



[Ketabton.com](http://Ketabton.com)



ننگرهار طب پوهنځی

# احصائیه

پوهاند محمد بشير دوديال

۱۳۹۳

|                |                             |
|----------------|-----------------------------|
| د کتاب نوم     | احصائیه                     |
| ليکوال         | پوهاند محمد بشير دوديال     |
| غږندوی         | ننگرهار طب پوهنځی           |
| وب پاڼه        | www.nu.edu.af               |
| چاپ ځای        | مهرمطبعه، کابل، افغانستان   |
| چاپ شمېر       | ۱۰۰۰                        |
| د چاپ کال      | ۱۳۹۳ لومړی چاپ              |
| د کتاب ډاډولود | www.ecampus-afghanistan.org |

دا کتاب د افغان ماشومانو لپاره د جرمني کمېټې (په جرمني کې د Eroes کورنۍ یوې خیریه ټولنې) لخوا تمويل شوی دی.

اداري او تخنیکي چارې يې د افغانیک موسسې لخوا ترسره شوي دي.

د کتاب د محتوا او ليکنې مسؤليت د کتاب په ليکوال او اړونده پوهنځي پورې اړه لري. مرسته کوونکي او تطبيق کوونکي ټولنې په دې اړه مسؤليت نه لري.

د تدریسي کتابونو د چاپولو لپاره له موږ سره اړیکه ونیسئ:

ډاکټر یحیی وردک، د لوړو زدکړو وزارت، کابل

دفتر: ۰۷۵۶۰۱۳۶۴۰

ایمیل: textbooks@afghanic.org

د چاپ ټول حقوق له مؤلف سره خوندي دي.

ای اس بی ان: ISBN:978 993 6200 227





## د لوړو زده کړو وزارت پیغام

د بشر د تاریخ په مختلفو دورو کې کتاب د علم او پوهې په لاسته راوړلو کې ډیر مهم رول لوبولی دی او د درسي نصاب اساسي برخه جوړوي چې د زده کړې د کیفیت په لوړولو کې مهم ارزښت لري. له همدې امله د نړیوالو پیژندل شویو ستندردونو، معیارونو او ټولنې د اړتیاوو په نظر کې نیولو سره باید نوي درسي مواد او کتابونه د محصلینو لپاره برابر او چاپ شي.

د لوړو زده کړو د مؤسسو د ښاغلو استادانو څخه د زړه له کومي مننه کوم چې ډېر زیار یې ایستلی او د کلونو په اوږدو کې یې په خپلو اړوندو څانگو کې درسي کتابونه تالیف او ژباړلي دي، له نورو ښاغلو استادانو او پوهانو څخه هم په درنښت غوښتنه کوم ترڅو په خپلو اړوندو برخو کې نوي درسي کتابونه او نور درسي مواد برابر کړي خو تر چاپ وروسته د گرانو محصلینو په واک کې ورکړل شي.

د لوړو زده کړو وزارت دا خپله دنده بولي چې د گرانو محصلینو د علمي سطحې د لوړولو لپاره معیاري او نوي درسي مواد برابر کړي.

په پای کې د افغان ماشومانو لپاره د جرمنی کمیټې او ټولو هغو اړوندو ادارو او کسانو څخه مننه کوم چې د طبي کتابونو د چاپ په برخه کې یې هر اړخیزه همکاري کړې ده.

هیله مند یم چې نوموړې پروسه دوام وکړي او د نورو برخو اړوند کتابونه هم چاپ شي.

په درنښت

پوهاند ډاکټر عبیدالله عبید

د لوړو زده کړو وزیر

کابل، ۱۳۹۲

## د درسي کتابونو د چاپ پروسه

قدرمنو استادانو او گرانو محصلینو!

د افغانستان په پوهنتونونو کې د درسي کتابونو کموالی او نشتوالی له لویو ستونزو څخه گڼل کېږي. یو زیات شمیر استادان او محصلین نوي معلومات ته لاسرسی نه لري، په زار په میتود تدریس کوي او له هغو کتابونو او چپترونو څخه گټه اخلي چې زار په دي او په بازار کې په ټیټ کیفیت فوتوکاپي کېږي.

د دې ستونزو د هوارولو لپاره په تېرو دوو کلونو کې مونږ د طب پوهنځیو د درسي کتابونو د چاپ لړۍ پیل او تر اوسه مو ۱۱۲ عنوانه طبي درسي کتابونه چاپ او د افغانستان ټولو طب پوهنځیو ته استولي دي.

دا کړنې په داسې حال کې تر سره کېږي چې د افغانستان د لوړو زده کړو وزارت د (۲۰۱۰-۲۰۱۴) کلونو په ملي ستراتیژیک پلان کې راغلي دي چې:

«د لوړو زده کړو او د ښوونې د ښه کیفیت او زده کوونکو ته د نویو، کره او علمي معلوماتو د برابرولو لپاره اړینه ده چې په دري او پښتو ژبو د درسي کتابونو د لیکلو فرصت برابر شي د تعلیمي نصاب د ریډفورم لپاره له انگریزي ژبې څخه دري او پښتو ژبو ته د کتابونو او درسي موادو ژباړل اړین دي، له دې امکاناتو څخه پرته د پوهنتونونو محصلین او استادان نشي کولای عصري، نویو، تازه او کره معلومات ته لاسرسی پیدا کړي».

د افغانستان د طب پوهنځیو محصلین او استادان له ډېرو ستونزو سره مخامخ دي. نویو درسي موادو او معلوماتو ته نه لاسرسی، او له هغو کتابونو او چپترونو څخه کار اخیستل چې په بازار کې په ډېر ټیټ کیفیت پیدا کېږي د دې برخې له څانگو ستونزو څخه گڼل کېږي. له همدې کبله هغه کتابونه چې د استادانو له خوا لیکل شوي دي باید راټول او چاپ کړل شي. د هیواد د اوسنۍ حالت په نظر کې نیولو سره مونږ لایقو ډاکټرانو ته اړتیا لرو ترڅو وکولای شي په هیواد کې د طبي زده کړو په ښه والي او پرمختګ کې فعاله ونډه واخلي. له همدې کبله باید طب پوهنځیو ته زیاته پاملرنه وشي.

تراوسه پوري مونږ د ننګرهار، خوست، کندهار، هرات، بلخ او کاپيسا د طب پوهنځيو او کابل طبي پوهنتون لپاره ۱۱۲ عنوانه مختلف طبي تدریسي کتابونه چاپ کړي دي. د ننګرهار طب پوهنځی لپاره ۲۰ نورو طبي کتابونو د چاپ چارې روانې دي. د یادونې وړ ده چې نوموړي چاپ شوي کتابونه د هیواد ټولو طب پوهنځيو ته په وړیا توګه ویشل شوي دي.

ټول چاپ شوی طبی کتابونه کولای شئ د [www.ecampus-afghanistan.org](http://www.ecampus-afghanistan.org) ویب پاڼی څخه ډاډولود کړئ.

کوم کتاب چې ستاسې په لاس کې دی زموږ د فعالیتونو یوه بېلګه ده. مونږ غواړو چې دې پروسې ته دوام ورکړو ترڅو وکولای شو د درسي کتابونو په برابرولو سره د هیواد له پوهنتونونو سره مرسته وکړو او د چاپېتر او لکچر نوټ دوران ته د پای ټکی کېږدو. د دې لپاره دا اړینه ده چې د لوړو زده کړو د موسساتو لپاره هر کال څه نا څه ۱۰۰ عنوانه درسي کتابونه چاپ کړل شي.

د لوړو زده کړو د وزارت، پوهنتونونو، استادانو او محصلینو د غوښتنې په اساس په راتلونکي کې غواړو چې دا پروګرام غیر طبي برخو ته لکه ساینس، انجنیري، کرهڼې، اجتماعي علومو او نورو پوهنځيو ته هم پراخ کړو او د مختلفو پوهنتونو او پوهنځيو د اړتیا وړ کتابونه چاپ کړو.

له ټولو محترمو استادانو څخه هیله کوو، چې په خپلو مسلکي برخو کې نوي کتابونه ولیکي، وژباړي او یا هم خپل پخواني لیکل شوي کتابونه، لکچر نوټونه او چېټرونه ایډېټ او د چاپ لپاره تیار کړي. زموږ په واک کې یی راکړي، چې په ښه کیفیت چاپ او وروسته یی د اړوندې پوهنځي، استادانو او محصلینو په واک کې ورکړو. همدارنګه د یادو شویو ټکو په اړوند خپل وړاندیزونه او نظریات زموږ په پته له مونږ سره شریک کړي، ترڅو په ګډه پدې برخه کې اغیزمن ګامونه پورته کړو.

له ګرانو محصلینو څخه هم هیله کوو چې په یادو چارو کې له مونږ او ښاغلو استادانو سره مرسته وکړي.

د یادونې وړ ده چې د مولفینو او خپرونکو له خوا پوره زیار ایستل شوی دی، ترڅو د کتابونو محتویات د نړیوالو علمي معیارونو په اساس برابر شي.

خو بیا هم کیدای شي د کتاب په محتوی کې ځینې تیروتنې او ستونزې وجود ولري، نو له دې امله له درنو لوستونکو څخه هیله مند یو ترڅو خپل نظریات او نیوکې د مولف او یا زموږ په پته په لیکلې بڼه راولیږي، ترڅو په راتلونکي چاپ کې اصلاح شي.

د افغان ماشومانو لپاره د جرمني کمیټې او دهغی له مشر ډاکټر ایروس څخه ډېره مننه کوو چې د دغه کتاب د چاپ لګښت یی ورکړی دی. دوی په تیرو کلونو کې د ننګرهار طب پوهنځی د ۲۰ عنوانه طبي کتابونو د چاپ لګښت پر غاړه درلود.

په ځانګړي توګه د جی آی زيت (GIZ) لــه دفتر او CIM (Center for International Migration and Development) یا د نړیوالی پناه غوښتنی او پرمختیا مرکز چې زما لپاره یی په تېرو دریو کلونو کې په افغانستان کې د کار امکانات برابر کړي دي هم مننه کوم.

د لوړو زده کړو له محترم وزیر ښاغلي پوهاند ډاکټر عبیدالله عبید، علمی معین ښاغلي پوهنوال محمد عثمان بابری، مالي او ادري معین ښاغلي پوهنوال ډاکټر گل حسن ولیزي، د ننګرهار پوهنتون د رییس ښاغلي ډاکټر محمد صابر، د پوهنتونو او پوهنځيو له ښاغلو ریيسانو او استادانو څخه هم مننه کوم چې د کتابونو د چاپ لړۍ یی هڅولې او مرسته یی ورسره کړې ده.

همدارنګه د دفتر له ښاغلو همکارانو څخه هم مننه کوم چې د کتابونو د چاپ په برخه کې یی نه ستړی کیدونکي هلی ځلی کړي دي.

ډاکټر یحیی وردګ، د لوړو زده کړو وزارت  
کابل، مارچ ۲۰۱۳

د دفتر تیلیفون: ۰۷۵۲۰۱۴۲۴۰

ایمیل: [textbooks@afghanic.org](mailto:textbooks@afghanic.org)

[wardak@afghanic.org](mailto:wardak@afghanic.org)



## مخکینې خبرې

په معاصر وخت کې د علومو په برخه کې د بشریت لاسته راوړنې د څومره والي او د څرنگوالي له پلوه په ګړندي ډول پرمخ روانې دي، د بېلابېلو څانګو علمي نتایج، څېړنې او د پوهنیزو څانګو او مایل شوي فرضيې او تیوري د چاپ شویو او تالیف شویو اثارو په بڼه خپرېږي، چې په دې ډول سره ځانګړې پوهنې (اختصاصي علوم او مضامین) را منځته شوي دي، په دې لړ کې په زیات شمېر ځانګړیزو پوهنو کې تیوري او ټاکلي تجربه شوې، پیژندل شوي مېتودونه موجود دي، چې د اړوندې څانګې مینه وال او څېړونکي دغو علمي اثارو او ادبیاتو ته دماخذ په توګه مراجعه کوي.

اکاډمیک مراکز، پوهنتونونه او علمي موسسې د علمي اثارو خپروونکي دي، اوس چې دغه لړۍ په نوره نړۍ کې په ګړندي ډول روانه ده، موږ په خپل هیواد کې لا اوس هم په ملي ژبه د تالیف شویو درسي کتابونه (تکست بوکونه)، نورو علمي اثارو او معتبرو اخځونو له کمښت سره مخامخ یو. د دغې رېږې د بېلابېلو څانګو څېړونکو ته خنډونه پېښ کړي دي، په تیره بیا د پوهنتونو درسي پروسه کې د استوږه لا زیاته لیدل کېږي، خو ددې په وړاندې په ملي ژبو د درسي کتابونو لیکل دغه رېږه له منځه وړي، که دغه پروسه په علمي مراکزو کې ګړندي شي، زموږ د علمي مراکزو، پوهنتونو او اکاډمیکو موسساتو علمي غنا ته به یو لوی خدمت وي.

احصائیه د طب، فارمسی، کرنې، اقتصاد او د کرنې پوهنځیو یو مهم درسي کتاب دی، په تېره بیا د احصائې اهمیت د ریسرچ د علمي تجربو په برخه کې ډېر مهم دی دهمدغه اهمیت له مخې د دغه کتاب په تالیف لاس پورې شو، احصائیه د طب، طبیعي علومو، فارمسی او کرنې پوهنځیو کې یو مهم مضمون دی د تشریحي او استنباطي احصائې میتودونه د ساینسي علومو په برخه کې د کارولو ډیر زیات موارد لري. په دغه کتاب کې به ممکن یو شمیر مثالونه د طب په ساحه کې، یو شمیر د کرنې او اقتصاد په ساحه کې او یو شمیر به د ښوونې او روزنې په برخه کې وي، خو مهمه دا ده چې د میتودونو تطبیق او د مسئلې حل په هره څېړنه کې یو شان ترسره کېږي، یعنې د یوې برخې مثالونه بلې ته هم په کار تلای شي، په دې توګه احصائیه یو عمومي دسپلین دی.

احصائیه د علمي تجربو د ډیزاین سره نژدې اړیکې لري، نو ځکه مولف د دواړو لپاره داسې مفردات په پام کې ونیول چې هېڅ مسئله تکراري رانشي او نه هم ګومه برخه هېره شي او دواړه کتابونه چاپ ته وسپارل شول. هغه مثالونه چې په کتاب کې راغلي، د احصائې د علم ټولو برخو کې د تطبیق او تعمیم وړي.

ډیره ضروري ده چې د DAAD پروګرام له هغې پاملرنې څخه مننه وکړم چې خاصیت د طب د پوهنځیو لپاره یی د درسي کتابونو د چاپ په برخه کې کړی دی، همدارنګه له ښاغلي دوکتور یحیی وردګ څخه مننه کوم چې ددغه کتاب چاپ ته یی ځانګړې پاملرنه وکړه.

لازمه بولم له ډیر قدرمن استاد پوهاند دوکتور الحاج محمد ظاهر ظفرزی څخه په ځانګړې توګه تشکر وکړم چې د ډیرو زیاتو مصروفیتونو سره سره یی کتاب وکوت او یو مساعد تقریظ یی ولیک.

هیله ده د دغه کتاب بیا چاپ د لوستونکو پرله پسې تقاضا ته مثبت ځواب ووايي او د پخوانیو نسخو کمښت جبران کړي.

په درناوی

پوهاند محمد بشیر دودیا

۱۳۹۱/۷/۱۲

احصائیه (Statistics) یو له ډیرو مهمو مفاهیمو څخه دی، چې د علمي څېړنې (Research) په ترسره کولو کې مهم رول لري. احصائیه یو میتودونه او روشونه د علمي راپورونو په جوړولو کې هم لومړني وسایل دي. دغه دسپلین د نړۍ په ټولو پوهنتونونو او علمي مرکزونو کې ځای لري، په تیره بیا په ساینسي څانگو لکه طب، فارمسي، کرنې او د طبیعي علومو په برخه کې څېړونکي خامخا احصائیه میتودونو ته اړ دي. البته نن ورځ احصائیه په اقتصاد، ښوونه او روزنه او سلوګي علومو (ارواپوهنه) کې هم خپل ارزښت لري.

له بده مرغه موږ تر اوسه پورې د احصایې په برخه کې په پښتو ژبه پوره اندازه درسي کتابونه نه لرل، دادی له نیکه مرغه ددغه کتاب په تالیف سره دغه کمښت هم جبران شو او وروسته تردی به موږ د طب پوهنځي لپاره هم د احصایې یو چاپ شوی کتاب ولرو.

د احصایې دغه کتاب ټول (۱۱) څپرکي لري، چې په پیل کې په عمومي توګه د احصایې پېژندنه، احصائیه او ارقام (Data)، د احصایې دوه برخې، احصایوي جدولونه، جدول جوړول (Tabulation) او ګرافونه راغلي دي. په نورو څپرکیو کې مرکزي او د خپوروالی میلانونه له مثالونو سره توضیح شوي دي البته دغه مثالونه په بېلابېلو برخو کې دي. شپږم څپرکی د احتمالاتو تیوري تشریح کوي. شاخصونه (Index Number) او زمانسي سلسلې (Time Series) د کتاب په اتم او نهم څپرکی کې راغلي دي. دا لومړۍ ځل دی چې په پښتو ژبه دغه دوه موضوعات تشریح شوي دي. (Sampling) چې د علمي تحقیق لپاره یوه ډېره مهمه موضوع ده د کتاب په لسم څپرکی کې توضیح شوې ده. خو غوره خبره داده چې له ډېر پیچلي شکل څخه را ایستل شوی او زموږ خپل هېواد کې زموږ خپلو ضرورتونو سره سم بیان شوې ده. نمونوي مشاهدات هم په (Random) او هم په (Quota) یعنې چانسي او قضاوتي دواړو ډولونو ښودل شوي دي چې تر اوسه پورې مونږ په پښتو تالیفاتو کې دا موضوع هم نه وه څېړلې او نه مو هم د (Sample) او (Universe) د ارتباط او حکم کولو د طرز مسئله پوره واضح کړې وه. د احصایې د کتاب د دغه څپرکي ښه والي دا دی چې د (Sampling) څلور مهمې لارې (طریقې) پکښې توضیح شوي دي چې زموږ ځوان څېړونکي هغه د خپل تحقیق لپاره غوره کولای شي. میلان او پیوستون (Regression & Correlation) چې د دوو متحولینو د ارتباط څرنگوالی ښیي، یوه بله پیچلي موضوع ده، چې په دغه کتاب کې له حل شویو مثالونو سره په ډېره ساده توګه بیان شوې ده.

زه په خپل وار د دغه کتاب چاپ یو غوره ګام بولم، نه یواځې دا چې د دغه کتاب خپرېدل د تنګرهار پوهنتون د طب پوهنځي لپاره، بلکې د هېواد د ټولو پوهنتونونو او د لوړو زده کړو

مؤسساتو لپاره یې یو غوره اخت او ښه لارښود ګڼم. د دغه کتاب په خپرېدو سره به زموږ د اکاډمیکو مؤسساتو لویه ستونزه حل شي، د ریسرچ لارې به روښانه او څېړونکي به د خپلو علمي تحقیقاتو بنسټ په دغه کتاب کې ښودل شویو میتودونو او روشونو سره سم کيږي.

د خوشحالي خبره ده چې DAAD پروګرام او په ځانګړې توګه ډاکټر صاحب یحیی وردګ په دې وروستیو څو کلونو کې د افغانستان د طب د پوهنځیو لپاره د درسي او درسي مرستیا کتابونو د چاپ په برخه کې پوره هلې ځلې کړي دي او د مایکرو میډیا د نوي پروګرام په برابرولو سره یې د یوه اغېزمن تدریس په خاطر ګټور عملي ګامونه اوچت او درسي پروسه کې یې اسانتیاوې راوستي دي.

د درانه استاد پوهاند محمد بشیر دودیا ل زيار د درسي کتابونو په تالیف او په تېره بیا د احصایې د ډېر ضروري او ګټور کتاب په تالیف کې د یادوني وړ دی.

محترم پوهاند محمد بشیر دودیا ل د درسي کتابونو د تالیف او خپرولو د غورځنګ مخکښ دی. زه دغه کتاب په علمي ډګر کې یوه ډېره ګټوره علمي زېرمه بولم چې په هر وخت کې به اکاډمیک مؤسسات، استادان او څېړونکي ورڅخه استفاده کوي. په پای کې د درانه استاد قدرمن دودیا ل صاحب ته په علمي ډګر کې د لازياتو بریالیتوبونو هیله لرم، ده ته د الله ټ له لوی دربار څخه د روغتیا دعا کوم.

په درنښت

الحاج پوهاند دوکتور محمد ظاهر ظفرزی

د طب پوهنځي استاد - ۱۸/۴/۱۳۹۲



## ليکله

| سرليک | مخ |
|-------|----|
|-------|----|

۱- سرريزه.....

## لومړۍ څپرکۍ

## عموميات

|                                                           |    |
|-----------------------------------------------------------|----|
| ۱-۱- د احصايې اصطلاح او تعريف.....                        | ۴  |
| ۲-۱- د احصايې لنډه تاريخچه.....                           | ۵  |
| ۳-۱- د احصايې اهميت.....                                  | ۹  |
| ۴-۱- احصايه او د علومو نورې بېلابېلې څانگې.....           | ۱۰ |
| ۵-۱- د ځينو مشابېو علومو او څانگو سره د احصايې توپير..... | ۱۲ |
| ۶-۱- د احصايې دوه برخې.....                               | ۱۳ |
| ۷-۱- احصايه، ارقام او د هغو اړيکې.....                    | ۱۵ |

## دويم څپرکۍ

## د ارقامو راټولول، ترتيب، جدولونه او گرافيکي ارايه

|                                     |    |
|-------------------------------------|----|
| ۱-۲- د ارقامو راټولول او بنودل..... | ۱۷ |
| ۲-۲- د ارقامو ترتيبول.....          | ۱۸ |
| ۳-۲- جدولونه او جدول جوړونه.....    | ۱۸ |
| ۴-۲- د ارقامو گرافيکي ارايه.....    | ۲۰ |
| ۱-۳-۲- د گرافونو ډولونه.....        | ۲۱ |
| تمرينات.....                        | ۲۸ |

## درېيم څپرکۍ

## د دفعاتو د وېش جدول، هستوگرام او پولیگان

|                                                         |    |
|---------------------------------------------------------|----|
| ۱-۳- د دفعاتو يا فريکونسي وېش.....                      | ۲۹ |
| ۲-۳- د فريکونسيو وېش کې د لومړنيو ارقامو انسجام او..... | ۲۹ |
| ۳-۳- د صنف بندۍ نتيجه.....                              | ۳۱ |
| ۴-۳- د اعدادو طبقه بندي او د هغو ډولونه.....            | ۳۳ |

## تقريظ

لکه چې پوهېږو زموږ تحصيلي موسسې او د زده کړې مراکز په پښتو او دري ژبو کې درسي کتابونه ډېر کم لري، يو شمېر کتابونه د ناوړه پېښو له امله ضايع شوي دي، ددې په خاطر چې دغه تشيال (خلا) ډکه شي، بويه چې په خپلو ژبو کافي مواد ولرو، ترڅو محصلين د زده کړې په وخت مشکل سره مخامخ نه شي او د استادانو زيات وخت په ديکتې تېر نه شي.

دا دی په دې لړ کې د ننګرهار پوهنتون لپاره محترم پوهاند محمد بشير دوديال د احصايې لپاره يو په زړه پورې کتاب تاليف کړی، زه د دغه کتاب د ليکلو له امله ورته مبارکي وایم او هيله لرم د شاگردانو لپاره ډېر مفيد واقع شي.

محترم استاد د کتاب په بشپړولو کې يقيناً ډېر زيار گاللی، په هغه کې يې مهم گټور موضوعات خصوصاً هغه څه چې د علمي تحقيق لپاره بنسټيز حيثيت لري راوستي دي. کتاب په يوولسو (۱۱) څپرکيو کې او څلورو (۴) ضميمو سره بشپړ شوی دی او هر څپرکی خپل تمرينات لري، کوشش شوی، د هر څپرکي په پيل کې د مربوطه موضوع تيوري بيان شي، بيا اصلي موضوع له مثالونو سره شرحه شي. هيله ده دغه کتاب د يوه با ارزښته معنوي پاڼگې په توگه د ننګرهار پوهنتون ته گټور تمام شي.

په درنښت

پوهاند دوکتور غلام حسن زابلی

د کابل پوهنتون د وترنري علومو د پوهنځي استاد

## شپږم څپرکی د احتمالاتو تیوري

|       |                                              |     |
|-------|----------------------------------------------|-----|
| ۱:۲   | د احتمالاتو مفهوم                            | ۷۴  |
| ۱:۱:۲ | په څو گڼ شمېر مشاهدو کې د څو مشاهدو غوره کول | ۷۲  |
| ۲:۲   | تبادیل                                       | ۷۹  |
| ۳:۲   | تراکیب                                       | ۸۳  |
| ۴:۲   | حادثات د نمونو فضا او احتمال                 | ۹۰  |
| ۵:۲   | د یوې حادثې احتمال                           | ۹۸  |
| ۶:۲   | د یوې حادثې د احتمال د سنجش کولو مرحلې       | ۹۸  |
| ۷:۲   | اتحاد او تقاطع                               | ۱۰۴ |
| ۸:۲   | مکملې حادثې                                  | ۱۰۸ |
| ۹:۲   | د مکملو حادثاتو                              | ۱۰۹ |
| ۱۰:۲  | د جمع قاعده او                               | ۱۱۰ |
| ۱۱:۲  | شرطیه احتمالات                               | ۱۱۳ |
| ۱۲:۲  | د ضرب قاعده                                  | ۱۱۸ |
| ۱۲۸   | تمرینات                                      |     |

## اووم څپرکی

|       |                                                    |     |
|-------|----------------------------------------------------|-----|
| ۱:۷   | د ارقامو یا د دفعاتو د وېش منحني                   | ۱۲۹ |
| ۲:۷   | یو طبیعي منحني او د هغه ځانگړنې                    | ۱۳۹ |
| ۱:۲:۷ | د طبیعي منحني په ساحه کې د یوې حادثې د احتمال سنجش | ۱۳۴ |
| ۳:۷   | د ارقامو یا بنو میل وېش او                         | ۱۴۲ |
| ۱۵۷   | تمرینات                                            |     |

## اتم څپرکی شاخصونه

|     |                        |     |
|-----|------------------------|-----|
| ۱:۸ | د شاخصونو مفهوم        | ۱۵۸ |
| ۲:۸ | د شاخص اهمیت           | ۱۵۹ |
| ۳:۸ | د شاخصونو د سنجش طریقې | ۱۵۹ |

|       |                               |    |
|-------|-------------------------------|----|
| ۱:۴:۳ | د طبقه بندي ډولونه            | ۳۳ |
| ۲:۴:۳ | په ارقامو کې فاصله یا رنج     | ۳۴ |
| ۳:۳:۴ | د صنفونو ټاکل                 | ۳۴ |
| ۵:۳   | د پولیگان او هستوگرام ترسیمول | ۳۸ |
| ۴۹    | تمرینات                       |    |

## څلورم څپرکی د مرکزي میلان مقیاسونه

|       |                                          |    |
|-------|------------------------------------------|----|
| ۱:۴   | اوسط                                     | ۴۲ |
| ۱:۱:۴ | حسابي اوسط                               | ۴۳ |
| ۴:۲:۱ | هندسي اوسط                               | ۴۷ |
| ۳:۱:۴ | د اوسط ځانگړنې (مشخصات)                  | ۴۸ |
| ۲:۴   | میانه                                    | ۴۹ |
| ۳:۴   | مود                                      | ۵۱ |
| ۱:۳:۴ | د ساده حسابي اوسط، مود او میاني اړیکې او | ۵۲ |
| ۴:۴   | یو بل سره په مقایسوي ډول د مرکزي میلان د | ۵۴ |
| ۵۵    | مقیاسونو د ښه گڼو او نیمگړتیاوو پرتله    |    |
| ۵۹    | تمرینات                                  |    |

## پینځم څپرکی د انحراف درجې یا د خپوروالي میلانونه

|       |                                          |    |
|-------|------------------------------------------|----|
| ۱:۵   | فاصله                                    | ۶۱ |
| ۲:۵   | کواریتیل انحراف                          | ۶۳ |
| ۳:۵   | وسطي انحراف M.D                          | ۶۳ |
| ۴:۵   | میزاني انحراف او                         | ۶۵ |
| ۱:۴:۵ | په لنډې طریقې سره د میزاني انحراف سنجش   | ۶۸ |
| ۲:۴:۵ | د $\sigma$ په مقیاس د میزاني انحراف سنجش | ۷۰ |
| ۳:۴:۵ | د میزاني انحراف او ورینسي مشخصات         | ۷۱ |
| ۷۳    | تمرینات                                  |    |

|      |                |     |
|------|----------------|-----|
| ۴:۱۱ | د پیوستون ضریب | ۲۱۹ |
|      | تعریف          | ۲۱۹ |
| ۵:۱۱ | د تشخیص ضریب   | ۲۲۴ |
|      | تمرینات        | ۲۲۹ |
|      | ماخذونه        | ۲۳۰ |
|      | ضمایم          | ۲۳۱ |

|       |                                          |     |
|-------|------------------------------------------|-----|
| ۱:۳:۸ | د حقیقي مقدار نسبي شاخص                  | ۱۶۱ |
| ۲:۳:۸ | د قیمتونو غیر وزن شوی شاخص               | ۱۶۳ |
| ۳:۳:۸ | وزن سره د حقیقي قیمتونو د شاخص طریقه     | ۱۶۵ |
| ۴:۸   | د شاخصونو د سنجش په برخه کې د پام وړ ټکي | ۱۶۹ |
|       | تمرینات                                  | ۱۷۲ |

### نهم څپرکی

### زمانی سلسلې

|       |                                                 |     |
|-------|-------------------------------------------------|-----|
| ۱:۹   | تعریف او مفهوم                                  | ۱۷۳ |
| ۲:۹   | د زمانی سلسلو اهمیت                             | ۱۷۳ |
| ۳:۹   | د زمانی سلسلو توکي یا اجزاء                     | ۱۷۵ |
| ۴:۹   | د زمانی سلسلو تحلیل                             | ۱۷۹ |
| ۱:۴:۹ | د زمانی سلسلو تعدیل او                          | ۱۷۹ |
| ۵:۹   | د اوږدې مودې خطي میلان د حرکت سنجش              | ۱۸۰ |
| ۶:۹   | د زمانی سلسلو د موسمي حرکاتو سنجش               | ۱۹۲ |
| ۱:۶:۹ | د موسمي شاخصونو او حرکت څخه د                   | ۱۹۵ |
| ۷:۹   | د زمانی سلسلو د دوراني او غیر منظمو حرکاتو سنجش | ۱۹۶ |
|       | تمرینات                                         | ۲۰۱ |

### لسم څپرکی

|                                        |     |
|----------------------------------------|-----|
| د نمونې اخیستلو تیوري                  | ۲۰۳ |
| ۱:۱۰- نمونه او د نمونې اخیستل یعنې څه؟ | ۲۰۳ |
| ۲:۱۰- نمونوي مشاهدات                   | ۲۰۴ |
| ۳:۱۰- د نمونوي مشاهدو راټولولو لارې    | ۲۰۶ |

### یوولسم څپرکی

### میلان او پیوستون

|      |                                    |     |
|------|------------------------------------|-----|
| ۱:۱۱ | د میلان او پیوستون ساده ارایه      | ۲۱۲ |
| ۲:۱۱ | د متحولینو روابطو د ارتباط ضریب    | ۲۱۵ |
| ۳:۱۱ | د دوو متحولینو خطي رابطه او معادله | ۲۱۹ |



(د احتمالاتو د تیورۍ په بنسټ) دغه ارقام مقایسه کوي (د شاخصو په ذریعه) هغه د وخت په موده کې تفسیر او څېړي (زمانی سلسلې)، د سیمو په مقایسه یې تنظیموي (جغرافیوي سلسلې) او له هغو څخه روښانې پایلې، په ډېر کم وخت کې په ډېره ساده بڼه (د گراف او جدولونو په ذریعه) ارایه کوي، خصوصاً چې نن ورځ انسان د داسې گټو، پېچلو او د کمیت له پلوه ډېرو لویو اعدادو سره سروکار لري، نو د دومره لویو او گټو اعدادو او ارقامو د څېړنې تفسیر او اړانې، د هغو د تنظیم او نورو چارو لپاره د احصایې مېتودونو ته ضرورت دی. سوال رامنځته کېږي چې ولې ورځ په ورځ د ارقامو تحلیل ته ضرورت او اړتیا زیاتېږي او ولې د پخوا په مقایسه ارقام دومره گټور او پېچلي شول؟

باید ووايو چې انسان د هغه ذکاوت او پوهې له امله چې الله تعالی ورته ورکړی، د فوق العاده ذهني استعداد لرونکی او متجسس موجود دی، د علمي-تخنیکي ذریعو په کمک دده هڅې د ځمکې له تل (عمق) څخه نیولی بیا د کهکشان، ټول لرغیز نظام او د کیهان تر ډېرو لرې څنډو رسېدلی، نو طبعاً دومره لوی بُعد کې د ارقامو یوه گټه گټه او پېچلتیا پېښېږي، له بلې خوا انسان صرف د هغو اجسامو سره پخوا سروکار درلود، چې اقلاد 1,40mm څخه لوی وو، انسان په عادی ډول په سترگو نه لیدل او دده په لند چاپېریال کې لاسبري لاندې وو، خو نن ورځ یې د بېلابېلو وسایلو، امکاناتو او اسبابونو په کمک وکولای شول چې له تصویر و تلې کوچني ذرات او له گومان او حدس لرې واټنونه کې اجسام وگوري، دا د ارقامو د زیاتوالي، گټوالي او د مقیاسونو د لاپېچلتیا بل لامل گرځېدلی، د بېلگې په ډول الکتروني میکروسکوپونه چې کوچني ذرات په میلیونونو ځله لوی ښکاره کوي، همدارنگه تحلیلي اوزان چې د میلی گرام میلیونونه ځله کوچنی وزن اندازه کوي، همدارنگه اپټیکي اندازه کوونکي مقیاسونه؛ لکه کرومومتر، ولت متر، ویلسون کمري، ډیری حساسې تلی او نور وسایل چې پرته له هغو څخه د معاصرو علومو څېړنې هېڅ ممکن نه دي. په دغو وسایلو سره د راټولو شویو ارقامو حجم ډېر لوړ کمیت کې وي، نو ځکه د هغو د تحلیل لپاره خاصو احصائیوي مېتودونو ته اړیو، پرته له دې موږ په علمي مسایلو کې دې ته هم اړیو چې د گټو ارقامو د کمي تحلیل په پای کې د یوې کيفي منطقې د پایلې تر لاسه کولو لپاره د قیاس او اسقراء له لارې له منفردو او جدا پدیدو، عامو نتایجو او له کل څخه د جز په هکله فکر وکولای شو.

تجربې طبیعي علوم د هغو په پراخه مفهوم سره د هغه شمېر پرکتیکي او نظري عملیاتو او مفکورو تیوريکي او عملي اړخونو باندې لاسبری او پوهه (اگاهی) ده، چې له هغه طریقه انسان د

## سریزه

د بشري ټولنو اوس مهالي پرمختګونه، ټولنیزه هوساینه، د تولیدي پروسې اسانه کېدل او د تولیدي عملیې اغېزمنتیا، د روغتیا بڼه کېدل، د یوه واحد د مولدیت د سطحې پوره او چټول او نور مادي او معنوي ترقیات د علمي څېړنو له برکته گټلای شو، علمي څېړنو نه یوازې د تولید تخنیک، ټکنالوژۍ او طبیعي پدیدو په هکله ډېرې غوره پایلې تر لاسه کړي، بلکې انساني مهارت او د بشري ځواک په پوهه کې یې هم غوره اغېزه کړې، په دې ډول علمي څېړنې هم په ټولنیزو پوهنو او هم تجربی علومو (طبیعي علومو) کې خپل ارزښت زیات کړی په علمي تحقیق کې احصائیوي تیوري او مېتودونه بنسټیز رول لري، له بلې خوا سره له دې چې د علومو په لوی ډگر کې د ډیفرنسیاسیون (Differentiation) او انټیګراسیون (Integration) پروسې په ژوره توګه څه بېلوالی او څه گډوالی او تړونونه راپېښ کړي، خو په دې ټوله اوږده پروسه او چلند بېلګه کې د احصائیې د مېتودونو اهمیت په خپل ځای دی. د احصائیې رول او اهمیت نه یوازې په ټولنیزو علومو، بلکې ساینسي یا طبیعي علومو کې هم جوت دی؛ ښکاره خبره ده چې ټولې ښکارندې د مقیاسونو او د کمي او کيفي خصوصیاتو د وحدت لرونکي دي، د یوې ښکارندې کیفیت څرنگوالی هغه وخت ښه روښانه کېدای شي، چې په کمي درجو او اندازو د افادې، سنجش او اړانې وړ وي، انسانانو نن ورځ د هر څه لپاره مقیاسات، اندازې، درجې، وزنونه او د محاسبې معیارونه ټاکلي، چې دا ټول په اعدادو او ارقامو اندازه کېږي او د ژوند د چاپېریال ټول کيفي او کمي بدلونونه او تحولات په ارقامو او اعدادو ښودل کېږي. په علمي څېړنو کې د دغو عددونو، وزنونو، مقیاسونو، تحولاتو او درجو د راټولولو، تنظیم لندیز، تحلیل او تفسیر لپاره احصایې ته اړیو. په عددي ډول سره احصائیه د چاپېریال څخه د اعدادو راټولول او ثبت، هغه تحلیل او څېړي، ان دا چې له هغو څخه د آینده لپاره پېښ بیني گانې ترسره کوي



## لومړی څېړنکی عموميات

### ۱.۱ - د احصایې اصطلاح او تعریف

احصایه یوه عربي کلمه ده، چې له (احصاء) څخه اخیستل شوې ده او مانا یې شمېرل او گڼل دي. په دري ژبه کې (شمردن) او (امار گرفتن) ددې مترادف ده، په انګلیسي کې (Statistics) بلل کېږي، چې له لاتیني Status لغت څخه یې منشاء اخیستې ده، چې د دولت لپاره د ضرورت وړ او د ټولنې په اړه د لازمه ارقامو او معلوماتو په مانا وه، د بېلګې په ډول د نفوسو او پوځي ځواک شمېر او اندازه، د مالیاتو د ټولولو ارقام او داسې نور. خو اوس دغه اصطلاح بېلابېل مفاهیم لري. له دې امله چې د عادي انسانانو پخواني فعالیتونه ډیر محدود وو او ارقام ټولول او ثبتول یواځې د دولت کارو، نو ځکه ورته (status) شول، یعنې دولت یا د دولت چارو.

نن ورځ هم په انګلیسي ژبه کې State دولت ته ویل کېږي (سره له دې چې نورې ماناګانې هم لري، لکه ایالت، وضع، حالت، شرط او بیانونل)، خو د تسمیې وجه یې هماغه ده، چې لرغونو زمانو کې صرف دولت له ارقامو او اعدادو، شمېر او شمېرلو سره سروکار درلود او بس. د تاریخ په شهادت کله چې لومړني دولتونه د ملوک الطوائفي په بڼه رامنځته شول، دوی پر وړ چې د مالیو ټولولو، د خپلو جنګي افرادو، آسونو، استخدام او نورو چارو لپاره ارقام په لاس کې ولري. په دې ډول شمېر ټولونه او احصایه یوازې د دولت کارو، نو ځکه خلکو ورته Status نومونه موجه بلله، یعنې هغه کار چې دولت ورته ضرورت لري، نو له هغه راهیسې دا اصطلاح په Statistics بدله او نن یې هم موږ استعمالوو.

د احصایې لپاره بېلابېل تعریفونه شوي، چې د ټولو محتوا تقریباً سره ورته او مشابه ده. په ساده او معمولي مفهوم سره احصایه د ارقامو او شمېرنو هرې هغې مجموعې ته ویل کېږي، چې د چاپېریال او پنځ یا د انسانانو ټولنیزو اقتصادي، سیاسي او نورو فعالیتونو او ښکارندو په اړه وي. د پنځ او چاپېریال په برخه کې د اورښت، تودوخې د درجې، د یوې ونې د پانو، د بوټو د ودې د اندازې بېلګې او د ټولنیزو فعالیتونو په برخه کې د یو هېواد د وزګارو او په کار بوختو وګړو شمېر، د کالني سړي سرګتې، د سواد د سلوالې، د ناروغیو اندازې، واردات او صادرات او نورو ارقامو او شمېرنو بېلګې ذکر کولای شو، چې د همدې ډول شمېرنو مجموعې ته احصایه وایو، خو په یو مشخص مفهوم سره احصایه هغه شمېرنې دي، چې د نورو شمېرنو څخه استازیتوب وکولای شي، یعنې د نمونې په توګه غوره شي او څه کيفي څرګندونې

خپل چاپېریال (د ځمکې د مخ او اتموسفیر) بیولوژیکي سیستم د ګڼ شمېر پېچلو غیر بیولوژیکي عواملو او شرایطو (ځینې وخت دغه عوامل او شرایط سره متضاد هم وي) په اړه د ژوند او خپلې بقا په خاطر منابع استفاده لاندې راولي. له خپل چاپېریال سره خپلې اړیکې تنظیموي او قوانین یې په خپله ګټه کاروي.

طبیعی علوم او د څاروی، روزنې او وترنري علوم د ګڼ شمېر طبیعي پدیدو، ارقامو، مقیاسونو او اوزانو سره سروکار پیدا کوي، د همدې منظور په خاطر د علومو د ډیفرنسیاسیون پروسې په لټ کې د عمومي احصائیوي تیورۍ تر څنګ چې تشریحي احصایه ده، بله برخه یې داستنباطي احصایې په نوم هم یادولای شو، چې په ټاکلو مېتودونو په زراعت کې د ارقامو د کمي تحلیل، تنظیم، لنډیز او طبقه بندۍ څخه کيفي پایلې ترلاسه کوي او د هغې له مخې اړوند سنجشونه او نتیجه یې په لاس را کوي، نو ځکه احصائیه په ساینسي پوهنو کې ټولې ښکارندې د ارقامو او شمېر په ژبه راته څرګندوي.



یقیناً چې دا ډېره ابتدايي شېبه او طرزو، په دې ډول ابتدايي او خالص معلومات او شمېرنې د دولتونو له خوا ترسره کېدل، خو د ټولنو له پرمختګ سره سم او د ټولنیزو نورو چارو د پرمختیا سره په موازي ډول احصايې هم پرمختګ وکړ، مثلاً په روم کې د سېروپوس ټولپوس له زمانې وروسته د قانون سره سم وګړي شمېرنه هر پینځه کاله وروسته ترسره کېدله، دغه روش د وسیلان تر وخته دوام درلود، البته غلامان دغه سرشمېرنه کې نه حسابېدل، بلکې اصیل وګړي نفوسو کې شمېرل کېدل. په منځنیو پېړیو کې دغې بڼې بدلون وموند او د نفوسو په هکله او ان د هغو د اجتماعي خصوصیاتو د ثبت په هکله بېلابېلې شمېرنې پیل شوې.

دغو شمېرنو هغه وخت صرف تشریحي بڼه لرله، مثلاً په پاریس کې له ۱۳۰۰-۱۲۹۲م کلونو کې د ځمکو، بشري ځواکونو او مالیه ورکونکو وګړو په هکله دغه ډول تشریحي ارقام په نسبتاً دقیق ډول ثبت او راټولېدل په فرانسه کې د ګمرک مالیو راټولول په ۱۳۲۴م کال کې د هغو د مقدار د ثبت سره یوځای په احصایه او شمېر ثبت کولو کې یو نوی ګام و، همدارنګه په انګلستان کې د درېیم ادوارد د سلطنت په وخت کې (۱۳۱۲-۱۳۷۱) د مالیو ثبت او د مالیه ورکونکو وګړو د شمېر ثبت صورت نیولی، جالبه خبره ده، چې دولتونه په اضطراري حالت کې هم د شمېر او احصايې او د ارقامو څېړنې اهمیت ته متوجه شوي وو، مثلاً د (مارک ګرافن) د جنگ په وخت کې په ۱۴۴۹م کال کې د نورنبرګ په ښار کې د خوراکي موادو د وېش لپاره احصایه راټوله شوه او په ۱۴۷۳م او ۱۴۷۷م کلونو کې په اشتراسبورګ کې احصایه تطبیق شوه، ان دا چې د کلیساګانو په کتابونو کې د زېږېدنو او مړینو د پېښو ثبت کېدل پیل شول، په فرانسه کې د ۱۴ لویي له وخته یعنې له ۱۲۲۵م کاله راد پخوا دقیقه احصایه پیل شوه، ان دا چې د پنځلسم لویي په وخت کې په فرانسه کې د مالیې وزیر (نیکر) په ۱۸۰۲م کال کې د احصايې لومړنۍ دفتر تاسیس کړ، خو په انګلستان کې په دقیق ډول د احصايې او شمېرنو ثبت چې د مړینو پېښې هم ولري، صرف د ۱۵۳۲م کال څخه راد پخوا پیل شوې، په اولسمه پېړۍ کې په انګلستان کې د بهرنۍ سوداګرۍ احصايې رواج وموند، ورپسې په ۱۷۰۱م کال کې په نیمګړي ډول د نفوسو سرشمېرنه پیل شوه، خو په ۱۸۰۱م کې یې منظم شکل غوره کړ، دا وخت د اروپايي هېوادونو برعلاوه په متحده ایالاتو کې هم احصايې ته پاملرنه وشوه، د بېلګې په ډول د دغه هېواد د اساسي قانون سره سم چې اوس هم اعتبار لري، هرو لسو کلونو کې د نفوسو سرشمېرنه صورت نیسي، دا په ۱۷۹۰م کال کې راپیل شوه، په سویډن کې په ۱۷۸۴م کې په ناروې او دنمارک کې په ۱۷۹۰م کال کې او په هالنډ کې په ۱۳۸۰م کال کې احصايوي تحلیلونه او سرشمېرنې رواج شوې. زموږ په ګران افغانستان کې هم لومړنۍ احصايې د دولت پورې اړه لرله او له ډېر پخوا څخه معمول وه، د اریاتیانو لرغونۍ مرکز، بخدي کې د هغه وخت پاچایانو ته د خپلو سیمو او قلمرو نفوس

وکړای شي، په دې ډول احصایه د هغو ټولو مېتودونو او لارو-چارو مجموعه ده، چې د مقداري یا کمي ارقامو او معلوماتو د راټولولو، صنف بندۍ، تنظیم، لنډیز او اړانې لپاره کارول کېږي. Yule او Kendall وایي: د ډېرو زیاتو اړتیاوو د ټاکلو لپاره په ټاکلو حدودو کې د کمي ارقامو څېړنې ته احصایه ویلای شو.

پروفیسور باولي وایي: احصایه د تحقیق او څېړنې په برخه کې د دیتاوو او ارقامو عددي تشریح او تفسیر دی او Croxton او Cowden لیکي: احصایه د عددي دیتاوو او شمېرونو راټولول، ښوونه، ارائه، تحلیل او تفسیر دی.

که چېرې د پورته تعریفونو دغه اخري برخه یې لږ څه نوره هم وشنو، نو وایو چې احصایه په لومړي ګام کې اطلاعات (ارقام)، معلومات او مشاهدې راټولوي، همدغه ارقام (Data) خام مواد دي، چې بیا تنظیم کېږي، په لنډیز سره ارائه او داسې په واضح ډول تشریح کېږي، چې د هغو ښوونه، تعبیر او تفسیر اسانه کېږي. په دویم ګام کې احصایه څېړنکي سره مرسته کوي، چې د خپلو څېړنو نتایجو ته وسعت ورکړي، د ارقامو ترمنځ بېلابېلې اړیکې ورته څرګندې او لازم استباط وکولای شي او د خپلو معلوماتو او اطلاعاتو د تحلیل او تجزیې لپاره احصايېو تيوري او مېتودونه وکاروي د احصايې سروکار له اعدادو او ارقامو سره دی.

## ۲-۱ د احصايې لنډه تاریخچه:

احصایه د انساني ټولنو د لومړي دولت په اندازه لرغونتوب لري، کله چې مصر، روم او بابل کې لومړني دولتونه په ډېر ابتدايي شکل جوړ شول، دا وخت له میلاد څخه ۳۰۵۰ کاله مخکې کلونه وو، چې دوی په خپلو قلمرونو کې د دولتي چارو د ضرورت له مخې د نفوسو او نورو منابعو په هکله شمېرنې ترسره کولې، داسې شواهد په لاس کې شته چې په چین کې له میلاد څخه ۲۰۰۰ کاله مخکې د نفوسو سرشمېرنه ترسره شوه، له میلاد څخه ۱۰۱۷ کاله مخکې د حضرت داود (ع) په وخت کې د اوسني فلسطین شاوخوا د نفوسو سرشمېرنه وشوه، البته د هغه وخت سرشمېرنه ډېره ابتدايي او ساده بڼه لرله او د نن ورځې د سرشمېرنې په شان نه وه، چې د کاغذ پر مخ یې لیکل، له نژدې مشاهدات ترسره کول، د مخصوصو ډیموګرافیکي فورمو ډکول او بیا په هغو د ځینو ریاضیکي عملیو لکه جمع کول او نور نه ترسره کېدل. د بېلګې په ډول د پارس پاچا د خپل لښکر د شمېر د معلومولو لپاره امر وکړ چې باید هر سترېږی د یو ټاکلي ځای څخه له تېرېدو وروسته هلته یوه یوه ډېره وغورځوي، وروسته د همدغو ډېرو له مخې د لښکر شمېر څرګندېده.

یا د سکيف پاچا د سکيف د قلمرو د نفوسو د معلومولو لپاره امر وکړ چې هر یو اوسېدونکی باید د خپلې نېزې (پیکان) څوکه راوړي، ددغو له مخې ټول نفوس څرګندېده.



کې د لومړي ځل لپاره د ټول نفوس گڼ خصوصیات د احصایې په کومک وښودل شول، په المان کې براند بورگ پروس د احصایې د علم یو مشهور عالم و.

کله چې د نولسمې پېړۍ په پای کې د بیالوژي په بېلابېلو څانگو کې خصوصاً په وراثت کې نوي معلومات تر لاسه شول، دې برخه کې گڼ شمېر پوهانو احصایوي مېتودونه وکارول، په ۱۸۵۹م کې چارلز داروین خپل علمي اثر د The Origin of Species عنوان لاندې ولیکه، نو په دې کې یې د بېلابېلو جنسونو د تکامل څرنګوالی شرحه کړ، د داروین یو شاگرد Frencies Galton (۱۸۲۲-۱۹۱۱م) د ژویو او ژوندیو اجسامو د بشپړېدو په برخه کې احصایوي مېتودونه وکارول، انګرېزي عالم گالتن د بیولوژي په ډګر کې او فرانسوي عالم کورنوت Courmot د اقتصاد په ډګر کې د لومړي ځل لپاره د احصایې تیوري په پراخه اندازه وکاروله او ډېر مسایل یې په کې شرحه کړل، په دې ډول گالتن د بیومیتري د څانګې د بنسټ ایښودونکي په څېر وپېژندل شو.

Karl Pearson (۱۸۵۷-۱۹۲۲م) هغه عالم و، چې د احصایوي مېتودونو انکشاف ته یې پوره پاملرنه وکړه، د دغې پېړۍ په پیل کې چې په مجموع کې په علومو کې نوی غورځنګ رامنځته شو، نامتو احصایه پوه او عالم Ronld Fisher (۱۸۹۰-۱۹۶۲م) نویو احصایوي روشونو او له هغې جملې د شاخصونو د سنجش په برخه کې ډېر ښه گټور نظریات ورکړل، انګلیسي عالم فیشر خصوصاً د کرنیزې احصایې او د علمي تجارېو د طرحې په هکله ډېر کار وکړ، خو نورو علماوو د هغه نظریات نورو ټولنیزو علومو کې هم وکارول.

په دې ډول لیدل کېږي چې احصایه د خپلې تاریخي بشپړتیا په سیر کې نه یوازې ښه بشپړه شوه، بلکې بېلابېلو ډګرونو کې یې خپل اهمیت ثابت کړ او دا چې احصایې د اروا پوهنې څېړنو کې ځان ته لاره پرانیسته، مشهور امریکایي ارواپوه J. M. Cattle James او د هغه شاگرد L. E. Thorn dike د ښوونې او روزنې د ارواپوهنې په ډګر کې د احصایې ډېر مېتودونه وکارول، همدوی په امریکایي پوهنتونو کې د احصایې تدریس پیل کړ، په دې ډول د پورته ذکر شویو پوهانو په هڅه او زیار احصایه شلمې پېړۍ ته داخله شوه او وروسته یې د یوه مستقل دسپلین په توګه په اکاډمیکو مراکزو، پوهنتونونو او څېړنیزو موسسو کې ځای وموند، چې مېتودونه یې د راز راز تحلیلونو او علمي تحقیقاتو اساس وبلل شول او په هره څانګه کې یعنې له اقتصاد نیولې، بیالوژي، کیمیا، طب، ارواپوهنې او کیهاني مطالعاتو پورې وکارول شوه او په کرښه کې هم خصوصاً کرنیز تحقیق کې ځانګړې اهمیت او رول لري، په دې ډول احصایه یو لرغونی علم دی، کوم معلومات چې ارایه کوي، په ځانګړو روشونو یې تحلیل او څېړي.

څرګندو، وروسته بیا د لویو لویو ښارونو شمېر د عسکري قواوو د ټاکلو لپاره تر سره کېده، خو په معاصر شکل سره د لومړي ځل لپاره د کورنیو چارو د وزارت له خوا په ۱۳۳۱هـ ش کال کې د نفوسو سرشمېرنه د احصایې مرکزي ادارې د احصایوي معاصرو مېتودونو مطابق رسماً پیل شوه، په ۱۳۵۲هـ ش کال کې دغه سیستم نور هم بشپړ شو، چې په ذکرولو بر علاوه انات هم وشمېرل شول، وروسته په ۱۳۵۸هـ ش کال کې د احصایې مرکزي ادارې د احصایوي معاصرو روشونو سره یوه بشپړه احصایه گیري وکړله، نن ورځ زموږ د هېواد گڼ شمېر څانګو کې احصایوي مېتودونه مروج دي او احصایوي سیستم فعال دی، په کمپیوټر او ډیجیټال وسایلو سره د دفترونو په سمبالتیا سره نن ورځ هره اداره خپل ډیټا بیس لري، چې دا ادارې ټول احصایوي معلومات پکې ثبت وي، یعنې احصایه نن ورځ د علمي ارزښت تر څنګ د مدیریت یو مهارت بلل کېږي.

د احصایې د تاریخچې په مطالعه کې باید د هغو علماوو او پوهانو نومونه هرو مرو واخلو، چې د دغه علم په برخه کې یې د قدرونو خدمات کړي د تیوريکي او سیستماتیکي احصایې پرمختیا اساساً د ریاضي علومو په برخه کې د پېشرفت له امله واقع شوې، د لومړي ځل لپاره په لرغوني یونان کې د فیثاغورث له خوا د وسطې حد او اوسط سنجش ترسره شو. Geronimo Cardona (۱۵۰۱ څخه تر ۱۵۷۰م)، Blais Pascal (۱۶۲۳-۱۶۶۲م) هغه لومړني ریاضي پوهان وو، چې دوی د احصایې په برخه کې د احتمالاتو په تیوري کار وکړ، په وار سره Pierre Fermat (۱۶۰۱-۱۶۵۵م) ځینې نوي احصایوي قواعد وښودل، خو په ځانګړي ډول Bernoulli (۱۷۰۰-۱۷۸۲م) ځینې نوي احصایوي قواعد وښودل، خو په ځانګړي ډول B.Demoivre (۱۶۶۷-۱۷۵۴م) کې د طبیعي منحنی معادله کشف کړه او دا یې په بشپړ ډول شرحه کړ، همدارنګه Carl Guss (۱۷۷۵-۱۸۷۴م) کې بلجیمي نامتو عالم Adlof Quetelet (۱۷۹۲-۱۸۵۵م) علمي تحقیق (Research) کې د احصایې مېتودونه وکارول ادولف کیویت لیت په گڼ نفوس کې د اوسط تیوري ته انکشاف ورکړ او له اوسط څخه انحراف په سنجش کې یې د ښویدنې (Error) او خطا د اندازې د معلومولو تیوري شرحه کړه، کیویت لیت د معاصرې احصایې بنسټ ایښودونکی بلل کېږي. مشهور نجوم پوه لاپلاس (۱۷۴۹-۱۸۲۸م) د لمریز نظام او گڼ شمېر ستورو په هکله نجومی شمېرنې، د احتمالاتو په تیوري تشرېح او احصایې قوانین یې په بریالي ډول تطبیق کړل، په احصایه کې سیاستوالو هم خپله دنده ترسره کړې، مثلاً په المان کې د کورفرست فیدرش ویلیهم (۱۷۲۰-۱۲۸۸م) په امر د ټولنې د وګړو عامه لست برابر شو، د هغه په امر د نفوسو بېلابېل خصوصیات د احصایو مېتودونو مطابق وښجول شول او په ۱۷۹۹م.



خرگندوي، چې دلته موږ دا پیدا کولای شو، چې ایا د کومو اړیکو او امکان څخه باید کار واخلو او کوم یې رفع او دفع شي، کوم ارتباطات په کومو مېتودونو پراخه شي او د احصایېو تیوري او مېتودونو له مخې غلط او صحیح یو له بله بېلولای شو، په دې ډول د ځمکې او له هغې څخه د بهر پر پراخ اتموسفیر او ان دا چې د کیهان له اجزاوو، ځانګړنو او نورو څخه خبرېږو او په لاس کې موجودو وسایلو سره سم هغه د ځان په ګټه استعمالوو. خصوصاً د احصایې اهمیت په ریسرچ کې ډېر زیات دي دا ځکه چې د معاصرو علومو یوه ځانګړنه همدا ده، چې په هغو کې تحلیل، د ارقامو ارزښتي او شمېرنه یو جوت ځای لري، ارقام په څېر نه کې دا دنده لري، چې په ټولو پروسو کې کې کمی درجه بندي رامنځته کړي او د مفاهیمو په یوې مجموعې سره (تابع، تعدد، ګروپ، وسط، لوړ حد، ټیټ حد، له کل څخه د جز په ډول د نمونې یا سمپل غوره کول او نور) د هغو له ټول وسعت څخه یو مجرد استنباط په لاس را کړي او برعکس له محدودو شمېرنو (نمونې، صنف، مود...) څخه له جز څخه د کل په لور د استقرایي روش یوې پایلې ته ورسېږو، د ارقامو په اړایې سره د یوې پېښې شرح کاملاً منطقي بڼه نیسي، ځکه کله چې په صحیح او دقیقو ارقامو یوه پدیده اثبات شي، نو طبعاً له غلطې خالي وي، د احصایې بل اهمیت دا دی چې اشیاء، پدیدې، پروسې او بېلابېلې متقابلې اغیزې نه یوازې په اعدادو شرحه کوي، بلکې هغه په بېلابېلو نورو شکلونو لکه مودلونو، قالبونو، توابع، ګرافونو سمبولونو، جدول او نورو باندې هم راته ښيي، په داسې حال کې چې خپل دغه کیفی والي سره کمی خصوصیت محفوظ ساتي، همدا روش د علمي تحقیق بنسټ جوړوي او دا رښتیا او د شرحي غوره بڼه ګڼل کېږي، چې نه جبران کېدونکي ارزښتونه لکه وخت، ځای، مالي لګښت او نور هم تر ممکنه حده ژغوري.

د کرنې او مالدارۍ په ساحه کې د ریسرچ د ترسره کولو، د فارمونو ځمکو د تولیداتو د څارویو د صحت د شاخصونو، د ونو-بوټو او څارویو د نموي دورې په جریان کې د سلسلو د توضیح، د کرنیو بېلابېلو متحولینو او توابعو ترمنځ د رابطې د تشریح او نورو لپاره احصایوي تیوري او مېتودونه د مهمې وسیلې حیثیت لري، په کرڼه کې احصایه ته یوازې د محاسبوي او تخنیکي ارقامو د تحلیل لپاره بلکې د علمي تجارېو د طرحې په برخه کې هم د خورا اهمیت وړ ده.

#### ۱، ۴- احصایه او د علومو نورې بېلابېلې څانګې

په اوس مهال کې د علومو په هر ډګر کې کمی او کیفی مشخصات د معینو اوزانو په ذریعه ټاکل کېږي احصایې د علومو په برخه کې مربوط کمی مشخصات وورسته له تنظیمولو خلاصه کوي، هغوی کې نظم ایجاد او په لنډ ډول یې ارایه کوي او د پام وړ کیفی پایله ورڅخه په لاس راوړي او په دې ډول ټوله علمي پروسه او چلند بېلګه کې نظم، تسلسل او په ښه ډول د یوې

#### ۱، ۳- د احصایې اهمیت:

په نني عصر کې د بشري جوامعو په ژوند کې ټول کیفی او کمی تحولات په ارقامو ارایه کېږي او هغو ته بېلابېل مقیاسونه او اندازې وضع شوي دي، د علومو په پرمختګ، د بشري پوهې په زیاتوالي او د تولیدي او ټولنیزو فعالیتونو د ډګر په بیساري پراختیا سره نویو او پراخو ساحو ته د علومو په لا پراخېدو سره، ارقام د مقدار له پلوه ډېر پیچلي شول او د هغو ترمنځ اړیکې ګرځېدنې شوې، چې د دغو اړیکو تحلیل، لنډیز او شرحه کولو ته کلکه اړتیا موجوده ده.

په طبابت، بیولوژي، کیمیا، میټرولوژي، صنعت، کرڼه، ایستراتوژي فزیک او نورو ګڼ شمېر څانګو کې مونږ اړیو، چې کتلوي مشاهدات، پلټنې، تحلیلونه او نور د استقراء په روش د مطالبو حل، پېښیني ګانو او نورو ته لاس وغځوو، له همدې امله د بېلابېلو څانګو احصایې لکه اداري احصایه، اقتصادي احصایه، د ټولنیزو ډګرونو، د ښوونې او روزنې او اروا پوهنې، د کرنې، د سوداګرۍ او نورو برخو کې احصایې رامنځته شوې او احصایه په همدغو برخو وېشل شوې، په دغو ټولو ډګرونو کې د علمي تحقیق او څېړنې ارزښت ورځ په ورځ زیات شوی، له بلې خوا د علومو په برخه کې پرمختیا، د اقتصادي پرمختیا سره ښه په ښه اړیکې لري، نو بشر وکولای شول د علومو او تجربې پوهې (Science) څخه په استفادې د اقتصادي او اجتماعي پرمختیا لوړو مدارجو ته ورسېږي او احصایه زموږ د ټولنیز او طبیعي چاپېریال حقایق، ارقام او د اجتماعي پرمختیا واقعیتونه په خپلو خاصو روشونو تحلیل، ارایه او تجزیه کوي او هغه د ضرورت وړ معلومات مونږ ته تنظیم او برابروي، چې له هغو څخه مونږ استنباط، استقراء او پېښیني کولای شو او ان دا چې مونږ ته د ښویدنې په سوچ د دقت او عدم دقت تفهیم او تخلیص هم کوي او مونږ د همدې مقاصدو له پاره ارقامو او د هغو تحلیل ته اړیو.

د لارډ کیلون (Lord Kelvin) له نظره د زموږ معلومات تر هغه وخت کافي او د منلو وړ نه دي، ترڅو چې هغه د احصایوي اثباتونو په واسطه تائید او ثقه شوي نه وي، دی وايي: کله چې مونږ د یو څه په هکله خبرې کوو، نو هغه یوازې هغه وخت ښه اظهارولای شو، چې د هغو د مقیاسونو او شمېرنو په هکله وپوهېږو او د هغو ارقامو په واسطه یې وښیو چې پرې واقف یو، پرته له هغه مو معلومات کم دي او دا غیر رضایت بخښونکي او ناکافي حالت دی.

طبعاً په علمي مسایلو کې احصایه ډېر زیات داسې امکانات چمتو کوي، چې د هغه مهم یې دا دي چې د ګڼ شمېر ښکاروندو ترمنځ او د بېلابېلو واقعیتونو په لړ کې اصلي اړیکې، د اړیکو علت د یو شمېر حادثو او تظاهراتو ترمنځ روابط او یو پر بل د هغو اغیزې، د هغو د موجوده حال د انکشاف او نورو مسایلو په اړه په ډېرو ښو توضیحاتو او امکاناتو پوهېږو او داراته



همدارنگه د رویې د روش د ټاکلو لپاره موډارپو په کوچني گروپ (نمونه) کې تجارب وکړو او هغه بیا په لویو گروپونو (ټول نفوس) تطبیق کړو، په دې ډول نه یوازې د علومو طبیعي څانگو کې بلکې ټولنیزو څانگو کې هم د احصایې رول د پرمختیا دی. په کیمیا کې د کیمیاوي تعاملاتو، ارجاعی پدیدو او نورو اړیکې په احصایوي مېتودونو حل او فصل کېږي، دغه راز احصایه له بیولوژي سره ډېرې نژدې اړیکې لري او د بیولوژي د تیوريو په پرمختیا کې یې ډېره ونډه اخیستې ده، گالتون (۱۸۲۹-۱۹۱۱م) د داروین لمسی، بیولوژیکي بدلونونه او تبدلات د احصایوي مېتودونو په رڼا کې مطالعه کړل او د همدې منظور لپاره یې یو د بایومتری لابراتوار پرانیست. د پروفیسر کارل پیرسن په وینا د ارثي خواصو لېږدېدل او تخمه رېزي د احصایې مېتودونو په بنسټ ولاړه ده، د منډل تیوري گانې نښې چې د ځانگړي گروپ خصوصیات او د هغو ترمنځ اړیکې په جنټیک کې د احصایوي مېتودو په وسیله پېژندل کېږي په بیالوژیکي تجاریو کې د ورینس د تحلیل او نمونه گیری مېتودونه ډېر اهمیت وړ دي. په طب کې له ۱۷مې زېږدیزې پېړۍ راهیسې حیاتي پېښې او د انساني مزاج حوادث په احصایوي تحلیلونو روښانه کېږي، په دې ډول گورو چې احصایه د علومو په ډگر کې کوم تجریدي مضمون نه دی، بلکې گڼ شمېر علومو سره متداخل خصوصیات لري.

#### ۱.۵- د ځینو مشابهو علومو سره د احصایې توپیر

په سطحي نظر او عام مفهوم سره په ډېرو څانگو داسې گومان کېدای شي چې له احصایې سره هېڅ فرق نه لري، په تېره بیا کله چې مونږ د احصایې په لنډه تاریخچه کې وکتل، چې د نفوسو شمېرنه او د ارقامو ټولول مو احصایه وگڼله، خو د وخت په تېرېدو بعضو څانگو مستقله پرمختیا ومونده او سره بېلې شوې، یعنې نن ورځ هغه څانگه چې د نفوسو تحلیل او د نفوسو امارو او ځانگړنو سره سرو کار لري، هغې ته ډیموگرافي وايي، نو ځکه ډیموگرافي د احصایې سره اساساً فرق لري، هېڅ شک نشته چې په سرشمېرنه او د نفوسو<sup>(۱)</sup> تحلیل کې احصایوي تیوري او مېتودونه بنسټیز ارزښت لري، خو د خپل هدف او د مطالعې د ډگر له مخې باید

(۱) په خپله د نفوس اصطلاح (Population) هم د احصایې او ډیموگرافي له نظره فرق کوي، د ډیموگرافي په څانگه کې نفوس یو عادي مفهوم دی او د هغو شمېر وگړو څخه عبارت دی، چې یو معین وخت کې، یوه خاص جغرافیاوي قلمرو کې ژوند کوي، لکه د افغانستان نفوس، د ډهلي نفوس، د غور نفوس او نور، اما په احصایه کې د نفوس اصطلاح عام مفهوم لري او ټولو هغو ارقامو ته ویل کېږي، چې له مطالعې او څېړنې لاندې وي او د مطالعې لپاره راټول شوي وي، دې کې د بوټو، څارویو، حشراتو، د حرارت درجه او نور ټول ارقام راځي. احصایوي جمعیت دوه ډوله دي، یو یې محدود نفوس یا جمعیت (Finite)، مثلاً د کابل د پغمان د منو حاصلات او بل یې بې نهایت نفوس یا جمعیت (Infinite)، مثلاً په منو کې (چې ممکن یوازې د کابل د پغمان یا ټول افغانستان او ان د ټولې دنیا منې په بر کې ونیسي) د پخېدو د وخت منځ، په هغو کزد و سپنې مقدار او نور مثالونه.

منطقي پایلې افاده ممکنه کوي. په دې ډول گورو چې علوم، خصوصاً احصایه انتزاعي او مطلقه څانگه نه ده، بلکې دوی زیات شمېر مواردو کې یو بل سره شریکه او متداخله ساحه لري، مثلاً د اقتصاد په برخه کې ټول د اقتصادي پېشرفت شاخصونه، د تولید، عرضي او تقاضا قیمت او نورو ارقامو ترسره کېدل د احصایې په واسطه اجرا کېږي، د پلان جوړونې پېش بینی شوې او حقیقي تطبیق شوي اجزایو د احصایوي مېتودونو په واسطه څرگندېږي، د اړتیاوو او بېلابېلو زېرمو ترمنځ روابط، د تولید او توزیع ترمنځ روابط، د تولیدي پروسو ترمنځ روابط او نور د احصایې په واسطه حل کېږي. په نجوم او استرانونمي کې، په کیهاني څېړنو کې د (Astronomy) د ساحې د لرې واټن لرونکو رقمونو او فواصلو د ارزښایي او پېچلو ارقامو سره د صفرونو شمېر ترډولسو او له هغه هم زیات وي، کله چې دومره اعداد محاسبه کوو، نو احصایوي روشونو ته اړ کېږو چې هغه بسیط شي او ښه تنظیم شي، ان دا چې (Least squares) مېتودونه د لومړي ځل لپاره یوه استرانونمي عالم کشف کړی او د سیارو د حرکت څخه ارقام یې چن کړل او د څو څو مشاهدو څخه یې هغه نتایج وموندل او د استرانونمي په برخه کې یې د نورمال خط تخنیک وکاراوه، په نجومو کې د ځمکې څخه د نورو ستورو د فاصلې معلومول په احصایوي لارو او طریقو ممکن شول. په میټرولوژي کې احصایوي مېتودونو په پارومتریک، فشار سنجولو، د هوا رطوبت سنجولو، د براسونو سلوالی د ښودلو او په دې ډگر کې د ارقامو د ترند د مطالعې لپاره کارول او استعمالېږي. په کره، وترنرۍ او طب کې ټولې حیاتي پروسې، د نمو په جریان کې کمې بدلونونه، خاصیت د بیوسټاټیسټیک د څانگې کار دی، ان دا چې د ورینس سنجش د یوه مهم مېتود په ډول او د زمانې سلسلو د تحلیل مېتودونه په حیاتي پدیدو کې چې نموی یا وده ییزه بڼه لري او ارقام مستقیماً د وخت تابع وي، زېږت زیات اهمیت لري، د حیه اجسامو کمې او کیفی بدلونونه او په هغو کې د ټاکلو عواملو اغیزې او د هر عامل رول او د هغو د هر یوه فرق او مستقیم اثر موندل د احصایې په کمک اجرا کېږي. د تجربی علومو په ډگر کې ټولې علمي تجربې د خطي پروگرامونو په واسطه حل کېږي. لنډه دا چې په ساینسې پوهنو کې مطالعه د احصایې له تطبیق پرته پرمخ نه شي تلای. احصایه په اروا پوهنه او سلوک کې علومو کې ځانگړی اهمیت لري، ځکه رفتاري سلوک او کره وړه په یوه وگړي کې د داسې مطالعې غوښتنه کوي، چې پرته د مقداري نتایجو له تحلیل څخه پرمخ نه شي، اکثره مهارتونه په ښوونه او روزنه کې په مقداري ډول ارزښایي کېږي. د هرې برخې نمرې په حسابي اوسط سنجول کېږي، د زده کوونکي د هوش ازمایل په یوه ځانگړي څانگه کې د همبستگۍ د ضریب په واسطه ممکنه ده، د سلوکي ازموینو د پایلو ثقه والی د احصایوي مېتودونو په واسطه ممکن کېږي.



تشریحي احصائيه، د احصايې هغه برخه ده، چې د عددي ارقامو مهم خصوصيات او بڼې د ټاکلو مفاهيمو او مېتودونو په واسطه شرحه او په لنډيز سره راښيي. په دغې برخې کې عموماً د احصايې توصيفي روشونه Descriptive methods لکه د ارقامو صنف بندي، گرافونه، د ارقامو د دفعاتو څرگندول، مود، ميانه، اوسط او شاخصونه کارول کېږي. په بله وينا: تشریحي احصائيه د عددي او گرافيکي مېتودونو په استعمال سره د ارقامو د سيټ څخه داسي انځور پيدا کوي چې د ارقامو په سيټ کې موجوده معلومات دهغې په واسطه ښه واضح او په ښه توگه ارايه شي.

همدارنگه استنباطي احصائيه داسې هم تشریح کولای شو: د ارقامو د يولي سيټ لپاره د ارقامو د نمونې څخه په استفادې د تخمین کولو، تصميم نيولو، پېشگويي او نورو نتيجه گيريو په خاطر د ځانگړو روشونو په کارول او له هغو څخه يوه روښانه نتيجه اخيستل دي. په راتلونکي برخه کې به په دواړو تشریحي او استنباطي احصايو بحث وکړو.

استنباطي احصايه د ارقامو د يوې گڼې مجموعې (نفوس يا Population) د خصوصياتو د استنباط د ترلاسه کولو لپاره ځينې چارې، چلند، بېلگې او پروسيجرونه دي، چې د ټولو ارقامو څخه د نمونې (Sample) په ډول خلص معلومات په لاس ورکوي. په دې برخه کې احتمالات، د احصايوي فرضيو ازمايښت، د نفوسو پارامتر<sup>(\*)</sup> او نور راځي چې دغه برخه کې عموماً د احصايې ارتباطي روشونه (Correlation methods) لکه د پيوستون ضريب يا Correlational Coefficient، د خطا يا ښوېدنې موندل او نور او همدارنگه استنباطي روشونه (Inferential Methods) راځي.

به استنباطي روشونو کې هره هغه نتيجه چې د نمونې يا کوچنۍ شمېر ارقامو څخه په لاس راځي او بيا هغه په ټول نفوس يا په گڼو ارقامو تطبيق او تعميم کوو ټول همدې کې راځي، چې دا بيا د محقق او څېړونکي يا مطالعه کوونکي هدف او د کار ساحې پورې اړه لري، چې ايا ده د کوم مقصد لپاره کومه نمونه غوره کړې او غواړي د نمونې د کوم خصوصيت له مخې په ټولو راتولو شويو ارقامو حکم وکړي.

#### د استنباطي احصايې پينځه عناصر:

۱. په نظر کې نيول شوي ارقام يا مشاهدات
۲. يو يا څو متحول (په مشاهداتو کې د شاملو واحداتو خصوصيت) کوم چې د څيړلو په موخه انتخابېږي.

(\*) د گڼ شمېر اعدادو يا نفوس مشخصات چې د نمونې اخيستو يا نورو مېتودونو په واسطه اټکل کېږي او ښودل کېږي د Parameter په نوم يادېږي.

هيڅکله احصايې سره اشتباه نه شي، دغه توپير او فرق د دموگرافي له پېژندنې څخه په جوت ډول پېژندلای شو، علماً ديموگرافي په لنډ ډول داسې تعريفوي: ديموگرافي په محدود مفهوم سره، د نفوس د ترکيب، وېش، اندازې او بدلونو سره تماس نيسي او په پراخ مفهوم د نفوسو عام څرنگوالي لکه سن، قوميت، شغل، اسکان او نور خصوصيات لکه عمر، مدني حالت او نور ثبت او شرحه کوي.

همدارنگه رياضي هم د اعدادو او ارقامو سره سروکار لري، خو بايد په ياد ولرو چې د رياضي منطق، د ارقامو د محاسبو اجرا ده، نه د ځينو واقعيتونو تحليل، تنظيم او ارايه يقيناً د احصايې علما وايي چې احصايه د رياضي د علم تطبيقي ډگر دی، مگر رياضي د خپل هدف له مخې له احصايې سره ډېر فرق لري، چې هغه د شمېرلو استعداد، د مسايلو په حل کې منطقي تفکر او په خاصو روشونو په مجرد ډول د اعدادو محاسبات ترسره کول دي.

د علمي تجارو طرحه هم ظاهراً د احصايې سره مشابه ښکاري، حال دا چې د علمي تجارو طرحه داسې يوه کرڼاره ده او د عملي پلټنو يوه مجموعه ده، چې يوه فرضيه ثابته يا رد شي، د څو متحولو ترمنځ فرض شوي روابط ثابت او روښانه شي او په نهايت کې د هغو ټولو مراحلو، چلند بېلگو او موخو يوه اډانه ده، چې څېړونکي يې په پام کې لري، په بل عبارت د علمي تجارو طرحه هغه کتنې او ازمايښتونه دي، چې په هغو سره څېړونکي په فرضي ډول د يو وضعيت او د تصوراتو او واقعيتونو ترمنځ اړيکې او ارتباط وښيي، يقيناً دې کې احصايوي مېتودونه لکه مشاهدات او د هغو ثبت او راتولول، د هغو منطقي صف بندي او بيا په واضحه او لنډ ډول او په قناعت بخش ډول (د جدول او گرافونو په واسطه) د هغو ارايه په دې کې اساسي رول لري، خو دلته د احصايې مېتودونه او تيوري هيڅکله د تجارو د طرح سره يو شان نه دي. همدارنگه حسابداري چې نن ورځ په اکثرو هېوادونو کې د انستيتيوت په سطحه مستقل دسپلين دی، صرف د محاسبوي امارو د فن څخه عبارت ده، حسابداري د احصايې پېچلو مېتودونو او څو څو طريقو سره کار نه لري، بلکې د يوه فن په سطحه پاتې کېږي.

په دې ډول سره له دې چې زرگونه کاله وړاندې هره شمېرنه، امار او عدد ټولونه او د ارقامو جمع آوري به چې پخوا د دولت له خوا د ځانگړيو موخو او اړتياوو لپاره ترسره کېده، احصايه بلل کېده، خو د علومو په ځانگړو څانگو کېدو (Differentiation) سره او د همدې پروسې په لړ کې احصايه له مشابهو څانگو څخه تمايز وموند او ځانگړی تعريف ورته غوره شو.

#### ۱-۲- د احصايې دوه برخې

احصايه د يوې موضوع او مشخص مضمون باوجود بايد په دوو برخو يعني تشریحي احصايې (Descriptive Statistics) او استنباطي احصايې Inferential Statics باندې ووېشو.



واسطه د یوه تېروخت په مقایسه د هغو د بدلون فېصدی اړائ کوي، دلته گورو چې ارقام د احصایېو تحلیل لپاره ثبت او راټول شوی دی، دغه ډول ارقام د احصایېو ارقامو په نوم یادولای شو.

اوس له پورته توضیحاتو او مثالونو څخه څرگنده شوه، چې د احصایې او ارقامو ترمنځ توپیر شته، یا په بل عبارت هغه ارقام چې راټولېږي د خپل هدف له مخې سره توپیر لري، ځینې وخت ارقام صرف د یوه واقعیت په توګه یاداشت کېږي، ثبت او بیا خپرېږي، خو ځینې وخت د یوه خاص هدف د وضاحت او ټاکلې موخې او د یوه تحلیل د ترسره کولو لپاره، نو ځکه موږ امار، ارقام او ثبت شوي شمېرنې په درېیو ډولونو وېشلای شو: تخنیکي، محاسبوي او احصایېوي ارقام.

تخنیکي ارقام صرف د هغو پېښو، مسایلو، تخنیکي اسبابو، تولیدي موادو او نورو حوادثو ارقام دي، چې معمولاً تخنیک او ټکنالوژي پورې اړه لري د بیلګې په توګه د میکرسکوپونو، امبولانسونو، چېرکټونو، جنراتور یا نور ټولو تخنیکي وسایلو یاداشت کول، د روغتون د شتمنۍ ثبتول، د اسبابونو جمع اوقید په ادارې پرسونل پورې یا مثلاً یوه فارم کې د موجودو ټراکتورونو، شاوولونو، ګرېډرونو، کمباین، تخم پاش، محلول پاش او د هغو د ملحقاتو یاداشت چې د فارم د شتمنۍ په توګه ثبت دي، یا د غواګانو د روزنې د یوه فارم د ټکنالوژیکي وسایلو او تجهیزاتو کار او د هغو د تخنیکي استفادې څرنگوالی او داسې نور چې دا ارقام تخنیکي مربوطه راجسترونو او اسنادو کې لیکل شوي وي.

محاسبوي ارقام هغو ارقامو ته ویل کېږي، چې د حسابدارۍ، مزد او حق الزحمې او نورو فعالیتونو اسنادو کې لیکل کېږي، یا د مادي او پولي لګښتونو عوایدو یا د تولیداتو د خرڅلاو او نور ارقام چې دا ټول په پای کې جمع کېږي، مجموعي مصارف، مجموعي عواید، خالص عواید، یا د هر نفر د کار د وخت له مخې د هغه د مزد او معاش اندازه او داسې نور محاسبات ورڅخه څرګندېږي، خو احصایېوي ارقام لکه چې وویل شول، د تحلیلي هدف لپاره، د لنډیز، تنظیم او په اسانه ډول د هغو د شرحې او له هغو څخه د یوې نتیجې د استنباط لپاره ترسره کېږي، خو باید ووايو چې د دغو درېیو وارو ارقامو ترمنځ ارتباط او هماهنگي شته او احصایه له دغو ټولو استفاده کولای شي، مثلاً کېدای شي تخنیکي ارقام راټول شوي وي، د محاسبې او حسابدارۍ څانګه هماغه ارقام ځانته د محاسبو لپاره وکاروي، بیا وروسته د احصایې څانګه له هغو د خپل مقصد سره سم تحلیل ورباندې ترسره کړي، لنډه دا چې ارقام د احصایې لپاره اساس او بنسټ جوړوي او پرته له ارقامو احصایېوي فعالیتونه بې اثره وي.

د عامه خدماتو په سکتور کې موږ د ګڼ شمېر طبیعي، اقتصادي، ټولنیزو او نورو حوادثو او ارقامو سره سروکار لرو، مثلاً د لمر تودوخه، د اورښت اندازه، د خاورې PH، د یوه فارم د

۳. د چمتو شویو ارقامو یا مشاهداتو د واحداتو څخه جوړه شوي نمونه.

۴. په نمونه کې د موجودو معلوماتو په بنا د نفوس په اړوند نتیجه گیری.

۵. د نتیجه گیری (استنباط) په خاطر د اطمینان د درجې سنجش، خود تشریحي احصایې عنصر صرف د ارقامو او اعدادو هغه مجموعه ده چې د هغو کمي خصوصیات غواړو تشریح کړو.

## ۱.۷- احصایه، ارقام او د هغو اړیکې

تراوسه پورې موږ همېشه د احصایې له مفهوم سره جوخت په مترادف ډول ارقام ذکر کړي او ممکن داسې تصور شي چې احصایه یعنې مطلقاً اعداد او ارقام، حال دا چې یو څو ژور مطالب د توضیح وړ دي ارقام او اعداد (Data) د احصایې یا احصایېوي تحلیلونو لپاره صرف خام مواد دي، صرفاً د ارقامو یا اعدادو یوه سلسله او مجموعه هیڅکله بشپړه احصایه نه ده، که څه هم ممکن موږ ورځینیزات شمېر مسایلو کې د ارقامو یوه مجموعه یا د اعدادو یو سیټ د احصایې په توګه وګڼو، خو دا علمي بنسټ نه لري، بلکې دلته باید کیفیتاً اعداد او احصایه تفکیک شي.

