسم کړئ.
- د پورتني سيستم گرافونه يو بل په څو نقطو کې قطع کوي؟
- د پورتني سيستم حل د گرافونو د تقاطع له ټکو سره څه اړيکه لري.

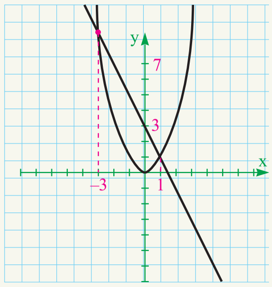
د پورتني فعاليت څخه لاندې پايله په لاس راځي:

- هره دويمه درجه معادله کولای شو چې د $y = x^2$ معادلې او د $y = ax + b$ کرښه ايزو معادلو په څير وليکو.
- د x ټکی د پريکړې مختصه(په هغه صورت کې چې وي) د دويمې درجې معادلې حل دی د پورتني کرښې په مرسته د دويمه درجه معادلې حل پيداکول د هندسي حل په نامه ياديږي.

لومړی مثال: د $x^2 + 2x - 3 = 0$ معادلې حل په هندسي لاره پيدا کړئ.

حل: د $x^2 + 2x - 3 = 0$ معادله کولای شو په لاندې ډول وليکو او گراف يې رسم کړو.

$$x^2 = -2x + 3 \Rightarrow \begin{cases} y = x^2 \\ y = -2x + 3 \end{cases}$$



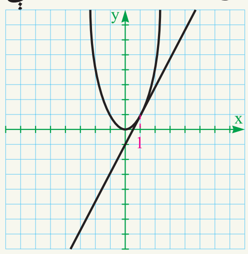
x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

x	0	3
y	3	-3

له شکل څخه لیدل کېږي چې مستقیم خط منحني په دوو بېلو ټکو کې قطع کوي چې د پریکړې ټکي د x مختصه د دویمه درجه معادلې حل دی یعني $x_1 = -3$, $x_2 = 1$

دویم مثال: د $x^2 + 2x + 3 = 0$ معادلې حل د هندسي لارې په مرسته پیداکړئ.

حل: د $y = x^2$ معادلې او د $y = 2x - 1$ مستقیمې کرښې شکلونه رسموو.



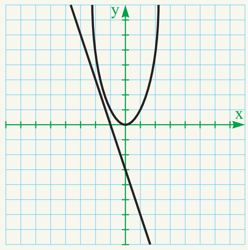
$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	+9	4	1	0	1	4	9

x	0	-1
y	-1	-3

لیدل کېږي، چې کرښه له منحني سره په یوه نقطه کې مماس ده چې ددې نقطې مختصه (قیمت) د معادلې حل دی.

دریم مثال: د $x^2 + 3x + 3 = 0$ معادلې حل په هندسي لاره پیداکړئ.



$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = 3x - 3 \end{cases}$$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	+9	4	1	0	1	4	9

x	0	-1
y	-3	0

لیدل کېږي، چې مستقیم خط منحني نه قطع نو دویمه درجه معادله حل نه لري.

یادونه:

که چیرې منحني په دوو ټکو کې پرې کړي معادله دوه حله لري.

که چیرې منحني په یوه ټکي کې پرې کړي معادله یو حل لري.

که چیرې منحني قطع یا غوڅ نه کړي، معادله حل نه لري.

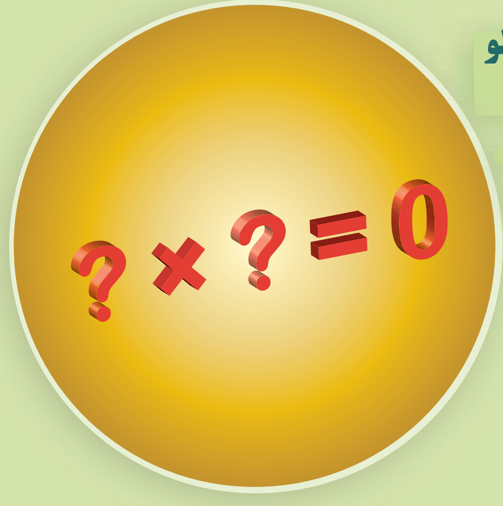
پوښتنې

1- د لاندې معادلو حل په هندسي لاره(طریق) پیداکړئ.

a) $x^2 - 2x + 2 = 0$ b) $x^2 - 6x + 8 = 0$ c) $x^2 - 5 + 7 = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يو مجهوله دوهمه درجه معادلو حل د تجزيي په لاره(طريقه)



د دوو عددونو د ضرب حاصل څه وخت مساوي په صفر دی.

فعاليت

- که a او b دوه حقيقي عددونه وي څه وخت $a \times b = 0$ کېږي.
- د $(x-1)(2x+3)$ د ضرب حاصل په پام کې ونيسئ، ايا وېلای شئ چې څه وخت دا حاصل ضرب مساوي په صفر دی؟
- د $2x^2 + x - 3 = 0$ معادله د $(x-1)(2x+3)$ حاصل ضرب سره څه اړيکه لري؟
- د مخکيني لارې(طريقې) څخه په ګټه اخيستني سره د $2x^2 + x - 3 = 0$ معادلې حلونه پيداکړئ او د $(x-1)(2x+3) = 0$ معادلې له حلونو سره يې پرتله کړئ.

د پورتنی فعاليت پايله په لاندې ډول په لاس راوړو:

پايله: که وکړای شو، چې دويمه درجه معادله د دوو خطي افادو د ضرب د حاصل په شکل واړوو نو په دې حالت کې د معادلې حل ساده کېږي، چې په لاندې ډول عمل کوو:

- د اعدادو له خاصيتونو څخه پوهېږو چې د دوو عددونو د ضرب حاصل هغه وخت صفر دی چې يو د هغوی د ضربي اجزاوو څخه يو مساوي په صفر وي، دا مسئله د الجبري افادو لپاره هم سمه ده.
- د هري خطي الجبري افادې حل چې د يوې دوهمې درجې معادلې مساوي ده، د دويمې درجه معادلې حل دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: د $x^2-7x+6=0$ معادلې حل د تجزيې په مرسته په لاس راوړئ.

حل: د x^2-7x+6 له تجزيې څخه لرو چې:

$$x^2-7x+6=(x-1)(x-6)=0$$

د نومورې ضرب حاصل هغه وخت صفر دی چې یو د هغو فکټورونو څخه مساوي په صفر وي او يا دواړه صفر وي؛ يعنې:

$$1)\ x-1=0 \Rightarrow x_1=1$$

$$2)\ x-6=0 \Rightarrow x_2=6$$

نو 1 او 6 د $x^2-7x+6=0$ معادلې حلونه دي.

دويم مثال: د $2x^2-5x-3=0$ معادلې حل د تجزيې په لاره(طريق) پيدا کړئ.

حل: تر اوسه مو هغه معادلې په فکټورونو تجزيه کړي، چې د x^2 ضريب (1) وو خو د هغو معادلو چې د x^2 ضريب يې يو نه وي په لاندې ډول يې بدلوو د دې لپاره چې د x^2 ضريب يوه کامله مربع شي د معادلې دواړه خواوې د x^2 په ضريب کې ضربوو:

$$A=2x^2-5x-3$$

$$2A=4x^2-10x-6=(2x)^2-5(2x)-6$$

$$2A=(2x+1)(2x-6)$$

$$A=\frac{1}{2}(2x+1)(2x-6)$$

$$A=(2x+1)(x-3)$$

او د A د معادلې د حل لپاره لرو:

$$1)\ 2x+1=0 \Rightarrow x_1=-\frac{1}{2}$$

$$2)\ x-3=0 \Rightarrow x_2=3$$

پوښتنې

لاندې معادلې د تجزيې په لاره(طريقه) حل کړئ.

1) $x^2+4x+3=0$

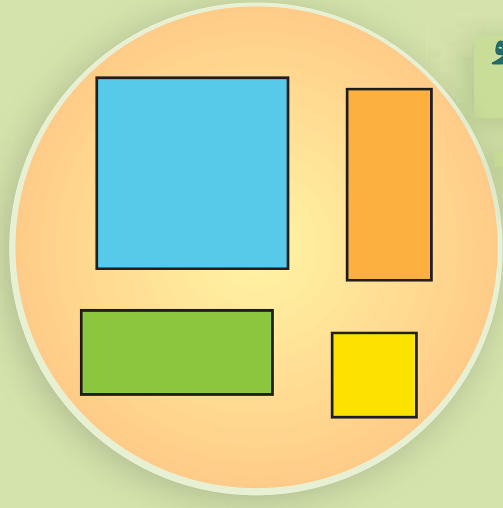
2) $x^2+x-2=0$

3) $x^2-6x+8=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

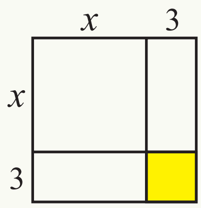
(c) ketabton.com: The Digital Library

د دویمې درجې یو مجهوله معادلو حل د تکمیل مربع په طریقه



هڅه وکړئ چې د دې شکلونو له یو ځای کیدو څخه یوه لویه مربع جوړه کړئ.

فعالیت



- د یوې مربع د ضلعې اوږدوالی څومره دی.
- د هرې برخې مساحت د هر مستطیل او مربع په مخ ولیکئ.
- د $x^2+6x-40=0$ معادله داسې ترتیبوو چې متحول لرونکی حدونه یو اړخ او ثابت عددونه د مساوات بل اړخ ته چاڼ شي.
- متحول لرونکی الجبري افاده څه اړیکه له رنګ شوی مساحت سره لري؟
- د مستطیلونو د مساحت عددي ضریب د دویمه درجې معادلې د x له ضریب سره څه اړیکه لري.
- د یوې مربع مساحت څومره دی.
- د دې لپاره چې د متحول لرونکی الجبري افادې د لویې مربع د مساحت سره برابره شي کوم عدد د تساوي دواړو خواوو ته ورزیات کړو.
- د په لاس راغلی اړیکې څخه د قیمت(د دویمې درجه معادلې حل) په لاس راوړو.

محمد بن موسی دا لاره(طریقه) د دویمه درجه معادلې لپاره پیدا کړله. د دې طریقې په پوره کیدو سره د دویمې درجه معادلو په حل کې په بشپړه(عمومي) توګه ګټه اخیستل کیږي، په دې تګلاره(روش) کې د $x^2+bx+c=0$ دویمه درجه معادله په $(x+p)^2=q^2$ بڼه بدلیږي چې د تجزیې پراوونه یې عبارت له:

- لومړی p د x د ضریب د نیمایي سره وضع کوو یعنې $P=\frac{b}{2}$
- وروسته $q^2=-c+(\frac{b}{2})^2$ وضع کوو.
- په پای کې د $x+p=q$ معادله لرو.

لومړی مثال: د $x^2+2x-8=0$ معادله د تکمیل مربع په تګ لاره حل کړئ.

حل: لومړی معادله په لاندې ډول لیکو:

$$x^2+2x=8$$

د x د ضریب نیمایي په لاس راوړو، مربع یې له دواړو خواوو سره جمع کوو:

$$x^2+2x+1=8+1$$
$$(x+1)^2=9$$
$$x+1=3$$
$$x=2$$

یادونه: ټولې دویمه درجه معادلې نشو کولای په دې تګ لاره حل کړو ځکه دا لاره هندسي تعبیر ته اړتیا لري؛ نو ځکه په دې لاره نشو کولای هغه معادلې چې منفي جذرونه لري هم په لاس راوړو.

پوښتنې

لاندې معادلې د تکمیل مربع په طریقه حل کړئ.

a) $x^2+8x-24=0$ b) $x^2-x-\frac{5}{4}=0$ c) $x^2-6x-13=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د محمد بن موسی فورمول یا د تکمیل مربع د طریقې توسعه

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

د $ax^2+bx+c=0$ معادلې دواړه خواوې د x^2 په ضریب وویشو نو وواياست چې مخامخ مساوات حقیقت لري؟ که نه؟

ومو لیدل چې دویمه درجه معادله په عمومي ډول داسې $ax^2+bx+c=0$ لیکو چې په هغې کې b, a او c حقیقي اعداد او a د صفر خلاف یو عدد دی، د دې معادلې د حل لپاره داسې عمل کوو:

- د $ax^2+bx+c=0$ معادلې دواړه خواوې په a ویشو:

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

- ثابت عددونه د معادلې یو خوا او مجهول حدونه د مساوي بلې خوا ته سره چاپوو د x د ضریب د نیمايي مربع د معالې دواړو خواوو ته جمع کوو:

$$x^2+\frac{b}{a}x+(\frac{b}{2a})^2=(\frac{b}{2a})^2-(\frac{c}{a})$$

$$(x+\frac{b}{2a})^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

د لنډې لیکنې لپاره b^2-4ac په Δ سره ښیوو.

فعالیت

هره دویمه درجه معادله چې $ax^2+bx+c=0$ بڼه ولري، لاندې پوښتنو ته ځوابونه ووایئ:

1- که $\Delta=b^2-4ac=0$ وي؛ نو په دې صورت کې د معادلې حلونه کوم دي؟

2- که $\Delta=b^2-4ac>0$ وي؛ نو په دې صورت کې د معادلې حلونه کوم دي؟

3- که $\Delta=b^2-4ac<0$ وي؛ نو ایا معادله د حقیقي عددونو په سټ کې حل لري؟

د پورتنې فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راځي:

لومړۍ پایله: د $ax^2+bx+c=0$ دویمې درجه معادلې چې b, a او c حقیقي عددونه او $a\neq 0$ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $\Delta = b^2 - 4ac$ د قاسمي په نوم یادیږي.

1- که $\Delta > 0$ وي معادله دوه بیلابیل حلونه لري چې عبارت له:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad , \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

2- که $\Delta = 0$ وي معادله دوه مساوي یا مضاعف حلونه لري چې عبارت له: $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

3- که $\Delta < 0$ وي معادله په حقیقي اعدادو کې حل نه لري.

دویمه پایله: د حلونو د جمع او ضرب حاصل

$$x_1 + x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \times \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{b^2-\Delta}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

د جذرونو د جمع او د ضرب له حاصل څخه کولای شو د دویمې درجه معادلې په تجزیه کولو کې ګټه واخلو.

لومړی مثال: د $x^2 - 3x + 1 = 0$ معادلې حلونه پیدا کړئ.

حل: لومړی د Δ قیمت پیدا کوو: $\Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4\times1\times1 = 5$

څرنګه چې $\Delta = 0$ ده نو معادله دوه حلونه لري.

$$x_1 = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \quad , \quad x_2 = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

دویم مثال: د $9x^2 - 12x + 4 = 0$ حلونه پیدا کړئ.

حل: لرو چې: $\Delta = b^2 - 4ac = (-12)^2 - (4\times9\times4) = 144 - 144 = 0$

څرنګه چې $\Delta = 0$ ده معادله دوه مساوي حلونه لري.

$$x_1 = x_2 = \frac{b}{2a} = \frac{12}{2\times9} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

دریم مثال: د $5x^2 + 3x + 1 = 0$ معادله حل کړئ.

حل: نوموړې معادله حل نه لري ځکه $\Delta < 0$ څخه ده یعني

$\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4\times5\times1 = 4 - 20 = -16$

څلورم مثال: د $4x - 3x - 1 = 0$ معادلې د جذرونو د جمع او ضرب حاصل پیدا کړئ.

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{3}{4} \quad , \quad x_1 \times x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-1}{4}$$

پوښتنې

لاندې معادلې حل کړئ

a) $x^2 + 4x - 21 = 0$ b) $x^2 + 6x + 9 = 0$ c) $3x^2 - 12x + 60 = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اووم څپرکي لنډيز

- د دويمې درجه معادلې عمومي بڼه د $ax^2+bx+c=0$ چې $a\neq 0$ ډول ده.
- هغه معادلې چې د $ax^2+c=0$ او $ax^2+bx=0$ په ډول وي، د دويمې درجې نيمګړې معادلې په نامه يادېږي.
- د $ax^2+bx=0$ معادلې حل عبارت له $x_1=0$, $x_2=-\frac{b}{a}$ دي.
- هره دويمه درجه معادله له دوو برخو مستقيم خط او يوه منحني جوړه شوې ده.
- که يو مستقيم خط يو منحني په دوو نقطو کې قطع معادله دوه حله لري.
- که يو مستقيم له منحني سره مماس وي معادله دوه مساوي حلونه لري.
- که مستقيمه کرښه له منحني سره پرېکړه ونه لري معادله په حقيقي عددونو کې حل نه لري.
- د دوو قوسونو د ضرب حاصل هغه وخت مساوي په صفر دی چې لږ تر لږه يو يې مساوي په صفر وي.
- د حلونو، د جمع حاصل له دې اړيکې څخه $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$ او د حلونو د ضرب حاصل له دې اړيکې $x_1\times x_2=\frac{c}{a}$ څخه په لاس راځي.
- په بشپړه ډول د هرې دويمې درجې معادلې جذرونه يا حل $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$ فورمول څخه په لاس راځي، چې $\Delta=b^2-4ac$ دی.
- که چيرې $\Delta>0$ وي معادله دوه حقيقي حلونه لري.
- که چيرې $\Delta=0$ وي معاديه دوه مساوي حلونه لري.
- که چيرې $\Delta<0$ وي معادله په حقيقي عددونو په set کې حل نه لري.
- د دويمه درجه معادلو د تشکيل لپاره ده $x^2-(x_1+x_2)x+x_1\cdot x_2=0$ يا $(x-x_1)(x-x_2)=0$ څخه ګټه اخلو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اووم څپرکي پوښتني

• په لاندې سوالونو کې هر سوال ته څلور ځوابونه ورکړل شوي دي، سم ځواب یې وټاکئ.

1- د $4x = 3x^2$ معادلې b, a او c ضریبونه عبارت دي له:

الف) $a = 3\ ,\ b = 4\ ,\ c = 1$ ب) $a = -3\ ,\ b = 4\ ,\ c = 1$

ج) $a = 4\ ,\ b = 3\ ,\ c = -1$ د) هیڅ یو.

2- د $3x^2 - 8x + 5 = 0$ معادله حلونه عبارت له:

الف) $x_1 = 1\ ,\ x_2 = \frac{5}{3}$ ب) $x_2 = 1\ ,\ x_1 = -\frac{5}{3}$

ج) الف او ب د) هیڅ یو.

3- د $y = x^2$ معادلې ګراف عبارت دی له:

الف) مستقیم دی. ب) منحني دی.

ج) الف او ب. د) هیڅ یو.

4- د $x^2 - 10x + 16 = 0$ معادلې د حلونو د جمع حاصل برابر دی له:

الف) $x_1 + x_2 = 5$ ب) $x_1 + x_2 = -5$

ج) $x_1 + x_2 = 8$ د) $x_1 + x_2 = 10$

5- که $\Delta > 0$ څخه وي معادله:

الف) دوه مساوي حلونه لري ب) دوه حقیقي او مختلف حلونه لري

ج) حل نه لري د) یو حل لري

• تش ځایونه ډک کړئ.

1- د یو مجهوله دویمه درجه معادلو عمومي بڼه .... ده.

2- $-\frac{b}{a}$ د حلونو .... او $\frac{c}{a}$ د حلونو .... دی.

3- که .... وي معادله حل نه لري.

4- که د معادلې درجه دوه وي معادله .... لري.

5- د $x^2 - x + 0.25 = 0$ معادلې حلونه .... او .... دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

• لاندې پوښتنې ولولئ د سم په مخ کې(س) او د ناسم په مخ کې(ن) کليمه وليکئ.

1 - ( ) که $b^2-4ac<0$ وي، معادله د حقيقي اعدادو په set کې حل نه لري.

2 - ( ) د محمد بن موسی فورمول $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$ دی.

3 - ( ) د $2x^2-4x=0$ معادلې يو حل صفر دی.

4 - ( ) د دويمې درجه معادلې د تشکيل لپاره د $x^2-(x_1+x_2)x+x_1\cdot x_2=0$ ياد $(x-x_1)(x-x_2)=0$ څخه ګټه اخلو.

5 - ( ) که چيرې په يوه دويمه درجه معادله کې د علامو تحول نه وي نو معادله يو منفي حل لري.

• لاندې پوښتنې حل کړئ.

1- په لاندې معادلو کې b, a او c ضريبونه و ښيئ او ووایاست کومه معادله کامله او کومه معادله ناقصه ده.

$a)\ 3x^2-4x+1=0$ $b)\ 3x^2-1=0$ $c)\ 2x^2-6x=0$

2- د لاندې معادلو حل پيدا کړئ.

$a)\ 3x^2+x-4=0$ $b)\ x^2+4x-32=0$ $c)\ 6x^2-x-2=0$

3- لاندې معادلې د تجزيې په لار(طريقه) حل کړئ.

$a)\ x^2-2\sqrt{3}\,x+3=0$ $b)\ x^2+4x-32=0$

$c)\ x^2-2\sqrt{3}+3=0$ $d)\ cx^2-2acx+ca^2=0$

4- لاندې معادلې په هندسي تګ لاره حل کړئ.

$a)\ 2x^2+7x-1=0$ $b)\ x^2-2x+1=0$

5- د لاندې معادلو حل د تجزيې په طريقه حل کړئ.

$a)\ 4x^2+3x-1=0$ $b)\ x^2+\dfrac{x}{5}=\dfrac{6}{5}$

$c)\ 2x^2+3x+1=0$ $d)\ x^2+3x=0$

6- د عمومي فورمول څخه په ګټه اخیستنې سره لاندې معادلې حل کړئ.

$a)\ 7x^2-8x+1=0$ $b)\ x^2-3x+2=0$

$c)\ t^2-0.27+0.6t=0$

7- که دیوه مستطیل مساحت $20cm^2$ او اوږدوالی د عرض دوه برابره وي د مستطیل اوږدوالی او سور پیدا کړئ.

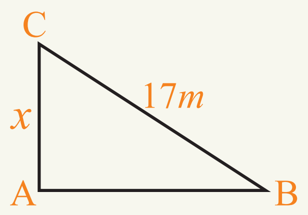
8- که د یوه قایم الزاویه مثلث د قایمو ضلعو اوږدوالی $2a$ او $2a+1$ وي د وتر اوږدوالی یې پیدا کړئ.

9- که دیوه مستطیل مساحت $24cm^2$ او محیط یې $36cm$ وي اوږدوالی او سور یې پیدا کړئ.

10- هغه معادلې ولیکئ چې حلونه یې په لاندې ډول دي.

$a)\ -2,0.5$ $b)\ 3,-1$ $c)\ 0,2$ $d)\ \sqrt{2}-1,2$

11-دوه تنه بایسیکل چلوونکي د A ټکي څخه یو ختیځ لور ته او بل شمال لورته حرکت وکړ په هغه وخت کې چې د دوی تر منځ واټن $17m$ دی هغه بایسیکل چلوونکی چې ختیځ لور ته حرکت کړی دی $7m$ زیات واټن له هغه تن څخه چې شمال لور ته حرکت کړی طی کړی دی. هغه الجبري معادله چې د هغې له مخې وکړای شو چې وهل شوی واټن د هر یوه بایسیکل چلوونکی ولیکئ.



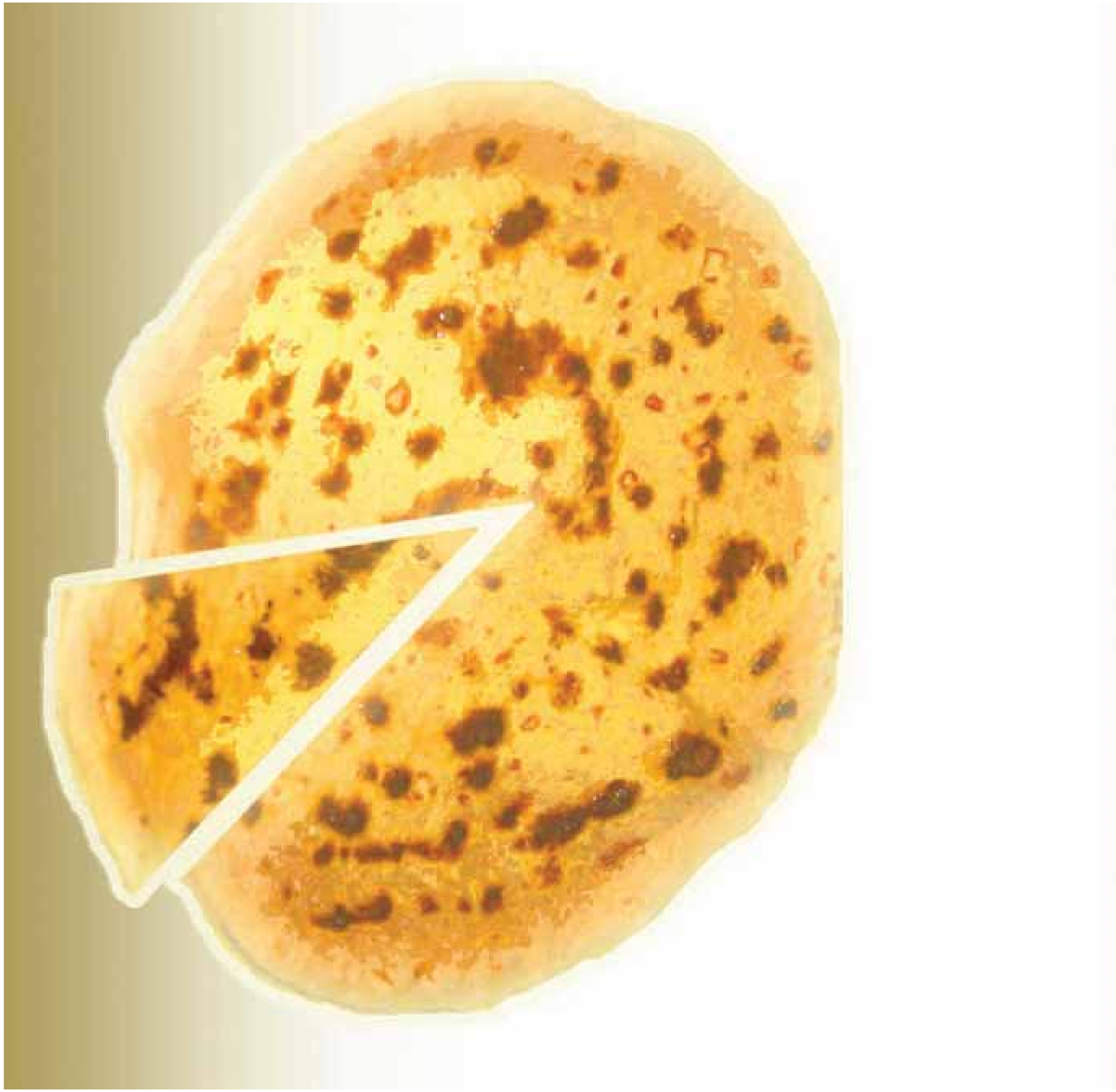
(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم خپـــرکی

احصائیه

(c) ketabton.com: The Digital Library



(c) ketabton.com: The Digital Library

د دیتا (Data) د ګیډې کولو لاره

آیا تاسې په خپل ټولګي کې تر ټولو جګه ونه لرئ؟ که چیرې د فلیپین او یا اندونیزیا ته ولاړ شئ څنګه؟
تاسې په کومه کچه په یوه هیواد کې جګ او په بل هیواد کې لنډ ونې شمېرل کیږي، معیارونه مو کوم دي؟

فعالیت

د یو شمېر کورنیو شمېر چې په څو کلیو کې پرتې دي، په لاندې ډول لیکل شوي اطلاعات په لاس راغلي:

52	49	40	42	45	53	35	38	40	43
51	55	38	39	44	37	46	41	50	56

غواړو دا راکړل شوی دیتا data په دریو ګیډیو کې داسې ځای په ځای کړو تر څو پوه شو، چې کوم کلي ډیر، منځنی، او کم وګړي لري.