ممکن د چاپېریال د طبیعي پېښو، ټولنیزو مسایلو، د تولید، ښوونې او روزنې، معیانتو، دواکسین تطبیق، دامپولونو شمیر، محصولات، لګښت او داسې نورو مسایلو په برخه کې ارقام په اسنادو کې درج شي او یا هم اصلاح درج نه شي او همداسې بې ثبت او قید پاتې شي، مثلاً یو روغتون د خپلو ناروغانو ټول ریکارډ ثبتوي، دانسان د عمر او وزن دواړو زیاتیدل او دهغو ثبت د ارقامو په واسطه، ددرملو د ټاکلې ډوز د اغیز ثبت او ښودل د ارقامو په واسطه، په اوسط ډول د ناروغیو د شیعو اندازه ثبتول، یا هم د تولید او خرڅلاو یوه اقتصادي عملیه په هېڅ یوه سند کې ثبت نه شي، نو دغه پدیده بې اثره پاتې کېږي، خو که یوه فارم د یوې اونۍ په جریان کې ۲۰۰۰ دانې هګۍ تولید کړي او هغه یې مغازه کې خلکو ته عرضه کړي چې د تولید او اقتصادي عملیې دغه ارقام د تولید او خرڅلاو مربوطه اسنادو کې ثبت شي، په دې ډول عملیه کې دا جریان د یوه اثر په ډول باقی پاتې کېږي، همدا اخري بېلګه د شمېر نیولو په نوم یادېږي، چې بېلا بېلې پېښې اسنادو کې ثبت کېږي ځینې وخت د پېښو، اجناسو، وسایلو، عوایدو، خرڅلاو او نورو حوادثو او کیفیتونو موضوع صرف د یو کیفیت په ډول یاداشت کېږي، مثلاً که چېرې یو روغتون د کال له پیل نه تر پای پورې ټول لګښت یاداشت کړی، خو برخلاف ځینې وخت بېلا بېلې پېښې د ځینو خاصو اهدافو لپاره ثبت کېږي، مثلاً د یوه ولایت د کوپراتیفونو ریاست د بېلابېلو اجناسو قیمت په مربوطه سیمه کې د خپلو اړوندو مامورینو په واسطه ثبت او محفوظوي او دفترونو ته یې راټولوي، بیا د محاسبوي اجراتو څخه وروسته یې د هغو اوسط سنجوي، وروسته بیا د شاخصونو د سنجش د مېتود په

توليد اندازه، د يوه ولايت د کرنيزو ځمکو ساحه، د يوه کلي د اوسيدونکو شمېر، په بهرنۍ سوداگرۍ کې د تجارتي محصولاتو ونډه او گڼ شمېر نور مثالونه، خو په دې کې د احصايې رول په علمي تحقيق او د علمي تجارېو په طرحه کې خورا مهم دی، په علمي پروسه کې د ارقامو درې واړه ډولونه ډېر معمول دي:

## دويم څېړنې

### د ارقامو راټولول، ترتيب، ډولونه او گرافيکي ارايه

#### ۱، ۲- د ارقامو راټولول او بڼه Collection & Presentation of Data

د يوې علمي څېړنې لپاره او د دې هدف په خاطر چې موږ د نظر ارقام شرحه او له هغو څخه لازمه پايله ترلاسه (استنباط) شي، لومړۍ اړيو چې مربوطه ساحه کې مشاهدات، ارقام يا Data موجود اوسي، د دې مقصد لپاره موږ ارقام راټولولو او هغه بڼيو چې ايا کوم ارقام دي چې مربوطه احصايېوې تحليل ورباندې پرمخ بيايو؟ په دې ځای کې تقريباً يوه اوږده پروسه ضرور ده، يعنې له احصايېوې پلوه د يوې پديدې مطالعه او په هغې د تحقيق سرته رسولو، معلوماتو (ارقامو او اعدادو) ته ضرورت لري، نو د دغو معلوماتو د څرگندولو لپاره احصايېوې مشاهداتو (Statistical Observation) ته اړيو، خو د بې هدفه او هر ډول ارقامو راټولول احصايېوې مشاهده نشو بللای، بلکې احصايېوې مشاهده، منظمه او علما تنظيم شوي وي، چې دا يو ډېر دقيق او پرمخت کار دی، يعنې لومړی څو مشاهدات بايد د معين پرابلم لپاره چې نښايي دا په کلکه په نظر کې ونيول شي، چې ايا د موږ د نظر پرابلم لپاره په مجموعي ډول ارقام پروسيس لاندې ونيول شي او که د ډېرو گڼو ارقامو څخه يوه کمه اندازه (نمونه) غوره کړل شي؟

که ټول ارقام راټولېږي، نو کومه خبره نشته، اما که ارقام د نمونې په توگه ثبت کېږي، بايد په نظر کې ولرو چې آيا نمونه گيري بايد مقبده او ځينې شرطونو پورې تړلې وي او که آزاده او تصادفي نمونه گيري وي، چې د نمونې غوره کول محقق او څېړونکي پورې اړه لري، چې بايد د تحقيق د اصولو سره سم وي، د نوموړي پروسې لپاره لاندې لارې موجودې دي:

#### الف: د لومړي لاس معلومات

۱. مستقيم مشاهدات: دلته څېړونکي د مرکو، نمونوي سروی گانو، شخصي معلوماتو او نورو لارو څخه ارقام ثبت او جمع کوي، چې دا يو ډېر د حوصلې کار دی، چې بايد ټوله موږ د نظر ساحه وپوښي.

۲. غیر مستقیم مشاهدات: دلته څېړونکي معلومات د ليکونو، استعلامونو، پوښتنليکونو (Question Naires) او ځانگړو فورموله لارې راټولوي. د احصايې پوهان منفردانه کتنې Enumerators او د سيمه ييزو منابعو څخه کتنه Collection through Local Resources هم د لومړي لاس معلوماتو کې شمېري، خو هېره دې نه وي چې اوس هم لا دغه راټول شوي ارقام صرف خام اعداد (raw data) دي، چې نور بېخي اجراءات او پروسېجر غواړي.





او د مثبت قیمت لرونکي دي، نو د هندسي دایرې شمال مشرقي یا د بني لاس پورته ریمه یا (۱) حجره باندې رسمېږي، چې دلته هم X او هم Y مثبت قیمت لري، که چېرې منفي قیمت موجود هم وي، نو گراف د دغې ربعي کینې پورته خوا او یا هم ښې ښکته خواته رسمېږي (ادامه مومي) مثلاً که چېرې د تولید په مراحلو کې تولیدي عامل یو یو واحد داسې و اضافه کړو چې بالاخره داسې وخت را ورسېږي، چې کله که اغیزه کوونکي فکتور لوړ حد ته رسېږي همدا وخت اغیز منونکي صفر کېږي او له دې نورو اضافه والي یعنې صرف د یوه بل واحد زیاتول منفي قیمت نیسي، نو دا وخت د میلان کرښه د (X) محور څخه ښکته راځي او دا د منفي قیمتونو معنی افاده کوي.

#### ۲، ۴، ۱- د گرافونو ډولونه

د احصایېو معلوماتو د گرافي تصوير لپاره د گراف بېلا بېل ډولونه معمول دي، خو هغه یې چې اکثراً معمول دي او یو څه بسیط هم دی هغه په ډېر لنډ ډول دا دي:

#### الف - خطي گراف

دغه گراف کې د مستقل او تابع متحولینو د قیمتونو له مخې لومړۍ د ابتدایي نښو په واسطه قیمتونه نقطه گذاری کېږي، وروسته بیا دغه نقطې یو بل سره وصل او یوه کرښه په لاس راځي، دې ته د *Liner Digrams* یا *One – Dimensiona Digram* هم وایي، د بېلگې په توگه به په هېواد کې د ۱۳۵۷، ۱۳۷۷ او ۱۳۷۸ کلونو په جریان کې د چیچک د واکسین تولید جدول او گراف وښیو.

(۱-۳) جدول په درېو غوره شویو کلونو کې د چیچک د واکسین تولید.

| کلونه | د واکسین مقدار (په زرو ډول) |
|-------|-----------------------------|
| ۱۳۵۷  | ۷۷،۱                        |
| ۱۳۷۷  | ۹۰،۰                        |
| ۱۳۷۸  | ۱۲۳،۰                       |

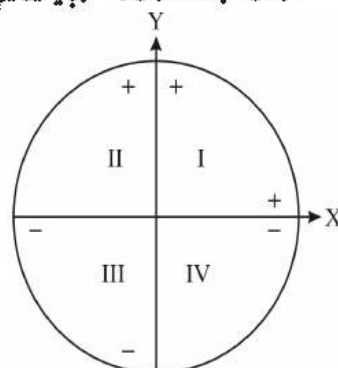
منبع: سالنامه احصایېو ۱۳۷۸ کال وزارت احصایه مرکزي

موجودې پانې څخه زیات وي، نو ښه به وي چې د ستونونو عنوانونه په (۱، ۲، ۳، ۴) نمره ښه او راتلونکو پاڼو کې عین ستون په خپله اړونده نمره وښودل شي، ډېر به ښه وي که چېرې اعداد په درې درې گروپي اعدادو ډول ولیکو (خصوصاً که اعداد لوی وي) مثلاً د ۲۲۸۱۲۴۵ پرځای د واضح بڼه ۵۷۷ ۱۲۴ ۲۲۸ ښه ایسي او که د کتارونو، عنوانونو او نومونو په مورد کې کوم خاص قید او مېتود نه وي، ښه به وي یا د الفبا په ترتیب، یا د مقام د اهمیت له مخې مثلاً (د صادرات مقام، د عامه روغتیا وزارت، د ولایت د صحت د ریاست مقام...) په ښه یا په کومه بله منطقي، مناسبه بڼه یا د وخت په اساس لکه کال، ورځ ساعت او نورو بڼو جدول بندي شي، د جدول بندي د وضاحت لنډیز او نظم هغه ډېرې ښې ښکته دي، چې نن ورځ جدولونه نه یوازې احصایېو تحلیلونو، علمي تحقیق او طبیعي علومو کې، بلکې ټولنیزو علومو او آن تجارتي اعلانو، د درملتونو یا مغازو لوجو او نورو ځایونو کې هم معمول شوی دی، تجارتي مقالو، گمرکي اسنادو او نورو کې گڼ شمېر مواردو کې جدول دود موندلی، نو ځکه د جدول بندي په اصولي او علمي طرز پوهېدل یو اهم ضرورت دی.

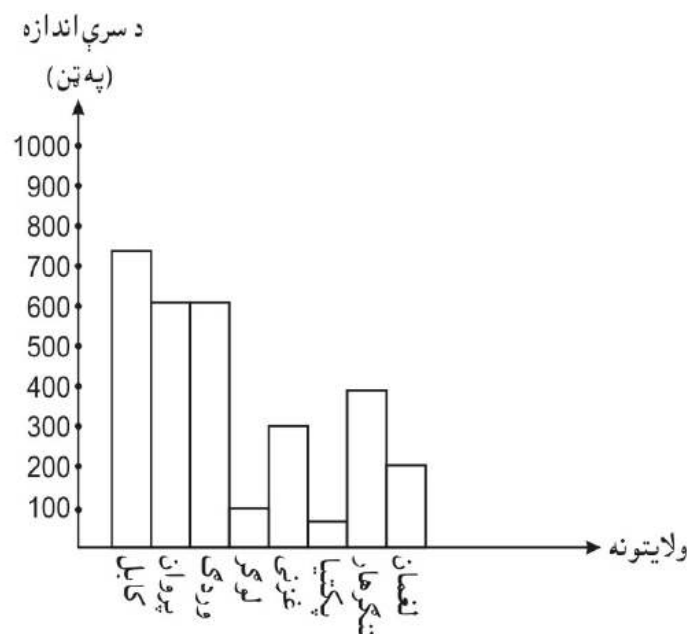
#### ۲، ۴-۵ ارقامو گرافيکي ارائه

لکه چې ومولیدل جدولونه د احصایېو ارقامو د تنظیم، لنډیز او اړانې لپاره یوه ډېره ښه وسیله ده، خو ځینې وخت د هغو د لازيات وضاحت او لنډیز لپاره چې حتی د لوستلو ضرورت یې هم نه وي، اړتیا او ضرورت پېښېږي موږ یوه داسې وسیله لرو چې ارقام د لیدلو په واسطه ورباندې ښیو، چې له ټکیو، کرښو، سطحو او جیومیټریکي بڼو او سمبولونو څخه جوړه او په عامه معنی سره د گرافيکي اړانې، گرافيکي توضیح، گرافيکي تصویر یا هم گرافيکي نمایش *Graphical Representation* په نوم یادېږي.

گرافونه په دوو بڼو رسمېږي: یو یې د گراف *Graphs* بڼه او بل یې د دیاگرامونو *Diagrams* په بڼه په گرافونو کې ارقام د خط یا منحنی یا *Curve* په شکل رسمېږي، خو دیاگرام بیا د څو کرښو او بعدونو لرونکو بڼو په شکل رسمېږي چې د دوو یا څو متحولینو ترمنځ رابطه ښکاره کوي، گرافونه د جدولی اړانې د روش ادامه ده، یعنې هم جدول د گراف په واسطه ترسیم کولای شو، په گراف کې تابع متحول په عمودي محور (Y) او مستقل متحول په افقي محور (X) باندې ښودل کېږي، دا اصلاً هماغه د هندسي دایرې څلور ربعي دي، خو له دې کبله چې کرښه اقتصاد او په مجموع کې د کرنې او مالدارۍ په سکتور کې اکثراً پدیدې عیني







پورته گراف کې ډېر په څرگند ډول ښکاري چې هر ولایت په مقایسوي ډول سره څومره سره استعمال کړي، ځینې وخت متحولین دوه یا درې اجزا لري، کېدای شي په مستطیل کې هر جز په بېل رنگ وښیو، دې ته مرکب مستطیل گراف Component Barchart وايي، مثلاً لاندې جدول او گراف کې د کرنې د پراختیا بانک له خوا په ۱۳۲۸ کال کې د تراکتورونو او واټرپمپونو د خرڅلاو اندازه گورو:

(۳-۳) جدول: په ۱۳۲۸ کال کې د کرنې د پراختیا بانک له خوا د پلورلو شویو تراکتورونو او

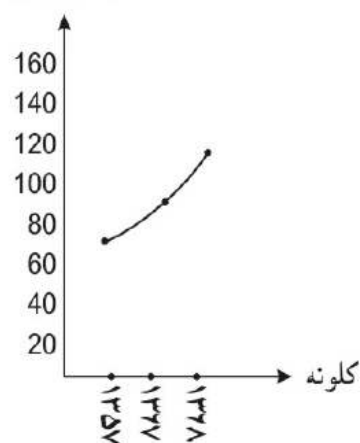
واټرپمپونو شمېر.

| کلونه | د خرڅو شوي، ماشینو نوعیت |         |
|-------|--------------------------|---------|
|       | تراکتور                  | واټرپمپ |
| ۱۳۵۷  | ۴۳                       | ۱۱      |
| ۱۳۶۷  | ۱۴۴                      | ۷       |
| ۱۳۶۸  | ۱۰۶                      | ۲۹      |

دا ډول مرکب اعداد په استوانه یي گراف کې داسې ښیو:

د واکسین مقدار

(په زرو ډوز)



۱، ۳ شکل: په درېیو کلونو کې د واکسین د تولید خطي گراف ارایه

ب: استوانه یي یا مستطیل ډوله گراف

دغه ډول گراف چې د Bar Chart یا Bardigram په نوم هم یادېږي، په کې بېلا بېل کمیتونه د ستونونو په بڼه د ارقامو سره سم په بېلا بېلو ارتفاعاتو رسمېږي، په دغه شکل گراف کې مقایسه په ډېر ښه ډول ترسره کېږي، مثال:

(۳-۲) جدول: په ۱۳۲۸ کال کې د افغانستان د کیمیاوي سرې شرکت د تصدې له لارې د کیمیاوي سرو وېش په بېلا بېلو ولایاتو کې

| ولایات  | د سړي وېش (په تن) |
|---------|-------------------|
| کابل    | ۷۳۸               |
| پروان   | ۲۳۱               |
| وردگ    | ۲۳۱               |
| لوگر    | ۷۳                |
| غزنی    | ۲۵۹               |
| پکتیا   | ۳۶                |
| تنګرهار | ۳۱۲               |
| لغمان   | ۱۲۷               |

منبع: سالنامه احصایې، ۱۳۲۸ کال

چې په فیصدی او درجو سره یې سنجش په لاندې طریقو کېږي:  
الف) په درجو:

$$\text{Degrees} = \frac{\text{Part}}{\text{Total}} \cdot 360$$

مثلا

$$\frac{50}{150} \cdot 360 = 120$$

دلته 150 د ټولو محصولاتو د لگښت مجموعه 360 د دایرې محیط او 50 د غنمو لگښت دی.

$$\text{Percentage} = \frac{\text{Part}}{\text{Total}} \cdot 100 \quad \text{ب) په فیصدی:}$$

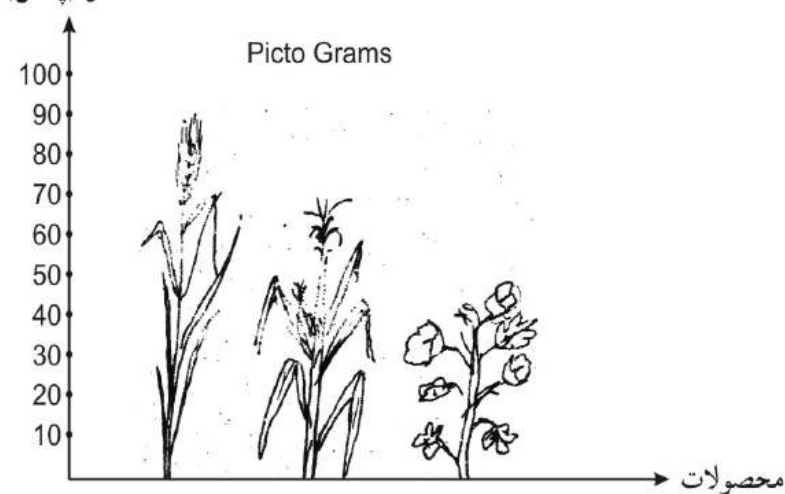
$$\frac{50}{150} \cdot 100 = 33.9$$

مثلا:

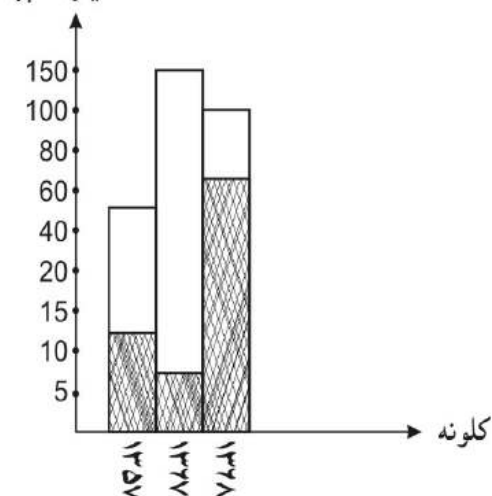
#### د- تصویری یا سمبولي گراف

تصویری احصایېو گراف Picto Grams کې ارقام د کوچنیو او سمبولیکو تصویرونو په ذریعې ښودل کېږي. دلته ارقام ډېر په واضح، مشخص او نه هرېدونکي ډول ښودل کېدای شي، د هر تصویر یا سمبول اندازه په مربوطه رقم پورې اړه لري (یو فرضي مثال): له یوې کروندې څخه ۸۰ منه غنم، ۲۰ منه جوار او ۴۰ منه پومبه حاصل اخیستل شوی، ددې ارایه داسې کېدای شي.

اندازه (په من)



د خرڅو شویو  
ماشینو شمېر



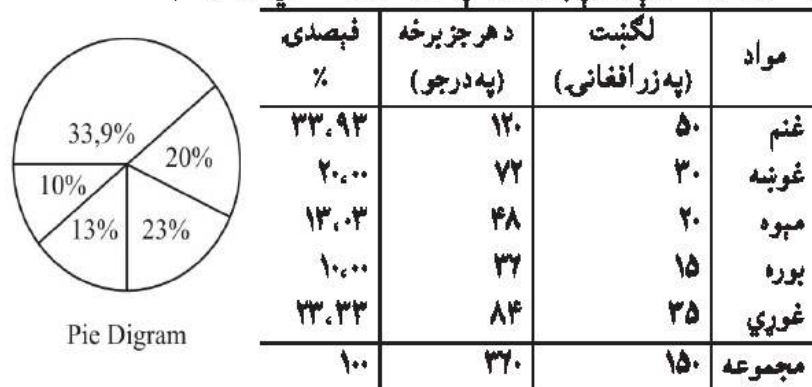
مشخصه (ځانگړې) نښې:



#### ج- دایروي گراف

له دې کبله چې دا ډول گراف د هندسي دایرې په کومه ربع او د متحولو محورونو په منځ کې نه رسمېږي، بلکې دایروي شکل لري او هر هغه رقم چې تر څېړنې لاندې دی، د خپلې برخې سره سم په کې خلول کېږي، نو ځکه ورته دایروي گراف Pie Digram نوم ورکړ شوی، چې برخه ییز دیاگرام یې هم بولي، په دې گراف کې د څو پدیدو مجموعه له خپلې فیصدۍ سره سم په لاندې ډول کېدای شي وښیو:

(۳-۴) جدول: د یوې ورځې په جریان کې د یو فامیل د غذایی موادو لگښت



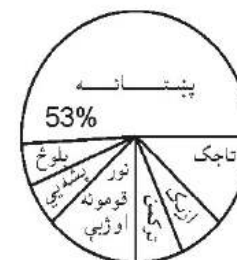


ورباندې رسم او ترلاسه کېږي، دا د گڼو ارقامو یا په میکانیکي ډول او وسایلو رسمېدونکیو چارو لپاره د کارولو موارد لري ددغو وروستیو ډولونو کارول دومره عام نه دی، ان دا چې ځینې یې ډېر اسانه او د فهم وړ هم نه دي، نو ځکه یې شرح ضرور نه ده. په دې ډول گورو چې دیاگرام په یوه هندسي بڼه د ارقامو اړول دي، دغه احصایيوي معلومات د هندسي منحنی گانو په ذریعې ښودل کېږي، چې پېچلتیا له منځه وړي او یو مهم او اصلي شکل منځته راوړي.

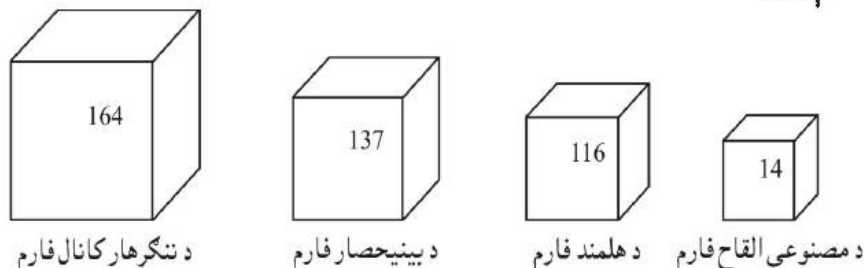
### د گرافونو ګټې

۱. گراف یا احصایيوي دیاگرام ارقام په زړه پورې او په اسانه بڼه د پوهېدو وړ گرځوي، دغه شکلونه د لوستلو ضرورت نه لري او پر مغزو ستومانوونکې اغېزه نه کوي.
۲. له دې کبله چې گرافونه مېخانیکي بڼه لري، په فوري ډول ذهن ته سپارل کېږي او موضوع ژر له یاده نه وځي، یعنې ډېر اغېزمن دي، پرته له هغه موږ مجبور یو معلومات په مېخانیکه توګه ضبط کړو، چې دا ډېر وخت نیسي.
۳. گراف د دیتاوو او ارقامو په هکله ډېر صحیح او دقیق فهم ارایه کوي، مثلاً د یوه هېواد په سیمو، کلیو او بېلا بېلو ښارونو کې مېشت نفوس که په دایروي گراف کې وښیو او د دایرې هره برخه معینه فیصدي او د کلیو او ښارونو تفکیکي معلومات ولري، نو د ټول هېواد نفوس په ډېر کم وخت کې د پوهېدو وړ گرځي، غیر له هغه باید څو څو ورځې دا معلومات شرحه او بیا اورېدونکي ته مغز کې کېنول شي، چې دا ډېر خسته کن دی.
۴. ځینې وخت په ریسرچ او علمي څېړنه کې عمده هدف مقایسه کول وي، چې دغه هدف په گرافونو ډېر ښه ترسره کېږي.
۵. دیاگرام او گراف د وخت او کارکوونکو د سپما سبب کېږي.

د افغانستان د نفوسو جوړښت (ترکیب)



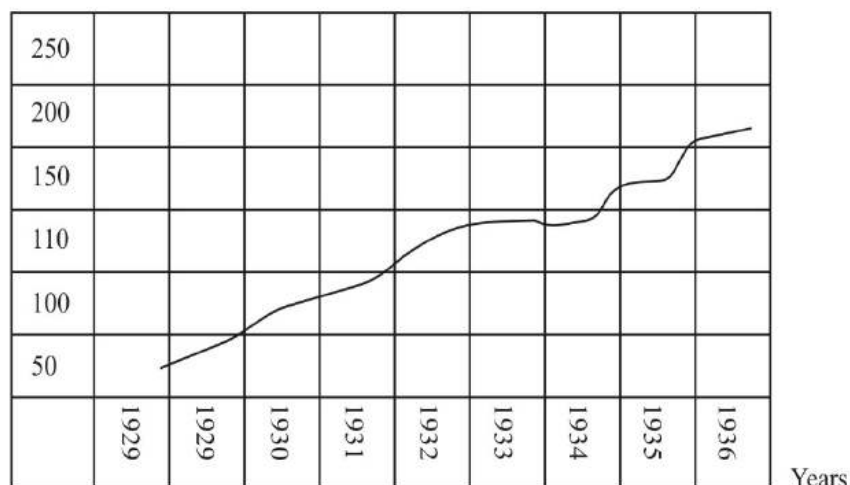
په پورته ډولونو بر سېره، د احصایيوي گرافیکي ارایې ځینې نور شکلونه هم شته، لکه مکعبی ارایه یا Cubic Representation دې کې مربوطه ارقام د خپل لوېوالي او کوچنیوالي له مخې په مکعب شکل ښودل کېږي، مثلاً په ۱۳۲۸ کال کې د هېواد د څلورو مهمو فارمونو د غواوو شمېر داسې ښیو:



منبع: سالنامه احصایيوي (۱۳۲۸ ل)

ځینې وخت په فیتوي شکل ځینې وخت هستوري گرام، ځینې وخت په ولاړو مربعي شکلونو هم گرافونه رسم کېږي

Products Quatity



Historigram

پورته شکل چې د هستوري گرام یوه بېلګه ده، معمولاً د رادار دستگاه، ټلوېزیوني معایناتو، گڼو دیموگرافیکي تحلیلونو، انجینري چارو او نورو برخو کې کارول کېږي او ددې لپاره خاصې گرافیکي پانې شته، چې د مخصوصو علایمو له ثبت وروسته مربوطه کرښه

## درېم څپرګۍ

## د ارقامو د دفعاتو د وېش جدول، هستوګرام او پولیګان

## ۳، ۱- د دفعاتو یا فرېکونسي وېش (Frequency Distribution)

کله چې د احصایېوې تحلیل لپاره معلومات (ارقام) راټول شي، دغه ارقام کوم نظم نه لري او نه هم کومه روښانه نتیجه څرګندوي، نو باید چې لومړی ارقام د ښه نظم او ترتیب کېدو په خاطر ګروپ ګروپ یا په صنفونو ووېشل شي.

په جدول کې د دغو لومړنیو یا (Ungroup Data) اعدادو د یوه سیت او مجموعې ترتیبول له یوې خوا دا ښیي چې ارقام په ګروپونو یا صنفونو وېشل شوي، له بلې خوا دا باید وښودل شي، چې ذکر شویو هر صنف او ګروپ پورې څو مشاهدې اړه لري، په دې ډول د جدول په واسطه د ارقامو صنف بندي او بیا د هر صنف د فرېکونسيو ښودل، د دفعاتو د وېش په نوم یادېږي، طبیعاً په صنفونو کې تنظیم شوي یا صنف بندي شوي ارقام هغه پدیدې، مقیاسونه او حادثات او مورد نظر څه دي چې د مشاهدو په ترڅ کې راټول شوي، خو دا باید وښودل شي چې پر هر صنف کې مشاهدات څو ځله راغلې؟ نو ځکه د هر صنف مربوطه فرېکونسي په یو صنف پورې د مشاهدو تکرار یا د واقع کېدو شمېر څرګندوي، چې دې ته د پېښو یا مشاهدو واقع کېدل یا تکرار وایي.

## ۳، ۲- د فرېکونسي په وېش کې د لومړنیو ارقامو انسجام او تنظیمول

د یو احصایېوې تحلیلي جدول د جوړولو لپاره لومړی ارقام پر صنفونو وېشل کېږي او د جدول په اول ستون کې پر له پسې راځي، چې په احصایه کې د صنفونو د ستون په سر معمولاً (X) سمبول پدې یا د ارقامو عنوان پرې لیکو، ورپسې بل ستون د دفعاتو یا فرېکونسيو دي، چې په (Y) ښودل کېږي، په دې ډول صنفونه د احصایېوې جدول (مبتداء) بلل کېږي او بیا ورپسې نور ستونونه د (خبر) حیثیت لري. آخری ټول تحلیلونه او د نورو ټولو پوښتنو حل د (X) او (Y) ستونو په اساس کېږي.

د ارقامو د وېش په صنفونو باندې د هغو د کمي او کیفي ځانګړنو له مخې کېدای شي د ګډو وډو خامو ارقامو Row Data څخه یو لازم برداشت وکړای شو، دلته به یوه بېلګه راوړو: په یو ولایت کې د ۵۰ کلیو د مالدارانو څاروي، د طاعون د ناروغۍ د کنټرول لپاره کتنې لاندې ونيول شول، په پای کې له نوموړو مشاهداتو څخه دا پایله لاس ته راغله:

## تمرینات

۱. له یوه فارم څخه په ۱۳۷۸ کال کې ۳۰ منه غنم، ۲۰ منه وریجې، ۴۵ منه جوار او په ۱۳۷۹ کال کې همدا محصولات په وار سره ۲۸، ۲۱ او ۴۲ منه ترلاسه شوي، په یو ساده ډول دا ارقام ترتیب او جدول بندي کړئ، بیا یې د خطي ګراف په ذریعه ترسیم کړئ.

۲. له یوه ښوونځي څخه په ۱۳۷۵ کال کې ۲۱ تنه له ساینس څانګې او ۲۰ تنه د اجتماعیاتو له څانګې په ۱۳۷۷ کال کې ۱۸۸ له ساینس او ۱۱۰ له اجتماعیاتو څانګې فارغ شوي، دغه ارقام په مرکب مستطیلي ګراف کې وښایاست.

۳. له یوه فارم څخه په ۱۳۸۰ کال کې ۱۲۵ تنه وریجې، ۲۰ تنه پومبه، ۱۱۵ تنه غنم، ۸۸ تنه جوار او ۱۰ تن ګني حاصلات اخیستل شوي، دغه محصولات په دایروي ګراف کې له فېصدي سره یو ځای وښایاست.



## ۳، ۳ د صنف بندۍ نتیجه Effect of Grouping

سره له دې چې په صنفونو باندې د اعدادو وېشل د معلوماتو د ډېروالي مخه نیسي، خو بیا هم دا کار له موږ سره ډېر کومک کوي، چې گڼ شمېر معلومات رالاند او په کم ځای کې وځایول شي، د بېلگې په ډول:

سره له دې چې پورته د جدول په دویم گروپ کې ۲۳ کلي په متوسط ډول ناروغ څاروي لري، خو دا نه دي څرگند چې هر کلی څو څو ناروغ څاروي لري، په دې ډول زموږ معلومات کم شول، خو باالمقابل په عمومي ډول ۵۰ کلي په دریو گروپونو داسې بنودل شوي چې یو گروپ کم ناروغ، دویم متوسط او درېیم ډېر زیات ناروغ څاروي لري، نو دا په لنډیز او ښه افاده غوره اغیزه کوي، خصوصاً کله چې ارقام ډېر گڼ او پېچلي وي، یقیناً موږ پوهېږو چې بیوستاتیسټکس داسې څانگه ده، چې په هغې کې گڼ مقیاسونه، پېچلي ارقام او په ډېرو لوړو اعدادو ارایه کېدونکي پدیدو سره سروکار لري، نو خامخا موږ اړ کېږو چې ارقام د هغو د ځینو څانگړنو مطابق صنف بندي کړو، صنف بندي Classification ځینې مشخصات رامنځته کوي چې دا دي:

الف: په جدول کې هر صنف خپل حدود یا دوه خواوې لري، د صنف حدود Class Limits هماغه د صنف د دوو اړخونو اعداد دي، چې په پیل او پای کې یې قرار لري، چې یوه ته یې د صنف تیت حد او بل ته یې د مربوطه صنف لوړ حد ویل کېږي، د بېلگې په توگه په (۲، ۳) جدول کې د لومړي صنف حدود (۰) او (۲) دي، صفر د لومړي صنف تیت حد او (۲) د لومړي صنف لوړ حد دی، همداسې ورپسې د دویم صنف حدود ۳ او ۵ او د درېیم صنف حدود ۵ او ۸ دي.

ب: هر صنف خپلو دوو خواوو ته ټاکلي پولې لري، چې صنفی سرحد یا Class Boundries بلل کېږي، دا هماغه اعداد دي چې یو صنف له بل څخه بېلوي، چې یو ته یې د مربوطه صنف تیت سرحد او بل ته یې د مربوطه صنف لوړ سرحد وايي، صنفی سرحد د مخکیني صنف لوړ حد او د وروستني صنف د تیت حد ترمنځ عدد دی، نو ځکه لیکو:

$$\text{صنفی سرحد} = \frac{\text{د لوړ صنف تیت حد} + \text{د تیت صنف لوړ حد}}{2}$$

۲

لکه په لاندې مثال کې:

$$\frac{3+2}{2} = 2.5$$

د لومړي صنف لوړ سرحد

$$\frac{3+6}{2} = 5.5$$

د دویم صنف لوړ سرحد

همداسې ترپایه...

په درېیو کلیو کې د ناروغۍ هیڅ علایم نه وو، په څلورو نورو کلیو کې یو څاروی په شپږو نورو کلیو کې دوه څاروي او بالاخره د ټولو ۵۰ کلیو له ارقامو څخه دغه لاندني تنظیم او صنف بندي شوی جدول په لاس راغی:

(۱، ۳) جدول د ناروغۍ د لیدلو له مخې د ۵۰ کلیو طبقه بندي په هغو کې د ناروغۍ د لیدل کېدو په اساس

| د کلیو شمېر | په ناروغۍ اخته څاروي |
|-------------|----------------------|
| ۳           | ۰                    |
| ۴           | ۱                    |
| ۶           | ۲                    |
| ۷           | ۳                    |
| ۱۰          | ۴                    |
| ۶           | ۵                    |
| ۶           | ۶                    |
| ۵           | ۷                    |
| ۳           | ۸                    |

پورته گورو چې داسې کلي هم وو، چې هیڅ ناروغي په کې نه وه، خو داسې کلي هم وو چې (۸) څاروي دې مهلکې ناروغۍ نیولي و، داسې کلي هم و چې پینځه یا شپږ څاروي په ناروغۍ اخته وو. په دې ډول په دغه پورته جدول کې هر ستون یو عدد لري، یعنې په Array بڼه یا یو اړخیزه دي، نو ځکه ډېر اوږد شکل لري، کولای شو ارقام په څو صنفونو او یا د یوه ستون اعداد دوه کتاره جوړ او جدول خلاصه (لنډ) شي. دا ۵۰ کلي په درېیو صنفونو وېشو: اول صنف، چې ډېر کم د ناروغۍ علایم لري، یو یا دوه یا هیڅ، دویم صنف هغه کلي چې ۵-۷ څاروي یې ناروغ دي، خو دریم هغه چې (۸) څاروي په کې ناروغ دي، نو جدول داسې جوړوو:

(۲، ۳) جدول په ناروغۍ د اخته څارویو له مخې د ۵۰ کلیو صنف بندي

| کلي (F) | په ناروغۍ اخته څاروي (X)      |
|---------|-------------------------------|
| ۱۳      | د ډېرو لو ناروغه څارویو گروپ  |
| ۲۳      | د متوسط ناروغه څارویو گروپ    |
| ۱۴      | د ډېر زیات ناروغه څارویو گروپ |

Σ=50

یا ټول

لکه چې په (۳، ۳) جدول کې گورو په ټولو صنفونو کې صنفی عرض سره یو برابر او مساوي دی. مثلاً لومړی صنف کې ۱، ۰، ۲ اعداد، په دویم صنف کې ۳، ۴، ۵ او همداسې تر پایه په ځینو مواردو کې چې ضرور نه ده چې په جدول کې دا ټول مشخصات درج کړو، خو د جدول بندۍ د پوهېدو لپاره ضرور دی چې زده شي.

### ۳، ۴ - د اعدادو طبقه بندي او د هغو ډولونه

په لومړي نظر موږ اعداد د هغوی د تحلیل د مقصد له مخې په دوو ډولونو طبقه بندي کولای شو: یو ډول یې د اعدادو د ظاهري کیفی ځانګړنو له مخې ده، بل یې د هغوی د مقداري ځانګړنو له مخې، دلته به هر یو وگورو.

### ۳، ۴، ۱ - د طبقه بندي ډولونه Types of Classification

دا باید په یاد وساتو چې د یو تحقیق د اجرا لپاره یا د یوې علمي څېړنې د ترسره کولو په ترڅ کې د یوه احصایېوې تحلیل او د ارقامو څخه د مورد نظر پایلې د موندلو لپاره هره ترسره شوې مشاهده، هر عدد او رقم خپل ځانګړی او منفرد خصوصیت لري او هر یو د خپل خپل مشخص صنف له مخې راټول شوي وي، یوه انفرادي دېتاً ممکن دوه خصوصیات ولري، چې د توصیفی یا کیفی او مقداري یا کمی څخه عبارت دی.

توصیفی یا کیفی هغه صنف بندي ده، چې مشاهدې د یو کیفیت له مخې صنف بندي شي، مثلاً د یو فارم شیدې ورکوونکي او شیدې نه ورکوونکي غواوې یا د سرو منو اصلاح شوي او محلي ډولونو، د ژېړو منو ډولونه او نور چې دا د یوه کیفیت (څرنګوالي) له مخې په برخو او کلاسونو طبقه بندي شوي وي.

مقداري یا کمی طبقه بندي<sup>(\*)</sup> هغه ده چې مشاهدات د عددي او رقمي مقیاسونو له مخې لکه د قد د اندازې، وزن، شمېر او نورو له مخې طبقه بندي شوي وي.

ځینې وخت په طبقه بندي کې خلاص یا ناټرلي صنفونه هم وي، دا هغه صنفونه دي چې یو حد یې ټاکلی نه وي، لکه په لاندې فرضي مثال کې:

یو صنفی سرحد د دوو صنفونو ترمنځ ګډ وي، ددغې مشخص شرط دا دی چې د ټولو صنفی پولو ترمنځ واټن په یو برابر وي، پرته له هغه صنف بندي نیمګړې ده. صنفی سرحدات د صنفی حدودو په مقایسه اکثره صرف تیوريکي اړخ لري. دا ځکه چې عملاً سرحدونه د دوو صنفونو ګډ عدد بنکاري، لکه ۵، ۲ چې هم په لومړي صنف پورې اړه لري او هم په دویم صنف پورې اړه بل دا چې کېدای شي په اصل مشاهدو کې ځینې وخت داسې عدد وجود ولري، چې د صنفی سرحد سره برابر وي، نو د داسې مشاهدې ټاکل چې ایا کوم صنف پورې باید وتړل شي عملاً ناشوني ده.

ج: د صنف نیمايي یا وسط Mid - Point of a Class هغه عدد دی، چې د صنف اعداد په پوره مساوي دوو برخو بېلوي، په عمل کې دغه قیمت د مربوطه صنف د ټیټ او لوړ حد د جمع حاصل په دوو وېشو، د بېلګې په ډول په (۳، ۳) جدول کې صنفی وسطونه داسې په لاس راځي:

$$\frac{0+2}{2}=1 \quad \text{په لومړي صنف کې}$$

$$\frac{3+5}{2}=4 \quad \text{په دویم صنف کې}$$

$$\frac{6+8}{2}=7 \quad \text{په درېیم صنف کې}$$

صنفی وسط په احصایېوې تحلیلونو کې د مربوطه صنف د نمونې یا نمایندې (استازي) Class Mark په توګه غوره کېدای شي.

۵: د صنف بندي شویو اعدادو بله مشخصه دا ده، چې ټول صنفونه یې په مساوي اندازه عرض لري، چې د مربوطه صنف د ټیټ سرحد او لوړ سرحد له حاصل تفریق څخه ترلاسه کېږي، دې ته صنفی عرض یا د صنف وسعت یا پراخوالی وايي، چې Class Interval هم ورته ویل کېږي، مثلاً په (۳) جدول کې صنفی عرض داسې مومو:

$$C=5.5-2.5=3$$

باید ووايو چې د صنفی سرحدونو صنفی وسط او صنفی عرض لپاره کوم ټاکلی فورمول نشته، بلکې هغه څه چې موږ دلته وکارول هغه د صنف بندي د مشخصاتو د څرګندولو لپاره ځینې ساده لارې او قاعدې وي، چې د موضوع د وضاحت لپاره مو راوړي، دا ټول مشخصات په لاندې جدول کې راغلي: (۳، ۳) جدول د صنف بندي شویو ارقامو مشخصات

| صنفی عرض<br>Class Intervals | صنفی وسطونه<br>Mid. Point | صنفی سرحدونه<br>Class boundaries | صنفونه<br>X |
|-----------------------------|---------------------------|----------------------------------|-------------|
| 3                           | 1                         | -0.5-2.5                         | 0-2         |
| 3                           | 4                         | 2.5-5.5                          | 3-5         |
| 3                           | 7                         | 5.5-8.5                          | 6-8         |

(\*) په بایو ستاتستیک ساحه کې ځینې پدیدې نا پایدازه یا بدلېدونکي Variable خواص لري، نو داسې مشخصه د Discrete Variable په نوم یادېږي، لکه د پاتو نمو، د چرګورو وده او نور چې پرلپسې بدلون مومي او د نامرېوټو قدمو په واسطه طبقه بندي کېږي، مثلاً د یوه بوټي اندازه نمويي موسم کې د ۵، ۴ - ۵، ۷ فټ، چې د همدې ترمنځ یاداشت کېږي.



K: د صنفونو شمېر او n د ټولو مشاهدو له شمېر څخه عبارت ده، د محاسبې لپاره عادي لوگاريتم د ۱۰ په بیس یا قاعده نیول کېږي (دغه ډول د لوگاريتم جدول د کتاب په پای کې په درېیمه ضمیمه کې راغلی). د بېلګې په ډول که چېرې موږ ۱۰۰ مشاهدې ولرو، نو د هغو د صنفونو شمېر داسې موږ:

$$K=1+3/3 \log(100)$$

له دې کبله چې د لسو په بیس د ۱۰۰ عادي لوګ، ۲ دی نو لیکو:

$$K=1+3.3 \log(2)=1+6.6=8$$

$$K=6.7 \text{ or } 8 \text{ class}$$

دغه فورمول موږ ته د یو عمومي لارښود حیثیت لري، موږ کولای شو په همدې ډول نور اعداد ولیکو، باید څېړونکي کوښښ وکړي چې صنفونه ډېر کم غوره نه کړي، ځکه دا وروسته بیا د ورینس سنجش کې لازمه پایله او موخه په لاس نه ورکوي، بهتره به وي د صنفونو شمېر ډېر زیات هم غوره نه شي. د صنفونو شمېر د ارقامو د فاصلې سره مستقیماً، خو د صنفی عرض سره معکوساً رابطه لري، له همدې حقیقت څخه کولای شو چې په یو مناسب شمېر صنفونه غوره کړو.

ددې لاره داسې ده چې لومړی د ټولو ارقامو Range محاسبه کوو، بیا داسې یو عدد ټاکو چې که چېرې د پام وړ صنفونو له شمېر سره ضرب شي، نو همدغه عدد مطلوب صنفی عرض دی صنفی عرض کېدای شي طاق یا جفت وي، خو د طاق په صورت کې صنفی وسط Mid Point یو غیر کسري عدد کېږي، خو که جفت وي، نو Mid Point اعشاریه لرونکي عدد کېږي، چې دا ډول اعشاریه لرونکی عدد په نورو وروستیو محاسباتو کې ضرب، تقسیم او جمع کولو کې مشکلات ایجادوي بله د پام وړ خبره دا ده چې ښه به وي که د هر صنف لوړ حد د بل صنف ټیټ حد څخه بېل عدد وي، که چېرې داسې صنف بندي وشي لکه

۵۵، ۵-۶۶، ۵

۶۶، ۵-۷۷، ۵

۷۷، ۵-۸۸، ۵

په دې ډول صنف بندي کې صنفی حدود یو بل څخه جلا نه دي، بلکې عین اعداد یا د دوو صنفونو ترمنځ ګډ دي، نو دا نه سره بېلېږي. لنډه دا چې د ارقامو راټولول Presentation of Data او صنف بندي Classification یې یو اساسي ګام دی، چې باید په ډېر دقت ترسره شي، پرته له هغه نورو تحلیلي عملیاتو کې شک او اشتباه رامنځته کوي، کله چې د جدول په لومړي ستون کې صنفونه په لازم شمېر جوړ شول، ورپسې دویم ستون کې د هر صنف مربوطه مشاهدې شمېر او د مربوطه صنف مقابل کې یې لیکو. دغه لیکل کېدای شي په یوه ښه (خط) سره وي، چې له بشپړو شمېرو وروسته یې بیا په بل ستون کې په عدد لیکو، یا هم کېدای شي په سیده

(۴، ۳) جدول د یو کلي د اوسېدونکو شمېر او صنف بندي د استخدام له مخې

| X                  | F   | توصيفي ځانګړنې                    |
|--------------------|-----|-----------------------------------|
| 18- له 6 کلن کوچنی | 236 | د ښوونځي او له هغه مخکې دورې نفوس |
| 18-60              | 300 | د کار ځواک                        |
| له 60 کلنولو- 60   | 92  | متقاعدین                          |

په پورته مثال کې د لومړي صنف ټیټ او د درېیم صنف لوړ حد یو پرانیستی (خلاص) حد بلل کېږي، چې ټاکلی عدد (مشاهده) نه لري

۴، ۳ - په ارقامو کې فاصله Range

د یوه احصایېوې تحلیل او علمي تحقیق د ترسره کولو لپاره چې کله د اعدادو یوه مجموعه راټولېږي، فاصله عبارت له دې څخه ده چې د مشاهدو ترټولو لوی عدد او ترټولو کوچنی عدد یو بل څخه تفریق شي، یعنې مطالعې لاندې اعدادو کې د لوی او کوچني عدد تفاوت او یا فرق د فاصلې څخه عبارت ده، مثلاً موږ له یوې ساحې څخه لاندې اعداد راټول کړي:

۸، ۱۲، ۵، ۹، ۱۰، ۱۱، ۵، ۷، ۱۰

په دغو اعدادو کې فاصله داسې موږ:

په دغو اعدادو کې ډېر لوی عدد ۱۲ او کوچنی عدد په کې ۵ دی، یو له بله یې منفي کوو ۷ په لاس راځي، خو باید په یاد ولرو چې د وسیعې ساحې د ګڼ شمېر اعدادو او مشاهدو فاصله یو څه پېچلی او ممکن کوم لوی عدد راوړي

۴، ۳ - ۵ صنفونو د شمېر ټاکل

کله چې موږ غواړو د ارقامو په یوه مجموعه کې د صنفونو شمېر وټاکو دا کوم معین روش او قاعدې پورې اړه نه لري، بلکې د محقق کار پورې مربوط ده، که چېرې په ارقامو کې د صنف پراخوالی یا صنفی عرض لوی او پراخه غوره شي، نو د صنفونو شمېر کم وي، خو که چېرې صنفی عرض کوچنی وي، د صنفونو شمېر زیات او په دې ډول صنفی عرض او د صنفونو شمېر یو بل سره معکوسه رابطه لري ددې لپاره سټیج روال (Sturge. R.) یوه عمومي قاعده پېشنهاد کړه، چې بهتره به وي د صنفونو د شمېر په ټاکلو کې له هغې څخه کار واخلو، دده په فورمول کې دوه ثابت اعداد چې یو یې د مشاهدو شمېر د عادي لوگاريتم کېږي او بل یې (۱) دی شامل دي، چې فورمول یې دا دی:

$$K=1+3.3 \log(n)$$

په پورته فورمول کې:

خو په اکثرو احصاييوي تحليلونو کې د جدول د لنډيز په خاطر Tally طريقه نه کارول کېږي، لکه چې گورو پورته جدول کې په ارقامو کې:

$$\begin{aligned} \text{Range} &= 43 - 11 = 33 \\ \text{Range} &= 33 \\ \text{Class Interval} &= 19.5 - 14.5 = 5 \\ K &= 7 \end{aligned}$$

$$\text{نو: } 7 \times 5 = 35$$

د ۳۵ عدد د فاصلي له عدد يعني ۳۳ څخه ډېر لږ فرق لري، نو همدا مناسبه صنف بندي ده. په دويم قدم کې فریکوينسي يعني د هر صنف مربوطه مشاهدات سنجول شوې، چې د هغو مجموعه يعني  $F_i = 50$  شوه، يعني دا ټول مشاهدات شمېرل شوي او د قناعت وړ ده، برسېره پر دې د جدول بندي ټول مشخصات لکه صنفی حدود (چې يو بل سره گډ نه دي) صنفی عرض (چې ټولو صنفونو کې يو برابر دي) او صنفی وسط و اضحا موجود دی او د محاسبې وړ دي ځينې وخت د علمي څېړنې پروخت دا ضرورت پېښېږي چې دا څرگنده شي، چې آیا کوم يو صنف ډېر لوی دفعات لري؟ د دې لپاره موږ د تجمعي دفعاتو فېصدي سنجو، همدارنگه که وغواړو صنفی وسطونه Mid. Pts وټاکو، نو هغه درېيم ستون کې محاسبه او درج کوو، همدارنگه صنفی سرحدات او نورو ټول سنجش او درج کېدای شي، په لاندې ډول (۳، ۵) جدول د اصلاح شوي نسل چرگانو د صنف بندي مشخصات.

| X     | F    | % of $F_i$ | Mid Pts | Adjusted Class bou |
|-------|------|------------|---------|--------------------|
| 10-14 | 3    | 6          | 12      | 9.5-14.5           |
| 15-19 | 7    | 14         | 17      | 14.5-19.5          |
| 20-24 | 9    | 18         | 22      | 19.5-24.5          |
| 25-29 | 15   | 30         | 27      | 24.5-29.5          |
| 30-34 | 10   | 20         | 32      | 29.5-34.5          |
| 35-39 | 4    | 8          | 37      | 34.5-39.5          |
| 40-44 | 2    | 4          | 42      | 39.5-44.5          |
|       | N=50 | 100%       |         |                    |

که چېرې د تحليل څخه دا هدف ترلاسه کول هم وي، چې د هر صنف مربوطه مشاهدې څخه پورته څو مشاهدې دي؟ يا د هر صنف څخه ښکته څو مشاهدې دي، يعني که وغواړو تجمعي دفعات ومومو، نو هغه په دوو بېلابېلو ستونونو کې ښکاره کوو، په لاندې ډول:

ډول يې په عددو ليکو، خو که چېرې مشاهدات په ساحه (فارم کرونده، ځنگل، خرڅای، مارکيټ يا بل داسې ځای) کې وي، نو د هرې مشاهدې په ليدلو يوه نښه وکړو يا يو کوچنی خط وکاپو، د بلې مشاهدې په ليدلو بل خط او بلې مشاهدې په ليدلو بل خط او همداسې دوام ورکړو، که عدد ليکو نو د بل ځل مشاهدې په ليدلو سره د لومړنۍ مشاهده پاکول او ليکل شوي عدد کې بدلون راوستل مشکلات پېښوي، نو ښه به وي چې په ساحه کې لومړی په جدول کې د هر صنف مقابل کې يو يو خط کېښودل شي، دېته چوب خط يا Tally طريقه وايي، وروسته چې کله محقق دفتر ته ځي، هلته Tally په اعدادو اړوي، موږ دلته همداسې يوه بېلگه راوړو:

مثال: په يو ولايت کې د پنځوسو بېلابېلو غوره شويو سيمو هغه بزرگان چې اصلاح شوي نسلي چرگان يې ترلاسه کړي او روزنې لاندې يې نيولي دي:

14, 25, 31, 32, 10, 22, 15, 19, 10, 36, 43  
 35, 37, 38, 24, 26, 28, 29, 20, 19  
 23, 15, 17, 19, 19, 14, 24, 24  
 25, 27, 28, 29, 32, 33, 34, 26  
 23, 24, 22, 32, 30, 25, 26, 28, 34, 29, 22  
 27, 12, 22

د صنفونو د شمېر د معلومولو لپاره لرو چې:

$$\begin{aligned} K &= 1 + 3.3 \log(n) \\ K &= 1 + 3.3 \log(50) = 1 + 3.3(1.7) \approx 7 \end{aligned}$$

اوس په جدول کې (۷) صنفونه تشکيلوو، ورپسې لومړی په Tally او بيا په اعدادو د هر صنف دفعات (Frequency) شمېرو:

(3، 4) جدول: د اصلاح شوي نسل لرونکو پنځوسو کليوالو صنف بندي

| صنفونه X | دفعات Frequency |                        |
|----------|-----------------|------------------------|
|          | Tally           | Freq. or No of Formers |
| 10-14    | III             | 3                      |
| 15-19    | IIII II         | 7                      |
| 20-24    | IIII IIII       | 9                      |
| 25-29    | IIII IIII IIII  | 15                     |
| 30-34    | IIII IIII       | 10                     |
| 35-39    | IIII            | 4                      |
| 40-44    | II              | 2                      |

N=50



(۲، ۳) جدول: د اصلاح شوي نسل لرونکو کلیوالو د صنف بندی، تجمعي دفعات

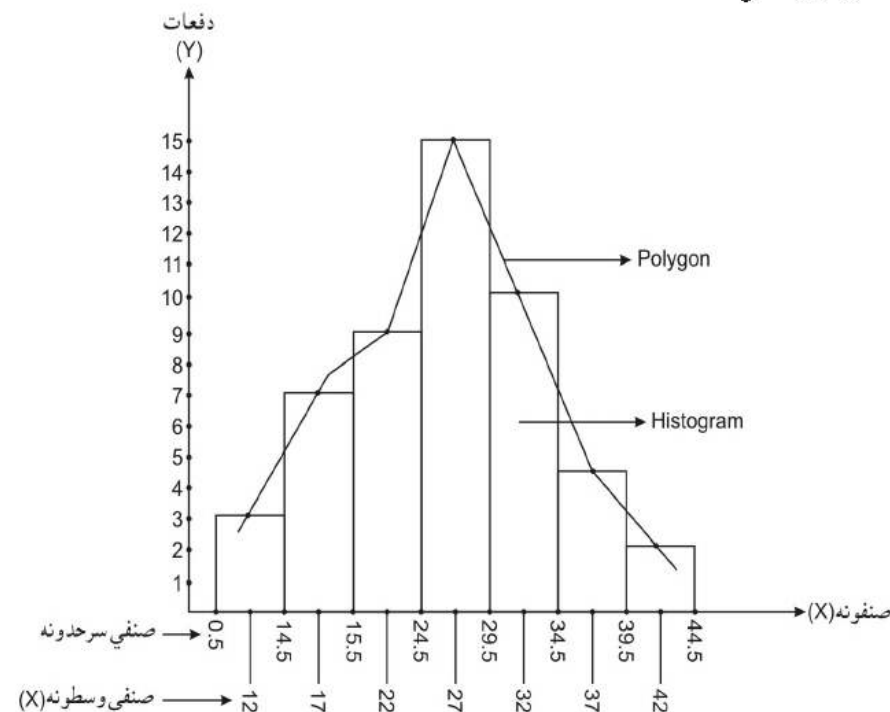
| X     | F  | د مربوطه صنف څخه پورته<br>دفعات او فیصدي یې |       | د مربوطه صنف څخه ښکته<br>دفعاتو فیصدي او اندازه |       |
|-------|----|---------------------------------------------|-------|-------------------------------------------------|-------|
|       |    | اندازه                                      | فیصدي | اندازه                                          | فیصدي |
| 10-14 | 3  | 50                                          | 100%  | 0                                               | 0%    |
| 15-19 | 7  | 47                                          | 94%   | 3                                               | 6%    |
| 20-24 | 9  | 40                                          | 80%   | 10                                              | 20%   |
| 25-29 | 15 | 31                                          | 62%   | 19                                              | 38%   |
| 30-34 | 10 | 16                                          | 32%   | 34                                              | 68%   |
| 35-39 | 4  | 6                                           | 12%   | 44                                              | 88%   |
| 40-44 | 2  | 2                                           | 4%    | 48                                              | 96%   |
|       |    | 0                                           | 0%    | 50                                              | 100%  |

## ۳، ۵- د پولیگان او هستوگرام ترسیمول

لکه چې مخکې وویل شول، گراف هغه وسیله ده چې موږ ته معلومات په ډېر لنډ ډول ارایه کوي، ددې لپاره چې د مشاهدو تحلیل په واضحه توګه په کم وخت کې څرګند شي، په جدول کې تحلیل شوي ارقام د هغو دفعاتو او فیصدي او نور مسایل د گراف په واسطه ښودلای شو، که چېرې د دفعاتو ارقام د مستطیل په بڼه Bar Chart سره وښیو، دې ته Histogram او که د منحني په ډول یې رسم کړو، دې ته Polygon وایي. په دې ډول گرافونو کې صنفونه د افقي محور (X) د پاسه او دفعات د عمودي محوري (Y) د پاسه ښودل کېږي.

لومړی د (X) محور د صنفونو د شمېر په اندازه په مساوي برخو قیمت گذاري کوو، یعنې مربوطه نښې ورباندې پدو او په مساویانه برخو یې وېشو، هره نښه صنفی پوله یا سرحد نښي او د غونډو منځ Mid Points ښکاره کوي د (Y) محور د دفعاتو د شمېر په اندازه په مساوي برخو وېشو، ورپسې یې گراف رسموو.

(۱، ۳) شکل



## د ارقامو د صنف بندی، یو حل شوی مثال:

لاندې ارقام په جدول کې داسې صنف بندی کړئ، چې صنفی عرض (۲۰) او د صنفونو تعداد

(۷) وي؟

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 106, | 107, | 76,  | 82,  | 109, | 107, | 115, | 93,  | 187, | 95,  | 123, | 125, |
| 111, | 92,  | 86,  | 70,  | 126, | 68,  | 130, | 129, | 139, | 119, | 115, | 128, |
| 100, | 186, | 84,  | 99,  | 113, | 204, | 111, | 141, | 136, | 123, | 90,  | 115, |
| 98,  | 110, | 78,  | 185, | 162, | 178, | 140, | 152, | 173, | 146, | 158, | 194, |
| 148, | 90,  | 107, | 181, | 131, | 75,  | 184, | 104, | 110, | 80,  | 118, | 82   |

Frequency Distrubation of Weights of 60 Apples.

| Weight  | Entries                                                                             | Frequency |
|---------|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 65-84   | 76, 82, 70, 68, 84, 78, 75, 80, 82                                                  | 9         |
| 85-104  | 93, 95, 92, 86, 100, 99, 90, 98, 90, 104                                            | 10        |
| 105-124 | 106, 107, 109, 107, 115, 123, 111, 119, 115, 113, 111, 123, 115, 110, 107, 110, 118 | 17        |
| 125-144 | 125, 126, 130, 129, 139, 128, 141, 136, 140, 131                                    | 10        |
| 145-164 | 162, 152, 146, 158, 148                                                             | 5         |
| 165-184 | 178, 173, 181, 184                                                                  | 4         |
| 185-204 | 187, 186, 204, 185, 194                                                             | 5         |
| Total   |                                                                                     | 60        |

یا په بل شکل:

| X       | F  |
|---------|----|
| 65-84   | 9  |
| 85-104  | 10 |
| 105-124 | 17 |
| 125-144 | 10 |
| 145-164 | 5  |
| 165-184 | 4  |
| 185-204 | 5  |

$$\Sigma F = 60$$

## تمرینات

۱. د سلو تنو چرگرانو روزونکو کلیوالو د هرې ورځې د راټولو شویو هگیو شمېر په لاندې ډول ورکړل شوی

36, 32, 41, 41, 22, 27, 35, 29, 45, 30, 45, 33, 27, 44, 31  
 36, 31, 29, 43, 28, 33, 25, 45, 24, 52, 23, 38, 38, 40, 45  
 42, 34, 35, 40, 40, 10, 28, 15, 28, 27, 25, 24, 40, 39, 33  
 40, 50, 39, 41, 26, 36, 35, 32, 30, 32, 35, 41, 10, 45, 48  
 33, 28, 43, 37, 33, 28, 42, 39, 31, 39, 18, 36, 45, 37, 26  
 23, 49, 37, 42, 40, 40, 37, 36, 33, 20, 23, 42, 28, 37, 44  
 49, 40, 39, 41, 39, 38, 47, 16, 41, 27

پورته ارقام په ترتیب سره داسې صنف بندي کړئ، چې صنفونه ۱۰-۱۲، ۱۳-۱۵ او ۱۶-۱۸ وي، یعنې صفني عرض یې ۳ شي، اخري صنف یې ۵۲-۵۴ دی، لاندې اجزا ومومئ  
 الف: دفعات هم په Tally او هم د ارقامو په بڼه وشمېرئ؟  
 ب: کوم صنف ډېر لوړ دفعات لري او د ټولو مشاهدو څو فیصده جوړوي؟  
 ج: څو بزرگران هره ورځ له ۴۰ زیات هگی راټولوي؟  
 د: هغه بزرگران چې هره ورځ له ۲۸ هگیو کمې راټولوي څو تنه دي؟  
 ه: که هر بزرگريوه دانه هگی په ۱۰ افغانۍ وپلوري د پینځم صنف مربوط بزرگرانو د ورځې عاید به څو افغانۍ وي؟

و: صرفاً د دفعاتو هستوگرام رسم کړئ؟

۲. ۲۰ تنه د واکسین لپاره بېلابېلو سیمو ته لېږل شوي، په دې کې ۴ تنو له ۵-۱۰ تنه واکسین کړي، پینځو نورو له ۱۱-۱۲ تنه، ۷ تنو له ۱۷-۲۲ او ۴ تنه یې هغه کسان دي چې ډېر زیات یعنې له ۲۳-۲۸ تنه یې واکسین کړي، د دغو ارقامو صنف بندي بشپړه او بیا یې د هر صنف وسط معلوم او تجمي دفعات او د هغو فیصدي تعین او فاصله ومومئ؟



## ۴، ۲ - حسابي اوسط Arithmetic Mean

دا د اوسطونو له جملې يو ډېر ساده او معمولي اوسط دی، معمولاً ورته يوازې د اوسط اصطلاح کارول کېږي، خو په تحليلي مسايلو او څېړنيزو موضوعاتو کې بايد د اشتباه د نه پېښېدو لپاره حسابي اوسط وبلل شي، ددې ساده پېژندنه داده:

کله چې د ارقامو مجموعه د هغو په شمېر وېشل شي، حسابي اوسط په لاس راځي، دغه اوسط په احصايوي او څېړنيزو بحثونو کې معمولاً په  $(\bar{X})$  سره ښودل کېږي. په صنف بندي شويو او غير صنف بندي شويو ارقامو کې د اوسط سنجش فرق کوي، همدارنگه دا هم بايد وکتل شي، چې ايا ارقام کوم قيمت، وزن يا ارزښت يا کرډت لري که نه؟ نو ځکه دلته دا حالات څېړو:

### الف: په غير صنف بندي شويو ارقامو کې د حسابي اوسط سنجش:

که چېرې مشاهدات صنف بندي شوي نه وي، يعنې ارقام مختصر (Small يا Samples) يا (Non-Grouped Data) وي، د جمع ساده حاصل د ټولو مشاهدو په شمېر تقسيم او حسابي ساده اوسط په لاندې ډول په لاس راځي:

$$\bar{X}' = \frac{\sum x_i}{n}$$

دلته:

$\bar{X}'$  - حسابي اوسط

$\sum$  - سيگما يا زيگما (يوناني توري دی) د جمع حاصل يا مجموعه (Summation) ده

$x_i$  - هره مشاهده يا رقم

$n$  - د مشاهدو شمېر يا (n)

مثلاً که چېرې د 15, 2, 7, 13, 8, 5, 20 ارقام ولرو، نو د هغو اوسط داسې محاسبه کېږي:

$$\bar{X}' = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{15 + 2 + 7 + 13 + 8 + 5 + 20}{7} = \frac{70}{7} = 10$$

### ب: په صنف بندي شويو ارقامو کې اوسط Mean From Grouped Data

په صنف بندي شويو ارقامو کې د صنفې و سطونو (چې د هر صنف نمايندگي کوي) اود هر صنف د دفعاتو د حاصل ضرب مجموعه د ټولو دفعاتو په مجموعه وېشل کېږي. سره له دې چې د اوسط په دغه سنجش کې خصوصاً چې ارقام ډېر گڼ وي، رياضيکي اوږدو عملياتو ته ضرورت دی او يو څه تفصيلي ښکاري، خو بيا هم ددې لپاره چې يوه لنډه طريقه هم وضع شوي، دلته به هغه هم ولولو، په دې ډول موږ د حسابي ساده اوسط د سنجش لپاره يوه تفصيلي طريقه او بله لنډه طريقه ولولو، لنډه طريقه کې د  $n$  فرضي ستون وضع کېږي، په لاندې ډول دي:

## څلورم څېړنې

### د مرکزي ميلان مقياسونه

#### Measures of Central Tendency

Or

#### Averages

پخوا مو وويل چې ارقام بايد څنگه راټول او بيا صنف بندي شي، دا هم وويل شول چې د دفعاتو وېش يوه تشرېحي او توضېحي طريقه ده، چې په گرافونو سره نوره هم ډېره ښه واضحه کېږي، خو ځينې وخت دې ته ضرورت واقع کېږي، چې بايد د ډېرو گڼو ارقامو او لوی نفوس څخه داسې يو مقياس غوره کړای شي، چې د ټول نفوس نماينده گي (استازيتوب) وکړي. د همدې نماينده عدد له رويده نورو ارقامو او ټول نفوس مطالعه صورت نيولای شي. دغه عدد يو داسې تمايل او گرايش لري چې د ضرورت په وخت کې د ټولو مشاهدو د خواصو ښوونکی وي او نور ارقام يې شاوخوا قرار ولري، ځکه دې ته د مرکزي ميلان مقياس يا اوسط ويل کېږي. په احصايه کې د بېلابېلو اړتياوو له مخې د داسې يو معيار پيدا کول چې د ټولو ارقامو لپاره نماينده وي او له هغو څخه استازيتوب وکړي فرق کوي، خو بيا هم دا معيارونه د اوسطونو، د موقعيت له پلوه منځني اعداد (ميانه) او له ټولو زيات او ډېر پېښ شوي اعداد او مشاهدات (مود) څخه عبارت دي، دلته به هريو وگورو:

### ۱، ۴ - اوسط (Average)

ښه به وي چې په دې پوه شو، چې اوسط د احصايې اختصاصي مطالعه کې يو عام مفهوم دی، سره له دې چې موږ اوسط هماغه مشاهده او رقم منو، چې د حسابي سنجش له مخې د اعدادو د اوسط په توگه استخراجېږي، اگر که د ارقامو سلسله کې د هغه موقعيت نه پلټو، په دې ډول ترلاسه کېدونکي اوسط د حسابي اوسط په نوم يادېږي او دا نظر نورو وسطي اوزانو يا د مرکزي مقياسونو په پرتله ډېر زيات د استعمال موارد لري، اوسط د ارقامو له خواصو (صنف بندي شويو او غير صنف بندي شويو) او د لاسته راوړلو د طريقو (حسابي، هندسي، مربعي) له مخې په څو ډولونو دي:

$$X' = X_0 + \left( \frac{\sum u_i f_i}{n} \right) \cdot C$$

پورتنی فورمول خصوصاً په هغو حالاتو کې چې مشاهدې ډېرې ګڼې، یا اعشاریه لرونکي وي او په لنډه طریقه کې اسانه حل شي، ډېره یوه ښه طریقه ده، خو که ارقام کم وي او هغه هم تام وي، نو بیا تفصیلي طریقه هم کاروو، په لاندې جدول کې په دواړو طریقو اوسط حل کوو.

(۴،۱) جدول: په یوه لابر اتوار کې د یوې حشرې د بدن د اندازې صنف بندي

| Fi.ui                 | Ui | Fi.xi                   | Xi    | د حشرې د بدن<br>اندازه<br>(X) | د حشرې شمېر<br>(Fi) |
|-----------------------|----|-------------------------|-------|-------------------------------|---------------------|
| -172                  | -4 | 83,8                    | 1,95  | 1,0-2,9                       | 43                  |
| -186                  | -3 | 244,9                   | 3,95  | 3,0-4,9                       | 62                  |
| -372                  | -2 | 1106,7                  | 5,95  | 5,0-6,9                       | 86                  |
| -144                  | -1 | 1144,8                  | 7,95  | 7,0-8,9                       | 144                 |
| 0                     | 0  | 985,2                   | 9,95  | 9,0-10,9                      | 96                  |
| +66                   | +1 | 788,7                   | 11,95 | 11,0-12,9                     | 66                  |
| +92                   | +2 | 641,7                   | 13,95 | 13,0-14,9                     | 46                  |
| +219                  | +3 | 1146,3                  | 15,95 | 15,0-16,9                     | 73                  |
| +136                  | +4 | 610,3                   | 17,95 | 17,0-18,9                     | 34                  |
| $\sum f_i u_i = -361$ |    | $\sum F_i x_i = 6722,5$ |       |                               | N=750               |

حل:

$$X' = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{\sum f_i} = \frac{6722,5}{750} = 8,95$$

الف. تفصیلي طریقه:

$$X' = X_0 + \left( \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \right) \cdot C$$

ب. لنډه طریقه:

$$X' = 9,95 + \left( \frac{-361}{750} \right) \cdot 2 = 8,98$$

(\*)

ج. په وزن لرونکو ارقامو کې د اوسط سنجش:

ځینې وخت مشاهدات ټاکلی وزن، ارزش، قیمت یا کړېدت لري، داسې حالاتو کې طبعاً وروسته یا نهایی تحلیلونو کې او په مجموعي ارزیابیو کې د مربوطه مشاهدې او رقم ارزش د هغې له وزن سره ګډه اغېزه لري، نو ځکه باید په اوسط کې هم په نظر کې ونیول شي، مثلاً که په

(\*) په دویمه طریقه کې ځینې وخت د لومړي ځواب سره ډېر لږ فرق موجود وي، چې دا د (C) له امله پېښېږي، دغه تفاوت او فرق دومره د پام وړ نه دی. په صنف بندي شویو ارقامو کې یوه بله طریقه د (فرضي اوسط) په نوم یادېږي هم شته، خو هغه ډېره معموله او موثره نه ده.

(۱). په طبقه بندي شویو ارقامو کې په تفصیلي روش سره د حسابي اوسط سنجش:

په دې طریقه کې هغه دفعات چې د هر صنف مقابل کې ټاکل شوي او د هر صنف د مشاهدو شمېر او صنفی و سطونه په خپله له هر صنف څخه نمایندګي کوي او د دفعاتو مجموعه د ارقامو د مجموعې په توګه د فورمول مخرج کې راځي:

$$X' = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i}$$

دلته

X' - حسابي اوسط

$\sum$  - مجموعه

x<sub>i</sub> - صنفی و سطونه

f<sub>i</sub> - دفعات

$\sum f_i$  - یا N د دفعاتو مجموعه ده (\*)

په دې ډول موږ پوهېږو چې وروسته د صنفونو له ټاکلو او د دفعاتو له شمېرلو، صنفی و سطونه د جدول یوه بېل ستون کې وضع او بیا د فورمول سره سم دغه صنفی و سطونه له دفعاتو سره هر ځل ضرب او د هغو مجموعه حاصلوو، هغه په N وېشو.

(۲). په طبقه بندي شویو ارقامو کې په لنډه طریقه د حسابي اوسط سنجش:

په دې طریقه کې د (x<sub>i</sub>f<sub>i</sub>) د ستون تر څنګ د (u<sub>i</sub>) نوم لاندې فرضي اختصاري ستون لیکو، په دې کې د میانه (منځنۍ) صنف مقابل کې په اختیاري ډول صفر قیمت ږدو، له هغه پورته په وار سره د صنفونو په شمېر منفي علامه لرونکي اعداد او ښکته خواته د باقیمانده صنفونو په شمېر مثبت تام اعداد پرله پسې لیکو (\*). هغه صنفی و سطس چې د هغه مقابل کې صفر قیمت ایښی معمولاً د دفعاتو شمېر لري او په فورمول کې په X<sub>0</sub> ښودل کېږي، د f<sub>i</sub>u<sub>i</sub> حاصل ضرب په N تقسیم بیا د صنفی عرض سره یې ضربوو او په پای کې د X<sub>0</sub> سره جمع کوو، فورمول دا دی:

$$X' = X_0 + \left( \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \right) \cdot C$$

(\*) کله چې ارقام ډېر ګڼ وي، یعنې د ګڼ شمېر نفوس اوسط په (M) سره ښودل کېږي او هغه په لاندې فورمول حل کېږي.

(\*) دغه د (A) یا فرضي ستون کې په وار سره د منفي او مثبت رقمونو په واسطه نمره ګذاري یو فرضي، اختیاري کار دی، چې مجموعه یې صفر کېږي، یعنې صرف د کار د سهولت لپاره اجراي کېږي، خو په جدول څخه نه دي اضافه شوي، نو ځکه ورته اختیاري نوم ورکړل شوی.



## ۱، ۲، ۴ - هندسي اوسط (The Geometric Mean)

هندسي اوسط د حسابي اوسط په اندازه زيات د کارولو ځايونه نه لري، خو بيا هم دا د يوه تحليل او د تحقيق مقصد او هدف پورې اړه لري، هندسي اوسط هم نظرد مشاهده وړول ته فرق کوي، يعنې دا چې آيا هر قلم صنف بندي شوی که نه؟ دلته به هر يو بېل بېل وگورو:

الف: په فير صنف بندي شويو ارقامو کې د هندسي اوسط سنجش:

که چېرې په  $X_1, X_2, X_3 \dots$  ډول ارقامو کې چې د شمېرنو يوه سلسله ده، موږ وغواړو هندسي اوسط ومومو، نو دلته د دغې سلسلې هندسي اوسط د هغو د ضرب د حاصل  $n$ م جذر دی، دغه اوسط په (G) چې د Geometric لنډيز (مخفف) دی؛ ښودل کېږي، فورمول يې دا دی:

$$G = \sqrt[n]{(X_1)(X_2)(X_3) \dots (X_n)}$$

دلته

G- هندسي اوسط

n- د مشاهده و شمېر.

X- هر بېلابېل عدد يا مشاهده ده.

مثال: که چېرې ۲، ۴، ۸ اعداد ولرو، هندسي اوسط يې داسې سنجو:

$$G = \sqrt[3]{(2)(4)(8)} = \sqrt[3]{64} = 4$$

ب: په صنف بندي شويو ارقامو کې د هندسي اوسط سنجش:

په صنف بندي شويو ارقامو کې د هندسي اوسط سنجش ډېر ساده دی، داسې چې د دفعاتو شمېر هر ځل د مربوطه صنف د اوسط په طاقت (توان) ليکل کېږي، بيا نو ټول ضرب او د ټولو دفعاتو (fi) جذر يې استخراج کېږي؛ فورمول يې دا دی:

$$G = \sqrt[n]{X_1^{f_1} \cdot X_2^{f_2} \cdot X_3^{f_3} \dots X_n^{f_n}}$$

دلته

G- هندسي اوسط

$X_i$ - هر صنفی اوسط

$f_i$ - دفعات

$\sum f_i$ - د دفعاتو مجموعه

يوه فارم کې څو ډوله محصولات په بېلابېلو کلونو کې توليد شوي وي، د هر محصول فې واحد بيه له بل سره فرق لري، داسې مواردو کې د وزن لرونکي اوسط طريقه په کار وړل کېږي، چې فورمول يې دا دی:

$$X'w = \frac{\sum wix_i}{\sum wi}$$

دلته

$X'w$ - د وزن لرونکو ارقامو ساده حسابي اوسط

$X_i$ - اصلي مشاهده

$w_i$ - د هرې مشاهدې ارزش، قيمت، وزن يا اهميت

$\sum$ - حاصل جمع

مثال: د يوه محصول د پينځو مضامينو نمرې د هغه د کړدت سره په لاندې ډول دي:

| مضمون       | نمرې | کړدت |
|-------------|------|------|
| احصايه      | 60   | 3    |
| فزيک        | 40   | 4    |
| بيوشيمي     | 50   | 4    |
| پرازيتولوژي | 50   | 5    |
| اناتومي     | 70   | 4    |

د دغه سوال د حل لپاره لومړی د  $w_i$  او  $X_i$  د ضرب حاصل پيدا، بيا هغه جمع او د  $w_i$  په مجموع يې وېشو:

$$X'w = \frac{3(60) + 4(40) + 4(50) + 5(50) + 4(70)}{\sum w_i}$$

$$X'w = \frac{1070}{20} = 53.5$$

له تيوريکي پلوه د رياضي د قانون سره سم په حقيقت کې هر عدد او رقم يو وزن لري (منظور مو له ضريب څخه دی)، چې هغه له (۱) څخه عبارت دی، نو که چېرې ارقام وزن، ثقلت، ضريب يا ارزش نه لري همدا طريقه او همدا فورمول صدق کوي او د استفادې وړ ده، دا ځکه چې بيا هم د هغو ټولو مشترک (گډ) ضريب يا وزن او ارزش (۱) دی، نو ځکه په هغو لومړنيو مثالونو کې چې يو گډ مساوي وزن (يعنې يو) د ټولو لپاره وو، د ساده حسابي اوسط په نوم او دغه اخري مثال چې د هر عدد ثقل، وزن يا ارزش يو بل سره فرق لري، د وزن لرونکي حسابي اوسط په نوم يادېږي

## احصائیه / ۴۹

مثال

(۳، ۴) جدول د ۱۵۰ کورنیو د ورځني عاید طبقه بندی.

| X      | F  | Xi |
|--------|----|----|
| 0-20   | 5  | 10 |
| 20-40  | 10 | 30 |
| 40-60  | 80 | 50 |
| 60-80  | 40 | 70 |
| 80-100 | 15 | 90 |

N 150

$$G = \sqrt[150]{X_1^{f_1} \cdot X_2^{f_2} \cdot X_3^{f_3} \dots X_n^{f_n}}$$

حل: له فورمول سره سم لرو، چې:

$$G = \sqrt[150]{10^5 \cdot 30^{10} \cdot 50^{80} \cdot 70^{40} \cdot 90^{15}} = 53,5$$

په احصایه کې دوه ډوله نور اوسطونه هم معمول دي، چې یو یې هارمونیک اوسط دی، دغه ډول اوسط ته ډېر کم ضرورت پېښېږي، استثناء هغو حالاتو کې چې زمان متحول فرض شي او کمیت ثابت فرض شي، نو هغه تطبیق کېدای شي، یا هم مربعي اوسط، دا هم ډېر کم کارول کېږي مربعي اوسط د ساده حسابي اوسط د مربع جذر څخه عبارت دی، یعنې:

$$X^{12} = \frac{\sum X^2}{n}$$

ددغه جذر موندل ځینو نورو احصایېو تحلیلونو پورې اړه لري، چې راتلونکو فصلونو کې به راشي، خو د اعدادو یوه سلسله کې په مجموع کې د مرکزي مقیاس په ډول چندان معمول نه دي.

۳، ۲، ۴ - اوسط ځانګړنې (مشخصات):

د ارقامو یوه مجموعه کې اوسط ځینې خصوصیات لري، چې هغه دا دي:

الف). اوسط د ټولو اعدادو نماینده ګي کوي.

ب). که چېرې په اوسط او ټولو ارقامو کې عین بدلون راشي، په ټولو اعدادو کې بدلون نه

$$\text{راځي، ځکه } \sum X' = \sum nx' \text{ یا } X' = \frac{\sum xi}{n}$$

ج). که چېرې دغو ارقامو کې عین اندازه بدلون راشي، په اوسط کې هم عین اندازه بدلون

راځي؛ مثلاً:

(۳، ۴) جدول د ارقامو یوه مجموعه کې د یو ثابت عدد بدلون او د هغه اغېزه په اوسط

باندې

## احصائیه / ۵۰

| X     | +2    | -2    | $\times 2$ | $\div 2$ |
|-------|-------|-------|------------|----------|
| 3     | 5     | 2     | 6          | 1,5      |
| 5     | 7     | 3     | 10         | 2,5      |
| 4     | 6     | 2     | 8          | 2        |
| 8     | 10    | 6     | 16         | 4        |
| 10    | 12    | 8     | 20         | 5        |
| $X=6$ | $X=8$ | $X=4$ | $X=12$     | $X=3$    |

د ساده حسابي اوسط یوه بله ځانګړنه دا ده، چې اوسط څخه د انحراف د حاصل مجموعه هر مړو صفر کېږي او که مربع شي، نو د اوسط له مربع څخه کوچنی عدد په لاس راځي.

(۴، ۴) جدول له اوسط څخه د انحراف د مربع ګانو مجموعه

| Xi                      | X'                 | Xi-X               | (Xi-X') <sup>2</sup>    |
|-------------------------|--------------------|--------------------|-------------------------|
| 3                       | 6                  | +3                 | 9                       |
| 5                       | 6                  | +1                 | 1                       |
| 4                       | 6                  | +2                 | 4                       |
| 8                       | 6                  | -2                 | 4                       |
| 10                      | 6                  | -4                 | 16                      |
| $X' = \frac{30}{5} = 6$ | $\sum xi - x' = 0$ | $\sum xi - x' = 0$ | $\sum (xi - x')^2 = 34$ |

دلته  $34 < 36$  دی.

۳، ۴ - میانه The Median:

میانه داسې تعریف شوی: میانه هغه ارزش، عدد، قیمت یا رقم دی چې ټول ارقام یا اعداد په دوو مساوي برخو وېشي، چې نیم پورته خوا او نیم ښکته خواته واقع کېږي، نو که چېرې د (n) مشاهدات ( $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ ) له کوچني څخه تر لوی پورې په ترتیب ولیکو د (n) منځومي عدد عبارت دی له  $\frac{N+1}{2}$  ام څخه، خو که چېرې ارقام صنف بندي شوي وي، نو په دې صورت کې میانه هغه عدد دی، چې ۵۰ فیصده مشاهدې د ارقامو په دفعاتو کې له نورو رابېلوي، چې فورمول یې دا دی:

$$\text{Median} = L_1 + \left( \frac{N}{2} - f \right) \frac{C}{f_m}$$

په فورمول کې:

L<sub>1</sub> - د هغه صنف ټیټ سرحد (پوله)، چې میانه په کې ده.

N - د دفعاتو مجموعه یا ټول مشاهدات.

f - هغه ټول مشاهدات، چې د میاني له صنف څخه ټیټ واقع دی.



سوال د (۴،۱) جدول صنف بندي شوي ارقام حل او ميانه يې ومومئ؟  
حل:

$$\text{Median} = L + \left( \frac{\frac{N}{2} - f}{f_m} \right) \cdot C$$

$$\text{Median} = 6,95 + \left( \frac{\frac{750}{2} - 435}{2} \right) \cdot \frac{2}{96}$$

$$\text{Median} = 6,95 + (84) \cdot \frac{2}{144} = 6,95 + 1,267 = 8,12$$

۴، ۴ - مود The Mode

مود داسې تعريف شوی:

هر هغه عدد چې د ارقامو په یو سیټ کې یا د مشاهدو یوه مجموعه کې له ټولو زیات واقع شوی وي، په بله وینا: مود هغه رقم او عدد دی، چې په سیټ کې د شاملو نورو ارقامو په مقایسه د هغه دفعات (Frequency) ډېر زیات وي.

مود یا کثیر الوقوع عدد، ډېره پېښېدونکې مشاهده یا د ډېر زیات تکرار لرونکي رقم دی، دا ټول یوه مانا افاده کوي. دا اصلاً یوه احصایې نومه ده، چې د ورځنیو زیات شمېر ټولنیزو پېښو او چارو کې کارول او اورېدل کېږي او نن ورځ یې سوداګري او د بازار یا مارکیټ څرخلاو کې هم رواج موندلی، مثلاً موږ اوږو چې خلک وايي: (فلان رقم خولی. یا فلان رقم بوت مود دی)، یعنې هر هغه ډول خولی یا بوت چې ډېر رواج او پېرودل کېږي.

په غیر صنف بندي شویو اعدادو کې په یوه ساده نظر اچولو، د مود عدد پیدا کولای شو، د بېلګې په ډول لاندې مشاهدات موجود دي:

7, 4, 8, 3, 8, 4, 5, 8, 9, 8, 11

لکه چې ښکاري (۸) مود عدد دی، ځکه چې په ټولو ۱۲ مشاهدو کې پینځه ځله تکرار شوی، په صنف بندي شویو اعدادو کې د مود سنجش لپاره لاندې فورمول څخه کار اخلي.

$$\text{Mode} = L + \left( \frac{f_m - f_1}{(f_m - f_1) + (f_m - f_2)} \right) \cdot C$$

دلته:

L - د هغه صنف ټیټ سرحد دی، چې مود په کې دی (معمولاً د ډېرو لوړو fm دفعاتو لرونکی صنف).

fm - د مود د صنف دفعات.

f1 - د مود صنف څخه د مخکیني صنف دفعات.

f2 - د مود صنف څخه وروسته صنف دفعات.

fm - د ميانې د صنف د دفعاتو شمېر.

C - صنفی عرض.

په غیر صنف بندي شویو ارقامو کې یو مثال راوړو:

سوال: که چېرې 4, 6, 9, 11, 16, 20, 18 ولرو، د هغو ميانه پیدا کړئ؟

حل: ددې لپاره لومړی اعداد له کوچني څخه لوی پورې په ترتیب سره لیکو:

4  
6  
9  
11 ميانه  
16  
18  
20

$$\text{حد} = \frac{7+1}{2} = \frac{8}{2} = 4 \quad \text{Median} = \frac{7+1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

په دې ډول پورته ارقامو کې څلورم عدد چې له ۱۱ څخه عبارت دی، ميانه بلل کېږي، چې له دې عدد څخه کوز او پورته مساوي مساوي (درې؛ درې عددونه) بېل شوي، خو که چېرې دغه اعداد جفت وي، یعنې په لاندې ډول وي:

6, 18, 9, 11, 16, 22, 20, 4

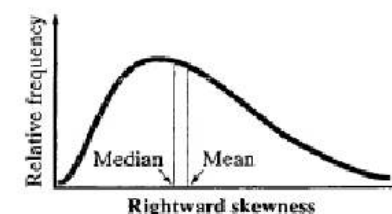
نو بیا هم لومړی دا ټول له کوچني د لوی خواته په یوه کتار لیکو، د فورمول سره سم چې کوم ځواب پیدا کېږي هغه په خپله کوم عدد نه؛ بلکې یو حد دی، مثلاً په پورته ارقامو کې (n=2) نو

$$\frac{n+2}{2} = \frac{8+1}{2} = 4,5 \quad \text{دا ددې مانا لري، چې نه څلورم حد او نه پینځم؛ بلکې څلورنیم عدد عبارت$$

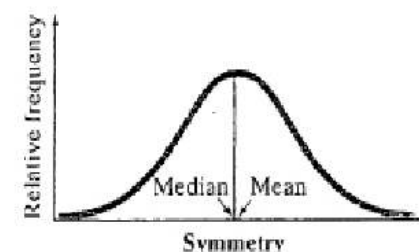
$$\text{حد} = \frac{n+2}{2} = \frac{8+1}{2} = 4,5$$

4  
6  
9  
11  
13,5 ميانه  
16  
18  
20  
22

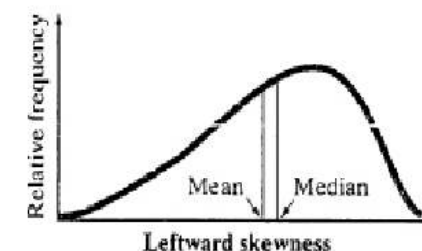
نومیانہ (median) به له اوسط (mean) خټه کوچني وي. لکه لاندېنی شکل:



که چېرې دارقامود ویش منحنی متناسب (symmetric) دواړو خواوو ته یو برابر وي نو په دې صورت کې اوسط او میانہ یو پر بل منطبق دی. لکه لاندې شکل:



که چېرې دارقامود د فعاتو د گراف کوپوالي (انحناء skewed) چې طرف ته وي، نو اوسط به یې کینی خواته او تر میانې کوچني وي. لکه لاندې شکل:



دارقامود سیت لپاره د مرکزي میلان دریم مقیاس مود (mode) دی. مود هم دارقامو په گراف کې نظر د منحنی میلان ته فرق کوي، که شکل دواړو خواوو ته یو برابر و، نو مود پر اوسط او میانې باندې منطبق دی.