- ایا کولای شو، چې یو یا څو ورکړل شوی دیتا data له منځه یوسئ؟
- تر ټولو لویې او تر ټولو کوچنی کورنی پیدا کړئ.
- د لږو او ډېرو دیتاګانو data تر منځ وسعت څومره دی؟
- دا وسعت د ګیډیو په شمېر وویشئ. سوچ وکړئ دا عدد څه شی راښیي؟
- د عددونو څخه په ګټه اخستنې سره جدول ډک کړئ.
- میله یي ګراف یې رسم کړئ.

د کلیو شمېر	د کورنیو شمېر
	35 - 41
	42 - 48
	49 - 56

د ډيټا data د دسته بندي ياګيډی کولو لپاره لاندې ګامونه په وار سره تر سره کړئ.
- د ډيټاګانو د زيات مقدار او کم مقدار وسعت په لاس راوړئ.
- دا وسعت د دستو په تعداد وويشئ او د اوږدوالی په لاس راوړئ که چيرې حاصل يې طبيعي عدد نه وي کولای شئ هغه(round down)کړئ.
- له دې مقدارونو څخه دستې جوړې کړئ.

مثال: په لاندې جدول کې د 30 روغتونو ناروغان چې په اټکلي ډول نيول شوی داسې راغلي دي:

163	165	161	140	157	160	152	151	152
149	153	146	154	174	172	170	166	164
177	158	146	169	170	172	165	175	172
						168	165	160

دا ډيټاګانې په څلور دستو ياګيډيو کې ځای په ځای کړئ.
- که چيرې د ناروغانو شمېر په يوه روغتون کې له 175 څخه زيات وي هغه روغتون ته ازدهامي(ګڼه ګوڼه) روغتون وايي. څو روغتونونه ازدهامي(ګڼه ګوڼه) دي.
- د ازدهام د پرتله کولو لپاره ميله يي ګراف رسم کړئ.

حل: د دې لپاره چې ډاډه شو ټول ارقام په يوه جدول کې ځای په ځای کوو او تر ټولو زيات او تر ټولو کم ارقام يې په لاس راوړو.

$140 =$ ترټولو ټيټ رقم

$177 =$ تر ټولو لوړ رقم

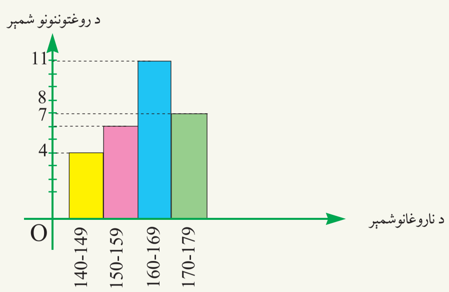
لوړ رقم − ټيټ رقم $= 177 - 140 = 37$

د دستو يا ګيډيو د اوږدوالی ډيډا کولو لپاره دا وسعت د دستو يا ګيډيو په شمېر ويشو $\frac{37}{4} = 9.25$ ددې عدد څخه د دستې ياګيډی په اوږدوالی کې ګټه اخلو. اما د کار د اسانی لپاره دا عدد روندډون ياکښته خوا په پام کې نيسو چې په دې ډول د ګيډی اوږدوالی د(9) عددپه لاس راځي.

د ناروغانو شمېر	د روغتونو کثرت	دګيډيو وسط يا منځی	$f \cdot X$
140 – 149	4	144.5	$4 \times 144.5 = 575$
150 – 159	7	154.5	$7 \times 154.5 = 1081.5$
160 – 169	11	164.5	$11 \times 164.5 = 1809.5$
170 – 179	8 n = 30	174.5	$8 \times 174.5 = 1396$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\overline{X}=\frac{575+1081.5+1809.5+1396}{30}=\frac{4865}{30}=162.1$$



پاملرنه وکړئ که چیرې د دستې اوږدوالی پورته خوا پوره په پام کې و نه نیسو یعني روندواف نه کړو، د دستو(گیډیو) د اوږدوالی مجموعه له 37 څخه لږ په لاس راځي، چې په دې ډول یو شمېر داتاگانې حساب او له جدول څخه خارجیږي او دا سم کار نه دی.

په ځینو وختونو کې د دستو یا گیډیو د شمېر(گروپونو) په ځای د دستو یا گیډیو اوږدوالی مونږ ته پېژندل شوی دی په دې حالت کې د دستو یا گیډیو شمېر مونږ ته اهمیت نلري. د دستو یا گیډیو د اوږدوالی په لرلو سره داسې لیکو چې د هغو اوږدوالی د فرض شویو دستو یا گیډیو سره برابر وي او وروسته یې جدول پوره کوو.

مثال: په پورتنی مثال کې که د دستو یا گیډیو په ځای د دستو یا گیډیو اوږدوالی 8 فرض کړو منځنی یا اوسط قیمت یې پیدا کړئ.

حل: ټیټ رقم یعني 140 څخه پیل کوو. څرنگه چې د گیډۍ یا دستې اوږدوالی 8 دی د دوو لاندې پرله پسې سرحدونو تر منځ واټن باید 8 وي. یعني د دویمې گیډۍ یا دستې لاندنی سرحد باید 148 وي. اته، اته تر هغه زیاتوو تر څو ډیرې داتاگانې په جدول کې ځای په ځای شي تر پایه دوام ورکوو.

د ناروغانو شمېر	د رغتونو شمېر	دگیډیو اوسط	f · x
140 – 147	3	143.5	430.5
148 – 155	6	151.5	909
156 – 163	6	159.5	957
164 – 171	9	167.5	1507.5
172 – 179	6 n = 30	175.5	1053

$$\overline{X}=\frac{430.5+909+957+1507.5+1053}{30}=161.9$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

1- لاندې ډیټاګانې د 20 زده کوونکو د رسیدلو وخت په دقیقو له کوره تر ښوونځي راښیي:

33	65	50	10
23	11	5	48
32	26	26	37
19	13	7	17
22	21	43	29

- پورتنی ډیټاګانې په اوو ګروپو کې ګیلۍ یا دسته بندي کړئ.
- د هرې ګیلۍ کثرت پیدا کړئ.
- میله یي ګراف یې رسم کړئ.
- که چیرې ډیټاګانې په هغه ګروپونو کې چې د ګیلۍ اوږدوالی یې 10 وي کېږدو د کثرت جدول یې جوړ کړئ.

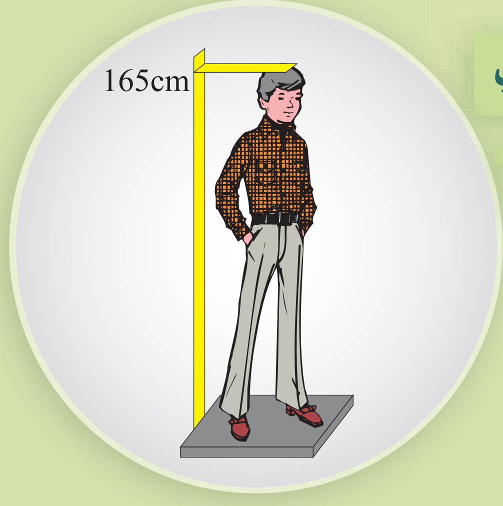
2- یو مثال راوړئ چې ډیټاګانې د دسته بندي لپاره د ګیلیو له اوږدوالی څخه ګټه اخیستل شوی وي.

3- د موضوع د څېړلو لپاره یو مثال ورکړئ، چې د ډیټاګانو د ګیلۍ کولو ګیلیو له شمېر څخه ګټه اخیستل شوی وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د نښتو یا پیوسته دیټاګانو دسته بندي



که چیرې له تاسې څخه پوښتنه وشي چې ونه مو څومره جګه ده څه ځواب ورکوئ.
ایا ټیک داسې عدد دی چې د متر له مخې یې لولئ؟

فعالیت

- که له تاسې څخه پوښتنه وشي چې څو ورونه لرئ، څه وایئ؟ ایا کولی شئ ادعا وکړئ، چې د دغه ډول سوال په ځواب او یا نورو عمومي پوښتنو چې لا ټیک وسایل مو لرلی، کولای مو شول، چې د خپلو هم صنفانو د ورونو د شمېر په ټیک ډول و وایئ.
- ناخاپي متحول مو څه شي دی او دکومو ډولونو څخه دی.
- که ستاسې یو دوست ووایې د ونې اوږدوالی یې ۱۵٦ سانتي متر دی. ایا ټیک د ونې(قد) اوږدوالی یې ۱۵٦ سانتي متره دی؟
- د ۱۵ زده کوونکو د ونو اوږدوالی وروسته له پوښتنې څخه داسې ورکړل شوي.

136	138	151	148	153
139	141	141	131	142
146	132	139	159	152

لاندې جدول بشپړ کړئ.

د زده کوونکو د ونې جګوالی	د زده کوونکو شمېر
130 – 140	
140 – 150	
150 – 160	

- په سوچ ووایئ چې ولې د ۱٤٠ عدد یو وار د دستو یا ګیډیو د پورتنی سرحد په څېر او یو وار د دستو د لاندینی سرحد په څېر راوړل شوي دي.
- که چیرې د یوه سړي د ونې اوږدوالی ۱٤٠ سانتي متره وي څه سوچ کوئ، چې په کومه دسته یا ګیډۍ کې قرار لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

که چیرې یو نښتي یا پیوسته متحول ولرو د اطلاعاتو په ګیلډي یا دسته بندي کې د یوې دستې یا ګیلډې پورتنی سرحد به له کوزنی سرحد سره برابر وي، د قرارداد له مخې که داتا د پورتنی ګیلډې یا دستې سره برابر وي په ورپسې سرحد کې لویږي.

مثال: د 25 ډول، ډول موټرونو چټکتیا په لاندې ډول احصایه نیول شوې ده.

28	48	44	47	38	35	32
31	54	52	51	36	40	30
29	29	31	52	42	32	27
			43	37	49	54

- د کثرت جدول یې ډک کړئ.
- که چیرې د چلولو د جواز سرعت په ښار کې په یوه ساعت کې ۳۰ کیلومتره وي څو موټرونو د چټکتیا د مجاز سرعت څخه زیات چلیدلي دي.
- د ګیلډیو د کثرت د جمع حاصل څو دی؟ دا عدد د څه شي سره برابر دی؟

حل: څرنګه چې سرعت یو پیوسته متحول دی؛ نو جدول د پیوسته یا سره نښتي متحول لپاره جوړوو. د ۳۰ عدد په دویمه ګیلډې کې او د ۴۰ عدد په دریمه ګیلډې کې لویږي د ګیلډو د کثرت جمع برابره ده له $n = 4+9+7+5 = 25$ چې د موټرونو د شمېر سره مساوي ده او(۲۱) موټرونو له خپل جواز څخه زیات چلیدلی دی.

سرعت	تعداد
20 – 30	4
30 – 40	9
40 – 50	7
50 – 66	5
	25

پوښتنې

1- لاندې داتاګانې چې د 34 زده کوونکو د هوش ضریب د ښوونځي په اول کال کې رانښیي په پام کې ونیسئ.

88	101	108	103	111	111	108	108	86
96	107	111	96	112	105	105	103	91
105	90	95	89	92	112	112	100	92
		77	90	106	77	108	95	111

د 4 دسته یې جدول په جوړولو سره د ګیلډیو د کثرت د جمع حاصل، د ګیلډو مرکز، او data منحنی قیمت پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

وزني اوسط یا منځنۍ قیمت
Weighted Mean

که څوک ښه کار سرته ورسوي، انعام يې
نظر کوم عدد ته څو برابره دی.

فعالیت

اوریدلی مو دي چې هغه زده کوونکی چې دولسم ټولګی پای ته ورسوي د کانکور ازموینه په شلورو څانګو کې له خاصو ضریبونو سره سرته رسوي او د هغې د نمبرو په اساس پوهنتونونو پوهنځیو ته ویشل کېږي. اټکل کوو چې د دوو زده کوونکو د کانکور نمبرې په لاندې ډول دی.