C-صنفي عرض

که وغواړو په (۴، ۱) جدول کې چې طبقه بندي شوي ارقام دي، میانہ او مود پیدا کړو، داسې عمل کوو: (\*)

$$\begin{aligned} \text{Mode} &= L_1 + \left( \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) \cdot C \\ \text{Mode} &= 6,95 + \left( \frac{42}{90} \right) \cdot 2 \\ \text{Mode} &= 6,95 + \left( \frac{42}{42 + 48} \right) \cdot 2 \\ &= 6,44 \end{aligned}$$

۴، ۱، ۴ - د ساده حسابي اوسط، مود او میانې اړیکې او مشخصات:

لکه چې ومو لیدل د (۴، ۱) جدول ارقامو کې ساده حسابي اوسط، میانہ او مود په لاندې ډول ترلاسه شول:

$$\begin{aligned} \text{Mean} &= 8,98 & \text{يا } X' \\ \text{Median} &= 8,12 & \text{میانہ يا} \\ \text{Mode} &= 6,44 & \text{مود يا} \end{aligned}$$

دلته لیدل کېږي، چې حسابي اوسط، میانہ او مود عین اعداد نه دي، بلکې د دوی ترمنځ لاندې رابطه صدق کوي:

$$\begin{aligned} \text{Mean} - \text{Mode} &= 3(\text{Mean} - \text{Median}) \\ \text{يعني: } 8,98 - 6,44 &= 3(8,98 - 8,12) \end{aligned}$$

$$\text{ندرتاً په ډېر لږ فرق سره) } 2,54 = 2,58$$

$$\text{يا هم: } \text{Mode} = 3\text{Median} - 2\text{Mean}$$

$$\text{يعني: } 6,44 = 3(8,12) - 2(8,98)$$

د Mo، Med او X' روابط د ارقامو د وېش څرنگوالی او د طبيعي منحنی شکل پورې اړه لري او بالمقابل د طبيعي منحنی له مخې د Mo، X' او Med موقعیت هم پېژندلای شو (دا موضوع وروستيو فصلونو کې په تفصيل راځي).

**د میانې او اوسط ترمنځ رابطه** Comparing the Mean and the Median

که چېرې دارقامود سیت د فعاتو د رسم شوی منحنی لمن ښي طرف ته پراختیا ولري

$$(*) \text{ ځینې وخت د } f_m - f_1 \text{ پر ځای } \Delta_1 \text{ او د } f_m - f_2 \text{ پر ځای } \Delta_2 \text{ لیکي چې فورمول د } C \cdot \left( \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) \text{ په } \text{Mode} = L_1 +$$

نیسي، که چېرې د مود د صنف د کوز سرحد پر ځای لوړ سرحد غوره کړو، فورمول C · (Δ<sub>2</sub> / (Δ<sub>1</sub> + Δ<sub>2</sub>)) په Mode = L<sub>2</sub> + کې غوره کوي، چې د عملیې او مانا له پلوه او هغه ځواب چې په لاس راکوي، هیڅ فرق سره نه لري.



- i. که چپری کومه مشاهده صفروي، نو دا اوسط صفر او له منځه ځي  
 ii. د منفي اعدادو د موجودیت په صورت کې ټوله نه محاسبه کېږي

۴، ۵، ۳ - ۵ میانې ښکېلې او نیمګړتیاوې:

الف: ښکېلې:

- i. دا په ډېر اسانه ډول محاسبه او درک کېږي  
 ii. دا آن هغه وخت ټاکل کېدای شي، چې پدیدې په ارقامو د اړاتې وړ نه وي  
 iii. دا د لویو اعدادو اغیزې لاندې نه راځي، کله چې پرانیزې صنف هم موجود وي، موږ دا محاسبه کولای شو، لکه د عوایدو او قیمت په برخه کې

ب: نیمګړتیاوې:

- i. د یو شمېر نورو ریاضیکي محاسبو وړتیا نه لري  
 ii. په ډېر دقیق ډول یې نه شو موندلای  
 iii. دا په هغه صورت کې چې ارقام ډېر طولاني وي، د قطارونو په توګه نشو ترتیب کولای  
 iv. دا د ټولو مشاهدو په بنسټ نه دی ولاړ

۴، ۵، ۴ - د موډ ښکېلې او نیمګړتیاوې:

الف: ښکېلې:

- i. دا په ډېر زیاتو حالاتو کې ډېر اسانه محاسبه کېدای او موندل کېدای شي او موږ په اسانه دا موډ چې آیا هغه چپری موقعیت لري؟  
 ii. دا د ډېرو اوږدو یا کوچنیو ارقامو اغیزې لاندې نه راځي

ب: نیمګړتیاوې:

- i. دا په دقت نه شي ټاکلی کېدای  
 ii. دا د اکثر غیر معین او نا محدود وي  
 iii. دا ټول مشاهدات په برکې نه نیسي  
 iv. دا د نورو احصایېوې روښونو په واسطه د محاسبې وړ نه دي  
 v. که چپری مشاهدات ډېر کم شمېر وي، نو موږ یې نه شو موندلای

یو حل شوی مثال:

په لاندې جدول کې د پنځو سوتلو بستر شوی ناروغانو ارقام ورکړل شوي دي، هغو ته په کتلو سره لاندې سوالونه حل کړئ؟

الف - په صنف بندي شویو ارقامو کې کوم صنف ډېر لوړ دفعات لري؟

۴، ۵ - یو بل سره په مقایسوي ډول د مرکزي میلان د درجو یا مقیاسونو د ښکېلو او نیمګړتیاوو پرتله (مقایسه):

دا یو ضرورت دی، چې د هر یو وسطی وزن (Average) په ښکېلو (مزیت) او نیمګړتیاوو (نواقصو) باندې وپوهېږو، ترڅو هغه په مناسبه بڼه په خپل ځای کې وکاروو.

۴، ۵، ۱ - د حسابي اوسط ښکېلې او نیمګړتیاوې:

الف: ښکېلې:

- i. دا د دقیقو ریاضیکي فورمولونو په واسطه ترلاسه کېږي  
 ii. دا په ارقامو کې د شاملو ټولو مشاهدو په بنسټ ترلاسه کېږي  
 iii. دا ډېر په اسانۍ محاسبه او په ساده بڼه درک کېږي  
 iv. دا په هر ډول ارقامو کې موندل کېدای شي. دا د نمونه گیرۍ احصایوي مېتودونو سره مناسبه ده، نو ځکه ډېر استعمال لري  
 v. دا د ریاضیکي عملیو تابع ده

ب: د حسابي اوسط نیمګړتیاوې:

- i. دا په ارقامو کې د ډېرو لویو ارقامو په واسطه اغېزمن کېږي  
 ii. ځینې وخت ډېر اوږده محاسبات غواړي  
 iii. دا ارقامو په ډېرو ګڼو مشاهدو کې حسابي اوسط د منځنیو نمونو او اوسطونو ښه نمایندګي کوی نه شي  
 iv. که چپری صنف بندي شوي ارقام خلاص یا پرانیزې صنفونه ولري، نو صنفی اوسط پرته د صنفی حدودو له جمع کولو نشو پیدا کولای

۴، ۵، ۲ - د هندسي اوسط ښکېلې او نیمګړتیاوې:

الف: ښکېلې:

- i. دا د ریاضیکي ټاکلو فورمولونو په واسطه ترلاسه کېږي  
 ii. دا د ټولو مشاهدو په اساس ټاکل کېږي  
 iii. په معینو حالاتو کې د ریاضیکي عملیو تابع ده  
 iv. دا یو مناسب اوسط (Average) دی، چې ډېرو حالاتو کې استعمال کېدای او کارول کېدای شي

ب: نیمګړتیاوې:

- i. د نویو زده کوونکو (مبتدیانو) لپاره اسانه نه ده.

- ب-خوفبصده ناروغانوله شلو (۲۰) کم ورخی بسترک تیری کوی دی؟  
 ج-دخولرم صنف لور حد خودی؟  
 د-کوم صنف دپرتیت دفعات لری؟  
 ه-دجمعې دفعاتو هستوگرام او پولیگان رسم کړی؟  
 و-اوسط په تفصیلی طریقه حل کړی؟  
 ز-اوسط په لنډه طریقه حل کړی؟  
 ح-میانه پیدا کړی؟  
 ط-مود او اوسطې انحراف سنجش کړی؟

(۵، ۴) جدول اصلاح شوي نسل لرونکو کلیوالو د صنف بندۍ مجموعې دفعات او د صنف بندۍ نور مشخصات:

| صنفونه<br>(X) | دفعات         | وسطونه<br>Xi | تجميعي دفعات |                                |     |                                | Fi Xi | ui  | fi ui | صنفي سرحدونه | صنفي عرض<br>(C) | Xi - X' | FiXi-X' |       |                        |
|---------------|---------------|--------------|--------------|--------------------------------|-----|--------------------------------|-------|-----|-------|--------------|-----------------|---------|---------|-------|------------------------|
|               | F<br>يا<br>Fi |              | %Fi          | له مېړيو څخه<br>د صنف<br>دفعات |     | له مېړيو څخه<br>د صنف<br>دفعات |       |     |       |              |                 |         |         |       |                        |
|               |               |              |              | اندازه                         | %   | اندازه                         |       |     |       |              |                 |         |         | %     |                        |
|               |               |              |              |                                |     |                                |       |     |       |              |                 |         |         |       |                        |
| 10-14         | 3             | 6            | 12           | 50                             | 100 | 0                              | 0     | 36  | -3    | -9           | 9,15-14,5       | 5       | 14,4    | 43,2  |                        |
| 15-19         | 7             | 14           | 17           | 47                             | 94  | 3                              | 6     | 119 | -2    | -14          | 14,5-19,5       | 5       | 9,4     | 65,8  |                        |
| 20-24         | 9             | 18           | 22           | 40                             | 80  | 10                             | 20    | 208 | -1    | -9           | 19,5-24,5       | 5       | 2,4     | 216,0 |                        |
| 25-29         | 15            | 30           | 27           | 31                             | 62  | 19                             | 38    | 405 | 0     | 0            | 24,5-29,5       | 5       | 0,6     | 9,0   |                        |
| 30-34         | 10            | 20           | 32           | 16                             | 32  | 34                             | 68    | 320 | 1     | 10           | 29,5-34,5       | 5       | 5,6     | 56,0  |                        |
| 35-39         | 4             | 8            | 37           | 6                              | 12  | 44                             | 88    | 148 | 2     | 8            | 34,5-39,5       | 5       | 10,6    | 42,4  |                        |
| 40-44         | 2             | 4            | 42           | 2                              | 4   | 48                             | 96    | 84  | 3     | 6            | 39,5-44,5       | 5       | 15,6    | 31,2  |                        |
|               |               |              |              | 0                              | 0   | 50                             | 100   |     |       |              |                 |         |         |       |                        |
|               |               |              |              |                                |     |                                |       |     |       |              |                 |         |         |       | $\sum Fi(Xi-x')=463,6$ |
|               |               |              |              |                                |     |                                |       |     |       |              |                 |         |         |       | $\sum fixi=1320$       |
|               |               |              |              |                                |     |                                |       |     |       |              |                 |         |         |       | $\sum fii=-8$          |
|               |               |              |              |                                |     |                                |       |     |       |              |                 |         |         |       | $\sum =50,100\%$       |



## تمرینات:

۱. د یوې علمي تجربې په ترڅ کې په څو کروندو کې د بېلابېلو کرنیزو پرکتسونو او تولیدي عواملو د ترکیب له مخې د رومي بانجانو لاندې نمونې ټولې او مشاهده شوي. په هغو کې د گل کولو لومړۍ اونۍ کې د گلانو شمېر په لاندې ډول شمېرل شوي:

| د بوټو شمېر | په هر بوټي کې تشکیل شوي گلان (مېوې) |
|-------------|-------------------------------------|
| 2           | 1-4                                 |
| 13          | 5-9                                 |
| 35          | 10-14                               |
| 20          | 15-19                               |
| 14          | 20-24                               |
| 3           | 25-29                               |

i. پیدا کړئ چې دېریات شمېر بوټي په کومه اندازه گلان لري؟

ii. په ارقامو کې حسابي اوسط هم په لنډه او هم په تفصیلي طریقه محاسبه کړئ؟

iii. په ارقامو کې مود او میانه محاسبه کړئ؟

iv. د دفعاتو گراف (هیستوگرام او پالیگان) رسم کړئ؟

v. د پینځم صنف لوړ سرحد، صنفی اوسط او صنفی عرض په بېلابېله توګه پیدا او وښیئ؟

vi. که چېرې له دغې تجربې څخه هدف په لومړي اونۍ کې اقل په هر بوټي کې د ۲۰ گلانو تشکیل کېدل وي، نو څو فیصده بوټو مطلوبه نتیجه ورکړی؟

vii. د  $Mod = 3Median - 2Mean$  قاعدې له مخې د درې وارو رابطه وښیئ؟

۲. لاندې ارقام لرو: 6, 8, 12, 8, 6, 8, 11, 8, 9, 9, 8. په دې کې اوسط، مود او میانه پیدا کړئ؛ او هم د اوسط دا مشخصه ثابت کړئ، چې څرنگه اوسط څخه د انحراف د درجو مجموعه صفر او بیا د هغو مربع د اوسط له مربع څخه کوچنی ثابت کېدای شي؟

۳. یوه تیوال په بېلابېلو محصولاتو (جناسو) کې په هر کیلو کې لاندې اندازه ګټه کړې؟

د هر کیلو ګټه (مقاد) د محصول مقدار

|                       |             |         |
|-----------------------|-------------|---------|
| ۲ افغانۍ فی کیلو کې   | رومي بانجان | ۲۲ کیلو |
| ۵،۲ افغانۍ فی کیلو کې | کچالو       | ۳۴ کیلو |
| ۵ افغانۍ فی کیلو کې   | پیاز        | ۳۴ کیلو |
| ۱ افغانۍ فی کیلو کې   | شلغم        | ۷۰ کیلو |

## حل:

✓ خلورم صنف دېر لوړ دفعات لري

✓ شپږو (۷) تنو له پینځه دېرشو (۳۵) بسترو څخه تېری کوی دي

✓ شل فیصده (۲۰٪) له شلو (۲۰) دېسترو کم وخت اخیستي

✓ د خلورم صنف لوړ حد نهه ویشت (۲۹) دی

✓ اووم صنف دېر ټیټ دفعات لري

$$X' = \frac{\sum fixl}{N} = \frac{1320}{50} = 26,4$$

$$X' = X_0 + \left( \frac{\sum fixl}{n} \right) \cdot C$$

$$X' = 27 + \left( \frac{-8}{50} \right) \cdot 5 = 27 + \frac{-40}{50} = 27 - 0,8 = 26,2$$

$$Median = L + \left( \frac{N}{2} - F \right) \frac{C}{f_m} = 24,5 + \left( \frac{50}{2} - 19 \right) \frac{5}{15} = 24,5 + (25 - 19) \frac{5}{15}$$

$$= 24,5 + (6) \frac{5}{15} = 24,5 + 2 = 26,5$$

$$Mode = L_1 + \left( \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) \cdot C$$

$$Mode = 24,5 + \left( \frac{6}{6 + 5} \right) \cdot 5 = 24,5 + \left( \frac{30}{11} \right) = 24,5 + 2,78 = 27,2$$

$$MD = \frac{\sum fi/Xi - X'}{n} = \frac{463,6}{50} = 9,27$$

د هغو اوسط پیدا کړئ؟

۴. لاندې ارقام را کړل شوي، صنف بندي یې کړئ، دفعات یې په Tally او عدد بڼه وښیئ او بیا یې د دفعاتو او تجمعي دفعاتو گرافونه رسم کړئ؟

40, 45, 50, 55, 60, 62, 66, 68, 70, 70, 72, 72, 73, 74  
75, 75, 75, 80, 80, 80, 82, 82, 84, 84, 85, 85, 86, 87  
88, 89, 90, 90, 92, 92, 94, 95, 100, 100, 105, 108  
110, 115, 116, 129, 125

۱. د جدول صنفونه 40-49، دوهم 50-59 او اخیري 120-129 دی، په دې کې صنفی

سرحدونه هم ښکاره کړئ او صنفی و سطونه هم وښیئ؟

۲. په صنف بندي کې د لوستل شوي فورمول تطبیق وښیئ؟

## پېنځم څپرکی

### ارقامو کې د انحراف د درجې مقیاسونه

#### یا د څپوروالي میلان

#### Measures of Dispersion

لکه چې پخوا هم وویل شول، ارقام او اعداد د بېلابېلو مقاصدو او موخو لپاره راټولېږي، خو دغه لومړني، خواره واره اعداد یا Primary Data معمولاً گنگ او بې مفهومه وي، نو ځکه د یوې روښانه پایلې، پرتلې او ښې شرحې لپاره منظمه ترتیب کېږي، کېدای شي هغه موږ د ارزښ، کوچنیوالي او لوږوالي، موقعیت، سکتورونو، وخت کيفي صفت یا هم د مقداري اندازو او نورو له پلوه ترتیب کړو، دې ته موږ ترتیب شوي دېټا یا دوهمي ارقام (Secondary Data) وایو.

کېدای شي د ضرورت له مخې هغه په صنفو ووېشو، په دې ډول موږ له هغو څخه د نمونې د غوره کولو لپاره مرکزي وزنونه (Averages) ټاکو، همدارنگه احصایېوې تحلیلونو او د یوې علمي څېړنې په ترڅ کې دې ته ضرورت پېښېږي، چې په دې پوه شو، چې آیا د ارقامو د یوې مجموعې، هر عدد او هره مشاهده یو بل سره څومره فرق او لرې والی لري، یا په مجموع کې د ټولو ارقامو پراخوالي او فاصله څومره ده؟ یا هم غواړو پوه شو، چې د یو گڼ شمېر ارقامو د یوه سیټ اعداد په منځني ډول یو تر بله څومره څومره انحراف لري؟

ددغو موخو لپاره د اعدادو په فریکوینسي کې ځینې احصایېوې مېتودونه تطبیق کېږي، لکه چې وویل شول، موږ غواړو د بېلابېلو مقاصدو لپاره انحراف ومومو، کېدای شي دغه انحراف په ټولو ارقامو کې یعنې د قیمت له پلوه، د ډېر کوچني رقم څخه تر لوی پورې، یا هم کېدای شي په مجموع کې د هر عدد او رقم ترمنځ په اوسط ډول وي. په هر صورت د دغو موخو او د انحراف یا د ارقامو د څپوروالي د اندازې د معلومولو لپاره معمولاً لاندې څلور معیارونه کارول کېږي:

۱. فاصله، Range

۲. کوارټل انحراف، Quartile Deviation یا (Q.D)

۳. وسطي انحراف، Average Deviation (A.D) یا (M.D)

۴. میزاني یا ستندرد انحراف، Standard Deviation (S.D) او ورینسی (Variance).

۵. ۱- فاصله Range

کله چې د ارقامو یوه مجموعه ولرو، ددغې مجموعې د ارزښ له پلوه د لوی او کوچني عدد



$$R=60-21=39$$

دویم سیټ کې: د دواړو R یو بل سره مساوي کېږي، حال دا چې دواړو کې د فرق لپاره ډېر واتن لیدل کېږي، دا نه واضحه کېږي، چې آیا منځني ډول باندې د اعدادو ترمنځ انحراف څومره دی؟

### ۵، ۲- کوارټیل انحراف (Q.D):

د فاصلې د ذکر شوي نیمگړتیا د رفع کولو په خاطر داسې کوشش شوی، چې ټول ارقام په څلورو برخو، اتو برخو یا په دولسو برخو ووېشي، کله چې بېل شول، هر یو یې چهاریک (څلورمه برخه Quartile) یا ۲۵٪ فیصده برخه کېږي، نو دلته د لومړني چاریک (۲۵٪) څخه صرف نظر کېږي، د دویم عدد او د درېیم اخري عدد یو بل څخه منفي کېږي، د دویم چارک لومړی عدد او د درېیم اخري عدد یو بل څخه منفي کېږي او بیا په دوو تقسیم کېږي، یعنې:

$$Q.D = \frac{Q_3 - Q_2}{2}$$

خو بیا هم دلته یوه نیمگړتیا شته، هغه داده چې دوه صرف نظر شوي کوارټلونه (۵۰٪) مشاهدې له نظره لویږي (سره له دې چې  $Q_3 - Q_2$  په دوو وېشل کېږي)، خو بیا هم دا طریقه ډېره د قناعت وړ نه ده، له همدې امله عملي تحقیق کې ډېره معمول نه ده، خود خلاصو صنفونو لرونکو طبقه بنديو کې یوه مناسبه طریقه بریښي، مثال:

که ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲ اعداد ولرو، داسې عمل کوو:

د کوارټیل د طریقې مطابق ارقام په څلورو برخو وېشو، لومړی چاریک تر (۳) راځي، اخري یې ۱۰، ۱۱، ۱۲ دي؛ همدا لومړی (یعنې ۱، ۲، ۳) بلکل لرې کوو، اخري چاریک (۱۰، ۱۱، ۱۲) مو هم لرې کړ، د دوهم چاریک لومړی عدد (۴) د درېیم چاریک له اخري عدد (۹) څخه منفي او په (۲)

$$Q.D = \frac{9 - 4}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$$

یعنې: ۲، ۵) کېږي، یعنې:

### ۵، ۳- وسطي انحراف (M.D):

وسطي انحراف The Mean (Or Average) Deviation یا M.D د ارقامو په یوه سلسله کې نظر اوسط ته سنجول کېږي، د چاریک په مقایسه دا ډېره د منلو وړ طریقه ده، په علمي څېړنو کې ډېره معمول ده او ثقه پایله لري. د دغه انحراف څخه موږ ته دا معلومېږي چې آیا هره مشاهده په اوسط ډول یو بل سره څومره فاصله لري؟ د M.D په سنجش کژد ارقامو انحراف، د ارقامو په وېش کې د هر رقم او عدد د ارزش له مخې محاسبه کېږي، ددې لپاره له ټولو مخکې د ارقامو حسابي اوسط موندل کېږي، بیا په سیټ یا د ارقامو مجموعه کې د شامل هر عدد، مطلقه تفاوت (د تفریق حاصل) له عمومي اوسط څخه په لاس راوړل کېږي، بیا دغه مطلقه فرق هر یو جمع کوو او د ټولو ارقامو په شمېر (N) یې وېشو، هغه ضریب چې په لاس راځي وسطي انحراف بلل کېږي، په هغه صورت کې چې ارقام طبقه بندي شوي نوي، د هغو وسطي انحراف د لاندې فورمول له

ترمنځ فرق یا تفاوت (انحراف) د فاصلې څخه عبارت دی، چې دا یو مطلقه انحراف دی، چې په خپله د اصل ارقامو د عددي تفریق څخه په لاس راځي، کوم نسبي یا مقایسوي شکل نه لري، هم په صنف بندي شویو او هم غیر صنف بندي شویو ارقامو کې په عین طریقه موندل کېږي، فورمول یې دا دی:

$$R = X_{Max} - X_{Min}$$

دلته

R - فاصله

$X_{Max}$  - لوی عدد.

$X_{Min}$  - کوچنی عدد.

که چېرې 20، 30، 40، 60، 70 اعداد ولرو، نو د هغو فاصله (R) داسې موږ:

$$R = 70 - 20 = 50$$

که چېرې ارقام طبقه بندي شوي وي، نو د ټیټ صنف ټیټ حد د اخر لور صنف لوړ حد څخه منفي کوو (چې همدا لوی او کوچني اعداد په اصل مشاهدو کې موجود وي) او (R) په لاس راځي

### ۵، ۱، ۱-۵ فاصلې ښېگڼې:

i. دا طریقه ډېره اسانه ده.

ii. دا فقط د مشاهدو دوو عددو ته ضرورت لري باید وویل شي، چې دا په هغو حالاتو کې چې د ټولو مشاهدو د پیل او پای اعداد مهم وېرېښي، ښه کار ورکوي؛ لکه د تودوخې او یخۍ د درجو فرق، په مارکیټ کې د بیو اعظمي حد بدلونونه، د یوې کړوندې ډېر لوړ او کم حد حاصل ترمنځ فرق، د اورښت لوړې او کمې اندازې فاصله، د شاگردانو د ذکاوت او نمر و ترمنځ توپیر او نور مثالونه

### ۵، ۲-۵ فاصلې نیمگړتیاوې:

i. په ارقامو کې یوازې د ډېر لوی او ډېر کوچني عدد پورې مربوط ده.

ii. په منځني ډول د هرې مشاهدې ترمنځ تفاوت او انحراف نه شي ښودی.

iii. د غیر عادي اعدادو د موجودیت په صورت کې شدیداً متاثره کېږي، د بېلګې په ډول:

15, 69, 20, 30, 40, 70

او 20, 21, 40, 52, 60, 70

په ذکر شویو دواړو بېلګو کې  $R=50$  کېږي، حال دا چې که د دواړو له دوو خواوو یو، عدد لرې شي، نو بیا:

$$R = 60 - 30 = 39$$

اول سیټ کې:

$$M.D = \frac{\sum fi/xi - x'}{n}$$

M.D - وسطی انحراف

fi - دفعات

xi - صنفی وسطونه

Σ - مجموع

مثال:

(۱، ۵) جدول د یوه علمي تحقیق لپاره د بېلابېلو پوښو ۱۰۰ ټوټو اندازه

| X           | F     | xi  | fix        | xi-x' | Fi/xi-x'/ |
|-------------|-------|-----|------------|-------|-----------|
| 40,0-49,9   | 1     | 45  | 45         | 36,6  | 36,6      |
| 50,0-59,9   | 5     | 55  | 275        | 26,6  | 133,0     |
| 60,0-69,9   | 11    | 65  | 715        | 16,6  | 182,6     |
| 70,0-79,9   | 26    | 75  | 1950       | 6,6   | 171,6     |
| 80,0-89,9   | 33    | 85  | 1005       | 3,4   | 112,2     |
| 90,0-99,9   | 16    | 95  | 1520       | 13,4  | 214,4     |
| 100,0-109,9 | 7     | 105 | 795        | 24,4  | 170,8     |
| 110,0-119,9 | 1     | 115 | 115        | 33,4  | 33,4      |
|             | N=100 |     | Σfixi=8160 |       | 1054,6    |

Source: (2-P.164)

$$x' = \frac{\sum fixi}{n} = \frac{8160}{100} = 81,6 \quad M.D = \frac{\sum fi/xi - x'}{n} = \frac{1054,6}{100} = 10,54$$

د یو شمېر احصایه پوهانو په نظر: دلته هم د گڼ شمېر نفوس Population لپاره د صنف بندې شویو ارقامو د اوسط پرځای د هغو میانه لیکلای شو.

۴، ۵ - میزانی انحراف او وریس (The Standard Deviation &amp; Variance)

الف: میزانی (ستندرد) یا معیاري انحراف

معیاري یا ستندرد انحراف د انحراف له مهمو میلانونو څخه دی، دا د ارقامو له ساده حسابي اوسط څخه د منځني واټن، فاصلې یا د پراخوالي یو ځانګړی شکل دی، وسطی انحراف سره یې فرق دا دی چې معیاري انحراف کې له حسابي اوسط څخه د انحراف مربع سنجول کېږي، بیا مربع په (n) وېشل کېږي، جذر مربع یې په لاس راوړل کېږي، خو په وسطی انحراف کې له حسابي اوسط څخه د انحراف مطلقه قیمت په کار ځي، که ارقام غیر صنف بندې شوي، د معیاري

$$M.D = \frac{\sum xi - x'}{n}$$

دلته

M.D - وسطی انحراف

xi - هره مشاهده

x' - د ارقامو حسابي اوسط

n - د ټولو ارقامو شمېر.

/ - د مطلقه ارزش علامه

مثال: که چېرې ۷، ۴، ۵، ۱۰، ۳ او ۳ اعداد ولرو، نو لومړی یې حسابي اوسط داسې مومو:

$$x' = \frac{3 + 7 + 4 + 5 + 10 + 3}{6} = 7$$

بیا د هرې مشاهده د عمومي اوسط مطلقه تفاوت ښیو او په n یې تقسیم او همدا M.D دی:

$$M.D = \frac{|7 - 3| + |7 - 7| + |7 - 10| + |7 - 5| + |7 - 4| + |7 - 3|}{6} \Rightarrow M.D = \frac{18}{3} = 3$$

په دې ډول (۳) هغه ضریب دی، چې د ذکر شویو اعدادو وسطی انحراف څخه نمایندګي کوي، یعنې دغه اعداد په منځني توګه هر یو یې د ارقامو د عمومي ساده حسابي اوسط څخه د (۳) په اندازه واټن، فرق او تفاوت لري، چې همدا یې د خپوروالي یا وسعت مانا افاده کوي، یقیناً دغه ځواب د دوو نورو طریقو (Q.D او R) په مقایسه ډېر قناعت ښوونکی دی.

داسې نظریه هم شته، چې د مختصرو اعدادو لپاره په فورمول کې ساده حسابي اوسط (x') نیول کېږي، خو د گڼ شمېر نفوس لپاره بیا میانه (μ) د هغه پرځای تعویض کول په کار دی، یعنې:

$$M.D = \frac{\sum xi - x'}{n}, \text{ For Sample Data}$$

$$M.D = \frac{\sum xi - \mu}{n}, \text{ For Population Data}$$

خو که چېرې ارقام طبقه بندې شوي وي، د وسطی انحراف د سنجش لپاره فورمول لرو، چې:

$$M.D = \frac{\sum Fi/xi - x'}{n}$$

په پورته فورمول کې f نظر کې نیول شوی او په مخرج کې n، چې عبارت له هماغه (fi) څخه دی او xi هره مشاهده ته بلکې د صنفی وسطونو څخه عبارت ده، د دغه فورمول انکشاف او په هغه کې د f داخل عیناً په غیر صنف بندې شویو ارقامو کې د حسابي اوسط سنجش او په صنف بندې شویو ارقامو کې د حسابي اوسط د سنجش په شان دی او ورسره مشابهت لري، په فورمول



## ب. ورینس Variance

ورینس په ډېر لنډ ډول داسې تعریفېږي، چې که چېرې د S مربع جذر استخراج شي، د ورینس څخه عبارت دی، چې په غیر صنف بندي شویو ارقامو کې یې فورمول دا دی:

$$S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

او په صنف بندي شویو ارقامو کې یې فورمول دا دی:

$$S^2 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

دلته به هر یو له یو مثال سره ذکر شي.

لومړی مثال: که چېرې د یوه تجربوي پلاټ (۸) یو کلنو نیالونو په ساعتی متر په لاندې اندازه وده کړې وي، ۸۰، ۸۵، ۹۰، ۷۵، ۷۰، ۶۵، ۷۰، ۸۳؛ نو په هغو کې ستندرد انحراف ومومئ؟  
حل: لومړی په ارقامو کې ساده حسابي اوسط پیدا کوو:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{83 + 70 + 65 + 60 + 75 + 75 + 90 + 85 + 80}{8} = \frac{695}{8} = 76$$

بیا د فورمول سره سم د هر نیالګي اندازه د هغو له ګڼد حسابي اوسط څخه منفي او بیا یې مربع مومو، په n یې وېشو او د هغو د مربع جذر په لاس راوړو:

$$(83-76) + (70-76) + (65-76) + (60-76) + (75-76) + (90-76) + (85-76) + (80-76) = (7) + (6) + (11) + (10) + (11) + (14) + (9) + (11)$$

$$S = \sqrt{\frac{(7)^2 + (6)^2 + (11)^2 + (10)^2 + (11)^2 + (14)^2 + (9)^2 + (11)^2}{8}} = \sqrt{\frac{756}{8}} \quad S = 9,72$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{n}} \quad (*)$$

دلته

S- میزاني انحراف

x<sub>i</sub>- د غیر صنف بندي شویو ارقامو هره مشاهده.

x̄- د غیر صنف بندي شویو ارقامو حسابي اوسط

n- ټول مشاهدات

Σ- مجموعه

په صنف بندي شویو ارقامو کې f د ځل مومي او مخرج په Σf<sub>i</sub> یا n وېشل کېږي، چې لرو:

$$S = \sqrt{\frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i}}$$

دلته

S- میزاني انحراف

f<sub>i</sub>- دفعات

x<sub>i</sub>- هر صنفی ووسط

x̄- د صنف بندي شویو ارقامو حسابي اوسط.

f<sub>i</sub>- دفعات

Σ- مجموعه

دا هم باید وویل شي، چې په احصایه کې د ګڼ شمېر نفوس (ډېریات شمېر مشاهدو) مشخصات د نمونې له مخې چې د اصلي نفوس یوه برخه جوړوي استنباط کېږي، نو ځکه د میزاني انحراف د فورمول مخرج کې د (n) پر ځای ځینو مواردو کې (n-1) او ځینې وخت د (x̄) پر ځای (μ) نیول کېږي، یعنې:

$$S = \sqrt{\frac{\sum f_i (x_i - \mu)^2}{n-1}} \quad \text{یا} \quad S = \sqrt{\frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

په ځینو خاصو مواردو کې د دواړو فورمولونو څخه کار اخلي، له n څخه د (۱) منفي کول د غلطۍ د رفع کولو په خاطر صورت نیسي، اگرچه په ګڼ شمېر مشاهدو کې (۱) دومره زیات اغېز نه لري، خو بیا هم (۱) د (n) څخه منفي کېږي، چې دې ته د ازادۍ درجه ویل کېږي.

(\*) په یو شمېر احصایوي ماخذونو کې میزاني انحراف په زیګما کوچني حرف او S سره هم ښودل شوی.

دویم مثال: په لاندې صنف بندي شویو ارقامو کې میزاني انحراف ومومئ؟

| X      | Fi | Xi   | Fi(xi-x') <sub>2</sub> | (xi-x') <sub>2</sub> |
|--------|----|------|------------------------|----------------------|
| 11-20  | 10 | 15,5 | 1030,410               | 103014               |
| 21-30  | 25 | 25,5 | 12210,25               | 488,41               |
| 31-40  | 40 | 35,5 | 10212,4                | 255,41               |
| 41-50  | 45 | 45,5 | 198,45                 | 4,14                 |
| 51-60  | 32 | 55,5 | 1997,12                | 62,41                |
| 61-70  | 25 | 65,5 | 8010,25                | 320,41               |
| 71-80  | 15 | 75,5 | 11676,15               | 778,41               |
| 81-90  | 5  | 85,5 | 7182,05                | 1436,41              |
| 91-100 | 3  | 95,5 | 8683,23                | 2294,41              |
| 200    |    |      | 68674                  |                      |

$$x' = \frac{\sum fixi}{n} = \frac{9520}{200} = 47,6$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum fi(xi-x')^2}{n}} = \sqrt{\frac{68674}{200}} = \sqrt{343,37} = 18,5$$

۵، ۴، ۱- په لاندې طریقې د میزاني انحراف سنجش:

که چېرې د میزاني انحراف فورمول ته ځیر شو، نو د دغه فورمول تطبیق کول ګڼ شمېر عملیو ته ضرورت لري، په هغه صورت کې چې ارقام اعشاریه لرونکي وي، یا مشاهدات ډېر زیات وي، د دې فورمول تطبیق مشکل دی، دغه فورمول یا مساوات ته په لږ انکشاف ورکولو سره داسې یو بل فورمول په لاس راځي، چې اسانه او لنډ دی:

۱. په غیر صنف بندي شویو ارقامو کې د میزاني انحراف د لاندې طریقې فورمول د لاندې طریقې د فورمول د استخراج لپاره هغه پخواني فورمول ته انکشاف ورکوو:

$$S = \sqrt{\frac{\sum (xi-x')^2}{n}}$$

لومړی د مساوات ښي خوا څخه جذر لرې کوو، چې کینه خوا د مربع طاقت پیدا کوي، بیا ګورو چې فورمول کې د افادې د صورت عدد د  $(a-b)^2$  شکل لري، نو د هغې تجزیه په لاندې ډول

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

نو ځکه

$$S = \sqrt{\frac{\sum (xi-x')^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum (xi^2 - 2x'xi + x'^2)}{n}} \Rightarrow S^2 = \frac{\sum xi^2 - 2x'xi + \sum x'^2}{n}$$

له دې کبله چې  $(n)$  مشترک مخرګ دی، نو لیکو:

$$S^2 = \frac{\sum xi^2}{n} - 2x' \left( \frac{\sum xi}{n} \right) + x'^2 \left( \frac{\sum xi^2}{n} \right) - 2x'(x) + x'^2$$

$$S^2 = \frac{\sum xi^2}{n} + x'^2 \Rightarrow$$

له دې کبله چې د  $(s)$  توان مربع دی، نو په خپله  $(s)$  عبارت دی له

$$S = \left( \frac{\sum xi^2}{n} \right) - x'^2 = \frac{\sum xi^2}{n} - x'^2 = \frac{\sum xi^2}{n}$$

۲. په صنف بندي شویو ارقامو کې د میزاني انحراف د لاندې طریقې د فورمول استخراج

$$S = \sqrt{\frac{\sum fi(xi-x')^2}{n}} \quad \text{فورمول کې لرو چې:}$$

نو عینا لکه د غیر صنف بندي شویو ارقامو په شان هغه ساده کولای شو:

$$S = \sqrt{\frac{\sum fi(xi-x')^2}{n}}$$

$$S^2 = \frac{\sum fi(xi-x')^2}{n} = \frac{\sum fi(xi^2 - 2xixi + xi'^2)}{n}$$

$$S^2 = \frac{\sum fixi^2 - 2x' \sum fixi + \sum fi(x')^2}{n}$$

$$S^2 = \frac{\sum fixi^2}{n} - 2x' \frac{\sum fixi}{n} + \frac{\sum fixi^2}{n}$$

$$S^2 = \frac{\sum fixi^2}{n} - 2x'^2 + x'^2 = \frac{\sum fixi^2}{n} - x'^2$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum fixi^2}{n} - x'^2} \quad \text{یا} \quad S = \sqrt{\frac{\sum fixi^2 n}{n} - \left( \frac{\sum fixi}{n} \right)^2}$$



مثال: (۳، ۵) جدول، ۲۰۰ صنف بندی شوي فرضي نموني

| X      | F  | U <sub>i</sub> | f <sub>i</sub> u <sub>i</sub> | u <sub>i</sub> <sup>2</sup> | f <sub>i</sub> u <sub>i</sub> <sup>2</sup> |
|--------|----|----------------|-------------------------------|-----------------------------|--------------------------------------------|
| 11-20  | 10 | -4             | -40                           | 16                          | 160                                        |
| 21-30  | 25 | -3             | -75                           | 9                           | 225                                        |
| 31-40  | 40 | -2             | -80                           | 4                           | 160                                        |
| 41-50  | 45 | -1             | -45                           | 1                           | 45                                         |
| 51-60  | 32 | 0              | 0                             | 0                           | 0                                          |
| 61-70  | 25 | +1             | 25                            | 1                           | 25                                         |
| 71-80  | 15 | +2             | 30                            | 4                           | 60                                         |
| 81-90  | 5  | +3             | 15                            | 9                           | 45                                         |
| 91-100 | 3  | +4             | 12                            | 16                          | 48                                         |
| 200    | 0  | -158           | 768                           |                             |                                            |

حل:

$$S = C \cdot \sqrt{\frac{\sum f_i u_i^2}{n} - \left(\frac{\sum f_i u_i}{n}\right)^2}$$

$$S = 10 \cdot \sqrt{\frac{768}{200} - \left(\frac{158}{200}\right)^2} = 10 \cdot \sqrt{3,84 - (0,79)^2}$$

$$S = 10 \cdot \sqrt{3,84 - 0,6241} = 10 \cdot \sqrt{3,2159} = (10)(1,79)$$

$$S = 17,9$$

۵، ۴، ۳- ميزاني انحراف او ورینس مشخصات:

له دې کبله چې اکثراً عملي روشونو کې د ميزاني انحراف څخه کار اخيستل کېږي، که چېرې دغه معيار مربع جذر راوکاږو، نو همدا ورینس دی، ښه به وي چې د ارقامو یوه سلسله چې د هغې په ځانگړتیاو هم وپوهېږو.

ورینس او ميزاني انحراف په ارقامو کې د اوسط په شان مشخصات لري، یعنې که د سیت ټول ارقام په عین اندازه کم یا زیات شي، یا کوم بدلون په کې راوړو، په خپله ميزاني انحراف او ورینس کې هم عین مقدار بدلون راځي، مثلاً: که چېرې ۸، ۵، ۳، ۲، ۲ شمېرې ولرو، نو د هغو ورینس او ميزاني انحراف سنجش او بیا یې مشخصات گورو:

دلته په لنډې طريقې سره د لاندېني جدول ارقام سنجش کوو:

| x      | f  | x <sub>i</sub> | x <sub>i</sub> <sup>2</sup> | f <sub>i</sub> x <sub>i</sub> <sup>2</sup> |
|--------|----|----------------|-----------------------------|--------------------------------------------|
| 11-20  | 10 | 15,5           | 240,25                      | 2420,50                                    |
| 21-30  | 25 | 25,5           | 650,25                      | 16256,25                                   |
| 31-40  | 40 | 35,5           | 260,25                      | 50410,00                                   |
| 41-50  | 45 | 45,5           | 2070,25                     | 93161,25                                   |
| 51-60  | 32 | 55,5           | 3080,25                     | 93568,00                                   |
| 61-70  | 25 | 65,5           | 4290,25                     | 107256,25                                  |
| 71-80  | 15 | 75,5           | 5700,25                     | 85503,25                                   |
| 81-90  | 5  | 85,5           | 7310,25                     | 36551,25                                   |
| 91-100 | 3  | 95,5           | 9120,25                     | 27360,75                                   |
| 200    |    |                | 517470                      |                                            |

$$S = \sqrt{\frac{517470}{200} - (47,6)^2} \quad S = \sqrt{321,4849} = 17,93$$

۵، ۴، ۳- u<sub>i</sub> د مقیاس په روش د ميزاني انحراف سنجش:

لکه چې د اوسط په سنجش کې مو ولیدل، کولای شو د دفعاتو د وېش په جدول کې د دفعاتو د منځني صنف په وړاندې صفر او له هغه پرته وار سره ۱-، ۲-، ۳- او کوزې حواته په وار سره ۱+، ۲+، ۳+ اعداد کېږدو؛ یعنې پرته خوا به منفي کوزه خوا به مثبت وي (د صنفونو د طاق والي په صورت کې موږ د صنفونو د ډیروالي په صورت کې یا له یوه صنف څخه صرف نظر کوو یا له دغې اختیارې طريقې تیرېږو او په تفصیلي طریقه یې حل کوو) اختیارې وضع شوې ستون ته د خپل واک له مخې د انا ستون وایو، د ميزاني انحراف په سنجش کې د لنډې طريقې په فورمول کې د x<sub>i</sub> په عوض کې همدا ډډو، خو صنفی عرض به ورسره ضرب او په دې ډول د ميزاني انحراف سنجش اسانه کېږي، فورمول دا ښه غوره کوي

$$S = C \cdot \sqrt{\frac{\sum f_i u_i^2}{n} - \left(\frac{\sum f_i u_i}{n}\right)^2}$$

$$x = \frac{20}{5} = 4$$

$$S = \sqrt{\frac{(2-4)^2 + (2-4)^2 + (3-4)^2 + (5-4)^2 + (8-4)^2}{5}}$$

$$S = \sqrt{\frac{4-4+1+1+16}{5}} = 2,549$$

$$S^2 = 6,5$$

نو:

|                 | xi   | x+4  | x-4  | x-1  |
|-----------------|------|------|------|------|
|                 | 2    | 6    | 8    | 1    |
|                 | 2    | 6    | 8    | 1    |
|                 | 3    | 7    | 12   | 2    |
|                 | 5    | 9    | 20   | 4    |
|                 | 8    | 12   | 31   | 7    |
| $S^2$ وریټنس    | 6,5  | 6,5  | 6,5  | 6,5  |
| S میزاني انحراف | 2,54 | 2,54 | 2,54 | 2,54 |

## د وریټنس او معیاري انحراف لپاره سمبولونه:

 $\sigma^2$  - د ارقامو (نفوس) وریټنس       $S^2$  - د نمونې وریټنس

 $\sigma$  - د نفوس معیاري انحراف       $S$  - د نمونې معیاري انحراف

په یاد ولرئ، چي معیاري (ستندرد) انحراف برخلاف د وریټنس د حقیقي واحداتو د مقیاسونو په واسطه ښودل کېږي. د مثال په ډول، که چېرې حقیقي مقیاسونه په ډالر ښودل شوي وي نو وریټنس هم په ټاکلي واحد (دالر مربع) باندې ښودل کېږي، بلکې معیاري انحراف په ډالرو ښودل کېږي.

کېدای شي دا خبره مو په تعجب کې واچوي چې ولې د نمونې د وریټنس د محاسبه کولو لپاره د  $n$  په ځای د  $(n-1)$  د مقسوم علیه څخه استفاده کوو، ایا د  $n$  استعمال به ډېر منطقي نه وي، ایا د نمونې وریټنس به متوسط معیاري انحراف وي کوم چې د اوسط څخه په لاس راځي؟

د  $n$  په استعمال کې مشکل دا دي چې  $n$  دا میلان لري چې د نفوس د وریټنس  $\sigma^2$  لپاره یو کمتر احتمال ښودونکي دي، نو په دې اساس چې مونږ  $(n-1)$  په مخرج کې استعمالوو ترڅو

د دې میلان لپاره یو مناسب تصحیح ارائه کړي. څرنگه چې (sample statistics) لکه  $S^2$  اساساً د ډېر ګڼ نفوس د پارامیترونو د تخمین لپاره په کار وړل کېږي او په  $(\sigma^2)$  باندې ښودل کېږي.

## تمرینات

۱. په یو کلي کې ۱۲۰ تنه بزګران هره ورځ په لاندې ډول عواید لري.

| بزګران | د ورځې عاید (په افغانیو) |
|--------|--------------------------|
| 7      | 31-40                    |
| 11     | 41-50                    |
| 35     | 51-60                    |
| 37     | 61-70                    |
| 17     | 71-80                    |
| 8      | 81-90                    |
| 5      | 91-100                   |

پورته ارقامو کې:

الف-  $M.D=?$ ب-  $S=?$ ج-  $S^2=?$ 

۲. په یو شمېر ارقامو کې فاصله څه ده او د هغې نیمګړتیاوې بیان کړئ؟

۳. د وسطي انحراف او میزاني انحراف فرق په څه کې دی؟

۴. په ۹، ۱۸، ۱۵، ۷، ۱۲، ۸، ۲، ۲ کې میزاني انحراف سنجش کړئ؟

۵. په لاندې صنف بندي شویو ارقامو کې په لنډه طریقه میزاني انحراف حل کړئ؟

| صنفونه | دفعات | صنفي وسطونه |
|--------|-------|-------------|
| 20-0   | 5     | 10          |
| 40-20  | 10    | 30          |
| 60-40  | 80    | 50          |
| 80-60  | 40    | 70          |
| 100-80 | 15    | 90          |



محتمل دی، دا هم په احتمالاتو کې راځي، چې د یو امکان ترسره کېدل په څو ډولونو او څو بڼو کېدون لري؟ دا هم احتمال گڼل کېږي، چې د یوې پېښې ثقه والی او نا ثقه والی ثابت شي، په دې ډول احتمالات تقریباً څو سوالونو ته ځواب ویونکي دي:

الف- کله چې د یوې پېښې څخه څو، څو پایلې زېږېدلای شي.

ب- د یوه امکان ترسره کېدل له څو لارو.

ج- له دوو امکاناتو صرف یو یې واقع کېدل.

د- له ډېرو پېښو هرو مرو د یوې یا څو محدودو پېښو واقع کېدل.

د پورته او هغو ته ورته نورو سوالونو لپاره ځواب موندل ځینو قواعدو پورې اړه لري، ددې موضوع ډېره ساده اړانده په یوه بېلگه روښانه کېدای شي: که چېرې د یوې پېښې د واقع کېدو لپاره ځینې ځانګړتیاوې، قرینې، شرایط او مساعد امکان په نظر کې ونیسو، طبیعتاً هغو په موجودیت سره مطلوبه پېښه واقع کېږي، مثلاً موږ ټول پوهېږو چې د ورېځې په ورځ لمر نه وي، خو که اسمان شین وي لمر هم وي، په دې ډول د لمر د رڼا لپاره د اسمان شین والی شرط شو، د دې ډول شرط په موجودیت کې مطلوبه پېښه سل په سلو کې (۱۰۰٪) واقع کېږي، دې ته موږ (څرګندې پدیدې) وایو.

له ۱۷مې زېږدیزې پېړۍ مخکې کلاسیکي ریاضی د مساعد شرط په صورت کې د یوې حادثې پېښېدل داسې تعریف کړي و:

که چېرې د یوې (A) حادثې په هکله (n) دهغې د وقوع احتمال ټول مساعد شرایط او لازمي امکانات او قراین یا Likely وپولو او (m) مطلقاً د (A) حادثې واقع کېدل او ښکاره کېدل Happening وپولو، نو په دې صورت کې د (A) حادثې واقع کېدل په (n) باندې د (m) د وېش یا

تقسیم  $\frac{m}{n}$  څخه عبارت ده، یعنې  $P(A) = \frac{m}{n}$  چې د احتمال فورمول یې دا دی:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

همدا د احتمالاتو لپاره یو عمومي تعریف ومنل شو او د (A) حادثې د احتمال لوړ عدد (۱) او ټیټ یې (۰) یعنې نه واقع کېدل وبلل شول، په دې ډول  $0 \leq m \leq 1$  غوره شوی و، نو ځکه وایو چې د یوې پېښې واقع کېدل د صفر او یو ترمنځ دی.

د دې برخلاف د (A) حادثې نه واقع کېدل هغه وخت وي، چې ددې پېښې د ټولو شرایطو، قوانینو او مساعدو امکاناتو څخه پېښېدونکي شرایط لرې کړو، په دې ډول موږ د A حادثې واقع کېدل په  $P(A)$  ونښودل، نو نه واقع کېدل به یې په  $P^*(A)$  وښیو، چې:

$$P^*(A) = \frac{n-m}{n}$$

## شپږم څپرکی

### د احتمالاتو تیوري

احتمالات په معاصرې احصایې او ګڼ شمېر نورو علومو کې مهم رول او ارزښت لري، سره له دې چې د احتمالاتو تیوري له ۱۷مې زېږدیزې پېړۍ راهسې رواج ده، په تېره بیا کله چې دیموور Demoiver د احتمالاتو په هکله پرله پسې کار وکړ. دغه روش علمي څېړنې کې لا اهمیت غوره کړ، په ۱۷مه او ۱۸مه پېړۍ کې په اروپا کې یو شمېر جوارګرو، په پرله پسې ډول له ریاضي پوهانو دا غوښتنه وکړه، چې دوی ته په دې برخه کې لارښوونه او مرسته وکړي، چې دوی د قطعو او ډایس په لوبو او قمار کې بریالیتوب ترلاسه کړي، د دوی دا غوښتنه په حقیقت کې د بریالي کېدو د چانس موندلو و، په لومړي سر کې د احتمال سنجش په ریاضي پورې تړلی و، یعنې احتمالات د ریاضي یوه څانګه وه، خصوصاً دوو ریاضي پوهانو برنولي Bernoulli او Demoivre په دې برخه کې ډېر کار وکړ، چې د احتمالاتو ریاضي یې رامنځته کړه، په ۱۷۳۰م کال لاپلاس او ګاوس د احتمالاتو تیوري په ستورو پېژندنه کې وکاروله، دموور د احتمالاتو تیوري ته ډېر پرمختګ ورکړ او له ریاضي رابېله شوه، له دې کبله چې د احصایې د علم بنسټ د تصمیم په نیولو ولاړ دی، نو د راټولو شویو مشاهدو له لارې او د هغو د تحلیل په پایله کې یوه حقیقت ته رسېدل د احتمالاتو د سنجش له مخې ممکن کېږي، د احتمالاتو تیوري د ناوړه او غلط تصمیم د نیولو مخنیوی کوي، د احتمالاتو تیوري د یو شمېر څرګندو مېتودونو او لارو چارو لرونکې ده، چې بحث به پرې وشي.

### ۶-۱- د احتمالاتو مفهوم:

د احتمالاتو Probability مفهوم او تعریف اسانه او ساده نه دی، دا ځکه چې په خپله د (احتمال) څرګندول یو مشکل کار دی، احتمال د چانس او تصادف سره مترادفه اصطلاح ده؛ مثلاً موږ په ورځنیو خبرو اترو کې هم دا اصطلاحات کاروو، د بېلګې په ډول وایو، چې لومړی زده کوونکی صرف پنځوس په سلو کې د کامیابۍ چانس لري، یا که چېرې دویم شاګرد د ازموینې څخه مخکې خپل درسونه څو ځله ولولي یا یې ښه زده کړي وایو، د کامیابۍ چانس یې په سلو کې نوی وو، دغه وړاندې وینې او قضاوت دوه بنسټونه لري؛ یو یې ذهني احتمال، بل یې تجربې احتمال Apriorig & Experimental Probability گڼل کېږي، په حقیقت کې همدا تجربې احتمال علمي اساس لري چې د یو شمېر معینو قواعدو او تجاربو پر بنسټ صورت نیسي او همدا موږ ته رابښودلای شي، چې په عمل (پراکتیک) کې د یوه امکان ترسره کېدل څومره



کتابونه د احصایې، څلور ټوکه کتابونه د بیولوژي، لس ټوکه یې د کیمیا او شل یې د پرازیتولوژۍ کتابونه دي، موږ په تصادفي ډول یو کتاب را اخلو، څومره احتمال لري، چې دا کتاب به د بیالوژي وي؟

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(S)} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

۱. موږ په علمي څېړنه کې اکثراً د ارقامو د ګڼ شمېر سلسلو سره کار لرو، اکثراً د علمي تحقیق په جریان کې موږ هغه شمېر ارقام راټولوو، یا یې جمع اوري کوو او بیا یې ترتیب، صنف بندي او تنظیم او تحلیل کوو، چې اکثراً مسلسل واقع وي، دې برخه کې موږ د فکتوریل مېتود ډېره مرسته کوي، کوم چې موږ د طبیعي چاپېریال د پدیدو د څېړلو (د کرنې، وترنری او طب په ساحه کې) په ترڅ کې مثبتو (عیني) ارقامو سره سروکار لرو، لکه د بوټو اندازه د څاروي عمر، د مېوې وزن، د زړه ضریان، د بدن د حرارت درجه، د اورښت ورځې او نور چې دا ټول مثبت ارقام دي، لکه ۴، ۲، ۴، ۵... او نور.

په دې ډول موږ د طبیعي علومو په ډګر کې د دې ډول مثبتو ارقامو سره ډېر مخامخ کېږو، خصوصاً کله چې دا ډول ارقام صنف بندي شي او د هغو نورمال منحنی ترسیم شي، نو د هرې مشاهده یې د مشاهده د یو معین صنف د احتمال پیدا کولو ته اړیو، د دې ډول احتمال د سنجش لپاره فکتوریل مېتود زموږ کار اسانه کوي، چې دا اعداد یو د بل سره ضربوو، د دغو سلسلو مثبتو اعدادو د ضرب حاصل د (n!) یعنې n فکتوریل په واسطه ښودل کېږي؛ مثلاً:

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times n$$

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24; \text{ یا}$$

که چېرې n! کې n=5 وي، نو لرو چې:

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

دا چې د احتمالاتو د عمومي تیورۍ مطابق له ګڼ شمېر مثبتو سلسلو ارقامو څخه یو څو یې غوره شي، د نظرونو ارقام په صورت کې او ټول مسلسل ارقام مخرګ کې راوړو، یعنې د یو تناسب شکل غوره کوي؛ مثلاً که چېرې n او k مثبت یا طبیعي اعداد وي او  $n \geq k$  وي، نو داسې لیکو:

$$\frac{n!}{k!} = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)}{k!} \leftarrow \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

مثال

د 8 فکتوریل او 1 فکتوریل تناسب شپږ پنځوس دی، یعنې:

$$\frac{8!}{1!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{1} = 56$$

صرف په یو ځل د یوې پېښې واقع کېدل (۱) کېږي، یعنې:

$$P(A) + P^c(A) = \frac{m}{n} + \frac{n-m}{n} = 1$$

نو دلته به موږ د A حادثې د پېښېدلو لپاره ضروري شرایط او مکانات په (S) ونیسو د S موجودیت په صورت کې احتمال 100% وي او دا یو معلوم حالت بولو، لکه د شنه اسمان په صورت کې پر ځمکه د لمر د وړانګو خپرېدل، خو برعکس که د A سره (S) قطعاً موجود نه وي، یعنې اسمان ورپخ وي، نو بیا طبعاً د لمر وړانګې پر ځمکه نه خپرېږي، دې ته ناممکن حالت وایو، خو بل درېیم حالت هم شته چې ممکن S موجود وي، خو ممکن A واقع شي او یا هم نه شي، مثلاً که د باران اورښت A وبلو، نو طبعاً د A واقع کېدو لپاره ورپخ یو ضروري شرط دی، خو کېدای شي اسمان ورپخ وي، یعنې (S) موجود وي، یعنې لمر نه وي، مګر بیا هم اورښت ونه شي، چې دې ته یو احتمالي یا اتفاقي حالت Equally likely Cases وایي، یعنې احتمالي حالت د ناممکن (شنه اسمان) او معلوم (ورپخ اسمان) ترمنځ یا د صفر او یو: A: 0 ترمنځ حالت دی.

په دې ډول که چېرې د S د A حادثې د پېښېدو لپاره نیم یې د مساعدو شرایطو او مکاناتو څخه عبارت وي او نیم یې برعکس وي، نو هغه شرایط او امکانات چې د A حادثې واقع کېدو لپاره مساعد دی، په N(A) ونیسو او هغه چې مساعد نه وي، په N(S) ونیسو نو د A حادثې پېښېدل داسې ارایه کوو:

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(S)}$$

$$\text{یا } \frac{\text{د A حادثې د واقع کېدو مساعد شرایط}}{\text{د A حادثې د واقع کېدو ټول شرایط}} = \text{د حادثې پېښېدل}$$

۱، ۱، ۲ - په څو ګڼ شمېر مشاهدو کې د څو مشاهدو غوره کول:

څرنگه مو چې په پورته فورمول کې ولیدل، د یوې حادثې واقع کېدل د احتمالاتو په تیورۍ کې له تیوريکي پلوه له ټولو حادثو یا مشاهدو څخه د مورد نظر چانس څخه عبادت ده، څو که په عملي ډول وغواړو چې د ارقامو یوې سلسلې څخه د مورد نظر پدیدې احتمال وسنجوو، په لاندې مثالونو کې یې گورو:

لومړی مثال که چېرې د لوبو ۵۲ قطعۍ په نظر کې ونیسو او په هغو کې صرف د خشت پری (چې ۱۳ کېږي) د A حادثې په توګه فرض کړو، نو په اتفاقي ډول د هغو غوره کول عبارت دی له:

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(S)} = \frac{13}{52} = 0,25 \text{ یا } 25\%$$

په یوه الماری کې ټول ۳۲ ټوکه کتابونه دي، چې ګډ وده ایښودل شوي، له هغې جملې دوه



د فکتوریل مېتود موارد به وروسته په تفصیل ذکر شي، خو یو مثال به په لنډیز داسې راوړو. که چېرې په یوه ښاخ کې د پیوند لگولو فیصدي 90% په نظر کې ونیسو او په یوه ونه کې 20 پیوندونه ولگوو، دا احتمال به ومومي چې 10 به یې ولگېږي.

$$P(x, n, p) = x^n \cdot p^x \cdot (1-p)^{n-x}$$

دلته

$$x=10$$

$$n=20$$

$$p=90\%$$
 چې په فیصدي یې ونیسو، 0,9 کېږي

حل:

$$P(10, 20, 0,9) = 10(0,9)(0,1) = \frac{20}{15!(10!)} (0,9)^{10} (0,1)^{10} = 19,2\%$$

مثال که چېرې د یوه ډول لېرو تخم د شنه کېدو احتمال یا د تېغنه وهلو فیصدي 40% وي، نو د پینځه دانو د کرلو څخه دا احتمال او فیصدي معلومه کړئ، چې دوه یې شنه شي؟

$$P(x, n, p) = x^n (p^x) (1-p)^{n-x}$$

$$P(2, 5, 0,4) = \frac{5!}{2!(5-2)!} (0,4)^2 (0,6)^3 = \frac{5!}{2!3!} (0,4)^2 (0,6)^3$$

$$P \frac{(5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)}{2 \times 1 (3 \times 2 \times 1)} (0,4)(0,4)(0,6)(0,6)(0,6)$$

$$P = \frac{20}{2} (0,6)(0,6)(0,6) = 10(0,03456)$$

$$P = 0,456$$

یا 34,56%

لکه چې موږ د احتمالاتو د تیورۍ د مفهوم د شرحې په برخه کې وویل په علمي مسایلو او څېړنو کې د تجربې احتمال Experimental Probability چې په تجربې متکي وي، د کار اساس جوړوي، په دې ډول یو سنجش او یوې پېښې پېښۍ کې مربوطه پدیدې باندې تجربه موجوده وي؛ مثلاً یو ډول د غنمو ټاکلی تخم په تجربوي ډول ازمايل شوی وي، چې د خالص تېغني وهلو (LPS) فیصدي یې مثلاً 60% وي، یا د یوه معین جنس ونې 10gr تخم څخه په قوریه کې 40 بوتې شنه کېږي، یا داسې نور تجربې او ازماينستونه چې ترسره شوي وي او وغواړو د همدو تجربو پر اساس احتمال ونیسو، د هغو پایله په فیصدي ارایه کوو، مثلاً د یو ډول اصلاح شویو جوارو 4 دانې تخمونه کرو، دا احتمال څرگند کړئ، چې دغه څلور واړه راشنه شي.

حل:

0,6 یا 80% د شنه کېدو احتمال

0,2 یا 20% د نه شنه کېدو احتمال

$$Pr(1 \wedge 2 \wedge 3 \wedge 4) = (0,8)(0,8)(0,8)(0,8)$$

$$= 40,96\%$$
 د څلورو واړو جوارو د نه شنه کېدو احتمال

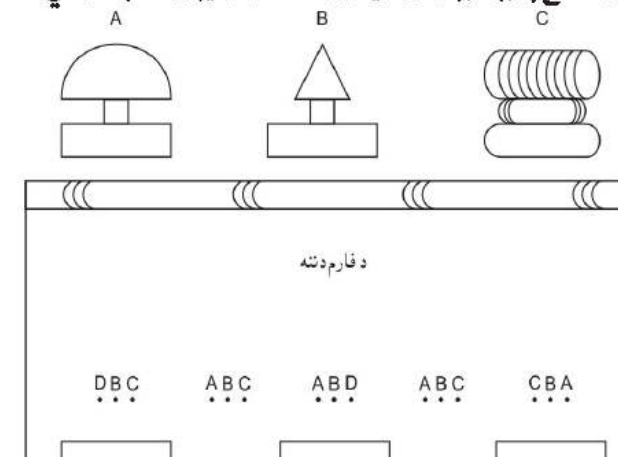
کله چې له دوو امکاناتو صرف یو یې واقع کېدای شي، مثلاً شین والی یا ورېځ د یوې سیکې شېر یا خط مخ، د یوې هگۍ څخه چرګ یا چرګه راوتل او داسې نور، نو دیوه احتمال په صورت کې او د دواړو حالت په مخرج کې راځي، مثلاً په یوه سیکه کې د شیر احتمال:

$$P(\text{شیر}) = \frac{\text{شیر}}{\text{شیر} + \text{خط}} \quad \text{یا} \quad P(\text{شیر}) = \frac{1}{2}$$

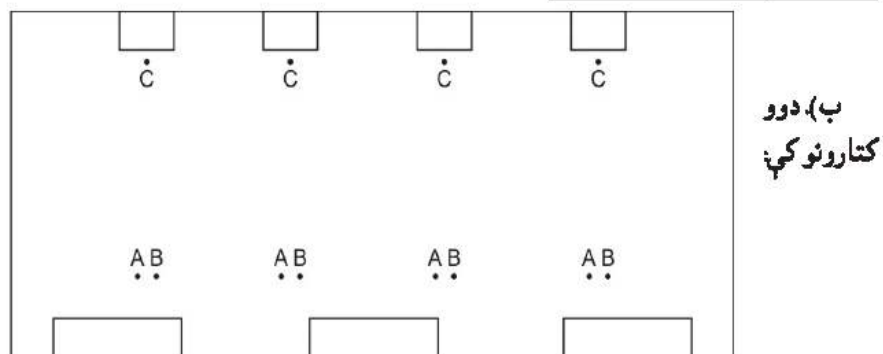
همدارنگه موږ د احتمالاتو د تیورۍ د علم د مفهوم په برخه کې وویل، ځینې وخت خصوصاً د طبیعي علومو په برخه کې له یوې پېښې څخه څو څو نتایج ترلاسه کېدای شي، یا هم څو پدیدې په څو څو بڼو څرگندېدای شي، دې ته تبادلې او تراکیب ویل کېږي، چې اوس به دا دواړه تربحث لاندې ونیسو.

## ۲-۲- تبادلې Permutation

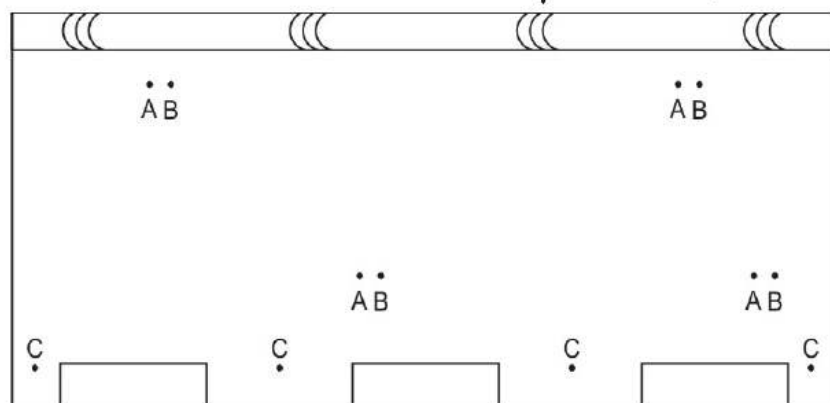
کله چې معین شمېر اشیاء، اعداد، شکلونه موقعیتونه او نورې پدیدې په بېلابېلو بڼو چې هېڅ کوم بل شی، عدد، شکل او موقعیت په کې اضافه یا ورڅخه کم نه شي د نوبت په ترتیب کېښودل شي؛ تبادلې بلل کېږي، د بېلګې په ډول د چرګانو روزنې د یو فارم دننه د ابخوړۍ او د دانه خوړۍ او د رڼا منبع یا حرارت سنج په بېلابېلو موقعیتونو او شکلونو ایښودل کېدای شي.



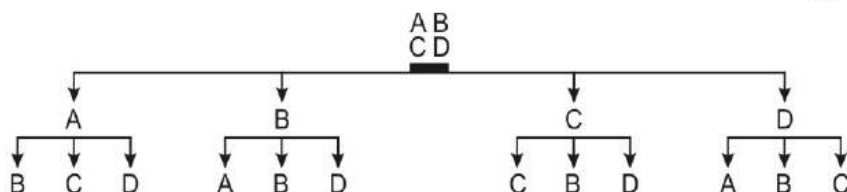
الف) یو کتار کې:  
د فارم غولۍ له پورته  
خوا.



ج. د حرارت منبع یا د رڼا منبع یا حرارت سنج د هرې لمر خپروونکې کرکۍ خوا کې او دانه خوړه او ابخوړه په متبادلو کرښو کې:



یا د  $60m^2$  ځمکې په ساحه کې د څو پلاتونو جوړول په مربع شکلونو، په مستطیل شکلونو، څو مثلث او څو مستطیلو او نورو بڼو، یا هم د مناسبې گرده افشانی په خاطر د بوټو کښول په بېلابېلو موقعیتونو، د زینتي گلدانو ترتیب په ملون شکل، حال دا چې گلان عین رنگ نه وي، ان د هغو فاصله یو بل سره فرق ولري، مثلاً غواړو څلور ډوله خاص جنسونه په بېلابېلو شکلونو چې هېڅ یو بل سره مشابهت ونه لري، ترتیب کړو، دغه څلور ډوله جنسونه د D, C, B, A په نوم یادوو:



د یوې لوبې لوبغاړي چې ۱۲ تنه دي، د خپل مهارت، نظم او استعداد له مخې وروسته له څو مقدّماتو لویو درجه بندي شول:

- (۱) احمد
- (۲) محمود
- (۳) شکور
- (۴) طالب
- (۵) کبیر
- (۶) بختور
- (۷) رسول
- (۸) گل
- (۹) سرور
- (۱۰) زلمی
- (۱۱) پاینده
- (۱۲) فرید

د اولمپیک ملي کمېټه غواړي دوی د دریو ترېنرانو د لارښوونې لاندې کومې یوې نړیوالې لوبې ته ولېږي، د ترېنرانو هیله دا ده چې لومړني ممتاز لوبغاړي او وروستي د لو مهارت لرونکي ټول یو یا بل گروپ کې رانښي، دوی داسې تبادلو او ترتیب کړي، چې ممتاز، متوسط او وروستي لوبغاړي هر گروپ ته تقسیم شي.

حل: درې د لویو گروپونه (C, B, A) په مناسبه فاصله دروو، لومړي له ممتازو دریو لوبغاړو څخه یو یو هر یوه سره، بیا متوسط او بیا وروستي گروپ بېل او ورکړو داسې:

|          |       |       |       |        |
|----------|-------|-------|-------|--------|
| A د گروپ | ۱ (ا) | ۴ (ط) | ۷ (د) | ۱۰ (ز) |
| B د گروپ | ۲ (م) | ۵ (ک) | ۸ (گ) | ۱۱ (پ) |
| C د گروپ | ۳ (ش) | ۶ (ب) | ۹ (س) | ۱۲ (ف) |

په دې ډول هم المپیک ملي کمېټه او هم ترېنران راضي ښکاري، د هر نفر نمبرې سره د هغه د نوم لومړی حرف راغلی.

دا چې د یوه گروپ اجزاوو، خواشیا، شکلونه یا امکانات او موقعیتونه په څو بڼو ترتیب او تبدیل کېدای شي، د احتمالاتو لپاره یې لاندې فورمول لرو:

$$np_r = \frac{n!}{(n-r)!} \quad \text{یا} \quad np_r = \frac{n!}{1!} \quad \text{یا} \quad np_r = \frac{n!}{0!}$$



|                |                |                |                |
|----------------|----------------|----------------|----------------|
| $A_1A_4A_2A_3$ | $A_2A_4A_3A_1$ | $A_3A_4A_2A_1$ | $A_4A_3A_2A_1$ |
| $A_1A_4A_3A_2$ | $A_2A_4A_3A_1$ | $A_3A_4A_1A_2$ | $A_4A_3A_1A_2$ |

درېم مثال

A, B, C, D حرفونه په ۱۲ دوه حرفي گروپونو وېشل کېدای شي؟

$$4P_2 = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} = 12$$

څلورم مثال:

A, B, C, D په څلورو یو حرفي گروپونو وېشل کېدای شي؟

$$4P_1 = \frac{4!}{(4-1)!} = \frac{4!}{3!} = 4$$

یعنې صرف یو احتمال A, B, C, D شته

A, B, C, D په لاندې ډول په شپږو قسمونو د تنظیم کېدو احتمال لري

$$P = \frac{4!}{2!2!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1 \times 2 \times 1} = 6$$

پنځم مثال

اوه دانې منې په درېیو ماشومانو باندې داسې ووېشئ، چې مشر هلک ته درې دانې او نور ته دوه دانې ورسېږي، په ۲۱۰ ښو وېشل کېدای شي

$$P = \frac{7!}{3!2!2!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3!} = 210$$

تراکیب نه یوازې د پلاټونو په ترکیب، نسل گیری، د گرده افشانی، لپاره د بوتو د تنظیم د یو شمېر عملیاتو، اوبه لگولو او نورو په هکله د استفادې وړ دي، بلکې په ورزشي، سیاسي، کلتوري گڼ شمېر مسایلو او نورو کې هم موږ ته د ښه تنظیمولو لپاره پوهه راکوي؛ مثلاً د هېواد د ۳۱ ولایتونو ورزشي تیمونه څو څو ځله یو بل سره د مخامخ کېدو احتمال او چانس لري او څو لویې باید ورته تنظیم شي، یا په هېواد کې د ټاکنو لپاره د وکیلانو ترکیب، بهر ته د تلونکو هیاتونو د ترکیب په جوړولو، په نړیوالو غونډو کې د هېوادونو د بیرغونو ایښودلو شکل، د لویو غونډو لپاره د هر هېواد یا هر هیئت مشر ته یوه ورځ د ریاست سپارل او نورو مسایلو کې هم ډېر کارول کېږي.

### ۳-۲ ترکیب Combination

ځینې وخت د بېلابېلو اشیاءو، اجزاو، امکاناتو او شکلونو ترتیب کول په مطلوب شکل هم د تبادلې او هم د تراکیبو له لارې کېدای شي، مثلاً د بېلابېلو گلانو گډون، د زینتي ساحې لپاره د بېلابېلو رنگونو غوره کول، د بېلابېلو هېوادونو د بیرغونو داسې ایښودل چې خپل لازم

دلته

n-د اصلي گروپ اجزاو، اشیاءو یا د شکلونو شمېر.

r-د فرعي گروپونو یا اشیاءو او اجزاو شمېر چې اصلي گروپ په هغه وېشل کېږي

npr-د تبادلې احتمال

1-صفر فکتوریل څخه عبارت دی

مثلاً C, B, A درې اجزاو، اجسامو یا شکلونو احتمال په شپږو درې فقره یې گروپونو کېدای

شي:

$$np_r = \frac{n!}{1!}$$

n=3 ځکه چې درې جز دي (C, B, A).

r=3 په درېو اجزاو یا درې فقرو لرونکو گروپونو یې وېشو.

p-احتمال

n! فکتوریل

حل:

$$3P_3 = \frac{3!}{1!}$$

$$3P_3 = \frac{3 \times 2 \times 1}{1} = 6$$

یعنې: ABC ACB BAC BCA CAB CBA

ددې مانا دا ده چې درې اشیاء یا اجزا په شپږو درې فقره یې گروپونو وېشل شول اوم احتمال ممکن نه دی

دویم مثال

که وغواړو  $A_1, A_2, A_3, A_4$  څلور اجزا، اشیاء، اشکال په څلورو فقرو لرونکو ښو باندې راورو، څو احتمال یې موجود دي؟

حل:

$$4P_4 = \frac{4!}{(4-4)!} = \frac{4!}{0!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{1} = 24$$

یعنې څلور ویشته څلور فقره یې گروپونو باندې داسې چې:

|                |                |                |                |
|----------------|----------------|----------------|----------------|
| $A_1A_2A_3A_4$ | $A_2A_1A_3A_4$ | $A_3A_1A_2A_4$ | $A_4A_1A_2A_3$ |
| $A_1A_2A_4A_3$ | $A_2A_1A_4A_3$ | $A_3A_1A_4A_2$ | $A_4A_1A_3A_2$ |
| $A_1A_3A_2A_4$ | $A_2A_3A_1A_4$ | $A_3A_2A_1A_4$ | $A_4A_2A_1A_3$ |
| $A_1A_3A_4A_2$ | $A_2A_3A_4A_1$ | $A_3A_2A_4A_1$ | $A_4A_2A_3A_1$ |

معلومات ترلاسه شي، اما نمونه د نفوس يوه کوچنۍ برخه ده چې په سيده ډول د پام وړ څېړنې په ترڅ کې د مربوطه جمعيت يا نفوس د استازي په توګه کتنې لاندې نيول کېږي. په نمونه کې بايد د ټول نفوس ټولې برخې راواخيستل شي، يا د غوره شويو نمونو د څېړنې لاندې د واقع کېدو چانس وموندل شو، نو ځکه احتمال د چانس مترادف واقع شو، په دې ډول وايو چې:

د يوې پېښې، عدد، فرد يا شي د واقع کېدو احتمال په ټولو مطالعې يا کتنې لاندې ارقامو کې د هغه د نسبي دفعاتو څخه عبارت دی، نو ځکه احتمالات د ارقامو منځني سره ډېره اړه پيدا کوي، چې وروسته به راتلونکي څېړکي کې پوره بحث ورباندې وشي.

څرنگه چې موږ د همدې څېړکي په پيل کې وويل، چې د احتمالاتو برخه کې څو پوښتنې پېښېږي: څه به پېښ شي؟ يوې پېښې څخه به څو حادثې رامنځته شي؟ او داسې نور سوالونه د يوه يا څو احتمالاتو راڅرګندېدل په لاندې ډول ښيو:

$P(A)$  - د A حادثې د پېښېدو احتمال

$1 - P(A)$  - د A حادثې د نه پېښېدو احتمال

$P(A \cup B)$  - له دې دوو حادثو د يوې پېښېدل يعنې A يا B حادثه واقع کېدل

$P(A \cap B)$  - د A او B دواړو پېښېدل

$P(A/B)$  - د A حادثې پېښېدل په داسې حال کې چې B واقع شوی وي، يا موجود وي، خو پاتې

د A احتمال موم.

د احتمالاتو د تيوري لپاره ځينې اصلي قوانين يا قواعد په نښه شوي دي، چې موږ سره بېلابېلو مواردو کې کمک کولای شي، په لاندې ډول يې ذکر کوو:

**لومړۍ قاعده:**

په طبيعي پدیده کې يوه پېښه صرف په يوه يا بل حالت واقع کېدای شي، د دواړو واقع کېدل په يوه وخت کې هېڅ امکان نه لري او که وي هم موږ اړ کېږو چې د يوه حالت د پېښېدو احتمال څرګند کړو، دې ته د جمع قاعده وايي.

په بل عبارت د يوې حادثې پېښېدل تل د  $1 : P(A) : 0$  يا د يوه (واقع کېدلو) او صفر (نه واقع کېدو) ترمنځ وي، يعنې يا به دا پېښه هېڅ نه واقع کېږي، يا به يو ځل واقع شي، نو په دې ډول يو بل سره وتړل شوې، خو د دواړو همزمان پېښېدل هېڅ امکان نه لري، مثلاً که يو شاګرد د کيميا ازموینه کې يوې پوښتنې ته صرف يو ځواب ووايي، يا به سم وي يا غلط، يا د اورښت ورځ يا د شنه اسمان ورځ، د جمع قاعده به په يو څه تفصيل له مثال سره وڅېړو:

**الف. خصوصي حالت:**

A او B دوه پېښې په نظر کې نيسو، چې په يوه وخت کې د دواړو پېښېدل هېڅ امکان ونه

موقعيت ولري (په هغه صورت کې چې نوم د الفبا يا کوم بل نظم په کې شرط نه وي بلل شوی) د هيئت ترکيب او نور مثالونه، خو بيا هم تراکيب له تباديلو سره فرق لري، موږ تباديل داسې تعريف کړي وو:

تباديل د اعدادو، اشياوو او اجزاوو داسې تنظيمول دي، چې د نوبت سلسله په کې رعايت شي، خو تراکيب داسې تعريفېږي:

تراکيب د اعدادو، اشياوو يا اجزاوو داسې گروپ بندي ده چې هغو کې سلسله مراتب او نوبت نه مراعات کېږي.

دلته گورو چې تباديل او تراکيب ډېر کم فرق لري؛ مثلاً ABC درې حروف په درېيو دوه فقره يې گروپونو وېشلو امکان شته او بس: AB, AC, BC

حال دا چې A, B, C, D په څلورو درې حرفي گروپونو وېشل کېدای شي: ABC, ABC, ACD, BCD د تراکيبو لپاره فورمول په لاندې ډول دی:

$$nc_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

لومړۍ مثال:

A, B, C, D حروف نه درې فقره يې څلورو گروپونو وېشلای شو:

$$4c_3 = \frac{4!}{3!(1)!} = 4$$

او که همدا حروف په شپږو دوه حرفي گروپونو وېشو کوم احتمال يې شته؟

$$4c_2 = \frac{4!}{2!2!} = 3! = 6$$

دويم مثال:

لس تنه زده کوونکي دي، هغوی په ۱۰ بنو باندې په څلورو کسيزو گروپونو وېشلای شو:

$$10c_4 = \frac{10!}{6!4!} = 210$$

د تباديلو او تراکيبو اهميت په دې کې دی، چې د علمي څېړنو لپاره د نمونو Sample غوره کولو لپاره ضروري ده، ترڅو د اعدادو د يوې مجموعې څخه ټول عددونه نمونه کې قرار ونيسي او پر عکس د بېلابېلو افرادو، اشياوو څخه يو جمعيت يا نفوس (کل Population) ترکيب شي، نو ځکه دا دوه اړخيز اهميت لري، په احتمالاتو کې موږ هم د جمعيت (نفوس) او هم د نمونې لپاره ځانګړی تعريف لرو:

نفوس د هغو اشياوو، افرادو، پېښو يا امکاناتو مجموعه چې مشترک او ګډ خصوصيات لري، په علمي څېړنه کې عموماً هدف دا وي چې د جمعيت د هر فرد د خصوصياتو په هکله لازم



نظر کې پېش بینی کړي، نو پیدا کړئ چې دی به اقلایوه جایزه واخلي.

$$P(A \cup B) = 0,5 + 0,4 - [(0,5)(0,4)]$$

$$P(A \cup B) = 70\%$$

**دویمه قاعده:**

کله چې دوه داسې امکانات پېښېدونکي وي، چې یو بل سره تړاو نه لري، د هغو د احتمال سنجش د ضرب د قاعدې په نوم یادېږي، مثلاً دوه بېلابېل امکانات په نظر کې نیسو چې د هغو پېښېدل یو پر بل اغېزه لري، یعنې دا امکانات او پېښې یو بل سره رابطه نه لري، بلکې سره بېل بېل دي، نو د هغو دواړو د پېښېدو احتمال لپاره لرو چې:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

لومړی مثال:

یو محصل په یوه سمستر کې د دو مضمونو ازموینه ورکوي، یوه مضمون کې د خپل بری چانس 60% او بل کې 50% اټکلوي، تاسې حل کړئ چې په دواړو کې یې د کامیابۍ چانس څومره دی؟

$$P(A \cap B) = (0,6)(0,5) = 30\%$$

دویم مثال:

دوه سیکې پورته اچوو، دا احتمال پیدا کړئ چې دواړه په عین مخ مثلاً په خط مخ راڅرګندېږي؟

$$(A \cap B) = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$$

درېیم مثال:

یو درجن قطعو کې چې ټولې ۵۲ پرې دي، څلور طوسان دي، دا احتمال څرګند کړئ، چې د هغو له جملې دوه غوره شوي پرې طوس وي؟

$$P(A \cap B) = \left(\frac{4}{52}\right) \times \left(\frac{4}{52}\right) = \frac{1}{169}$$

**څلورمه قاعده:**

که چېرې دوه یا څو پېښې یو بل سره اړیکې ولري او د یوې واقع کېدل د بلې د واقع کېدو چانس یا زیات یا کم کړي، دې حالت کې موږ مثلاً په یو درجن قطعو کې د طوس د راوتو احتمال لټوو، په هغه صورت کې چې یو طوس پخوا راوتی وي او بېرته مو له پرو سره نه وي ایښی، نو ددې ساده اړائ داسې ده:

$$P(\text{د خشت طوس}) = \frac{3}{51}$$

لري، یعنې که A واقع شي، نو B نه شي واقع کېدای، یا د دې پریکس، مثلاً د یوې سیکې پورته غورځولو څخه وروسته هغه صرف په یو اړخ لوېږي، یا یې د لیکنې (خط) یا یې د نښې (شېر) مخ پورته وي، په داسې حال کې د A یا B پېښې د واقع کېدو احتمال عبارت دی له:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

که چېرې د اسمان د ورېځ والي حالت A 50% او شین والی یې 50% وي، نو د سبا ورځې د اسمان شین والی یا ورېځ والي احتمال:

$$P(A \cup B) = 0,5 + 0,5 = 1 = 100\%$$

لومړی مثال:

که چېرې اکرم د لومړي صنف ازموینو کې 60% د کامیابۍ او 10% د مشروطۍ چانس ولري، نو دا احتمال څرګند کړئ، چې دی به دویم صنف ته بریالی شي؟

$$P(A \cup B) = 0,6 + 0,1 = 0,7 \text{ یا } 70\%$$

دویم مثال:

په هېواد کې د بزګر د جشن (د وري لومړۍ) د لمانځلو لپاره یو نندارتون پرانیستل شوی، ژورې هیئت د بزګرانو ښو محصولاتو او څارویو ته جایزه ورکوي، گل محمد بزګر خپله یوه غوا نندارتون ته د جایزې لپاره کاندید کړې، ژورې هیئت د څارویو ښې تغذیې، ښه نسل غوره کولو، په موقع واکسین کولو او نورو بزګرو ته د خپلو تجربو د ورکولو شرایط اعلان کړي، د ټولو راغلو مالدارانو له جملې صرف څلورو تنو ته لومړۍ، دویم، درېیم او څلورم نمبر جایزه ورکول کېږي، د ژورې هیئت له اعلان وروسته گل محمد سره د لومړۍ جایزې احتمال 15% د دویمې 12% او د درېیمې 17% او د څلورمې 16% رامنځته شوی، دا چې گل محمد به له دغو څلورو جایزو یوه واخلي احتمال یې څرګند کړئ.

$$P(A \cup B \cup C \cup D) = 0,15 + 0,12 + 0,17 + 0,16 = 60\%$$

**ب. عمومي حالت:**

دا د هماغه جمع د قاعدې یو داسې حالت دی، چې A او B حالت خو واقع کېږي، خو دا امکان هم شته چې A او B دواړه هم واقع شي، نو په دې حالت کې موږ د AB حالت پرته یوازې د A یا B حالت واقع کېدو د احتمال سنجو، یعنې:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

مثال:

د ښه حاصل لرونکو بزګرانو لپاره د ترویج ادارې دوه جایزې ټاکلي، که حاصلات ډېر عالي و، نو دواړه جایزې یو تن ته او که متوسط و، اوله یا دویمه جایزه ورکول کېږي، کریم خان د خپلې کروندې حاصل داسې پېش بېني کړې، چې د لومړۍ جایزې احتمال یې 50% او د دویمې 40% په

$$P(AB) = P(A) \cdot P\left(\frac{B}{A}\right) = 0,2667$$

تراوسه مو د احصایې په تشریحی برخه کې د مقصد په توګه دارقامو له یوې مجموعې څخه اخستل شوي نمونې صرف کمی خصوصیات تشریح کړل، او ومولیدل چې دې مقصد ته درسیدو لپاره باید د مقیاسونو سم تشریح کړو نو د دواړو معیاري او مقداري ارقامو ستونو د تشریح لپاره مو ګرافیکي او عددي میتودونو څخه استفاده کوله.