مضمون	ژبه او ادبیات د 2 په ضریب	ټولنیز علوم د 2 په ضریب	طبیعي علوم د 3 په ضریب	ریاضي د 4 په ضریب
ضریب	3	2	3	4
لومړی زده کوونکی	61	66	62	61
دویم زده کوونکی	61	66	62	60

مضمون	د دویم زده کوونکی نمبرې	ضریب
ریاضي	60	4
طبیعي علوم	62	3
ټولنیز علوم	66	2
ژبه او ادبیات	61	3

مضمون	د لومړي زده کوونکی نمبرې	ضریب
ریاضي	61	4
طبیعي علوم	62	3
ټولنیز علوم	66	2
ژبه او ادبیات	61	3

- د دواړو زده کونکو د نمبرو منځنۍ یا وسطي قیمت پیدا کړئ.
- د کوم مضمون نمبرې په منځنۍ یا وسطي قیمت ډېره اغیزه لري؟ ولې؟
- د کوم مضمون نمبرې په منځنۍ یا وسطي قیمت لږ اغیزه لري؟ ولې؟
- که د زده کوونکو د ریاضي مضمون په نمبرو ۵ نمبرې ورزیاتې شي منځنۍ یا وسطي قیمت ډېر بدلون مومي که دې د ټولنیزو علومو په مضمون ۵ نمبرې زیاتې شي.

که چیرې دیتاګانې په ځانګړې ضریب سره ورکړل شوې وي دا په دې معنا ده چې د دیتا اغیزه یوشان له هغه ضریب سره ترلی ده. په دې حالت کې د ضریبونو دکثرت جدول د دیتاګانې د کثرت په عنوان حسابیږي او په W سره ښودل کیږي. په لاس راغلی اوسط ته وزني اوسط وایي:

$$\bar{x} = \frac{w_1 x_1 + w_2 x_2 + \ldots + w_n x_n}{w_1 + w_2 + \ldots + w_n}$$ وزني اوسط

مثال: په ځینو پوهنتونو کې نمبرې د تورو په اساس لکه A, B, C, D او F اعلانیږي په دې پوهنتونو کې د A ارزښت څلور، د B ارزښت درې، د C ارزښت دوه، د D ارزښت یو او د F ارزښت صفر وي یوه محصل لاندې نمبرې اخیستی دی.

مضمون	نمرې	دکریډتونو شپر
ریاضیات	B	3
فزیک	A	3
کیمیا	C	2
بیولوژي	B	3
ژبه	A	1

– د دې محصل د نمبرو اوسط څو دی.

حل:

مضمون	حرفی نمره	دکریډتو شمېر =X	عددي نمرې =W	W · X
ریاضیات	B	3	3	3 × 3 = 9
فزیک	A	3	4	4 × 3 = 12
کیمیا	C	2	2	2 × 2 = 4
بیولوژي	B	3	3	3 × 3 = 9
ژبه	A	1	4	4 × 1 = 4

$n = 12$ دکریډتونو شمېر

وزني اوسط یا منځنی = $\bar{x} = \frac{9+12+4+9+4}{12} = \frac{38}{12} = 3.16$

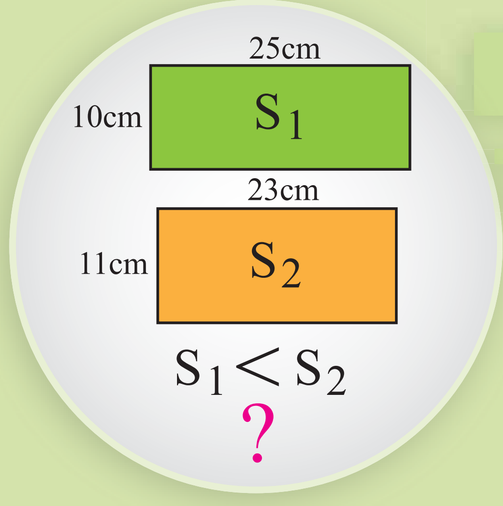
پوښتنې

که دکانکور په یوه ازموینه کې د یوه زده کوونکي نمبرې په وار سره $70, 65, 61$ او 53 او ضریبونه یې په وار سره $3, 2, 1$ وي د دې زده کوونکي د نمبرو اوسط حساب کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

مستطيلي ګراف
Histogram

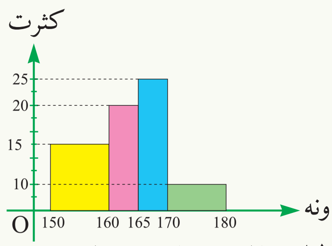


که د يوه مستطيل اوږدوالی 25 سانتي متره او سور يې 10 سانتي متره او دبل مستطيل اوږدوالی 23 سانتي متره او سور يې 11 سانتي متره وي. د دي دواړو مستطيلونو مساحتونه پيدا او يو له بل سره يې پرتله کړئ.

فعاليت

ديوې ښوونځي د 70 زده کوونکو د ونې(قد) اندازه په لاندې ډول په جدول کې ورکړل شوې ده.

ونه په سانتي	150 – 160	160 – 165	165 – 170	170 – 180
کثرت	15	20	25	10

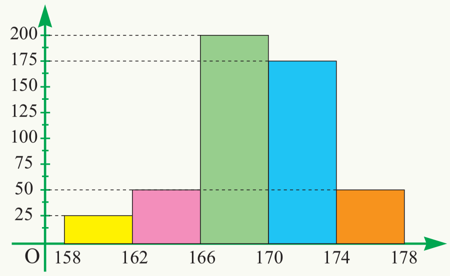


- په پورتنی ګراف کې د مستطيلونو قاعدې څه شی راښيي.
- د هر مستطيل مساحت په لاس راوړئ. د مستطيل مساحت څه شي راښيي.
- د مستطيلونو جګوالی(ارتفاع) څه شی راښيي.
- پورتني ګراف له ميله يي ګراف سره څه توپير لري.

يو ځل بيا د يوه ښوونځي د ۵۰۰ زده کوونکو ونې چې اندازه يې په لاندې جدول کې ورکړ شوې ده په پام کې ونيسئ:

ونه په سانتي متر	158 – 162	162 – 166	166 – 170	170 – 174	174 – 178
کثرت	25	50	200	175	50

(c) ketabton.com: The Digital Library



• جدول ته په پاملرنې سره د مستطیل قاعده څه شی راښیي.
• د مستطیل اوږدوالی څه شی راښیي.
• میله یي ګراف له پورتنی ګراف سره څه توپیر لري؟

د دیټاګانو د پیوسته یا نښتي ښودلو لپاره د مستطیلي ګراف څخه ګټه اخلو په دې ګراف کې د مستطیل عرض د دستو یا ګیډیو د اوږدوالی سره برابر دی په مستطیلي ګراف کې مساحتونه د هرې دستې یا ګیډۍ کثرت راښیي.
که د دستو یا ګیډیو اوږدوالی یو له بل سره برابر وي کولای شو د مساحتونو په ځای راساً کثرت پرتله کړو په دې صورت کې اوږدوالی د کثرت عمودي محور راښیي.

مثال: د یوه ټولګي د زده کوونکو وزن په لاندې جدول کې راکړل شوی دی.

د زده کوونکو وزن په کیلو ګرام	40 – 45	45 – 50	50 – 60	60 – 70	70 – 90
د زده کوونکو شمېر	4	6	12	8	8

دلته لیدل کېږي چې د دستو یا ګیډیو واټن مساوي نه دی، مخکې د مستطیلي ګراف د رسمولو څخه لازمه ده چې د مستطیلونو جګوالی(ارتفاع) یوه ګڼه واټن ته په پام کې نیولو سره د ټولو دستو یا ګیډیو پیدا کړو په دې مثال کې $5Kg$ ګډ یا مشترک دی نو کولای شو چې ټول پنځه واړه واحده د x په محور په یوه واحد وښیو:

د $40-45$ ګیډۍ لپاره یو واحد
د $45-50$ ګیډۍ لپاره یو واحد
د $50-60$ ګیډۍ لپاره یو واحد
د $60-70$ ګیډۍ لپاره یو واحد
د $70-90$ ګیډۍ لپاره یو واحد

د مستطیلونو د عمودي اوږدوالي د پیداکولو لپاره د دستو یاګیډیو کثرت د دستو یاګیډیو په اوږدوالي ویشو.

$$40-45 \rightarrow \frac{4}{1}=4 \rightarrow \frac{4}{5}=0.8$$

$$45-50 \rightarrow \frac{6}{1}=6 \rightarrow \frac{6}{5}=1.2$$

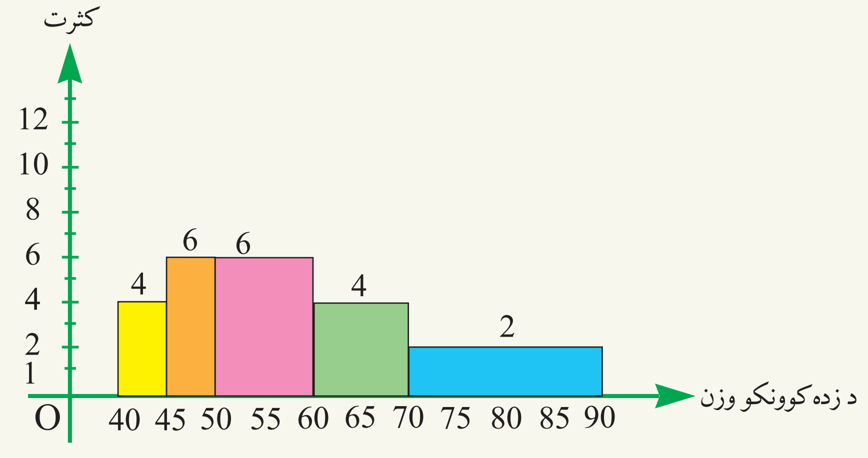
$$50-60 \rightarrow \frac{12}{2}=6 \rightarrow \frac{12}{10}=1.2$$

$$60-70 \rightarrow \frac{8}{2}=4 \rightarrow \frac{8}{10}=0.8$$

$$70-90 \rightarrow \frac{8}{4}=2 \rightarrow \frac{8}{20}=0.4$$

اوس په لاس راغلی پایلې په لاندې جدول کې ترتیب او مستطیلي ګراف د راکړل شوي مثال رسموو:

د زده کوونکو وزن په Kg	40-45	45-50	50-60	60-70	70-90
کثرت نظر واحد فاصلې ته	4	6	6	4	2



(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

1- لاندې جدول د يوه روغتون د ناروغانو تعداد د هغو ټاکلو ورځو راښيي چې په روغتون کې بستر شوي دي.

د ورځو شمېر	1 – 5	5 – 9	9 – 13	13 – 17	17 – 21	21 – 25
د ناروغانو شمېر	12	10	16	18	14	8

ـ د پورتني جدول مستطيلي گراف رسم کړئ.

2- د يوه ټولگی 50 زده کوونکو د IQ (ذکاوت) په ازموينه کې گډون کړی دی، چې پايلې يې په لاندې ډول دی.

115	113	109	118	92	130	112	114	117	122
127	107	108	113	124	112	111	106	116	118
121	107	118	118	110	124	115	103	100	114
104	124	116	123	104	135	121	126	116	110
94	134	98	129	102	103	107	113	117	112

- نوموړو داتاگانو ته د کثرت جدول جوړ کړی. د دې جدول لپاره ۷ گروپونه داسې په پام کې ونيسئ چې د گېډيو اوږدوالی يې مساوي وي.
- د دې ديتاگانو مستطيلي گراف رسم کړئ.
- څه پايلې اخلئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

دایره وي ګراف

مخامخ شکل د لرګي یوه کنده ده هغه کرښې چې ددې لرګي په مقطع کې وینئ د څه شي شکل ته ورته دی.

فعالیت

د افغانستان د ښوونې او روزنې وزارت په 1387 کال کې لاندې ارقام د ښوونځیو د زده کوونکو د شمېر په اړه خپرې کړې دي: د ابتدایي زده کوونکو شمېر 250000 د منځنیو ښوونځیو د زده کوونکو شمېر 200000 او د ثانوي زده کوونکو شمېر 150000 دی.

- که د هرې داتا نسبي کثرت په °360 درجو کې ضرب کړو هره دوره به څو درجې وي؟
- یوه دایره رسم او مرکزي زاویې یې په لاس ته راغلو اعدادو په اندازه بیلې کړئ. د هرې زاویې دننه د اړوند تحصیلي دورې نوم ولیکئ.
- یو عنوان د ګراف لپاره و ټاکئ او د ګراف لاندې یې ولیکئ.
- په دایروي ګراف کې څه، څه سره پرتله کېږي.
- د دایرې په کوچنی کېدو یا لوییدو سره په دایروي ګراف کې څه توپیر راځي؟

له پورتنی فعالیت څخه پوه شو چې کولای شو دیتاګانو د دایرې په مرسته وښیو. د یو ناڅاپي یا اتفاقي متحول د دیتاګانو ښودل د دایرې په مرسته د دایروي ګراف په نامه یادېږي، په دایروي ګراف کې لومړی نسبت د هرې دستې یا ګیلډی او ټولې دیتاګانو شمېر په °360 ضرب چې د ګیډیو مرکزي زاویه راښیي په لاس راوړو؛ یعنې:

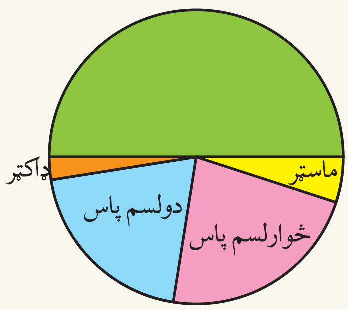
$$\text{کثرت د درجې له جنسه} = \frac{\text{د دیتاګانو کثرت}}{\text{د ټولو دیتاګانو شمېر}} \times 360^\circ$$

مثال: یوه مؤسسه چې د کارکوونکو شمېر يې ۲۰۰ او د تحصیل د درجې له مخې وېشل شوی دی.