اوس د یوې مسلې استنباط جوړولو ته مخه ورګرځو، څه شي مونږ ته ددې اجازه راکوي چې د یوې نمونې څخه د یوکل لپاره استنباط وکړو او بیا د ذکر شوي استنباط په هکله د اطمینان د قابلیت یو مقیاس اټکل کړو؟ تاسو به وګوري چې ځواب یې احتمالات (probability) دي.

احتمالات، د احصایې یوه څانګه ده چې د نمونې د معلوماتو پر بنسټ د مطالعې لاندې نفوس لپاره تصمیم نیونه ده کولای شي چې وګوري څرنگه د اکاډمیکو اسانۍ سرته ورسوي د اکاډمي سره اړه لري چې د نفوس (ګل) او نمونې تر مینځ د رابطې په اړه پوه شو، یعنې د هغې رابطې څخه عبارت ده، چې د احصایوي طرز العمل په شکل د یوه کل لپاره د نمونې په اساس د استنباط جوړول دي. نو په دې فصل کې مونږ فرض کوو چې جامع له یو شمیر ډېرو اعدادو څخه د څو نمونو د واقع کیدو چانس سنجش کوو. نو په دې وجه مونږ وایو چې احتمال د احصایې برعکس دي، په احتمالاتو کې مونږ د جمیعت معلومات د دې په خاطر په کار وړو چې د نمونې احتمالي ماهیت استنباط کړو.

احتمالات د استنباط په جوړولو کې یو مهم رول لوبوي، فرض کړي، د مثال په ډول، تاسو فرصت لري چې د تیلو د کشف په یو شرکت کې پانګه اچونه وکړي، د شرکت پخواني ریکارډ ښایي چې لس د تیلو برمو (د شرکت د ازمايښت یوه نمونه) صورت نیولي دي چې ټولې یې وچې را ختلي وې. تاسو څه نتیجه اخلي؟ څه فکر کوي چې شرکت د تیلو لاس ته راوړلو چانس د 50:50 څخه ښه دي؟ آیا خامخا په نوموړي شرکت کې پانګه اچونه کوي؟ امکان لري، چې دې سوالو ته مو ځواب په تاکید سره (نه) وي. که چېرې د شرکت کشفیه مهارت د نفتو یو ګوډي 50% څله باندې کفایت وکړي، نو د لسو وچو څاګانو د کیندلو ریکارډ د لسو برمه شویو څاګانو یوه نمونه ده چې ډېره زیاته غیر محتمله ده.

یا فرض کړي چې تاسو اوس قطعه بازی کوي ستاسې حریفه ډله یقیني شوي ده چې د قطعي لاس مو ګاملاً مخلوط شوي دي. درې څله په پرله پسې ډول پنځه تائي قطعه ښکته شوي ده، ستا ښي طرف کس ته څلور طوسونه ویشل شوي دي. ددې نمونې په اساس دي (درې لاسه قطعه) کې، آیا تاسو فکر کوي چې پرې (قطعي) په مناسبه ډول سره مخلوط شوي دي؟ یو ځل بیا ستاسو ځواب

په داسې حال کې عمومي فورمول داسې دی:

$$P(A_1/A_2) = P(A_1)P(A_2/A_1)$$

دا د ضرب قاعدې ته ورته قاعده ده، خو د یوې پېښې واقع کېدل په بلې اغېزه لري. مثال: که چېرې یو محصل د دوو مضامینو د ازموینو په تېرولو لور ټولګي ته بریالی کېږي، نو یوه مضمون کې یې د کامیابۍ چانس په  $P(A)$  او بل مضمون کې یې په  $P(B)$  ښکاره کوو او دې په هغه صورت کې د دوهم مضمون د ازموینو د ورکولو مستحق وګرځي، چې لومړي مضمون کې کامیاب شوي وي، نو لیکو:  $P(A/B)$ .

یعنې د لومړي مضمون ازموینه په هغه صورت کې چې ده هغه مضمون په موفقانه ډول تېر کړی وي.

۱. مثال

په یوه لوبښي کې د یوه ماشوم لپاره څلور نارنجه او دوه کینو ایښي، ماشوم یوه دانه را اخلي که سوال وشي چې څومره احتمال لري چې دا به نارنج وي؟ نو لیکو:

$$P(O) = \frac{4}{6}$$

که را اخیستل شوی بهرته لوبښي ته وانه چوو، ماشوم بله دانه راپورته کړي، نو دا احتمال ومومئ چې دا به هم نارنج وي.

$$P(O) = \frac{3}{5}$$

ګورو چې دلته د یوې پېښې د واقع کېدو په ټول احتمال اغیز وکړ، که چېرې دا احتمال پیدا کوو، چې لومړی او دویمه قوتۍ دواړه نارنج وي، نو لیکو:

$$P(O_1 \wedge O_2) = P(O_1)P(O_2/O_1) = 0,4$$

۲. مثال

د لوبو د قطعۍ یو درجن څخه پرله پسې درې پرې راخلو، چې بهرته یې په پرو کې کېږدو، دا احتمال ومومئ، بیا دویمه او بیا درېمه پرله پسې وي؟

$$P(A_1 \wedge A_2 \wedge A_3) = P(A_1)P(A_2/A_1)P(A_3/A_1/A_2)$$

$$P(AAA) = \left(\frac{4}{52}\right)\left(\frac{3}{51}\right)\left(\frac{2}{50}\right)$$

۳. مثال

یوه توکری کې لس دانې هګۍ ایښي، چې څلور یې د بتکې او نورې یې د چرګې دي، یوه هګۍ رااخلو، ګورو چې هغه د بتکې ده، بله رااخلو دا احتمال به څو فیصده وي، چې همدا به د چرګې وي؟



راغلي چې:

1. ۱ مشاهده
2. ۲ مشاهده
3. ۳ مشاهده
4. ۴ مشاهده
5. ۵ مشاهده
6. ۶ مشاهده

په يادولري، که چېرې دغه تجربه يوځل تکرار کړي نو د دغه شپږ اساسي نتيجو څخه يوه لاس ته راوړاي شي اولاس ته راغلي نتيجې په قطعي ډول نه شي پيشبیني کولاي، همدارنگه دا امکانات کوم چې په لاس راغلي دي په نورو اساسي نتيجو نه شي تجزيه کېدای ځکه چې د يوې تجربه شوي مشاهدې نتيجې د يو جمعيت څخه د نمونې انتخابول دي، او د تجربې ممکنه اساسي نتایج د نمونې د نقاطو (sample points) په نوم يادېږي.

2-3 تعريفه د نمونې نقاط (sample point) د تجربې د اساسي ترينو نتایجو څخه عبارت دي. 3، 1، مثال دوه سکي پورته غورځول کېږي او پورته طرف يې په ثبت رسېږي د تجربې ټولي نمونوي نقاط لست کړي.

حل: حتی که يوه تجربه ډېره جزوي هم وي مونږ بايد د نمونې د نقاطو په لست کولو کې دقت وکړو، په اول ځل کتو سره د درې اساسي نتایجو توقع کولاي شو: د دوه شير مخونو مشاهده، دوه خطه اويا د يوې سکي يو مخ خط او د بلې سکي شير. سره لدې، د يو شير او د يو خط مشاهدې د تجزۍ څخه دوه نور نتایج لاس ته راځي: د اولی سکي شير، د دوهمي سکي خط او داوولي سکي خط او د دوهمي سکي شير، نو د دې څخه څلور د نمونې نقاط لاس ته راځي:

1. شير او شير (HH)
2. شير او خط (HT)
3. خط او شير (TH)
4. شير او شير (TT)

دلته د اول H معني داده چې د اولي سکي شير او د دوهم H معني (د دوهمي سکي شير) او داسي نور.

مونږ اکثره په يوه تجربه کې د نمونو د نقاطو د مجموعي سره علاقه لرو چې دې مجموعي ته د تجربې د نمونې فضا (sample space of experiment) ويل کېږي. د مثال په ډول، دلته د د نمونې په فضا کې شپږ د نمونې نقاط د سکي د غوځولو په تجربه کې ترسره کېږي په تجربه کې

به منفي (نه) وي ځکه چې که چېرې پرې په درست ډول مخلوط شوي وي نو د پرو د ویش په صورت کې يوه لویې کوونکې ته څلور طوسونه ورکول ډېر زیات غیر محتمل دي.

په يادولري، په بالقوه ډول د کامیابې لپاره تصميم نيونه د نفتود استخراج د شرکت او د پرو په درست ډول مخلوط والي پورې اړه لري چې دواړه د يوې نمونې له چانس ياد احتمال په نتيجې پورې تړاو لري. دواړه مثالونه په داسې ډول مينځ ته راوړل شوي دي چې په اساني سره کولاي شي چې دا نتيجې ترې لاس ته راوړو چې د نمونې څخه لاس ته راغلي احتمال کوچني دي. د بده مرغه، د زیاتو مشاهده شويو نمونو د احتمال نتيجې اخستل دومره اسانه کار نه دي لکه په مستقيم ډول د ارزيايي لاندې نيول، نو د دې ډول قضيو د حل لپاره د احتمالاتو تيوري ته اړتيا ليدل کېږي.

### حادثات، د نمونو فضا او احتمال:

راځئ چې خپل بحث د احتمالاتو په داسې مثالونو شروع کړو چې په اساني سره توضیح کېږي، د دې ساده مثالونو په ملتيا سره کولاي شو چې مهم مفاهيم وپيژنو او کېدای شي مونږ سره د احتمالاتو د درک په پرمخ بيولو کې مرسته وکړي.

فرض کړي، يوه سکې يوځل پورته غورځول کېږي او پورته مخ يې ثبتېږي. هغه نتيجې چې مونږ يې وینو ثبتووي د مشاهدې (observation) يا مقياس (measurement) په نوم او هغه پروسه چې مشاهده پکې صورت نیسي د تجربې آزمايښت (experiment) په نوم يادېږي، چې په تجارېو کې ډېر استعمالېږي. د دې معنا داده چې احتمالات اصلاً په علمي تجربو کې په کارېږي، زموږ تعريف د آزمايښتي تجربې په هکله نسبت د فزیک په علم کې استعماليدونکي تجربې ته زیات پراخوالي لري چېرته چې تيستيوب، ميکروسکوپونه او لابراتواري تجهيزات په نظر راځي. لکه د کرنې سکټور او د مالدارۍ او وترنری مطالعات. خو کېدای شي په احصائيوې تجربو کې د ويب پروژو لپاره د يو انټرنېټ استعمالونکي رجحاناتو ثبت، د ډاډو جوړو صنعتي اسهامو د وسطي قيمت ورځيني تغييراتو ثبت، د يو کاروباري تصدي د جمعۍ د ورځۍ خرڅلاو ثبت او د يو دفتر د محاسبې په يوه پاڼه کې د اشتباهاتو اندازې شاملې شي. يا هم د نباتي يا حيواني ناروغيو ثبت وی او داسې نور مثالونه. مهمه نقطه داده چې کېدای شي احصائيوې تجربه د هر هغه عمل مشاهده وي چې د هغه نتيجې مبهمه وي.

1-3 تعريفه يوه تجربه experiment هغه عمل يا د مشاهدې د هغه پروسې څخه عبارت ده چې په هغه کې واحد نتيجې په يقيني ډول پيشبیني کوونکي نه وي، نو ځکه د احتمالاتو له تيوري څخه کار اخلو يو ساده مثال په نظر کې ونيسي چې په هغه کې يو گاتي (دیس) پورته غورځول کېږي او پورته مخ يې چی را برسیره کېږي هغه ثبتوو. د دې تجربې څخه شپږ ابتدائي نتيجې په لاس

ددې نمونې فضا کېدای شي د څلور نمونې نقاطو دست په شکل وړاندې شي.

$S: \{HH, HT, TH, TT\}$

دارقا مو دست د توضیح لپاره صرف هندسي شکلونه (گرافونه) زیات گټوروي، لکه د نمونې د فضا د بنودلو لپاره تصویری (فکتوریل) میتود هم اکثره وخت گټوروي. په 1,3 شکل کې ددې ډول کار د بنودلو لپاره چې په 1,3 جدول کې ذکر شو بنودل کېږي.

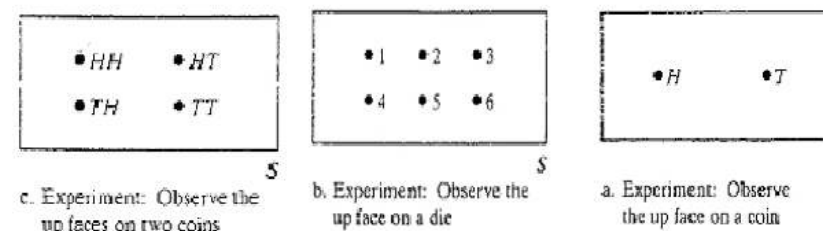


FIGURE 3.1

په هر یو شکل کې د نمونې فضا چې د S پواسطه نشاني شوي ده او د نمونې ټولې ممکنه نقطې (sample points) هم لري بنودل کېږي او د نمونې هره نقطه دیو تورتوري (۰) په واسطه بنودل کېږي چې دغه گرافیکي نمایش د وین ډیاگرام (venn diagram) په نامه یادېږي. اوس مونږ پوهیږو چې یوه تجربه صرف یوه اساسي نتیجه لري چې د (نمونې د نقطې) په نوم یادېږي او د نمونې فضا د نمونې ټولو ممکنه نقطو د مجموعي څخه عبارت دي. اوس چمتو یو چې د نمونې د نقطو احتمال تر بحث لاندې ونیسو او بیشکه تاسو به د احتمال (probability) د اصطلاح په کارولو او په ذهنی ډول ددې معنی سره اشنا یاست.

احتمال په عمومي ډول د (چانس) یا (اتفاق) د کلمې سره یوشان په کارول کېږي. د مثال په توګه، که چېرې یوه سالم سکه پورته وغورځول شي، نو مونږ دې ادعا کولای شو چې د نمونې دواړه نقطې (یو شیر او یو خط) د واقع کیدو یوشان چانس لري. نو پدې بناء ویلای شو چې د شیر د واقع کیدو د احتمال چانس 50% یا د شیر د لیدو چانس 50:50 دي چې دا دواړه د احتمالاتو د غیر رسمي علم په بناء وړاندې شوي دي خو وروسته به دا واضح شي چې زموږ مطلب څه دي.

دیوې نمونې د نقطې احتمال یو عدد دي چې د 0 او 1 په مینځ کې ځای لري او دیو نتیجه احتمالي هغه وخت کې اندازه کېدای شي کله چې تجربه سرته ورسېږي. دا عدد معمولاً د نمونې دیوې نقطې د نسبي فریکونسي په ډول چې په یوه اوږده سلسله د تجربې په تکرار کې واقع کېږي نیول کېږي. د مثال په توګه، که مونږ د سګي د غورځولو په تجربه کې د نمونې د دوو نقطو (د شیر او خط

د نمونې فضا به د بحث لاندې ونيول شي چې په 1-3 جدول کې بنودل کېږي.

3-3 تعریف: دیوې تجربې د نمونې فضا د هغه تجربې د نمونې د نقاطو د مجموعي څخه عبارت دي.

۱-۳ جدول: تجربه او د هغې د نمونې فضا sample spaces

د تجربې عملیه د سګي د پورته مخ مشاهده

د نمونې فضا:

۱. د سګي د شیر مخ مشاهده

۲. د سګي د خط د مخ مشاهده

د نمونې فضا کولای شي چې د ست په شکل چې د دوه نمونوي نقاطو لرونکي وړاندې شي.

$S: \{H, T\}$

دلته H د نمونې په نقاطو کې د شیر او T د خط څخه نمایندګي کوي.

۱-۳ جدول: تجربه او د هغې د نمونې فضا sample spaces

د تجربې عملیه کې د ډیس د پورته مخ مشاهده

د نمونې فضا:

1. د ۱ خال مشاهده

2. د ۲ خالو مشاهده

3. د ۳ خالو مشاهده

4. د ۴ خالو مشاهده

5. د ۵ خالو مشاهده

6. د ۶ خالو مشاهده

ددې نمونې فضا کېدای شي چې د ست په شکل په شپږو نمونوي نقاطو کې وړاندې شي.

$S: \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

د تجربې عملیه د دواړو سګو د پورته مخونو مشاهده

د نمونې فضا:

1. د HH مشاهده

2. د HT مشاهده

3. د TH مشاهده



په دي تجربه کې مشكله ده چې دتجربي د نقاطو د واقع كيدو لپاره چې په اوږده تكراري سلسه کې واقع کېږي احتمالات تعين كړو ځكه چې عوامل غير مشابه او يو عامل (كس) كولاي شي چې دا ډول تجربه پخپله سمبال كړي. ددي پرځاي بايد ځيني فكتورونه (عوامل) لكه ددي خطر اداري پرسونل، پدي وخت عمومي اقتصادي حالت، ددي ډول خطراتو (په پانگه اچونه کې كاميابي او ناکامي) د کامييابي اندازه او همدې ته ورته معلومات په نظر کې ونیول شي. که په اخره کې مو تصميم پيدا کړ چې پانگه اچونه 80% د کامييابي چانس لري، نو کولاي شو چې د نمونې د نقطې (کاميابي) احتمال 0.8 تعين کړو. او کولاي شو چې دا احتمال د خپل باور دمقياس ددرجې په خاطر ددي کاروبار دتتبعي لپاره وکارو چې دا يو شخصي احتمال دي. په يادولري چې دا احتمال دهغه معلوماتو په اساس وي چې يو متخصص په ډېر دقت سره لاس ته راوړي وي. که چېرې داسي نه وي کېدای شي تصميم مو غلط وي.

نوته دنورو موضوعات لپاره چې په جزوي ډول شخصي احتمالات د اړزيابي لاندې نيسي Winkler (1972) يا Lindley (1985) ته مراجعه وکړي.

فرق نه کوي چې تاسو د نمونې د نقطو لپاره څرنگه احتمالات سنجوي، بلکې تعين شوي احتمالات بايد ددو قواعدو څخه پيروي وکړي:

د نمونې د نقاطو لپاره د احتمالاتو قواعد

Probability Rules for Sample Points

1. د نمونې د نقاطو احتمالات بايد د صفر او يو تر مينځ وجود ولري.

2. د يوې نمونې په فضا (sample space) کې د ټولو نمونې نقاطو (sample points) احتمالاتو جمع بايد د صفر سره برابره وي.

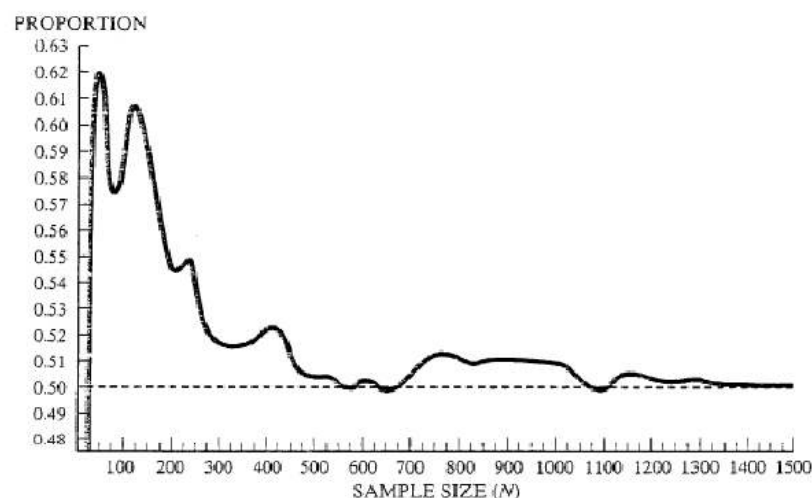
په ځيني تجربو کې د نمونې د نقاطو په هکله دهغوی احتمال لاس ته راوړل اسانه وي. د مثال په ډول، که چېرې د يوې مناسبې سکي د غورځولو په تجربه کې د هغه مخ مشاهده کوو، نو کېدای شي مونږ ټول ددي خبرې سره چې د نمونې د هرې نقطه (د شير يا خط مشاهده) د وقوع % احتمال لري موافق اوسو. خو بيا هم د ځينو تجربو د نمونې د نقاطو لپاره د احتمال سنجول ډېر مشکل کار دي.

2-3 مثال

د شخصي کمپيوټرونو (PC) د خرڅون يو پلورنځي دوه نوعه شخصي کمپيوټرونه يويي ستنډرډ ډيسکټاپ او بل لپټاپ په خرڅلاو رسوي، د پلورنځي خاوند ددي تصميم بايد ونيسي چې څومره يې د هريو قسم څخه د خرڅلاو لپاره ذخيره کړي. يو مهم عامل چې ددی سوال د ځواب په حل کې مرسته کوي د مشتريانو هغه تناسب دي چې غواړي ددي هر نوعه کمپيوټرونو څخه يې خريداري کړي. وښايست چې څرنگه نو موږي تجربه په خپل چوکاټ کې د نمونې د نقاطو او

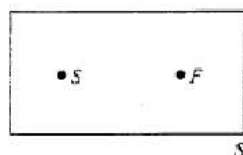
مشاهد (احتمال سنجوو، نو زموږ استدلال به دا وي، که چېرې يو سالمه سکې ډېر ځله هم وغورځول شي نو د نمونې د نقطو (د يو شير او يو خط مشاهده) نسبي فريکونسي يې په يوشان يعني 0.5 سره واقع کېږي. چې استدلال مو په 3,2 شکل کې ښودل کېږي.

لاندې شکل د هغه دفعاتو شميرنسبي فريکونسي چې شير پکې واقع شوي وي راښائي، په هغه وخت کې چې سکې N ځله پورته غورځول (په کمپيوټر) شوي وي په داسي حال کې چې سکي غورځولو N حد اقل 25 او حد اکثر 1500 ځله صورت نيولي وي. کولاي شي چې وگوري کله چې N لوي وي (يعني N=1500) نونسي فريکونسي يې 0.5 ته تقرب کوي، نو د سکي د غورځولو د نمونې د هري نقطې لپاره احتمال 0.5 دي.



کېدای شي چې په ځينو تجربو کې د نمونې د نقاطو د نسبي فريکونسي په اړه لږ او هيڅ معلومات ونه لرو. په نتیجه کې، مونږ بايد د عمومي معلوماتو پر بنسټ د تجربې د نمونې د نقاطو لپاره بايد تعين کړو.

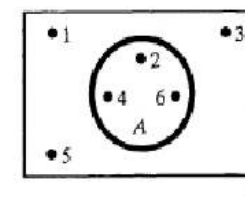
د مثال په توگه، که چېرې په يو خطري کاروبار کې پانگه اچونه مو د نظرونو تجربه وي او داسي مشاهده کړو چې يابه کامييابي وي او يابه ناکامي، چې د نمونې فضا يې په 3,3 شکل کې ښودل کېږي.



(event) په نوم یادېږي چې مونږ یې د A په توري ښایو او د A حادثه د نمونې د درې نقطو لرونکي ده (هر نقطه یې د  $1/6$  احتمال لرونکي) په داسې حال کې چې د نمونې یوه نقطه هم په یو وخت نه ده واقع شوي او مونږ استدلال کوو چې د A حادثې احتمال د A په حادثه کې د شاملو نمونوي نقاطو د احتمالاتو د مجموعې څخه عبارت دي. نو د A حادثې احتمال:

$$1/6 + 1/6 + 1/6 = 1/2$$

په دې معنی چې په اوږده موده کې کولای شي نیمایي خلک یې د الی وگتنې او یا یې په بل نیمایي کې د لاسه ورکړي



3-4 شکل یو وین دیاگرام دي چې د گاتې د غورځولو په تجربه کې د نمونې فضا او د A حادثه (چې د یو جفت عدد مشاهده) تشریح کوي. د A حادثه د S د نمونې په فضا کې د یو تړلي شکل په وسیله ښودل کېږي او د تړلي شکل د ټولو هغه نقطو لرونکي دي چې د A حادثه تشکیلوي.

د دې تصمیم نیولو لپاره چې د نمونې کومې نقطې د A په حادثه کې شامل دي نو د S نمونې په فضا کې د نمونې هر نقطه د آزمایش لاندې نیسو. که چېرې د A حادثه واقع شي بیا هغه نقطې چې د A په حادثه کې شاملې دي (جفت اعداد) چې د گاتې د غوزولو په تجربه کې صورت نیسي لکه د 2 مشاهده، د 4 مشاهده او همدارنګه د 6 مشاهده د A په حادثه کې شامل دي.

په لنډه توګه، مخکې مو څرګنده کړه چې کولای شو یوه حادثه د الفاظو په واسطه او یا کېدای شي د نمونې د نقاطو د یو معلوم سټ په واسطه یې تعریف کړو. دا مطلب مو د حادثې کلي تعریف ته چې په لاندې ډول دي رسوي.

تعریف یوه حادثه (event) د نمونې د نقاطو د خصوصي مجموعې څخه عبارت دي

3-4 مثال

د دوه غیرومتوازنو سکود د غورځولو تجربه په نظر کې ونیسي. څرنگه چې سکه غیر متوازنه ده نو د هغې د نتیجې (H او T) احتمال یو شان نه دي. فرض کړي، چې د نمونې د نقطو پورې مربوط درست احتمالات په لاندې جدول کې درکړل شوي دي.

(نوټ: د نمونې د نقاطو د احتمال د معلومولو لپاره لازم خواص په لاس راوړل شوي دي)

لاندې حادثې په نظر کې ونیسي:

د نمونې د فضا په لرلو سره تنظیم کولای شو او همدارنګه د نمونې د نقطو لپاره د هغوی احتمالات تعین کړي.

حل:

که چېرې مونږ د مشتري اصطلاح دهغه کس لپاره وکارو چې یو دغه دوه ډوله کمپیوټرونو څخه خریداري کوي او تجربه داسې تعریف کړو، چې یو مشتري دغه تجربې ته ورداخلېږي او مشاهده کوي چې کوم ډول کمپیوټر خریداري کړي نو د دې تجربې د نمونې په فضا کې د نمونې دوه نقاط وجود لري:

D: (مشتري یو ډانه ډیسکتاپ کمپیوټر خریداري کوي)

L: (مشتري یو ډانه لپ ټاپ کمپیوټر خریداري کوي)

کله چې مونږ د دې دواړو نمونوي نقطو لپاره احتمال سنجوو نو د دې اودسکي د غورځولو تجربې ترمنځ فرق وجود لري نو د D د نمونې نقطې لپاره څومره احتمال تعینولای شو؟ که چېرې ځواب مو 0.5 وي نو د دې معنی داده چې د دواړو نقطو یعنې D او L لپاره یوه اندازه احتمال وجود لري لکه د سکي د غورځولو په تجربه کې چې د نمونې د دواړو نقطو (شیر او خط) لپاره ټاکل شوي وو. ولې د شخصي کمپیوټرونو د څرخلاو په تجربه کې د نمونې د نقاطو احتمال سنجول اسانه کار نه دي.

فرض کړئ چې د پلورنځي د څرخلاو ریکارډ په ګوته کوي چې مشتریان 80% د ډیسکتاپ کمپیوټرونه خریداري کوي، نو په منطقي ډول مناسبه ده چې ووايو د D د نمونې نقطې احتمال 0.8 او د L نقطې احتمال 0.2 دي نو د دې ځایه لیدلای شو چې د نمونې د نقطو احتمال همیشه لپاره یو شان نه وي او د دې ډول احتمال سنجول پیچیده کاردی او خصوصاً د هغه تجربو لپاره چې د واقعي کړنو لپاره په کار وړل کېږي (برخلاف د سکی د غورځولو د تجربې).

که څه هم د نمونې د نقطو د احتمال ټاکل اکثراً د هغوی د اهمیت له پلوه صورت نیسي او دا معمولاً د نمونې د نقطو د احتمالاتو مجموعه ده چې په 3-3 مثال کې په ښه ډول واضح کېږي 3-3 مثال: یو سالم گاتې (دیس) پورته غورځول کېږي او پورته مخ یې تر غورلاندې نیول کېږي که چېرې پورته مخ یې جفت وي نو تاسو یو ډالر گتې او که نه نو یو ډالر د لاسه ورکوي. د گټلو احتمال مو څومره دي؟

حل: دیبا ویلو وړ ده چې د دې تجربې د نمونې په فضا کې شپږ د نمونې نقطې وجود لري.

$$S: \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

څرنگه چې گاتې یو سالم گاتې دي نو د نمونې په فضا کې د نمونې د هر نقطې لپاره  $1/6$  احتمال وجود لري. که چېرې د نمونې د نقطو څخه لکه د 2 مخ مشاهده، د 4 مخ مشاهده او د 6 مخ مشاهده واقع شي یو جفت عدد به واقع شوي وي چې د دې ډول نمونې د نقطو مجموعه د حادثې



5, 3 مثال په وروستو کي دامريکا دمتحده ايالاتو په کاروبار کي کارمندانو مختلف روزنيز کورسونه اخستي دي (USA Today (Aug.15.1995 مجله رپورټ ورکوي چې ددې ډوله روزنيز کورسونو د جوړولو اساسي دليل چې کاروبارونه يې پيش کوي د هغوی د ستراتيژيکو پلانونو برخه ده چې دغه دليلونه په 2,3 جدول کې خلاصه شوي دي. فرض کړي چې يو کاروبار د متحده ايالاتو د کاروبارونو څخه چې دليل يې په گوته شوي او د کورس د اخستلو لپاره په اتفاقي ډول انتخاب شوي دي.

A هغه تجربه تشرېح کړي چې د 2,3 جدول ارقام يې مينځ ته راوړي دي او د نمونې د نقطو لړليک يې وليکي.

2, 3 جدول د مختلفو کورسونو لپاره اساسي دلايل

| دليل                               | سلنه |
|------------------------------------|------|
| د غړو د سياست سره موافق کيدل (CCP) | 7    |
| د مولديت زياتوالي (IP)             | 47   |
| په رقابت کې پاتي کيدل (SC)         | 38   |
| ټولنيز مسوليتونه (SR)              | 4    |
| داسي نور موضوعات (O)               | 4    |
| مجموعه                             | %100 |

B: د نمونې نقطو لپاره احتمالات تعين کړي؟

C: څومره احتمال لري چې د زده کړي د مختلف کورسونو لپاره اساسي دلايل د تجارت پورې مربوط دي يعني رقابت يا مولديت پورې مربوط وي؟

D: ددې څومره احتمال دي چې د ټولنيز مسوليت اساسي دلايل د زده کړي د مختلف کورسونو په هکله صحت وټلري؟

حل:

A: نومړي تجربه د متحده ايالاتو په کاروبارو کې د کارگرانو د زده کړي مختلف کورسونو لپاره د اساسي دلايلو په عمل کې تعينول دي. د نمونې نقاط، د تجربې ساده ترين نتايج دي چې 2,3 جدول کې په پنځه کته گوريو ویشل شوي دي چې د نمونې دغه نقاط په 2,3 د وين دياگرام په شکل کې ښودل کېږي.

A: (واقعا د يوشير مشاهده)

B: (حد اقل د يوشير مشاهده)

د A او B لپاره احتمال (probability) سنجش کړي

| شیر او خط حالات (د نمونې نقاط) | احتمال        |
|--------------------------------|---------------|
| HH                             | $\frac{4}{9}$ |
| HT                             | $\frac{2}{9}$ |
| TH                             | $\frac{2}{9}$ |
| TT                             | $\frac{1}{9}$ |

حل: د A حادثه چې د HT او TH نمونې د نقاطو لرونکي ده، څرنگه چې دوه يا ډېر د نمونې نقاط په عين وخت کې نه شي واقع کېدای. کولاي شو چې د A د حادثې احتمال د نمونې د دوه نقاطو د احتمال د جمع د حاصل څخه په لاس راوړو، نو په دې اساس واقعا د يوشير د مشاهدې احتمال (د A حادثه) چې د  $P(A)$  سمبول پواسطه ښودل کېږي عبارت دي له:

$$P(A) = P(\text{Observe HT}) + P(\text{Observe TH}) = \frac{2}{9} + \frac{2}{9} = \frac{4}{9}$$

همدارنگه د B حادثه د HT او HH د نمونې د نقاطو لرونکي دي

$$P(B) = \frac{4}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} = \frac{8}{9}$$

مخکي مثال مونږ ته د A د حادثې د احتمال د پيدا کولو عمومي طريقه رابښائي.

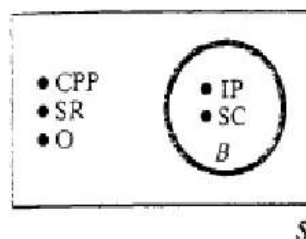
## ۲.۵- د يوې حادثې احتمال Propability of an Event

د يوې حادثې (A) احتمال د سنجش د نمونې په فضا کې د نمونې د نقاطو د احتمال د مجموعي څخه په لاس راځي چې کولاي شو د يوې حادثې د احتمال د سنجش مراحل په لاندې توگه خلاصه کړو.

## ۲.۶- د يوې حادثې د احتمال د سنجش کولو مرحلي

### Steps for Calculating Probabilities of Events

1. د تجربې تعريف، يعني هغه عميله چې د يوې مشاهدې د جوړولو لپاره په کار وړل کېږي او د مشاهدې نوعيت چې بايد په ثبت ورسېږي.
2. د نمونې د نقاطو لړليک کول.
3. د نمونې د نقاطو د احتمال په لاس راوړل.
4. په نظر کې نيول شوي حادثې کې د نمونې د نقاطو د مجموعي په لاس راوړل.
5. د حادثې د احتمال د لاس ته راوړلو لپاره د نمونې د نقاطو احتمال سره جمع کوو.



B. که چپری (د 1,3 مثال په شان) په دې تجربه کې هم د ټولو لپاره یو شان مساوي احتمالات وټاکو نو د دې کټه گوري هر جواب یو پر پنځه (1/5) یا 0.2 احتمال لري، ولي 2,3 جدول ته په کتو سره معلومېږي چې د دې سوالونو لپاره یو شان احتمال ټاکل مناسبه نه ده ځکه په دغه پنځه کټه گوريو کې حتی په تقریبي ډول هم د ځواباتو یو شان سلني (فیصدي) وجود نه لري، نو مناسبه ده چې د کلاس لپاره احتمال د هغې د سلني له مخې په لاس راوړو. چې په 3,3 جدول کې ښودل کېږي

TABLE 3.3 Sample Point Probabilities for Diversity Training Survey

| Sample Point | Probability |
|--------------|-------------|
| CPP          | .07         |
| IP           | .47         |
| SC           | .38         |
| SR           | .04         |
| O            | .04         |

C. راځي چې د B سمبول د هغه حادثې لپاره استعمال کړو چې د اساسي دلیل د زده کړې د مختلفو کورسونو لپاره د کارو بار مربوط دي. B د نمونې نقطه نه ده ځکه چې د تصنیف شوي (د نمونې نقاط) زیاتو ځوابونو څخه تشکیل شوي دي چې په 5,3 شکل کې ښودل کېږي او رابښايي چې د B د دوه نقطو (IP او SC) څخه تشکیل شوي دي د B د احتمال د پیدا کول د هغې د نمونې د نقاطو (په B کې شامل) د احتمالاتو د جمع څخه په لاس راځي.

$$P(B) = P(IP) + P(SC) = 0.47 + 0.38 = 0.85$$

D. راځي چې د NSR سمبول د هغه حادثې لپاره استعمال کړو چې ټولنیز مسوولیت د مختلف روزنیز کورسونو لپاره اساسي دلیل نه دي. نو د NSR کې د نمونې ټول نقاط په استثنا د SR شامل

دي اود احتمال يې عبارت دي د هغه ټولو نمونو د نقطو د احتمالاتو د مجموعي څخه چې په نوموړي حادثه کې شامل وي

$$P(NSR) = P(CPP) + P(IP) + P(SC) + P(O) \\ = 0.07 + 0.47 + 0.38 + 0.04 = 0.96$$

### 6-3 مثال:

تاسو یوه اندازه پانگه لري او غواړي چې د څلورو څخه په دوه تصدیو کې یې په کار واچوي په داسې حال کې چې په تقریبي ډول هره تصدی د پانگې اچونې په خاطر دیوې اندازه پانگې غوښتنه کوي. تاسو په دې نه پوهېږي چې کوم د دواړه پانگې اچونو څخه به بالاخر کامیابي ترلاسه کوي او کومې دوه به ناکامېږي. نو پدې اړه موخپرنه پیل کړه ځکه چې تاسو فکر کوي چې ستاسو خپرنې به د کامیابي د احتمال انتخاب چې کاملاً په اتفاقي ډول انتخابېږي زیات کړي او بالاخره په دوه پانگو اچونو اقدام کوي. د څلورو پانگو اچونو د جملې څخه دوه بهترینو پانگه اچونو لپاره ستاسو ټیټ ترین احتمال څه دي؟

یعنې که چپری تاسو کوم معلومات چې تاسو د خپري په وسیله راجمع کړي استعمال نه کړي او دوه تصدی په اتفاقي ډول انتخاب کړي، نو څومره احتمال دي چې تاسو به دوه کامیابي تصدی انتخاب کړي؟ او د دې څومره احتمال دي چې په انتخاب شوي تصدیو کې به یوه کامیابه وي؟ حل:

دوه کامیابي انتخاب شوي تصدی د S1 او S2 پواسطه او دوه ناکامي تصدی د F1 او F2 په واسطه ښودل کېږي. د څلورو تصدیو څخه په اتفاقي ډول د دوو انتخاب د تجربې څخه عبارت دي اود تصدیو هره مناسبه جوړه د نمونې یوه نقطه ده او د نمونې هغه شپږ نقطې چې د نمونې فضا تشکیلوي عبارت دي له

1. (S1, S2)
2. (S1, F1)
3. (S1, F2)
4. (S2, F1)
5. (S2, F2)
6. (F1, F2)

ورپسې مرحله د نمونې د نقاطو د احتمال لاس ته راوړل دي. که داسې فرض کړو چې دیوې جوړې د انتخاب احتمال د بلې جوړې د احتمال سره یو شان دي، نو د نمونې د هرې نقطې احتمال 1/6 دي. اوس لټوو چې وگورو د نمونې کومې نقطې په هغه انتخاب کې شاملېږي چې دوه تصدی



دوهم میتود چې دیوې تجربې د نمونې د نقاطو د تعداد د معلومولو لپاره په کارول کېږي ترکیبي ریاضی (combinatorial mathematics) ده. د ریاضی د اړخونو د دغسې حساب کولو لپاره د حساب خاص قواعد لري. د مثال په توګه، دلته د پنځه ټاپي نمونو د تعداد د پیداکولو لپاره چې د زر دانو له مینځه انتخابېږي یوه اسانه قاعده وجود لري چې دا قاعده د ترکیبي قاعدې (combinatorial rule) په نوم یادېږي چې په لاندې فرمول سره ښودل کېږي:

$$\binom{N}{n} = \frac{N!}{n!(N-n)!}$$

دلته  $N$  په یو جمعیت کې د عناصرو شمیر،  $n$  په نمونه کې د عناصرو شمیر او د فکتوریل علامه (1) لاندې معنی افاده کوي:

$$n! = n(n-1)(n-2)\cdots(3)(2)(1) \\ 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

(د صفر فکتوریل مساوي د یو سره دي)  
مثال

مثال ته وګوري په کوم کې چې مونږ د څلورو څخه دوه تصدیی د پانګې اچونې په توګه انتخاب کړي. د شمیر د ترکیبي قاعدې (فکتوریل) په استعمال سره معلومه کړي چې څومره مختلف انتخابه صورت نیسي.

حل: ددې مثال لپاره  $n=2$ ,  $N=4$  نولیکلای شو چې:

$$\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!2!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(2 \cdot 1)(2 \cdot 1)} = 6$$

څرنګه چې لیدل کېږي دلته د نمونې د نقاطو شمیر د هغه تعداد سره یوشان دي چې د پورتنۍ د پانګې اچونې په مثال کې په لاس راوړل شوي وو.

مثال

فرض کړي چې تاسو پلان لري په هر یو د پنځه کاروباري تصدیو کې یوشان پانګه اچونه وکړي، په داسې حال کې چې د انتخاب لپاره 20 تصدیی په اختیار کې لري چې د هغې څخه انتخاب وکړي. څومره د پنځه ټاپي مختلفي نمونې د 20 تصدیو څخه انتخابولي شي؟

حل:

په دې مثال کې  $N=20$  او  $n=5$ ، نو د 20 تصدیو څخه د 5 مختلفو نمونو داسې په لاس راوړلای شو:

کامیابې دي. دا ډول صرف د نمونې یوه نقطه د  $S1, S2$  په نوم وجود لري، نو د څلورو تصدیو څخه د دوو کامیابو تصدیو انتخاب احتمال عبارت دي له:

$$P(S1, S2) = 1/6$$

د هغه حادثې انتخاب چې حداقل یوه یې د دوو څخه کامیابه وي، په استثناء د  $(F1, F2)$  د نمونې ټول نقاط په برکې نیسي.

( $P(S1, S2) + P(S1, F1) + P(S1, F2) + P(S2, F1) + P(S2, F2) = 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 = 5/6$ )

$$P(S2, F1) + P(S2, F2) = 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 = 5/6$$

په اتفاقي ډول انتخاب کې، د دوه کامیابو تصدیو انتخاب احتمال به  $1/6$  او د دوو کامیابو تصدیو څخه حداقل د یوې د انتخاب احتمال د  $5/6$  سره برابر دي.

په تیرو مثالونو کې یو شمېر مشترک او هغه دا وو چې د هرې نمونې په فضا کې د نمونې نقاط لږ وو. نو پدې اساس د نمونې د لږو نقاطو تعریف او لیست کول اسانه کار دي. ولې کله چې د نمونې نقاط زرګونو یا ملیونو ته ورسېږي بیا څنګه کولای شو چې دغه کار کنټرول کړو. د مثال په ډول، تاسو غواړي چې د یو ګروپ (زر) کاروباري تصدیو څخه پنځه دانې انتخاب کړي، او د پنځه تصدیو هر مختلف ګروپ د نمونې د یوه نقطه تشکیل کړي. نو څرنګه کولای شي چې دې تجربې پورې مربوط د نمونې نقاط تعین کړي؟

دیوې پیچیده تجربه د نمونې د نقاطو د معلومولو لپاره د شمار کولو (counting) میتود په کارول کېږي.

د موضوع شروع د تجربې د ساده تعبیر څخه شروع کوو. د مثال په ډول، اوګوري که چېرې غواړي د شمار کولو لپاره یو تعداد لاري په کار یوسي چې د څلورو تصدیو څخه دوه انتخاب کړي (دا ټول هغه څه دي چې په 3-6 مثال کې ترسره شول). که چېرې تصدیګانې د  $V1, V2, V3$  او  $V4$  په سمبولونو وښودل شي نو د نمونې نقاط په لاندې توګه لیست کېدای شي:

$$\begin{array}{lll} (V_1, V_2) & (V_2, V_3) & (V_3, V_4) \\ (V_1, V_3) & (V_2, V_4) & \\ (V_1, V_4) & & \end{array}$$

نمونې ته پاملرنه وکړي او نور پیچیده مسایل وڅیړي یعنې د پنځه تصدیو څخه درې نمونه کړي، د نمونې نقاط تعین او ماډل مشاهده کړي او بالاخره وګوري که چېرې کولای شي قضیه په عمومي ډول استنباط کړي. شاید وکولای شي چې د زردانو د مجموعي څخه پنځه نمونو د شمار کولو او پروګرام کولو په خاطر کمپیوټر په کار یوسي.

$$\binom{20}{5} = \frac{20!}{5!(20-5)!} = \frac{20!}{5!15!}$$

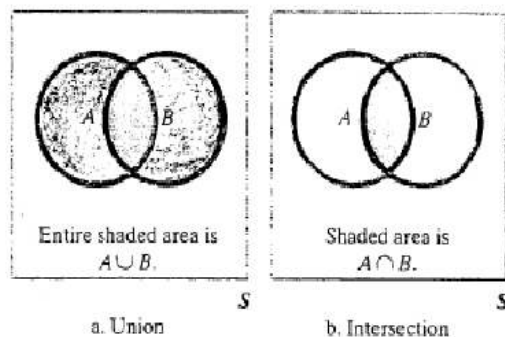
$$= \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)(15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)} = 15,504$$

د  $\binom{N}{n}$  امعني داده چې د  $N$  ترکیبي عناصرو څخه د  $n$  په تعداد په نوبت سره اخستل شوي دي چې د ډېرو حسابي قواعدو څخه یوه قاعده ده چې د ترکیبي علم د ریاضي پوهانو په وسیله مینځ ته راغلي دي. د حساب دا قاعده هغه وخت په کار وړل کېږي چې په یوه تجربه کې د  $N$  تعداد مجموعي عناصرو څخه د  $n$  تعداد عناصر (مخکي له دي چې هر عنصر انتخاب شي) انتخابېږي. که چېرې علاقه لري چې په مختلفو تجربو کې د نمونې د نقطو د انتخاب نور میتودونه زده کړي نو یوڅو د حساب کولو قواعد د  $A$  په ضمیمه کې موندلای شي.

## ۲- اتحاد او تقاطع Unions and Intersection

کېدای شي اکثره حادثې په ترکیبي ډول د دوه یا زیاتې حادثو څخه لاس ته راغلي وي. داسې حادثې د ترکیبي حادثو (compound events) په نامه یادېږي چې په دوه ډوله جوړېدای شي چې په لاندې ډول سره تعریف کېدای شي.

تعریف: د دوه حادثو  $A$  او  $B$  اتحاد که چېرې د یوې حادثې د  $A$ ،  $B$  او یا دواړه وقوع د تجربې د واحد اجراء په صورت کې واقع شي د نوموړي حادثه هم د اقع کېږي. مونږ د دوو حادثو اتحاد د  $A \cup B$  سمبول پواسطه ښایو.  $A \cup B$  کې ټول هغه حادثات شامل دي چې  $A$ ،  $B$  او یا دواړو پورې تړاو ولري (3,6a شکل کې لیدل کېږي).



تعریف: د دوه حادثو  $A$  او  $B$  تقاطع هغه وخت واقع کېږي کله چې دواړه  $A$  او  $B$  د یوې تجربې د واحد اجراء په صورت کې واقع کېږي. نوموړي حادثه هم واقع کېږي چې د  $A$  او  $B$  حادثو تقاطع د  $A \cap B$

ښودل کېږي  $A \cap B$  کې ټول هغه د نمونې نقاط شامل دي چې د  $A$  او  $B$  دواړو پورې تړاو ولري چې په پورتنۍ شکل کې ښودل کېږي.

مثال:

د گاتي د غورځولو تجربه په نظر کې ونیسي او لاندې حادثې تعریف کړي:

A: (د یو عدد جفت غورځونه)

B: (د 3 سره مساوي او ترې کوچني عدد لپاره غورځونه)

الف: د تجربې لپاره  $A \cup B$  تشریح کړي

ب: د تجربې لپاره  $A \cap B$  تشریح کړي

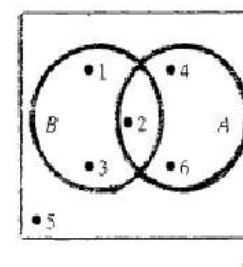
ج: د تجربې لپاره  $P(A \cup B)$  او  $P(A \cap B)$  محاسبه کړي او داسې فرض کړي چې گاتي سالم دي.

حل:

وین دیاگرام لکه په لاندیني شکل کې چې ښودل کېږي رسمو.

الف: د  $A$  او  $B$  د اتحاد حادثه، که چېرې مونږ یا یو جفت عدد، کوچني د درې یا مساوي د 3 سره یا دواړه واقع کېږي کوم چې د گاتي د غورځولو له مخې رامینځ ته کېږي دا حادثه هم رامینځ ته کېږي. په نتیجه کې، د  $A \cup B$  پورې مربوط د نمونې نقاط هغه دي چې د هغې په وسیله  $A$  واقع کېږي،  $B$  واقع کېږي یا دواړه  $A$  او  $B$  سره واقع شي. د نمونې په فضا کې د نمونې د ټولو نقاطو د پیدا کولو لپاره مونږ د  $A$  او  $B$  په اتحاد کې د ټولو نمونوي نقاطو مجموعه پیدا کوو. لکه

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$$



ب: د  $A$  او  $B$  تقاطع هغه حادثه ده که چېرې مونږ دواړه یو جفت عدد او یو عدد چې د 3 څخه کوچني او یا د 3 سره مساوي چې د یو واحد گاتي د غورځولو په نتیجه کې واقع د مشاهده لاندې ونیسو دا حادثه واقع کېږي.

د نمونې د نقطې د معلومولو لپاره چې وگورو کومو د لایلو په اساس دواړه حادثې  $A$  او  $B$  واقع شوي دي لیدل کېږي چې دغه تقاطع صرف د نمونې د یوې نقطې لرونکي ده.



$$A \cap B = \{2\}$$

چ. د بیا ویلو ورپه چې د یوې حادثې احتمال عبارت د هغه د نمونې د نقاطو د احتمالاتو څخه چې نوموړی حادثه ترې تشکله شوي وي، مونږ لرو چې:

$$P(A \cup B) = P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(6) \\ = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

او

$$P(A \cap B) = P(2) = \frac{1}{6}$$

یو بل مثال زیاتي تصدیگاني د خپلو محصولاتو د پرمخ بیولو په خاطر په مستقیم ډول د بازار موندنې په عملیاتو لاس پورې کوي چې دا عملیات په نمونوي ډول میلیونونو کورنیو ته د بریښنا لیک معلوماتو په ډول استول کېږي. د ځواب ورکونکو د ډیموگرافیکي خصوصیاتو د معلوماتو لپاره د ځوابونو اندازه په غورسره د ارزښاتي لاندې نیول کېږي.

سوالونو ته د ځواب ویلو د تمایلاتو د مطالعې په اساس تصدیگاني بهتره کولای شي چې د راتلونکي په خاطر د بریښنا لیکونو لپاره د جامعي هغه برخه تعین کړي چې د هغوی د محصولاتو د خریداري احتمال په کې زیات وي.

فرض کړي چې د بریښنا لیکونو په اساس د فرمایشاتو توزیع کوونکي وروستني بریښنا لیکونه تحلیلوي. دا باور وجود لري چې د ځوابونو احتمال د خلکو د عاید د سطحې او عمر پورې اړه لري چې د ټولو ځواب ورکونکو سلسلې یې چې د بریښنا لیکونو په واسطه رسیدلي دي د عمر او عاید په اساس صنف بندي شوي دي چې په 3-4 جدول کې ښودل کېږي.

TABLE 3.4 Percentage of Respondents in Age-Income Classes

| Age       | Income    |                   |           |
|-----------|-----------|-------------------|-----------|
|           | <\$25,000 | \$25,000-\$50,000 | >\$50,000 |
| < 30 yrs  | 5%        | 12%               | 10%       |
| 30-50 yrs | 14%       | 22%               | 16%       |
| > 50 yrs  | 8%        | 10%               | 3%        |

لاندې حادثات تشریح کړي

A. (د یو ځواب ورکونکي عاید د 50000 ډالرو څخه زیات دي)

B. (د یو ځواب ورکونکي عمر 30 یا د 30 څخه زیات دي)

a.  $p(A)$  او  $P(B)$  پیدا کړي

b.  $P(A \cup B)$  پیدا کړي

c.  $P(A \cap B)$  پیدا کړي

حل:

د حادثاتو د احتمالاتو د سنجولو لپاره لاندې مراحل په نظر کې نیول کېږي. اول په یاد باید ولرو چې د بریښنا لیک لپرونکو اصلي هدف د ځواب ورکونکو د عاید او عمر مشخص کول دي. ددې کار کولو لپاره مونږ تجربه دیو انتخاب شوي عنوان چې د ټولو ځواب ورکونکو د مجموعي څخه یو ځواب ورکونکي عمر او عاید په داسې ډول تعریف کوو او مشاهده کوو چې د نوموړي عمر او عاید په کوم کلاس کې قرار لري. د نمونې نقاط د عمر او عاید د 9 مختلفو صنفونو څخه تشکیل شوي دي.

$$E_1: \{<30 \text{ yrs.}, <\$25,000\} \quad E_2: \{<30 \text{ yrs.}, \$25,000-\$50,000\} \quad E_3: \{<30 \text{ yrs.}, >\$50,000\} \\ E_4: \{30-50 \text{ yrs.}, <\$25,000\} \quad E_5: \{30-50 \text{ yrs.}, \$25,000-\$50,000\} \quad E_6: \{30-50 \text{ yrs.}, >\$50,000\} \\ E_7: \{>50 \text{ yrs.}, <\$25,000\} \quad E_8: \{>50 \text{ yrs.}, \$25,000-\$50,000\} \quad E_9: \{>50 \text{ yrs.}, >\$50,000\}$$

ورپسې، د نمونې د نقاطو احتمالات په لاس راوړو. که چېرې په پټو سترگو یو د ځواب ورکونکو څخه انتخاب کړو، نو د هغې احتمال د هغې د عمر او عاید په تناسب یا د نسبي فریکونسي په اندازه د ځواب ورکونکو په صنف بندي کې قرار لري چې دا تناسب د سلسلو په ډول په 3، 4 جدول کې ښودل کېږي.

$P(E_1)$  د عمر او عاید په کلاس کې د ځواب ورکونکو نسبي فریکونسي

$$P(E_1) = \{<30 \text{ yrs.}, <\$25,000\} = .05$$

$$P(E_2) = .14$$

$$P(E_3) = .08$$

$$P(E_4) = .12$$

$$P(E_5) = .22$$

$$P(E_6) = .10$$

$$P(E_7) = .10$$

$$P(E_8) = .16$$

$$P(E_9) = .03$$

شاید ثبوت کړي چې د نمونې د نقطو مجموعي احتمال باید (1) سره مساوي وي.

a.  $P(A)$  د پیدا کولو لپاره د A په حادثه کې د موجودو نمونوي نقاطو مجموعه په لاس راوړو. څرنگه چې A داسې ( $>\$50,000$ ) تعریف شوي دي چې د 3، 4 جدول په اخر ستون کې ښودل کېږي.

چې د A حادثه د درې نمونې نقاطو درلودونکي دي په لفظي ډول، د A حادثه د عايد د  $\{50000 >\}$  او د ټول عمر په درې صنفونو کې شامل ده او د A حادثې احتمال د A په حادثه کې د نمونې د نقاطو د احتمالاتو د مجموعې څخه عبارت دي:

$$P(A) = P(E_7) + P(E_8) + P(E_9) = .10 + .16 + .03 = .29$$

په همدې ترتیب،  $B = \{\geq 30 \text{ yrs}\}$  د نمونې د شپږ نقطو لرونکي دي چې د 3-4 جدول په دویم او دریم قطار کې وجود لري.

$$P(B) = P(E_2) + P(E_3) + P(E_5) + P(E_6) + P(E_8) + P(E_9) \\ = .14 + .08 + .22 + .10 + .16 + .03 = .73$$

b. د A او B د حادثو اتحاد، په AUB په حادثه کې د نمونې ټول نقاط که هغه د A سره یا B سره او یا دواړو پورې مربوط وي شامل دي. د A او B په اتحاد کې ټول هغه ځواب ورکونکي شامل دي چې عايد يې د 50000 څخه زیات او عمري يې 30 او یا د 30 څخه زیات وي چې دا ټولي نقطې د 3,4 جدول په دریم کالم یا په اخري دوه قطارونو کې پیدا کولای شي نو په دې ترتیب:

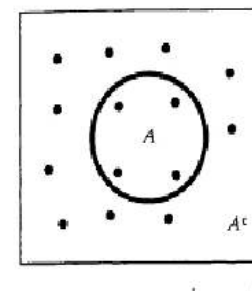
$$P(A \cup B) = .10 + .14 + .22 + .16 + .08 + .10 + .03 = .83$$

c. د a او b د حادثې تقاطع، يعني  $A \cap B$  حادثه کې ټول هغه د نمونې نقاط شامل دي چې دواړه A او B يې په برکې نيسي. (يعني د نمونې هغه نقاط چې د A او B په مینځ کې مشترک وي). د A او B تقاطع کې ټول هغه ځواب ورکونکي شامل دي چې عايد يې د 50000 څخه زیات او عمري يې 30 او یا زیات وي چې د ا د نمونې نقاط د 3,4 جدول په دریم ستون او په اخري دوه قطارو کې پیدا کېږي په دې ترتیب:

$$P(A \cap B) = .16 + .03 = .19$$

### مکملې حادثې COMPLEMENTARY EVENTS

د حادثاتو د احتمال د سنجولو لپاره یو ډېر کتور مفهوم د مکمل حادثاتو څخه عبارت دي. 7,3 تعریف: د A حادثې مکملتیا هغه حادثه ده چې دهغې واقع کیدل د بلې د واقع کیدو پورې اړه ونه لري. يعني د نمونې هغه نقاط په برکې نيسي چې د A په حادثه کې شامل نه وي چې مونږ د A د حادثې پشپرتیا په  $A^c$  سره ښایو.



د A حادثه د نمونې د نقاطو د یوې مجموعه ده چې په هغې کې د  $A^c$  د نمونې د نقاط نه شاملېږي چې په 3,8 شکل کې ښودل کېږي. په یاد ولري چې د A او  $A^c$  د نمونې د نقاط د S د نمونې نقاط تشکیلوي په داسې حال کې چې A او  $A^c$  یو په بل کې مشترک نقطه نه لري. د دې ځایه پوهیږو چې د یوې حادثې احتمالات او د هغې د مکملې (complement) مجموعه د 1 سره باید مساوي وي.

### ۲.۹- د مکملو حادثاتو د احتمالاتو د جمع حاصل

#### Summing Probabilities of Complementary Events

د مکملو حادثاتو د احتمالاتو د جمع حاصل د 1 سره مساوي وي. يعني

$$P(A) + P(A^c) = 1.$$

په زیاتو احتمالي مسائلو کې په نظر کې نیول شوي مکملې حادثې د احتمال سنجول پخپله د هغه حادثې د احتمال د سنجش په نسبت آسانه وي داځکه چې

$$P(A) + P(A^c) = 1$$

ددې رابطې څخه په استفاده کولای شو چې  $P(A)$  سنجش کړو.

$$P(A) = 1 - P(A^c).$$

11-3 مثال: د دوو سالمو سکرو د غورځولو تجربه په نظر کې ونیسي. د مکمل رابطې څخه په استفاده د A حادثه (حد اقل د یو شیر مشاهده) سنجش کړئ. حل: پوهیږو چې د A حادثه (حد اقل د یو شیر مشاهده) کې لاندې د نمونې نقاط نغښتي دي:  $A: \{HH, HT, TH\}$

د A مکمله حادثه کله چې د هغې په واقع کیدو سره د A حادثه واقع نه شي. نو

$$A^c: \{TT\}$$

دا مکملې (complementary) د رابطې په 3,9 شکل کې ښودل کېږي او داسې فرض شوي دي



## د احتمال د جمع کولو قاعدي Additive Rule of Probability

د دوو حادثو یعنی A او B د اتحاد احتمال د دې حادثو د احتمال د جمع حاصل منفي د A او B د حادثو تقاطع څخه په لاس راځي.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

12-3 مثال: د یوروغتون د مریضانو ثبت بنائي چې 12% د مریضانو څخه د جراحي تاداوي لپاره، 12% د زایمان د تاداوي په خاطر او 2% د دواړو د جراحي او زایمان تاداويو لپاره داخل شوي دي. که چېرې نوي مریض په روغتون کې داخلېږي، څومره احتمال دي چې نوموړي مریض به د جراحي، زایمان او یا دواړو لپاره داخلېږي؟ د ځواب د موندلو لپاره د احتمال د جمع د قاعدي څخه استفاده وکړي.

حل: لاندې حادثات په نظر کې ونیسي.

A: (مریض چې د جراحي د تاداوي په خاطر په روغتون کې داخل شوي وي)

B: (مریض چې د زایمان د تاداوي په خاطر په روغتون کې داخل شوي وي)

د ورکړل شوي فرمول په اساس،

$$P(A) = 0.12$$

$$P(B) = 0.16$$

او د هغه حادثې احتمال چې مریض د دواړو یعنی جراحي او زایمان لپاره داخل شوي دي

$$P(A \cap B) = 0.02$$

هغه حادثه چې مریض یا د جراحي، د زایمان او یا دواړو لپاره داخل شوي وي چې د AUB د اتحاد څخه عبارت دي چې د AUB احتمال د احتمال د جمع د قاعدي (additive rule of probability) څخه په استفاده لاس ته راوړلای شو لکه:

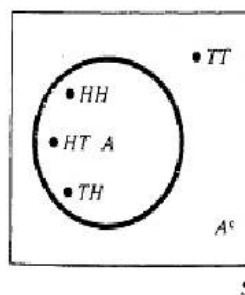
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = .12 + .16 - .02 = .26$$

یعني 26% د ټولو مریضانو چې په روغتون کې د جراحي تاداوي لپاره، د زایمان د تاداوي او یا دواړو لپاره قبول شوي دي.

د A او B دواړو حادثاتو په مینځ کې یوه خاصه رابطه وجود لري، کله چې A و B د نمونې کومه نقطه ونلري، نو په دې وخت کې مونږ A او B حادثه د ناسازگارو حادثاتو (mutually exclusive events) په نوم یادوو.

3, 8 تعریف

چې سکه منظمه ده



$$P(A^c) = P(TT) = \frac{1}{4}$$

او همدارنګه

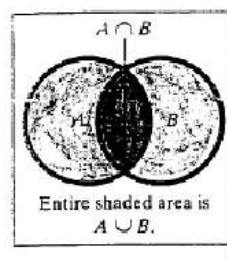
$$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

## ۶.۱۰- د جمع قاعده او نا سازگار حادثات

## THE ADDITIVE RULE AND MUTUALLY EXCLUSIVE EVENTS

په 2, 3 برخه کې مو لیدل چې تعین کړو کوم د نمونې تقاطع په یو اتحاد کې شامل دي او څرنگه د یو اتحاد احتمال په هغه کې د شاملو نمونې تقاطع د احتمال د جمع کولو څخه په لاس راوړو. همدارنګه ممکنه ده چې د دوو اتحادي حادثو احتمال د احتمال د جمع د قاعدي (additive rule of probability) څخه په استفاده لاس ته راوړو.

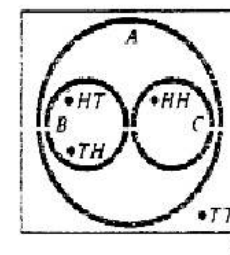
اکثره وخت د دوو حادثو اتحاد د زیاتو نمونې تقاطع درلودونکي وي. څرنگه چې اتحاد هغه وخت واقع کېږي کله چې یوه یا دواړه د هغه پورې مربوط حادثات واقع شي. وینډیاګرام (venn diagram) (شکل 3, 10) ته په کتو سره د A او B حادثو اتحاد لیدلای شي چې د هغوی اتحاد د دواړو حادثو یعنی P(A) او P(B) د جمع کولو او A و B د منفي کولو څخه لاس ته راځي. نو د دې لپاره، د دوو اتحادي حادثو احتمال د سنجولو لپاره یو فرمول چې په لاندې بکس کې ښودل کېږي.



په داسې حال کې چې BMC د نمونې هیڅ یوه نقطه په برکې نه نیسي چې په 12,3 شکل کې ښودل کېږي. پس لهذا B او C حادثې سازگار یا mutually exclusive حادثې دي. لکه

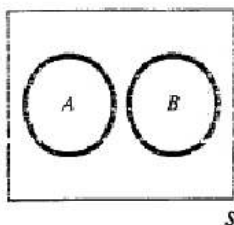
$$P(A) = P(B \cup C) = P(B) + P(C) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

څرنگه چې د دوه سیکو د غورځولو پورتنی مثال ډېر ساده دی، خو دامونږ ته راښايي چې که چیرې د حادثاتو سره په لفظي ډول دا عبارت (حد اقل) یا (حد اکثر) نود ناسازگار حادثاتو لپاره ډېر کتوري دي. ددې عبارتو استعمال مونږ په دې قادروي چې د احتمالاتو د جمع دقاعدي له لاري د ناسازگار حادثاتو احتمال په لاس راوړو.



د A او B حادثات هغه وخت ناسازگار (mutually exclusive) حادثې وي. کله چې  $A \cap B$  حادثه د نمونې هیڅ یو نقطه احتوا نکړي. یعنې په دې شرط چې د A او B حادثه هیڅ یوه مشترکه نقطه ونلري.

3, 11 شکل په یو وین ډیاگرام کې دوه ناسازگار حادثې ښودل کېږي. چې دواړه د A او B کومه مشترکه نقطه نلري او همدارنگه A او B دواړه حادثې په یو وخت نه واقع کېږي. نو  $P(A \cap B) = 0$  په اړه مونږ مهمې رابطې لرو چې په لاندې بکس کې ښودل کېږي.



### د دوو ناسازگار حادثو د اتحاد احتمال

#### Probability of tow Mutually Exclusive events

که چیرې دوه حادثې A او B ناسازگار حادثې وي. نو ددې دواړو حادثو د اتحاد احتمال د A او B حادثو د احتمالاتو د مجموعې څخه لاس ته راځي. نو

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

خبرداري، که چیرته دوه حادثې ناسازگار نه وي نو په هغه وخت پورته فرمول درست نه دي او په هغه وخت کې چې دوه حادثې سازگار (nonmutually exclusive) وي نو د احتمال د جمع د قاعدي څخه استفاده کول درته ضروري دي. مثال:

د دوه سالمو سیکو د غورځولو تجربه په نظر کې ونیسي. حداقل د یو شیر د مشاهدې احتمال په لاس راوړي.

حل: دا حادثات تعریف کړي

A: (حداقل د یو شیر مشاهده)

B: (واقعاً د یو شیر مشاهده)

C: (واقعاً د دوو شیرونو مشاهده)

$$A = B \cup C$$

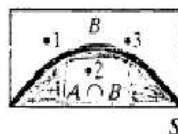
په یاد ولري، چې

### ۱۱.۲ شرطیه احتمالات CONDITIONAL PROBABILITY

هغه احتمالات، چې د حادثاتو د واقع کیدو نسبي فریکونسي یې په هغه وخت کې چې تجربه په زیاده اندازه تکرار شي، د بحث لاندې مو ونیول دغه ډول احتمالات د غیر شرطیه (unconditional probabilities) په نوم یادېږي، ځکه چې هیڅ ډول شرط ددې ډول احتمالاتو لپاره نه وي فرض شوي مگر هغه شرایط چې د تجربې یو اسطه تعریف شوي وي. په دې ترتیب، اکثره مونږ زیات علم لرو چې ممکنه ده چې د یوې تجربې د نتایجو احتمال متاثره کړو، او اړتیا لرو چې د نظرونو حادثه تعدیله کړو.

هغه احتمال چې دا ډول زیات علم منعکس کړي د حادثې د شرطیه احتمال (conditional probability) په نوم یادېږي. د مثال په ډول، ومولیدل چې د یو جفت عدد د مشاهدې احتمال (د A حادثه) د یو مناسب ګاټي د غورځولو په وخت کې  $\frac{1}{2}$  دي. بلکې فرض کړي هغه معلومات چې مونږ ته راکړل شوي چې د یو مشخص غورځولو په نتیجه کې یو عدد چې د 3 څخه کوچني او یا د درو سره مساوي وي په لاس راځي (3 حادثه). آیا اوس هم د هغه ګاټي د غورځولو په صورت کې د یو جفت عدد د مشاهدې احتمال د  $\frac{1}{2}$  سره مساوي دي؟ نه داسې نه ده، ځکه چې د یوې فرضیې په توګه که B واقع شي د نمونې فضا د شپږو نقطو څخه درې نقطو ته راګوزوي (په دې معنی چې هغه د B په حادثه کې شاملېږي) چې دا د نمونې د فضا کموالي په 13,3 شکل کې ښودل کېږي.





ځکه چې د گاتي د غورځولو په تجربه کې د نمونې نقاط یو شان احتمال لري، او د کمي شوي نمونې فضا پورې مربوط هریو د نمونې نقاط یو شان شرطي احتمال  $1/3$  تعیین شوي دي. څرنګه چې صرف جفت عدد د هغه درې عددونو څخه چې د نمونې فضا B یې کېږد موندلای وو 2 عدد وو.

نوددي ځایه نتیجه اخستلای شو چې د A واقع کیدو احتمال په هغه وخت کې چې B واقع شوي وي  $1/3$  دي. نو د A حادثې احتمال کله چې B حادثه واقع شي د ښودلو لپاره  $P(A/B)$  سمبول استعمالوو. نو د گاتي د غورځولو د مثال لپاره لیکو چې:

$$P(A/B) = 1/3$$

نو د A حادثې د احتمال د لاس ته راوړلو لپاره کله چې B حادثه واقع شي لاندې عملیه اجراء کوو، د A حادثې احتمال هغه برخه چې د تنقص شوي نمونې فضا B په مینځ کې قرار لري یعنی  $P(A \cap B)$  پر ټولي تنقص شوي نمونې په مجموعي احتمال باندې یعنی  $P(B)$  باندې تقسیموو. نو، د گاتي د غورځولو په مثال د A په حادثه کې (د یو جفت عدد مشاهده) او د B په حادثه کې (د هغه عدد مشاهده چې د 3 یا درو سره وي) نو پیدا کوو چې:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(2)}{P(1) + P(2) + P(3)} = \frac{1/3}{1} = \frac{1}{3}$$

په عمومي صورت سره  $P(A/B)$  فرمول صدق کوي.

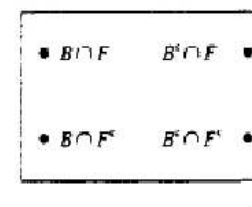
### د شرطیه احتمال فرمول Conditional Probability Formula

د شرطیه احتمال د پیدا کولو لپاره په هغه وخت کې چې د A حادثه واقع شي په هغه وخت کې چې د B حادثه ورکړل شوي وي، د A او B دواړو حادثو د واقع کیدو احتمال د B حادثې د واقع کیدو په احتمال باندې ویشو. نو لیکلای شو چې:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

(د لته فرض کوو چې  $P(B) \neq 0$ )

د افرمول د  $P(A/B)$  احتمال په خپل اصلي ارزش د نمونې په ټوله فضا (S) کې د شرطیه احتمال سره په هغه فضا کې چې تنقص شوي ده B تنظیموي. که چېرې په ټوله نمونې فضا کې د نمونې د نقاطو احتمال یو شان وي نو نوموړي فرمول به په تنقص شوي فضا کې د نمونې د نقاطو لپاره یو شان احتمال ټاکي. لکه د گاتي د غورځولو په تجربه کې، د بل اړخه، که چېرې د نمونې نقاط یو شان د احتمال اندازه ونلري نو نوموړي فرمول به شرطیه احتمالات د ټولي نمونې فضا په تناسب تعینوي چې دا مطلب په لاندې مثال کې په اسانۍ سره واضح کېدای شي.



مثال:

داسي فرض کړي چې تاسو د خاوري دورلو د یوې لويې برخې د تجهیزاتو د خرڅلاو احتمال په لاس راوړي، یو احتمالي مشتري په اړیکه کې دي. راځي چې د F توري د هغه حادثې لپاره چې مشتري د دغه جنس د اخستلو لپاره کافی پیسې (یا کرډیت) لري استعمال کړو او  $F \cap C$  (هغه حادثه چې مشتري د دغه جنس د اخستلو لپاره لازم مالي توان نه لري) تکمیلونکي دي. همدا شان، B هغه حادثه ده چې مشتري ددي ارزو لري چې نوموړي جنس لاس ته راوړي او  $B \cap C$  د B حادثې تکمیلونکي دي. نوموړي تجربه د نمونې څلور نقاط لري چې په پورتنۍ شکل کې ښودل کېږي چې احتمالات یې په 5,3 جدول کې ورکړل شوي دي.

د نمونې د نقاطو څخه په استفاده د یو مشتري د اخستلو احتمال پیدا کړي په دي شرط چې نوموړي ددي توان لري چې اجناس راوینسي.

حل:

داسي فرض کړي چې د خپلو تولیداتو د خرڅلاو لپاره مویوه لویه مجموعه د مشتریانو په نظر کې نیولې ده او بیا ددي مجموعي څخه یو مشتري په اتفاقي ډول انتخابوي ددي احتمال چې انتخاب شوي مشتري به تولیدات راوینسي څومره دي؟

ددي لپاره چې مشتري تولیدات راوینسي، اړینه ده چې مشتري مالي توان ولري او د رانیولو خواش یې هم ولري چې دا احتمالات په لاندیني جدول کې لاندې (To buy, B) او ورپسې (Yes, F) یا

$P(A/B) = 0.2$  سره مطابقت کوي چې دا  $B \cap F$  حادثې د غیرشرطي احتمالاتو (unconditional

څرنگه چې انتظار لرو، چې ددې احتمال چې مشتری به خریداري وکړي په هغه صورت کې چې د رانیولو مالي توان یې ولري ددې غیرشرطي احتمال څخه چې دیو مشتری انتخاب چې هغه به خریداري وکړي زیات دي.

په 14,3 مثال کې د شرطي احتمال فرمول د  $B \cap F$  حادثې لپاره په تنقص شوي نمونې فضا کې احتمال ټاکه چې د نوموړي حادثې د هغه احتمال سره متناسبه دي چې په ټوله نمونې فضا کې موجود و. ددې کار د لیدلو لپاره په یاد ولري چې، په تنقص شوي نمونې فضا دوه نمونې نقطې  $(B \cap F)$  و  $(B^c \cap F)$  هم په ټوله نمونې فضا (S) کې په ترتیب سره 0.2 او 0.1 احتمال لرونکي دي، ذکر شوي فرمول په تنقص شوي نمونې فضا F کې ددې نقطو لپاره شرطي احتمالات 2/3 او 1/3 تعیینوي، نو شرطي احتمال د نمونې نقاطو د احتمال د اصلي ارزش په تناسب سره 2 او 1 په خپل ځای پاتې کېږي.

مثال د فلورال تجارتي کمپسیون (FTC) دمصرف کوونکو د کالیو په هکله د هغوی شکایاتو د څیړنې په منظور د پر شمیر تولیدونکي د هغوی د تولیداتو د کیفیت په ارتباط په نظر کې نیولي دي. د اشیخزخاني د برقي ظروفو یو تولیدونکي په زیاته پیمانه د مصرف کوونکو شکایات د تحلیل او ارزښتي لاندې نیولي دي چې په شپږو کته گوریو یې چې په 6,3 جدول کې ښودل کېږي تقسیم کړي دي.

که چېرې د یو مشتری شکایات لاس ته راغلي وي، څومره احتمال لري چې د نوموړي د شکایت علت به د تولید خراشیدګي وي په دې شرط چې ذکر شوي شکایت د گرینټي په موده کې مینځ ته راغلي وي.

حل: راځي چې د A توري د هغه حادثې لپاره چې د شکایت علت د تولید خراشیدګي ده استعمال کړو او B ددې حادثې څخه نمائنده ګي کوي چې شکایت د گرینټي په موده کې مینځ ته راغلي وي. 6,3 جدول ته په کتو سره گوري چې  $63\% = (18 + 13 + 32)\%$  شکایات د گرینټي په موده کې مینځ ته راغلي دي. په دې اساس  $P(B) = 0.63$ .

د هغه شکایاتو فیصدي چې د هغې سبب خط افتادګی وي او د گرینټي په موده کې واقع شوي وي (د  $A \cap B$  حادثه) چې 32% کېږي. په دې اساس:

$$P(A \cap B) = 0.32$$

probability په نوم یادېږي.

جدول: دمصرف کوونکي د رانیولو تمایل او د هغې د مالي توان احتمال

| مالي توانايي       | تمایل     |                            |
|--------------------|-----------|----------------------------|
|                    | To Buy, B | Not to Buy, B <sup>*</sup> |
| Yes, F             | 2         | 4                          |
| No, F <sup>*</sup> | 4         | 3                          |

دېل اړخه، فرض کړي، هغه مشتری چې انتخاب شوي دي د مالي لحاظه ددې توانايي لري چې تولیدات راو نیسي. اوس تاسو هغه احتمال گوري چې مشتری به خریداري وکړي په دې شرط چې نوموړي مشتری به د تادیي لپاره مالي توان ولري. دا احتمال، (د B شرطي احتمال په هغه وخت کې چې F واقع شوي وي چې د  $P(B/F)$  سمبول پواسطه ښودل کېږي) صرف د نمونې په هغه نقاطو کې چې په تنقص شوي نمونې فضا کې وجود لري چې د  $B \cap F$  و  $B^c \cap F$  نمونې نقاطو لرونکي دي په نظر کې نیولو څخه لاس ته راځي یعنې د نمونې هغه نقاط چې نوموړي مشتری په مالي توانايي سره کولای چې تولیدات راو نیسي، چې دا فرعي فضا په لاندې شکل کې نشاني شوې ده د شرطي احتمالاتو د تعریف څخه لرو چې:

$$P(B|F) = \frac{P(B \cap F)}{P(F)}$$

|                   |                      |
|-------------------|----------------------|
| • $B \cap F$      | • $B^c \cap F$ •     |
| (Buy, finance)    | (No buy, finance)    |
| • $B \cap F^c$    | • $B^c \cap F^c$ •   |
| (Buy, no finance) | (No buy, no finance) |

S

چې دلته  $P(F)$  د  $B \cap F$  او  $B^c \cap F$  پورې مربوط دوه نمونې نقطو د احتمالاتو د جمع حاصل څخه عبارت دي چې په 5,3 جدول کې ښودل کېږي پس

$$P(F) = P(B \cap F) + P(B^c \cap F) = 2 + 4 = 6$$

او شرطیه احتمال چې مشتری به تولیدات را نیسي په هغه صورت کې چې مالي توانايي ولري عبارت دي له

$$P(B|F) = \frac{P(B \cap F)}{P(F)} = \frac{2}{6} = .33$$



TABLE 3.6 Distribution of Product Complaints

| Complaint Origin        | Reason for Complaint |            |            | Totals |
|-------------------------|----------------------|------------|------------|--------|
|                         | Electrical           | Mechanical | Appearance |        |
| During Guarantee Period | 18%                  | 13%        | 32%        | 63%    |
| After Guarantee Period  | 12%                  | 22%        | 3%         | 37%    |
| Totals                  | 30%                  | 35%        | 35%        | 100%   |

ددی احتمالی ارزینتونو په استعمال سره کولای شو چې د  $P(A/B)$  لپاره شرطیه احتمال سنجش کړو په داسې حال کې چې د شکایت علت یې خط افتادګي ده خو په دې شرط چې شکایت د ګرینټي په موده کې واقع شوي دي.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{.32}{.63} = .51$$

په نتیجه کې، لیدلای شو چې د نیمایي څخه لږ زیات شکایات د ګرینټي په موده کې واقع شوي دي ځکه چې د پخلنځي وسایل کېدای شي چې ګریدلې، غاښ غاښ شوي او یا د نورو نواقص له امله په ښه شوي وي.

په وروستي څپرکو کې به وګوري چې شرطیه احتمالات په احصائیوې کړنو کې مهم رول لوبوي د مثال په ډول، کېدای شي چې د یو مشخص سهم د احتمال سره چې په راتلونکي کال کې 10% ګټه ولري علاقه مند اوسو او کېدای شي ددې احتمال د لاس ته راوړلو لپاره د سهم د تیر حالت او یا د اوسني اقتصادي وضعیت د معلوماتو څخه استفاده وکړو. سره له دې، کېدای شي چې احتمال مو په کلي ډول هغه وخت بدلون ومومي که چېرې داسې فرض کړو چې ناخالص داخلي تولید (GDP) به راتلونکي کال ته د 10% په اندازه زیات شي. نویا په دې وخت کې د شرطیه احتمال فرض کوو او وایو (اسهام مو په راتلونکي کال کې 10% ګټه لاس ته راوړي په دې شرط چې په همدې کال ناخالص داخلي تولید GDP د 10% په اندازه زیاتوالی ومومي). نو په دې اساس د هرې حادثې احتمال سنجش که داسې فرض شي چې بله حادثه همزمان ورسره واقع کېږي شوي ده نو ددې ته شرطیه احتمال conditional probability ویل کېږي.

## ۱۲.۲ - د ضرب قاعده او مستقلى حادثې

### The Multiplicative Rule and Independent Events

د دوه تقاطع حادثو د احتمال د سنجولو لپاره د ضرب د قاعده څخه استفاده کېږي چې د شرطیه احتمال معنی لري کوم چې مو په تیره برخه کې تعریف کړ. او همدارنګه په یوه برخه مو د A شرطیه

احتمال په هغه وخت کې چې B واقع شوي وي د سنجولو یو فرمول په کار واچو چې عبارت دي له

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

که چېرې ددې فرمول دواړه خواوي په (B) کې ضرب شي نو د A او B حادثو تقاطع احتمال فرمول تري په لاس راځي چې دې قاعدې ته د احتمال د ضرب قاعده (multiplicative Rule of Probability) ویل کېږي. نو لیکلای شو چې:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$$

په هم دې ترتیب

$$P(A \cap B) = P(B)P(A|B)$$

16-3 مثال د غنمو یو پانګه اچونکي په راتلونکي کې د لاندې حادثاتو سره مخ کېږي

B: (په راتلونکي کال کې به د متحده ایالاتو د غنمو حاصل ګټور وي)

A: (په راتلونکي کال کې به یوه سخته وچکالي واقع کېږي)

د موجودو معلوماتو پر بنسټ پانګه اچونکي یقین لري چې، 0.01 احتمال ددې شته چې د غنمو حاصل به ګټور وي په داسې حال کې (فرضا) چې یوه سخته وچکالي به هم په دې کال واقع وي او ددې قسم وچکالی د واقع کیدو احتمال 0.05 دي. یعنې

$$P(B|A) = .01 \text{ and } P(A) = .05$$

د تهیه شوي معلوماتو په اساس، څومره احتمال لري چې سخته وچکالی به واقع شي او ګټه هم لاس ته راغلي وي؟ یعنې  $P(A|B)$  پیدا کړي، د A او B حادثو د تقاطع احتمال په لاس راوړي حل: مونږ  $P(A|B)$  پیدا کول غواړو، د ضرب د قاعدې د فرمول څخه په استفادې سره لرو چې

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = (.05)(.01) = .0005$$

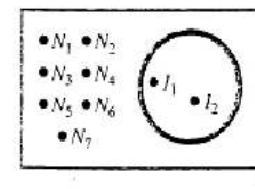
هغه احتمال چې یو سخته وچکالي به واقع او د غنمو حاصل به ګټور وي عبارت له 0.0005 څخه دي. کېدای شي قبوله کړو چې ددې حادثو تقاطع نادره واقع کیدونکي ده.

اکثره تقاطع د نمونې د یو څو نقطو لرونکي وي نو په دې حالت کې د تقاطع د احتمال سنجول اسانه کار دي چې د نمونې د نقاطو د احتمالاتو د مجموعي څخه لاس ته راځي.

کله چې تقاطع د نمونې د څو نقاطو لرونکي وي (لکه په لاندې مثال کې ښودل کېږي) نو د تقاطع د احتمال د سنجولو فرمول زیات ارزښت لري.

17-3 مثال: دیو هیواد د هوساینې اداره غواړي چې لس کسه کارمندان د کوپون د غذا د ترلاسه کولو سره د مرکي په موخه استخدام کړي. په اګاهانه ډول، مربوطه سوپرویزان د غیرقانوني

د شرطیه احتمال د پیدا کولو لپاره  $P(B/A)$  اړینه ده چې د نمونې فضا  $S$  تعدیل کړو. څرنگه چې پوهیږو  $A$  واقع شوي ده یعنې اولني انتخاب شوي کارمند ( $I_3$ ) چې د بخشش یو غیر قانوني ویشنه یې ترسره کړي ده په دې صورت کې د 9 کسو څخه صرف دوه کسه کارمند چې د بخشش یو غیر قانوني ویشنه یې ترسره کړه د نمونې په فضا کې پاتې کېږي. نو د دې نوي نمونې فضا ( $S$  ضبر) وین دیا گرام په 17,3 شکل کې ښودل کېږي چې د نمونې دا نهه واړه نقاط دیوشان احتمال لرونکي دي.