د تحصیل درجه	ډاکټر	ماسټر	لیسانس	څوارلسم پاس	دولسم پاس
د کارمندانو شمېر	5	10	100	45	40

د دې دیتا دایروي ګراف په لاندې ډول دی.

د تحصیل درجه	کثرت	مرکزي زاویه د درجې له جنسه
ډاکټر	5	$\frac{5}{200} \times 360^\circ = 9^\circ$
ماسټر	10	$\frac{10}{200} \times 360^\circ = 18^\circ$
لیسانس	100	$\frac{100}{200} \times 360^\circ = 180^\circ$
څوارلسم پاس	45	$\frac{45}{200} \times 360^\circ = 81^\circ$
دولسم پاس	40	$\frac{40}{200} \times 360^\circ = 72^\circ$



پوښتنې

– د لاندې جدول په پام کې نیولو سره د کورنیو دایروي ګراف د جمعیت له مخې رسم کړئ.

د کورنی نوع	ډېر جمعیت سره	منځنی جمعیت	لږ جمعیت	جمع
د کورنی شمېر	11	23	6	40

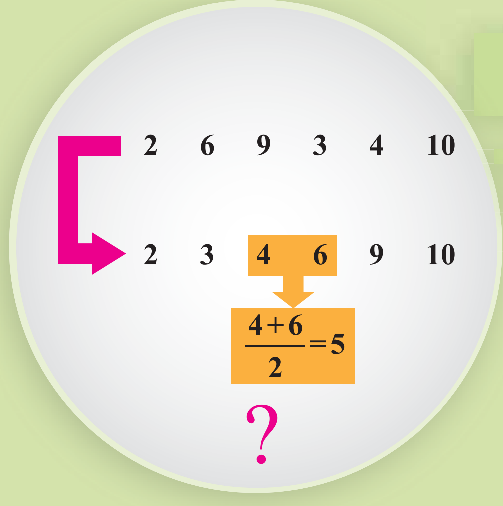
– دایروي ګراف د څه ډول متحول لپاره مناسب دی.

- که د دیتاګانو کثرت دوه برابره کړو، ایا مرکزي زاویه یې بدلون مومي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

میانه
Median



که له تاسي څخه پوښتنه و شي، چې د نومرو اوسط مو څو دی؟ له اوسط څخه ګټه اخلئ. که له تاسي څخه وپوښتل شي، چې ترټولو ډیر ځله ستاسو د نومرو په اطلاعنامه کې څو دي؟

که له تاسي پوښتنه وشي، چې تاسي د ښو زده کوونکو په منځ کې یاست که د کمزورو زده کوونکو په منځ کې تاسي دي سوال ته ځواب ورکوئ.

فعالیت

- سوچ وکړئ د((میاني)) لغت یعني څه؟
- که یو شمېر دیتاګانو ولرو څرنګه کولای شو د هغو وسطي مقدار پیدا کړو.
- که د دیتاګانو شمېر طاق وي، ایا وسطي مقدار د دیتاګانو په میانه کې شته دی؟
- که د دیتاګانو شمېر جفت وي، ایا وسطي مقدار د دیتاګانو په میانه کې شته دی؟
- ایا کولای شو وسطي مقدار پرته له ترتیب کولو د داتاګانو په لاس راوړو.
- که د دیتاګانو مقدار جفت وي اټکل کولی شئ، چې څه مقدار د وسطي مقدار په عنوان وټاکو.
- لاندي دیتاګاني په پام کې ونیسئ.

2 3 5 1 4

– وسطي مقدار یې پیدا کړئ.
– د دیتا د وسطي مقدار یې شمېر مخکښې داتا له شمېر سره څه اړیکه لري.
– لاندي دیتا په پام کې ونیسئ.

2 3 5 1 4 5

– یو وسطي عدد پیدا کړئ، چې د دیتا شمېر یې وروسته او د مخکښې له هغه عدد د دیتا له شمېر سره برابر وي.

که د ګیډیو اوږدوالی یو له بل سره برابر وي کولای شو د مساحتونو په ځای راساً کثرت پرتله کړو په دې وضعیت کې اوږدوالی د کثرت عمودي محور راښیي نو په دې حالت کې مساحت نشو په لاس راوړئ.

مثال: د یوه ټولګي د زده کوونکو وزن په لاندې جدول کې راکړل شوی دی.

10000 7000 4000 6000 3000

ددې data میانه حساب کړئ.

حل: لومړی data مرتب کوو:

3000 4000 6000 7000 10000

لیدل کېږي چې د 6000 عدد د عددونو په وسط(منځ) کې قرار لري نو د data میانه د پورته عددونو ده.

دویم مثال: د لاندېdata میانه وټاکئ.

2 6 9 3 4 10

حل: د میانې د حسابولو لپاره عددونه ترتیب کوو.

2 3 4 6 9 10

دا عددونه د پورته عددونو د data میانه ده.

لیدل کېږي چې د data منځ کې داسې عدد نشته چې د میانې خاصیت صدق کړي نو که چیرې تاسې $5 = \frac{4+6}{2}$ په پام کې ونیسئ چې د میانې ځانګړتیا په کې صدق کوي او دا عدد د پورتنی داتا میانه ده چې د پنځو څخه وروسته د داتا شمېر د پنځو څخه د پورته داتا سره برابر دی.

پوښتنې

1- لاندې جدول د یوه روغتون د ناروغانو شمېر د هغو ټاکلو ورځو راښيي چې په روغتون کې بستر شوي دي.

1 , 2 , 3 او 0 , 2 ,100

2- د پورتني جدول مستطیلي ګراف رسم کړئ.

5 ,15 , 4 , 0 , 12 , 15 , 5 , 6 , 5 , 0

3- که له ټولو دیتاګانو سره یو ثابت عدد جمع شي د میانې په مقدار کې څه اغیزه منځ ته راځي په یوه مثال کې یې وښیئ.

4- که دیتاګانې دوه برابره کړو د میانې په مقدار کې څه اغیزه کوي په یوه مثال کې یې وښیئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تحول ساحه
Range

د خپلو هم ټولګیوالو ونې مو اندازه کړې.
د تر ټولو لوړو ونو او د تر ټولو لنډو ونو تر منځ توپیر حساب کړئ، که و موغوښتل چې د زده کوونکو تر ټولو زیات توپیر پیدا کړئ ایا لازمه ده چې د نورو زده کوونکو ونې اندازه کړئ؟

فعالیت

د اووم ټولګی د 10 زده کوونکو او لسم ټولګی 10 زده کوونکو د ونو لوړوالی په اتفاقي ډول ټاکل شوی، چې لاندې راوړل شوی دی.

د اووم ټولګی زده کوونکی : 142 ,145 ,146 ,148 ,148 ,148 ,149 ,149 ,150 , 152

د لسم ټولګی زده کوونکی : 150 ,151 ,153 ,156 ,158 ,158 ,159 ,160 ,160 , 160

- د دواړو ګروپونو د لوړو ونو تر منځ وسعت پیدا کړئ.
- آیا د دواړو ګروپونو د اعدادو تر منځ وسعت یو شان دی.
- که چیرې دیتاګانې و نه لرو، ایا د دیتا د لږو او ډیرو توپیرونو په لرلو سره د دې ګروپونو په اړه مونږ کولای شو چې سره پرتله یې کړو.
- ایا د بدلون یا تحول د ساحې برابروالي په دواړو ګروپونو کې د دیتا د یووالی په مانا دی.
- د نمونې د تعریف په پاملرنې سره که داګروپونه د ټولنې په عنوان په پام کې ونیسو په نمونه کې د واټن د اوږدوالي زیاتوالي، په ټولنه کې د واټن د اوږدوالي د زیاتوالي پایله راکوي.

د پورتني فعالیت څخه پوهېږو د واټن اوږدوالی چې متحول په هغې کې د بدلون امکان لري د تحول د ساحې په نامه یادېږي. دا معیار د جګې او ټیټې دیتاګانو ترمنځ وسعت را په ګوته کوي.پاملرنه باید وشي چې د تحول د ساحې لوی والی په یوه ټولنه کې د توپیر یا پراګندګي ډیر والی دی هر څومره چې دا توپیر کم وي د وګړو پراګندګي کمه ده. د یوې ټولنې وګړي د دې ځانګړتیا له مخې یو بل ته نږدی دی که د تحول ساحه صفر وي، که د وګړو د څیړنو د ځانګړتیاوې سره برابري او یو شان وي په دې حالت کې ټولنه یوه متجانسه ټولنه بولو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: د دوو زده کوونکو د $4\frac{1}{2}$ میاشتنی ازمویني نمبرې په لاندې ډول دی.

الف: 20 , 21 , 25 , 32 , 33 , 35 , 36 , 37 , 38 , 39

ب : 20 , 33 , 34 , 35 , 35 , 35 , 34 , 34 , 35 , 39

- د دوارو دستو یا ګیډیو د تحول ساحه پیدا کړئ.
- أیا د دیتاګانې پراګندګي په لومړی یا که په دویم ګروپ کې کمه ده.

حل: د دوارو ګروپونو د تحول ساحه یو برابر ده.

$$39 - 20 = 19$$

د دویم ګروپ د دیتاګانې پراګندګي لږ او په دیتاګانې کې د 34 او 35 عددونه زیات تکرار شوی دی واټن یې کم دی. ولې پراګندګي په لومړی ګروپ کې ډېره ده د تحول ساحه یوازې له لږو او زیاتو مقدارونو سره کار کوي. د دیتاګانو په اړه او د هغوی تر منځ هیڅ اطلاعات مونږ ته نه راکوي. نو د تحول د ساحې په لږلو سره نشو کولای د دیتاګانې د میانې د پراګندګي د میزان اټکل وکړو.

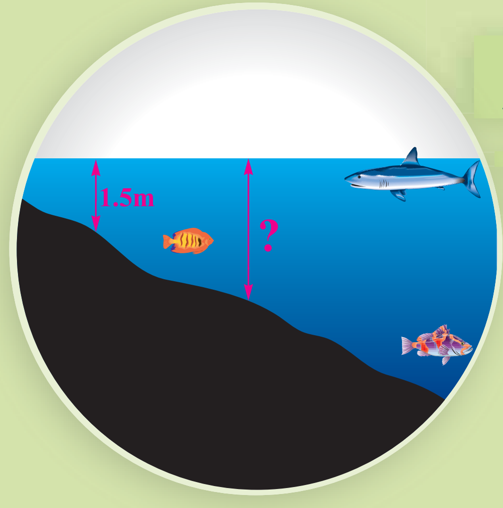
پوښتني

1- لاندې داتاګانې په پام کې ونیسئ.

1 ,2 ,5 ,6 ,6 ,7 ,8 ,9 ,10 ,11 ,15

- ددې داتاګانې د تحول ساحه پیدا کړئ.
- که د پورتنی data تر ټولو زیات او کم data له منځه یوسو د تحول ساحه یې پیدا کړئ.
- دا دواړه د تحول ساحه یو له بل سره پرتله کړئ او ووایاست چې د کوم یو پراګندګي زیاته ده.

د انحراف اوسط
Average deviation



که د یوه سیند د یوه ټکي ژوروالی 1.5 متره وي سوچ وکړئ چې د سیند د ټولو ټکو ژوروالی یو شان دی؟

فعالیت

پنځو تنو زده کوونکو په یوه صنفي ازموینه کې لاندې نمبرې اخیستي دي.

12 14 16 18 20

- د دې نمبرو اوسط او یا منځنی قیمت پیدا کړئ.
- د ټولو ډیټاګانو د منځ یا اوسط توپیر پیدا کړئ.
- د هرې ډیټاګانو د منځنیو د توپیر د جمع حاصل ولیکئ.
- د هرې ډیټاګانو د اوسط یا منځ د توپیر د مطلقه قیمتونو د جمع حاصل پیدا کړئ.
- په لاس راغلي قیمتونه سره پرتله کړئ.
- د پنځو ډیټاګانو تاسې پخپله یو مثال ورکړئ او پورتنی عملیې پرې سر ته ورسوئ.

له پورتني فعالیت څخه پوهېږو هغه توپیر چې د ډیټاګانو او اوسط تر منځ دی د منځ یا اوسط انحراف په نامه یادېږي.