نوپه دې اساس د هرې نقطې لپاره  $1/9$  احتمال تعینولای شو. څرنگه چې د  $(B/A)$  حادثه د  $(I_1, I_2)$  نمونې نقطې لري. نوموړې لرو چې:

$$P(B|A) = P(I_1) + P(I_2) = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{2}{9}$$

په عوض د  $P(A) = 3/10$  او  $P(B/A) = 2/9$  د ضرب د قواعدو په فرمول کې لرو چې:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = \left(\frac{3}{10}\right)\left(\frac{2}{9}\right) = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$$

نوپه دې اساس، 1 په 15 کې چانس وجود لري چې هغه دوه کسان چې د سوپروایز په وسیله انتخاب شوي دي کوم چې د کوپون بخشش غذا په غیر قانوني ډول توزیع کړي ده. د نمونې د فضا طریقه د هغه مشکلاتو د حل یو اخی لار ده چې په 17,3 مثال کې ذکر شوه، یو بل میتود چې د دې په ځای په کارورل کېږي د شجر دیاگرام (tree diagram) څخه عبارت دي چې د تقاطع د احتمال د سنجولو په خاطر په کارورل کېږي. د تمثیلولو لپاره یې 17,3 مثال په 18,3 شکل کې ښودل کېږي.

شجره (ونه) د منتها څخه د چپي خوا په طرف د دوه څانگو په لرلو شروع کېږي چې دا دواړه څانگي د اولني انتخاب شوي سري لپاره دوه ممکنه نتایج  $N$  (هیڅ غیر قانوني ویشنه) او  $A$  (غیر قانوني ویشنه) څخه نمائینده گي کوي. د هرې نتیجې لپاره غیر شرطی احتمال (د قوس په داخل کې) د څانگي د پاسه د هغې په تناسب ورکړل شوي دي. یعنې د اولني انتخاب شوي کارگر لپاره  $P(N) = 7/10$  او  $P(A) = 3/10$  (دا ارقام کولای شو چې د نمونې د نقاطو د احتمالاتو د جمع کولو څخه لکه په 17,3 مثال کې په لاس راوړو).

د شجر دیاگرام (tree diagram) ورپسې برخه (په ښي طرف حرکت) د دوهم انتخاب شوي کارگر

تقسیماتو د تصفیې په موخه د دوه کارمندانو پواسطه ډکي شوي فورمي په اتفاقي ډول انتخابوي، د سوپروایز څخه په پټه دري کسه کارمندانو په غیر قانوني ډول د بخشش غوښتونکو ته په غیر قانوني ډول ویش کړي دي.

څومره احتمال لري چې هغه دوه انتخاب شوي کارمندانو به په غیر قانوني ډول ویش کړي وي؟ حل: لاندې دوه حادثې تعریف کړي.

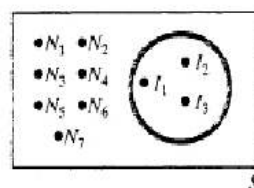
A: (هغه کارمند چې اول انتخاب شوي دي غیر قانوني ویش یې کړي دي)

B: (هغه کارمند چې دوهم انتخاب شوي دي غیر قانوني ویش یې کړي دي)

مونږ غواړو چې د هغه حادثې احتمال پیدا کړو چې دوه انتخاب شوي کارمندانو غیر قانوني ویش کړي وي. دا حادثه کېدای شي په دې ډول بیا بیان کړو لکه (اولني کارمند د بخشش یو غیر قانوني ویش کړي او دوهم کارمند غیر قانوني ویش کړي دي). نو غواړو چې د  $A \cap B$  د تقاطع احتمال په لاس راوړو. د ضرب د قاعدې په عملي کولو سره لرو چې:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$$

د  $P(A)$  د لاس ته راوړلو لپاره گټوره ده چې د لسو کسو څخه یو کس انتخاب کړو تجربه په نظر کې ونیسو، نو پدې حالت کې د نمونې فضا د د نمونې د لسو نقاطو لرونکي ده (چې د هوسایني د لسو کسو څخه نمائینده گي کوي) او په دې ځای کې دري کسو کارگرو غیر قانوني ویشنه ترسره کړي دي چې په  $(I_1, I_2, I_3)$  سمبول سره ښودل کېږي او هغه اوه کسه چې د بخشش یو غیر قانوني ویشنه یې نه دي ترسره کړي په  $N(N_1, \dots, N_7)$  علامو سره ښودل کېږي چې حاصل یې په وین دیاگرام (16,3 شکل) کې ښودل کېږي.

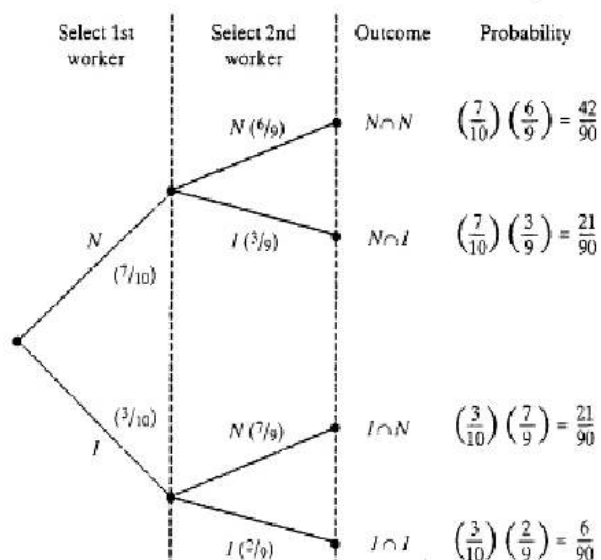


څرنگه چې اولني کارمند د لسو کارمندانو د مینځه په اتفاقي ډول انتخابېږي نو مناسبه ده چې د 10 نمونو نقطو لپاره یوشان د احتمال چانس وجود ولري. نو د نمونې هره نقطه  $1/10$  احتمال لري. څرنگه چې د  $A$  په حادثه کې د نمونې  $\{I_1, I_2, I_3\}$  نقطې وجود لري (هغه دري کارمندان چې د بخشش یو غیر قانوني ویشنه یې ترسره کړي ده). نو

$$P(A) = P(I_1) + P(I_2) + P(I_3) = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$$



د نتایجو څخه نمائنده گي کوي کوم احتمالات چې دلته ورکړل شوي دي شرطیه احتمالات دي په داسي حال کې چې د اولني کارگر پورې مربوط نتایج معلوم فرض شوي دي. د مثال په ډول، که چېرې اولني کارمند غیرقانوني توزیع کړي وي (I)، د دې احتمال چې دوهم کارگر هم غیرقانوني ویش (I) کړي دي  $2/9$  دي. چون نهه کارگر د انتخاب څخه پاتې دي او صرف دوه کارگر باقی پاتې دي چې غیرقانوني توزیع یې کړي دي. د شرطی احتمال ( $2/9$ ) د قوسونو په مینځ کې د ځانگړي په بڼه په شکل کې ښودل کېږي.



بالاخره، د تجربې څلور ممکنه نتایج د ونې د هر څلورو څانگو اخرته ښودل کېږي. دا حادثات د دوو حادثو د تقاطع (د اولني کارگر نتایج او د دوهم کارگر نتایج) څخه لاس راځي. په پای کې، د هراختمال د سنجش لپاره د ضرب د قاعدې څخه استفاده کوو چې په 18,3 شکل کې ښودل کېږي. کولای شې چې وگوري د  $[I \cap I]$  تقاطع هغه حادثه رانېسي چې دوه انتخاب شوي کارگر و غیرقانوني بخششي ویشلي دي چې  $6/90 = 1/15$  احتمال لري او دا احتمال د هغه احتمال سره چې په 17,3 مثال کې لاس ته راغلي وو ورته دي.

په 5,3 برخه کې مو ښودل چې دیوې حادثې A احتمال کېدای شي په پوره ډول هغه وخت تغییر وکړي چې د B حادثه واقع شوي وي. خودا کار د هرې قضیې په مورد کې صدق نه شي کولای. ولي په ځینو مواردو کې دا فرضیه چې کله B واقع شوي وي د A احتمال په بدلون اثر نه شي کولای، که چېرې داسي حالت واقع شي نو د A او B حادثات مستقل حادثات (independent events)

دي

تعریف: د A او B حادثات هغه وخت مستقل حادثات (independent events) دي چې د B د حادثې واقع کیدل د A په احتمال کې واقع شوي وي کوم اثر ونه لري. یعنې A او B حادثات هغه وخت مستقل دي چې:

$$P(A/B) = P(A)$$

کله A او B حادثې مستقلي وي نو لاندې رابطه هم صدق کوي:

$$P(B/A) = P(B)$$

کله چې حادثات مستقل (independent) نه وي نو ورته غیر مستقل (وابسته) dependent حادثات ویل کېږي.

18-3 مثال د یو سالم گاتي د غورځولو تجربه په نظر کې ونیسی او اجازه را کړي:

A: (د یو مثبت عدد مشاهده)

B: (د څلور او یا د څلورو څخه کوچني عدد مشاهده)

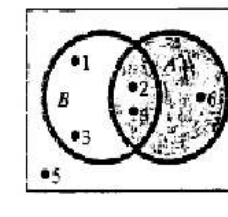
آیا A او B حادثات مستقل دي.

حل: د دې تجربې لپاره وین دیاگرام په 19,3 شکل لیدل کېږي. نو اول محاسبه کوو چې:

$$P(A) = P(2) + P(4) + P(6) = \frac{1}{2}$$

$$P(B) = P(1) + P(2) + P(3) + P(4) = \frac{2}{3}$$

$$P(A \cap B) = P(2) + P(4) = \frac{1}{3}$$



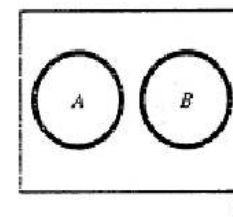
اوس فرض کوو چې B واقع شوي دي، نو د A شرطیه احتمال په هغه صورت کې چې B واقع شوي وي عبارت دي له:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{2} = P(A)$$

نو په فرض کولو د دې چې د B حادثه د یو جفت عدد د احتمال په مشاهده کوم اثر نه واردوي او

په پای کې د استقلالیت (independence) په مورد کې درې نقطې مطرح کولای شو. اول دا چې د استقلال خاصیت د ناسازگاري (mutually exclusive) د خاصیت برخلاف نه شو کولای چې د وین دیاگرام پواسطه وښایو، په دې معنی چې نه شي کولای په شعوري ډول (مخکې د واقع کیدو څخه) ځان په اطمینان کې کړو. په عمومي ډول، د حادثو د استقلال (غیر وابسته گي) د پوهیدو لپاره ضروري ده چې د هغوی احتمال وښجوو.

دوهمه نقطه د ناسازگاري او غیر وابسته گي تر مینځ رابطه ده. فرض کړي چې د A او B حادثې سره ناسازگاره (mutually exclusive) حادثې دي چې په 20,3 شکل کې ښودل کېږي او د دواړو حادثو احتمال د صفر خلاف دي. اوس سوال دا دی چې آیا دا دواړه حادثې مستقلې دي که غیر مستقلې؟ معنی دا چې، دلته دا فرضیه مطرح ده چې د B حادثې واقع کیدل د A واقع کیدو په احتمال کوم تاثیر غورځوي؟ په یقیني ډول دا مطرح ده، ځکه چې که چېرې داسې فرض کړو که چېرې B واقع شوي وي نو د A لپاره ناممکنه ده چې په عین وخت کې واقع شي. یعنې  $P(A/B) = 0$ . نو ویلای شو چې ناسازگاره حادثات (mutually exclusive events) وابسته (تړلي) حادثات دي ځکه چې  $P(A) \neq P(A/B)$ .



دریمه نقطه داده چې د مستقلو حادثو د تقاطع د احتمال ښجول ډېر اسان کار دی. د تقاطع د احتمال د ښجش فرمول ته په کتو سره پیدا کولای شو چې:

$$P(A \cap B) = P(A) P(B|A)$$

نو  $P(B|A) = P(B)$  کله چې A او B مستقلې حادثې وي چې په دې اړه لاندې ګټوره قاعده لرو.

## د دوو مستقلو حادثو د تقاطع احتمال

### Probability of Intersection of Two Independent Events

که چېرې دوه حادثې A او B مستقلې حادثې وي، نو د دې دواړو د تقاطع احتمال د A او B حادثې د احتمالاتو د ضرب حاصل څخه لاس ته راځي. یعنې:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

او همدارنګه د دې معکوس هم درست دي، که چېرې  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$  نو د A او B حادثات

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3} = P(B)$$

مثال

مثال ته چې مستهلکینود تولیداتو څخه شکایات درلود رجوع وکړي. د ګرینټی د مودې په دوران او د هغې څخه وروسته د شکایاتو مختلفې سلنې په 6,3 جدول کې ښودل شوي دي. لاندې حادثات تعریف کړي.

A: [د شکایت علت د تولید ظاهري بڼه ده]

B: [شکایت د ګرینټی په موده کې واقع شوي ده]

آیا د A او B حادثات مستقل (independent) دي؟

حل: که چېرې  $P(A/B) = P(A)$  وي نو د A او B حادثات مستقل حادثات دي. په 15,3 مثال کې مو  $P(A/B)$  ښجش کړ چې 0,51 و، او د 6,3 جدول ته په کتو سره لیکو چې:

$$P(A) = .32 + .03 = .35$$

نوپه دي اساس،  $P(A/B)$  د  $P(A)$  سره مساوي نه دي او د A او B حادثات غیر مستقل (وابسته) حادثات دي.

په شعوري ډول د حادثاتو په استقلالیت د پوهیدو لپاره هغه حالت په نظر کې ونیسئ چې دیوې حادثې واقع کیدل د دوهمې حادثې د واقع په احتمال کوم تاثیر ونلري. د مثال په ډول، د مالی چارو یو متخصص دوه وړې کمپنۍ د مناسبو پانګو اچونو لپاره ارزیابي کړي دي، که چېرې دواړه کاروبارونه مختلف صنعتونه وي او د نورو اړخونو له مخې هم ارتباط ونلري نو دیوې کمپنۍ کامیابي او ناکامي د بلې کمپنۍ د کامیابي او ناکامي څخه مستقل (independent) دي. یعنې کېدای شي دا حادثه چې د A کمپنۍ ناکامه شي د B کمپنۍ په ناکامي کوم تاثیر نه لري.

دوهم مثال، د انتخاباتو یو پوښتنه کوونکي په نظر کې ونیسي. هغه انتخابات چې په هغې کې 1000 کسو رایه ورکونکو نوم ثبت کړي دي، پوښتنه کېږي چې د دوو نوماندو تر مینځ کوم یو ته برتری ورکوي. پوښتنه کوونکي کوشش کوي چې د رایو ورکونکو څخه د یوې نمونې د انتخاب لپاره داسې یو رویش په کار واچوي چې ځوابونه یې مستقل وي. یعنې د پوښتنه کوونکي مقصد دا دي چې نمونه په داسې ډول انتخاب کړي چې یو رایي ورکونکي د A نوماند ته د رایي ورکولو رجحان لري د دوهم رایي ورکونکي چې A نوماند ته هم رایه ورکوي په احتمال کوم تاثیر ونه لري.



ورکړل شي.

دا مناسبه ښکاري چې داسې فرضیه جوړه شي چې پورته دوه حادثې مستقلې (ازادي) حادثې دي نوددي ځایه، ددې احتمال نشته چې د اولني مشتري تصمیم د دوهم مشتري په تصمیم کوم تاثیر ولري. د مستقلیت (independence) فرضیې په اساس لرو چې:

$$P(L_1 \cap L_2) = P(L_1)P(L_2) = (.2)(.2) = .04$$

b. ددې لپاره چې ددې احتمال محاسبه کړو چې راتلونکي پرله پسې 10 کمپیوترونه به لپ تاپ خریداري شي. اولني حادثه په نظر کې ونیسي چې درې پرله پسې لپ تاپ کمپیوترونه خریداري شوي دي. که چېرې 13 د هغه حادثې څخه نمائینده گڼي وکړي چې دریم مشتري یو لپ تاپ خریداري کوي، نو بیا مونږ باید  $L_1 \parallel L_2$  د تقاطع احتمال د 13 سره سنجش کړو. بیا هم په دې فرضیه چې د رانیولو (خریداري) تصمیمات مستقل وي لرو چې:

$$P(L_1 \cap L_2 \cap L_3) = P(L_1 \cap L_2)P(L_3) = (.2)^2(.2) = .008$$

ددې دلیل په اساس کولای شو چې د 10 داسې حادثو د تقاطع احتمال محاسبه کړو:

$$P(L_1 \cap L_2 \cap \dots \cap L_{10}) = P(L_1)P(L_2) \dots P(L_{10}) = (.2)^{10} = .0000001024$$

نوددي احتمال چې راتلونکي لس پرله پسې مشتریان به لپ تاپ کمپیوترونه خریداري کړي په اندازه د 1 په 10 میلیون کې دي په دې فرضیه چې د هر مشتري پواسطه د لپ تاپ د خریداري احتمال 0.2 دي په داسې حال کې چې د خریداري تصمیمات مستقل وي.

مستقل حادثات دي.

د گاتې د غورځولو په تجربه کې چې په 18,3 مثال کې موندلې چې د A [دیو جفت عدد مشاهده] او B [4 یا د 4 څخه کوچني عدد مشاهده] حادثات مستقل حادثات دي که چېرې گاتې یو متوازن گاتي وي نو

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{6}$$

دا د هغه نتیجې سره چې په ذکر شوي مثال کې موندلې ته راوړ مطابقت کوي.

$$P(A \cap B) = P(2) + P(4) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

20-3 مثال:

زیاتره وخت د پرچون کاروبار لرونکي ددې مشکل سره مخامخ وي چې څومره مقدار اجناس د ذخیرې په خاطر راو نیسي. ناکافي ذخیره کېدای شي چې کاروبار ناکام کړي او اضافي ذخیره کېدای شي د زیان تاثیر په ګوته کړي وي.

فرض کړي د کمپیوترونو د پلورنځي یو مالک د شخصي کمپیوترونو د یو فرمایش په ځای کولو لپاره پلان جوړوي، هغه کوشش کوي او تصمیم نیسي چې په کومه اندازه ډیسک تاپ کمپیوترونو او په کومه اندازه لپ تاپ کمپیوترونو فرمایش ورکړي.

د پلورنځي ریکارډ په ګوته کوي چې په مخکې وخت کې 80% ډیسک تاپ کمپیوترونه 20% لپ تاپ کمپیوترونه د مشتریانو له خوا خریداري شوي دي.

a. څومره احتمال لري چې دوه راتلونکي مشتریان به لپ تاپ کمپیوترونه راو نیسي؟

b. څومره احتمال لري چې راتلونکي لس مشتریان به لپ تاپ کمپیوترونه راو نیسي؟

حل:

a. راځي داسې فرض کړو چې  $L_1$  د هغه حادثې څخه نمائینده گڼي کوي چې اولني مشتري به لپ تاپ خریداري کوي او همدارنګه  $L_2$  د هغه حادثې څخه نمائینده گڼي کوي چې دوهم مشتري به لپ تاپ خریداري کوي. هغه حادثه چې دواړه مشتریان لپ تاپ خریداري کوي د دواړو حادثو تقاطع ده، یعنې  $L_1 \parallel L_2$ .

د پلورنځي ریکارډ څخه د پلورنځي خاوند نتیجه اخستلای شي چې  $P(L_1) = 0.2$  (د مشتریانو د پخواني خریداري په اساس چې 20% لپ تاپ کمپیوترونه یې خریداري کړي دي). د  $P(L_2)$  لپاره هم عین ځواب دي.

ددې لپاره چې د دواړو حادثو تقاطع  $L_1 \parallel L_2$  محاسبه کړو، نورو معلوماتو ته اړتیا لیدل کېږي یا خو ذکر شوي ریکارډ په پرله پسې ډول د لپ تاپ د خریداري د واقع کیدو لپاره په نظر کې نیول کېږي، یا کومه فرضیه باید جوړه شي چې د  $P(L_1 \parallel L_2)$  سنجش د ضرب د قاعدې له مخې اجازه

## اووم څپرکی

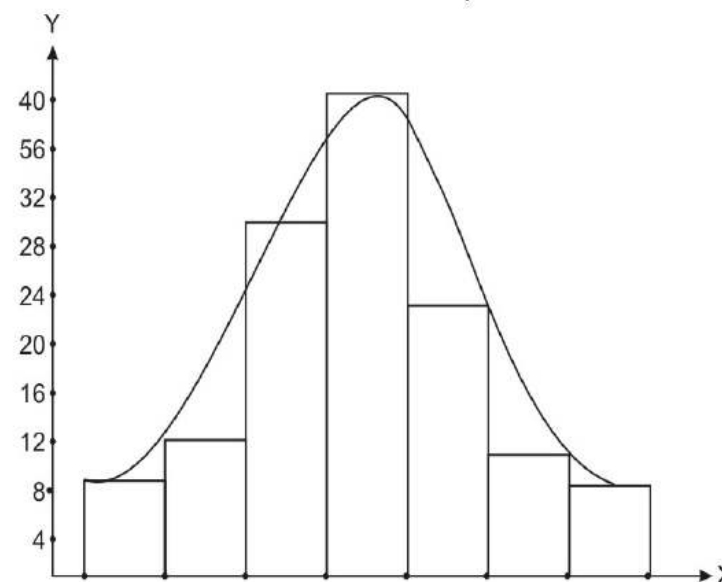
## ۱، ۷- د ارقامو یا د دفعاتو د وېش منحني Frequency Curve

پخوانیو څپرکیو کې ولیدل شول، چې ارقام وروسته له ترتیب او جدول بندي په صنفونو کې تنظیم او بیا یې دفعات شمېرل کېږي، د دفعاتو شمېر په عمودي (Y) محور باندې او صنفونه (X) په افقي محور ښیو، وروسته د دواړو محورونو په حدودو کې دننه د مربوطه قیمتونو موقعیت په نښه کړو، که چېرې د دغو ارقامو Bar Chart گراف رسم کړو، یعنې هستوگرام یې وکاپو او بیا د هر رسم شوي مستطیل پورته ضلع په وسط کې نښه او د ټولو مستطیلونو دغه په نښه شوي نقاط وصل کړو، نو د پولیگان منحني په لاس راځي.

مثلاً: (۱، ۷) جدول- په یوه کلي کې د ۱۲۰ بزگرانو ورځني عواید

| X      | Y  |
|--------|----|
| 31-40  | 7  |
| 41-50  | 11 |
| 51-60  | 35 |
| 61-70  | 37 |
| 71-80  | 17 |
| 81-90  | 8  |
| 91-100 | 5  |

د (۱، ۷) جدول د ارقامو گراف په لاندې ډول دی:



## تمرینات

۱. د 5۱ حل څو دی؟

۲. لاندې نسبتونه حل کړئ؟

$$\frac{101}{51} \text{ او } \frac{121}{41}$$

۳. دوه تنه محصلین یو د بل خوا کې کېنو، په څو شکلونو د هغوی کېنول ممکن دي؟

۴. اته تنه په یو گردې مېز کېني څو، څو مرکې کوي، غواړو په تلویزیون کې د هغوی په هر ځل مرکه کې ځایونه بدل کړو په څو شکلونو یې کېناستل او مرکې ممکن دي؟

۵. یوه توکری کې څلور نارنجه، پینځه کینو او شپږ مالټې دي، یوه دانه په تصادفي ډول رااخلو، حل کړئ چې:

الف. څومره احتمال لري، چې دا به نارنج یا کینو وي؟

ب. څومره احتمال لري چې دا به مالته وي؟

۶. که چېرې یو درجن پرو څخه درې را واخلو، یو یې شاه او دوه نور یې غلامان وي، په بل ځل د یوه غلام د راوتلو احتمال سنجش کړئ؟

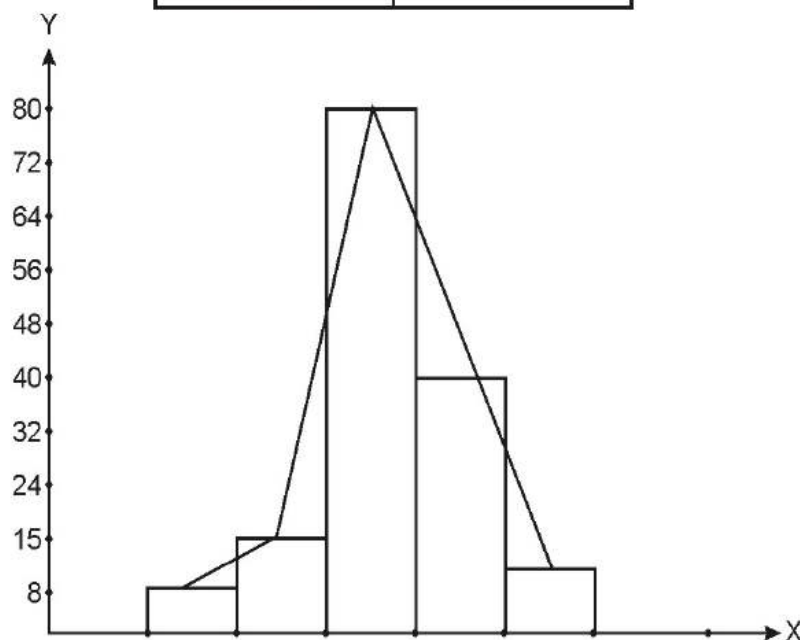
۷. په علمي څېړنو کې د احتمالاتو رول په څه کې دی؟

۸. د کرنې په سکتور او زراعتي څېړنو کې د تبادلې اهمیت د مثال سره واضح کړئ؟

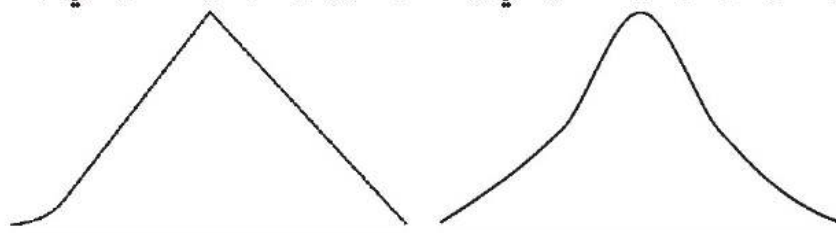


(۲،۷) جدول د ۱۵۰ کورنیو د ورځني عاید طبقه بندي

| X      | F  |
|--------|----|
| 0-20   | 5  |
| 20-40  | 10 |
| 40-60  | 80 |
| 60-80  | 40 |
| 80-100 | 5  |



د پورته دواړو جدولونو گرافونه یا د ارقامو د وېش پولیگان داسې مقایسه کېږي  
(۳،۷) جدول د ارقامو د دفعاتو خطي گراف (۲،۷) جدول د ارقامو د دفعاتو خطي گراف



د پورته تشریحاتو او شکلونو مقایسې څخه په مقدماتي توګه ډېره په اسانۍ او په ډېر  
واضح ډول پوهېږو، چې د ارقامو د وېش منحني بڼه یعنې څه او په څه ډول؟  
پورته جوته شوه چې پولیگان د ارقامو د وېش خطي گراف څخه عبارت دی، څومره چې

صنفي عرض کوچنی وي او د صنفونو شمېر زیات وي، هغومره د مستطیلونو شمېر زیات، خو  
پلنوالی یې کم وي، نو ځکه خطي گراف لږ څه هوار برېښي (لکه ۱،۷ شکل). دغه شکل د زنگ بڼه  
لري، نو ځکه ورته زنگ ډوله منحني هم وایی، خو که چېرې د صنفونو شمېر کم، مګر عرض یې  
زیات وي، بر خلاف منحني یا خطي گراف څو څو ځایه مات والی لري او ناهمواره برېښي (۲،۷  
جدول او شکل).

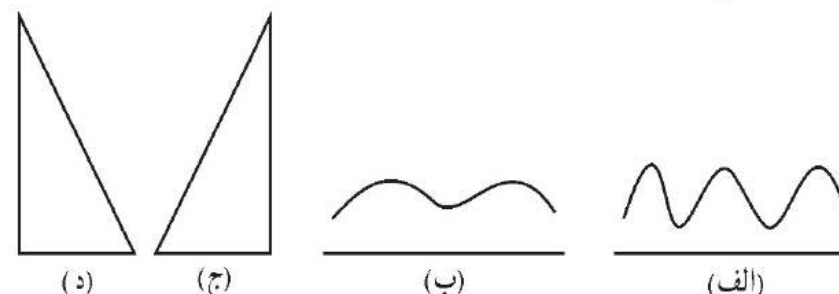
پورته ذکر شوي توضیحات د دفعاتو د وېش د منحني ګانو د ډولونو او څرنگوالي په هکله  
کلیدي پوهنه راکوي.

د مرکزي میلان د مقیاسونو په برخه کې چې موږ وویل، چې د زنگ ډوله منحني میانه، موږ  
او اوسط یو بل سره نژدې او آن یو پر بل منطبق وي، مطلب مو همدا و.  
په څلورم څپرکي کې موږ په ۴۸ او ۴۹ مخ کې درې ډوله منحني ډوله منحني ګان ښودلي وو  
او بیا مو وویل چې په راتلونکي فصل کې به خبرې ورباندې وشي. دا دی دلته همدا موضوع  
روښانه کوو.

Frequency Curve په احصایېو تیوریو کې ډېر مهم ځای لري، د هغه په اړانې سره موږ د  
ډېرو ګڼو ارقامو ډېر شمېر خصوصیات په ډېر کم وخت او کم ځای کې پېژندلای شو، اوس د ذکر  
شوېو ډېرو لنډو خو ډېرو واضحو او آسانه تشریحاتو له مخې موږ د هر ډول منحني ګانو په  
ځانګړنو محض د هغو په لیدلو سره پوهېدلای شو، د ارقامو د وېش منحني بېلابېل شکلونه ځان  
ته غوره کوي، چې عموماً په دوو برخو وېشل کېږي:

**الف. د منحني هغه ډول چې له زنگ سره ورته والی نه لري:**

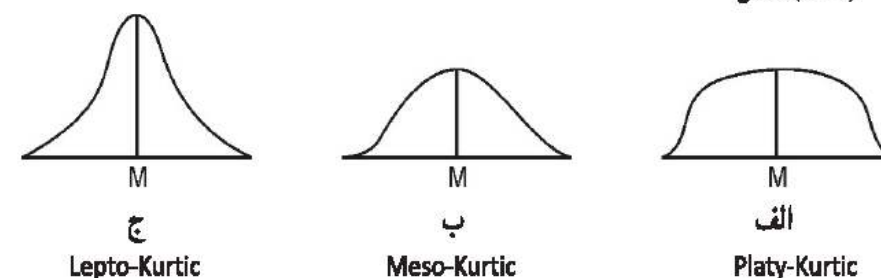
دا ډول منحني ګان د پدیدو ارقامو د وېش د ځانګړنو له مخې بېلابېل شکلونه لري، مثلاً U  
ډوله منحني، د بېلګې په ډول که چېرې د رومي بانجانو د قیمتونو سلسله د هغو د حاصلدهي له  
پیل څخه تر پای پورې درج او ثبت کړو او د هغو گراف ترسیم کړو، دا ډول شکل لری، یعنې د  
حاصل په پیل کې تر څو نه لوړ وي، خو کله چې د حاصل دهی د موسم منځ کې حاصلات د کمیت  
له پلوه ډېر زیات شي (عرضه زیاته شي) تر څو نه کم یا مخ په زوړ شي، خو کله چې د حاصل دهی  
موسم مخ په ختمېدو شي، عرضه بېرته کمه شي، نو تر څو نه بېرته لوړ شي.



دا ټول منحني گان له زنگ سره مشابه او موافق شکلونه نلري، غیر منظم دي او له هغو ارقامو څخه نمایندگي کوي، چې د هغو وېش او توزیع د (۷، ۱) او (۷، ۲) د جدولونو د ارقامو په شان نه دي.

ب. د ارقامو د وېش هغه منحني گانې چې د زنگ په ډول دي:

دا ډول خطي گرافونه زنگ ډوله يا يوه څوکه يې ډېره لوړه، خو دوو خواوو ته يې لمن لږ څه راټوله وي، کېدای شي پورته برخه يې لږ څه همواره او د دوو خواوو لمن يې لږ څه همواره وي، يا هم کېدای شي، څوکه يې ډېره پلنه او لمن يې دوو خواوو ته پلنې وي، لکه لاندې شکلونه.



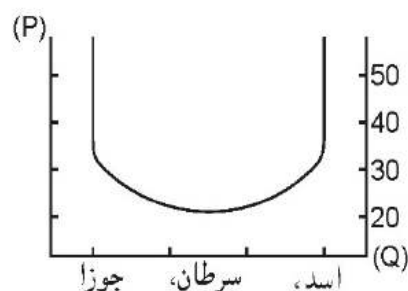
په (۷، ۵) شکل کې درې ډوله منحني گان گورو، (الف) ډول ته يې Platy-Kurtic، (ب) ته يې Meso-Kurtic او (ج) ډول ته يې Lepto-Kurtic وايي. دغو درې واړو کې ميانه په منځ کې قرار لري، بل ډول هغه منحني گان دي، چې لمن يې پوره پلنې وي، خو يا دواړو خواوو ته په مساوي اندازه يا يو اړي بڼې خواته ډېرې پلنې او يا هم يو اړي کيڼې خواته پلنې وي، مثلاً: لاندې درې شکلونه وگورئ.

د درېيو مياشتو په جريان کېد رومي بانجانو نرخونه (ارقام فرضي دي).

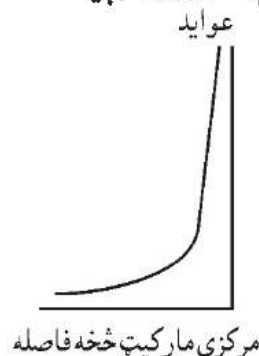
| نرخونه (Afg/Kg) | وخت (T)              |
|-----------------|----------------------|
| 50              | د جوزا لومړۍ اوونۍ   |
| 45              | د جوزا دويمه اوونۍ   |
| 40              | د جوزا درېيمه اوونۍ  |
| 35              | د جوزا څلورمه اوونۍ  |
| 30              | د سرطان لومړۍ اوونۍ  |
| 40              | د سرطان دويمه اوونۍ  |
| 45              | د سرطان درېيمه اوونۍ |
| 50              | د سرطان څلورمه اوونۍ |
| 50              | د اسد لومړۍ اوونۍ    |
| 50              | د اسد دويمه اوونۍ    |

شکل: (۷، ۳)

د رومي بانجانو د نرخونو د فرضي ارقامو خطي گراف چې U ډوله گراف شکل لري.



ځينې وخت کېدای شي ذکر شوي منحني لډوله وي، مثلاً د مرکزي مارکيت څخه د ځمکو د استعمال ډولونه او فاصله چې په لاندې شکل ښودل کېږي:



مرکزي مارکيت څخه فاصله

څومره چې د ځمکو استعمال مرکزي مارکيت څخه او يا له ښارونو څخه شاوخوا ليرې کېږي، عوايد يې کمېږي، مرکزي شغلونه لکه صنعتي او تجارتي استعمال ډېر لوړ عايد لري، بيا رهايش سيمې لږ څه کم نور هم کم او ورپسې باغونه بيا د مالدارۍ او څنگل ساحې... همداسې واړه وار.

همدارنگه ځينې وخت ذکر شوي منحني مثلث ډوله شکلونه لرلای شي. لکه لاندې مثالونو



لکه څرنگه چې موږ څلورم څپرکي کې وليدل، د ارقامو خپوروالي معیارونه Median, Mo او  $X'$  یو بل سره د لاندې رابطو په ذریعې اړیکې لري دغې موضوع باندې لږ وروسته یو ځل بیا هم بحث کوو او درې ډوله تناظرونو یادونه کوو. دلته د یوې نتیجې په توګه په ګوته کوو چې:

$$\text{Mean-Mode}=3(\text{Mean-Median})$$

دغه مساوات موږ په څلورم څپرکي کې وښودل، د ارقامو د وېش منحني کې دغه اړیکې دي، پیرسن (Karl Pearson 1930) له خوا څېړل شوی دی، په یوه کاملاً متناظر منحني کې چې Skewness بلل کېږي، میانه، اوسط او موډ یو برابر وي، خو په Positiveskewness کې  $\text{Mean} > \text{Median} > \text{Mo}$  او په کین لورې لمن لرونکي منحني Negativeskewes کې  $\text{Mean} < \text{Median} < \text{Mo}$  ډول روابطو موجود وي.

کارل پیرسن د متناظر ضریب داسې محاسبه کړ:

$$\text{Mode}=3\text{Median}-2\text{Mean}$$

خو موږ تېر بحث کې وليدل چې موډ په آسانی محاسبه کېږي، خو په ډېر مشکل د هغه واقعین موقعیت څرګندېدای شي، دا هغه وخت د هغې معادلې په واسطه چې د موډ معادل د موډ پرځای د کارو، نو موډ یې ورباندې بېځایه کېدای هم شي، نو د پیرسن معادله په لاندې شکل ده:

$$\text{Co-efficient of skewness} = \frac{3(\text{Mean} - \text{Median})}{\text{Standard Deviation}}$$

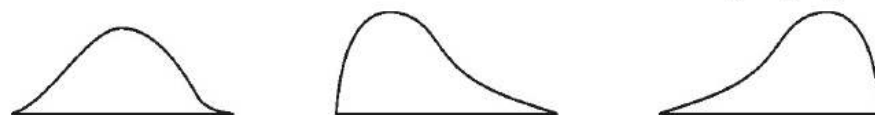
برتانوي نامتو احصایه پوه (Lyon Bowly)(1866-1957) هم د کارتیل د انحراف په سنجش کې د تناظر په برخه کې ځینې معادلې وضع کړي، خو د کارتیل انحراف د ځینو نیمګړتیاو له کبله د کارل پیرسن فورمولونه غوره بریښي، خو په هغو کې که چېرې کومه صنف بندي کې پرانستي صنفونه یا خلاص صنفونه موجود وي، نو بیا د کوارتیل طریقه کارول کېږي.

د ارقامو د وېش منحني ګان د نورمال منحني په مقایسه په څو ډوله وي:

کېدای شي د هغه په مقایسه یې څوکه ډېره لوړه وي، مګر لمنې یې راټولې وي، کېدای شي د هموارې او د غونډې په ډول وي، خو لمنې دوو خواوو ته ډېرې پلنې وي، دې ته د عدم تناظر مقیاس هم ویل کېږي.

د همدغې ذکر شوې موضوع د سنجش لپاره ځینې معیارونه وضع شوي، خو اکثره احصایيوي تیوري ګانې د نورمال وېش (طبیعي منحني) په فرضیې ولاړې دي، چې د عدم تناظر اندازه کول او مطالعه کول هم له همدې نقطې نظره مهم برېښي. دلته د یو نورمال منحني په مقایسه دوه ډوله حالات راڅرګندېږي: یو یې د نورمال منحني په مقایسه لوړوای یا د څوکې موجودیت چې دې ته د Kurtosis اندازه وایي او بل یې د نورمال منحني په مقایسه د پلنوالي یاد لمنو د خپوروالي درجه چې دې ته Skewness وایي، یعنې:

شکل (۷، ۲)



الف

Negative-Skewness

ب

Positive-Skewness

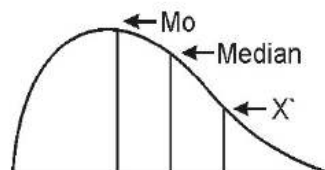
ج

Skewness

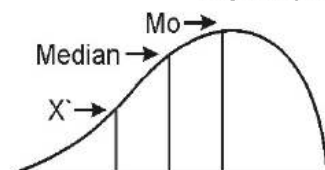
په (۷، ۲) شکل کې، الف ډول منحني کین لوري ته لمن لرونکي او (ب) شکل منحني کین لوري ته لمن لرونکي برېښي، خو (ج) ډول منحني دواړو خواوو ته متناظر دی، چې د منحني په نوم پېژندل کېږي، دا کاملاً متناظر منحني دی، چې طبیعي منحني یا Normal Curve هم بلل کېږي.

په دغو ټولو منحني ګانو کې د Median, Mo او  $X'$  موقعیتونه فرق کوي، یو Lepto Kurtic منحني دا ښکاره کوي، چې د مشاهده تراکم اکثره د مرکز خواته ورتول وي، خو په Platy-Kurtic ډول منحني کې ارقام د لمنو خواته په دوه طرفه پراګنده ویو میزوکرتیک د ارقامو هغه وېش (پخش) ښیي، چې د مشاهده و تمرکز نسبت لومړی شکل ته، مرکز ته لږ څه کم متراکم وي، دې ته په احصایه کې Kurtosis یا د ارقامو د وېش څرنگوالي یا خپوروالي وایي. د ارقامو تناظر او ښی یا کینې خواته د لمنو خپوروالي کې معمولاً دغه مشخصات لیدل کېږي، کله چې د ارقامو وېش ښی خواته ډېر متمایل وي، نو.

$\text{Mo} > \text{Medi} > X'$  یعنې:



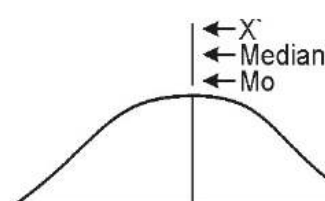
اما که د ارقامو د وېش تمایل کینې خواته زیات وي، نو:  $X' > \text{Medi} > \text{Mo}$



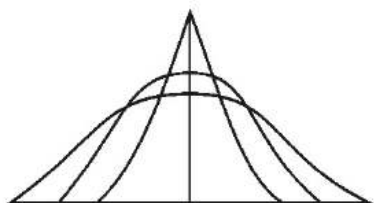
یعنې برعکس:

اما په متناظر حالت کې متمرکز وي:

یعنې:



شکل (۷،۷)



د څوکو اود لمنود پراخوالي (عدم تناظر) مقایسه د نورمال منحني سره (نورمال منحني په تور رنگ ښودل شوی).

په دې ډول موږ دوه ضریبونه پېژندلای شو: یو دوو خواو ته د لمنو پلنوالی یا د عدم تناظر ضریب او بلې کشیدګي یا د منحنی د څوکې د څرنگوالي ضریب.  
دلته به اول د عدم تناظر مسئله وڅېړو:  
دغه ضریب لپاره لاندې معادله موجوده ده:

$$Sk = \frac{3(X' - Md)}{S}$$

مثال:

که چېرې د ارقامو په یوه وېش کې  $X' = 25$ ,  $Medi = 26$  او میزاني انحراف  $(S = 2)$  وي، نو لیکو:

چې:

$$Sk = \frac{3(25 - 26)}{2} = \frac{3(-1)}{2} = -1,5$$

له دې کبله چې  $X' < Median$  دی، نو ځکه عدم تناظر د درجې ضریب ۱،۵- محاسبه شو، چې د منفي د علامې موجودیت دا ښکاره کوي، چې د ارقامو وېش کینې خواته تمایل لري، یعنې د منحنی د لمنې پراخوالي چې لوړي ته زیاته ده، خو برعکس که چېرې  $X' > Median$  وي، نو ښکاره خبره ده چې ځواب یا  $(Sk)$  یو مثبت عدد لاس ته راځي او ښیي چې ښي لاس ته د ارقامو وېش میلان لري، د څوکې یا کشیده ګي او د تناظر معیارونه د کوچني الفا ( $\alpha$ ) په واسطه ښیو، دلته به موږ د عدم تناظر د معیار لپاره ( $\alpha_4$ ) غوره کړو، دغه دواړه په صنف بندي شویو او غیر صنف بندي شویو ارقامو کې بېلابېل فورمولونه لري:

۱. په غیر صنف بندي شویو ارقامو کې د عدم تناظر د ضریب د موندلو فورمول:

$$\alpha_3 = \frac{\sum (xi - x')^3}{S^3}$$

۲. په صنف بندي شویو ارقامو کې د عدم تناظر د ضریب د موندلو فورمول:

$$\sum fi(xi - x')^3$$

$$\alpha_3 = \frac{n}{S^3}$$

دلته په نوموړو فورمولو کې فرق همدومره دی، لکه څومره چې د صنف بندي شویو او غیر صنف بندي شویو ارقامو د اوسط په سنجش او د وسطې انحراف په سنجش کې و، یعنې  $fi$  د خپل پیدا کوي او بیا په غیر صنف بندي شویو کې  $xi$  د هرې مشاهدې، اما په صنف بندي شویو کې  $xi$  د صنفې وسطونو څخه نمایندګي کوي او په غیر صنف بندي شویو کې ( $n$ ) ټول مشاهدات دي، اما په صنف بندي شویو کې ( $n$ ) د دفعاتو مجموعه ده، خو  $(S)^3$  د Standard Deviation څخه عبارت ده، چې د  $(3)$  به طاعت ده، کله چې  $\alpha_3$  مثبت وي، د ارقامو د وېش لمنې ښې خوا ته ډېرې پلنې وي، خو کله چې  $\alpha_3$  یو منفي عدد وي، د ارقامو د وېش پراخوالی کینې خواته وي، خو که  $\alpha_3 = 0$  وي، ددې مانا دا ده چې  $X = Median$  دی، یعنې منطبق دي، نو حاصل تفریق چې فورمول کې صفر کېږي، دا ډول وېش متناظر وېش دی، چې کاملاً نورمال یا طبیعي منحنی جوړوي، د څوکې د لوړوالي معیار لپاره هم  $\alpha_4$  کاروو او هم په عین ترتیب فورمول لري، خو طاقت یې یو عدد زیات دی.

۱. په غیر صنف بندي شویو ارقامو کې د څوکې د لوړوالي د ضریب د موندلو فورمول:

$$\sum (xi - \Sigma)^4$$

$$\alpha_4 = \frac{n}{S^4}$$

۲. په صنف بندي شویو ارقامو کې د څوکې د لوړوالي د فرېب د موندلو فورمول:

$$\sum fi(xi - x')^4$$

$$\alpha_4 = \frac{n}{S^4}$$

که چېرې د  $\alpha_4$  ضریب له  $(3)$  څخه لوړ وي، نو دا ددې مانا لري چې ډېر زیات مشاهدات د وېش منځنیو برخو کې راټول دي، یعنې د منحنی څوکه ډېره لوړه، خو د دوو خواوو نه یې لمنې ډېرې پلنې نه دي، بلکې راټولې دي، که چېرې  $\alpha_4$  د ضریب له  $(3)$  څخه کوچنی عدد وي، نو دا ښیي چې د ارقامو د وېش منحنی یو داسې شکل لري، چې د یوې هوارې غونډې ښه لري، یعنې څوکه یې ډېره لوړه نه، بلکې له څه پلنه او لمنې یې هم هوارې دي، خو هغه ارقام چې د هغو منحنی نه ډېر پلن او هوار وي او نه ډېره تېره لوړه څوکه لري، د هغو لپاره د  $\alpha_4$  د ضریب قیمت  $(3)$  بلل کېږي. دا موضوع په  $(۷،۷)$  شکل کې ښه څرګنده شوي، هغه د دفعاتو شمېر منحنی چې تور رنگ شوي د هغه د ضریب قیمت  $(3)$  دی، اما هغه چې ډېره لوړه څوکه لري، د هغه ضریب هرومرو له  $(3)$  لوړ عدد دی، خو درېیم امکان یې هغه دی، چې لمنې یې ډېرې خورې دي، مګر پلنه څوکه لري،



I- ثابت (چې دغه فورمول کې یې قیمت 3,1415 دی).

e- ثابت چې دغه فورمول کې یې قیمت 2,7182 دی.

N- هغه ټول مشاهدات چې د طبیعي منحنی ساحه کې راغلی او دغه ساحه یې 100% نیولې، کېدای شي موږ دغه ساحه واحد (۱) وېولو، نو له همدې کبله د هغې پر اساس د منحنی ساحه کې د نورو برخو محاسبات ترسره کوو، نو موږ ویلای شو چې:

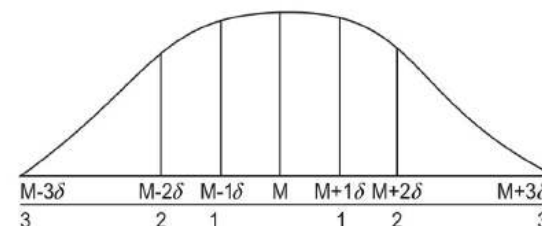
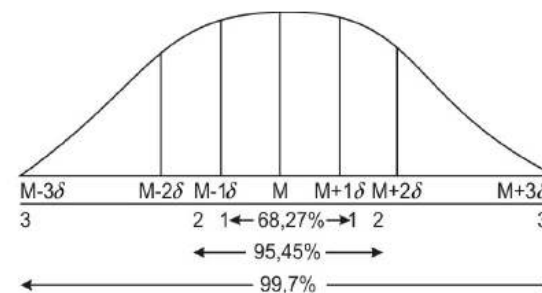
$$N=100\% = 1$$

یا ټول مشاهدات او د منحنی ټوله ساحه چې په دې کې بیا هر صنف خپله فیصدي لري، کوم چې پخوا مطالعه شوی.

دویم:

د پورته فورمول مطابق له تیوريکي پلوه داسې ګڼلای شو، چې طبیعي منحنی هیڅکله د X محور سره نه نښلي، بلکې داسې اټکل کوو، چې مثلاً د یوه تحقیق د ترسره کولو لپاره راټول شوي مشاهدات چې ټول په عین توګه له ساحې راټول شوي او هر یو معین عدد او رقم دی او ځان ته خپل قیمت، وزن، اندازه او مقیاس لري، نو په دې کې د وېش له ساحې لاندې، له ټولو مشاهدو څخه د 68,27% په اندازه یې د  $\mu \pm 1\sigma$  په فاصلې میزاني انحراف سره چې له اوسط څخه یې لري واقع دی، خو که فاصله  $\mu \pm 3\sigma$  په فاصلې میزاني انحراف سره چې له اوسط څخه 99,73% ټول مشاهدات ډکوي، دا فیصدي ګانې ټولې د میزاني انحراف د واحدونو په اساس اټکل شوي دي، چې وروسته به د ارقامو له مخې وښودل شي.

(۷، ۸) شکل:



چې د  $\alpha_3$  ضریب یې له (3) لوړ عدد دی، خو درېیم امکان یې هغه دی چې لمنې یې ډېرې خورې وي، مګر پلنه څوکه لري، چې د  $\alpha_3$  ضریب یې له (3) کوچني راځي.

۷، ۲- یو طبیعي منحنی او د هغه ځانګړنې:

### The Normal Curve & Its Characteristics

د ارقامو د وېش یو طبیعي منحنی چې د خپلو مربوطو ارقامو او یا د دفعاتو د تقاطو له قیمت گذاري څخه ترسیم کېږي، دا ډول منحنی خپلو دوو خواوو ته په متوازن ډول نه ډیرې پلنې او نه ډیرې راټولې لمنې لري او څوکه یې هم ډېره لوړه نه وي، پرته له هغه ډېر پلن یا ډېرو څوکو لرونکو ټول طبیعي منحنی ګان دي، مګر ډېره لوړه څوکه لرونکي یا ډېر پلن یې غیر طبیعي منحنی ګان دي، لکه چې پخوا وویل شول، دا د Median او X د قیمتونو له مخې لاس ته راځي، د دې لپاره یو ارزښت یا معیاري واحد Standard Unit هم ټاکل شوی، چې په Z سره ښودل کېږي، د محاسبې په ترڅ کې دغه واحد د Z جدول څخه چې د کتاب په پای کې راغلی او د نورمال یا طبیعي وېش د جدول په نوم یادېږي، په لاس راځي، د ارقامو د نورمال وېش منحنی ځینې ځانګړنې لري، چې هغه په لاندې ډول پېژنو:

لومړی:

باید پوه شو، چې طبیعي منحنی یا د ارقامو طبیعي او نورمال وېش یو متناظر وېش دی، چې یو او بل لوري ته د ارقامو د تمرکز او ثقل له مخې د Meso-Kurtic شکل لري، نو په هغه کې:

$$\alpha_3 = 0$$

$$\alpha_4 = 3$$

او  $X = Mo = Median$  وي.

دویم:

طبیعي منحنی د مسلسلو او پرله پسې ارقامو طبیعي وېش ښکاره کوي، چې په لاندې ریاضیکي معادله کې ښودل کېږي:

$$Y = \frac{N}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

پورته فورمول کې:

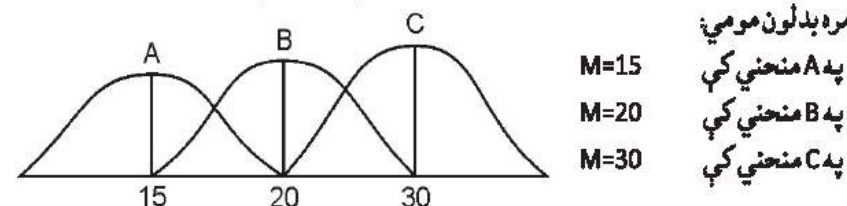
Y- مستقل متحول چې له اوسط څخه د انحراف بڼه یې څرګندېږي.

X- تابع متحول چې د هغه پر اساس د Y ارزښت څرګندېږي.

M- د نفوس یا ټولو مشاهدو اوسط چې سنجش شوی دی.

σ- میزاني انحراف (کوم چې موږ په کم شمېر مشاهدو کې پخوا ښودلی و).

پورته شکل کې په میزاني انحراف کې بدلون او توپیر ددې سبب شوی، چې د ارقامو د وېش منحنی شکل توپیر سره ولري، سره له دې چې (اوسط  $M$ ) په هغه پخواني قیمت سره دی، د  $N$  او میزاني انحراف ( $S.D$ ) اغیزې معکوسې دي، ځکه چې هر څومره چې لوړ قیمت غوره کوي، هغومره دا ښکاره کوي، چې ارقام دوو خواوو ته ډېر پراگنده دي، یعنې مرکز ته تمایل یا متمرکز والی کم دی، د گراف لوړوالی د ارقامو راټولوالی ښکاره کوي، حال دا چې د گراف پلنوالي دوو خواوو ته د ارقامو خوروالی ښیي، خو په اوسط شکل کې گورو چې د اوسط په بدلون منحنی څومره بدلون مومي:



په  $M$  کې زیاتوالی، منحنی د  $X$  په محور له یوه ټیټ معیار څخه لوړ معیار ته خوځوي شپږم:

د  $(Z)$  یا د میزاني انحراف واحد د طبیعي منحنی یو بل خصوصیت دی، ددې لپاره چې زموږ د  $(X)$  په افقي محور باندې د یوې مشاهدې ارزش او موقعیت د میزاني انحراف په واحد وپېژنو او د طبیعي منحنی په ساحه کې موږ د میزاني انحراف ( $\delta$ ) او اوسط ( $M$ ) ارزش او موقعیت وټاکلای شو، نو موږ لومړی دا مشاهده د  $(Z)$  په واحد تبدیلوو،  $Z$  داسې موندل کېږي:

$$Z = \frac{X - \mu}{\delta}$$

دلته:

$X$  - مشاهده یا هر عدد.

$\mu$  - د نفوس اوسط

$\delta$  - میزاني انحراف

که چېرې د طبیعي منحنی مشاهدات په  $(Z)$  واړول شي، نو له طبیعي منحنی کاملاً یو نورمال او متناظر منحنی جوړېږي، په لاندې شکل کې گورو چې  $(Z)$  د هر میزاني انحراف د موقعیت او ارزش سره معادل شوی:

دلته مطلب دا دی چې: په یوه کاملاً نورمال منحنی کې  $Mo$ ،  $Med$  او  $X$  مساوي یا یو په بل منطبق وي، نو دا موږ 100% گنو، خو په طبیعي منحنی کې په لږ لږ بدلون د هغو ترمنځ فاصله ایجادېږي:

څلورم:

له دې کبله چې موږ د طبیعي منحنی تر پوښښ لاندې ساحه 100% یا (۱) فرض کړه، نو د  $X$  د دوو ارزښتونو ترمنځ ساحه یعنې د  $X=a$  او  $X=b$  ترمنځ برخه چې  $(a)$  وي او د ارقامو اوسط ( $M$ ) او میزاني انحراف ( $\delta$ ) هم معلوم وي، بالکل د محاسبې وړ ده، دغه ساحه موږ د  $(\mu)$  او ( $\delta$ ) له مخې ټاکلای شو.

لکه چې موږ د ارقامو د صنف بندي په برخه کې ویلي و، د هستوگرام هر مستطیل د مربوطه دفعاتو فیصدي ښکاره کوي، نو دلته هم چې د منحنی لاندې پوښل شوي هر څومره برخه چې جلا کوو، هغه هرومرو د همدغې 100% برخې یوه معینه فیصدي را اخلي او طبعاً چې هغې برخې پورې معین شمېر دفعات اړه لري، نو جلا شوې ساحه د معین تعداد مشاهدو احتمال ښیي، نو ځکه نورمال منحنی ته د احتمالاتو منحنی هم ویل کېږي.

پینځم:

د نورمال وېش د خطي گراف یا طبیعي منحنی هغه معیارونه چې دا ډول منحنی گان د هغو پر اساس مقایسه کېږي، د  $M$ ،  $S$  او  $N$  څخه عبارت دی او څومره چې د مشاهدو شمېر زیات وي، هغومره د منحنی څوکه تېره او لوړه وي، خو څومره چې د مشاهدو یا دفعاتو شمېر ( $N$ ) کمېږي، هومره منحنی پلنوالی مومي.

(۷، ۹ الف) شکل: د  $N$  د شمېر له

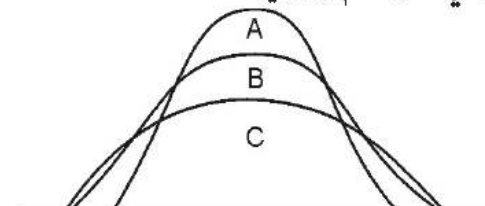
مخې د طبیعي منحنی گانو شکلوته

په  $A$  منحنی کې  $N=300$ ، په  $B$  منحنی

کې  $N=200$  او په  $C$  منحنی کې  $N=100$ .

پورته درې واړو شکلونو کې اوسط

او میزاني انحراف یو بل سره مساوي دي، خو د مشاهدو شمېر یا د دفعاتو مجموعه ( $N$ ) فرق کوي، حال دا چې په لاندې منحنی گانو یا میزاني انحراف هم فرق لري:



په  $A$  منحنی کې  $\delta=1$

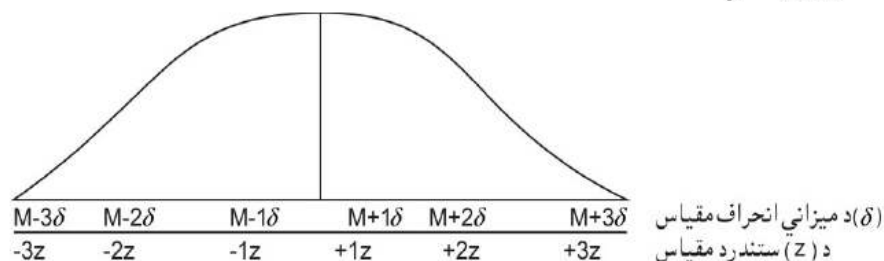
په  $B$  منحنی کې  $\delta=2$

په  $C$  منحنی کې  $\delta=3$

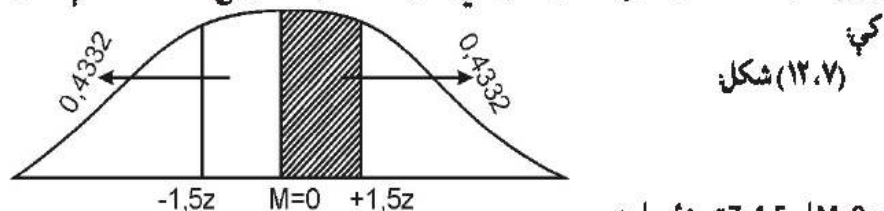
(۷، ۹ ب) شکل



شکل: (۱۱، ۷)



په ستندرد طبيعي منحنی کې اوسط (M) صفروي او میزاني انحراف (۱) وي، نو ځکه  $(Z=1.5)$  په افقي محور هغه نقطه ښکاره کوي، چې د میزاني انحراف (1,5) په اندازه د ارقامو وېش له اوسط لوړه واقع وي، همدارنگه  $Z=-1.5$  ددې برعکس نقطه ښکاره کوي، چې د ارقامو وېش له اوسط څخه د (1,5) په اندازه د میزاني انحراف څخه ښکته واقع ده، مثلاً لاندې شکل



شکل: (۱۲، ۷)

د طبيعي منحنی لاندې ساحه کې د (Z) مثبتو ارزښتونو يا اعدادو او قيمتونو لپاره چې د M سره يې پيدا کوي، د کتاب ضمیمه کې د (Z) جدول د عنوان لاندې راغلی دی، دا د منحنی د ټولې ساحې په نسبت محاسبه او سنجول شوي، له دې کبله چې موږ د طبيعي منحنی ټوله ساحه (۱) يا 100% فرض کوو، نو د  $M=0$  څخه ښي خوا هم 10,5 او د  $M=0$  څخه کيڼه خوا هم 0,5 راځي، چې دواړه يې بېرته  $1=0,5+0,5$  کېږي، نو له دې کبله چې طبيعي منحنی متناظر شکل لري، د  $M=0$  څخه ښي خوا هر ارزښت د هغه څخه د کيڼې خوا ارزښت سره مساوي دی، يعنې د (Z) مثبت قيمت عين د هغه منفي قيمت کېږي، نو په دې ډول که چېرې د M او Z لپاره هر قيمت راکړل شي، موږ کولای شو د منحنی د هرې ساحې احتمال او فېصدي وټاکو، مثلاً پورته مثال کې چې  $Z=1.5$  لپاره هر قيمت راکړل شي، موږ کولای شو د منحنی د هرې ساحې احتمال او فېصدي وټاکو، مثلاً پورته مثال کې چې  $Z=1.5$  قيمت راکړل شوی، په جدول کې د 1,5 لپاره 0,43% او همدومره کيڼې خواته دی، نو ټوله ساحه 86,64 فېصده اشغالوي، په دې ډول موږ گڼ شمېر علمي او تحقيقاتي مسايلو کې د سنجش له دغه مېتود څخه کار اخلو.

لکه چې د احتمالاتو تيوري او قواعدو کې وليدل شول، چې د يوې پېښې د واقع کېدو او نه

واقع کېدو احتمال يو (۱) دی؛ مثلاً د يوې هگۍ څخه د چرگ يا چرگې پيدا کېدل، چې صرف د يوې هگۍ څخه يو چرگوري راوځي، يا به چرگ وي او يا به چرگه، يا مثلاً د يوې سيکې په غورځولو کې يا هغه د شېر پر مخ رالوېږي يا د خط پر مخ، نو:

$$1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

او بالعکس د دواړو مجموعه يا ځواب صرف (۱) کېږي، نو د پېښېدلو يا نه پېښېدلو احتمال هم يو احتمال دی، هيڅکله امکان نه لري يوه سيکه په دواړو مخونو عين وخت کې راولوېږي او نه هم د عين هگۍ څخه دوه چرگوري راوځي.

په طبيعي منحنی کې د گراف لاندې ساحه د ټولو دفعاتو د مجموعې ( $\Sigma fi$ ) څخه عبارت ده، کوم چې د (X) په محور واقع دی، له دې کبله چې دا ټول مشاهدات په برکې نيسي، نو ځکه هغه 100% يا (۱) بولو او له همدې امله چې د احتمال پېښېدل مو هم (۱) بللی، نو د الف واقع کېدل ممکن کېږي، کوم چې د دغو دوو ارزښتونو ترمنځ قرار لري، نو له همدې امله طبيعي منحنی ته د احتمالاتو منحنی وايي.

ددې لپاره چې د يوې مشاهدې د پېښېدو يا واقع کېدلو امکان يا چانس وپېژنو يا د دفعاتو او مشاهداتو په يوه مجموعه کې د يوې ټاکلې مشاهدې فېصدي او امکان پېش بيني کړای شو، نو بايد د منحنی لاندې ساحه کې د هغې مربوطه مساحت د ( $X'$ ) څخه ښکته او پورته قيمتونو په حدودو کې پيدا کړو.

### ۱، ۲، ۷- د طبيعي منحنی په ساحه کې د يوې حادثې د احتمال سنجش:

که چېرې د څو شاهدو يا د ارقامو د يوې مجموعې يا يوې پېښې د واقع کېدو د احتمال څرگندول منظور وي او غواړو هغه د طبيعي منحنی په ټولې ساحې کې وښيو، ددې مقصد لپاره لومړی يو طبيعي منحنی ترسيم او بيا د X قيمت (د خپل پام وړ قيمتونو له مخې) په هغه کې په نښه کوو، بيا وروسته گورو چې د Z قيمت څو دی؟ د هغه فېصدي، د کتاب په پای کې راغلي ضمیمې د (Z) جدول له مخې مو مو، وروسته همدا ساحه په فېصدي اړو او په تور شوي رنگ يې د طبيعي منحنی پر مخ په نښه کوو؛ دا هم يو څو بېلگې:

لومړی مثال: په مارکيټ کې د ۳۰۰ قلمونو موادو او اجناسو نرخونه چې يو طبيعي وېش لري، اوسط يې ۲۰ او میزاني انحراف يې ۲۰ دی، ددغو معلوماتو له مخې دا احتمال څرگند کړئ، چې منې يو مڼه په ۲۰-۲۰ افغانیو دی؟

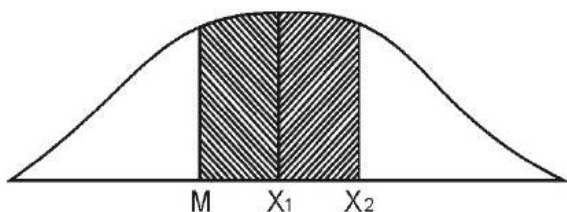
$$M=60$$

$$\delta=20$$

$$X_1=60$$

$$X_2=20$$

په لومړي قدم کې يو طبيعي منحنی ترسيم او د X مربوطه قيمتونه ورباندې ښکاره کوو:



$$Z_1 = \frac{60 - 60}{20} = \frac{0}{20} = 0$$

$$Z_2 = \frac{20 - 10}{20} = \frac{10}{20} = 0,5$$

په دې ډول Z ساحه صفر او Z ساحه 0,5 عدد ښکاره کوي، چې ټوله ساحه یې  $Z = Z_1 + Z_2$  ده، نو د صفر څخه صرف نظر کوو، ځکه په (Z) جدول کې د هغه قیمت 0,0 دی، اما د 0,5 ځواب په Z جدول کې 0,1915 دی، نو لرو چې:

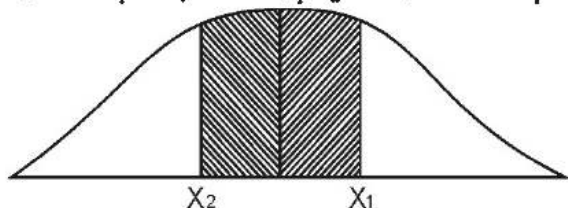
1915% ،  $Z = Z_1 + Z_2 = 0 + 0$  دی، نو لرو چې:

1915% ،  $Z = Z_1 + Z_2 = 0 + 0$  یا ټوله ساحه یا 19,15%

دویم مثال: په لاندې ډول د یو علمي تحقیق د ترسره کولو په ترڅ کې د راټولو شویو مشاهدو د وېش طبیعي منحنی چې د یوې سیمې څخه د جوارو د حاصلاتو د اندازې ښکارندوی ده، په دغو ارقامو کې  $\delta = 10$  ده، په منحنی کې په نښه شوې ساحې ښکاره کړئ؟

حل:

$$\begin{aligned} M &= 100 \\ X_1 &= 10,5 \\ X_2 &= 97,5 \\ \delta &= 10 \end{aligned}$$



$$Z = \frac{X - M}{\delta}$$

فورمول لرو چې:

$$Z_1 = \frac{X_1 - M}{\delta} = \frac{10,5 - 100}{10} = 0,75$$

نو لیکو چې:

$$Z_2 = \frac{X_2 - M}{\delta} = \frac{97,5 - 100}{10} = 0,25$$

د (Z) جدول له مخې  $Z_1 = 0,2734$  ساحه او  $Z_2 = 0,0987$  ساحه ټوله ساحه

$$Z = Z_1 + Z_2 = 0,2734 + 0,0987 = 0,3721$$

یا  $Z = 37,21$

درېیم مثال:

که چېرې له یوې کروندې څخه ۳۰۰ رومي بانجان راټول شوي وي او د هغو اوسط وزن 16gr وي او د دغو ټولو ۳۰۰ رومي بانجانو ترمنځ میزاني انحراف 2,5gr سنجول شوي وي، نو څو فیصده رومي بانجان 13,5-16gr وزن لري؟

حل:

$$M = 16$$

$$\delta = 2,5$$

$$X_1 = 13,5$$

$$X_2 = 16$$

$$Z = \frac{X - M}{\delta}$$

لرو چې:

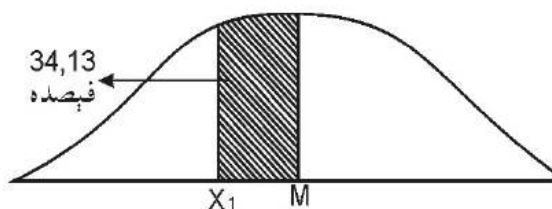
نو د فورمول له مخې لیکو چې:

$$Z_1 = \frac{13,5 - 16}{2,5} = \frac{-2,5}{2,5} = -1$$

$$Z_2 = \frac{16 - 16}{2,5} = \frac{0}{2,5} = 0$$

په Z جدول کې د ۱ قیمت 0,3413 سره برابر دی، نو:

$$Z_1 + Z_2 = 0 + 0,3413 = 0,3413$$



### ۳. ۷- دارقامو باینومیل وېش او د طبیعي منحنی له مخې د هغو تخمین:

باینومیل هره هغه ریاضیکي افاده ده، چې دوه حده ولري، خو د عین طاقت یا توان لرونکی وي، مثلاً  $(a+b)^2$  د ا د افادې یو حد او b دویم حد دی، چې د دواړو طاقت (2) دی، a او b مربوط قیمتونه په ایښودلو سره دا افاده انکشاف موندلې شي، طبیعاً د هغې څخه یو ځواب راوځي او هم هغه تجزیه کېدای شي، کېدای شي هر حد بېل طاقت ولري، خو د ټولو طاقت بیا یو واحد عدد وي، خو په احصایه کې معمولاً طاقت مثبت عدد وي، مثلاً:



باینومیل معادله له مخې ترسیم شوي دي، که چېرې موږ وغواړو د یوې سیکې څلور ځله پورته غورځولو کې درې ځله د شېر اړخ (H) واقع کېدو او یو ځل د خط (T) واقع کېدو احتمال لاس ته راوړو، نو د شېر احتمال (HHH) او د خط احتمال (T) څخه عبارت دی یا  $H^3T$  کوم چې د معادله بڼې خواته د افادې دویم حد څخه عبارت ده، د ریاضیکي افادې دغه حد ضریب څلور دی، یعنې څلور ځله تکرارېږي، د احتمالاتو د تیوري او قواعدو سره سم په څلور ځله د سیکې غورځول او د درې وارو د شېر احتمال داسې سنجوو:

$$= 4 \begin{bmatrix} \text{د مطلوبې حادثې} \\ \text{د نه واقع کېدو احتمال} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{د مطلوبې حادثې د واقع} \\ \text{کېدو احتمال} \end{bmatrix} = 4 [P(HHH)XP(T)] \text{ یا } 4[(H)^3X(T)]$$

له دې کبله چې په هر ځل غورځولو پنځوس فیصده د شېر او پنځوس فیصده د خط امکان شته، نو لیکو:

$$\text{په څلور ځله د سکې غورځولو کې درې ځله د H د وقوع احتمال} = 4 \left[ \left( \frac{1}{2} \right) \cdot \left( \frac{1}{2} \right) \cdot \left( \frac{1}{2} \right) \cdot \left( \frac{1}{2} \right) \right] = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

په دې ډول باینومیل معادلات ټول همدا خاصیت لري، نو ځکه هغو ته یو واحد فورمول غوره کولای شو او هغه دا دی، چې:

په دې فورمول کې:

$$P(x, n, p) = (x)^n P(1-p)^{n-x}$$

P- د پام وړ پېښې د واقع کېدو احتمال

X- د پام وړ حادثه یا پېښه

n- د نمونو اندازه (یعنې څو ځله یوه حادثه تکرارېږي).

p- په هر ځل یا په هره نمونه کې د پام وړ پېښې د واقع کېدو احتمال

$$-d \text{ یا } (X) = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$

دی، چې موږ د مثال په ډول تېره شوې یوه ریاضیکي معادله کې د معادله بڼې خواته ښودلي و، یو ځل بیا هم همدا تېر مثال د پورتنۍ معادله په بڼه توضیح کوو:

$$(X-3y)^2 \text{ یا } (2a+3b)^3 \text{ او نور.}$$

همدارنگه پوهېږو چې طاقت لرونکي فورمولونه په خپلو مضروبانو تجزیه کولای شو، مثلاً:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

او یا هم:

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

او هم:

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

یا

$$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

په احصائې کې باینومیل هغه وخت کارول کېږي، چې کله موږ دوه مشاهدې سره یوځای لیکو، خصوصاً دا د احتمالاتو په سنجش کې ډېرې معمول دي، مثلاً که چېرې یوه سیکه څلور ځله پورته اچوو، د هغې د شېر یا خط احتمال داسې دی:

<sup>4</sup>(خط+شېر)

که چېرې شېر په H حرف او خط په T حرف ونیسو، نو د احتمالاتو د قاعدې مطابق چې موږ پخوا ورته اشاره وکړه، دواړه حوادث یوه ریاضیکي افاده کې لیکو:  $(H+H)^4$

وروسته هغو ته د ریاضیکي فورمول مطابق انکشاف ورکړو.

$$(H+H)^4 = H^4 + 4H^3T + 6H^2T^2 + 4HT^3 + T^4$$

په دې ډول سره د نوموړو ریاضیکي افادې له انکشاف څخه داسې یوه معادله لاس ته راځي، چې د هغې بڼې خوا د (H) او (T) د ترکیب څرنګوالي ښکاره کوي او همدې خواته د هر حد موجود ضریبونه هغه تکرار ښکاره کوي، هر ترکیب یا خاصه نتیجه واقع کېدای شي، مثلاً (H) حادثه په څلور ځله پورته غورځولو ۱۶ ځله تکرارېږي، ځکه د هغو د حدونو د ضریبونو مجموع چې د معادله بڼې خواته واقع دی ۱۶ کېږي.

په دغه باینومیل کې د هغې په انکشاف ورکولو سره دا ممکنه کېږي، چې موږ وکولای شو د یوې خاصې پېښې د واقع کېدو احتمال و سنجوو، مثلاً د معادله بڼې خواته د (HH)، (H) یا هم (HHH) د پېښو د احتمال نتایج.

کله چې د همدې باینومیل څخه وغواړو د هغو د دفعاتو ګراف رسم کړو، نو د معادله بڼې خوا حدونو طاقتونه چې هر یو یې د H د واقع کېدو احتمال نښي، د دې شمېر ترستون لاندې او په خپله ضریبونه یعنې د هر حد ضریب د دفعاتو ستون لاندې لیکو، په ګراف کې ضریبونه د (X) په محور او دفعات یا توانونه د (Y) په محور ښکاره کوو، له دې څخه چې کوم Histogram په لاس راځي، هغه په خطي ګراف Polygon اړوو، نو دا یو طبیعي منحنی ښکاره کوي، نو ځکه د

$$P(3,4, \frac{1}{2}) = (3)^4 (\frac{1}{2})^3 (1 - \frac{1}{2})$$

$$P(3,4, \frac{1}{2}) = \frac{4!}{3!(4-3)!} (\frac{1}{2})^3 (\frac{1}{2})^1$$

$$= 4(\frac{1}{16}) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

مثال

که چهرې په شپږو دانو هگیو کې د څلورو چرگانو او دوو چرگو د راوتلو احتمال سنجوو، نو په شپږو وارو کې د ښځینه چرگو او احتمال داسې محاسبه کېږي:

$$P(x, n, p) = (x)^n (p)^x (1-p)^{n-x} = \frac{n!}{x!(n-x)!} = (P)^x (1-P)^{n-x}$$

دلته

$$X = \text{ټول حادثات}$$

$$n = \text{ټولې هگۍ}$$

$P = \frac{1}{2}$  د چرگې یا چرگ د وتلو احتمال یا په یوه هگۍ کې د هر احتمال پېښېدل (50% د چرگې او 50% د چرگ احتمال).

فکتوریل داسې انکشاف مومي:

$$P(4,6, \frac{1}{2}) = (4)^6 (\frac{1}{2})^4 (\frac{1}{2})^2 = \frac{61}{4!(6-4)!} (\frac{1}{2})^4 (\frac{1}{2})^2$$

$$\frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1 (2 \times 1)} (\frac{1}{2}) (\frac{1}{2}) (\frac{1}{2}) (\frac{1}{2}) (\frac{1}{2}) (\frac{1}{2}) = \frac{30}{2} (\frac{1}{16}) (\frac{1}{4}) 15 (\frac{1}{16}) = \frac{15}{64}$$

$$\frac{15}{64} = 0,23 \text{ نو: } \frac{15}{64}$$

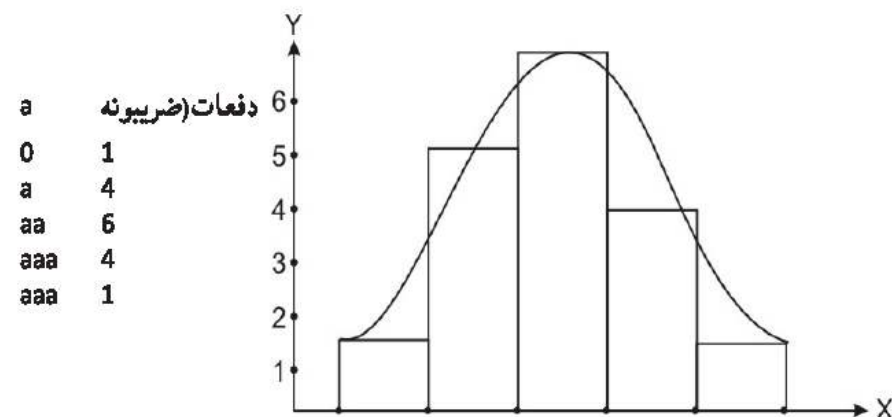
$$\frac{15}{64} \cdot 100 = 23\% \text{ خود هغه فیصدي داسې محاسبه کېږي:}$$

موږ کولای شو دغه فیصدي د دفعاتو د وېش په یو طبیعي یا نورمال منحنی کې هم ښکاره کړو، دلته لومړی موږ دوه محورونه ترسیم او بیا وروسته د باینومیل د انکشاف موندلې حدونو ضریبونه په (X) یا افقي محور او د هر حد طاقت یا توان (Y) یا په عمودي محور ښکاره کوو، د موضوع د ښه روښانه کولو لپاره یوه باینومیل ته انکشاف ورکړو او بیا یې په (X) محور او (Y) محور یا متحولینو قیمت گذاري او طبیعي منحنی یې ترسیموو، فرضاً  $(a+b)^4$  باینومیل لرو:

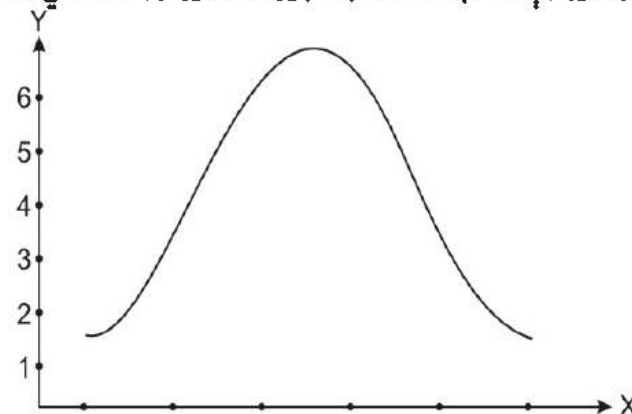
$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

که دلته وغواړو د (a) دفعاتو وېش په گراف کې رسم کړو، نو د پورته شرحې سره سم د a

ضریبونه ښکته خوا په بېل ستون کې لیکو؛ گورو چې د باینومیل د انکشاف موندلې معادلې آخری حد کې a نشته، یعنې طاقت یې صفر گڼو، هغه ته صفر قیمت ورکړو، بیا د مساوات ښي لاس ته په څلورم حد کې یې طاقت (۱) دی، نو ضریب یې 4 په درېیم حد کې چې طاقت 2 دی، نو ضریب یې 6 دی، لومړی د هغه یو ساده جدول ترتیب او بیا په انکشاف ورکړل شوي باینومیل کې د معادلې ښي خواته پینځه حدونه دي، نو د X په محور پینځه استوانې رسموو؛ داسې چې:



که پورته گراف یوازې د هغه په Polygon بڼه وښیو، کاملاً یو نورمال منحنی دی؛ داسې چې:



نو په هغه صورت کې چې د ارقامو وېش کې د هغو اوسط (M) میزاني انحراف (δ) او طبعاً د هغو مجموعه (n) ټول سنجش شوي وي، نو په طبیعي منحنی یا د احتمالاتو منحنی کې د یوې مشخصې حادثې یا معینې مشاهدې احتمال سنجوو، د باینومیل M او n د سنجش فورمول دا دی:

$$M = np$$

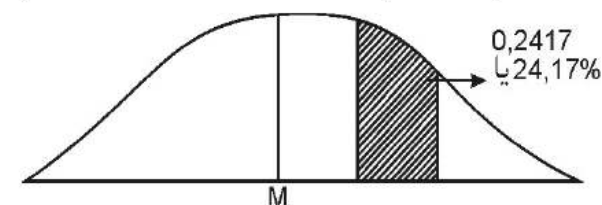
$$\delta = \sqrt{np(1-p)}$$



ساحه له 0,1915 سره مطابقت لري، همدا راز له M څخه تر 1,5 يا کله چې  $Z=1,5$  وي، دغه ساحه له 0,4332 سره مطابقت لري، نو کله چې د  $Z_2=Z_1$  قاعدې له مخې د مربوطه ساحې قيمتونه يو بل څخه منفي کړو لرو چې:

$$0,4332 - 0,1915 = 0,2417$$

په دې توگه په شکل کې ښودل شوي ساحه ټوله 0,2417 يا 24,17% ده، يعنې:



په دې ډول د يوې سيکې په څلور څله پورته غورځولو کې درې څله د شېر په اړخ د رالوېدو احتمال 24,17% فېصده دی.

اوس دا دی ددې بحث په پای کې په لنډ ډول وایو، چې کله د يوې علمي څېړنې د ترسره کولو يا د ارقامو د صنف بندي او د منحنی د ترسیم وروسته چې کوم د منحنی شکلونه په لاس راځي دا بېلا بېلې بڼې لرلای شي، يو يې هغه منحنی گانې دي، چې لږ ډوله، مثلث ډوله، لږ ډوله، څو څوکې لرونکي او داسې نور ډولونه لري، بل يې هغه منحنی گانې دي، چې د زنگ بڼه لري، هغه منحنی چې غونډې ډوله وي او لمنې يې دواړو خواوو ته په متناظر ډول هموارې وي، دې ته متناظر يا طبيعي منحنی وايي، په دغه منحنی کې مېانه، اوسط او موډ د پېژندلو وړ دي، په علمي تحقيق او احصايېو تحليلونو کې متناظر يا نورمال منحنی د فرضیو لپاره يو معيار په نظر کې نيول کېږي، په خپله د طبيعي منحنی ساحه 100% يا يو فرض شوی چې د راټولو شويو مشاهدو څخه نمايندگي کوي، خو که چېرې وغواړو د يوې معينې مشاهدې يا په صنف بندي شويو ارقامو کې د يوه معين صنف د مشاهدو فېصدي او د هغو احتمال وومو، نو د دې لپاره يو واحد معيار Standard Unit په نظر کې نيول شوی، چې په Z سره ښودل کېږي او په خپله Z چې د X قيمتونو معيار دی، په جدول کې قيمتونه لري او د افقي محور په سر د X هرو دوو ارزښتونو ترمنځ د يوې پېښې واقع کېدل ښکاره کوي.

کله که يوه ښکارنده څو څو څله پېښېږي، نو د تکرارونو او څو څله پېښېدو شمېر يې په طاقت ارایه کېږي او دا چې څومره امکانات لري، هغه يې د رياضيکي افادې حدونه جوړوي، په دې ډول يوه څو څو حده رياضيکي معادله چې د طاقت لرونکي وي لاس ته راځي چې دې ته باينوميال وايي د باينوميالونو تجزيه د هغو په متشکله عناصرو (ضريبونو) د سره د خاصو رياضيکي فورمولونو او مېتودونو له مخې صورت نيسي د افادې د تجزيې د واحدونو ضريبونه د دفعاتو

دلته

n- ټول حادثات.

p- د پام وړ حادثې پېښېدلو احتمال.

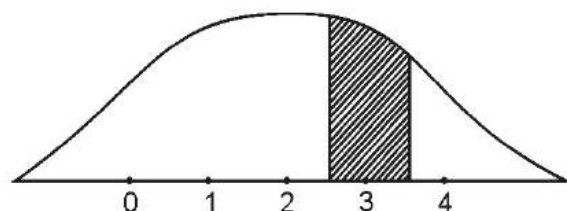
مثلاً د يوې سيکې په څلور څله پورته غورځولو سره درې څله شېر واقع کېدلو احتمال کې چې ټول حادثات (4) وي، يعنې (n=4) او په هر ځل د مطلوبه حادثې د پېښېدو احتمال يعنې ( $p=\frac{1}{2}$ ) فرض کوو، نو ځکه M او داسې محاسبه کوو:

$$\mu = 4\left(\frac{1}{2}\right) = 2$$

$$\delta = \sqrt{2\left(1 - \frac{1}{2}\right)} = \sqrt{2 - 1} = 1$$

که چېرې په شکل کې د طبيعي منحنی تر ساحې لاندې د شېر درې څله واقع کېدو احتمال وښيو، نو لاندې ډول باندې مربوطه ساحه په نښه کولای شو:

(۱۵،۷) شکل



دلته گورو چې M او قيمتونه هم موجود دي او په افقي محور د مستطيل قيمتونه هم شته، يعنې پورته شکل کې د مستطيل قاعده له 2,5-3,5 قيمت لري.

$$X=2,5$$

$$X=3$$

$$X=3,5$$

لکه چې پخوا وويل شول، د (Z) جدول څخه په استفادې په طبيعي منحنی د يوې معينې ساحې د احتمال معلومولو لپاره د نوموړي قيمتونو څخه يعنې د 2,5-3,5 ترمنځ ساحه داسې ټاکو:

$$Z_1 = \frac{X_1 - M}{1} = \frac{2,5 - 2}{1} = 0,5$$

$$Z_2 = \frac{X_1 - M}{1} = \frac{3,5 - 2}{1} = 1,5$$

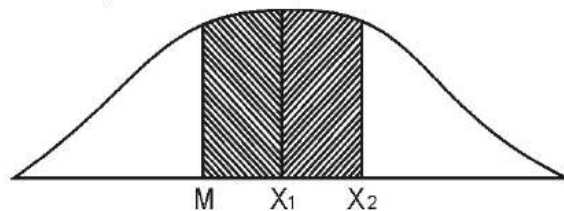
له M څخه تر  $Z=0,5$  ساحه د جدول له مخې پيدا کړو، گورو چې د (Z) د جدول مخې  $Z=0,5$

ستون لاندې او طاقتونه یې د بېل ستون لاندې ښیو، وروسته هغه د  $X$  او  $Y$  په محورونو رسموو، داسې چې ضریبونه په عمودي محور او طاقتونه په افقي محور ځای نیسي، دې پسې منحني ترسیم او له ورکړل شوي قیمت څخه یې د احتمال ساحه په نښه کوو.

مثالونه

۱. د چرگانو د یوه فارم د هگیو ورکولو اندازې په پرله پسې ډول ثبت شوي، بیا د هغو منحني ترسیم شوی، چې د یو خانګړي نسل هګۍ د ګراف ساحه کې په نښه شوي، تاسې د هغه فیصدي پیدا کړئ؟

شکل (۱۷، ۷)



قیمتونه

$$\begin{aligned} M &= 100 \\ X_1 &= 113 \\ X_2 &= 116 \\ \hat{c} &= 10 \\ Z_1 &= \frac{113 - 100}{10} = \frac{13}{10} = 1,3 \end{aligned}$$

ساحه یې  $Z_1 = 0,4032$

$$Z_2 = \frac{116 - 100}{10} = \frac{16}{10} = 1,6 \quad \text{او:}$$

ساحه یې  $Z_2 = 0,4452$

یا  $Z = Z_2 - Z_1$  ټوله ساحه

$$\text{یا } Z = 0,4032 - 0,4452 = 0,0420 = 4,20\%$$

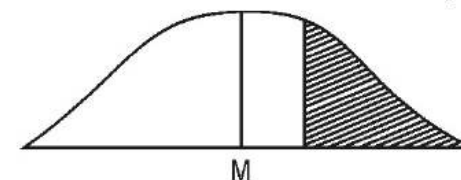
۲. یو کروندګر د خپلو بادرنګو د کروندې حاصلات چېد جوزا له نیمايي یې حاصل ټولول پیل او د سرطان تر پای پورې یې تثبیت کړي، د خامو ارقامو په بڼه یې یادداشت کړي او هیله لري چې صرف د سرطان له شملې د حاصل تر پای پورې یې چې کوم حاصلات کړي، آیا د ټولو حاصلاتو څو فیصده برخه جوړوي؟

حل:

د ټولو ارقامو جدول ترتیب او بیا یې منحني ترسیموو، د ارقامو له تحلیل څخه طبیعي منحني او مربوط قیمتونه داسې ترلاسه شول:

شکل (۱۸، ۷)

$$\begin{aligned} M &= 60 \\ \hat{c} &= 20 \\ X &= 80 \\ Z &= \frac{80 - 60}{20} = \frac{20}{20} = 1 \end{aligned}$$



$$Z = 0,5000 - 0,3414 = 0,1587$$

۳. که چېرې د حمل د میاشتنې له لومړۍ تر اتمې پورې د اقلیم پېش بینی او احتمال مد نظر وي او داسې فرض کړو، چې د شنه آسمن او باران احتمال بالکل مساوي وي، یعنې  $\frac{1}{2}$  احتمال د

ورېځ آسمان او  $\frac{1}{2}$  احتمال د شنه آسمان د پېښېدو وي، نو په دغو اتو ورځو کې صرف د درېیو ورځو احتمال سنجش کړئ؟

$$X = 3$$

$$N = 8$$

$$P = \frac{1}{2}$$

$$P = ?$$

$$P(X, N, P) = \frac{N!}{X!} \cdot P^X \cdot (1 - P)^{N - X}$$

$$P(3, 8, \frac{1}{2}) = \frac{8!}{3!} \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

$$P = \frac{8!}{3!(8-3)!} \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

$$P = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1 \times (5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)} \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

$$P = 56 \left(\frac{1}{8}\right) = \frac{1}{32}$$

$$P = 56 \left(\frac{1}{256}\right) = \frac{56}{256}$$

$$P = 0,21187$$

$$P = 21,87\% \quad \text{یا}$$

که چېرې وغواړو دا ډول مسایل د طبیعي منحني په ساحه ښکاره کړو، نو په داسې حالت کې



چې د حادثاتو د واقع کېدو احتمال 50% یا  $\frac{1}{2}$  وي، لکه له هغې چرګ یا چرګې پیدا کېدل، د یوې سبکې شېر یا خط اړخ څرګندېدل، د ورېځ یا شنه آسمان احتمال او داسې نور...، نو طبیعي منحنی له (M) څخه ښي خوا یو احتمال (مثلاً شېر اړخ یا د چرګې راوتل) فرض کړو، وروسته راکړل شویو ارقامو څخه میزاني انحراف  $(\epsilon) N_1, N_2, N_1$  او نور پیدا کوو او مربوطه فورمول کې یې وضع کوو، مثلاً همدا پورته مثال کې داسې عمل کوو:

فورمول لرو چې:

$$M = N \cdot P = 8 \left( \frac{1}{2} \right) = 4$$

$$\delta = \sqrt{NP(1-P)} = \sqrt{4(1-P)}$$

$$\delta = \sqrt{4 \left( \frac{1}{2} \right)} = \sqrt{2} = 1,4$$

$$X_1 = 2,5$$

$$X_2 = 3,5$$

$$Z_1 = \frac{2,5 - 4}{1,4} = -1,06 \quad \text{ساحه} \quad Z_1 = 0,3554$$

$$Z_2 = \frac{3,5 - 4}{1,4} = -1,35 \quad \text{ساحه} \quad Z_2 = 0,1368$$

$$Z = Z_1 + Z_2 = 0,3554 + 0,1368$$

$$\text{توله ساحه} \quad Z = 0,4922$$

یا 21,8%  
که چېرې وغواړو د همدغو اتو ورځو د شنه آسمان احتمال څرګند کړو، نو هغه د M ښي خوا ته ښکاره کېږي، مثلاً په دغو اتو ورځو کې د پینځه ورځو آسمان احتمال ومومي؟  
حل:

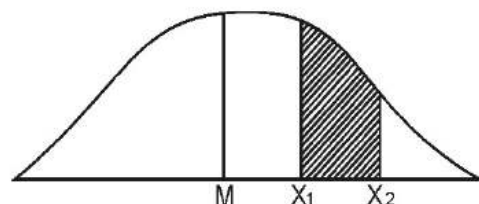
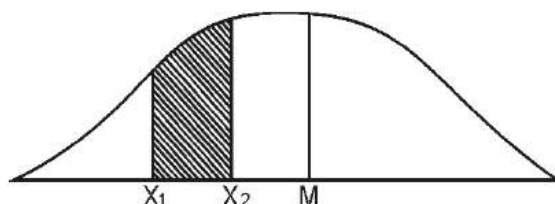
$$M = NP = 8 \left( \frac{1}{2} \right) = 4$$

$$\delta = \sqrt{NP(1-P)} = \sqrt{4 \left( \frac{1}{2} \right)} = \sqrt{2} = 1,4$$

$$\delta = 1,4$$

$$X = 4,5$$

$$X = 5,5$$



$$Z_1 = \frac{X - M}{\delta} = \frac{4,5 - 4}{1,4} = \frac{0,5}{1,4} = 0,35$$

$$Z_2 = \frac{X - M}{\delta} = \frac{5,5 - 4}{1,4} = \frac{1,5}{1,4} = 1,06$$

$$Z_1 = 0,1368$$

$$Z_2 = 0,3554$$

$$\text{توله ساحه} = 0,3554 + 0,1368 = 0,4922 = 21,9\%$$

دلته گورو نیم احتمالات (ورېځ) د M یوې خواته او نیم نور (شین آسمان) د M بلې خواته څرګند شول، فورمول او د قیمتونو وضع کلي طریقه ده.

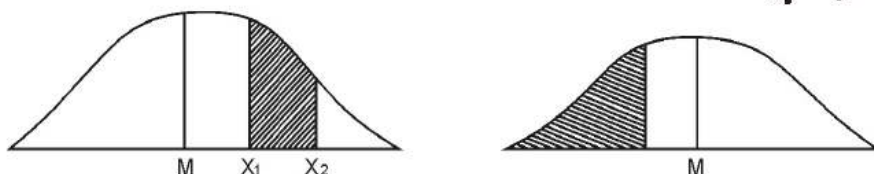
## تمرینات

۱. د ارقامو د وېش بېلابېل شکلونه شرحه کړئ؟

۲. د متناظر منحنی خصوصیات ولیکن؟

۳. د قطعو په ۱۳ قره پرو کې د طوس، لس خال او اته خال د پېښېدو احتمال څرگند کړئ او د هغو د احتمال ساحه په طبیعي منحنی کې ښکاره کړئ؟

۴. یوه پاراویت د یوې اونۍ په جریان کې بېلابېل څاروي واکسین کړي، د هغو د ارقامو څخه لاندې منحنی گانې ترلاسه شوي دي، د هغو د خصوصیاتو له مخې د نورې شوې ساحې فیصدي معلومه کړئ؟



## اتم څپرگی

## شاخصونه

## (Index Number)

۸، ۱- د شاخص مفهوم:

شاخص عدد هغه دی چې د مرکبو ښکارندو، ارقامو، مشاهدو او اعدادو تناسب په اندولیز ډول ښکاره کوي، یا په بله وینا: د هغو بېلابېلو ټولنیزو، اقتصادي او چاپېریالي پدیدو د مقایسې نسبي ښوونه ده، چې مقایسه یې مد نظروي.

شاخص نمبر یا Index Number چې وورسته له دې به یې په لنډیز سره شاخص بولو، یو احصایوي مقیاس دی، چې په دوو یا له هغو زیات متحولینو کې بدلونونه د سیمې، وخت او یو شمېر نورو ځانگړنو (عاید، لگښت، بیو، جوړښت او نور...) په پرتله ښکاره کوي.

د طب او عامه روغتیا په برخو کې ډېر مثالونه شته چې بای په مقایسوي توگه وخیږل شي. د فارمسي په چارو کې د ادویه جاتو مقایسوي موثریت، له یوې سیمې څخه بلې سیمې ته د امراضو شیوع، د ارگانیزمونو مقاومت یا عدم مقاومت، د سن او عمر پرتله کول او داسې نور ټول مسایل چې کوم بل مشخص مقیاس و نه لری د شاخص په واسطه په نسبي توگه ښودل کېږي.

د کرنې او مالدارۍ په برخه کې د څارویو، د کروندو د حاصلاتو، ونو-بوټو ټکټورونو، تولیدي عواملو او نورو هغه نسبي ښوونه او مقایسه ده چې د سیمو، خت، فارمونو، موسم او نورو پر اساس ترسره کېږي، البته د کرنې او مالدارۍ اکثره عناصر په سیده ډول یو بل سره د اعدادو د ساده جمع کولو په قاعدو نه شو ترسره کولای، موسم او نورو پر اساس ترسره کېږي، د بېلگې په ډول کرنیز محصولات سابه (چې بېلابېل ډولونه لري)، مېوې (بېلابېل ډولونه یې)، غلې دانې، د څارویو محصولات او نور چې د دغو هریو عناصر په انفرادي ډول نه شي سره جمع کېدای، خو د هغو عمومیت همدا دی، چې ټول کرنیز محصول او د کار ثمر دی، په شاخص کې دا بېلابېل اقلام په مجموعي او عمومي ډول مقایسه کېږي؛ مثلاً په ۱۳۷۹ ل کال کې د ۱۳۸۸ ل کال په پرتله د غلو دانو په تولید کې زیات والی یا کمی، د پروان ولایت کې د لوگر د څرخ په مقاسه د یو واحد ځمکې د انگورو حاصل مقایسه، د یو شمېر محصلینو د نمر و شاخص، د لغمان ولایت په مقایسه د کندوز په ولایت کېد وریجو د یو جریب د حاصل پرتله کول او داسې نور.

د لومړي ځل لپاره شاخص د یوه انګلیسي عالم (F.Y Edgeworth (1845-1920 له خوا



## ۸، ۲- د شاخص اهمیت:

سره له دې چې د شاخص، سنجش او ارایه د څېړنې په پراخه ډگر کې د استعمال ډېر موارد لري، بېلابېلو اقتصادي، ټولنیزو ډگرونو کې خپل ځانگړی اهمیت او ارزښت لري، لکه د عامې روغتیا، صنایعو، سوداګرۍ، ښوونې او روزنې او نورو کې خو بیا هم په دې هکله یوه اشاره کول په کار دي، ځکه مقایسه کول هغه ډېره واضحه ارایه ده، چې د یوې پدیدې وده یا وروسته پاتې والی ورباندې ښه ښودل کېږي، مثلاً که چېرې وواي چې د مالدارۍ یو فارم کې دغوښې د تولید اندازه له یوه کاله تر بل کال پورې له ۵۰ ټنه ۷۵ ټنه ته لوړه شوې، نو ددې فارم په حاصل کې زیات والی د فارم د کامیابۍ نښه ده، یا کله چې وایو په هېواد کې د منو د چنجیو د ناروغۍ خساره د لسو پخوا کلونو په مقایسه ۲۰٪ راکمه شوې، دا هم اغېزمنوالی ښکاره کوي، یاد میدان ولایت کې د غواگانو د طاعون د واکسین له کبله د لوگر ولایت په مقایسه طاعون ۵۰٪ کم شوی دی، په دې ډول شاخص یا د ارقامو کمښت او یا تولید په فیصدي ارایه کولای شو، چې د توثید یا تنقیص ارایه په خپله د علمي څېړنې یو مهم هدف دی، په ذکر شوي ډول سره دغو هر یوه مثالونو کې دوه پدیدې سره پرتله شوي دي، چې د تحلیل یو ډېر ښه اصل دی.

په لږ څه لویه کچه، د شاخصونو په واسطه موږ د څو څو کلونو په موده کې بېلابېل ارقام پرتله کوو، چې د شاخصونو یوه مجموعه یا سلسله رامنځته کوي، د ارقامو پرځای د هغو نسبي بدلونونه مطالعه کېږي، نو په دې ډول دا پرتله د اصلي ارقامو د مقایسې په پرتله ډېر روښانه او اسانه ده، دا نه یوازې د تېروخت، بلکې د دورنما پلانونو او پالیسیو په برخه کې هم ترسره کولای شو.

موږ د راتلونکي بدلونونه هم په نسبي بڼه په فیصدي په نظر کې نیسو، چې د پېښېدونکي بدلون د افادې لپاره یو واحد عدد او مقیاس په لاس راځي، په تېره بیا په هغه حالت کې چې ارقام ډېر گڼ او پېچلی وي یا ټاکلی وزن، ثقل او ارزښت ولري، نو په داسې حالت کې د شاخص اهمیت نور هم زیات او لوړېږي.

## ۸، ۳- د شاخصونو د سنجش طریقې:

شاخصونه په بېلابېلو روشونو او طریقو سنجش او محاسبه کېږي، چې دا روشونه نظر هدف، ارقامو او امکاناتو ته فرق کوي؛ مثلاً:

## عمومي او انفرادي شاخصونه:

عمومي شاخصونه هغه دي، چې په مرکبو پدیدو کې بدلون ښکاره کوي، د بېلګې په ډول په عمومي ډول د هېواد د مالدارۍ په سکتور کې نظر یوه پخواني کال ته په بل کال کې بدلون یا د یو هېواد د ټول ملي عاید زیاتوالی د یوه پینځه کلن پلان په پای کې چې دغو بېلګو کې ټول

تعریف او ښودل شو، ده د لومړي ځل لپاره وویل: چې شاخص هغه عدد دی، چې موږ عملاً هغه په کومه بله طریقه یا مقیاس ته شو ښودلای، پرته له دې چې یو کمیت د ځای، وخت یا نورو په مقایسه وښیو، په لنډ ډول دا چې شاخص وخت په وخت او له یو ځایه تر بله په ارقامو کې د پېښو شویو بدلونو مقیاس دی.

شوي وي او ځينې زارې ایستل شوي وي، نو دلته دا د سنجولو وړ گرځي، درېیم دا چې هندسي اوسط يې سنجولای شو.

ډیر حله موږ پر یاستو چی طبی واقعیتونه، صحی راپورونه، د کال او میاشتو حوادث یو د بل په پرتله او نظر یوه وخت ته په بل وخت کی په هغو کی بدلون له مخی وینوی.

مېنایي روش کې د اوږدې مودې بدلون نظر یوه ډېر پخواني (اساس) کال ته امکان لري، په یوه اوږده سلسله کې ناڅاپي یا غیر عادي ارقام لري کولای شو او یو نوع تعدیل په کې ممکن دی.

دلته د مثال په ډول له ۱۹۷۵-۱۹۸۴ پورې یو بدلون هم زنځیري او هم په مېنایي طریقو سنجش شوي (وگورئ لاندې جدول).

(۸، ۱) جدول - د اساس دورې له مخې د شاخص د سنجش دوه طریقې

| Year | Price(\$) | (i) Index No.%<br>= $\left(\frac{pn}{po}\right) 100$<br>(1948 asbase) | (ii) Index No<br>(Xhain Base)<br>% |
|------|-----------|-----------------------------------------------------------------------|------------------------------------|
|      |           |                                                                       |                                    |
| 1948 | 5,25      | 100                                                                   | Base                               |
| 1949 | 5,87      | 112                                                                   | 111,8                              |
| 1950 | 6,12      | 117                                                                   | 104,2                              |
| 1951 | 5,50      | 105                                                                   | 89,8                               |
| 1952 | 6,25      | 119                                                                   | 113,6                              |
| 1953 | 6,62      | 126                                                                   | 105,9                              |
| 1954 | 6,75      | 129                                                                   | 101,9                              |
| 1955 | 7,12      | 136                                                                   | 105,4                              |
| 1956 | 6,50      | 129                                                                   | 91,2                               |
| 1957 | 7,50      | 143                                                                   | 114,9                              |

شاخصونه د سنجش د تخنیک او طر له پلوه په بېلابلو لارو محاسبه کېږي، چې هر یو یې په تفصیل سره تر بحث لاندې نیسو:

۸، ۳، ۱ - د حقیقي مقدار د نسبي شاخص د سنجش طریقې:

دېته د حقیقي مقدار ساده نسبي سنجش هم وایی، دلته د شاخص نمبر عمومي افاده داسې ده، چې نظر یوه اساس یا معیار وخت ته د یوه بل معیار او وخت په مقایسه مطلوبه پدیده کې بدلون؛ مثلاً د استهلاکي امتعو او اجناسو بیه کې نظریوه پخواني وخت ته بدلون داسې افاده کوو:

عناصر او اجزا شامل دي، حال دا چې په انفرادي شاخصونو کې د مرکبو پدیدو په بېلابېلو عناصرو کې بدلون؛ لکه هر بېل بېل جز په ځانگړي ډول سنجش کېږي؛ مثلاً د مالدارۍ په ټول سکتور کې صرفاً د غواگانو د روزنې شاخص، یا په ټول ملي اقتصاد کې د کرنې د برخې د پومې د تولید او صادولو د شاخص سنجش او داسې نور...

همدارنگه د شاخصونو د سنجش روش او طریقې د اساس دورې له مخې هم فرق کوي، د بېلگې په ډول که چېرې مخکې یوه دوره هر ځل د اساس د دورې په توگه سنجول کېږي، دې ته زنځیري یا (Chain Base Method Index) یا سلسلوي سنجش وایی؛ مثلاً په ۱۳۷۹ کال کې د ۱۳۷۸ کال پر اساس بدلون، په ۱۳۸۱ کال کې د ۱۳۸۰ کال پر اساس بدلون او همداسې پسې ادامه لري، یعنی:

۱۳۷۸  
۱۳۷۹  
۱۳۸۰  
۱۳۸۱

خو ددې برخلاف بله طریقه د شاخص د سنجش مېنایي یا د ثابتې دورې اساس یا Fixed Base Method یا Link Index ده، چې په دې طریقه کې صرف یو ټاکلی وخت یا کال د اساس کال په ډول په نظر کې نیول شوی وي او نور ټول کلونه د هماغه یو کال پر اساس سنجول کېږي، مثلاً په ۱۳۷۹ کال کې د مالدارۍ په برخه کې د واکسین تطبیق د ۱۳۷۸ کال په مقایسه، بیا په ۱۳۸۰ کال کې د واکسین تطبیق د ۱۳۷۸ کال په مقایسه، بیا په ۱۳۸۱ کال کې د واکسین تطبیق د ۱۳۷۸ کال په مقایسه او همداسې ورپسې نور کلونه، یعنی:

۱۳۷۸  
۱۳۷۹  
۱۳۸۰  
۱۳۸۱  
۱۳۸۲

شاخصونه دواړو طریقو کې ځینې نیمگړتیاوې او نېمگنې لري، مثلاً د سلسلوي طریقې نېمگنې دا دي چې هغې کې مستقیماً بدلون په هر کال کې مطالعه کېږي او مولد ته خوښي ور په برخه کېږي، دویم دا چې کېدای شي په یوه کال کې نظر بل ته نوي اجناس شاخص کې داخل



مثلاً په لومړۍ مثال کې ۱۳۷۹ کال د اساس کال او ۱۳۸۰ کال د جاري یا مورد نظر کال څخه عبارت دی، شاخص په سلواله ښیو، که چېرې شاخص واحد (100%) وي، نو دا مانا لري، چې مقدار او ارقامو کې هېڅ بدلون (کمښت او زیادت) نه دی راغلی؛ لکه درېیم مثال کې، خو که له واحد (100%) زیات و، نو ددې مانا داده چې د راپوردهۍ زمان کې نظر اساس زمان ته زیات والی راغلی، مثلاً که د شاخص ځواب 150% و، نو یو نیم ځل زیاتوالی ښکاره کوي او که 200% و، نو دوه ځله زیاتوالی ښیي، په دې برخلاف که شاخص له واحد څخه کم و، نو دا کمښت ښکاره کوي، لکه دویم مثال کې، چې 50% یا سم نیم کموالی راغلی دی، پورته درې واړه مثالونه د مینايي سنجش بېلګې دي، چې صرف یو یو عنصر په کې په انفرادي ډول مطالعه شوی، ددغه روش ښېګڼه داده چې مقایسه کې ډېر ژر وړ اسانه او واضحه صورت نیسي او اصل فېصدي او جنس په کې شامل وي، خو نیمګړتیا یز داده چې قیمت یې ورسره نشو سنجولای او بعضې وخت د یوه پر ځای څو څو عناصر یعنې مرکب شاخص مطالعې لاندې په کې نیول کېدای شي، چې که دا اجزاء او اقلام قیمت ولریو نو د ارزش لرونکو ارقامو د شاخص د سنجش لپاره لاندې نورې طریقې لرو:

### ۸، ۳، ۲- د قیمتونو غیر وزن شوی شاخص د سنجش طریقې:

له دې کبله چې د کرنې او مالدارۍ په سکتور کې ګڼ شمېر محصولات خپل ټاکلی ارزش لري او د مقدار او حجم تر څنګ په ټاکلو واحدونو د هغو ارزش هم محاسبه کېږي، نو باید د شاخص په سنجش کې یې قیمت او د ټولو ارقامو یا محصول مجموعه و سنجول شي، ددغه روش مطابق د اصلي محصول یا ارقامو قیمتونه په سیده ډول یا په نسبي ډول په نظر کې نیول کېږي، خو د محصولاتو مشخص وزن یا اهمیت په نظر کې نه نیول کېږي، نو ځکه ورته غیر وزن شوی روش وایي، چې یو یې د حقیقي قیمتونو مجموعي مېتود او بل یې د حقیقي قیمتونو د سنجش اوسط مېتود دی، دواړه به وګورو:

#### الف- د حقیقي قیمتونو غیر وزن شوي مجموعې طریقه

په دې کې پرته له دې چې د هر رقم او قلم نسبي ارزش وټاکو، صرف د هغو مجموعه د راپوردهۍ یا مورد نظر دورې لپاره په لاس راوړو، بیا یې د اساس دورې په مجموعه وېشو، د اساس رقم یا دوره 100% فرض کوو، په پای کې مورد نظر مقایسه په لاس راځي، فورمول یې دا دی:

$$I = \frac{P_n}{P_o} \times 100$$

دلته

۱- شاخص

Pn- مورد نظر وخت کې قیمتونه

Po- اساس یا مخکیني وخت کې قیمتونه چې په فېصدي ارایه کېږي

په دې ډول د شاخص عمومي افاده داسې خلاصه کوو:

دا یو احصایه یو تحلیل دی، چې یو (Y) متحول نظریه پخواني وخت ته مقایسه او مطالعه کوي، په پورته طریقه کې صرف یو جنس یا یوه پدیده د بلې په مقایسه په اوس وخت کې یاد راتلونکي لپاره نظریه معین اساس وخت ته مقایسه کېږي او د هغې افزایش یا تنقیص په فېصدي ښودل کېږي.

لومړی مثال

د یوې کروندې د غنمو حاصل په ۱۳۷۹ کال کې ۲۰ منه وو، همدې کروندې په ۱۳۸۰ کال کې د غنمو ۸۵ منه حاصل درلود، د ۱۳۸۰ کال شاخص د ۱۳۷۹ کال په اساس محاسبه کړئ؟

$$Q_i = \frac{q_n}{q_o} \times 100 = \frac{85}{60} \times 100 = 141,66\%$$

دویم مثال

د یوه کلیوال د چرګانو شمېر دده د کورني فارم د تاسیس لومړي کال کې ۱۴۰ او په دویم کال کې ۷۰ و، د هغو بدلون د لومړي کال په مقایسه په دویم کال کې وښایاسته؟

$$Q_i = \frac{q_n}{q_o} \times 100 \quad Q_i = \frac{70}{140} \times 100 = 50\%$$

درېیم مثال

د یوه حیواني کلنیک د راجستر د کتاب له مخې دې کلنیک د ۱۳۷۹ کال د اسد په لومړۍ ۹۷۰ څاروي او د اسد په دویمه کې هم ۹۷۰ څاروي واکسین کړي، آیا دواړو دورو کې څومره زیاتوالی راغلی؟

$$Q_i = \frac{970}{970} \times 100 = 100\%$$

لکه چې ولیدل شول دغو مثالونو کې دوه ټاکلي ارقام بېلابېل دورو کې یو بل سره مقایسه شوي، هغه دوره کې چې د هغې درجه یا رقم یا عدد او مقدار محاسبه کېږي، د راپوردهۍ یا مورد نظریا جاري دورې په نوم یادېږي، هغه دوره، وخت یا موده چې د هغې له رقم (عدد) سره مقایسه صورت نیسي، د اساس دورې، اساس وخت یا اساس مودې په نوم یادېږي.

- ټول اجناس د اهمیت له پلوه مسای وي.
- که چېر د اجناسو مقدار په یوه واحد واړول شي، ممکن په شاخص کې لږ څه بدلون راشي، مثلاً که چېرې یو جنس په من وي، نور په کیلو، نو که دا یو من په (۷ کیلو) یا د نور اجناسو ۷ کیلو به په یو من اړوو، په محاسبه کې لږ څه بدلون راځي، خو په دې طریقه کې اکثره د واحدونو بدلولو ته ضرورت نشته.

$$(pi) = \frac{\sum p_n}{\sum p_o} \times 100$$

د حقیقي قیمتونو غیر وزن شوي مجموعې شاخص.

دلته

$P_n$  - د راپوردهی یا جاري مودې قیمتونه

$P_o$  - د اساس دورې قیمتونه

$\sum$  - مجموعه

$P_i$  - د حقیقي قیمتونو غیر وزن شوي مجموعې شاخص

په ۱۳۷۰ کال کې د یو من غنمو بیه ۱۱۰، یو کیلو غوښه ۲۰ او یو لیتر شیدې ۱۲ افغانۍ وې، په ۱۳۸۰ کال کې د دغو اجناسو قیمت په وارسره ۲۵۰۰۰، ۲۵۰۰۰ او ۸۰۰۰ افغانۍ شوې، د هغو شاخص و سنجوئ؟

(۸، ۲) جدول په ۱۳۸۰ کال کې د درې قلمو اجناسو قیمتونو شاخص نظر ۱۳۷۰ کال ته

| Commodity | Unit | Prices (Afg) in |        |
|-----------|------|-----------------|--------|
|           |      | 1370            | 1380   |
| Wheat     | Sir  | 110             | 65000  |
| Meat      | Kgr  | 60              | 25000  |
| Milk      | Lit  | 12              | 8000   |
| Totla     |      | 182             | 98000  |
| Index No. |      | 100%            | 538,4% |

$$(Pi) = \frac{98000}{182} \times 100 = 538,4\%$$

د حقیقي قیمتونو غیر وزن شوي مجموعې شاخص

### ښېګڼې او نیمګړتیاوې:

#### الف- ښېګڼې:

- دا طریقه اسانه او ساده ده.
- په مجموع کې د یو شمېر محصولاتو د قیمتونو شاخص ښکاره کوي.
- که دا اجناسو اندازه په بېلابېلو واحدونو وښیو، یا یې واحد هیڅ نه وی ورکړل شوی بیا هم د محاسبې وړ ده.

#### ب- نیمګړتیاوې:

- په هر بېلابېل محصول او رقم کې بدلون نشو ښکاره کولای.
- که چېرې په یو محصول کې ډېر زیات فرق راشي او نور باقي محصولات د پخوا په شان واحد (ثابت) وي، بیا هم همدا یو قلم تفاوت په مجموع کې د شاخص په مجموعه اغېزه کوي.



محاسبه کې شامل کړو، چې هم یې د قیمت او هم یې د مصرف یا لگښت یا تولید د وزن او اندازې (حجم) د بدلون په هکله معلومات برابر شي، دغې طریقې ته Wighted Aggregativ Price Index Numbers وایي، چې د یو معین جنس د بیې سره یو ځای یې وزن د مربوطه مقیاس د واحد په ارایه کولو محاسبه کېږي، دلته په اساس زمان کې قیمت او جاري یا مورد نظر د وخت قیمت د یوه ثابت وزن سره ضرب کېږي، نو ځکه دلته له وزن سره د حقیقي قیمتونو شاخص ورته وایي او بیا یې په دواړو وختونو کې د وزن شویو قیمتونو مجموعه په لاس راځي. په درېیم گام کې د اساس و زمان وزن شوې مجموعه (100%) قیاس او د جاري یا پام وړ وخت وزن شوې مجموعه د اساس زمان په پرتله په فیصدي سره ښیو او سنجو وې، د مصرفي اجناسو د قیمتونو د وزن شوي شاخص په برخه کې معمولاً په یوه برخه کې معمولاً په یوه ټاکلي وخت کې د اجناسو د مصرف مقدار او حجم د وزن په ډول کارول کېږي، ددې لپاره چې په حاصله شوې مجموعه کې صرف د قیمتونو بدلونونه محاسبه شوي اوسي او د اجناسو د مصرف مقدار په کې ډېر منعکس نه شي، نو باید په دواړو وختونو کې (هم اساس او هم جاري زمان) کې باید ثابت شي، نو ځکه د وزن په توگه د اساس زمان مصرف د حجم د وزن په ډول په دواړو وختونو کې کارول کېږي.

دې برخه کې لومړی ځل جرمني عالم Etienne Laspeyres په ۱۸۲۴م کال کې یوه طریقه او فورمول وړاندې کړ، چې بیا د یوه بل جرمني عالم او اقتصاد پوه Herman Paasche لخوا په ۱۸۷۴م کال کې دغه طریقه نوره هم بشپړه شوه، چې اوس دا دواړه طریقي د همدې عالمانو په نوم کارلاندې نیول کېږي او احصایوي تحلیلونو کې په کار ځي، وروسته بیا د انگلیسي اقتصاد پوه Irving Fisher (Dr. of Eco. Sci.) (1867-1947) او Alfred Marchall (1845-1926) او Walsh لخوا په ډېر لږ تفسیر او اصلاح د لاسپرس او پاچ طریقي وکارول شوې، اوس د وزن لرونکو حقیقي قیمتونو د شاخص د سنجش لپاره همدا بېلابېلې طریقي معمولي او دود دي، دلته به یې لږ څه په تفصیل سره د ځینو بېلگو سره وگورو.

#### الف: د لاسپرس د قیمتونو شاخص (Laspyress Price Index):

دغه نامتو جرمني اقتصاد پوه د شاخص د محاسبې لپاره لاندې فورمول وړاندې کړ:

$$P_{on} = \frac{\sum p_n \cdot q_0}{\sum p_0 \cdot q_0} \times 100$$

دلته:

$P_n$  - په جاري زمان کې قیمت

$P_0$  - اساس زمان کې قیمت

$q_0$  - اساس زمان کې مقدار یا حجم

#### ب: د نسبي قیمتونو د اوسط سنجش طریقه:

په دغه طریقه کې لکه پخوا په شان لومړی د اساس کال د اجناسو قیمتونه هر یوې 100% فرض کوو، وروسته بیا د جاري یا راپوردهي د کال قیمتونه د اساس کال د قیمتونو په مقایسه د فیصدي په بڼه په نسبي ډول اړوو، بیا له یوه وسطي وزن (معمولاً ساده حسابي اوسط، هندسي یا هم میانې) څخه استفاده کوو، په اوسط ډول یې شاخصونه سنجوو، عمومي فورمول یې دا دی:

$$= \frac{\sum \left( \frac{P_n}{P_0} \right) \cdot 100}{N}$$

دلته

$P_n$  - مورد نظر کال د اجناسو قیمتونه

$P_0$  - اساس کال کې د اجناسو قیمتونه

$\Sigma$  - مجموعه

$N$  - د ټولو اجناسو شمېر.

مثال: د اوو قلمو اجناسو ورکړل شوي قیمتو د ۱۹۵۷ کال د بیو په اساس لرو، په ۱۹۵۸م کال

کې قیمتونو کې یې بدلون محاسبه کړئ؟

(۳، ۸) - د اوو قلمو اجناسو د شاخص محاسبه

| Commdity  | Unlt | Prices (\$) in: |       | Priceesrelatives |         |
|-----------|------|-----------------|-------|------------------|---------|
|           |      | 1957            | 1958  | 1957             | 1958    |
| Wheat     | Ton  | 351,00          | 335,0 | 100              | 95,44   |
| Rice      | Kgr  | 35,00           | 32,0  | 100              | 91,43   |
| Salt      | Kgr  | 1,25            | 1,40  | 100              | 110,00  |
| Sugar     | Kgr  | 2,25            | 2,60  | 100              | 115,56  |
| Cloth     | Yard | 0,75            | 0,85  | 100              | 113,33  |
| Milk      | Lit  | 1,25            | 1,35  | 100              | 108,00  |
| Oil       | Gall | 10,00           | 11,00 | 100              | 110,00  |
| Total     |      |                 |       | 700              | 745,76% |
| Index No. |      |                 |       | 100%             | 106,5%  |

$$P_{on} = \frac{\sum \left( \frac{P_n}{P_0} \right) \times 100}{n} = \frac{745,76}{7} = 106,5$$

۳، ۳، ۸ - وزن سره د حقیقي قیمتونو د شاخص د سنجش طریقه:

ځینې وخت اړیو، چې د محصولاتو د قیمتونو ترڅنګ د هغود حجم او مقدار وزن هم

د اجناسو د قیمت بدلون په ښه ډول نه شي منعکس کولی، نو د جاري زمان یا د راپوردهي مودې مقدار استفادې لاندې نیول کېږي، فورمول یې دا دی:

$$100 \cdot \frac{\sum p_n \cdot q_n}{\sum p_o \cdot q_n} (p_{on}) \text{ د پاچ د قیمتونو وزن شوی شاخص.}$$

مثال: د یوې کورنۍ د ۱۹۹۹م کال د جون او جولای د میاشتو مصارف او مقدار په لاندې ډول وو:

| اجناس | واحد | جون          |     | جولای        |          |
|-------|------|--------------|-----|--------------|----------|
|       |      | د مصرف مقدار | بیه | د مصرف مقدار | (حجم) په |
| شیدې  | لیتر | ۱۰           | ۵   | ۱۲           | ۴        |
| اوره  | من   | ۴            | ۲۰  | ۳            | ۲۰       |
| توکر  | متر  | ۴            | ۱۰  | ۴            | ۱۰       |
| چای   | کیلو | ۲            | ۲   | ۴            | ۴        |
| هګۍ   | دانې | ۲۰           | ۲   | ۲۲           | ۴        |

یادونه: ارقام فرضي دي

د دغو ذکر شویو اجناسو له وزن سره د قیمتونو شاخص د پاچ په طریقې د جولای د میاشتي لپاره د جون د میاشتي پر اساس حل کړئ.

(۵، ۸) جدول- د پاچ په طریقې د وزن شویو قیمتونو د شاخص سنجش

| Commodity | Unit  | Jun (Base)     |                |                               | July (The given Price) |                |                               |
|-----------|-------|----------------|----------------|-------------------------------|------------------------|----------------|-------------------------------|
|           |       | q <sub>o</sub> | p <sub>o</sub> | p <sub>o</sub> q <sub>1</sub> | q <sub>1</sub>         | p <sub>1</sub> | q <sub>1</sub> p <sub>1</sub> |
| Milk      | Lit.  | 10             | 5              | 60                            | 12                     | 6              | 72                            |
| Flower    | Seer  | 4              | 20             | 80                            | 4                      | 30             | 120                           |
| Cloth     | Meter | 4              | 10             | 40                            | 4                      | 10             | 40                            |
| Eggs      | Kgr   | 2              | 2              | 8                             | 4                      | 4              | 16                            |
|           | Dozen | 6              | 2              | 44                            | 22                     | 4              | 88                            |
| Total     |       |                |                | 232                           |                        |                | 336                           |
| Index No. |       |                |                | 100%                          |                        |                | 145%                          |

$$(p_{on}) = \frac{336}{232} \times 100 = 145\% \text{ د پاچ په طریقه}$$

ج: د فیشر ایډیال شاخص Fisters Ideal Index

لکه چې موږ ولیدل د لاسپرس په طریقه او فورمول کې په جاري یا مورد نظر زمان کې (p<sub>n</sub>، q<sub>n</sub>) د اساس کال (p<sub>o</sub>، q<sub>o</sub>) سره مقایسه کېدل، دلته له دې امله چې د اساس کال د ارقامو رول زیات دی، نو ممکن د هغو ارزش له هغه حقیقي ارزش څخه لوړ منعکس شي، اما د فورمول په صورت

Σ- مجموعه

مثال: په ۱۳۷۹ او ۱۳۸۰ کلونو کې یوه سیمه کې د هرې اونۍ لپاره د پینځه ډوله کرنیزو محصولاتو مصرف او قیمت په لاندې ډول وو: (قیمتونه په افغانۍ).

| اجناس | واحد | ۱۳۷۹       |     | ۱۳۸۰       |     |
|-------|------|------------|-----|------------|-----|
|       |      | د مصرف حجم | بیه | د مصرف حجم | بیه |
| اوره  | تن   | ۱۰         | ۱۰۰ | ۱۴         | ۱۴۰ |
| وریجې | تن   | ۱۲         | ۸۰  | ۱۴         | ۱۰۰ |
| شیدې  | لیتر | ۱۲۰        | ۴۰  | ۱۸۰        | ۸۰  |
| بوره  | من   | ۴          | ۹۰  | ۲          | ۱۲۰ |
| چای   | کیلو | ۲          | ۲۰  | ۳          | ۳۰  |

یادونه: ارقام فرضي دي

د پورته اجناسو له وزن سره د قیمتونو شاخص حاسبه کړئ؟

حل:

(۴، ۸) جدول: د لاسپرس په طریقه د وزن شویو قیمتونو شاخص سنجش

| Commodity | Unit | 1379 (Base)    |                |                               | 1380 (The Given Year) |                |                               |
|-----------|------|----------------|----------------|-------------------------------|-----------------------|----------------|-------------------------------|
|           |      | q <sub>o</sub> | p <sub>o</sub> | p <sub>o</sub> q <sub>o</sub> | q <sub>1</sub>        | p <sub>1</sub> | p <sub>1</sub> q <sub>o</sub> |
| Flour     | Ton  | 10             | 100            | 1000                          | 14                    | 140            | 1400                          |
| Rice      | Ton  | 12             | 80             | 960                           | 14                    | 100            | 1200                          |
| Milk      | Lit  | 120            | 40             | 4800                          | 80                    | 80             | 9600                          |
| Sugar     | Kgr  | 4              | 90             | 360                           | 120                   | 120            | 480                           |
| Tea       | Kgr  | 2              | 20             | 40                            | 30                    | 30             | 60                            |
| Total     |      |                |                | 7160                          |                       |                | 12740                         |
| Index No. |      |                |                | 100%                          |                       |                | 171%                          |

$$(P_{on}) = \frac{\sum p_n \cdot q_o}{\sum p_o \cdot q_o} \times 100 \text{ یا د لاسپرس په طریقې وزن د قیمتونو شاخص}$$

$$(P_{on}) = \frac{12740}{7160} \times 100 = 17\%$$

ب: د پاچ د قیمتونو شاخص (Paasches Price Index):

د لاسپرس طریقه یوه ښه طریقه ده، خو په هغې کې د اصلي زمان مقدار او حجم یعنې (q<sub>o</sub>) دوه ځله راغلي، هم په صورت او هم په مخرج کې نو طبیعاً د محاسبې په پایله اغېزه لري، حال دا چې پاچ الماني عالم دغه طریقه یو څه اصلاح کړه او د اساس زمان د مقدار په عوض یې د جاري زمان مقدار ته اهمیت ورکړ، دا له دې کبله چې د وخت په تېرېدو سره د اجناسو مقدار او حجم



باید به پام کې ونيول شي، دا پرابل موندنه په لاندې ډول دي:

a. له دې کبله چې د شاخص لپاره اعداد د مقاييسې په خاطر غوره کېږي، نو باید دقت وشي، چې نمونې او مشاهدې باید تصادفي Random Sample ونه اوسي، بلکې دا باید انتخاب شوي او سنجول شوي ارقام اوسي.

b. باید د اساس کال يو نورمال او عادي کال وي، نه دا چې د ناروغيو، وچکاليو يا جگړو زمان او کال وي، طبعاً په هغو کې ارقام، توليدات، قيمتونه او محصولات غي-عادي وي، باید داسې اساس کال غوره نه شي.

c. باید اساس کال ډېر لرې نه وي، بلکې يو نژدې او تازه کال وي.

d. د شاخص لپاره غوره شوي ارقام باید ډېر اعظمي او ډېر اصغري نه وي، که داسې وو، نو ښه به وي، چې د مقاييسې لپاره د څو کلونو اوسط ونيول شي، بيا د شاخص محاسبه ترسره شي.

e. باید په شاخصونو کې داسې ثقلت په کار يووړل شي، چې د هغو اقتصادي اهميت مهم وي.

f. باید د شاخصونو د معلومولو لپاره نظر هدف او مقصد ته لازم اجناس او ارقام راټول شي، کله چې موږ د کرنې او مالدارۍ برخه کې د قيمتونو شاخص ټاکو، باید هغه کې کافي اندازه محصولات راوړو؛ لکه غلې، دانې، سابه، لبنیات او نور.

د فيشر له نظره دا اجناس باید اقلاً ۵۰-۲۰ پورې وي.

g. په يوه ديناميک اقتصاد کې نه يوازې د اجناسو کميت، بلکې مقدار او حجم بدلېږي، بلکې وخت په وخت د هغو کيفيت کې هم بدلون راځي، نو ځکه په بېلابېلو وختونو کې د شاخصونو مقاييسه کې د هغو نظر کې نه نيول يا ډېرو اوږدو فاصلو کې د شاخص سنجش ممکن گټور تمام نه شي، داسې حالت کې زنځيري شاخص ډېر ارزښت پيدا کوي.

کې د مورد نظر کال قيمتونه د اساس کال مقدار سره ښودل شوي او د پاچ په طريقه کې هم د مورد نظر زمان د مقدار په مقاييسه محاسبات صورت نيسي، نو د دغو دواړو ترمنځ د يوه تعادل د راوستو لپاره فيشر يو ډول هندسي اوسط څخه کار واخيست او د لاسپرس او پاچ دواړو طريقو فورمولونه يې ضرب او بيا يې مربع جذر استخراج کړ، په لاندې ډول:

$$P_{on}(Fisher) = \sqrt{P_{on}(Laspyres) \times P_{on}(Passches)}$$

$$= \sqrt{\frac{\sum p_n \cdot q_n}{\sum p_o \cdot q_o} \times \frac{\sum p_n \cdot q_n}{\sum p_o \cdot q_n}}$$

د: د حقيقي قيمتونو د وزن شوې مجموعې شاخص د سنجش لپاره د مارشال او وايجورت طريقه:

ددې لپاره چې د لاسپرس او پاچ په طريقه کې د بحث وړ ټکي بالکل حل شوي اوسي، دوه تنو انگليسي پوهانو Alfred Marshall (1842-1920) او F.Y. Edgeworth (1845-1926) د شاخص ذکر شويو فورمولونو ته لږ نور هم انکشاف ورکړ، دې ته يوه موافقه د حل طريقه Accomprromise Slution ويل شوي، چې هغه داده:

$$P_{on} = \frac{\sum p_n (q_o \cdot q_n)}{\sum p_o (q_o + q_n)}$$

مثال: په لاندې جدول کې د درې ډولو اجناسو قيمتونه او مقدار په ۱۹۶۰ او ۱۹۶۴ کلونو کې ورکړل شوي، د ۱۹۶۰ پر اساس يې په ۱۹۶۴ کې شاخص د مارشال-ايجورت په طريقه ومومي؟ (۸، ۲) جدول-د درې ډوله اجناسو د قيمتونو شاخص سنجش د مارشال-ايجورت په طريقه

| Commodity | 1960           |                | 1964           |                | (q <sub>0</sub> +q <sub>1</sub> ) | p <sub>1</sub> (q <sub>0</sub> +q <sub>1</sub> ) | p <sub>0</sub> (q <sub>1</sub> +q <sub>1</sub> ) |
|-----------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------------------------|--------------------------------------------------|--------------------------------------------------|
|           | p <sub>0</sub> | q <sub>0</sub> | p <sub>1</sub> | q <sub>1</sub> |                                   |                                                  |                                                  |
| A         | 3,95           | 9,67           | 4,25           | 10,4           | 20,11                             | 85,47                                            | 79,438                                           |
| B         | 34,8           | 78             | 38,9           | 83             | 161                               | 6,269                                            | 5,602                                            |
| C         | 61,5           | 118            | 59,7           | 116            | 234                               | 13,96                                            | 14,405                                           |

$$\text{The Marshall - Edgeworth Price in Index} = \frac{\sum p_1 (q_0 + q_1)}{\sum p_0 (q_0 + q_1)} \times 100$$

$$= \frac{105,710}{99,446} \times 100 = 106,3\%$$

۸، ۴ - د شاخصونو په برخه کې د پام وړ ټکي او ځينې پرابل موندنه:

د شاخصونو په ټولو ډولونو يعنې هم عمومي، هم انفرادي، هم زنځيري او هم ربطي ډولونو کې د رياضياتي ځانگړنو برسيره، ځينې نظري او عملي پرابل موندنه او د پام وړ مسايل شته، چې

Compute the seasonal indices by using the ratio to moving average method for the data in example:

| Year and quarter<br>(1) | Y- Values TCSI<br>(2) | 4-quarter centred<br>moving averages<br>TC<br>(3) | Seasonal relatives<br>TCSI+TCx100=SI<br>(4) |
|-------------------------|-----------------------|---------------------------------------------------|---------------------------------------------|
| 1979-I                  | 72                    | -                                                 | -                                           |
| II                      | 98                    | -                                                 | -                                           |
| III                     | 79                    | 89,6                                              | 88,2                                        |
| IV                      | 106                   | 93,5                                              | 113,4                                       |
| 1980-I                  | 79                    | 99,2                                              | 79,6                                        |
| II                      | 122                   | 106,6                                             | 114,4                                       |
| III                     | 101                   | 119,1                                             | 89,3                                        |
| IV                      | 143                   | 117,4                                             | 121,8                                       |
| 1981-I                  | 94                    | 123,1                                             | 76,4                                        |
| II                      | 141                   | 128,6                                             | 109,6                                       |
| III                     | 128                   | 134,6                                             | 95,1                                        |
| IV                      | 160                   | 138,8                                             | 115,3                                       |
| 1982-I                  | 125                   | 139,9                                             | 89,3                                        |
| II                      | 143                   | 144,1                                             | 99,2                                        |
| III                     | 135                   | -                                                 | -                                           |
| IV                      | 187                   | -                                                 | -                                           |

یو حل شوی مثال:

د څلورو اجناسو (ABC او D) ځنځیري شاخص د هر کال لپاره پیدا کړئ؟

| Year | Commodity |    |     |     |
|------|-----------|----|-----|-----|
|      | A         | B  | C   | D   |
| 1951 | 81        | 77 | 119 | 55  |
| 1952 | 62        | 54 | 128 | 82  |
| 1953 | 104       | 87 | 111 | 100 |
| 1954 | 93        | 75 | 154 | 96  |
| 1955 | 60        | 43 | 165 | 88  |

د پورتنی مثال د حل لپاره لومړی د هر کال مربوطه ارقام پیدا کوو:

$$\text{Link relative for 1952} = \frac{62}{81} \times 100 = 76$$

$$\text{Link relative for 1953} = \frac{104}{62} \times 100 = 68$$

$$\text{Link relative for 1954} = \frac{93}{104} \times 100 = 89$$

$$\text{Link relative for 1955} = \frac{60}{93} \times 100 = 65$$

### تمرینات

۱. په ۱۳۷۰، ۱۳۷۱، ۱۳۷۲، ۱۳۷۳، ۱۳۷۴ او ۱۳۷۵ کلونو کې په یوه فارم کې په وار سره ۲۰۰، ۲۱۰، ۲۱۰، ۲۲۰ او ۳۰ منو په اندازه تولید صورت نیولی و، لومړی د تولید د مقدار شاخص د ۱۳۷۰ کال په اساس په مبنایي طریقه او بیا یې هر کال د مخکني کال پر اساس په زنځیري طریقه پیدا کړئ؟

۲. درې ډوله اجناس (جوار، وریشې او مۍ) لرو، په ۱۳۷۹ کال کې یې د هریو من بیه په ۸۰، ۲۰ او ۲۵ وه، په ۱۳۸۰ کال کې یې بیه ۱۰۰، ۱۲۰ او ۱۲۵ شوې، د حقیقي قیمتونو شاخص یې پیدا کړئ؟

۳. لاندې ارقام لرو:

| اجناس | واحد | ۱۳۷۹ |     | ۱۳۸۰ |     |
|-------|------|------|-----|------|-----|
|       |      | مصرف | بیه | مصرف | بیه |
| غوړي  | کیلو | ۱۱   | ۱۰  | ۱۵   | ۱۴  |
| وری   | من   | ۲۲   | ۱۰  | ۲۵   | ۱۲  |
| شیدې  | لیتر | ۳۰   | ۱۰  | ۳۰   | ۱۰  |

د پاچ او لاسپیریس په طریقه یې شاخص پیدا کړئ؟

۴. فیشر څوک و اوڅه یې وکړل، فورمول یې د څه په نوم یادېږي او چېرې استعمال لري؟



## نهم خپرگی

## زمانی سلسلې

## Time Series

## ۹، ۱- تعریف او مفهوم:

زمانی سلسلې د وخت په اوږدو کې د لومړنیو ارقامو یو سیټ او سلسله ده، چې د وخت د بېلابېلو مقیاسونو لکه ساعت، ورځ، میاشت یا کال په ټاکلو واټنونو کې ثبت شوي وي، د ارقامو سلسلې نظر وخت ته له کروڼو لویځي پلوه مشاهده، ترتیب او تنظیم کېږي. په دې توګه په زمانې سلسلو کې بېلابېل متحولین یوازې او یوازې د وخت تابع دي، نو ځکه موږ نور عوامل په زمانې سلسلو کې قطعاً د خیل او اغېزمن نه ګڼو؛ په بله وینا: که چېرې د (Y) بېلابېلو قیمتونه  $(Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n)$  بېلابېلو زمانې فاصلو کې  $(t_1, t_2, t_3, \dots, t_n)$  په نظر کې ونیسو، نو (Y) صرفاً د (t) تابع ده، یعنې:

$$Y=f(t)$$

زمانی سلسلې نه یوازې ګڼ شمېر ټولنیزې ښکارندۍ را اخلې، بلکې د چاپېریال په اړه هم هغه ارقام چې د وخت په ټاکلي واټن کې یې ثبت او تحلیل اړتیا وي، را اخلې کوم چې په کرښه کې او د مالدارۍ په برخه کې اهمیت لري؛ لکه د وخت په بېلابېلو فاصلو کې د حرارت درجه، په یوه سیمه کې د رطوبت بدلون او مسلسلې ریکارډ یې د کلیزې د نېټوله مخې، د نموي فصل په دوران کې له پیل تر پایه د یوه بوټي وده، د شیدې ورکولو Lactation یوه دوره کې د یوې غوا د شیدو د اندازې ثبت او نور.

که چېرې موږ د زمانې سلسلو تحلیل ترسره کوو، په اول سر کې ورکړل شوي سلسله په یوه ګراف کې رسموو، داسې چې د وخت انټروال (t) په افقي (مستقل) محور باندې او مربوطه قیمتونه په عمودي (تابع) محور باندې ښیو، ګراف بېلابېلې بڼې غوره کوي.

## ۹، ۲- ۵ زمانې سلسلو اهمیت:

زیاتره وخت موږ د یوې علمي څېړنې د چلند بېلګې په ترڅ کې اړ کېږو چې د وخت په موازاتو کې یو متحول وڅېړو، یعنې د هغه رابطه له وخت سره ومومو، دا په یوه ټاکلي وخت کې د ارقامو مطالعه نه ده، بلکې د ستاتیک (ولار) حالت برخلاف یوه ډینامیکه (خوځنده) چلند بېلګه ده، دا د اهمیت وړ خبره ده چې یادداشت شي، د مثال په ډول د یو کال د جون له لومړۍ څخه د جولای تر

پایه د ارقامو ثبت دا ځکه چې په کرښه کې ګڼ شمېر ښکارندې د وخت په موازاتو کې د حرارت، تغذیې او نورو فکتورونو تراغیزې لاندې کمی او کیفي بدلونونه مومي.

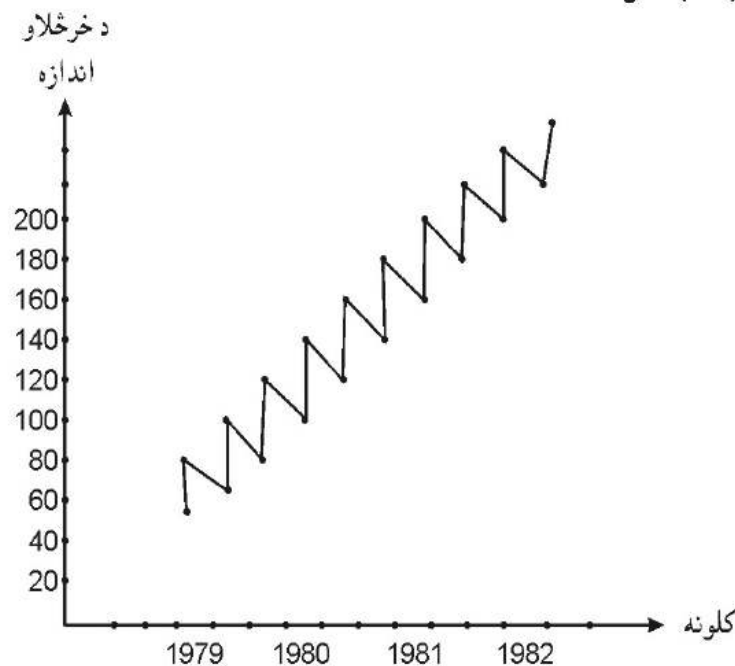
مثال: په لاندې جدول کې په یو کلي کې د کېمیاوي سرې د خرڅلاو اندازه ښودل شوې (۹، ۱) جدول-د بېلابېلو کلونو په هره ربع (فصل) کې د پلورل شوي سرې اندازې (شمېر په

پورې).

| کلونه | پسرلی | اوړی | مڼی | ژمی |
|-------|-------|------|-----|-----|
| ۱۹۷۹  | ۷۲    | ۹۸   | ۷۹  | ۱۰۲ |
| ۱۹۸۰  | ۷۹    | ۱۲۲  | ۱۰۱ | ۱۴۳ |
| ۱۹۸۱  | ۹۴    | ۱۴۱  | ۱۲۸ | ۱۲۰ |
| ۱۹۸۲  | ۱۲۵   | ۱۴۳  | ۱۳۵ | ۱۷۸ |

دغه لومړني ارقام تحلیل او په ګراف کې یې وښیئ؟

(۹، ۱) شکل:



پورته هستوګرام د وخت په اوږدو کې د ارقامو څرنگوالی ښکاره کوي، چې په هغه کې د خرڅلاو د پلور او هم یې ټیټ حد ښکاره کېږي.

## ۹، ۳- د زمانی سلسلو ټوکي یا اجزا:

یوه ټاکلي زماني سلسله د حرکت څلور اساسي ډولونه لري، چې همېشه د زماني سلسلو د اجزاوو په نوم یادېږي، چې هغه عبارت دي له

۱. Secular Trend د یوې اوږدې مودې میلان (T).

۲. Seasonal Variations فصلي یا موسمي بدلونه (S).

۳. Cyclical Fluctuation دوراني نوسانات (C).

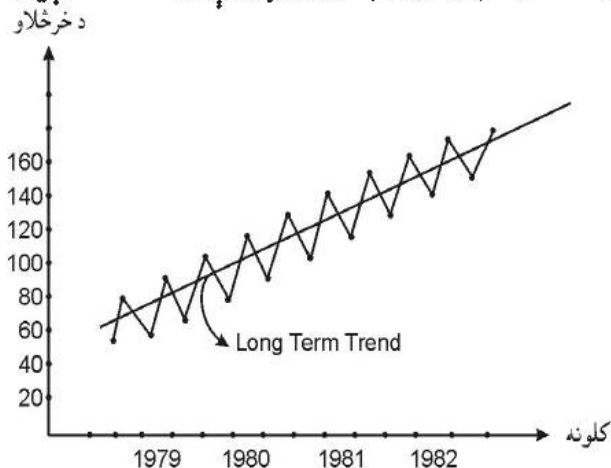
۴. Irregular or Random Variations غیر منظم یا تصادفي او ناڅاپي بدلونونه (I).

## دلته به د زماني سلسلو څلور واړه حرکات مطالعه کوو:

## ۱. Secular Trend

دا د یوې اوږدې مودې په مسیر کې یو حرکت Along-Term Movement دی، چې کېدای شي ان د څو کلونو په ترڅ کې رامنځته شي، چې د هغو عمومي نما او معلومات یو تقریباً مخ پورته خواته ساتل شوی ارزښت او بدلون یا تدریجي تغیر ښکاره کوي، دا یوه پراخه، منظمه ثابتې زماني سلسله ده، کېدای شي نزولي سیر هم ولري، په دې ډول په دغه حرکت کې د لومړنیو ارقامو څخه په لاس راغلې کرښه په یوې اوږدې موده کې یو صعودي یا نزولي مسیر تعقیبوي او دا په خپل اوږده مسیر کې په نورو بدلونونو او حرکاتو نفوذ او غېزه لري، د اکثر و احصایه پوهانو په نظر د دې لپاره چې ښه یې تحلیل کړای شو، نو وخت یې باید له (۱۰) کالو کم نه وي، په تېره بیا د زماني سلسلې (T) حرکت د محصولاتو د تولید څرنگوالی، خرڅلاو، د قیمتونو مشاهده او داسې نورو مواردو کې.

د زماني سلسلې د دغه جز څخه د آینده پالیسیو او پلانونو جوړولو کې ډېره استفاده کېږي او د



تجارت او نورو پدیدو د

مطالعې او تحلیل لپاره

کارول کېږي، مثلاً:

د (۱، ۹) جدول د

ارقامو لپاره دغه عمومي

مسیر ټاکلی شو:

شکل: (۲، ۹)

## ۲- Seasonal Variation موسمي بدلونونه:

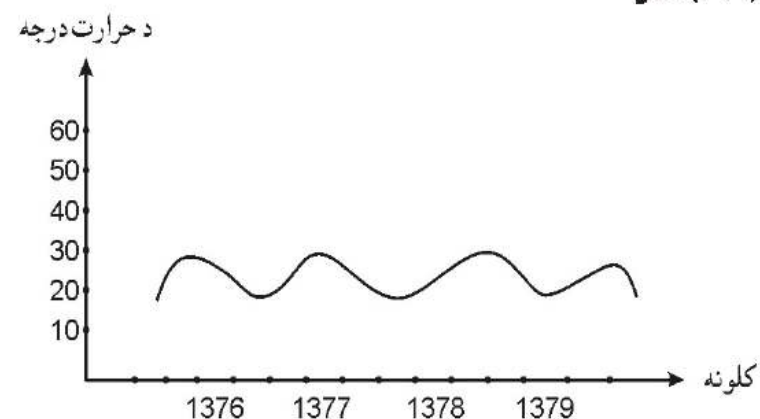
دا په یوه زماني سلسله کې هغه بدلونونه دي، چې هر کال په ټاکلو موسمونو کې په معینو فاصلو کې تکرارېږي، دا یو ډول پرله پسې او منظم حرکت دی، چې د ارقامو د مشخصاتو له مخې هره دوره کې منظم واقع کېږي، نو ځکه ورته موده بیز Periodic Movement حرکت هم وایي؛ مثلاً که چېرې د جلال آباد ښار د ورځې د حرارت درجې اوسط هر کال ثبت شوي وي، دا شکل غوره کوي:

(۲، ۹) جدول- د جلال آباد ښار د حرارت د درجو ریکارډ (په سانتي گراد).

| کلونه | پسرلی | اوړی | مڼی | ژمی | کتني             |
|-------|-------|------|-----|-----|------------------|
| ۱۳۷۲  | ۲۴    | ۳۵   | ۲۱  | ۱۴  | ارقام د هرې ورځې |
| ۱۳۷۷  | ۲۲    | ۴۰   | ۲۲  | ۱۳  | نیولي شوي او     |
| ۱۳۷۸  | ۲۴    | ۳۹   | ۲۱  | ۱۳  | عمومي اوسط یې    |
| ۱۳۷۹  | ۲۳    | ۳۷   | ۲۲  | ۱۲  | ښودل شوی         |

که په گراف کې یې وښیو، لاندې شکل نیسي:

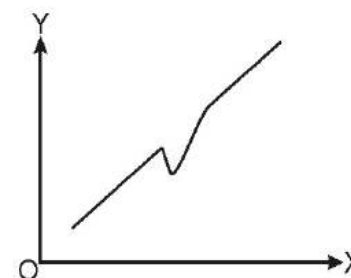
شکل: (۳، ۹)





کهدو بېرته خپل اصلي مسیر ته وروگرځي، یعنې ناڅاپي حرکت دائمی بڼه نه خپلوي، د بېلگې په ډول کېدای شي دا ناڅاپي بدلون نژدې مسیر لرونکي کرښه کې هم واقع شي، دا هم کېدای شي د داسې یو عامل له کبله چې مثبت اغېز ولري، ناڅاپي حرکت صعودي وي او بېرته منځ کېښته راشي.

شکل (۵، ۹)



#### ۴. Cyclical Fluctuations دوراني نوسان:

دا د ترند یا عمومي مسیر پر خواو شا د اوږدې مودې تموجات دي، کېدای شي د یو ځل لپاره واقع شي، مثلاً په لاندې فرضي مثال کې د مالدارۍ په سکتور کې د یوه مرض له امله ګڼ شمېر

غواګانې ضایع شوي وي، چې

وروسته تر ۵-۳ کلونو د

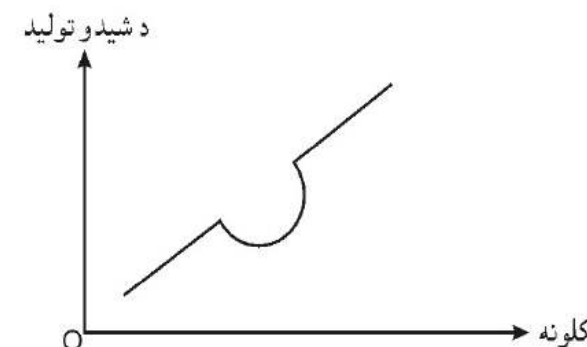
غواګانو تولیدات بېرته خپل

اصلي مسیر ته وروگرځي.

شکل: د دوراني

نوسان (حرکت) یو فرضي

مثال



۵-۳ کلونه هغه موده فرض شوې، چې د غواګانو د نوې نسلونو خوشکیان د تولید مرحلې ته

ورسېږي، ځینې وخت کېدای شي دا ډول حرکات او تموجات څو څو ځله پېښ شي او د عمومي

ترند دوو خواوو ته نیمه دایروي

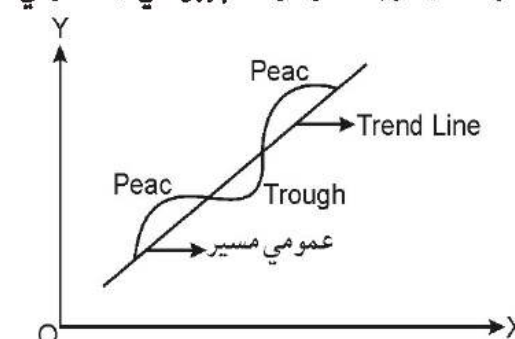
شکلونه ونیسي، چې دا له یوه کاله

زیات مدت وي، د بېلگې په ډول په

(۷، ۹) شکل کې همداسې یو مثال

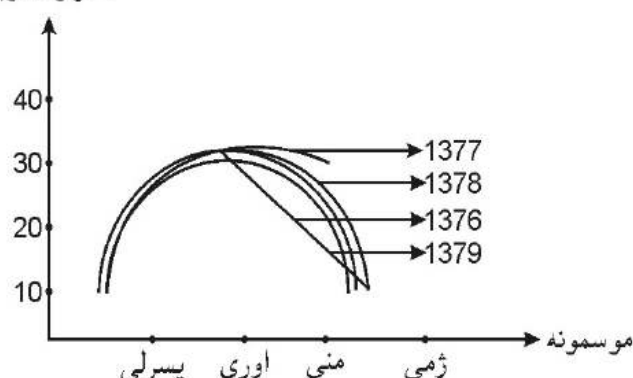
ښودل شوی دی

شکل (۷، ۹)



شکل (۴، ۹)

د حرارت درجه



البته د موسم یا فصل یا دوران کلمه پراخه مانا لري، دا یوازې د کال موسمونو او فصلونو نه را اخلي، بلکې کېدای شي د یوې ورځې ۲۴ ساعتونه حرارت، د یوه پلورنځي د هرې اونۍ، خرڅلاو، د یوه پوتې له کرلو بیا د حاصل تروخت، د یوه فارم د مهال وېش له مخې د هګیو او غوښې ریکارډ او داسې نور ارقام را واخلې، چې دا هر یو د خپل خصوصیت له مخې یو بل سره فرق لري، خو نوسانات په کې د کال د موسمونو په شان تکرارېږي، خو بیا هم اکثراً دا ډول حرکات د کال له فصلونو سره اړه پیدا کوي، ان دا چې یو شمېر د پلورلو اجناس لکه کوټ، وړین جاکټ ډبلې جرابې او نور چې د صنعت محصول بلل کېږي، د مني او ژمي موسم کې یې عرضه او تقاضا لوړېږي، خصوصاً په کرنه او مالدارۍ کې آب او هوا، اقلیم او عادات د بدلونو مهم عوامل دي، په ځانګړي ډول د کرنې په برخه کې د ښوې وضعې بدلونونه د موسمي بدلونو ښه مثالونه دي، چې دا په تولید او بیا د په خپله په مارکیټ او قیمت اغېزه لري، البتې د کال په موده کې ځینې رسوم او عادات لکه نوروز، اخترونه او جشنونه هم هر کال د خرڅلاو، عرضي او قیمت په اندازه اغېزه لري او کله په کال تکرارېږي سره له دې چې د یوې زماني سلسلې د اجزاوو په ډله کې د موسمي بدلونونو پېژندنه اسانه ده، خود هغې مطالعه، ستجش او پېش بینی زښت ډېر اهمیت لري او ځینې وخت دغه بدلون او حرکت د نورو حرکاتو د څرنګوالي لپاره هم اهمیت پیدا کوي

#### ۳- Irregular or Random Variation ناڅاپي یا غیر منظم بدلونونه:

د یوې زماني سلسلې غیر منظم یا ناڅاپي بدلون هغه دی، چې د ځانګړو او تصادفي پېښو؛ لکه سېلاوونو، جګړو، زلزلو، وچکالي، اعتصاباتو، د امراضو شیوع او نورو له کبله پېښې شي او د ارقامو سلسله له اصلي مسیر څخه په یو مخیز ډول کېږي، وروسته د عامل له رفع

وي، هغه له منځه يوړل شي

ځينې مياشتې ۳۱ ورځې، ځينې ۳۰ او ځينې ۲۹ ورځې وي، ځينو کې د جمعې او رخصتيو ترڅنگ اعتصابات او ناڅاپي پېښې شوي وي، چې دا هم زماني سلسلې اغېزمنې کوي، مثلاً دا ښکاره خبره ده، چې د وخت د مياشتې توليد نظر د حمل مياشتې ته کم دی، د اوړي او ژمې د ورځو توليد فرق کوي، ځينې وخت په داسې مواردو کې توليد د ساعتونو په شمېر وېشي، چې پایله يې ښه روښانه شي.

ځينې وخت لومړي ارقام د قيمت د بدلون له مخې بايد تعديل شي، مثلاً هغه وخت چې موږ يوه اوږده موده کې د قيمت بدلون څېړو، نو که چېرې صرف په قيمت کې زياتوالی راغلی وي، حال دا چې د خرڅلاو مقدار کم شوی وي، شاخص ممکن لوړ عدد ونيسي، نو دې مورد کې افزايش د قيمتونو د لوړېدو (صعود) له کبله دی؛ نه د خرڅلاو د زياتوالي يا د توليد د حجم د افزايش له امله.

په داسې مواردو کې بايد د ارزش هر عدد د يو مناسب قيمت شاخص باندې وېشل (تقسيم) شي، ترڅو مبالغه امېز اعداد حذف شي.

دا يو حقيقت دی چې د وخت په گذشت نفوس زيات او دا د لگښت، عايد او توليد په ارقامو فوق العاده اغېز لري، نو داسې حالت کې بايد اعداد همېشه په نفوسو تقسيم شي.

ځينې وخت ډېرې اوږدې مودې په تېرېدو سره معيارونه او دا مقيا سونه بدلېږي او اصلاح کېږي او فرق په کې راځي، د اعدادو تعريف او کوم تصنيف چې د بېلابېلو اشخاصو له خوا شوي وي توپير په کې راځي، ځينې وخت نوعيت او جنسيت کې فرق راځي، نو دا مسايل بايد په کلکه په نظر کې ونیول شي، ممکن په دغو ذکر شويو حالاتو کې د زماني سلسلو د اعدادو مقايسه ډېره مشکله او ناممکنه شي، خو بيا هم تحليل کوونکي بايد د امکان تر حده لازم تعديلات راولي، ترڅو يوه ښه ډله ترلاسه شي.

#### ۹، ۵- اوږدې مودې (تړند) خطي ميلاني حرکت سنجش:

د زماني سلسلو د اوږدې مودې د عمومي تگلارې يا مسير ميلاني حرکت کې يو مهم ډول يې د مستقيمي کرښې مسير دی، تقريباً د يوې اوږدې مودې په ترڅ کې کم او زيات بدلونونه چندان ژورې اغېزې نه لري، بلکې دا يو مستقيم خط او حرکت گڼلای شو، داسې چې د اهر يو يې خپلې خپلې لارې چارې او طريقې لري، که چېرې موږ په يوه اوږده موده (T) کې د (Y) د متحول مطالعه کوو، نو د هغې ساده خطي معادله تشکيل او قيمت گذاري کوو، دا ډېره ساده خبره ده، خو د هغې د ميلان د رسمولو لپاره موږ د بېلابېلو لارو چارو څخه استفاده کولای شو.

الف- د رسمولو ازاده يا اختياري طريقه The Method of Free hand Curve.

#### ۹، ۴- د زماني سلسلو تحليل (Analysis of time Series):

د زماني سلسلو تحليل د ځانگړو څېړنو په خاطر په بېلابېلو اجزاو سره د زماني سلسلې وېشل مطالعه کوي، د دغو اجزاو د تحليل لپاره موږ اړ يو چې د هغو ترمنځ اړيکې وپېژنو، د زماني سلسلې په تحليل کې داسې فرض کېږي، چې عمومي مسير له ذکر شويو څلورو واړو اجزاو (توکيو) يعنې (C, S, T) او (I) مشتمل او جوړ دی، ددغې فرضيې لپاره دوه مودلونه پېژندل شوي، يو يې د حاصل ضرب مودل (Multiplicative Model) او بل يې د جمع د حاصل مودل (Additive Relationship Model) دی، د ضرب حاصل مودل کې د هرې مشاهدې ارزش په هر زمان او وخت کې ټوله سلسله (Y<sub>t</sub>) جوړوي، يعنې:

$$Y_t = T \times S \times C \times I$$

په پورته شکل مودل کې عمومي ترند يا مسير په اصلي واحد محاسبه او نور په نسبي بڼه ښودل کېږي، حال دا چې د جمع په مودل کې هر جز د مستقل متحول په توگه متقابل اغېزه لري او سره جمع کېږي، چې:

$$Y_t = T + S + C + I$$

په هر ترتيب؛ دا دواړه مودلونه فرضي بڼه لري، احصايه پوهان دواړو مودلونو ته عين ارزش ورکوي، خو د ضرب د حاصل مودل د يو کلاسيک مودل په توگه ډېر عموميت لري، چې موږ هم هماغه مودل کاروو.

#### ۹، ۴، ۱- د زماني سلسلو تعديل او په تحليل کې اصلاحات:

اصلاً سلسلې څلور ډوله دي، يو يې توصيفي سلسلې يعنې هغه چې صرف د يوې پديدې وصفی خصوصيت لکه جنس، وزن، قد او نور ښيي دويم ارتباطي سلسلې دي، يعنې هغه چې د دوو متحولينو ترمنځ يوه کيفي رابطه ښيي، مثلاً د يوه تيالگي د عمر او مېوې ترمنځ رابطه درېيم جغرافياوي سلسلې دي، يعنې هغه چې د مشخص جغرافيايي وېش او سيمو په ارتباط د ارقامو تسلسل ښکاره کوي، لکه بېلابېلې سيمې او نفوس يې، بېلابېل ولايات او د مالدارۍ شمېر يې او نور.

څلورم همدا زماني سلسلې دي، چې په هغې کې ارقام د وخت په اړه څېړل کېږي، نو له دې کبله چې په زماني سلسلو کې زموږ د کار اساسي خام يا لومړي اعداد هغه ثبت شوي مشاهدې دي، چې د وخت په اوږدو کې ریکارډ شوي، نو بايد د يوې ډاډمنې پايلې د موندلو لپاره دغو اعدادو او ارقامو او لازم تعديلات او اصلاحات راوستل شي، د ارقامو د اصلاح او تعديل څو مهم ضرورتونه دا دي، چې:

ارقام له تقويمي بدلونو سره برابر شي، يعنې له زمان سره تطبیق شي او که کوم تفاوت موجود



## ب- د اوږدې مودې د میلاني حرکت د غوره شویو ټکیو طریقه:

ممکن په پورته ډول ترسیم کې د خط کش په ذریعه د عمومي مسیر یا د میلاني کرښې د (ترند) ارایه ډېره دقیقه نه وي، ځکه دا یوه ازاده اختیاري طریقه وه، ددې لپاره چې دا طریقه لږ څه مقیده شي او د اعظمي او اصغري نقاطو تابع شوي اوسي، یعنې عمومي مسیر یا د میلاني کرښې تگلوری داسې یو مسیر تعقیب کړي، چې نهایت اعتدال په کې تطبیق شي، نو د نقطه گذاري شوو نښو څخه په لاس راغلی منکسر خط اعظمي او اصغري نقطې سره وصلوو، دلته یوه لویه چاپېروونکې کرښه رامنځته کېږي، بیا په وار سره له هرې اعظمي نقطې د X پر محور عمود پورته خوا کاږو، چې له لویې چاپېروونکې کرښې څخه ونه وځي، طبعاً دا عمودونه د Y سره موازي دي، د همدغو عمودونو د منځ ټکی (وسط) په روښانه ټکو په نښه کوو، بیا د ټولو عمودونو وسطې نښه شوې نقطې یو بل سره نښلوو، یوه عمومي تگلاره (ترند) په لاس راځي. (۹، ۴) جدول ارقام په دې طریقه کې داسې رسموو:

(۹، ۴) جدول- د یو هتیموال د ورځنیو پلورل شویو پیالو اندازې

(پيالي په درجن)

| نېټې             | د پیالو د درجنونو پلورل شوې شمېره |
|------------------|-----------------------------------|
| د غبرگولي لومړۍ  | ۳                                 |
| د غبرگولي دویمه  | ۴                                 |
| د غبرگولي درېیمه | ۲                                 |
| د غبرگولي څلورمه | ۵                                 |
| د غبرگولي شپږمه  | ۴                                 |
| د غبرگولي اوومه  | ۳                                 |

ب- د اوږدې مودې د میلاني حرکت د غوره شویو ټکیو طریقه یا  
the Method of Selected Points.

ج- د نیمه اوسط طریقه The Methode of Siml Averages.

د- د خوځېدونکي اوسط طریقه The Method of Moving Averages.

ه- د کوچنیو (تیتو) مربع گانو طریقه The Method of Least-Squares.

پورته طریقی د بسیط والي، وضاحت، ثقه یي والی او بېلابېلو څېړنو د خصوصیت له مخې فرق کوي، دلته به هره یوه توضیح کړو.

## الف- د عمومي مسیر (ترند) د رسمولو ازاده طریقه:

په دغه طریقه کې تابع متحول د (Y) په محور او مستقل متحول (T یا زمان) د (X) په محور رسموو، له دې امله چې موږ یې ریاضیکي افاده داسې لیکو:  $Y = a + bx$ ، دلته د X او Y قیمتونه ټاکو او د گراف ساحه کې یې قیمت گذاري کوو، بیا په نښه شوي قیمتونه یا نقاط د اعظمي او اصغري څنډو څخه صرف نظر کوو، د نقاطو څخه د ترلاسه شوې کرښې پر سربېره خط کش پدو او یو مستقیم خط چې په ازاد ډول رسم شوی رامنځته کېږي، مثلاً:

(۹، ۳) جدول- د یو بزگرد غواو شمېر په بېلابېلو کلونو کې

| Year | No. of Cows |
|------|-------------|
| 1370 | 13          |
| 1371 | 10          |
| 1372 | 14          |
| 1373 | 12          |
| 1374 | 16          |
| 1375 | 15          |
| 1376 | 19          |

د نوموړي جدول ارقام لاندې گراف په لاس راکوي، چې د غواگانو په شمېر کې د زیاتوالي عمومي مسیر ښکاره کوي



خفه لومړی منفي کوو، د لومړي اوسط مربوطه کال خفه نیولی، د دویم اوسط مربوطه کال پورې فاصله د ارقامو زیاتوالی یا کموالی ښکاره کوي، کله چې د دې دواړو قیمت یو بل خفه منفي اود دواړو دغو اوسطونو ترمنځ د کلونو په شمېر یې ووېشو، دا کلنی افزایش یا کمښت ښکاره کوي، دا قیمت د میلاني کرښې د میلان خفه عبارت دی، یعنې:

$$b = \frac{X_2 - X_1}{t}$$

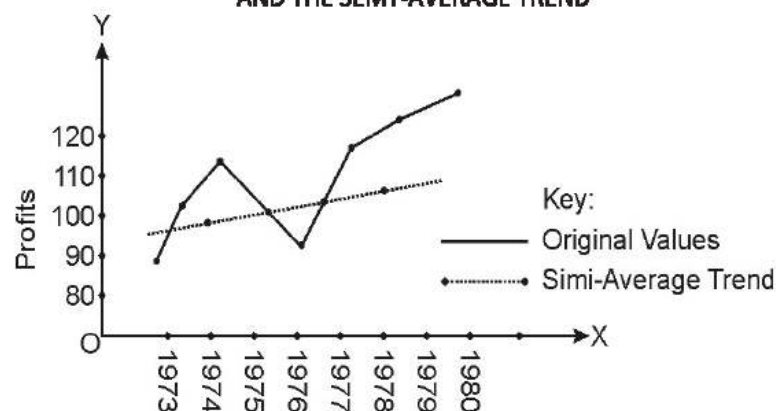
مثال

(۹، ۵) جدول- په څو بېلا بېلو کلونو کې د ورکړل شویو قیمتونو پراساس د نیمه اوسط په

طریقه د ترند سنجش:

| Year | Profit | Total | Averages      |
|------|--------|-------|---------------|
| 1973 | 85     | 327   | 327 ÷ 4 = 93  |
| 1974 | 97     |       |               |
| 1975 | 100    |       |               |
| 1976 | 90     |       |               |
| 1977 | 83     | 420   | 420 ÷ 4 = 105 |
| 1978 | 105    |       |               |
| 1979 | 112    |       |               |
| 1980 | 120    |       |               |

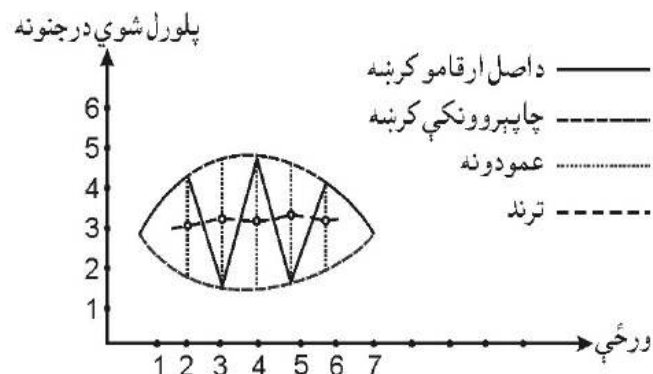
GRAPH SHOWING ANNUAL PROFITS AND THE SEMI-AVERAGE TREND



12 = 105 - 93 دا شاخص ښکاره کوي، چې د ۱۹۷۴ د جون خفه د ۱۹۷۸ ترجون پورې ټول

زیاتوالی ۱۲ دی، خو:

$$12 \div 4 = 3$$



ممکن په دغه طریقه کې لاسته راغلې د عمومي مسیر کرښه (ترند) مستقیم خطونه اوسي، بلکې کېدی شي له څه کوچنی ولسی، خو بیا هم یو عمومي مسیر او تګلوری په ښه شان ښکاره کوي، دغه دواړه طریقی د خپل ترسیم د تخنیک له پلوه ساده دي او د ډېرو پېچلو روشونو په ځای کار ورکوي، خو د هر تخمین کوونکي او خبرونکي د ترسیم عمومي قضاوت ممکن یو له بل سره فرق ولري، باید په یاد ولرو، چې دا طریقه د گراف رسمولو پوره مشق او پرمختګ غواړي، ترڅو په مهارت گراف رسم او نقاط په ښه شي او بله دا چې په هغو مواردو کې کارول کېږي، چې زموږ منظور یو عمومي مقایسه یا یو عمومي مطالعه وي، نه د جزیاتو تحلیل.

### ج- نیمه اوسط طریقه:

په دې طریقه کې لومړی په اصل ارقامو کې یو شمېر محاسبات اجرا کېږي، یعنې ارقام په دوو برخو وېشو، دویم گام کې د لومړي نیمایي ارقامو اوسط پیدا او ورپسې د دویمو نیمایي ارقامو اوسط پیدا کوو، د اصل ارقامو ښه د گراف په ساحه کې ږدو، چې مربوط کرښه په لاس راځي، وروسته د دواړو دغو اوسطونو قیمتونه د مربوطه کال مقابل کې په ښه کوو، دواړه اوسطونه سره نښلوو، یو مستقیم خط په لاس راځي، همدا مستقیم خط د اوږدې مودې عمومي مسیر دی، که چېرې ارقام جفت وي او سم نیم یو خوا سم نیم بله خوا ته بېلېدل، نو د یوه کال عدد خفه صرف نظر کوو، دا په ټوله پایله دومره اغېزه نه کوي، یا هم دغه یو کال د لومړیو نیمایي کلونو یا هم د دویمو نیمایي کلونو سره یوځای کوو، کېدای شي ځینې وخت ارقام په څو جفتو برخو لکه په څلورو، شپږو یا (۸) برخو سره بېل بیایي اوسطونه پیدا او ددغو ۴، ۲ یا ۸ اوسطونو ښه شوي ټکي د گراف ساحه کې سره ونښلوو او ترند په لاس راشي.

کله چې ارقام نیم یو خوا نیم بله خوا بېل او اوسطونه یې د مربوط زمان مقابل کې په ښه شول، د لومړي برخې اوسط په (X<sub>1</sub>) او د دویمې برخې اوسط په (X<sub>2</sub>) ښکاره کوو، د دویم اوسط



دا (۳) په حقیقت کې کلنی افزایش دی.