د data د منځنۍ یا اوسط انحراف مجموع همیشه صفر ده. په دې دلیل د data د څېړنې لپاره د انحراف د مطلقه قیمت څخه ګټه اخلو. که د ټولو انحرافونو د مطلقه قیمت جمع کړو او د data په شمېر یې ووېشو د انحراف اوسط یا منځنی ورته ویل کېږي، د لاندې فورمول په مرسته حسابېږي.

$$\text{د انحراف اوسط یا منځنی} = \frac{|x_1-\bar{x}|+|x_2-\bar{x}|+\ldots+|x_n-\bar{x}|}{n}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دلته $X_1, X_2 \dots X_n$ عبارت له data او $\overline{X}$ د دیټاګانو منځنی یا اوسط او n د دیټاګانو شمېر دی، لیدل کېږي چې هر څومره د منځنی انحراف لوی وي، نو په هم هغه اندازه د data د پراګندګي له اوسط نه ډېره ده.

مثال: د 40 تنو زده کوونکو نمبرې په لاندې جدول کې ورکړل شوې دي.
د پورتنیو نمبرو د انحراف منځنی پیدا کړئ.

نمرې	کثرت
0 – 10	2
10 – 20	7
20 – 30	4
30 – 40	5
40 – 50	10
50 – 60	12

حل: لومړی د اوسط یا منځنی مقدار په لاس راوړو.

f= کثرت	د داتاګانو اوسط	f · x	$x-\overline{x}$	$f(x-\overline{x})$
2	5	10	5 – 37.5 = –32.5	2 × (–32.5) = –65
7	15	105	15 – 37.5 = –22.5	7 × (–22.5) = –157.5
4	25	100	25 – 37.5 = –12.5	4 × (–12.5) = –50
5	35	175	35 – 37.5 = –2.5	5 × (–2.5) = –12.5
10	45	450	45 – 37.5 = 7.5	10 × 7.5 = 75
12	55	660	55 – 37.5= 17.5	12 × 17.5 = 210
1 n = 40		1500		

$$\overline{x} = \frac{10+105+100+175+450+660}{40} = \frac{1500}{40} = 37.5$$

لیدل کېږي چې د $f(x-\overline{x})$ د جمعې حاصل له صفر سره مساوي دی. نو باید مطلقه قیمت یې سره جمع کړو.

$$\text{د انحراف اوسط} = \frac{|-65|+|-157.5|+|-50|+|-12.5|+|75|+|210|}{40}$$

$$\text{د انحراف اوسط} = \frac{65+157.5+50+12.5++75+210}{40} = \frac{570}{4} = 14.25$$

پوښتنې

د A او B دوو جمعیتونو انحرافونه لاندې راکړل شوي.

د A جمعیت انحرافونه :	4	2	0	0	-1	-2	-3
د B جمعیت انحرافونه :	8	1	0	0	-2	-3	-4

- د A جمعیت د انحراف منځنی پیدا کړئ.
- د کوم جمعیت پراګندګي زیاته ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اتم څپرکي لنډيز

- ګيډۍ د هغو ډيټاګانو مجموعه ده، چې د ګيډۍ ځانګړتياوې ولري. د ډيټاګانو د ګيډۍ کيډو يا ليارو لاندې پراوونه په پام کې نيسو:
  - د تحول ساحه: د ډيټاګانو د ډير لږو او ډير زياتو تر منځ وسعت.
  - د ګيډۍ اوږدوالي: د تحول د ساحې او د دستو د شمير نسبت.
  - د دستو کثرت: د هغو ډيټاګانو د ګيډيو شمير چې په هره دسته کې قرار لري.
  - د ګيډۍ مرکز: د هرې دستې د منځنۍ محاسبه.
- په دسته بندۍ کې که متحولونه پيوسته يا پرله پسې وي د وروستۍ ګيډۍ پورتنى سرحد د مخکينۍ ګيډۍ يا دستې لاندې سرحد سره برابر دى. په هغه صورت کې چې ډيټاګانو د دستې د پورتنى سرحد سره برابر وي هغه ډيټاګانو په وروستۍ ډيټاګانو پورې اړه لري.

د ډيټاګانو د دستو د شمير مجموع د ټولې ډيټاګانو د شمير سره برابره دى.

- فرض کوو د $data\ X_1, X_2 ... X_n$ په ترتيب د $W_1, W_2 ... W_n$ ضريبونه وي دغه اطلاعات کولى شو په لاندې جدول کې خلاصه کړو.

data	X_1	X_2	...	X_n
د وزن ضريب	W_1	W_2	...	W_n

- په دې حالت کې د پورتنى داتاګانو منځۍ په لاندې ډول محاسبه کړو.

$$\text{وزني اوسط} = \frac{w_1 x_1 + w_2 x_2 + ... + w_n x_n}{w_1 + w_2 + ... + w_n}$$

- هستوګرام يا مستطيلي ګراف عبارت له هغه ګراف څخه دى، چې د کثرت توزيع يې د مستطيلونو په مرسته ښودل کيږي.

د مستطيل جګوالي د دستې يا ګيډۍ د کثرت سره برابره ده.

د هر مستطيل مساحت د دستې يا ګيډيو د اوږدوالى او د دستې يا ګيډۍ د کثرت له حاصل ضرب سره برابر دى.

په مستطيلي ګراف کې مستطيلونه يو بل سره نږدې او د نږدې‌والي (پيوسته) متحولينو څخه د ګراف د ښودلو لپاره ګټه اخلي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

- په یوه اختیاري شعاع یوه دایره د مرکز زاویې په مرسته په n برخو ویشو داسې، چې دهرې برخې د مرکزي زاویې اندازه د کثرت سره د هغې قیمت متناسبه وي په دې حالت کې یې مرکزي زاویه نظر لومړی دستې یا ګیډۍ ته عبارت دی له:

$$\text{کثرت د درجې له مخې} = \frac{\text{د دیتاګانو کثرت}}{\text{د ټولو دیتاګانو شمېر}} \times 360^\circ$$

- د میانې د پیدا کولو لپاره په لومړی مرحله کې دیتاګانې منظم کوو او روسته:
- که د دیتاګانې شمېر طاق وي د دیتاګانې منځۍ یا اوسط ده.
- که د دیتاګانې شمېر جفت وي میانه د دوو دیتاګانې منځنی اوسط دی.
- د تر ټولو کوچنی دیتاګانې او تر ټولو لوی دیتاګانې توپیر د تحول د ساحې څخه عبارت دی یا په بل عبارت داتاګانې په هغه ساحهٔ کې بدلون کوي.
- د هرې دیتاګانې د منځنی تفاضل ته د منځنی انحراف وایي.

د انحراف منځی یا اوسط د انحرافونو د مطلقه قیمت د اوسط څخه عبارت دی او فورمول یې د اړوند دیتاګانې لپاره په لاندې ډول لیکو:

$$\text{د انحراف اوسط} = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \cdots + |x_n - \bar{x}|}{n}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اتم څپرکي پوښتني

1- لاندې جدول ډک کړئ.

تجمعی کثرت	د دستې مرکز	کثرت	ګيلېی(دسته)
		12	7,5-10,5
		10	10,5-13,5
		15	13,5-16,5

- پورتنی جدول د کومې دسته بندې ګراف راښيي. پيوسته يا نښتی يا مجزا.

2- لاندې جدول د 200 شل کلنو ځوانانو د ونو اوږدوالی راښيي.

د دستې مرکز	کثرت	ګيلېی(دسته)
153	15	149,5-156,5
160	20	156,5-163,5
167	30	163,5-170,5
174	25	170,5-177,5
181	10	177,5-184,5

- مستطيلي ګراف يې رسم کړئ.

3- د A, B, C, D او E ښارونو کې 200 مليونه افغانۍ سرمايه په کار اچول شوی ده داسې چې:

- د A ښار لپاره 110 مليونه افغانۍ
- د B ښار لپاره 32 مليونه افغانۍ
- د C ښار لپاره 24 مليونه افغانۍ
- د D ښار لپاره 14 مليونه افغانۍ
- د E ښار لپاره شل ميليونه افغانۍ معلومات ورکړل شوی او دايروي ګراف يې رسم کړئ.

ښارونه	د سرمايې ويش په مليون	سرمايه په فيصدي	سرمايه په درجه
A	110		
B	32		
C	24		
D	14		
E	20		

4- يو شمېر کورنی د خپلو غړو د شمېر سره په لاندې جدول کې ورکړ شوی دی.

کورنی	18	12	15	8
دکورنی غړي	2	4	5	8

- د کورنی مود پیدا کړئ.
- میانه یا منځنی پیدا کړئ.
- اوسط میانه پیدا کړئ.
- د تحول ساحه محاسبه کړئ.

5- د یوه ټولګی د زده کوونکو د ونو اندازه په لاندې جدول کې ورکړ شوی.

د ونې اندازه	1.5-1.6	1.6-1.7	1.7-1.8	1.8-1.9	1.9-2
کثرت	5	16	9	4	1

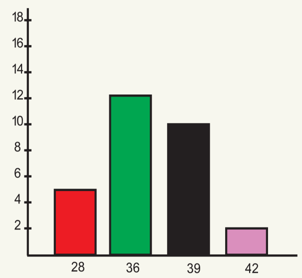
- د ګیډی مود مشخص کړئ.
- د ګیډ یو مرکز حساب کړئ.
- منځی یې پیدا کړئ.

6- یوه ښوونکی د یوه صنفي ازموینې د اوسط محاسبه داسې وکړه:

$$\frac{1\cdot4+3\cdot6+2\cdot8+7\cdot9+3\cdot10+3\cdot11+5\cdot12+1\cdot15}{25}=$$ د ازموینې اوسط

- د ټولګي د زده کوونکو شمېر پیدا کړئ.
- څو نمبرې د ۸ او ۱۳ تر منځ قرار لري د (۸ او ۱۳ په ګډون)؟
- عمومي منځی یې څو دی.

7- لاندې میله یې ګراف د هغو کتابونو شمېر راښیي چې په یوه میاشت کې مطالعه شوی دی.



- احصائیوي جدول رسم شي.
- د مطالعه شویو کتابونو شمېر په میاشت کې څو دی.

8- که د تحول ساحه له صفر سره برابره وي د داتاګانې څخه څه پایله اخلئ.

9- که په داتاګانې باندې یو ثابت مقدار علاوه کړو د تحول ساحه څرنګه تحول کوي؟

10- د څلورو زده کوونکو د هغو ساعتونو شمېر چې لوبو ته یې ورکړی دی په لاندې ډول راغلی دی:

1 5 7 9

- د پورتنی داتاګانو د انحراف منځی یا اوسط حساب کړئ.

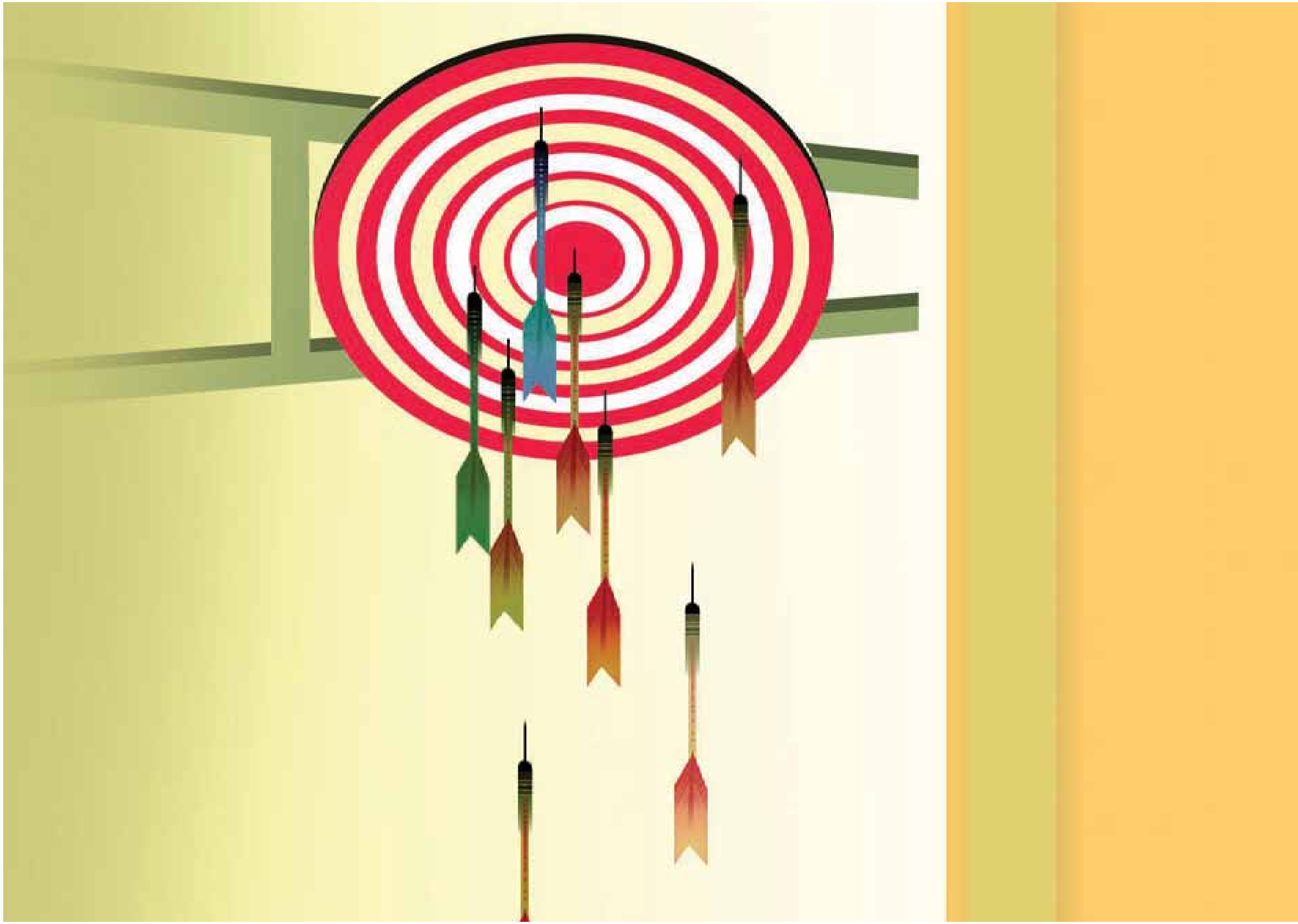
(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم څپرکی