باید ووايو چې دا هم یو ساده او اسانه سنجش دی او هیڅ ډول اختیار، ازادي او قیاس یا تصادفي اود خپلې خوښې قضاوت په کې دخپل نه دی، بلکې کاملاً په ارقامو متکي دی، خو له دې کبله چې په دې کې اوسط رول لري، اوسط معمولاً د ډېرو لویو او یا هم د ډېرو کوچنیو اعدادو تابع وي، نو ځکه ممکن لږ څه غلوونکي وي، په دې روش کې موږ د عمومي مسیر کرښه صرف په مستقیم خط ښودلای شو، یعنې په منحنی شکل یې ارایه ممکنه نه ده.

#### د خوځېدونکي اوسط طریقه:

د ارقامو یوه سلسله په نظر کې نیسو، په دې کې نظر د ارقامو د زیاتوالي، اړتیا، د څېړنې د خصوصیت، د سنجش توانایی، په سلسله کې د شاملو ارقامو او نورو له مخې درې کلن، څلور کلن یا پینځه کلن اوسطونه ترلاسه کوو، داسې چې که وغواړو فرضاً د څلور کلن متحرک اوسط له مخې د اوږدې مودې میلاني کرښه رسم کړو، نو د ارقامو له سلسلې څخه لومړني څلور ارقام رااخلو اوسط یې محاسبه کوو، بیا د همدغو کلو ارقامو لومړنی عدد پرېږدو، د سلسلې بعدی عدد ورسره یوځای کوو، بیا د دویم عدد څخه صرف نظر کوو، یو بل وراضافه کوو، څو چې ټول ارقام خلاص شي، دا په حقیقت کې د ارقامو په سلسله کې ټوپ وهل دي او یو داسې حرکت دی، چې وار په وار له یوه یوه عدد څخه اوږو او دا حرکت له پیل تر پای ترسره کېږي، که چېرې په لاندې ډول ارقام او مشاهدات ولرو، چې هره یوه یې په یوه معین وخت کې (میاشت، کال...) ښودل شوی وي، نو:

مشاهدې  $Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n$

وختونه  $T_1, T_2, T_3, \dots, T_n$

په پورته مشاهده کې د متحرک اوسط سلسله د (n) مشاهدو پر اساس داسې جوړېږي:

$$\frac{Y_1 + Y_2 + Y_3 + \dots + Y_n}{n}, \frac{Y_2 + Y_3 + Y_4 + \dots + Y_n}{n}, \frac{Y_3 + Y_4 + Y_5 + \dots + Y_n}{n}$$

له هریو څخه یو اوسط چې کېدای شي، په (a) یې وښیو، په لاس راځي، داسې:

$$a_1, a_2, a_3$$

د ارقامو او مشاهدو د اوږدې مودې کرښې د رسمولو لپاره لومړی د اصلي مشاهدو د قیمتونو له مخې د هغو څرنگوالي گورو، بیا یې د ترلاسه شویو متحرکو اوسطونو کرښه رسموو، په پورته عملیه کې د سلسلې صورت د اعدادو مجموعه خوځېدونکې مجموعه پېژندل شوې او n د مورد نظرونو او وینو، میاشتو یا کلونو څخه عبارت ده، ددې ساده ارایه داسې

د

$$a = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n Y_t, \quad a = \frac{1}{n} \sum_{t=2}^{n+1} Y_t, \quad a = \frac{1}{n} \sum_{t=3}^{n+2} Y_t$$

پورته فورمول کې:

a- اوسطونه

n- د مشاهدو شمېر.

$\Sigma$ - مجموعه

t- د هر ځل خوځېدونکي اوسط نښه یا جنس.

yt- د ارقامو سلسله

په عمل کې خوځېدونکي اوسط داسې هم قیاس کولای شو:

$$a_2 = a_1 + \frac{yk + 1 - y_1}{n}$$

$$a_3 = a_2 + \frac{yk + 2 - y_2}{n}$$

ترپایده...

مثال: په بېلابېلو کلونو کې د یو فارم حاصلات په (تن):

| Quantity of Production | Year |
|------------------------|------|
| 5                      | 1370 |
| 4                      | 1371 |
| 6                      | 1372 |
| 8                      | 1373 |
| 7                      | 1374 |
| 3                      | 1375 |
| 11                     | 1376 |

د درې کلن اوسط په طریقه یې عمومي مسیر پیا کړي؟

حل:

د خوځېدونکو اوسطونو ( $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ ) لپاره لیکو:

$$\frac{5+4+6}{3}, \frac{4+6+8}{3}, \frac{6+8+7}{3}, \frac{8+7+3}{3}, \frac{7+3+11}{3}$$

$$a_1=5, a_2=6, a_3=7, a_4=6, a_5=7$$

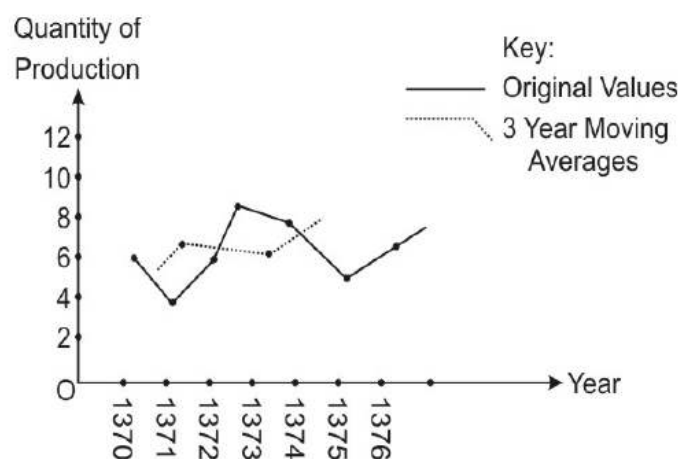
د میلاني کرښې د رسمولو لپاره اصل ارقام، د خوځېدونکي اوسط مجموعه او

خوځېدونکي اوسط جدول بشپړوو.

(۹، ۷) جدول-د اوو کلونو لپاره د یو فارم د حاصلاتو د درې کلن اوسط سنجش جدول:

| Year | Qu. Of Production | 3 Year Moving |                |
|------|-------------------|---------------|----------------|
|      |                   | Total         | Average (Tend) |
| 1370 | 5                 |               |                |
| 1371 | 4                 | 15            | 5              |
| 1372 | 6                 | 18            | 6              |
| 1373 | 8                 | 21            | 7              |
| 1374 | 7                 | 18            | 6              |
| 1375 | 3                 | 21            | 7              |
| 1376 | 4                 |               |                |

د پورته جدول د ارقامو له مخې د میلاني کرښې ترسیم داسې دی:



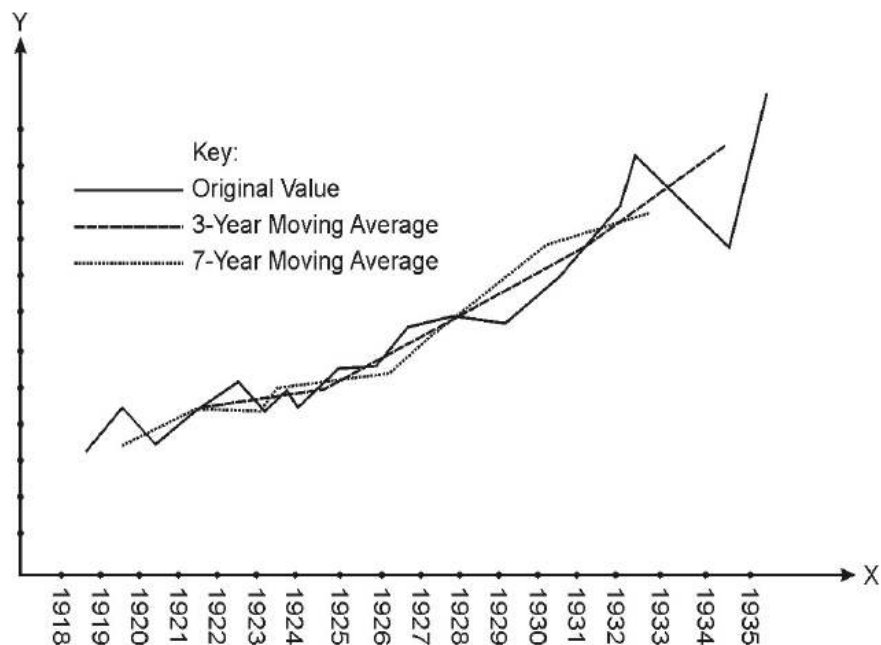
لکه چې لیدل کېږي د اصل ارقامو د کرښې په مقایسه د درې کلن خوځېدونکي یا متحرک اوسط کرښه وضاحت لري، هواره ده، معتدله برېښي او عمومي مسیر (Trend) ورڅخه ښکاره کېدای شي، تردې هم دقیقه او کره لاره متمرکز خوځېدونکي اوسط فورمول (Centred Moving Average) طریقه ده، چې وار په وار میلاني کرښه (Trend) یا عمومي مسیر روښانه کوي، مثلاً

(۷-۹) جدول په بېلابېلو کلونو کې د یوه معین جنس د قیمت ارقام.

| Year | Values | 3-Year Moving         |      | 5-Year Moving         |      | 7-Year Moving                        |      |
|------|--------|-----------------------|------|-----------------------|------|--------------------------------------|------|
|      |        | Total Average (Trend) |      | Total Average (Trend) |      | Total Average <sup>(*)</sup> (Trend) |      |
| 1980 | 18.0   | -                     | -    | -                     | -    | -                                    | -    |
| 1981 | 20.0   | 581.1                 | 19.4 | -                     | -    | -                                    | -    |
| 1982 | 19.6   | 64.3                  | 21.4 | 110.1                 | 22.0 | -                                    | -    |
| 1983 | 24.2   | 71.6                  | 23.9 | 117.2                 | 23.4 | 161.1                                | 23.0 |
| 1984 | 27.8   | 77.1                  | 25.7 | 122.6                 | 24.5 | 173.3                                | 24.8 |
| 1985 | 25.1   | 78.8                  | 26.3 | 133.2                 | 26.6 | 186.8                                | 26.7 |
| 1986 | 25.9   | 81.2                  | 27.1 | 143.0                 | 28.6 | 203.2                                | 29.0 |
| 1987 | 30.2   | 90.1                  | 30.0 | 151.2                 | 30.2 | 214.0                                | 30.6 |
| 1988 | 34.0   | 100.2                 | 33.4 | 161.1                 | 32.2 | 222.2                                | 31.7 |
| 1989 | 36.0   | 105.0                 | 35.0 | 171.0                 | 34.2 | 237.8                                | 34.0 |
| 1990 | 35.0   | 106.8                 | 35.2 | 181.7                 | 36.3 | 260.3                                | 37.2 |
| 1991 | 35.8   | 117.7                 | 37.2 | 196.1                 | 39.2 | 358.7                                | 40.8 |
| 1992 | 40.9   | 125.1                 | 41.7 | 215.7                 | 43.1 | 312.1                                | 44.6 |
| 1993 | 48.4   | 144.9                 | 48.3 | 241.1                 | 48.2 | 324.7                                | 46.4 |
| 1994 | 55.6   | 164.4                 | 54.8 | 253.9                 | 50.8 | 358.4                                | 51.2 |
| 1995 | 60.4   | 164.6                 | 59.9 | 281.7                 | 56.3 | -                                    | -    |
| 1996 | 48.6   | 177.7                 | 59.2 | -                     | -    | -                                    | -    |
| 1997 | 68.7   | -                     | -    | -                     | -    | -                                    | -    |

دلته پورته تحلیلي احصایوي جدول کې درج شوي ارقامو څخه او د هغو خوځېدونکي اوسط ترند (عمومي) مسیر T په یوه گراف کې په لاندې ډول سره رسموو، چې د ارقامو عمومي خط السیر او څرنگوالی ورڅخه په ډېر خاص، اسانه، بې لوست او بې شرحې جوت او اثبات کېدای شي:





د څلور ربعي متمرکز خوځېدونکي اوسط طريقه چې جفت کلونو لپاره او د هغود هر يوه فصل (موسم) لپاره ډېره اغېزمنه ښودل شوې؛ هم دې بحث کې راځي، مثال يې دا دی:

| Year | Quarters |     |     |     | Annual or Yearly |         |
|------|----------|-----|-----|-----|------------------|---------|
|      | I        | II  | III | IV  | Total            | Average |
| 1979 | 72       | 98  | 79  | 106 | 355              | 88,78   |
| 1980 | 79       | 122 | 101 | 143 | 445              | 111,25  |
| 1981 | 94       | 141 | 128 | 160 | 523              | 130,75  |
| 1982 | 125      | 143 | 135 | 187 | 590              | 147,50  |

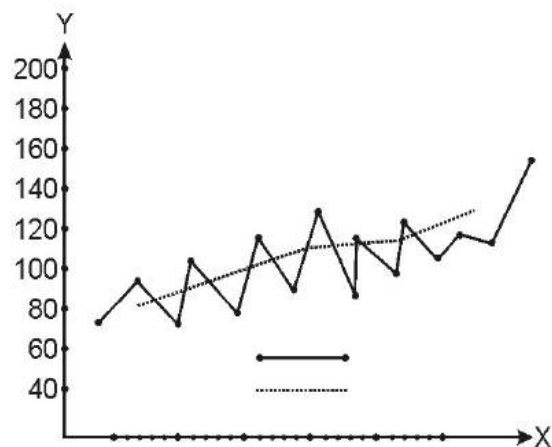
The Percentages So Obtained Appear Below:

| Year  | I      | II     | III   | IV     | Total  |
|-------|--------|--------|-------|--------|--------|
| 1979  | 81,13  | 110,42 | 89,1  | 119,44 |        |
| 1980  | 71,01  | 109,66 | 90,7  | 128,54 |        |
| 1981  | 71,01  | 107,84 | 97,9  | 122,37 |        |
| 1982  | 84,75  | 96,95  | 95,53 | 126,78 |        |
| Total | 308,78 | 424,87 | 369,2 | 497,13 |        |
| Mean  | 77,20  | 106,22 | 92,31 | 124    | 400,01 |

د پورته ارقامو په اساس په وروستيو مخونو کې هم تحليل وشي، خو مخکې له هغه به د څلور ربعي متمرکز خوځېدونکي اوسط طريقه او د هغود هر يو فصل لپاره اغېزمنه بحث يو مثال په همدې مخ کې راوړو، د راتلونکي جدول او گرافونو ارقام همدا پورته جدول دی. (۸، ۹) جدول - د بېلابېلو کلونو په هر فصل کې د يو معين جنس د قيمت ارقام:

| Year and Quarter (1) | Y-Values (2) | 4-Quarter Moving Totals (4) | 4-Quarter Centeed Moving Totals (4) | 4-Quarter Centered Moving Average (5) |
|----------------------|--------------|-----------------------------|-------------------------------------|---------------------------------------|
| 1979-I               | 72           |                             | -                                   | -                                     |
| II                   | 98           |                             | -                                   | -                                     |
| III                  | 79           | 355                         | 717                                 | 89,6                                  |
| IV                   | 106          | 362                         | 748                                 | 93,5                                  |
| 1980-I               | 79           | 386                         | 794                                 | 99,2                                  |
| II                   | 122          | 408                         | 853                                 | 106,6                                 |
| III                  | 101          | 445                         | 905                                 | 113,1                                 |
| IV                   | 143          | 460                         | 939                                 | 117,6                                 |
| 1981-I               | 94           | 479                         | 985                                 | 123,1                                 |
| II                   | 141          | 506                         | 1026                                | 134,6                                 |
| III                  | 128          | 253                         | 1077                                | 139,8                                 |
| IV                   | 160          | 554                         | 1110                                | 139,9                                 |
| 1982-I               | 125          | 556                         | 1119                                | 144,1                                 |
| II                   | 143          | 563                         | 1153                                | -                                     |
| III                  | 135          | 590                         | -                                   | -                                     |
| IV                   | 187          |                             | -                                   | -                                     |

GRAPH SHOWING 4 -QUARTER  
CENTERED MOVING AVERAGE TREND



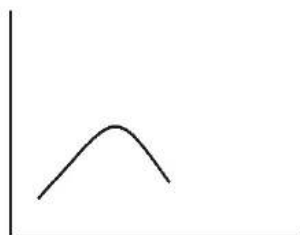
#### هـ - د کوچنیو یا اصغري مربع گانو طریقه:

په دې طریقه کې د زماني سلسلو میلاني حرکت اکثر د غیر خطي بڼه غوره کوي، (ځینې وخت کېدای شي خطي هم وي)، دغه حرکت د مربوطه څېړنې لاندې موضوع خصوصیت پورې اړه لري او دا چې هغه اساسي معادله کوم شکل لري؟ ددې لپاره مو  $Y$  د  $X$  او دوو ثابتو قیمتونو  $a$  او  $b$  تابع گڼلی، چې د همدې له مخې:

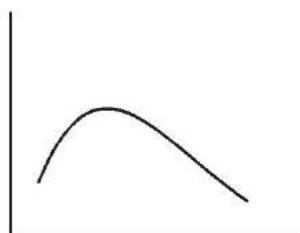
$$Y=a+bx$$

پورته معادله کې د زماني سلسلې میلاني خط یو مستقیم خط دی، موږ د ریاضي د قاعدو له مخې په اټکلي ډول د سلسلو نورو معادلو ته بېلابېل گرافونه رسمولای شو:

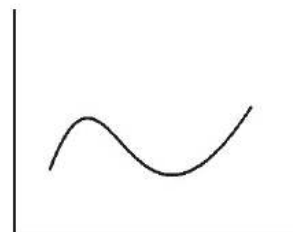
$$Y=a+bx+cx^2$$



$$\text{Log} y=a+b \log x+c \log x^2$$



$$\text{Log } y=a+b(\log x)+c(\log x^2)+d(\log x^3)$$



$$\text{Log} y=a+bx+cx^2+dx^3$$



او داسې نور.

دا پورته هر یوه معادله او د هغو گراف مربوطه قیمتونو

پورې اړه لري

#### ۹، ۲- د زماني سلسلو موسمي حرکاتو سنجش:

د زماني سلسلو موسمي حرکات هغه دي، چې د یو کال په بېلابېلو فصلونو او میاشتو کې رامنځته کېږي او تقریباً په منظم ډول هر کال کې واقع کېږي، لکه د حرارت منظم زیاتوالی او کموالی، د ورځو اوږدېدل او لنډېدل، د جویا له میاشتې د اسد تر میاشتې د رومي باجان د گل او مېوې نیولو پیل او پای، د شیدو ورکولو یوه دوره کې د یوه غوا د شیدو د پیل او پای اندازې او نور... د دا ډول حرکت د ترسیم لپاره د ټول کال د میاشتو مربوط ارقام په ۲، ۳ یا له هغو زیاتو برخو باندې وېشلای شو، وروسته له هغه د ۳، ۴ یا څو څو ټاکلو میاشتو او سطونو موټل کېږي، چې د هغو له مخې د  $X$  او  $Y$  محورونو په حدودو کې قیمتگذاري صورت نیسي، په پای کې د حرکت کرښه په لاس راځي، ددې یوې مومي بېلگه داده:

| کال او میاشتې | اصلي ارقام | ۱۲ میاشتې<br>خوځېدونکي اوسط | مجموعي دوه<br>میاشتې اوسط |
|---------------|------------|-----------------------------|---------------------------|
| ۱۳۵۰- کال     |            |                             |                           |
| حمل           |            |                             |                           |
| ثور           |            |                             |                           |
| جوزا          |            |                             |                           |
| ۱۱-۱۳۵۱ کال   |            |                             |                           |



(۸، ۹) جدول-د موسمی تحلیل ارقام د هغولو طریقې سره:

| Year & Quarter<br>(1) | Y-Values TCSI<br>(2) | 4-Quarter<br>Centered Moving<br>Average TC<br>(3) | Seasonal Relativ<br>TCSI-TC100<br>(4) |
|-----------------------|----------------------|---------------------------------------------------|---------------------------------------|
| 1979-I                | 72                   | -                                                 | -                                     |
| II                    | 98                   | -                                                 | -                                     |
| III                   | 79                   | 89,6                                              | 88,2                                  |
| IV                    | 106                  | 93,5                                              | 113,4                                 |
| 1980-I                | 79                   | 99,2                                              | 79,6                                  |
| II                    | 122                  | 106,6                                             | 114,4                                 |
| III                   | 101                  | 113,1                                             | 89,3                                  |
| IV                    | 143                  | 117,4                                             | 121,8                                 |
| 1981-I                | 94                   | 123,1                                             | 76,4                                  |
| II                    | 141                  | 128,6                                             | 109,6                                 |
| III                   | 128                  | 134,6                                             | 95,1                                  |
| IV                    | 160                  | 138,8                                             | 115,3                                 |
| 1982-I                | 125                  | 139,9                                             | 89,3                                  |
| II                    | 143                  | 144,1                                             | 99,2                                  |
| III                   | 135                  | -                                                 | -                                     |
| IV                    | 187                  | -                                                 | -                                     |

(۹، ۹) جدول (Computation of Seasonal Index)

موسمی شاخص سنجنش

| Year           | Quarters |       |       |       | Total |
|----------------|----------|-------|-------|-------|-------|
|                | I        | II    | III   | IV    |       |
| 1979           | -        | -     | 88,2  | 113,4 |       |
| 1980           | 79,6     | 114,1 | 89,3  | 121,8 |       |
| 1981           | 76,4     | 109,6 | 95,1  | 115,3 |       |
| 1982           | 89,3     | 99,2  | -     |       |       |
| Total          | 1560     | 224,0 | 272,6 | 350,5 |       |
| Seasonal Index | 78,45    | 12,65 | 91,4  | 117,5 | 400,1 |
| Mean           | 78,0     | 112,0 | 90,87 | 116,8 | 397,7 |

حمل

ثور

جوزا

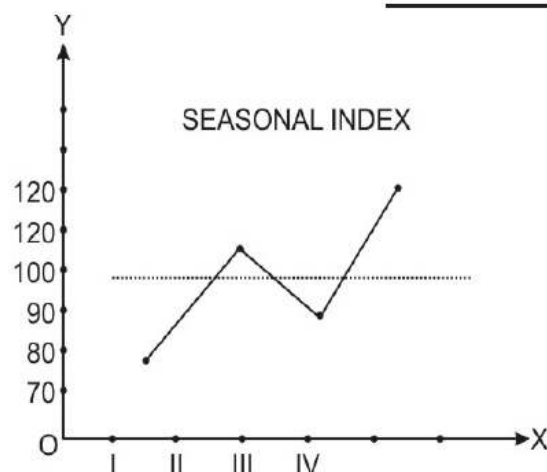
۱۳۵۲-۱۳۵۳ کال

د یادولو وړ ده، چې د کال په اوږدو کې د هرې میاشتې ارقام په جدول کې ځای پر ځای اوله هرې میاشتې چې پیل شوی وي، بېرته په هماغه میاشت پای ته رسېږي، که چېرې د څه اضافي توضیحاتو ضرورت و، نو باید د توضیحاتو لپاره هم جدول کې ځای پرېښودل شي، ښه به وي چې په جدول کې د مجموعې (Total) او شاخص لپاره هم ځای پرېښودل شي.

د موسمی حرکت لپاره د ترتیب کېدونکي جدول یوه بله بېلگه:

| میاشتې کلونه | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | ۷ | ۸ | ۹ | ۱۰ | ۱۱ | ۱۲ |
|--------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| ۱            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |
| ۲            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |
| ۳            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |
|              |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |
|              |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |
| مجموعه       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |
| شاخص         |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |

البته دا د خوځېدونکي اوسط سنجنش شاخص او نور مېتودونه پخوا مطالعه شوي، له هماغو طریقو په استفادې دا ډول سوالونه حل کېدای شيو کوم بل مهم ټکی چې د موسمی حرکاتو سنجنش باید په پام کې وي، هغه دا دی چې د حرکت له پیل څخه تر پای پورې بېلابېلو مدو جذرونو کې زیاتوالی او کموالی یا د اصغري او اعظمي نقطو ترمنځ د بدلونونو فیصدي په واضحه ډول وښودل شي.



#### ۱، ۲، ۹- د موسمي شاخصونو او حرکتو څخه د استفادې مهم ځايونه:

له موسمي حرکتو څخه ډېرو مواردو کې کار اخلو، د بېلګې په ډول موږ پوهېږو چې کرنیز محصولات خصوصاً سابه او مېوې د حاصل د پيل او پای وختونو کې په لوړه بيه پلورل کېږي، په جشنونو کې ځينو اجناسو ته تقاضا زياته او په ژمي کې ايس کریم ته تقاضا کمېږي او داسې نور مثالونه چې دا حرکت په عايد او د کار په حجم او ساعتو او نورو مسايلو اغېزه لري او په کې منعکسه کېږي، که چېرې (C) داسې يوه ورايتي وي، چې نظر D, B, A ورايتيو ته مخکې پخېږي او زيات وخت پورې حاصل ورکوي او د حاصل مقدار يې هم نورو سره فرق ولري، دا د موسمي شاخص څخه معلومېږي، مثلاً له يو واحد څخه د هرې ورځې راټولېدونکي حاصل د همدې ډول مقایسه له مخې، هغه مورد نظر پدیده په نښه کولای شو، سره له دې چې کېدای شي، ممکن ګڼ شمېر کلونو کې مورد نظر پدیدې او ارقام يو پر بل منطبق يا ډېر لږ توپير ولري، اکثراً طبيعي ښکارندې هر کال په عين ډول، په عين موده، مقدار، کميت او کيفيت تکرارېږي، نو ځکه موږ په اسانۍ کولای شو د يوې زماني سلسلې له اصلي اعدادو موسمي بدلونونه حذف کړو، يا د موسمي ارقامو په مقایسه اصلي نور ټول اعداد اصلاح کړو، دا په دې ډول چې په ذکر شويو د مورد نظر زماني سلسلې اصلي اعداد څخه موسمي تغيرات يوې خواته کړو، يا هم د پېش بېنۍ او پېشګوۍ په خاطر د موسمي شاخصونو څخه کار واخلو، يا هم د موسمي بدلونو له مخې اصلي اعدادو باندې لازم حکم وکړو، ددې خبرې د توضیح لپاره بايد ووايو چې که د ارقامو يوه مجموعه څېړو او په هغو کې زماني سلسلې ډېرول ولري، نو لومړی دا خبره ښکاره کول په کار دي، چې ووايو: که چېرې موسمي بدلونونه نه وای، آیا موضوع به څرنگه واقع شوی وای؟ مثلاً د مني او د پسرلي کښت په موسم کې د تراکتور د کار د حجم زیاتوالی یا في ساعت

موتوري کار کې افزایش نظر د کال په اوږدو کې موسمي تغيرات ځينې وخت يو معيار هم گرځېدای شي، په دې ډول چې فرضاً د پيازو يا غنمو بيه د هغو د حاصل دهۍ او درمند په موسم کې: که چېرې د غنمو بيه د درمند موسم کې ۸۰ افغانۍ وي، نو له هغې مخکې او وروسته مقایسه د همدې موسم په اساس ترسره کولای شو، داسې چې اصلي اعداد د موسمي شاخص په عدد تقسيم او (۱۰۰) سره يې ضرب کوو، نو يو داسې بدلون رانښيي چې د مشاهدې وړ رقم فېصدي ده، مثلاً د غنمو په بيه کې حقيقي افزایش نظر د درمند وخت ته، که چېرې په ۱۳۷۹ کال کې د يو من غنمو بيه کې د درمند له وخت (سرطان او اسد) څخه د حوت ترمياشتې پورې له في سپر 50000Afg څخه 80000Afg زیاتوالی راغلی وي، داسې محاسبه کوو:

$$\frac{80000 - 50000}{50000} = \frac{30000}{50000} = 0,6$$

يا 60%

د کرنې او مالدارۍ په سکتورونو کې د نوساناتو يو علت موسمي حرکت دی، همدا موسمي حرکت د موسمي نوساناتو سبب کېږي، دا نوسانات هر کال منظم او د تکراري بدلونو سبب کېږي، له هراوړي، هر پسرلي، هر ژمي او داسې نور... چې بېې استقرار نه مومي، موسمي نوسانات د وګړو په لګښت پوره اغېزه لري، د بېلګې په ډول د موسمي بدلونونو له کبله په نرخ کې زیاتوالی مجموعي عرضه کې کمښت راولي، ځکه چې د پېرېدلو توان کمېږي، د بېلګې په ډول همدا پورته مثال کې د حوت په مياشت کې د غنمو بيه کې 60% زیاتوالی ددې سبب شوی، چې خلک ورېجو، جوارو او نورو خوراكي موادو ته مخه کړي، که چېرې يو مامور د خپل معاش 30% په غنمو ورکوي، نو دا موسمي حرکت ددې لامل ګرځي، چې د پېرېدلو توان کې يې کمښت راشي، دده د پېرېدلو توان باندې يې منفي اغېزه داسې سنجولای شو:

$$0,3 \times 0,6 = 0,18\%$$

(\*)

په دې ډول موسمي حرکت د کرنې په سکتور کې نه يوازې د لګښت په برخه کې، بلکې د توليد عرضي، مزدونو او نورو برخو کې هم مهم اهميت لري.

#### ۹، ۷- د زماني سلسلو د دوراني او غیر منظمو حرکتو سنجش:

د کرنې او مالدارۍ په سکتور کې د طبيعي ناڅاپي پېښو له کبله غیر منظم حرکت رامنځته کېدای شي، موږ پخوا وويل چې د ميلاني حرکت عمومي مسير له څلورو اجزاو جوړ دی، يعنې  $Y = T.C.I.S$  دا يو فرضي معادله ده، خو کله هم په عمومي مسير (T) کې (S او I) نغښتلی شوي



فرض شوي وي، خوځښت يوه لړۍ څخه تبارز مومي، يعنې د عمومي مسير (T) څخه بنسټه يا پورته اعظمي او اصغري نقاطو سره يې فرق دا دی، چې دوراني حرکت د څو کلونو لپاره وي، ترڅو بېرته عادي مسير ته ور وگرځي، دې حالت ته عادي مسير ته د ترند گرځېدل ويل کېږي، مثلاً د باغونو د حاصل کمښت يا د مالدارۍ د حاصل بدلون له عادي مسير څخه چې ممکن د نويو ونو او د خوشکيانو د نسل تر رسېدو يې دوراني حرکت دوام وکړي، چې بيا بېرته خپل اصلي مسير ته راگرځي (عارضه رفع کېږي) دا حرکت په گڼو اعدادو ډېره کمه اغېزه لري، ان دا چې نا منظم اعداد په يوه عمومي مسير کې يو بل ځنځير کوي هم چې د ټولو پايله دوراني حرکات کېدای شي.

تيره هره برخه د هغو معلوماتو د تشرېح سره اړه لرله کوم چې د ارقامو د نمونې يا جديعت سره يې تړاو درلود، د پېرځلي دغه ارقام د وخت په عين مرحله کې رامېنځ ته کېږي. د هندسي ميتودونو په تشرېح کې چې تر اوسه ذکر شول وخت د يوفکتور په شکل نه دی مطرح شوي اکثره وخت منيجران د نظريو ارقام د وخت په تيريدو سره تهيه او ارزيايي کوي. داسان مثالونه لکه په ورځيني ډول د شرکتونو د عادي اسهامو نېټه قيمت.

د شرکت د يوې هفتي څرخلاو اندازه او دهغې ربعي مفاد او همدارنگه مشخصات لکه د توليداتو وزن او اوږدوالي چې د کمپني پواسطه توليدېږي.

تعريف: هغه ارقام چې د وخت په تيريدو سره تهيه او ارزيايي کېږي د زماني سلسلې ارقامو (time series data) په نامه يادېږي.

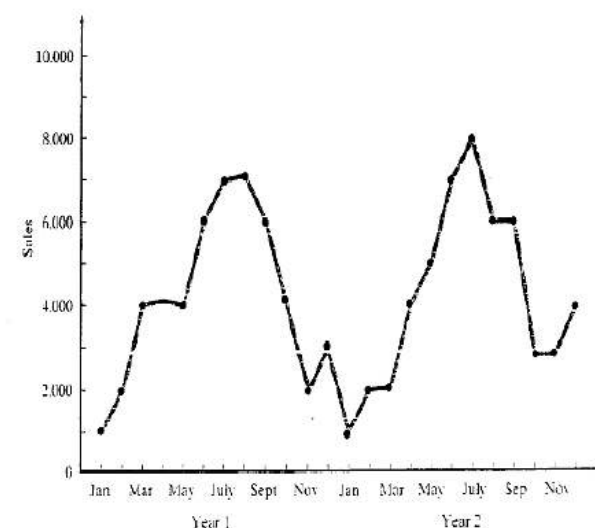
د مخکې برخې څخه په ياد راوړلو سره، پروسس د عمل د سلسلې څخه عبارت دي يا هغه اجراءات دي چې د وخت په تيريدو سره محصول په لاس راوړي په دې اساس زماني سلسلې ارقام دهغه مقياسونو څخه عبارت دي چې يوه سلسله واکړات چې د يوې عملي (لکه د توليد عمليه) پواسطه توليد شي. په عمومي ډول، د اعدادو يوه سلسله چې د وخت تيريدو سره لاس ته راغلي وي دهغه پروسس د عنوان په نوم ياد کړو د کومې په وسيله چې مينځ ته راغلي وي.

کله چې مقياسونو د وخت په تيريدو سره مينځ ته راځي نو مهمه ده چې دواړه يعني عددی ارزښت او وخت يعني هغه وخت يې چې هر مقيااس پورې اړه ولري ثبت شي. نو د زماني سلسلې ارقامو د تشرېح او هغه پروسه چې دا ارقام پکې مينځ ته راغلي وي د بنودلو لپاره يوه زماني سلسلې هندسي شکل (time series plot) چې ځينې وخت د رن چارټ (run chart) په نوم يادېږي په کارول کېږي.

زماني سلسلې هندسي شکل (time series plot) يوه ساده سکتېگرام دي چې مقياسونه يې په عمودي محور او وخت (time) يا هغه ترتيب چې مقياسونه پکې مينځ ته راغلي وي په افقي محور قرار لري او اکثره تعين شوي نقطې د يوه مستقيم خط پواسطه نښلول کېږي چې وخت په تيريدو سره په مقياسونو کې تغيرات او حرکات په اسانۍ سره وښودل شي. د مثال په ډول، په 34,2 شکل کې د يو مشخص شرکت مياشتني څرخلاو (د هغه واحداتو اندازه چې په يوه مياشت کې خرڅ شوي وي) ښودل کېږي. او 35,2 زماني سلسلې هندسي شکل چې د 30 قطعېود وزن په اړه چې په پرله پسې ډول د يوشان ډکوونکي پايپ په واسطه ډک شوي دي راښايي، په يادولې، د وخت د واحد په ځاي د قطعېود وزنونو د کوالي ترتيب په نظر کې نيول شوي دي.

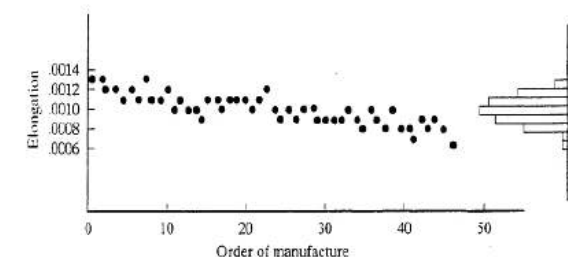
کله چې د توليد د پروسس دوران ترارزيابي لاندې کې نيول کېږي، اکثره د اسانتيا په لحاظ مقياسونو د توليد د ترتيب په اساس ثبتېږي ځکه چې د توليدي ترتيب په اساس د مقياسونو ثبت د هغې د توليد واقعي وخت په نسبت اسانه وي.

FIGURE 2.34  
Time series plot of company sales



پنځوس دکمري فنرونه يې د توليدي ترتيب په اساس د ازمويني لاندې ونيول او هر فتر يې د شل گرام په اندازه شک کړ. دواړه د زماني سلسلي هندسي شکل او هستوگرام يې د يادو ارقام

FIGURE 2.36  
Deming's time series  
plot and histogram

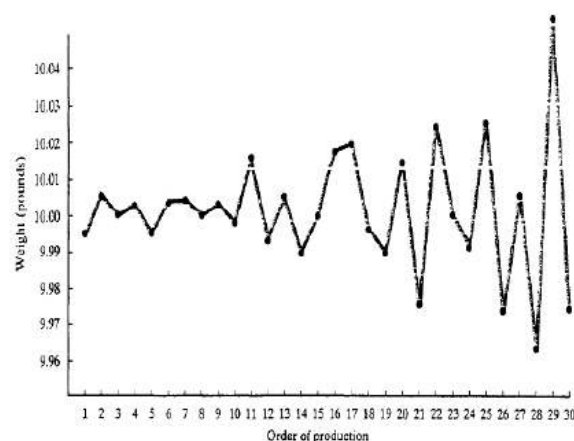


په اساس جوړ کړ چې په 36,2 شکل ښودل کېږي کوم يوچي د ډيمينگ د کتاب څخه اقتباس شوي دي. که چېرې د ورپسې توليدونکي فنر (مثلاً د يو پنځوسم) د کشوالي مقياس تخمينول غواړي او ددي د تخمين د ښودلو لپاره صرف يو هندسي شکل استعمال کړي کوم يو شکل به استعمال کړي؟ او ولي؟

حل:

صرف د زماني سلسلي هندسي شکل (time series plot) د زماني عمليې حرکت چې په هغه کې فرتوليد پورې تشرېح کوي. هغه حقيقت چې په هغې کې د کش کولو مقياس د وخت په تيريدو سره کمېږي صرف د زماني سلسلي په هندسي شکل کې ښودل کېږي ځکه چې هستوگرام هغه ترتيب نه شي ښودلای په کوم کې چې فرتوليد شوي دي. د يو پنځوسم فنر د کشوالي د تخمين لپاره د هستوگرام استعمال کېدای شي يو لوړ احتمال (غېرواقعي) احتمال لاس ته راوړي. د ډيمينگ د مثال څخه داسې درس لاس ته راځي چې: دهغه ارقامو د تحليل او څرگندولو لپاره چې دوخت په تيريدو سره د يوې عمليې په نتيجه کې لاس ته راځي ابتدائي گرافيکي وسيله د زماني سلسلي هندسي شکل (time series plot) دي نه هستوگرام.

FIGURE 2.35  
Time series plot of  
paint can weights



سلسلي هندسي شکل، سلسلي زماني حرکت (ميلان) او تغيرات (پراگنده گي) چې په ارزيايي کې د متحولينو په ډول په نظر کې نيول شوي دي ښکاره کوي. په نظر کې ونيسي چې څومره څرخلاو داوړي په موسم کې صعودي حالت لري او د وخت په تيريدو سره د رنگ د قطعيو په وزنونو کې څومره تغيير راغلي دي.

دغه ډول معلومات به د (stem-and-leaf) يا هستوگرام شکلونو پواسطه واضح نه شي، لکه چې په لاندې مثال کې ښودل کېږي.

مثال: دواړه د ډيمينگ يو مشهور امريکايي احصائيه دان و. وروسته د دوهم جنگ جهاني څخه يې په جاپان کې د تدريس په برخه کې چې څرنگه د خپلو توليداتو کيفيت د ارزيايي (تفتيش) له مخې اصلاح او د توليد پروسې ته په دوام داره ډول بهېدو ورکړو ښه شهرت وموند. هغه په خپل کتاب (د بهران څخه بهر 1986) کې د تاو خوړونکي - زنگون (يوه خودکاره آله ده) په مقابل کې د هستوگرام د څخه د معلوماتو د درست ښودلو لپاره چې ډاټا څخه لاس ته راځي استفاده وکړه. د بيلگي په ډول يې لاندې مثال وړاندې کړي دي.



نیمه اوسط روش باندې یې ترند رسم کړئ؟

۴. موسمي حرکات تعریف کړئ؟

۵. د کرنې په سکتور کې د موسمي حرکاتو د پېښېدو مهم لاملونه کوم دي؟

## تمرینات

۱. په لاندې څو کلونو کې یو شمېر ارقام لرو:

Year = 1370, 1371, 1372, 1373, 1374, 1375

Date = 6, 4, 5, 6, 8, 9

درې کلن خوځېدونکي اوسط په طریقه یې ترند رسم کړئ؟

۲. لاندې ارقام ورړکل شوي

| کلونه | واحدات   | د تولید اندازه |
|-------|----------|----------------|
| ۱۳۷۵  | کیلوگرام | ۱۲             |
| ۱۳۷۶  | کیلوگرام | ۱۸             |
| ۱۳۷۷  | کیلوگرام | ۲۰             |
| ۱۳۷۸  | کیلوگرام | ۱۴             |
| ۱۳۷۹  | کیلوگرام | ۱۲             |
| ۱۳۸۰  | کیلوگرام | ۲۲             |

۳. په لاندې ډول د کال ۱۲ میاشتو کې د یوې کیلو غوښې بیه ثبت شوی

| میاشت | بیه |
|-------|-----|
| حمل   | ۱۰  |
| ثور   | ۱۲  |
| جوزا  | ۱۴  |
| سرطان | ۱۲  |
| اسد   | ۱۸  |
| سنبله | ۲۲  |
| میزان | ۲۵  |
| عقرب  | ۲۵  |
| قوس   | ۲۵  |
| جدی   | ۲۷  |
| دلو   | ۲۲  |
| حوت   | ۲۲  |

خصوصیات به ورخه څرگند شي، همدې ډول یوې پروسې ته Sampling وایي.

د نمونې اخیستو گټه دا ده، چې په دې ډول سره له جز (نمونې) څخه د کل په هکله بشپړ معلومات استنباط کېږي، نمونه اخیستل د قسمي احصایه گیرۍ په توګه د لومړي ځل لپاره د فرانسوي عالم (لیپ لای) له خوا ترسره شوه، وروسته په المان کې شنپراړند (۱۸۴۷-۱۹۰۴) د کرنې په سکتور کې د څېړنې په خاطر د (Taunus) په سیمه کې د بزگرانو د ټولنیزې او اقتصادي وضع او د کرنیزو فېصديو د مطالعې لپاره پنځو کلیو کې نمونوي احصایه گیري ترسره کړه.

#### ۱۰، ۲- نمونوي مشاهدات:

هغه ارقام چې د نمونې په ډول د څېړنې لپاره راټولېږي، نمونوي مشاهدات بلل کېږي، د نمونې غوره کول دوه ډوله دي: لومړی یې دا چې موږ پرته له دې چې د نمونې لپاره کومې ځانګړتیاوې په نظر کې ونیسو د ټول نفوس (کل) څخه یې د څېړنې لپاره رااخلو، دې ته Random یا تصادفي یا احتمالي نمونه غوره کول وایي؛ لکه د غنمو له یوه ګودام څخه د یو موټي غنمورا اخیستل، دویم ډول سهمیوي، یا قضاوتي Quota نمونه گیري ده، چې دلته د ځانګړي موخې لپاره نمونه غوره کېږي؛ لکه د درې ډولو خاورو مطالعه او مقایسه، لومړۍ نمونه د لوم Loum او درېیمه یې د بېلګې په ډول Sandy-Loam یعنې، مټ، شگلنه او ګډه خاوره سره مقایسه کوو، نو دلته په قصدي ډول موږ د خاورې بېلابېل ډولونه لومړۍ په نښه، بیا یې رااخلو، یا د میدان ولایت د منو د غذايي ارزښت د مطالعې لپاره یوه نمونه د سرو منو څخه اوبله د ژېړو منو څخه غوره کوو، یا د یوې مرکې لپاره د داسې بزگرانو غوره کول چې هغوی سره په دواړه ډول د ترویج کار کوونکو او مامورینو روزنیز کار کړی وي او داسې نورې بېلګې په لومړي ډول نمونه غوره کولو کې کوم مخکیني قضاوت او انتخاب او معیار موجود نه وي، خو په دویم ډول کې نمونه د یوه ځانګړي قضاوت او معیار له مخې غوره او اخیستل کېږي، په احصایوي څېړنو کې کوم مشاهدات چې د نمونو په توګه راټول شوي وي (هم Random او هم Qouta) د نمونوي مشاهدو په نوم یادېږي، نمونوي مشاهدې د ټولنیزو (همه ګاني) مشاهدو سره فرق لري، یعنې نمونوي مشاهدې صرف ددې لپاره څېړل کېږي، چې وروسته د هغو پایله په کل تعمیم شي، د نمونوي مشاهدو یو ځانګړنه دا ده، چې د ټولو مشاهدو یوه برخه تشکیلوي؛ لکه  $\frac{1}{20}$  مه برخه،

$\frac{1}{10}$  مه برخه یا  $\frac{1}{5}$  مه برخه او داسې نور چې دلته د ټولنیزو مشاهدو برخلاف زموږ له هیڅ یوې مشاهدې څخه صرف نظر نشو کولای، خو یوه عمومي نظریه دا ده؛ څومره چې نمونې زیاتې وي، څومره هغو کې خطا او تېروتنه کمېږي.

د تحقیق او علمي تجربو په ترڅ کې موږ معمولاً د ډېرو مشاهدو او ارقامو څخه نمونه غوره

### لسم څپرکی

#### د نمونې اخیستلو تیوري

#### (Sampling)

د علمي څېړنې روش (Scientific Method of Research) اساساً د هغو قواعدو او طرز العملونو له مجموعې څخه عبارت دی، چې د علمي څېړنې عملیه د هغې له مخې اجراء کېږي، په دې کې یوه قاعده له جز څخه د کل په هکله استنباط ده، چې همدې کې د نمونو څېړنه راځي، د نمونې څېړل د خپل ثقه والي، د تطبیق د ساحې، د فرضیو د آزمایشو، د نمونې د خصوصیت او نورو له کبله ډېر توپیر مومي او دا په خاص ثابت شوي حالت کې تعمیم کېږي، نو له دې کبله چې یې موږ تیوريکي اړخ ډېر په نظر کې نیسو، نو تیوري څه ده؟

په یوه موضوع کې تیوري هغه علمي اصطلاح ده، چې د شیانو او پدیدو ترمنځ د هغوی خپل منځي اړیکې تشریح کوي، دا په ټاکلي موضوع او ځانګړي سکالو کې د ژورو تصوراتو او تفکراتو د یوه پاڅاند پایله ده، چې اوږدو آزمایشونو او تجاربو او پرله پسې زیار هغه ثابتې کړې وي.

#### ۱۰، ۱- نمونه او د نمونې اخیستل؛ یعنې څه؟

د نمونې (Sample) اصطلاح سره موږ هره ورځ مخامخ کېږو او ډېر ژر یې په مانا پوهېږو، چې دا د یو لوی شي، ډېرو شیانو، ګڼو پېښو او ښکارندو له مجموعې څخه یوه کوچنۍ برخه یا کم شمېر یا یو د مرکزي میلان رقم دی، چې دهغه ټول شي یا شیانو او مشاهدو ځانګړنه ښکاره کوي او دا عیناً اصل شی وي، دا ډېره معموله ده، چې د غلې لوی مارکیټ څخه پېردونکي یو څه دانې را اخلې او په غوړ یې ګوري، همدا د زیات مقدار څخه د یوه کم شي را اخیستنه د کنټرول او پلټلو په خاطر د هغو کنټرول چې د ټول مقدار مشخصات ورخه څرګند شي، د Sample یا نمونې اخیستو په نوم یادېږي او را اخیستل شوې برخه د نمونې په نوم بلل کېږي او ټول مقدار یا ټول شی چې نمونه یا Sample ورخه اخیستل شوی د نفوس Papolation او Univerre په نوم یادېږي، (1.P-248) موږ نمونې اخیستو ته ځکه ضرورت لرو، چې:

که چېرې یو ګڼ شمېر اشیاء، اقلام او مشاهدې ولرو او وغواړو د هغو څرنگوالی وڅېړو، نو د ټولو مطالعه شویو نمونو مطالعه کفایت کوي، چې د کل په خواصو هم پوه شو، اما د ټول کل یا ټول نفوس څېړل ډېر وخت، پیسې او انرژي غواړي، خو که د دغه لوی مقدار څخه صرف یوه کمه برخه یې د څېړلو لپاره رااخلو، نو وخت مصرف او انرژي به کمه ولېږي او د ټولو ارقامو



**هـ - Quota Sampling:** قضاوتي يا سيميوي نمونه اخيستل هغه حالت دی، چې د تجربې يا څېړنې لپاره د ځانګړې موخې او مشخص مقصد لپاره اصلي نفوس يا (کل) په نښه کېږي، بيا يې له مورد نظر هغه قضاوت شوې برخې څخه چې د تجربې لپاره انتخاب شوي نمونه اخلو؛ لکه د درې ډوله خاورې د تجزيه کولو لپاره لومړۍ نمونه د Loam، دويمه د Sandy، درېيمه د Sandy يا د بېلابېلو انواعو د منو کيفيت، وزن، خوند، د پخېدو مودې او نورو تجربه کولو لپاره يوه مڼه ژېړو منو څخه او يوه له سرو منو څخه رااخلو او بيا يې تجربه کوو.

همدارنگه يو شمېر نور مېتودونه هم شته، چې دلته يې صرف نوم اخلو؛ لکه Cluster Sampling يا ډله ايزه نمونه گيري Area Sampling يا ساحوي نمونه گيري (Multi-Stage Sampling) يا څو مرحله يې نمونه گيري (Sequential Sampling) يا پر له پسې او دوامداره نمونه گيري، چې دا هره يوه يې د تجربې د خصوصيت سره سم غوره کېږي، عملاً له پورته ډولونو څخه صرف څو محدودې يې عملي کېږي، ځينې وخت له څو څو مېتودونو څخه يو ځای کار اخيستل کېږي، چې دې ته Mixed Sampling ويل کېږي، خو مهمه دا ده چې دغه مېتودونه په خپله څېړونکي غوره کوي.

### ۱۰-۳- د نمونوي مشاهدو د راټولولو لارې:

۱. د نمونوي مشاهدو تصادفي يا له ټول نفوس څخه په پټو سترگو غوره کول.  
۲. ميخانیکي غوره کول: دلته لومړی د څېړنې د موخې پر بنا ارقام او شيان د اندازې، وزن او درجې له مخې په بېلابېلو مساوي برخو وېشل کېږي؛ لکه د زياتو عضوي موادو لرونکي خاورې د منځنۍ اندازې عضوي موادو لرونکي خاورې او خوارو خوارو سره بېلول او بيا له هرې يوې څخه يوه يوه نمونه را اخيستل، يا هم د انگورو له بېلابېلو ډولونو د ۱۰، ۱۰ بوټو غوره کو، بيا له هرو ۱۰ بوټو يو يو بوټی غوره کول او پر هغو د څېړنو ستره رسول.

۳. منطقي (سيمه ايزه) يو ډوليزه نمونه گيري: البته لومړی بېلابېلې سيمې په نښه کېږي؛ مثلاً د وريجو د کيفيت، فې واحد حاصل دهې، کمې او کيفي څرنگوالي او نورو د معلوماتو لپاره لومړی په هېواد کې د وريجو د توليد سيمې په نښه کوو، چې عبارت له بغلان، کندز، لغمان او تنګرهار څخه دي، خو په ځينو مواردو کې چې د کيفيت تر څنګ د مربوطه سيمې د حاصلده کميت هم مطرح وي، نو په ټوله نمونوي مشاهده کې د سيمو نسبي سهم ښکاره شي، مثلاً: که چېرې د کرنې وزارت په نظر کې ولري د انگورو د کوپراتيفونو لپاره نمونوي مشاهدې جوړې کړي، نو د پروان څخه به زيات شمېر، بيا له کندهار او بيا د لوگر له څرخ او د کابل د ده سبز، مير بچه کوټ يا نورو سيمو چې مناسب دي، نظر د هغو د توليد د تناسب له مخې غوره

کوو، يا د ارقامو اوسط، ميانه او يا هم موډ څېړو. وروسته بيا د نمونې څخه اخيستل شوي نتيجه په ټول نفوس باندې تعميم کوو، يعنې د Sample له مخې Universe باندې حکم کولی شو، پوهان وايي چې نمونه بايد د څېړنې د خصوصيت له مخې او د هغې د هدف سره مطابق او مناسبه غوره شي، د نمونې د غوره کولو لپاره بېلابېلې لارې شته؛ لکه:

**الف- Deliberate Sampling:** دلته څېړونکي له يوزيات شمېر مشاهدو څخه صرف يو څو مشاهدې په قصدي توګه غوره کوي، د بېلګې په توګه د يو ښوونځي څخه صرف د ممتازو زده کوونکو غوره کول او د هغوی د ذهني ودې مطالعه يا په انگورو کې د قند د فېصدې د معلومولو لپاره يوازې د پروان ولايت د کشميشي انگورو غوره کول او داسې نور مثالونه دغه ډول نمونه اخيستلو ته Deliberate Selective Method ويل کېږي، دغه مېتود خصوصاً هغه وخت ډېر تر استفادې لاندې نيول کېږي، چې نفوس مشابه خصوصيات ونلري او ټول سره يو شاته (Homogenous) نه وي؛ لکه د زده کوونکو بېلابېلې کتګورۍ.

**ب- Simple Random Sampling:** تصادفي ساده نمونه اخيستل د مخکيني مېتود برخلاف نمونه په تصادفي يا چانسې ډول په ډېر ساده ډول غوره کېږي، يانې له ګڼ شمېر نفوس څخه په تصادفي توګه او پرته له دې چې مخکې له مخکې يې سنجش کړی وي، څو نمونې را اخلي لکه د يوه ګودام له غنمو چې موږ يو موټی غنم د بېلګې په توګه په تصادفي ډول را اخلو، دلته مهمه خبره دا ده چې ټول نفوس (ټول مشاهدات) همجنس (يو شاته Homogenous) وي، دلته د ټول نفوس هرې برخې څخه نمونه په مساوي ډول غوره کېږي، يانې نمونه کې اخيستل شوي ارقام د ټول نفوس څخه د غوره کېدو چانس لري، د بېلګې په توګه د يوې کروندې د بوټو د قد د معلومولو لپاره د ټولې کروندې د زرګونو بوټو څخه صرف د ۲۰-۵۰ بوټو غوره کول، يا هم د پچې په اساس د ګڼ شمېر بزګرانو څخه د هغو څو بزګرانو احتمالي يا چانسې غوره کول چې غواړو د هغوی ورځنۍ عايد او عمده محصولات معلوم کړو.

**ج- Systemic Sampling:** ځينې وخت د څېړنې خصوصيت ايجابوي چې نمونه په سيستماتيک ډول غوره شي؛ مثلاً له يوه اوږده لست څخه د هرې لسمې شمارې غوره کول، يا د بېلابېلو کليو له کورنو څخه د هريوه کلي د لومړي کور غوره کول، يا روغتون ته د راتلونکو ناروغانو له هرو پنځو تنو څخه د يو تن غوره کول او داسې نور مثالونه په دې مېتود کې هر څوم (nth) عدد تر هغه وخته غوره کېږي، ترڅو چې ټول مشاهدات يا نفوس بالکل ختم شي.

**هـ- Stratified Sampling:** دلته د څېړنې لاندې موضوع له هرې طبقې څخه يوه يوه نمونه يا دوه دوه نمونې را اخيستل کېږي، چې طبقه يې نمونه گيري ورته وايي، دلته طبقات يو بل څخه فرق لري، يانې ټول طبقات يو شاته نه وي، په دغه ډول نمونه اخيستو کې بايد د هرې طبقې څخه



البته مهمه نقطه داده چې د مشاهده شوي څلور نمونې قطعو څخه د جمعیت (د 52 قطعو بندل) د استنباط په هکله استفاده وکړو، اوس تاسو لپاره اړینه ده چې په دې وپوهېږئ چې څرنگه نوموړي نمونه (sample) انتخاب شوي ده.

یوه ساده او زیات استعمالیدونکې طریقه چې د نمونه اخستنې لپاره په کارول کېږي او په ضمني ډول یې په تیرو مثالونو او تمریناتو کې مفهوم بیان شوی دی چې دا طریقه د اتفاقي نمونه اخستنې (random sampling) په نوم یادېږي او هغه څه چې په لاس تري راځي د اتفاقي نمونې (random sample) په نوم پیژندل کېږي.

تعریف: که چېرې د یو ټول یا نفوس څخه د n په اندازه عناصر په داسې ډول انتخاب شي چې د n د عناصرو د هر سټ انتخاب په جمعیت کې د انتخابولو مساوي چانس ولري، نو ویلای شو چې د n عناصر یوه اتفاقي نمونه (random sample) ده.

که چېرې جمعیت د پرلوی نه وي او عناصر یې د کاغذ په ټوټو، د قطعو په ټوټو او نورو د شمار وړ وي، نو په فزیکي ډول کولای شې چې د کاغذ ټوټې او یا قطعي په بڼه ډول گډي کړي او د مجموعي څخه یې د n اندازه عناصر وپاښي. هغه اعداد چې د ټوټو (برخو) په مخ ښکاري داسې ښايي چې د جمعیت عناصر په نمونه کې شامل دي ولي په اکثره وخت د دې ډول مخلوط په لاس راوړل گران کار دي خو دا طریقه په تقریبي د اتفاقي نمونه اخستنې یو شکل ارائه کوي.

اکثره څیړونکي د خپل کار لپاره د تصادفي اعدادو په تولیدونکو random number generators چې اتفاقي نمونې تولیدوي اعتماد لري. د تصادفي اعدادو تولیدونکي اعداد د جدول په شکل د ځان سره ساتي او د احصائیوي سافت ویسرونو په جوړولو کې تري هم استفاده کېږي.

مثال:

فرض کړئ چې په یوه مطالعه کې د برخه اخستلو لپاره د 100,000 کورنیو د جمعیت څخه پنځه کورني په اتفاقي ډول په نمونه کې اخلې.

a. څومره مختلفي نمونې انتخابولای شې؟

b. د یو اتفاقي نمونې د انتخاب لپاره د تصادفي اعدادو د تولیدونکي څخه استفاده وکړي؟  
حل: د نمونو د تعداد د معلوم لپاره د 1,3 برخي د ترکیبي قاعدې (combinatorial rule) څخه استفاده کوو، مونږ لرو چې،  $N = 100000$  او  $n = 5$ .

$$\begin{aligned} \binom{N}{n} &= \binom{100,000}{5} = \frac{100,000!}{5!99,995!} \\ &= \frac{100,000 \cdot 99,999 \cdot 99,998 \cdot 99,997 \cdot 99,996}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \\ &= 8.33 \times 10^{22} \end{aligned}$$

کړي، که چېرې وغواړو د ځنگلونو د افتونو نمونې مشاهده وکړو، نو طبعاً زیات شمېر نمونې به د کونړ، بیا پکتیا، نورستان او ننگرهار وي، بیا د شمالي ولایاتو د پستې د ځنگلونو او ورپسې نورې ځنگل لرونکې سیمې.

۴. سریالی (سلسلوي) نمونه اخيستل: په دې ډول نمونه غوره کولو کې د مورد نظر پدیدې بېل بېل واحدونه، نه؛ بلکې د هغې د ټولو واحدونو ټوله سلسله په نظر کې نیول کېږي، بیا په هره بېله بېله سلسله کې بشپړ مشاهدات ترسره کېږي، یعنې د یوه کل د ټولو واحدونو (برخو) غوره کړای شوې سروې صورت نیسي، داسې چې د سروې ټول واحدونه د مطالعې لاندې پدیدې په اډانه کې د سلسلې (سریال) په بڼه سروې کېږي، دا د سیمه ایزې یا منطقي نمونې غوره کولو سره یو څه شباهت لري، خو د پرفرک هم ورسره نه لري، په سریالي نمونه اخيستو کې ټول واحدونه د سلسلې په بڼه راځي، خو سیمه ایزه کې بیا د هرې سیمې (مکرر) او غیر تکراري (غیر مکرر) نمونو اخيستو موضوع په هکله نظر کې ونیول شي. غیر مکرره نمونه گیري هغه ده چې غوره شوی واحد په ثبت کې صرف یو ځل گډون کوي، کله چې له مربوطه سیمې او سلسلې څخه دغه واحد اخيستل شو، بېرته د سیمې په مشاهده او د واحدونو سلسله کې نه کېښودل کېږي، حال دا چې په مکرره کې یو ځل بیا کېښودل کېږي، کېدای شي د بیا غوره کولو پر وخت عین مشاهده بیا راووخې، خو غیر مکرره طریقه په تحقیق کې غوره برېښي.

له دې امله چې لومړی ډول یعنې اتفاقي نمونه اخيستل ډېر مروج دي او ارزښت لري، هغه به په تفصیل توضیح شي:

#### اتفاقي نمونه اخسته RANDOM SAMPLING

په احصائیوي استنباط (Statistical inference) کې له ارقامو څخه نمونه ټاکنه حیاتي ارزښت لري ځکه د مشاهده شوي نمونې احتمال د نمونه شویو ارقامو د مشخصاتو د استنباط لپاره په کارول کېږي.

د مثال په توگه، که چېرې د 52 قطعو د بندل څخه څلور قطعي وغورځوي او څلور واړه توسان وي. آیا تاسو د نتیجه گیري کوي چې د قطعو بندل مو یو عادي بندل دي چې صرف څلور توسه لري، او یا فکر کوي چې نوموړي بندل د څلورو څخه زیات توسان لري؟ دا موضوع دې پورې مربوطېږي چې څرنگه قطعي راویستل شوي دي، که چیرې څلور توسان د سټنډر قطعي بندل د پاسه قرار ولري وي، نو بیا معلوم دا ده ده او غیر عادي نه دي چې څلور توسان غورځول شوي دي یا په بل عبارت که چېرې د قطعو بندل په بشپړه توگه سره گډ شوي وي نو بلکل احتمال نه لري چې دهغې څخه په یوه نمونه کې (چې څلور قطعي په کې شاملې وي) تري څلور توسان راویستل شي.



راورلو لپاره د جدول څخه د  $n$  څخه زیات اعداد ریکارډ کړي.

TABLE 3.7 Partial Reproduction of Table I in Appendix B

| Row | Column |       |       |       |       |       |
|-----|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
|     | 1      | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     |
| 1   | 10480  | 15011 | 01536 | 02011 | 81647 | 91646 |
| 2   | 22368  | 46573 | 25595 | 85393 | 30995 | 89198 |
| 3   | 24130  | 48360 | 22527 | 97265 | 76393 | 64809 |
| 4   | 42167  | 93093 | 06243 | 61680 | 07856 | 16376 |
| 5   | 37570  | 39975 | 81837 | 16656 | 06121 | 91782 |
| 6   | 77921  | 06907 | 11008 | 42751 | 27756 | 53498 |
| 7   | 99562  | 72905 | 56420 | 69994 | 98872 | 31016 |
| 8   | 96301  | 91977 | 05463 | 07972 | 18876 | 20922 |
| 9   | 89579  | 14342 | 63661 | 10281 | 17453 | 18103 |
| 10  | 85475  | 36857 | 53342 | 53988 | 53060 | 59533 |
| 11  | 28918  | 69578 | 88231 | 33276 | 70997 | 79936 |
| 12  | 63553  | 40961 | 48235 | 03427 | 49626 | 69445 |
| 13  | 09429  | 93969 | 52636 | 92737 | 88974 | 33488 |

آیا په پشپړول دا یقین کولای شو چې ټول 83.3 بیلیون ټریلیون نمونې د انتخاب مساوي چانس ولري. ولي واقعیت دا دي چې مونږ یې نه شو کولای تر هغه ځایه چې د اتفاقي اعدادو جدول د اتفاقي سلسلي ارقام احتوا کوي، نمونه باید ډېره زیاته اتفاقي وي.

دا جدول د B ضمیمه صرف د اتفاقي عدد د تولیدونکي یو مثال دي او په زیاتو علمي مطالعاتو کې چې په هغې کې یوې وسیع اتفاقي نمونې ته ضرورت لیدل کېږي د اتفاقي نمونو د جوړولو لپاره د کمپیوټر څخه استفاده صورت نیسي، لکه د SPSS، MINITAB او د SAS احصائیوې سافټ ویرونه په اسانې سره اتفاقي نمونې جوړوي. د مثال په توګه د پورته مثال په شان د 100000 کورنیو نفوس د نمونې څخه  $n = 50$  کورنیو نمونې ته اړتیا لري.

کولای شو چې د دې اتفاقي نمونې د جوړولو لپاره د SAS اتفاقي نمونو تولیدونکي څخه استفاده وکړو.

په 21.3 شکل کې د SAS کاپي لیدل کېږي چې 50 اتفاقي اعداد لري (د 100000 ټولو اعدادو څخه). په دې تشخیص شوي اعداد کې د کورنیو نمونې شاملې دي.

نو 83.3 بیلیون ټریلیون په اندازه د پنځو کورنو مختلفې نمونې د 100.000 ټول نفوس څخه انتخابېدای شي.

ط د دې لپاره چې اطمینان حاصل شي چې هره ممکنه نمونه د انتخاب مساوي چانس لري نو هر هغه څه چې د اتفاقي نمونه اخستني لپاره په کار وړل کېږي کولای شوي چې د اتفاقي اعدادو د جدول (random number table) څخه (چې په جدول په B ضمیمه کې ارایه شوي دي) په استفاده تعین کړو.

د تصادفي اعدادو جدول په داسې شکل جوړ شوي دي چې د هر عدد د واقع کیدو (تقریباً) مساوي احتمال لري. برسيره پردي، د هر عدد واقع کیدل په یو موقعیت کې په جدول کې د نورو اعدادو څخه مستقل دی.

د اتفاقي اعدادو د جدول د استعمال لپاره، د ټول نفوس د N اندازه عناصر د 1 څخه تر N پورې شمارل کېږي او بیا 1 جدول ته مخ ګرزول کېږي او په جدول کې د شروع عدد انتخابېږي او د دې عدد په دوام یا د قطار په امتداد یا د کالم لاندې طرف ته N عدد د جدول څخه انتخاب او په ثبت رسېږي.

د عملي مثال لپاره، اول هغه کورني چې په ټول نفوس کې شاملې دي د 1 څخه تر 100.000 پورې شمارو. د راتلونکي مخ (۳، ۷ جدول)

اوس په خپله خوښه د شروع عدد انتخابو فرضاً دا اتفاقي عدد په دریم قطار او دویم کالم کې لیدل کېږي چې دا عدد 48.360 دي، بیا د پاتې څلورو اتفاقي عددونو د لاس ته راوړلو لپاره دویم کالم لاندې خوا ته ادامه ورکړو. په دې اساس مونږ پنځه اتفاقي اعداد انتخاب کړي چې په 7.3 جدول کې په نښه شوي دي. د 1 څخه تر 99.999 کورنیو د ښودلو لپاره د اولني پنځه رقمونو څخه استفاده کېږي او 00000 عدد د 100.000 کورنیو څخه نمائنده ګي کوي کولای شو چې وګورو چې کورني شماره ګذاري شوي دي.

48,360  
93,093  
39,975  
6,907  
72,905

چې باید زمونږ په نمونه کې شاملې وي. نوټ، په نمونه کې د شامل عنصر د ښودلو لپاره صرف لازم تعداد ارقام په هر اتفاقي عدد کې استعمالېږي. که چېرې د ثبت په وخت کې د n اعداد د جدول څخه، هغه عدد انتخابېږي چې مخکې تر مخکې مو انتخاب کړي وي. په ساده ډول ویلای شو چې تکراري عدد لري کوو او پرځای یې د سلسلي په پای کې جانشین ټاکو. نو کېدای شي چې د n اعدادو د نمونې د لاس ته

| OBS | HOUSENUM | OBS | HOUSENUM | OBS | HOUSENUM | OBS | HOUSENUM |
|-----|----------|-----|----------|-----|----------|-----|----------|
| 1   | 47122    | 14  | 47271    | 27  | 17098    | 40  | 4260     |
| 2   | 94231    | 15  | 3642     | 28  | 23259    | 41  | 58140    |
| 3   | 95531    | 16  | 7611     | 29  | 30512    | 42  | 22903    |
| 4   | 41445    | 17  | 81646    | 30  | 91548    | 43  | 65959    |
| 5   | 80287    | 18  | 92158    | 31  | 7673     | 44  | 13962    |
| 6   | 11731    | 19  | 36667    | 32  | 68549    | 45  | 25819    |
| 7   | 47523    | 20  | 71811    | 33  | 85433    | 46  | 66497    |
| 8   | 84847    | 21  | 78988    | 34  | 5231     | 47  | 79559    |
| 9   | 69822    | 22  | 3819     | 35  | 13455    | 48  | 87017    |
| 10  | 18270    | 23  | 21873    | 36  | 71666    | 49  | 28483    |
| 11  | 52636    | 24  | 74938    | 37  | 66280    | 50  | 91806    |
| 12  | 21750    | 25  | 23635    | 38  | 66210    |     |          |
| 13  | 63363    | 26  | 35807    | 39  | 21998    |     |          |

## یوولسم خپرکی میلان او پیوستون (Regression & Correlation)

### ۱، ۱- د میلان او پیوستون مفهوم او ارزښت:

د احصایېوې خپرونو په برخه کې بېلابېلې ښکارندې چې یو پر بل اغېزه لري، نظر بېلا بېلو فکتورونو ته فرق کوي، نو په علمي څېړنه کې ضروري ده چې د متحولینو ترمنځ اړیکې او د هغو څرنگوالی روښانه شي، په څېړنیزو مسایلو کې اکثراً دوه متحولین مطالعه کېږي، چې په یوه کې بدلون په بل کومه اغېزه لري؟ خصوصاً موږ په کرښه او مالدارۍ برخه کې په حاصل باندې د سرې، تغذیې، ایبارۍ، د لمر وړانګو، حرارت او نورو څخه خبرې کوو، اوس نو دا ډېره مهمه ده چې اصلي پرابلم له دغو لاندې دوو پوښتنو حل کړو:

۱. آیا د یوه متحول بدلونونه په بل متحول باندې څرنگه او څومره اغیزې لري او د پرله پسې څېړنو له مخې د دواړو ترمنځ د پیوستون او د دویم متحول عکس العمل پېش یېږي. گڼ شمېر ښکارندې په تېره بیا ژوندیو اجسامو کې شو، خو فکتورونه یو په بل اغېز لري، د بېلگې په ډول په خاوره کې د عضوي موادو زیاتوالی او د نبات، د ونې عمر او د مېوې اندازه، د جیرې څرنگوالی او د خاړوي حاصل دهی، هورمونونه او فزیالوجیکي فعالیت او داسې نور...

۲. د دوو متحولینو ترمنځ د پیوستون د رابطې لپاره د یوه معیار ټاکل د دغو دوو مسئلو حل، خصوصاً بایومترې کې موږ ته ډېر مهم دی، د Regression (میلان) اصطلاح د لومړي ځل لپاره Francic Gal (۱۸۲۲-۱۹۱۱) له خوا شرحه او وپېژندل شوه، کوم چې ده د اولادونو او والدينو د قدونو د افادې موضوع څېړله، ده دا وموندله چې د لوړ قد لرونکو والدينو اولادونه لوړ قد او د ټیټ قد لرونکي والدين د ټیټ قد اولادونه لري، دغه پېښه یې د اوسط خواته د میلان یا Regress Toward the Average په نوم یاد کړه، دغه مرکزي اوزانونه میلان د گالتن له خوا د یو تمایل په نوم ونومول شوه.

ځینې وخت یو تابع متحول Dependent Variable او یو مستقل Independent Variable وي، د پته ساده یا یو اړخیز میلان Simple Regression ویل کېږي، که تابع یا مستقل متحولین څو څو وي؛ مثلاً د بوټو دده د ځمکې د حاصل خېزۍ، د سرو تطبیق، وربښت د تخم کیفیت او نورو پورې اړه لري، یا د یوه تن د وینې فشار د هغه وزن، عمر او نورو پورې اړه لري، په داسې حالت کې د څو مستقلو متحولینو لرونکي میلانونه د څوگونې یا څو اړخیز میلان Multiple

## تمرینات

۱. په علمي څېړنه کې د نمونې ارزښت ووايئ؟
۲. سریالي نمونه اخیستل وښایاست؟
۳. کل یعنې څه؟
۴. نمونوي مشاهدات، یعنې څه؟



Regression په نوم باندې یادېږي.

په ساده میلان کې لاندې معادله صدق کوي:  $Y_1 = a + bX_1$ ، دلته  $Y$  تابع او  $b$  د کرښې میلان څخه عبارت دی، خود څو ګوني یا څو اړخیز تعایل یا میلان لپاره لاندې معادله صدق کوي:

$$y = a + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + \dots + b_nx_n$$

### دوه متحولینو د روابطو ګرافیکي ښودنه:

ځینی وخت داسې ادعا کېږي چې وه ښکارندۍ یو بل سره رابطه لري، مثلاً د جرایمو اندازه اود بیکاري اندازه یو بل سره (تړلي، مرتبط) رابطه لري یو بله مشهوره عقیده داده چې داخلي ناخالص تولید (GDP) او د انفلاسیون اندازه یو بل سره رابطه لري او حتی ځینی خلک دا عقیده لري چې د اوجوژد صنعتي اسهامو اوسط او د فیشني لمنو او پډوالي یو له بل سره تړلي دي (دا په متحده ایالاتو کې د جامو د تولید یو کمپنی ده).

دا اصطلاحات یعنی: مرتبط (correlate)، رابطه (relate) او تړلي (associate) ټول د دوه متحولینو تر مینځ د اړیکو په معنې استعمالېږي لکه په پورته مثالونو کې دوه مقداري متحولین.

د دوه مقداري متحولینو په مینځ کې د تشریح کولو یوه لار د دوه متحولنه رابطې

FIGURE 2.31  
Scattergram of cost vs. floor area

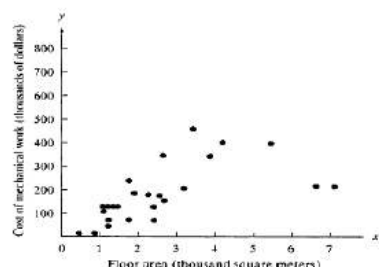
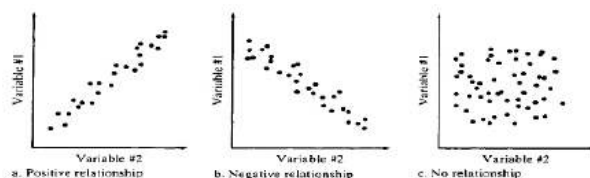


FIGURE 2.32  
Hypothetical bivariate relationship



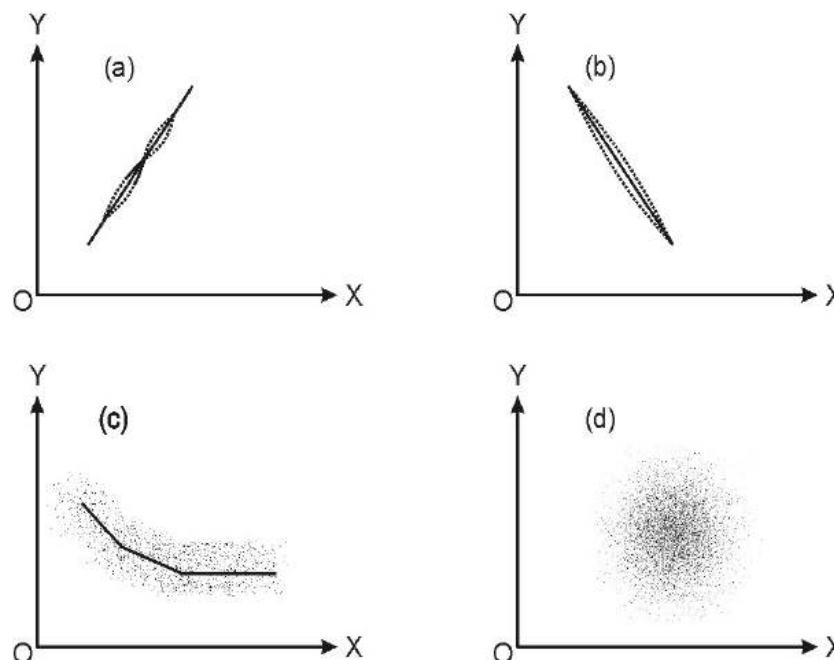
(Variable relationship) په نوم یادېږي چې د ارقامو هندسي شکل یې په سکتیوګرام (scattergram) یا سکتیو پلاټ (scatterplot) کې ښودل کېږي.

سکتیوګرام دوه بعدی هندسي جوړښت دی چې یو متحول یې د عمودي محور په امتداد او بل متحول یې د افقي محور په امتداد قرار لري. د مثال په ډول، پورته شکل کې یو سکتیوګرام چې (۱)

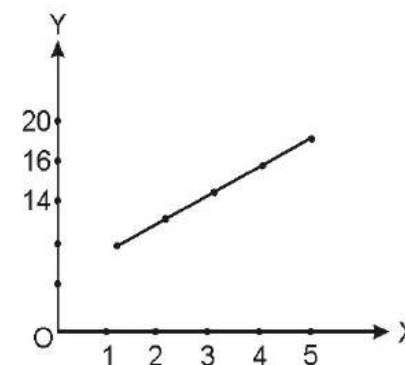
د ماشینې کارونو مصارف (حرارت ورکول، هوا کشي او نلډوانې) ده، (۲) او پورته چټکي چې ۲۶ نمونه فابریکو او د ګودام د ساختمان څخه تشکیل شوي دي. په یاد ولري چې سکتیوګرام د ماشینې مصارفو زیاتوالي او همدارنګه د ساختمان د ساحې زیاتوالي رابښي. په عمومي توګه کله چې یو متحول زیاتوالي مومي د دوهم متحول زیاتوالي سره مرسته کوي، نوموړی ویلای شو چې دا دواړه متحولین یو د بل سره سیده رابطه لري یا یو بل سره یا مرتبط دي نو پورتنی شکل رابښي چې ماشینې مصارف او د ساختمان پورته ساحه یو د بل سره سیده مثبت رابطه لري. په نوبت سره، که چېرې یو متحول د کموالي طرف ته میلان ولري او بل متحول د زیاتوالي طرف ته میلان ولري موږ یو چې نوموړي متحولین یو د بل سره منفي رابطه لري.

۲، شکل په ښکاره ډول د سکتیوګرام څو فرضيې چې د دوه متحولینو مثبت رابطه او ۲، د متحولینو دوه اړخیزه منفي رابطه په (وروستی شکل) او دوه متحولین چې یو د بل سره رابطه ونه لري په (۳۲ منځنی) شکلونو کې ښودلی شو.

که څه هم عمومي طریقې او د سنجش طریقې او چارې دواړو کې یو شان دي، خود د دویم ډول لپاره د اصغري مربع ګانو محاسبات د نفوس او پارامتر  $a$  او  $B$  او نور کارول کېږي، د  $B1$  او  $b1$  پارامترونو محاسبه د قسمي میلان ضریب د  $B1$  لپاره بلل کېږي، خو دلته موږ په عمومي ډول د میلان په هکله عام مفاهیم او د سنجش ټوله نظریه وړاندې کوو، موضوع د ساده کولو لپاره



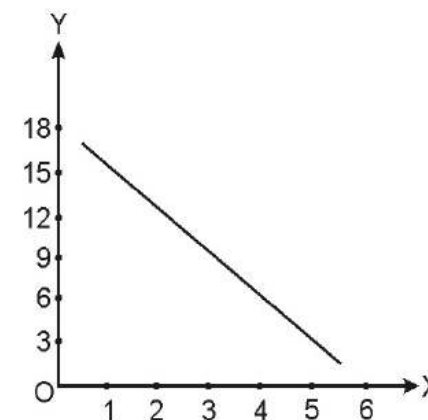
| X | Y  |
|---|----|
| 1 | 6  |
| 2 | 8  |
| 3 | 10 |
| 4 | 14 |
| 5 | 18 |



رابطه مثبت او  $r=+1$  دی

خوکه د فرضي ارقامو یو بل مثال د X او Y لپاره ولرو؛ یعنې:

| X | Y  |
|---|----|
| 1 | 18 |
| 2 | 16 |
| 3 | 12 |
| 4 | 10 |
| 5 | 8  |
| 6 | 4  |



دلته د دوو متحولینو X او Y ترمنځ منفي رابطه لیدل کېږي، یعنې:

$$r=-1$$

کېدای شي، ځینو حالتو کې د X او Y قیمتونو د خصوصیت له مخې مربوطه گراف خطي نه بکلی یو منحنی وي، دغه منحنی هم مثبت یا منفي رابطه ښکاره کوي؛ لکه

لیکو، چې که چېرې راکول شوې معادله کې موږ قیمت وضع او له څو نقطو څخه عبارت وي او هغه سره وصل کړو، نو یو خطي گراف په لاس راځي، خو که چېرې پراگنده نقاط په لاس راشي، بیا د هغو یو ګډ تمایل ومومو او خطي گراف یې رسم کړو، دې ته Scatter Diagram ویل کېږي، دلته کېدای شي د میلان کرښه څو بېلابېلې بڼې ولري؛ لکه پورته شکلونه

(a) شکل کې د دوو متحولینو ترمنځ رابطه مثبت او مستقیم کرښه ده، په (b) کې رابطه منفي او خطي او په (c) کې یو منحنی ډوله خط دی او په (d) کې هیڅ ډول رابطه نشته، مثلاً د یو بزرګ ورځني حاصلات په مارکیټ کې په مجموعې عرضه او شخصاً د بزرګ په عاید مستقیمه اغېزه لري، ځکه حاصل او عاید هغه متحولین فرض شوي، چې یو بل سره یوځای تحول کوي، ځکه چې یو متحول لوړېږي، نو بل متحول هم لوړېږي، یا برعکس کله چې یو کوچنی کېږي، هغه بل هم کوچنی کېږي، کله چې د حاصلدهۍ موسم کې بزرګ ښه حاصلات اخيږي وي، نو عاید یې هم لوړ ځي، دېته وايي چې یو بل سره مثبت ارتباط لري، خو که داسې حالت واقع کېږي، چې حاصلات کم شي نو عاید هم کمېږي، نو وايي چې:

دا دواړه یو بل سره منفي ارتباط لري، د ارتباط ضریب د دوو متحولینو د میلان په هکله یو ډول شاخص رامنځته کوي، چې دا د خپلې بڼې له مخې فرق کوي، خو بیا هم د دوو متحولینو ترمنځ د ارتباط ضریب یو شمېر منفي خصوصیات لري.

### ۱۱، ۲- د متحولینو روابط او د ارتباط ضریب:

د پیوستون ضریب د دوو (X) او (Y) متحولینو ترمنځ د رابطې د یوه معیار څخه عبارت دی، د پیوستون د ضریب ارزش همېشه یا منفي یا له هغه لوی او یا هم مثبت یو یا له هغه کوچنی وي، یعنې مثبت یو او منفي یو ترمنځ وي، یعنې  $r: +1$ ؛  $r: -1$ ؛  $r: 0$  د ارتباط ضریب دی، خو د میلان ضریب له  $a$  تر  $-a$  قیمت موندلای شي، د میلان او پیوستون علامې همېشه یو د بل په شان وي، یعنې که یو یې منفي وي، بل یې هم منفي او که یو یې مثبت وي، بله یې هم مثبت وي، که چېرې دوه متحولین خپل منځ کې مثبت رابطه ولري، نو د ارتباط ضریب یې  $(+)$  او که رابطه یې منفي وي، نو ضریب یې  $(-)$  وي، که هیڅ رابطه ونه لري، نو ضریب یې صفر دی.

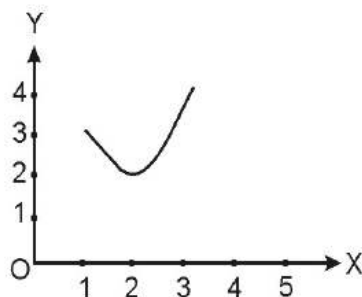
نو ځکه  $r \geq +1$ ؛  $r \leq -1$  - کېږي.