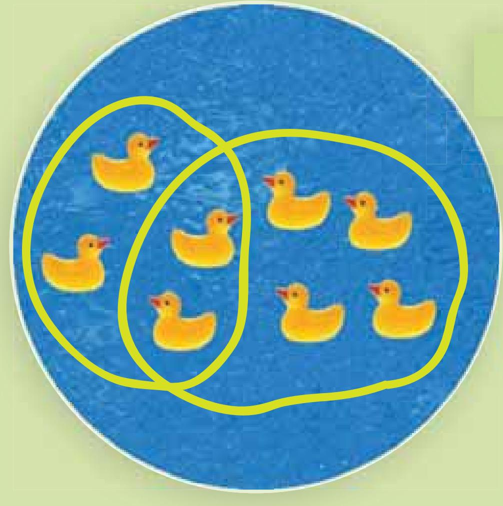
احتمالات

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library



د ناخاپو پېښو اتحاد



په دوارو شکلونو کې یو ځای خو هیلۍ وینئ.
هیلۍ په کومه حلقه پورې اړه لري؟

فعالیت

- د یوې دانې رمل د اچولو په تجربه کې د $S = \{1,2,3,4,5,6\}$ نمونې فضا او د $A = \{1,2,3\}$, $B = \{4,5,6\}$ او $C = \{1,2\}$ ناخاپي پېښې په پام کې نیسو.
- د A او C ناخاپي پېښې یو له بل سره څه اړیکې لري؟
- که د A یا د B پېښې رامنځ ته شوي وي ایا وېلی شئ چې د $A \cup B$ پېښه شوې ده؟
- د A پېښه رامنځ ته شوې او بله کومه اختیاري پېښه چې هیڅ پېښه شوې نه ده نا ممکنه یا ϕ پېښه نومول کېږي.
- ویلی شئ چې د $A \cup \phi$ او د A پېښې یو د بل سره څه توپیر لري؟

د پورتني فعالیت پایلې په عمومي ډول د S په نمونه یي فضا کې د B, A او C ناخاپه پېښو لپاره په لاندې ډول په لاس راوړو.

پایله:

- که چیرې د S په یوه نمونه یي فضا کې د $A \subseteq B$ ناخاپي پېښه وي، په دې صورت کې:

$$A \cup B = B$$

- که چیرې د S په یوه نمونه فضا کې د A او B ناخاپي پېښه وي، د $A \cup B$ او $B \cup A$ پېښې یو بل سره توپیر نه لري؛ یعنې:

$$A \cup B = B \cup A$$

- که چیرې د S په یوه نمونه یي فضا کې د A یا B یوه پېښه رامنځ ته شي نو د $A \cup B$

پیبنه هم رامنځ ته شوې ده، چې سربېره په دې

$$A \subseteq A \cup B \quad \text{او} \quad B \subseteq A \cup B$$

- د A پیبنه د S په نمونه يي فضا کې پیبنه شوې ده او يوه بله پیبنه چې هیڅ نه پيښيږي، يعني ϕ، په دې معنا ده چې يوازې د A پیبنه را منځ ته شوې ده.

$$A \cup \emptyset = A$$

- د $A \cup B$ ناخاپي پیبنه په دې معنا ده، چې لږ تر لږه د A یا B پیبنه منځ ته راغلې ده.

مثال: که چیرې د C ناخاپي پیبنه د A او B دوې بېلا بیلې ناخاپي پیبنې په خپل ځان کې ولري په دې صورت کې د $A \cup B$ ناخاپي پیبنه هم په خپل ځان کې لري په يوه مثال کې یې واضح کړئ.

حل: د $A = \{1,2\}$ ، $B = \{2,3\}$ او $C = \{1,2,34\}$ پیبنې په پام کې نیسو لیدل کېږي، چې $A \subseteq C$ او $B \subseteq C$ دی نو:

$$B \cup A = A \cup B = \{1 , 2 , 3\} \Rightarrow A \cup B \subseteq C$$

پوښتنې

1- د S د يوې نمونه يي فضا څخه د B, A او C د ناخاپو پیبنو لپاره د يو مثال(بیلگې) په مرسته د لاندې اړیکو سم والی وڅیړئ.

a) $A \cup \emptyset = A$

b) $A \cup A = A$

c) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

2- که $A \subseteq B$ وي په يوه مثال کې وښیئ چې $A \cup B = B$ دی.

3 - که چیرې د A او $A \cup B$ ناخاپي پیبنې سره برابرې وي، په يوه گراف کې وښیئ چې د A ناخاپي پیبنه د B ناخاپي پیبنه په بر کې لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ناڅاپي پېښو تقاطع

د نــور اصلي رنګونــو د پرېکړې څخه
کوم رنګونه لاسته راځي؟

فعاليت

- د رمل د يوې داني د اچولو نمونه يي فضا $S=\{1,2,3,4,5,6\}$ او د $A=\{2,4,6\}$، $B=\{4,6\}$ او $C=\{1,3,5\}$ ناڅاپي پېښې په پام کې نيسو.
- د $A\cap B$ او $B\cap A$ ناڅاپي پېښې يو بل سره څه اړيکه لري.
- ايا د A او B پيښې د $A\cap B$ ناڅاپي پيښه په بر کې لرلی شئ که نه؟
- وښيي چې د $C\cap B$ ناڅاپي پيښه يوه ناشونې پيښه ده.
- که د B پيښه د A پيښه په ځان کې ولري، د A او $A\cap B$ ناڅاپي پيښې سره پرتله کړئ.

د پورتنی فعاليت څخه کولای شو لاندې پايلې په عمومي ډول بيان کړو.

پايله:

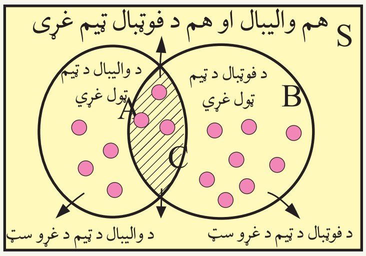
د S په يوه نمونه يي فضا کې د B,A او C ناڅاپي(تصادفي) پېښو لپاره لرو.

- د $A\cap B$ او $B\cap A$ ناڅاپي پېښې يو شان دي.
- د A او B ناڅاپه پېښې هره يوه يې د $A\cap B$ ناڅاپه پيښه په خپل ځان کې لري.
- که د A او B دوه پيښو چې تشی نه $A\cap B=\phi$ وي په دې حالت کې د A او B پيښې يوه له بله بېلې پيښې بلل کيږي.
- د A پيښې لپاره لرو:

$$A\cap S=A \text{ ، } A\cap\emptyset=\emptyset$$

- که چيرې د B پيښه د A پيښه په خپل ځان کې ولري، نو $A\cap B=A$ سره ده.

مثال: د ښوونځی د فوټبال له ټیم څخه درې تنه د ښوونځی د والیبال د ټیم غړي هم دي که چیرې د فوټبال د ټیم غړی په A، د والیبال د ټیم غړی په B او د دواړو ټیمونو ګډ غړي په C سره وښیو په دې حالت کې د سټونو تر منځ اړیکه د سټ د تیورې په بڼه ولیکئ:



$$A \cap B = C$$

ایا پوهېږئ چې د B د سټ په مکمله سټ کې یعني $\overline{B}$ کې د والیبال د ټیم ټول غړي ګډون لري. که نه؟

نو $\overline{B}$ ټول هغه زده کوونکي دي، چې د فوټبال د ټیم غړي نه دي، څرنګه چې 3 تنه زده کوونکي د والیبال د ټیم غړي، چې په عین حال کې د فوټبال د ټیم غړي هم دي په $\overline{B}$ کې ګډون نه لري؛ نو په دې اساس د والیبال ټیم $\overline{B}$ سټ په پام کې نیولو سره ناقص دی.

پوښتنې

1- د A, B ناخاپي پېښه د دیاګرام په مرسته د A او B د بېلابېلو حالتونو لپاره چې د C پېښه د A او B پېښې په خپل ځان کې لري وښیئ او وضاحت ورکړئ.

2- په یوه مثال کې د A, B او C پېښې چې A او B په خپل ځان کې لري وښیئ چې:

a) $\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$

b) $\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$

3- لاندې پېښې په بیان سره ولیکئ:

a) $\overline{A} \cup \overline{B}$

b) $\overline{A \cap B}$

c) $\overline{A \cup B}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

کلي او مکمله سټ

که چیرې S د افغانستان ولایات، A د شمال او B د نور پاتې ولایات وي، نو $S-A$ او $S-B$ کوم ولایات رابښيي؟

فعالیت

- د یوې داني رمل د اچولو نمونه یي فضا $S=\{1,2,3,4,5,6\}$ او د $A=\{1,3,5\}$ ناخاپي پیښه په پام کې ونیسئ.
- د A د ناخاپي پیښې مکمله یعنې $\overline{A}$ کومه ناخاپي پیښه کیدلی شي؟
- یوه ناخاپي پیښه پیداکړئ، چې A یې په بر کې ولري، او په $\overline{A}$ کې شامله نه دی.
- ایا کولای شئ د S نمونه یي فضا څخه یو پیښه پیداکړي چې په یو وخت کې نه په A کې او نه په $\overline{A}$ ګډون ولري.
- د A او $\overline{A}$ د ناخاپي پیښو اتحاد له ډاډمنې پیښې سره څه اړیکه لري؟
- د A او $\overline{A}$ پیښو تقاطع ناممکنې یا ناشونې پیښې سره څه اړیکه لري؟

د پورتنی فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راځي.

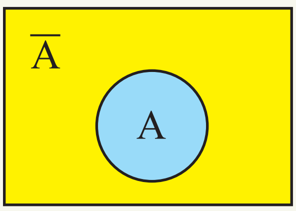
پایله: که چیرې S یوه نمونه یي فضا او A یوه ناخاپي پیښه وي:

- $\overline{A}$ یوه ناخاپي پیښه ده، چې په یوه وخت د A سره نه پیښیږي.
- د A هره ناخاپي پیښه چې پیښیږي:

a) $A \cup \overline{A} = S$

b) $P(A \cup \overline{A}) = P(S) = 1$

c) $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$

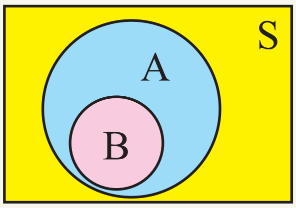


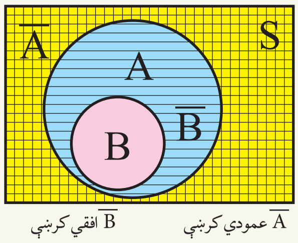
د S نمونه فضا

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: که د S په یوه نمونه یي فضا کې د A ناخاپي پېښه د B ناخاپي پېښه په بر کې ولري، په ګرافیکي ډول وښیئ چې د $\overline{B}$ ناخاپي پېښه د $\overline{A}$ ناخاپي پېښه په خپل ځان کې ولري.

حل: څرنګه چې $B \subseteq A$ دی، که چیرې مونږ په شکل کې $\overline{A}$ او $\overline{B}$ وښیو د لاندې شکل څخه په پوره ښکاره لیدل کیږي، چې: $\overline{A} \not\subset \overline{B}$





پوښتنې

1- د یوه مثال او ګراف په مرسته د S د نمونه یي فضا او د A او B ناخاپي پېښو لپاره وښیئ، چې:

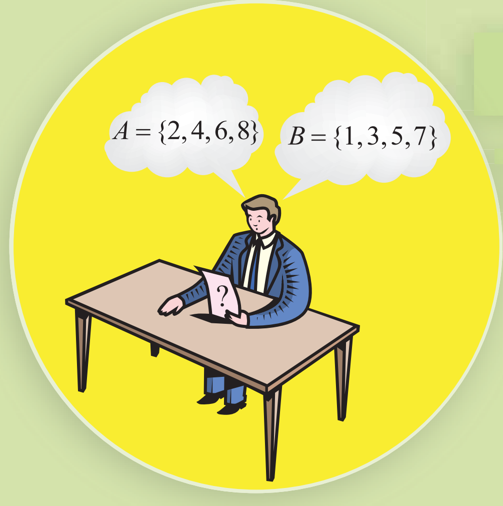
a) $\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$
b) $\overline{S} = \emptyset$
c) $S = \overline{\emptyset}$

2- د S نمونه یي فضا او د A او B ناخاپي پېښو لپاره لاندې پېښې په عبارت سره ولیکئ:

a) $\overline{A} \cap \overline{B}$
b) $\overline{(A \cup B)}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

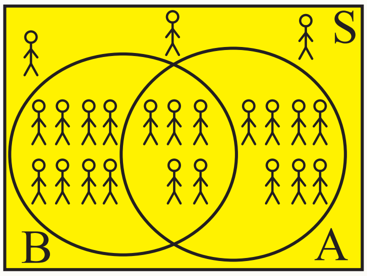
په سټونو مډل جوړونه



تر اوسه مو الجبري یا هندسي قوانینو
څخه د ژوندانه د مسائلو په حل کې ګټه
اخیستله.
آیا سوچ مو کړئ، چې د سټونو څخه هم
کولای شو چې د خپلو مسائلو د حل
لپاره ګټه واخلو؟

فعالیت

د یوه ټولګي د 23 زده کوونکو څخه مو د خویندو او ورونو لرونکو زده کونکو احصائیه راټوله کړئ، چې په لاندي دیاګرام کې لیکل شوی ده.



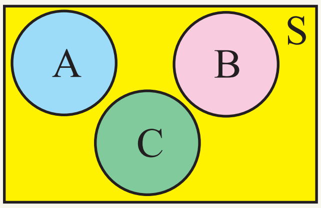
په شکل کې ټول هغه زده کوونکي چې خویندي لري د A په سټ او هغه زده کوونکي چې وروڼه لري د B په سټ سره ښودل شوي دي.
شکل په پام کې ونیسئ د لاندي فعالیت سوالونو ته ځواب پیدا کړئ.

- څو تنه خویندې لري؟
- څو تنه وروڼه لري؟
- څو تنه هم خویندې او هم وروڼه لري؟
- څو تنه نه خویندې او نه ورونه لري؟
- څرنګه کولی شو دا مسأله د ریاضي په ژبه ولیکو.
- ټول هغه کسان چې خویندې نه لري څو تنه دي؟

لیدل کېږي چې پورتنی ګراف کولی شي چې پورتنی ټولو سوالونو ته او د هغوی په شان نورو سوالونو ته په ښه توګه ځواب ورکړي.
نو د پورتنی فعالیت څخه لاندي پایله په لاس راوړو.

پایله: لیدل کېږي، چې دسټ د تیوري په کارولو سره په ورځني ژوندانه کې د ډېرو مسائلو سره مخامخ کېږو، چې کولای شو هغه حل پیداکړو، او هغه و ارزوو.
د سټ د تیوري تطبیق په احتمالاتو کې او یا په بل عبارت د هغو ناڅاپي پېښو د پېښېدو د مسائلو د حل او د هغې د ښودنې د سټ د تیوري په مرسته د سټ تیوري یوه بله د تطبیق ساحه شمېرل کېدای شي.

مثال: د S نمونه یي فضا د A, B او C ناڅاپه پېښې په لاندې دیاګرام کې ورکړل شوي دي په پام کې ونیسئ مطلوب دی د پېښو د پېښېدو احتمال:



a. د دې احتمال چې د A یا B حادثه ناڅاپي پېښه شي.
b. د دې احتمال چې د A یا B پېښه، پېښه شي.
c. د دې احتمال چې د C پېښه، پېښه نه شي.

حل:

a. د A یا B احتمال په حقیقت د $A \cup B$ احتمال دی ځکه چې د اپیښې یو د بل څخه بیلې دي، یعني $A \cap B = \phi$ دی نو:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

b) د دې احتمال چې د A پېښه ناڅاپه پېښه، پېښه شي د $\overline{A}$ مکمله پېښې څخه عبارت ده، چې د $\overline{A}$ پېښه نه ده پېښه شوې، په بل عبارت هغه پېښه ده چې د C یا B حادثه پېښه نه شي نو: $P(\overline{A}) = P(C \cup B)$ ځکه چه $P(A) = 1 - P(\overline{A})$

نو: $P(A) = 1 - (P(C \cup B)) = 1 - P(C) - P(B)$

c) د دې احتمال چې د C پېښه ناڅاپه پېښه نه شي د هغې پېښې د پېښېدو د احتمال سره برابر دی چې د A یا B پېښې، پېښې شي، او دا د $A \cup B$ دپېښې د پېښېدو څخه عبارت ده.

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

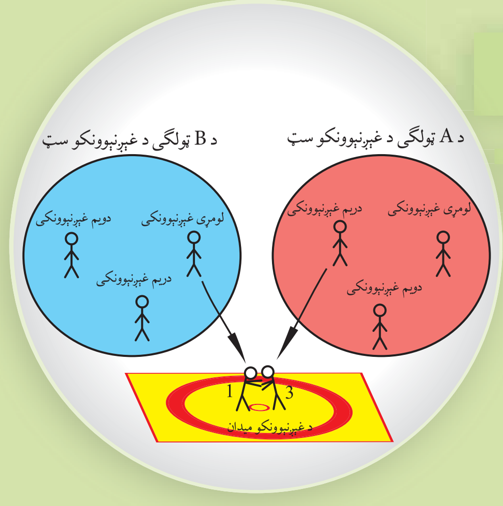
پوښتنې

1- هغه مثال چې په فعالیت کې مو تر پېګټه اخیستې ده په پام کې ونیسئ:
a) د دې احتمال مطلوب دی، چې له دې ټولګي څخه یو زده کوونکی په تصادفي یا ناڅاپي ډول وټاکل شي چې خور او وروڼه لري.
b) د یوه داسې زده کوونکي د ټاکلو احتمال چې تصادفي ټاکل کېږي پیدا کړئ، چې لږ تر لږه خور یا ورور ولري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د شمېرنې اصل



د A او B دوو ټولګيو څخه درې تنه د غېږې لپاره ټاکل شوي دي په څو ډوله کولای شئ چې یو له بل سره په غېږه ورشي.

فعالیت

دوه عدده تور او سرمه يي رنګه پطلونونه له درې عدده سپين، ابي او فولادي رنګه کميسونه په پام کې نيسو.

- په څو ډوله کولای شو هغو په ځان کړو(واغوندو).
- د شمېرنې د ترتیب لپاره د ونې د شکل له ګراف څخه ګټه واخلئ.
- د اغوستلو د ټولو امکاناتو او د پتلونونو او کميسونو د شمېر تر منځ څه اړيکه شته ده.

د پورتنی فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راورو.

پایله:

1- د دوو سټونو د عناصر په ترکيب کې د ټولو امکاناتو شمېر د ترکيبي مجموعه د هرې يوې مجموعې د عنصر د شمېر د مجموعو دضرب حاصل سره مساوي دی.

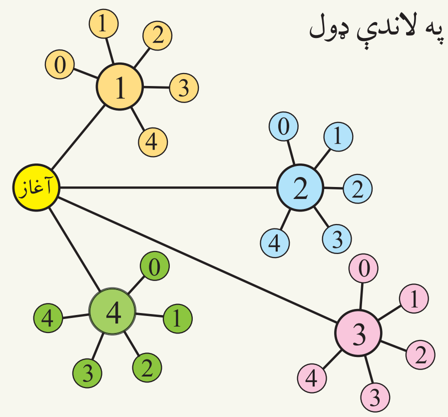
2- که چيرې د امکاناتو شمېر او یا د یو سټ عناصر په m عدد او د یوه بل سټ د عناصرو شمېر مساوي په n عدد وي په دې حالت کې دواړه ټاکنې یو د بل سره د $(m\times n)$ د شمېر په ډول امکان لري.

مثال: د 0،1،2،3 او 4 رقمونو څخه په ګټه اخستنې سره څو دوه رقمي عددونه کولای شو جوړ کړو؟ برسېره پر دې د امکاناتو د ونې ګراف يې رسم کړئ او هغه احتمال پيدا کړئ، چې له دې عددونو څخه یو عدد په اتفاقي(ناڅاپي) ډول و ټاکل شي، چې هغه عدد په 2 د وېش وړ وي.

د دې کار لپاره د ذکر شوی دوه رقمي عدد د جوړولو لپاره دوه تش ځایونه ▭▭ د هر رقم لپاره په پام کې نیسو.

د کيڼي خوا په تش ځای کې د راکړل شويو پنځو رقمونو څخه 4 امکانانو(پرته له صفر) د 3,2,1,0 او 4 عددونو د ځای په ځای کولو لپاره شته دي، خو د ښي خوا د تش ځای لپاره 3,2,1,0 او 4 هرو پنځو عددونو څخه ګټه اخلو. په دې ترتیب د دې رقم د ټاکلو پنځه امکانه شته دی، چې په مجموعي ډول $4\times5=20$ شمېر د دوه رقمي عددونو د جوړولو لپاره د پورتنيو عددونو په وسیله موجود دي.

دا مطلب کولای شو د ونه ییز د ګراف په مرسته په لاندې ډول وښيو، لکه:



د دې لپاره چې نوموړی رقم پر 2 د ویش قابلیت ولري د ښي خوا په تش ځای کې د 5 برابرو امکاناتو څخه یوازې 3 امکانه د (3,2,1,0 او 4) شته دی. د داسې عددونو د جوړولو لپاره چې پر 2 د ویش وړ وي د $4\times3=12$ برابر حالتونه دي، چې په لاندې حالت کې د هغه رقم د ټاکل کیدو احتمال چې پر 2 د ویش وړ وي عبارت دی له:

$$P\ (\text{مطلوب عدد}) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5} = 0.6 = 60\%$$

پوښتنې

1- د (م، د، ی) تورو څخه په ګټه اخیستنه څو څلور حرفي معنا لرونکي او معنا نه لرونکي کلیمې جوړولای شو؟ موضوع د ونه ییز ګراف په مرسته تشریح کړئ.

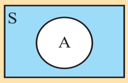
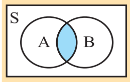
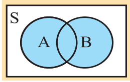
که چیرې د دې ترکیبي کلمو څخه په ناڅاپي ډول یوه کلمه وټاکو د دې احتمال پیدا کړئ، چې دا کلمه((مریم)) وي.

2- د 8,7,4,1,0 او 9 عددونو څخه د مبایل تلیفون څو داسې شپږ رقمي نمبرې جوړولای شو چې د کیڼي خوا څخه په 077 پیل شوي وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د نهم څپرکي لنډيز

• د دې لپاره چې وکولای شو د ناڅاپي پېښو د ترکيب د بېلا بېلو حالتونو د پرتله کولو لپاره د ستونو د تيوري په کارولو سره يو ښه تصور ولرو هغه مو په لاندې جدول کې راټول کړل.

د حادثې احتمال	د Venn دیاګرام او اتفاقي حادثه	د بيان ارايه د ست په واسطه	د اتفاقي حادثې بيان
خرنګه چې $P(S)=1$ دی نو $P(A)=1-P(\overline{A})$		$\overline{A}=S-A$ يا $S=A\cup\overline{A}$	د S هغه ټولې ناڅاپي پېښې چې د A په پېښه کې ګډون و نه لري د A پېښې عکس دی.
$P(A\cap B)$		$A\cap B$	د A ناڅاپه پېښه يا د B ناڅاپه پېښه پېښيږي.
$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$		$A\cup B$	لږ تر لږه يو د A يا د B د ناڅاپي پېښو څخه پېښيږي.

د شميرنې حل: د دوو ستونو د عناصرو په ترکيب کې ټولو امکاناتو شمېر د هرې ترکيبي مجموعې د عناصرو د ضرب د حاصل سره مساوي دی.
که د يوې مجموعې د عنصرونو امکان په m ډول او د بلې مجموعې د عنصرونو(غړو) امکان په n ډول وي د دوی يو د بل سره د ترکيب د ټولو امکاناتو شمېر د $m\times n$ سره برابر دی.

د نهم څپرکي پوښتنې

1- که S يوه نمونه يي فضا او A د هغې يو ناڅاپه پېښه وي وښيئ چې:

a) که $A\subseteq\phi$ وي وښيئ، چې $P(A)=0$ دی.

b) که $S\subseteq A$ وي په دې حالت کې $P(A)=1$ دی.

که چيرې د C ناڅاپي پېښه د A او B ناڅاپي پېښې په بر کې ولرئ، وښيئ چې همدارنګه د C ناڅاپي پېښه د $A\cup B$ ناڅاپي پېښه په بر کې ولري.

3- که چيرې S د A او B يوه نمونه يي فضا وي د B او $A\cup B$ ناڅاپي پېښې يو بل په بر کې ولري وښيئ چې د $A\cup B$ او B يو بل سره برابر دي.

4- که د S په يوه نمونه يي فضا کې د B ناڅاپه پېښه د A پېښه په بر کې ولري، وښيئ چې د A او $A\cup B$ ناڅاپه پېښې يو بل په بر کې ولري. برسېره پر دې ښکاره(واضح) کړئ، چې د دې ناڅاپي پېښو احتمال يو د بل سره څه اړيکه لري؟

5- که چيرې S يوه نمونه يي فضا وي او B د هغې يوه ناڅاپه پېښه وي وښيئ چې: $S-B=\overline{B}$

6- د ګراف په مرسته وښيئ چې د A او B دوې ناڅاپي پېښې او S يوه نمونه يي فضا د $B-A$ او $\overline{A}-\overline{B}$ ناڅاپي پېښې سره برابرې دي، يعني: $\overline{A}-\overline{B}=B-A$

7- وښيئ چې د $\overline{A}\cap\left[(A\cap B)\cup(A\cap\overline{B})\right]$ ناڅاپي پېښې احتمال د صفر سره مساوي دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library