دلته د مثال په ډول (X او Y) محورونو ته قیمتونه ورکړو:

۱۱، ۱ جدول - د دوو متحولینو بېلابېل قیمتونه (فرضي).



| X | Y |
|---|---|
| 1 | 3 |
| 2 | 2 |
| 3 | 4 |
| 4 | 5 |



ترسیم شوی کرشه چې هر خومره مستقیمه وي، یا مستقیم والي ته نژدې وي، د ارتباط درجې لوړوالی ښکاره کوي، که چېرې د دوو متحولینو ترمنځ د بشپړوالي رابطه وجود ولري Scatter Diagram ټولې نقطې (قیمتونه) په یو مستقیم خط قرار نیسي، په داسې حالت کې د مستقل متحول له مخې د تابع متحول د تګلوري او قیمتونو پېشگویی ډېره اسانه ده، یعنې د بعدي قیمتونو د پېش بینې لپاره صرف له  $Y$  سره د یوه موازي په رسمولو موږ د  $X$  مربوطه قیمت پیدا کولای شو، مګر په عمل کې د کرنې په سکتور کې ځینې وخت د دوو متحولینو ترمنځ رابطه بعضاً مکمله نه وي، یعنې ټول نقاط په یوه Scatter Diagram نه واقع کېږي، نو په داسې مواردو کې د پېشگویی لپاره مهمه خبره دا ده چې موږ داسې نقاط په نښه کړای شو، چې تر ممکنه حده د  $X$  قیمتونو له مخې د  $Y$  لپاره د پېشگویی خط اصغري وی، نو که چېرې داسې فرض کړو، چې  $\hat{Y}$  پېشگویی شوي قیمتونه (نقاط) موجود وي، نو د واقعي ( $Y$ ) قیمتونو او ( $Y$ ) ترمنځ تفاوت ته د پېشگویی خط ویل کېږي، چې هغه په لاندې ډول پیدا کوو:

$$e = Y - \hat{Y}$$

کله چې له  $\hat{Y}$  څخه  $Y$  کوچنی وي، نو د پېشگویی خط منفي خواب ورکوي، خوددې برعکس مثبت خواب راوځي او که دواړه قیمتونه برابر وي، خواب صفر یعنې خط هیڅ وجود نه لري، دلته په لاندې مثال کې د  $Y$  او  $X$  بېلابېلو قیمتونو لپاره یو ځل گورو:

۲، ۱۱ جدول - د یو زده کوونکي د نمرې پېش بینې د ورکړل شویو معلوماتو پر اساس

| X  | Y   | X <sup>2</sup> | Y <sup>2</sup> | X.Y | $\hat{Y}$ | $e = Y - \hat{Y}$ | $(Y - \hat{Y})^2$ |
|----|-----|----------------|----------------|-----|-----------|-------------------|-------------------|
| 7  | 19  | 49             | 369            | 133 | 18,4      | 0,6               | 36                |
| 6  | 15  | 36             | 225            | 90  | 16,6      | -1,6              | 2,56              |
| 5  | 17  | 25             | 289            | 85  | 14,8      | 2,2               | 4,84              |
| 4  | 13  | 16             | 169            | 52  | 13,0      | 0                 | 0                 |
| 4  | 11  | 16             | 121            | 44  | 13,0      | -2,2              | 4                 |
| 3  | 13  | 9              | 169            | 39  | 11,2      | 1,8               | 3,24              |
| 2  | 7   | 4              | 49             | 14  | 9,4       | -2,4              | 5,76              |
| 1  | 9   | 1              | 81             | 9   | 7,6       | 1,4               | 1,96              |
| 32 | 104 | 156            | 1446           | 466 |           | 0                 | 22,72             |

دلته یوه مشاهده چې د  $X$  نمره یې ۴ ده، د  $Y - \hat{Y} = 0$  شوی، چې هیڅ خطا نه بلل کېږي، یوه بله مشاهده چې هلته هم  $X = 4$  خو  $Y = 11$  دی، د هغې پېشگویی شوې نمره ۱۳ ده، په دې ځای کې دلته د ارتباط ضریب د موډلو لپاره فورمول لرو.

$$r = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 \sum y^2}}$$

مثال:

۳، ۱۱ جدول - د  $X$  او  $Y$  لپاره یو شمېر فرضي ارقام

| X           | Y           | X-X | Y-Y | (X-X) <sup>2</sup> | Y <sup>2</sup> | XY |
|-------------|-------------|-----|-----|--------------------|----------------|----|
| 15          | 9           | 0   | 3   | 0                  | 9              | 0  |
| 10          | 8           | 5   | 2   | 25                 | 4              | 10 |
| 2           | 6           | -3  | 1   | 9                  | 0              | 0  |
| 3           | 7           | -2  | 1   | 4                  | 1              | -2 |
| 1           | 3           | -4  | -3  | 16                 | 9              | 12 |
| 2           | 3           | -3  | -3  | 9                  | 9              | 9  |
| 4           | 6           | -1  | 0   | 1                  | 0              | 0  |
| 8           | 4           | 3   | -2  | 9                  | 4              | -6 |
| 6           | 6           | 1   | 0   | 1                  | 0              | 0  |
| 9           | 8           | 4   | 2   | 16                 | 4              | 8  |
| 50          | 60          | 0   | 0   | 90                 | 40             | 31 |
| $\bar{X}=5$ | $\bar{Y}=6$ |     |     |                    |                |    |

فورمول سره سم لیکو:

$$r = \frac{SS_{xy}}{\sqrt{SS_{xx}SS_{yy}}}$$

په یاد ولرئ د پیوستون د ضریب د محاسبې لپاره فرمول په مخکنی بحث کې ورکړل شوي دي چې په کې د حداقل مربعاتو د پیش بینی د معادلي least squares prediction equation سره مشابه ارقام کارول شوي دي. په حقیقت کې د  $\hat{\beta}_1$  او  $r$  لپاره د نور میراثو اصطلاح کت مټ او یوشان ده، لکه چې لیدل کېږي، کله چې  $r = 0$  نو  $\hat{\beta}_1 = 0$  (په داسې حالت کې چې  $x$  د  $y$  پیش بینی په هکله هیڅ معلومات په اختیار کې نه لري) او کله چې میلان مثبت وي نو  $r$  هم مثبت او کله چې میلان منفي نو  $r$  هم منفي وي. برخلاف  $\hat{\beta}_1$ ، د  $r$  د پیوستون ضریب د تخمین څخه پرته (په صرف نظر د  $x$  او  $y$  واحداتو) د  $-1$  او  $+1$  قیمتونو په مینځ کې قرار لري. د  $r$  یو قیمت چې صفر ته نژدې او یا مساوي د صفر سره وي په دې دلالت کوي چې  $x$  او  $y$  تر مینځ یا په ډېره لږه اندازه او یا هیڅ خطي رابطه وجود نه لري، په مقابل کې، که چېرې  $r = +1$  او یا  $-1$  سره نژدې واقع شي نو د  $x$  او  $y$  تر مینځ یوه قوي خطي رابطه موجوده ده او که چېرې  $r = +1$  او  $r = -1$  سره وي نو د نمونې ټول نقاط دقیقاً د حداقل مربعاتو په خط (least squares line) قرار لري. د مثبت قیمت د  $x$  او  $y$  تر مینځ په مثبت خطي رابطه دلالت کوي او برخلاف  $r$  منفي قیمت د  $x$  او  $y$  تر مینځ په منفي خطي رابطه دلالت کوي، په دې معنا چې د  $y$  په کمیدو سره  $x$  ډېرېږي چې ددې ټولو حالتونو تصویرونه په لاندې 9، 13 شکل کې ښودل کېږي.

شکل: د  $r$  قیمتونه او د هغوی غبرگون

اوس د 1، 9 جدول د ارقامو څخه په استفاده د اشتها راتوله درکه د خرڅلاو د مثال لپاره د پیوستون د ضریب  $r$  محاسبه تمثیلوو. د  $r$  سنجش لپاره د اړتیا وړ مقدارونه عبارت دي له:  $SS_{xx}$ ،  $SS_{yy}$  او  $SS_{xy}$  اولني دوه مقدارونه مخکې محاسبه شوي هم وو خو یو ځل بیا یې تکرارو. اوس د پیوستون (همبستگی) ضریب په لاس راوړو:

$$SS_{xy} = 7 \quad SS_{xx} = 10 \quad SS_{yy} = \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n} \\ = 26 - \frac{(10)^2}{5} = 26 - 20 = 6$$

$$r = \frac{SS_{xy}}{\sqrt{SS_{xx}SS_{yy}}} = \frac{7}{\sqrt{(10)(6)}} = \frac{7}{\sqrt{60}} = .904$$

$$r = \frac{31}{\sqrt{90+40}} = \frac{31}{\sqrt{3600}} = 0.86$$

د ذکر شویو ټولو توضیحاتو او مثالونو له مخې په لنډه سره وایو، چې پیوستون Correlation د دوو هغو متحولینو د ارتباط څرنګوالی او د درجې یو معیار ته ویل کېږي، چې یو پر بل اغېزه لري او دې، بدلونونه له مخې په بل کې بدلونونه همدې معیار او درجې د مخې د پېښېښې کېدو وړ دي، د همدې ترڅنګ میلان Regression د دوو متحولینو هغه خصوصیات دي، چې د همدغو متحولینو ترمنځ د ارتباط د نه بشپړوالي درجه ښیي.

### ۱۱-۳-۵ دوو متحولینو خطي رابطه او معادله:

لکه چې پوهېږو که  $y$  د  $x$  تابع وي او  $a$  یو ثابت قیمت ولري، نو د هغو د مستقیم خط معادله داسې ده:  $y = a + bx$  همدا د دوو متحولینو ترمنځ یوه خطي رابطه بلل کېږي، چې د مستقیم خط شکل ځانته غوره کوي، په دې ډول که چېرې موږ د  $x$  بدلونونه له مخې  $y$  پیش بینی کولای شو. که چېرې  $x = 0$  شي، نو  $y = a$  کېږي،  $a$  د ګراف په ساحه کې د  $y$  محور په امتداد قیمتونه اخلي او د نقاطو موقعیت په لاس راځي او  $b$  بیا د رسم شوي خط میلان دی، چې همدې ته د میلان ضریب واي، د دغه ډول خط په لاس راوړلو لپاره صرف د دوو نقطو د قیمت موجودیت کفایت کوي، په دې ډول روابطو کې د متحولینو ترمنځ خطي ارتباط یا Liner Correlation بلل کېږي.

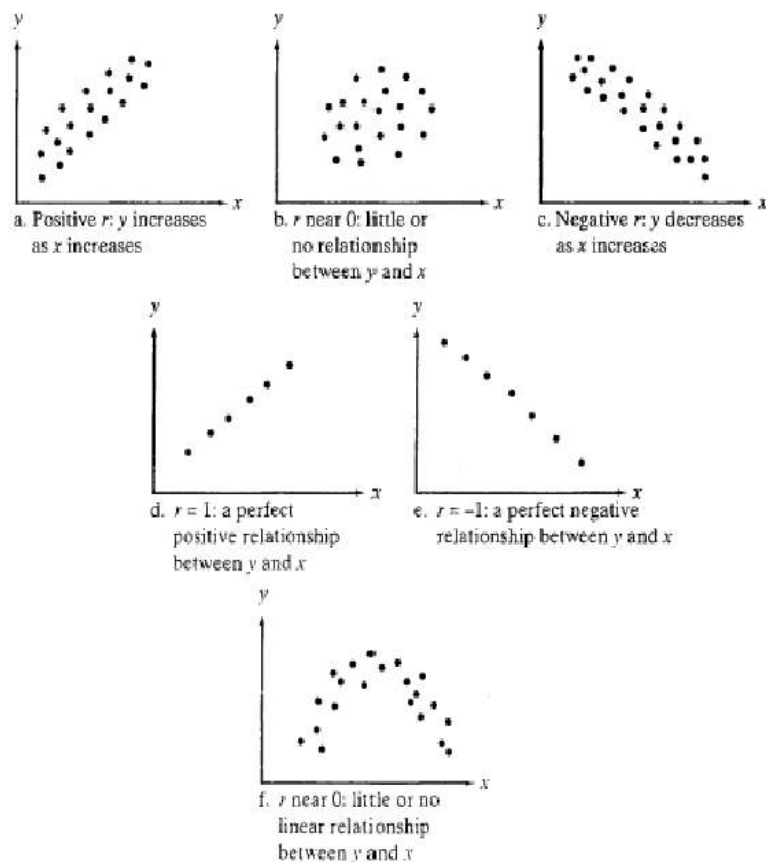
### ۵ پیوستون ضریب THE COEFFICIENT OF CORRELATION

د یادولو وړ ده، چې دوه متحول له رابطه Bivariate relationship هغه رابطه ده، چې د  $x$  او  $y$  دوه متحولینو تر مینځ اړیکې تشریح کوي او ددې دوه متحول له تشریح لپاره زیاتره سکتور ګرام په کار وړل کېږي. په دې برخه کې به د پیوستون correlation په هکله بحث وکړو او وېه ښایو چې څرنګه ددې په استعمال سره د  $x$  او  $y$  دوه متحولینو تر مینځ خطي رابطه linear relationship اندازه کېږي. د پیوستون د عددی تشریح اندازه ګیري د پیرسن د تولید د مومینټ د پیوستون ضریب Pearson product moment coefficient of correlation یا  $r$  په واسطه صورت نیسي.

### تعریف:

د پیرسن د تولید د مومینټ د پیوستون ضریب Pearson product moment coefficient of correlation یا  $r$  د دوو متحولینو ( $x$  او  $y$ ) تر مینځ د خطي رابطې د قوت اندازه ګیري څخه عبارت دي چې په ( $n$  مقیاسونو د نمونې لپاره د  $x$  او  $y$  له مخې) په لاندې ډول محاسبه کېږي.





په حقیقت کې  $r$  مثبت او یو ته نژدې عدد دي او په دې دلالت کوي چې د څرخلاو له درکه عاید  $y$  په هغه وخت کې زیاتوالی مومي کله چې د اشتهاراتو مصارف  $x$  زیاتوالی بیامومي (د دې پینځه میاشتني نمونې لپاره). دا سنجش مو د حداقل مربعاتو د میلان سره چې مثبت وو مساوي دي 9، 1 مثال:

د قمار خانو نوي لویه د میسېسي د ښار کشتوپه هره قمارخانه کې وجود لري، د نوموړي ښار ښاروال غواړي چې د قمار خانو د تعداد او د کلني جرایمو د تعداد تر مینځ پیوستون correlation باندې وپوهېږي. د دې مسئلې د لسو کالو ریکارډ د آزمایش لاندې نیول شوي دي چې نتایج یې په 5، 9 جدول لست شوي دي. د نوموړي ارقامو لپاره د پیوستون ضریب  $r$  (coefficient of correlation) محاسبه کړئ.

| Year | Number of Casino Employees, $x$ (thousands) | Crime Rate, $y$ (number of crimes per 1,000 population) |
|------|---------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| 1991 | 15                                          | 1.35                                                    |
| 1992 | 18                                          | 1.63                                                    |
| 1993 | 24                                          | 2.33                                                    |
| 1994 | 22                                          | 2.41                                                    |
| 1995 | 25                                          | 2.63                                                    |
| 1996 | 29                                          | 2.93                                                    |
| 1997 | 30                                          | 3.41                                                    |
| 1998 | 32                                          | 3.26                                                    |
| 1999 | 35                                          | 3.63                                                    |
| 2000 | 38                                          | 4.15                                                    |

جدول د قمار خانو تعداد او د جرایمو اندازې ارقام

حل:

علاوه پر دې چې د هغه محاسباتي فرمول څخه چې په 2، 9 تعریف کې ورکول شوي وو استفاده وکړو کولای شو چې یو احصایوي نرم کالې ته مراجعه وکړو. د 5، 9 جدول ارقام په یو کمپیوټر کې داخل او د MINITAB نرم کالې (سافټ ویر) څخه د  $r$  محاسبې لپاره استفاده کوو. د MINITAB پواسطه تولید شوي یو کاپي په 14، 9 شکل کې لیدل کېږي 9، 14 مثال لپاره د MINITAB پواسطه تولید شوي کاپي

Correlation of NOEMPLOY and CRIMERAT = 0.987

د پیوستون ضریب په ښکاره توګه په شکل کې لیدل کېږي چې د  $r = 0.987$  سره مساوی دي. نو ویلای شو چې په دې ښار کې د قمار خانو د کار قوت او د جرایمو تعداد د تیرو لسو کلونو په اړدو کې په ډېر لوړه اندازه سره پیوسته دي. باید ډېره توجه وکړو او هره غیر تضمین شوي نتیجه قبوله نه کړو. د مثال په ډول، کېدای شي چې ښاروال وانګړي چې د کازینو (قمار خانو) د نورو نورو کارمندانو ګمارل به د جرایمو په زیاتوالي کې مرسته وکړي، په دې معنا چې دلته یو علتې رابطه causal relationship د دوه متغولینو تر مینځ وجود لري. په هر ترتیب د پراخه پیوستون شتون په دې علت دلالت نه کوي. حقیقت دا دی چې په قمار خانو د جرایمو د زیاتوالي سره کېدای شي ډېر نور شيان په احتمالي ډول مرسته کړي وي. همدارنګه د ښار توریستي سوداګري بېشکه د ښار د قمار خانو د پرمختګ سره مرسته کړي ده.

مونږ نه شو کولای چې د یوې لوي نمونې د پیوستون په سطحه علتې رابطه استنباط کړو. کله چې د ارقامو په نمونه کې په لوړه اندازه پیوستون مشاهده کېږي، یوازې د ډاډ وړ او مطمئنه نتیجه

مربعاتو least squares د استفادې لپاره تهیه کېږي یوه اندازه پراخه وي. په دې اساس به د دوه متحولینو ترمنځ د مثبتې او منفي خطي رابطې د استنباط جوړولو لپاره د میلان slope څخه استفاده کوو.

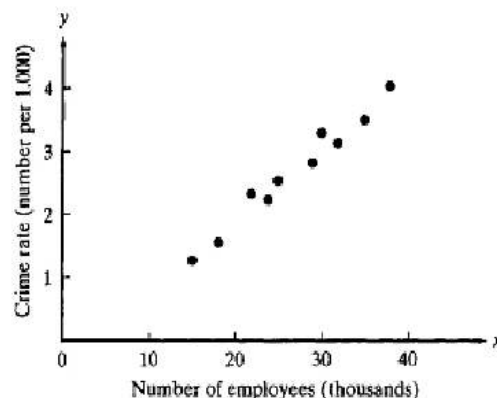
#### د تشخیص ضریب THE COEFFICIENT OF DETERMINATION

د ماډل د گټورتوب د اندازه کولو لپاره یو بله لار د  $y$  په تخمین او ثبوت کې د  $x$  د مرستې اندازه کول دي. د دې کار لپاره لازمه ده معلومه کړو چې د  $x$  پوسيله د تهیه شوو معلوماتو څخه په استفاده د  $y$  په تخمین کې اشتباهاتو په کومه اندازه کمېدو موندلای دي. د زیات وضاحت لپاره هغه نمونه چې 9, 16a شکل کې ښودل شوي ده په پام کې ونیسې. که چېرې فرض کړو چې د  $x$  معلوماتو د  $y$  په تخمین کې هیڅ ډول مرسته نه ده کړي، نو  $y$  لپاره یو بهترین تخمین یا prediction د نمونې اوسط  $\bar{y}$  دي چې په 9, 16b شکل کې په دافقي خط په ډول ښودل کېږي چې د عمودي خط برخه یې د اوسط  $\bar{y}$  څخه انحرافات رانښايي.

په یاد ولرئ، د تخمین د مساوات  $\hat{y} = \bar{y}$  لپاره د انحرافاتو د مربعاتو جمع sum of squares of deviations عبارت ده له

$$SS_{yy} = \sum (y_i - \bar{y})^2$$

داده چې د  $x$  او  $y$  ترمنځ شاید یو خطي میلان وجود ولري یو بل متحول، لکه په توریزیم کې زیاتوالي، کېدای شي چې ملاحظي وړ اړکونکي عامل په توګه د  $x$  او  $y$  ترمنځ د لوړ پیوستون سبب وګرځي.



#### د پورتنۍ مثال لپاره سکیتروګرام

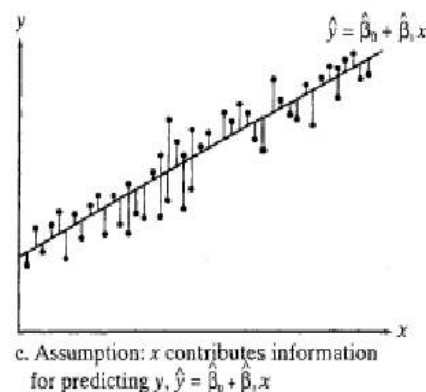
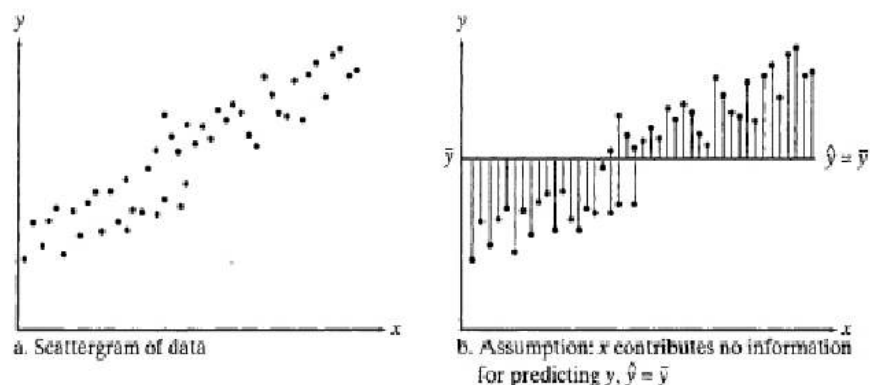
په یاد ولرئ چې د پیوستون ضریب  $r$  په یوه نمونه کې د  $x$  او  $y$  ترمنځ یوه خطي رابطه اندازه کوي، ولي دهغه جمعیت لپاره چې د ارقامو نقاط تری انتخاب شوي وي یو مشایي د پیوستون ضریب د جمعیت د پیوستون ضریب population correlation coefficient چې په  $\rho$  (rho) سمبول سره ښودل کېږي، په نامه یادېږي. کیدای شي چې دا قبوله کړي چې  $\rho$  د دې د مربوط احصائیوي نمونې  $r$  پوسيله تخمین شي یا د  $\rho$  د تخمین کولو په ځای کیدای شي چې د  $H_0: \rho = 0$  خلاف د صفر فرضیه  $H_0: \rho = 0$  آزمایش کړو، په دې معنا کولای شو په هغه فرضیه کې چې د مستقیم خط د ماډل څخه په استفاده د  $x$  او  $y$  په تخمینولو کې د هیڅ ډول معلوماتو مرسته نه شي کولای، برخلاف د هغه فرضیه څخه استفاده کوو چې دوه متحولین حداقل یوه خطي رابطه په خپل منځ کې لري.

کله چې موږ د  $H_0: \beta_1 = 0$  صفر فرضیه د اشتهاراتو - له اثره خرڅلاو د مثال په ارتباط امتحان کوو نو د ارقامو څخه معلومېږي چې د  $\alpha = 0.05$  سطحې په لرلو سره کولای شو چې د صفر فرضیه رد کړو او دا رد کونه په دې دلالت کوي چې صفر فرضیه د دوه متحولینو (د خرڅلاو عاید او د اشتهاراتو مصارف) ترمنځ صفر خطي پیوستون linear correlation هم د  $\alpha = 0.05$  د سطحې په درلودلو سره رد کېدای شي.

د حد اقل مربعاتو د میلان  $\hat{\beta}_1$  او د پیوستون د ضریب  $r$  ترمنځ حقیقي توپیر د اندازه گیري مقیاس یا measurement scale په دې اساس، هغه معلومات چې د دې په وسیله د حد اقل



شکل: د دوه ماډولونو لپاره د اختلافاتو د مربعاتو د جمع حاصل مقایسه



اوس فرض کړئ چې د حد اقل مربعاتو خط least squares line د عین شان ارقامو سټ لپاره ترتیبوي اود خط څخه د انحرافاتو نقطې لکه چې په 9، 16c شکل کې ښودل کېږي تعینوي، که چېرې په 9، 16b او 9، 16c شکلونو کې د پیش بینی شوي خط په اړه انحرافات سره مقایسه کړي نو وپوهیږئ چې:

که چېرې  $x$  د  $y$  د تخمین لپاره په لږه اندازه او یا هیڅ د معلومات مرسته ونه کړي، نو د دواړو خطونو لپاره د انحرافاتو د مربعاتو د جمع حاصل sum of squares of deviations عبارت دي له، چې تقریباً سره مساوي دي

$$SS_{yy} = \sum (y_i - \bar{y})^2 \quad \text{and} \quad SSE = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$$

ه چېرې  $x$  د  $y$  د تخمین لپاره د معلوماتو په تهیه کولو کې مرسته وکړي، نو SSE به د  $SS_{yy}$  په

نسبت کوچني وي په حقیقت کې که چېرې ټولې نقطې د حد اقل مربعاتو په خط وغورځېږي، نو  $SSE = 0$

نو د انحرافاتو د مربعاتو په جمع حاصل کې تخفیف کېدای شي چې  $x$  ته منسوب کړای شي، چې د  $SS_{yy}$  په شکل اظهار کېدای شي چې عبارت دي له:

$$\frac{SS_{yy} - SSE}{SS_{yy}}$$

په یاد ولرئ چې د  $SS_{yy}$  د "نموني د انحرافاتو مجموعه" اوسط په شاوخوا کې د مشاهداتو څخه عبارت دي او SSE د  $\bar{y}$  خط د ترتیب او تنظیم څخه وروسته باقیمانده "د وضاحت څخه پاتې د نموني اختلافات" دي. نو د  $(SS_{yy} - SSE)$  حاصل تفریق عبارت دي له:

$$\frac{\text{د تشریح شوی نموني انحراف}}{\text{د نموني د انحرافاتو مجموعه}} = \frac{SS_{yy} - SSE}{SS_{yy}}$$

په ساده خطي ریگریشن کې کیدای شي چې ولیدل شي چې دا نسبت (د تشخیص ضریب) د ساده خطي پیوستون د ضریب  $r$  (د پیرسن د تولید د موثیتۍ د پیوستون ضریب) د مربع سره مساوي وي

تعریف

د تشخیص ضریب coefficient of determination عبارت دي له:

$$r^2 = \frac{SS_{yy} - SSE}{SS_{yy}} = 1 - \frac{SSE}{SS_{yy}}$$

دا فرمول د  $\bar{y}$  په شاوخوا کې د ټولې نموني د انحرافاتو ښودونکي دي چې د  $x$  او  $y$  تر مینځ د خطي رابطې په وسیله تشریح کېږي (په ساده خطي ریگریشن کې، دا فرمول کیدای شي د پیوستون د ضریب مربع square of the coefficient of correlation  $r$  په شکل محاسبه شي)

په یاد ولرئ چې  $r^2$  همیشه د 0 او 1 تر مینځ وي ځکه چې  $r$  د +1 او -1 په مینځ کې قرار لري. نو د  $r^2$ ، 0.60 معنا د  $y$  د انحرافاتو د مربعاتو مجموعه د هغوی د پیش بینی شوي قیمت مطابق، د  $\bar{y}$  په ځای د حد اقل مربعاتو د مساوات  $\bar{y}$  څخه په استفاده د  $y$  د تخمین لپاره، 60 سلنه کموالي

مومی

مثال

د اشتها راتوله درکه د خرڅلاو د مثال لپاره د تشخیص ضریب coefficient of determination محاسبه او نتیجه یی تفسیر او تعبیر کړئ. د اسانتیا په خاطر د نوموړي مثال ارقام په 6, 9 جدول کې تکرار شوي دي. جدول د اشتها راتي مصارفو له اثره د خرڅلاو د عواید ارقام

Advertising Expenditure, x (\$100s)      Sales Revenue, y (\$1,000s)

|   |   |
|---|---|
| 1 | 1 |
| 2 | 1 |
| 3 | 2 |
| 4 | 2 |
| 5 | 4 |

حل: د مخکنی محاسبی په اساس، او

نود تعریف په اساس، د تشخیص ضریب په لاندې ډول  $SSE = \sum (y - \hat{y})^2 = 1.10$  ارایه شوي دي،

$$SS_{yy} = 6$$

$$r^2 = \frac{SS_{yy} - SSE}{SS_{yy}} = \frac{6.0 - 1.1}{6.0} = \frac{4.9}{6.0} = .82$$

د  $r^2$  د محاسبی لپاره یو بله طریقه د کتاب د 6, 9 برخي په یاد راوړلو له مخي، یعني  $r = 0.904$  نود  $r^2$  لروي  $r^2 = (0.904)^2 = 0.82$ . او د  $r^2$  د لاس ته راوړلو لپاره دریمه لار د کمپیوټري پروگرامونو استعمال دي، چې دا قیمت په 17, 9 شکل کې د SAS په واسطه په تولید شوي نشریه کې په رنگه شوي ډول ښودل کېږي چې د R-square په نوم عنوان شوي دي، او نتیجه مو داده چې د حداقل مربعاتو د خط له مخي پوهیږو چې د  $y$  د تخمین لپاره د  $x$  څخه استفاده کوو،

$$\bar{y} = -0.1 + 0.7x$$

د یا بلې طریقي په اساس، د خرڅلاو په عوایدو کې 82% د نموني انحرافات کېدای شي چې د اشتها راتو د مصارفو  $x$  څخه په استفاده د یو مستقیم خط په ماډل کې تشریح شي. 17, 9 شکل: د SAS نشریه د اشتها راتو له اثره د خرڅلاو د مثال لپاره

Dependent Variable: Y

| Analysis of Variance |    |                |             |         |        |
|----------------------|----|----------------|-------------|---------|--------|
| Source               | DF | Sum of Squares | Mean Square | F Value | Prob>F |
| Model                | 1  | 4.90000        | 4.90000     | 13.364  | 0.0354 |
| Error                | 3  | 1.10000        | 0.36667     |         |        |
| C Total              | 4  | 6.00000        |             |         |        |
| Root MSE             |    | 0.60553        | R-square    | 0.8167  |        |
| Dep Mean             |    | 2.00000        | Adj R-sq    | 0.7556  |        |
| C.V.                 |    | 30.27650       |             |         |        |

| Parameter Estimates |    |                    |                |                       |           |
|---------------------|----|--------------------|----------------|-----------------------|-----------|
| Variable            | DF | Parameter Estimate | Standard Error | T for HO: Parameter=0 | Prob >  T |
| INTERCEP            | 1  | -0.100000          | 0.63508530     | -0.157                | 0.8849    |
| X                   | 1  | 0.700000           | 0.19148542     | 3.656                 | 0.0354    |

د تشخیص د ضریب لپاره عملي تفسیر

Practical Interpretation of the Coefficient of Determination,  $r^2$   
 په  $y$  کې د  $100(r^2)\%$  په اندازه د نموني انحرافات (measured by the total sum of squares of deviations of the sample  $y$  values about  $\bar{y}$ ) کیدای شي چې د  $x$  څخه په استفاده د مستقیم خط په ماډل کې (straight-line model) د  $y$  د اټکل لپاره په کار وړل شوی دي.



## تمرینات:

۱. میلان او پیوستون په هکله د لومړي ځل لپاره کوم عالم کار وکړ؟  
 ۲. لاندې سوال کې میلان حل کړئ؟ (ارقام فرضي دي)؟

| X                | Y                |
|------------------|------------------|
| 5                | 16               |
| 6                | 19               |
| 8                | 23               |
| 10               | 28               |
| 12               | 36               |
| 13               | 41               |
| 15               | 44               |
| 16               | 45               |
| 17               | 50               |
| $\Sigma X = 102$ | $\Sigma Y = 302$ |

## ماخذونه

1. Bhatti, Iqbal. A. (1990): Statistics Made Easy. Bhatti Publishers. Lahore-Pakistan.
2. Chaudhry. Sher M. (1995): Introduction to Statistical Theory: Ilmi Kitabkhana, Lahore-Pakistan.
3. Clark, James. R. (1988): Study Guid for Biometry. Texas Tech University, Lubbock, Texas.
4. Dospekhov. B. A. (1984): Field Experimentation: Mir Publishers Moscow.
5. Hotch, Evelyn and H. Farhady; (1982), Research Design and Statistics for Appliedingustics: University of Xalifornia, Los Angeles, USA.
6. Kalra, K.B.(1991): Academic's Dictionary of Economics: Academic (India) Publisher New Delhi.
7. Lehmann. E. L. (1991) Testing Statistical Hypo theses (Second Edition) University of California, USA.
8. Losch, Manfred. (2009) Satistics and Econometrics: Institute of Development Research and policy, Ruher-Bochum University.
9. Main. M.Anwar (1988), Intermediate Statistics Ilmi Kitavkhana, Lahore.
۱۰. اتوموست (ژباړونکی: دوکتور (مویحیی امیرابوي) (۱۹۷۰) احصایه عمومي (طبع ۸) مطبعه گودرلن
۱۱. اصیل، مراد علي، (۱۳۲۵) مبادي تيوري عمومي تيوري احصايه و تطبيق ان ها در اقتصاد پوهنځي اقتصاد، پوهنتون کابل، مطبعه وزارت تحصيلات عالي و مسلکي
۱۲. ا.م پورباکين (ژباړونکی: څ قريان باي) (۱۳۵۹)، برخی از مسایل نظريه عمومي احصايه کميته، دولتي پلانگذاری، اداره مرکزی احصايه، کابل
۱۳. دولتي، خيراله (۱۳۲۰) مبادي احصايه د زراعت، پوهنځي زراعت، پوهنتون کابل
۱۴. عميد، حسن، (۱۳۷۴)، فرهنگ عميد، تهران، ايران
۱۵. ناصر شفيق و نکلاييف (۱۳۵۲)، رياضيات ابتدائي، انستيتيوت پوليتخنيک کابل
۱۶. سالنامه احصايه (۱۳۶۸)، اداره مرکزی احصايه
۱۷. معلومات احصايي افغانستان (۱۳۵۴-۱۳۵۲)، سال چاپ ۱۳۵۵ صادرات عظمی، اداره مرکزی احصايه افغانستان، کابل

## لومړۍ ضمیمه:

یو شمېر مخففات او سمبولونه چې په متن کې راغلي او د هغو لنډه توضیح:

الف- یوناني الفبا:

|    |         |    |         |    |         |
|----|---------|----|---------|----|---------|
| Aα | Alpha   | Θθ | Theta   | Ρρ | Rho     |
| Bβ | Beta    | Ιι | Lota    | Σδ | Sigma   |
| Υυ | Gamma   | Κκ | Kappa   | Τλ | Tau     |
| Δδ | Delta   | Αα | Lamda   | υ  | Upsilon |
| Εε | Epsilon | Μμ | Mu      | ϕφ | Pi      |
| Ζξ | Zeta    | Νν | Nu      | Χχ | Chi     |
| Ηη | Eta     | Οο | Lmicron | Ψψ | Psi     |
|    |         | Ππ | Pi      | Ωω | Omega   |

ب- د انگلیسي حروفو د مخففاتو او سمبولونو شرحه:

K- د صنفونو شمېر.

N- د مشاهدو ټول شمېر Total Number of Observation Subject or Paired

Obsevation.

n- په ورځنۍ مشاهدې Number of Observation or Subect in Particular

Sample

Xi- صنفی و سطون

f- دفعات (fi or F (Frequency)

X- ساده حسابي اوسط (Sample Mean).

G- هندسي اوسط

Xw- وزن لرونکی اوسط

Mean- یعنې د اعدادو اوسط (لغت).

Med- میانه (Median).

Mo- موډ (د هر پېښېدونکي، کثیر الوقوع یا د زیات واقع کېدونکي عدد څخه عبارت دی).

R- فاصله

Q.D- کارتیل انحراف

A.D- وسطي انحراف

S.D- میزاني انحراف

S- ورینس

B- میلان The Slope of Regressoin line

P- احتمال

M- د نفوس اوسط - میزاني انحراف - په گڼو مشاهدو کې (په لوی نفوس کې).

Z- په طبیعي منحني کې معینه ساحه

I- شاخص

P- قیمتونه

q- قیمتونه

r- د نمونې د ارتباط ضریب (Correlation Coefficient of Sample).

Y- په میلان او پیوستون کې واقعي قیمتونه

Y-hat- په میلان او پیوستون کې پېش یښي کېدونکي قیمتونه



## دويمه ضميمه:

| Z   | .00   | .01   | .02   | .03   | .04   | .05   | .06   | .07   | .08   | .09   |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0.0 | .0000 | .0040 | .0080 | .0120 | .0160 | .0190 | .0239 | .0259 | .0359 | .0359 |
| 0.1 | .0390 | .0438 | .0478 | .0517 | .0557 | .0596 | .0636 | .0675 | .0714 | .0753 |
| 0.2 | .0793 | .0832 | .0871 | .0910 | .0948 | .0987 | .1026 | .1064 | .1103 | .1141 |
| 0.3 | .1179 | .1217 | .1255 | .1293 | .1331 | .1368 | .1406 | .1443 | .1480 | .1517 |
| 0.4 | .1554 | .1591 | .1628 | .1664 | .1700 | .1736 | .1772 | .1802 | .1844 | .1879 |
| 0.5 | .1915 | .1950 | .1985 | .2019 | .2054 | .2088 | .2123 | .2157 | .2190 | .2224 |
| 0.6 | .2258 | .2291 | .2324 | .2357 | .2389 | .2422 | .2454 | .2486 | .2517 | .2549 |
| 0.7 | .2280 | .2611 | .2682 | .2673 | .2704 | .2734 | .2464 | .2794 | .2823 | .2852 |
| 0.8 | .2861 | .2910 | .2939 | .2967 | .2995 | .3023 | .3051 | .3078 | .3106 | .3133 |
| 0.9 | .3159 | .3186 | .3212 | .3238 | .3264 | .3269 | .3315 | .3340 | .3365 | .3389 |
| 1.0 | .4313 | .3438 | .3261 | .3485 | .3503 | .3531 | .3554 | .3577 | .3599 | .3621 |
| 1.1 | .3643 | .3665 | .3686 | .3708 | .3729 | .3749 | .3770 | .3790 | .3810 | .3830 |
| 1.2 | .3849 | .3869 | .3888 | .3907 | .3925 | .3944 | .3962 | .3980 | .3997 | .4015 |
| 1.3 | .4032 | .4049 | .4066 | .4082 | .4099 | .4115 | .4131 | .4147 | .4162 | .4177 |
| 1.4 | .4192 | .4207 | .4222 | .4236 | .4251 | .4265 | .4279 | .4292 | .4306 | .4319 |
| 1.5 | .4332 | .4345 | .4357 | .4370 | .4382 | .4394 | .4406 | .4418 | .4429 | .4441 |
| 1.6 | .4452 | .4463 | .4474 | .4484 | .4495 | .4505 | .4515 | .4525 | .4535 | .4545 |
| 1.7 | .4554 | .4565 | .4573 | .4582 | .4591 | .4609 | .4608 | .4616 | .4625 | .4633 |
| 1.8 | .4641 | .4649 | .4656 | .4664 | .4671 | .4678 | .4686 | .4693 | .4699 | .4706 |
| 1.9 | .4713 | .4719 | .4726 | .4732 | .4738 | .4744 | .4750 | .4756 | .4761 | .4767 |
| 2.0 | .4772 | .4778 | .4783 | .4788 | .4793 | .4798 | .4803 | .4808 | .4812 | .4817 |
| 2.1 | .4821 | .4826 | .4830 | .4834 | .4838 | .4842 | .4846 | .4850 | .4854 | .4857 |
| 2.2 | .4861 | .4864 | .4868 | .4877 | .4875 | .4878 | .4881 | .4884 | .4887 | .4890 |
| 2.3 | .4893 | .4896 | .4898 | .4901 | .4904 | .4906 | .4909 | .4901 | .4913 | .4916 |
| 2.4 | .4918 | .4920 | .4922 | .4925 | .4927 | .4929 | .4931 | .4932 | .4934 | .4936 |
| 2.5 | .4938 | .4940 | .4941 | .4943 | .4942 | .4946 | .4948 | .4949 | .4951 | .4952 |
| 2.6 | .4953 | .4955 | .4956 | .4957 | .4960 | .4961 | .4962 | .4962 | .4963 | .4964 |
| 2.7 | .4965 | .4966 | .4967 | .4969 | .4970 | .4971 | .4972 | .4972 | .4973 | .4974 |
| 2.8 | .4974 | .4975 | .4976 | .4977 | .4978 | .4978 | .4979 | .4979 | .4980 | .4981 |
| 2.9 | .4981 | .4982 | .4982 | .4983 | .4984 | .4984 | .4985 | .4985 | .4986 | .4986 |
| 3.0 | .4987 | .4987 | .4981 | .4988 | .4988 | .4989 | .4989 | .4989 | .4990 | .4990 |

## Areas Under The Normal Curve.

The areas are measured from the Mean, Zero to any ordinate.

د کتاب د اووم څپرکي مسایل په تېره هغه بحث چې له ۱۵۲ مخ څخه وروسته راغلی، ټول  
طبيعي منحنی پورې اړه لري، چې په ۱۳۵ - ۱۵۲ مخونو کې مشخصې عنوان (د طبيعي منحنی  
ساحه کې د یوې حادثې د احتمال سنجش) د همدې جدول له مخې صورت مومي، چې کینه خوا د  
Z ساحه ټیټې له صفز څخه نیولې؛ تر پوره ۳ پورې ښودل شوي دي

## Logarithms

## درېيمه ضميمه: (الف)

|    | 0    | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 123  | 456    | 789    |
|----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|--------|--------|
| 10 | 0000 | 0043 | 0086 | 0128 | 017  | 0212 | 0253 | 0294 | 0334 | 0374 | 5913 | 172126 | 303438 |
| 11 | 0414 | 0453 | 0492 | 0531 | 0569 | 0607 | 0645 | 0682 | 0719 | 0755 | 4812 | 162024 | 283236 |
| 12 | 0792 | 0828 | 0864 | 0899 | 0934 | 0969 | 1004 | 1038 | 1072 | 1106 | 4711 | 151822 | 262933 |
| 13 | 1139 | 1173 | 1206 | 1239 | 1271 | 1303 | 1335 | 1367 | 1399 | 1430 | 3710 | 141720 | 242731 |
| 14 | 1461 | 1492 | 1523 | 1553 | 1584 | 1614 | 1644 | 1673 | 1703 | 1732 | 369  | 121519 | 222528 |
| 15 | 1761 | 1790 | 1818 | 1847 | 1875 | 1903 | 1931 | 1959 | 1987 | 2014 | 368  | 111417 | 192225 |
| 16 | 2041 | 2068 | 2095 | 2122 | 2148 | 2175 | 2201 | 2227 | 2253 | 2279 | 358  | 101316 | 182123 |
| 17 | 2304 | 2330 | 2355 | 2380 | 2405 | 2430 | 2455 | 2480 | 2504 | 2529 | 358  | 101315 | 182023 |
| 18 | 2553 | 2577 | 2601 | 2625 | 2648 | 2672 | 2695 | 2718 | 2742 | 2765 | 247  | 91114  | 161821 |
| 19 | 2788 | 2810 | 2833 | 2856 | 2478 | 2900 | 2923 | 2945 | 2967 | 2989 | 246  | 81113  | 151719 |
| 20 | 3010 | 3032 | 3054 | 3075 | 3096 | 3118 | 3139 | 3160 | 3181 | 3201 | 246  | 81113  | 151719 |
| 21 | 3222 | 3243 | 3263 | 3284 | 3304 | 3324 | 3345 | 3365 | 3385 | 3404 | 246  | 81012  | 141618 |
| 22 | 3424 | 3444 | 3464 | 3483 | 3502 | 3522 | 3541 | 3560 | 3579 | 3598 | 246  | 81012  | 141517 |
| 23 | 3617 | 3636 | 3655 | 3674 | 3692 | 3711 | 3729 | 3747 | 3766 | 3784 | 246  | 7911   | 131517 |
| 24 | 3802 | 3820 | 3838 | 3856 | 3874 | 3892 | 3909 | 3927 | 3945 | 3962 | 245  | 7911   | 121416 |
| 25 | 3979 | 3997 | 4014 | 4031 | 4048 | 4065 | 4082 | 4099 | 4116 | 4133 | 235  | 7910   | 121415 |
| 26 | 4150 | 4166 | 4183 | 4200 | 4216 | 4232 | 4249 | 4265 | 4281 | 4298 | 235  | 7810   | 111315 |
| 27 | 4314 | 4330 | 4346 | 4362 | 4378 | 4393 | 4409 | 4425 | 4440 | 4456 | 235  | 689    | 111314 |
| 28 | 4472 | 4487 | 4502 | 4518 | 4533 | 4548 | 4564 | 4579 | 4594 | 4609 | 235  | 689    | 111214 |
| 29 | 4624 | 4639 | 4654 | 4669 | 4683 | 4698 | 4713 | 4728 | 4742 | 4757 | 134  | 679    | 101213 |
| 30 | 4771 | 4786 | 4800 | 4814 | 4829 | 4843 | 4857 | 4871 | 4886 | 4900 | 134  | 679    | 101113 |
| 31 | 4914 | 4928 | 4942 | 4955 | 4969 | 4983 | 4997 | 5011 | 5024 | 5038 | 134  | 678    | 101112 |
| 32 | 5051 | 5065 | 5079 | 5092 | 5105 | 5119 | 5132 | 5145 | 5159 | 5172 | 134  | 578    | 91112  |
| 33 | 5185 | 5198 | 5211 | 5224 | 5237 | 5250 | 5263 | 5276 | 5289 | 5302 | 134  | 568    | 91012  |
| 34 | 5315 | 5328 | 5340 | 5353 | 5366 | 5378 | 5391 | 5403 | 5416 | 5428 | 134  | 568    | 91011  |
| 35 | 5441 | 5453 | 5465 | 5478 | 5490 | 5502 | 5514 | 5527 | 5539 | 5551 | 124  | 567    | 91011  |
| 36 | 5563 | 5575 | 5587 | 5599 | 5611 | 5623 | 5635 | 5647 | 5658 | 5670 | 124  | 567    | 81011  |
| 37 | 5682 | 5694 | 5705 | 5717 | 5729 | 5740 | 5752 | 5763 | 5775 | 5786 | 123  | 567    | 8910   |
| 38 | 5798 | 5809 | 5821 | 5832 | 5843 | 5855 | 5866 | 5877 | 5888 | 5899 | 123  | 567    | 8910   |
| 39 | 5911 | 5922 | 5933 | 5944 | 5955 | 5966 | 5977 | 5988 | 5999 | 6010 | 123  | 457    | 8910   |
| 40 | 6021 | 6031 | 6042 | 6053 | 6064 | 6075 | 6085 | 6096 | 6107 | 6117 | 123  | 456    | 8910   |
| 41 | 6128 | 6138 | 6149 | 6160 | 6170 | 6180 | 6191 | 6201 | 6212 | 6222 | 123  | 456    | 789    |
| 42 | 6232 | 6243 | 6253 | 6263 | 6274 | 6284 | 6294 | 6304 | 6314 | 6325 | 123  | 456    | 789    |
| 43 | 6335 | 6345 | 6355 | 6365 | 6375 | 6385 | 6395 | 6405 | 6415 | 6425 | 123  | 456    | 789    |
| 44 | 6435 | 6444 | 6454 | 6464 | 6474 | 6484 | 6493 | 6503 | 6513 | 6522 | 123  | 456    | 789    |
| 45 | 6532 | 6542 | 6551 | 6561 | 6571 | 6580 | 6590 | 6599 | 6609 | 6618 | 123  | 456    | 789    |
| 46 | 6628 | 6637 | 6646 | 6656 | 6665 | 6675 | 6684 | 6693 | 6702 | 6712 | 123  | 456    | 778    |
| 47 | 6721 | 6730 | 6739 | 6749 | 6758 | 6767 | 6776 | 6785 | 6794 | 6803 | 123  | 455    | 678    |
| 48 | 6812 | 6821 | 6830 | 6839 | 6848 | 6857 | 6866 | 6875 | 6884 | 6893 | 123  | 445    | 678    |
| 49 | 6902 | 6911 | 6920 | 6929 | 6937 | 6946 | 6955 | 6964 | 6972 | 6981 | 123  | 445    | 678    |



## Logarithms

دریمه ضمیمه: (ب)

|    | 0    | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 123 | 456 | 789 |
|----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-----|-----|-----|
| 50 | 6990 | 6998 | 7007 | 7016 | 7024 | 7033 | 7042 | 7050 | 7059 | 7067 | 123 | 345 | 678 |
| 51 | 7076 | 7084 | 7093 | 7101 | 7110 | 7118 | 7126 | 7135 | 7143 | 7152 | 123 | 345 | 678 |
| 52 | 7160 | 7168 | 7177 | 7185 | 7193 | 7202 | 7210 | 7218 | 7226 | 7235 | 122 | 345 | 677 |
| 53 | 7243 | 7251 | 7259 | 7267 | 7275 | 7284 | 7292 | 7300 | 7308 | 7316 | 122 | 345 | 667 |
| 54 | 7324 | 7332 | 7340 | 7348 | 7356 | 7364 | 7372 | 7380 | 7388 | 7396 | 122 | 345 | 667 |
| 55 | 7404 | 7412 | 7419 | 7427 | 7435 | 7443 | 7451 | 7459 | 7466 | 7474 | 122 | 345 | 567 |
| 56 | 7482 | 7490 | 7497 | 7505 | 7513 | 7520 | 7528 | 7536 | 7543 | 7551 | 122 | 345 | 567 |
| 57 | 7559 | 7566 | 7574 | 7582 | 7589 | 7597 | 7605 | 7612 | 7619 | 7627 | 122 | 345 | 567 |
| 58 | 7634 | 7642 | 7649 | 7657 | 7664 | 7672 | 7680 | 7686 | 7694 | 7701 | 122 | 344 | 567 |
| 59 | 7709 | 7716 | 7723 | 7732 | 7738 | 7745 | 7752 | 7760 | 7767 | 7774 | 122 | 344 | 567 |
| 60 | 7782 | 7789 | 7796 | 7803 | 7810 | 7818 | 7825 | 7832 | 7839 | 7846 | 122 | 344 | 566 |
| 61 | 7853 | 7860 | 7868 | 7875 | 7882 | 7889 | 7896 | 7903 | 7910 | 7917 | 122 | 344 | 566 |
| 62 | 7924 | 7931 | 7938 | 7945 | 7952 | 7959 | 7966 | 7973 | 7980 | 7987 | 122 | 344 | 566 |
| 63 | 7993 | 8000 | 8007 | 8014 | 8021 | 8028 | 8035 | 8042 | 8048 | 8055 | 122 | 334 | 556 |
| 64 | 8062 | 8069 | 8075 | 8082 | 8089 | 8096 | 8103 | 8109 | 8116 | 8122 | 122 | 334 | 556 |
| 65 | 8129 | 8136 | 8142 | 8149 | 8156 | 8162 | 8169 | 8176 | 8182 | 8189 | 122 | 334 | 556 |
| 66 | 8195 | 8202 | 8209 | 8215 | 8222 | 8228 | 8235 | 8241 | 8248 | 8254 | 122 | 334 | 556 |
| 67 | 8261 | 8267 | 8274 | 8280 | 8287 | 8293 | 8300 | 8306 | 8312 | 8319 | 122 | 334 | 556 |
| 68 | 8325 | 8331 | 8338 | 8344 | 8351 | 8357 | 8363 | 8370 | 8376 | 8382 | 122 | 334 | 466 |
| 69 | 8388 | 8395 | 8401 | 8407 | 8414 | 8420 | 8427 | 8433 | 8439 | 8445 | 122 | 234 | 466 |
| 70 | 8451 | 8457 | 8463 | 8470 | 8476 | 8482 | 8489 | 8494 | 8500 | 8506 | 122 | 234 | 456 |
| 71 | 8513 | 8519 | 8525 | 8531 | 8537 | 8543 | 8549 | 8555 | 8561 | 8567 | 122 | 234 | 455 |
| 72 | 8573 | 8579 | 8585 | 8591 | 8597 | 8603 | 8609 | 8615 | 8621 | 8627 | 122 | 234 | 455 |
| 73 | 8633 | 8639 | 8645 | 8651 | 8657 | 8663 | 8669 | 8675 | 8681 | 8686 | 122 | 234 | 455 |
| 74 | 8692 | 8698 | 8704 | 8710 | 8716 | 8722 | 8728 | 8733 | 8739 | 8745 | 122 | 234 | 455 |
| 75 | 8751 | 8756 | 8762 | 8768 | 8774 | 8779 | 8785 | 8791 | 8797 | 8802 | 122 | 233 | 455 |
| 76 | 8808 | 8814 | 8820 | 8825 | 8831 | 8837 | 8843 | 8848 | 8854 | 8859 | 122 | 233 | 455 |
| 77 | 8865 | 8871 | 8876 | 8882 | 8887 | 8893 | 8898 | 8904 | 8910 | 8915 | 122 | 233 | 445 |
| 78 | 8921 | 8927 | 8932 | 8938 | 8943 | 8949 | 8954 | 8960 | 8965 | 8971 | 122 | 233 | 445 |
| 79 | 8976 | 8982 | 8987 | 8993 | 8998 | 9004 | 9009 | 9015 | 9020 | 9025 | 122 | 233 | 445 |
| 80 | 9031 | 9036 | 9042 | 9047 | 9053 | 9058 | 9064 | 9069 | 9074 | 9079 | 122 | 233 | 445 |
| 81 | 9085 | 9090 | 9096 | 9101 | 9106 | 9112 | 9117 | 9122 | 9128 | 9133 | 122 | 233 | 445 |
| 82 | 9138 | 9143 | 9149 | 9154 | 9159 | 9165 | 9170 | 9175 | 9180 | 9186 | 122 | 233 | 445 |
| 83 | 9191 | 9196 | 9201 | 9206 | 9212 | 9217 | 9222 | 9227 | 9232 | 9238 | 122 | 233 | 445 |
| 84 | 9243 | 9248 | 9253 | 9258 | 9263 | 9269 | 9274 | 9279 | 9284 | 9289 | 122 | 233 | 445 |
| 85 | 9294 | 9299 | 9304 | 9309 | 9315 | 9320 | 9325 | 9330 | 9335 | 9340 | 112 | 233 | 445 |
| 86 | 9345 | 9350 | 9355 | 9360 | 9365 | 9370 | 9375 | 9380 | 9385 | 9390 | 112 | 233 | 445 |
| 87 | 9395 | 9400 | 9405 | 9410 | 9415 | 9420 | 9425 | 9430 | 9435 | 9440 | 011 | 223 | 344 |
| 88 | 9445 | 9450 | 9455 | 9460 | 9465 | 9470 | 9475 | 9480 | 9485 | 9490 | 011 | 223 | 344 |
| 89 | 9494 | 9499 | 9504 | 9509 | 9513 | 9518 | 9523 | 9528 | 9533 | 9538 | 011 | 223 | 344 |
| 90 | 9542 | 9547 | 9552 | 9557 | 9562 | 9566 | 9571 | 9576 | 9581 | 9586 | 011 | 223 | 344 |
| 91 | 9590 | 9595 | 9600 | 9605 | 9609 | 9614 | 9619 | 9624 | 9629 | 9633 | 011 | 223 | 344 |
| 92 | 9638 | 9643 | 9647 | 9652 | 9657 | 9661 | 9666 | 9671 | 9676 | 9680 | 011 | 223 | 344 |
| 93 | 9685 | 9689 | 9694 | 9699 | 9703 | 9708 | 9713 | 9717 | 9722 | 9727 | 011 | 223 | 344 |
| 94 | 9731 | 9736 | 9741 | 9745 | 9750 | 9754 | 9759 | 9763 | 9768 | 9773 | 011 | 223 | 344 |
| 95 | 9777 | 9782 | 9786 | 9791 | 9795 | 9800 | 9804 | 9809 | 9814 | 9818 | 011 | 223 | 434 |
| 96 | 9823 | 9827 | 9832 | 9836 | 9841 | 9845 | 9850 | 9854 | 9859 | 9863 | 011 | 223 | 344 |
| 97 | 9868 | 9872 | 9877 | 9881 | 9886 | 9890 | 9894 | 9899 | 9903 | 9908 | 011 | 223 | 344 |
| 98 | 9912 | 9917 | 9921 | 9926 | 9930 | 9934 | 9939 | 9943 | 9948 | 9952 | 011 | 223 | 344 |
| 99 | 9956 | 9961 | 9965 | 9969 | 9974 | 9978 | 9983 | 9987 | 9991 | 9996 | 011 | 223 | 334 |

د لویه قاعده د اعدادو ساده لوگاریتیک جدول د کتاب د دریم څپرکي د (۳۰) مخ کې د سټد چې راول فورمول کې لوگاریتم کارول کېږي او د زماني سلسو په کوچنیو مربع گانو کې د معادلو د لوگاریتم د حل لپاره راول شوي دي.

## څلورم ضمیمه:

## د کرنې او مالدارۍ په سکتور کې د علمي څېړنې چلند بېلگه:

د احصایې خاص رول په علمي څېړنه کې دی، د (A.T.Mosher) په وینا: عصري کرښه بې له علمي څېړنې نه شي رامنځته کېدای، موږ د تولید د فني واحد د تولیدیت د لوړتیا، د ټکنالوژیکي سطحې یا د زراعت د تخنیک د درجې د لوړېدو، د کرنیزو ناروغیو او افاتو د ښه مخنیوي، په څارویو کې واکسین او د هغو بڼې پایلې موندل، د اوبو لگولو د مؤثریت، د خاورې حاصل خېزه کولو، د ښو ورايتیو اصلاح او معرفي، د کرنیزو اغېزمنو پلانونو د جوړولو، د کلیو د پراختیا، د موجوده منابعو ښه کارول او د پته ورته گڼ شمېر چارو لپاره علمي څېړنو ته ضرورت لرو، تحقیق (ریسرچ)، نن ورځ له پرمختیا سره یو تړلی مفهوم دی، د معاصرې نړۍ او سني پرمختگونه د علمي تحقیق ثمره ده.

څېړنه (Research): د یوې ټاکلې موضوع په باب رېښتینې، ژوره عالمانه پلټنه ده چې په هغې کې حقایق، د بېلو بېلو متحولینو ترمنځ د روابطو څرنگوالی او واقعیتونو او گڼ شمېر مسایل تحلیل او تفسیر کوي، پروفیسور E.Hetch په خپل مشهور اثر:

(Linguistics Research Design and Statistics for Applied) کې وایي: څېړنه د پوښتنو د حل لپاره په سیستماتیکو وسایلو د ځواب موندل دي، نن ورځ په ټولو سکتورونو کې د ریسرچ او پرمختیا (R&D) ترمنځ اړیکې ورځ په ورځ زیاتوالی مومي او دولتونو د علمي څېړنو د ترسره کولو لپاره ډېر لگښتونه په غږه اخیستي، په متحده ایاتو کې د (R&D) لپاره لگښت په کال ۱۹۲۱ کې د ټولو دولتي مصارفو څخه ۲۵٪ وو، له همدې نېټې وروسته دغه پاملرنه نوره هم زیاته شوه. په فرانسه کې ۷۸، په جاپان کې ۳۲٪ او په بریتانیا کې ۲۱٪ ته رسېدل، ارقامو وښوده چې په متحده ایالاتو کې د علمي څېړنې له امله له (۱۸۷۵ څخه تر ۱۹۵۰ پورې) سرانه عاید کې څلور ځله زیاتوالی راغلی و، کرنیزو علومو کې څېړنه تر هغو بشپړه نه ده، ترڅو د احصایوي معلوماتو او طریقو پواسطه ارایه او تنظیم نه شي او د احصایوي تحلیل په واسطه ثابت نه شي او تفسیر یې



گنل کېږي، کېدای شي څېړونکي په دغو ارقامو د احصایوي مېتودونو په واسطه ځینې عملیات ترسره او له هغو یوه غوڅه پایله ښکاره کړي، باید له کتابونو رااخیستل شوي ارقام د موضوع په اړه وي او د جدول اصولو مطابق رساله کې درج شي، که چېرې د ارقامو تحلیل ته د زماني سلسلو، د طبیعي منحنی، شاخصونو او نورو په واسطه ضرورت و، د ښودل شویو طریقو مطابق دې مطلب د هغو په واسطه ثابت شي، له گرافونو څخه دې د یوې تشرېحي غوره وسیلې په توگه کار واخیستل شي.

**ب- تطبیقي څېړنه (Applied Research):** دا کاملاً عملي جنبه لري، یعنې د هغې نتایج د تطبیق کېدو په خاطر ترلاسه کېږي، مثلاً په لابراتوار کې د یو فنګس اغېز په یو نبات یا یوه مېوه او په هغه د یوه معین ډوز دوا تطبیق، وروسته بیا د دغې پایلې پراخه تطبیق او ټولو فارمونو یاد ټول هېواد د کرنې د سکتور په سطحه سپارښت کېږي، همدارنګه په لابراتوار کې د خاورې د (PH) عضوی موادو، ضروري عناصرو او نورو باندې څېړنه او بیا په عملي ساحه کې د هغو په هکله د سپارښتنو ورکول چې دغه لابراتواري څېړنې د تولید په اصلي ډگر (کرونده) کې د تطبیق لپاره ترسره کېږي، باید ووايو چې کرڼه کې دغه ټول تحقیقات، تجربه او ثابت او بیا ځانګړي ارزښت لري، دا هم باید ووايو چې کرنیزو څېړنو کې د ساحو، خاورې او نورو توپیرونو له امله Survey او Experimental Method ډېر مهم دي، دلته باید اصلي پرابلم په نښه شوی اوسي، پخواني مطالعات هېر نه شي او د تحقیق موډل او روش معرفي شي، د کار طرز وښودل شي، ځکه کرڼه او مالداري د صنعت، کانونو، برېښنا، جوړښتونو او نورو اقتصادي سکتورونو سره ځینې اساسي توپیرونه لري؛ لکه

- کرنیز تولیدات عموماً موسمي ځانګړنه لري
- د طبیعي پېښو؛ لکه باران، گرمي، یخني، لمر، باد او نورو څخه اغېزمن وي.
- کرنیز فعالیت او حاصل له ناڅاپي پېښو او طبیعي افاتو ډېر ژر اغېزمن وي.
- کرنیز محصولات عمدتاً ډېر ژر فاسدېدونکي وي.
- د مارکیت تقاضا او بېو د بدلونو په مقابل کې په لږ وخت کې نه شي عیارېدای.
- د Risk احتمال په کې زیات دی.

- د کرنیزو فعالیتونو له پیل څخه بیا تر حاصل اخیستو پورې مبهموالی یا Uncertainty د هغو اصلی جز دي.

- په کرڼه کې ګڼ شمېر محصولات مشترک یا متمم شکل لري؛ لکه بوس او غنم...، نو ځکه باید څېړنه کې په پام کې ولرو؛ چې:

۱. ښه به وي د څېړنې لپاره مد نظر ساحې څخه اقلاد هغې ۱۰٪ د څېړنې د پوښښ لاندې

ونه شي، له همدې امله نن ورځ د علمي څېړنې لپاره لویې لویې ادارې، مؤسسات او اساسي تاسیسات ایجاد شوي، احصایه د علمي څېړنې په ټوله چلند بېلګه (Research's Procedure) په هر تحلیل او مېتود لکه سروې، تاریخي مېتود، تجربوي مېتود، تشریحي تحلیل، د عواملو تحلیل، پېښګويي، د حالاتو کتنې او نورو کې خپله دنده لري، د کرنې په سکتور کې علمي څېړنه د خپل ماهیت له مخې دوه ډوله ده، یو یې نوښتي او بله یې تفصیلي، نوښتي څېړنه هغه ده، چې د کرنې یو متخصص او څېړونکی د خپل مسلک ساحه کې یوې نوې موضوع باندې پلټنه کوي او د هغې په پایله کې چې کوم اثر لیکي، هغه ته بکراړ وایي او تفصیلي څېړنه چې تائیدی څېړنه یې هم بولي، هغه ده چې څېړونکی د پخوانیو څېړنو په ادامه تفصیلي کتنې کوي، کېدای شي په موضوع کې غوره زیاتوالی هم راولي، پخوانس تېروتنې اصلاح او خپل نوي نظریات ورباندې علاوه کړي، مګر کاملاً ابتکاري (بکر) څېړنه یې نشو بللای، په کرڼه کې علمي څېړنې له تطبیقي پلوه دوه ډوله دي:

**الف- خالصه څېړنه (Pure Research):** مثلاً په دفتر، ساحه، کرونده یا فارم او نورو ځایونو کې د سروې په ترسره کولو او مشاهدوي نمونو په راټولولو یو تحلیل ترسره کوي، یا له کنیزو تولیدي واحدونو او تصدیو، سیمو یا فارمونو څخه د ځینو راپورونو بشپړول او داسې نور چې هغه صرف د رسالې، کتاب، علمي راپور او نورو په بڼه یې نتایج نشر کېږي او عام شکل لري، یعنې خالص د فوري تطبیق لپاره نه وي، خالصه څېړنه ډېره مقیده هم نه وي، ځکه چې د تولید د ځانګړي ډګر لپاره نه وي، دا تیوريکي اړخ لري او له ډېرې ساده څېړنې (د کتابخانې تحقیق) څخه پیل کېږي او په نورو بڼو هم وي، په دې کې لومړی موضوع غوره کېږي، بیا د بیبيلوګرافي (د هغو کتابونو فهرست چې د موضوع په اړه معلومات په کې وي) آماده کېږي، بیا د موادو په ټولولو پیل کېږي او یو عمومي او ټولاین جوړېږي، چې دا له څېړونکي سره کمک کوي، چې څېړنې لاندې موضوع باندې بشپړه احاطه ومومي او خواره واره معلومات منظم شي، وروسته بیا مسوده لیکل کېږي، دې مرحله کې د اوټلاین موادو ته پراختیا ورکول کېږي او په سیستماتیکه توګه د رسالې په بڼه اوږي، بیا لازمه اسناد، ضمایم، شکلوته، جدولونه، لمن لیکونه، نقل قولونه، علایم او سمبولونه او نور په کې درج کېږي، په پای کې یې، خل بیا د رسالې مطالب سره مقابله او مقایسه کېږي، ښه به وي د کرنې او وترنري علومو د پوهنځیو محصلین د خپل اخري کال د سیمینارونو د پاڼو د چمتو کولو لپاره دا مراحل په نظر کې ولري، دا چې د یوې رسالې او علمي اثر لیکل کوم پړاوونه لري، هغه به لږ وروسته بیان شي، دلته باید څېړونکي د کتابخانې له کتابونو چې د احصایوي تحلیل لپاره کوم ارقام را اخلي، د هغو ماخذ وېشي کېدای شي ارقام د تشریحي هدف لپاره غوره شي، یا هم د استنباط لپاره البته دا د دویم لاس معلومات



ب- مشاهدات باید خدوخت (د موسم په لحاظ، سهار، غرمه، گرمی، یخنی، او نورو له لحاظه) او د خوخلو او خدو مودې لپاره ترسره شي؟

ج- ایا کوم عمده علایم او مشخصات باید ثبت شي؟

د- ترلاسه شوي ارقام او نمونې باید څرنگه نظارت او څېړنې لاندې ونيول شي؟ په تېره بیا که نمونې ژوندي، نازکې یا خرابېدونکې وي؛ لکه حشرات، بوټې، مېوې یا د هغو ځینې برخې (ریښه، شاخ، پاڼه او نور...)، یا کوم ځانگړی آفت او نور د مشاهده د کتلو او څېړلو لپاره باید هېره نه شي، چې ځینې نمونې ممکن له کروندې یا فارم څخه ترلابراتوار پورې بدلون ومومي؛ لکه د خاورې نمونه ممکن یو اندازه رطوبت له لاسه ورکړي، یا بې فایلونه لاندې باندې شي، یا ممکن د مېوې یا نبات تازگي او وزن کې کمښت راشي او داسې نور... نو ځکه ایجاب کوي، چې بعضې وسایل؛ لکه کمره، قلم، لشمس کاغذ، ترمامیتر د لابراتو له او نور د اندازه گیری وسایل خان سره یو سو، که منظور د یوه ځانگړي آفت په نښه کول وي، نو باید صرف هغه نمونې چې په مرض اخته دي راوړل شي، که ځینې پروسې او مراحل د پنډک د جوړېدو ګرده افشاني او نور غواړو ثبت او وڅېړو، نو دا د کنترول شویو مشاهدو غوښتنه کوي، که آزاد او کنترول شوي مشاهدات سره ګډ شي، نو د خطا امکان زیات او د پېښینې ثقه والی کمېږي.

**ه- علمي اثر بشپړول:** کله چې د یوې علمي څېړنې په جریان کې د احصایوي کړنو تیوري، احصایوي تصامیم، فرضیې، آزمایش، د خطا موندل او واقعي پایله موندل بشپړ شول، نو محقق علمي راپور یا علمي اثر لیکي، چې په هغه کې لاندې ټکي مهم دي:

باید پر اثر د مربوطه ارگان، ادارې یا موسسې نوم موجود وي، محقق یا لیکوونکی او بشپړوونکی او نېټه باید روښانه وي، ورپسې د اثر لپاره د محتویاتو یو فهرست برابر شي، یوه لنډه سریزه، چې د موضوع لپاره یوه پېژندنه او مدخل وي او د موضوع اهمیت ورڅخه روښانه شي او د څېړنې اهداف څه دي؟ آیا څېړنه په کوم مېتود اجرا شوي او د کار وسایل کوم او څومره ساحه یې نیولې او د کارولو دوام او ساحات به یې کوم وي، ضرور ده چې دې ټکي ته نغوته وشي، چې آیا پخوا په عین موضوع کې څېړنه شوې ګنه؟ یعنې د موضوع لنډ پس منظر (شالید) باید روښانه شي، باید علمي اثر په ځانگړیو څېړکو وېشل شي، کوم ټکي چې فرعي حیثیت لري او روښانه کول یې ضروري وي، لمن لیک کې هېره نه شي، باید مقایسه لپاره احصایوي جدولونه او گرافونه، چې د علمي څېړنې پر وخت بشپړ شوي هرو مرو د علمي اثر متن کې د پرله پسې ګڼو په لرلو راوستل شي، په پای کې یو لنډیز او پایلېکونه او که اړتیا وه، د څېړونکي له خوا لازمي سپارښتنې هم وشي او ماخذونه دې وښودل شي، په دې ډول علمي اثر معیاري بڼه غوره کوي.

راشي، د ټول برخو نمونې او سمپلونه باید موجود وي، باید د نمونوي مشاهدو د برابرولو لپاره عین چارې چې په لسم څېړکي کې وښودل شوي، ساحې کې دې په کار یوړل شي، د اثر د برابرولو وخت کې دې نقشه ارایه او د څېړنې لاندې ساحې دې په رنگ شي، چې د ټولې نقشې څخه د هغو تشخیص صورت ونيولای شي.

۲. د څېړنو لپاره باید ډېر مساعد یا ډېر غیر عادي کال، رقم او نمونه غوره شي، د کړنې او مالدارۍ لپاره باید اقلا د لسو پرله پسې کلونو مشاهدات راټول شي.

۳. غیر عادي ارقام هرو مرو تعدیل کړئ او په تحلیل کې اقلا ۵۰-۲۰۰ ډوله کرنیز محصولات شامل کړئ، خصوصاً د مارکیت او قیمتونو د شاخصونو د موندلو لپاره.

۴. دا چې کرڼه برسېره پردې چې یو شغل (د ملي اقتصاد یو مؤلذ سکتور) دی، د خلکو د ژوند یو طرز هم دی، یعنې د خلکو د رسم او رواج، کلتور، حکومتي پالیسي، پلانونو، سیاسي بدلونو او نورو سره ډېر تړاو لري، نو کله چې د پېښگویی موضوع مطرح وي، باید په نمونو کې د شاملو احصایوي ارقامو ترڅنګ اقتصادي، ټولنیز، کلتوري، سیاسي او نور خصوصیات او معلومات هم نظر کې ولرئ، که چېرې څېړونکي د پوښتنلیکونو د مېتود پر اساس تحقیق ترسره کوي، باید پوښتنې د پراخې ساحې له هرې برخې څخه ځواب شي او د هغو د پراگندګۍ درجه نظر کې ونيول شي، کله چې څېړونکي پوره تجربه نه لري یا موضوع ځواک خیزه وي، پوښتنلیک باید د مربوطه شعبې مؤسسې یا سازمان له مشورتي علمي بورډ څخه تېره شي، پرته له هغه دې پوښتنلیک د رسالې، رپورت یا گزارش په پای کې ضمیمه شي.

د مشاهدو د تنظیم او په ساحه کې د مکملې سروې لپاره لاندې ټکي مهم دي:

الف- ایا مشاهدات باید په کومه طریقه او طرز ترسره شي؟ (مستقیماً د کروندې لیدل، له بزګرو د نمونې غوښتل او بیا مطالعه کول، صرف د درمند یا حاصل د نمونې مطالعه د هغو عکس برابرول، د خاورې نمونه لابراتوار ته راوړل، آزاد مشاهدات یا کنترول شوي مشاهدات، خو باید هېره نه شي، چې آزاد مشاهدات هغه دي، چې څېړونکي هروخت چې وغواړي ساحې ته حاضر شي؛ لکه د مېوو د قطر اندازې مشاده کول، خو کنترول شوي مشاهدات صرف یوه خاصه لحظه او معین وخت کې ترسره کېږي؛ لکه د تخم د شنه کېدو مشاده د کرل کېدو څخه د معین وخت په تېرېدو یا له هګۍ څخه د بېجې د راوټو معینه شېبه یا د خاورې د رطوبت معلومول له ابیاری د معین وخت تېرېدو وروسته، ځکه که دا ډول معین وختونه او لحظات تېر شول، بیا مشاده فایده نه لري او ځینې مشاهدې لکه د بزغلي کرل، شنه کېدل، د لومړنیو پاڼو تشکیل، لازم حد پورې د ساقې نمو او نور باید وخت په وخت ثبت او کنترول شي، نو ځکه آزاد مشاهدات او کنترول شوي توپیر سره لري.)



**Book Name**      **Statistics**  
**Author**          **Prof. M. Bashir Doudiyal**  
**Publisher**       **Nangarhar Medical Faculty**  
**Website**        **www.nu.edu.af**  
**Number**         **1000**  
**Published**       **2013, First Edition**  
**Download**       **www.ecampus-afghanistan.org**

This Publication was financed by German Aid for Afghan Children (www.kinderhilfe-Afghanistan) a private initiative of the Eroes family in Germany. The administrative and technical affairs of this publication have been supported by Afghanic (www.afghanic.org). The contents and textual structure of this book have been developed by concerning author and relevant faculty and being responsible for it. Funding and supporting agencies are not holding any responsibilities.

If you want to publish your textbooks please contact us:  
Dr. Yahya Wardak, Ministry of Higher Education, Kabul  
Office: 0756014640  
Email: [textbooks@afghanic.org](mailto:textbooks@afghanic.org)

All rights are reserved with the author.

ISBN: 978 993 6200 227

## **Message from the Ministry of Higher Education**



In the history, book has played a very important role in gaining knowledge and science and it is the fundamental unit of educational curriculum which can also play an effective role in improving the quality of Higher Education. Therefore, keeping in mind the needs of the society and based on educational standards, new learning materials and textbooks should be published for the students.

I appreciate the efforts of the lecturers of Higher Education Institutions and I am very thankful to them who have worked for many years and have written or translated textbooks.

I also warmly welcome more lecturers to prepare textbooks in their respective fields. So, that they should be published and distributed among the students to take full advantage of them.

The Ministry of Higher Education has the responsibility to make available new and updated learning materials in order to better educate our students.

At the end, I am very grateful to German Committee for Afghan Children and all those institutions and people who have provided opportunities for publishing medical textbooks.

I am hopeful that this project should be continued and publish textbooks in other subjects too.

Sincerely,  
Prof. Dr. Obaidullah Obaid  
Minister of Higher Education  
Kabul, 2013

## Publishing Medical Textbooks

Honorable lecturers and dear students,

The lack of quality textbooks in the universities of Afghanistan is a serious issue, which is repeatedly challenging the students and teachers alike. To tackle this issue we have initiated the process of providing textbooks to the students of medicine. In the past two years we have successfully published and delivered copies of 116 different books to the medical colleges across the country.

The Afghan National Higher Education Strategy (2010-1014) states:

*"Funds will be made ensured to encourage the writing and publication of text books in Dari and Pashto, especially in priority areas, to improve the quality of teaching and learning and give students access to state-of- the-art information. In the meantime, translation of English language textbooks and journals into Dari and Pashto is a major challenge for curriculum reform. Without this, it would not be possible for university students and faculty to acquire updated and accurate knowledge"*

The medical colleges' students and lecturers in Afghanistan are facing multiple challenges. The out-dated method of lecture and no accessibility to update and new teaching materials are main problems. The students use low quality and cheap study materials (copied notes & papers), hence the Afghan students are deprived of modern knowledge and developments in their respective

subjects. It is vital to compose and print the books that have been written by lecturers. Taking the situation of the country into consideration, we need desperately capable and professional medical experts. Those, who can contribute in improving standard of medical education and Public Health throughout Afghanistan, thus enough attention, should be given to the medical colleges.

For this reason, we have published 116 different medical textbooks from Nangarhar, Khost, Kandahar, Herat, Balkh and Kapisa medical colleges and Kabul Medical University. Currently we are working to publish 20 more medical textbooks for Nangarhar Medical Faculty. It is to be mentioned that all these books have been distributed among the medical colleges of the country free of cost.

All published medical textbooks can be downloadable from [www.ecampus-afghanistan.org](http://www.ecampus-afghanistan.org)

The book in your hand is a sample of printed textbook. We would like to continue this project and to end the method of manual notes and papers. Based on the request of Higher Education Institutions, there is need to publish about 100 different textbooks each year.

As requested by the Ministry of Higher Education, the Afghan universities, lecturers & students they want to extend this project to the non-medical subjects e.g. Science, Engineering, Agriculture, Economics, Literature and Social Science. It is reminded that we publish textbooks for different colleges of the country who are in need.



**I would like to ask all the lecturers to write new textbooks, translate or revise their lecture notes or written books and share them with us to be published. We assure them quality composition, printing and free of cost distribution to the medical colleges.**

**I would like the students to encourage and assist their lecturers in this regard. We welcome any recommendations and suggestions for improvement.**

It is mentionable that the authors and publishers tried to prepare the books according to the international standards but if there is any problem in the book, we kindly request the readers to send their comments to us or authors to in order to be corrected in the future.

We are very thankful to German Aid for Afghan Children its director Dr. Eroes, who has provided funds for this book. To be mentioned in Past two years he also Provided funds for 20 medical textbooks which are being used by the students of Nangarhar and others medical colleges of the country.

I am especially grateful to GIZ (German Society for International Cooperation) and CIM (Centre for International Migration & Development) for providing working opportunities for me during the past three years in Afghanistan.

In Afghanistan, I would like cordially to thank His Excellency the Minister of Higher Education, Prof. Dr. Obaïdullah Obaid, Academic Deputy Minister Prof. Mohammad Osman Babury and Deputy

Minister for Administrative & Financial Affairs Prof. Dr. Gul Hassan Walizai as well as the chancellor of Nangarhar University Dr. Mohammad Saber for their cooperation and support for this project. I am also thankful to all those lecturers that encouraged us and gave all these books to be published. At the end I appreciate the efforts of my colleagues in the office for publishing books.

Dr Yahya Wardak

CIM-Expert at the Ministry of Higher Education, March, 2013

Karte 4, Kabul, Afghanistan

Office: 0756014640

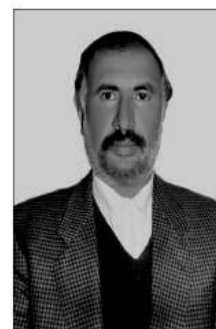
Email: [textbooks@afghanic.org](mailto:textbooks@afghanic.org)  
[wardak@afghanic.org](mailto:wardak@afghanic.org)

۴۴. د افغانستان لومړنی اقتصادي پينځه کلن پلانونه او... ۱۳۹۱ څپرنيو اثر
۴۵. وگړنيزه او عنعنوي تکنالوژي (په کابل پوهنتون کې د افغانستان د معلوماتو د مرکز چاپ ۱۳۹۲
- همدارنگه پوهاند محمد بشير دوديال د يو شمېر علمي اثارو لپاره تقريظونه ليکلي او د افغانستان د علومو د اکاډمۍ، د اقتصاد پوهنځي او د کرنې پوهنځيو د يو شمېر استادانو لارښود استاد او د دفاع وزارت د ستر درستيز د قوماندانيت او قرارگاه د کورس د عالي رتبه افسرانو لارښود استاد پاتې شوی دی، تراوسه يې دايرة المعارف ته ۳۲ اړيکونه او دولسو کتابونو ته تقريظونه ليکلي او د هېواد په نورو مطبوعاتو کې يې ۲۹۷ مقالې چاپ او خپرې شوې دي. بايد ووايم چې محترم پوهاند صاحب د معارف د وزارت د نشراتي ارگان (عرفان مجلې) د قلمي همکار پاتې شوی، د معارف د نصاب د کتابونو په پروژه کې يې هم ځان ستومانه کړی او په ژباړه کې يې برخه اخيستی او دهيو تولو فرهنگي مرکزونو او اکاډميکو اداراتو سره يې پوره معنوي مرستې کړي دي او ځان يې د ځوان نسل په روزنه او هغو ته د تدریس په برخه کې پوره ستومانه کړی دی. عرفان مجله يې له دغې پاملرنې څخه مننه کوي او راتلونکي کې ورته دلوی خدای له دربار څخه لاریات برياليتوبونه غواړي.

۲۰. د تصوف حقيقت، ۱۳۸۹ ش. د ميوند خپرندويه ټولنه.
۲۱. اداره، گودر خپرندويه ټولنه ۱۳۸۸ ش. (په پښتو او دري ژبو درې ځله چاپ شوی دی).
۲۲. غزنوي سلطان محمود (ژوند او پېښليک) د ميوند خپرندويې ټولنې چاپ.
۲۳. د علمي تجربو طرح او ډيزاين، گودر خپرندويه ټولنه، ۱۳۸۴ ش.، درسي کتاب.
۲۴. په پينځه ټوکو کې د يو شمېر سبو توليد او روزنه (له پوهنمل سيداجان عبدیاني او پوهنيار محمد اسماعيل سعادت سره په گډه)، ۱۳۸۵ ش. کال. او ديو شمير سبومارکيټنگ
۲۵. د تنگهار ولايت او جلال اباد ښار پېژندنه (له اسدالله حصارشاهيوال او سيدپاچا باور سره په گډه).
۲۶. مرکه (د لنډو کيسو ټولگه)، (امين افغانپور، ډاکټر اسدالله حبيب او بيرک ارغند سره په گډه).
۲۷. سرگرمي يا اعداد (د able د ادارې چاپ- ۱۳۸۹ کال).
۲۸. سوداگري د ټولو لپاره (ژباړه، ۱۳۸۸ ش. کال- کابل).
۲۹. د خريد اړۍ هيات (د طنزونو مجموعه ۱۳۸۷ ش. کال، سبا خپرندويه ټولنه).
۳۰. پښتو رياضي (ژباړه، ۱۳۸۷ ش. کال- پېښور).
۳۱. د طبيعي منابعو اقتصاد (د پوهنتونو لپاره درسي کتاب- لومړی چاپ ۱۳۸۴ ش. کال، دويم چاپ ۱۳۸۷ ش. کال. درېيم ځل ۱۳۸۹ ش. کال).
۳۲. نباتات او د هغو ارزښت زموږ په ژوند کې.
۳۳. په افغانستان کې هنر او ښکلي هنرونه.
۳۴. د اقتصادي پروژو تحليل او مديريت.
۳۵. د وزو روزنه او ساتنه.
۳۶. د مديريت علم (ژباړه).
۳۷. اسانه محاسبه.
۳۸. ولايتي شوراگانې (ژباړه).
۳۹. حکايتونه او په زړه پورې مطالب (ژباړه).
۴۰. د ژويو او څارويو په زړه پورې نړۍ.
۴۱. کوچنی او تطبيقي اقتصاد (ژباړه).
۴۲. عامه اقتصاد (ژباړه).
۴۳. بزنس انفارماتيک (ژباړه) ۱۳۹۱ له دوه تنو نورو استادانو سره په گډه



## لنډه پېژندګلوي



پوهاند محمد بشير دوديال د علي محمد خان حسين خېل زوی، په ۱۳۴۰ ش. کال د کابل په ولايت کې زېږېدلی دی. لومړنۍ زده کړې يې د کابل ښار د سردار محمد جان خان په لومړني ښوونځي کې او منځنۍ او متوسط زده کړې يې د حبيبيې په عاليې لېسه کې پای ته رسولي دي. لوړې زده کړې يې د ماسټرۍ (M.Sc. (Hons)) په سويه د کرنيز اقتصاد او توسعي په څانګه کې بشپړې کړي دي. د افغانستان د ليکوالو او ژورنالستانو د اتحاد يې غړی، د تنګرهار پوهنتون کې د کرنې، د وترنري د علومو او اقتصاد پوهنځيو کې استاد، د افغانستان د علومو د اکاډمۍ علمي غړی او د اريانا دايره المعارف انستيتوت مشر، د وترنري علومو د پوهنځي مرستيال، په GTZ/PAL کې ترينر، د اداري اصلاحاتو په کمېسون کې د ادارې د کورس استاد، په پېښور کې د افغانانو د پوهنتون استاد، د تنګرهار پوهنتون کې د تقرر او د انفکاک د کمېټې غړی، د علمي ترفيعاتو د کمېټې غړی، د کانکور د کمېټې غړی، د پوهنتون د اعتبار موندنې د تضمين او ځان ارزونې د کمېټې غړی، د نشراتو د بورډ او د يو شمېر مجلو او اخبارونو پوهه، انگازه، ارزښت، تداره او افغان يووالي د ليکنې د هئيت غړي په توګه يې دندې ترسره کړي دي. څه موده د اقتصاد پوهنځي تدريسي مدير او دوه دورې د پوهنتون د علمي شورا غړی ؤ څه موده يې د (A.H.F) د دفتر فرهنگي څانګه کې، دوه کاله يې د اريانا خصوصي پوهنتون د علمي مرستيال په توګه او يو کال يې د جامعه العلوم الاسلاميه د مشاور په توګه کار کړی دی. اڅه موده د تنګرهار پوهنتون د اقتصاد پوهنځي مرستيال او ددغه پوهنځي استاد او د پاليسۍ او عامه ادارې د پوهنځي رييس دی. د خپل خدمت په دوره کې يې په ۱۳۲۹ ش. کال کې د اسد د ۲۸ مې په مناسبت د استقلال ستاينليک، په ۱۳۷۴ ش. کال کې يې د غوره خدمت ستاينليک او په ۱۳۸۸ ش. کال کې يې درېيمه درجه ستاينليک ترلاسه کړی دی. دوه ځله يې د کال ادبي جايزې، پينځه ځله د ادبي کانکورونو د جايزو ګټونکي شو. په ۱۳۸۹ کال کې يې د ادبي کانکور لومړۍ جايزه ترلاسه کړېده. په راډيو، تلويزيون کې يې يو شمېر مقالې خپرې شوي دي. محترم استاد يو شمير بهرنيو هيوادو لکه جرمني، هندوستان، ايران، ترکيې او پاکستان ته رسمي او علمي سفرونه کړي دي. د يو شمېر چاپ او خپرو شويو اثارو نومونه يې دا دي:

۱. Constraint in Adoption of Technology د ماسټرۍ تيزس.
۲. اقتصادي پلان جوړونه د پوهنيار علمي رتبې ته ژباړل شوی اثر.
۳. د کرنيزي مناسبې تکنالوژۍ ستونزې اود حل لارې (د پوهنمل علمي رتبې لپاره څېړنيز اثر).
۴. د کرنې او صنعت متوازنه وده (د پوهندوی علمي رتبې ته څېړنيز اثر).
۵. تانده غوټۍ (لنډې کيسې) د افغانستان د ليکوالو ټولنه ۱۳۵۲- کابل دولتي مطبعه.
۶. د کرنې پلان جوړونه (علمي- مسلکي ژباړه) د کرنې وزارت، د کرنيز تبليغ ترويج او زده کړو رياست خپرونه ۱۳۶۲- کال- کابل.
۷. په کرته کې د طبيعي منابعو پلان جوړونه (دغه کوچنۍ رساله دمخې د کښت د کمپاين په مناسبت په ۱۳۶۸- کال کې د کرنې وزارت د ترويج د رياست له خوا خپره شوې وه.
۸. شاهين (د لنډو کيسو مجموعه)- اردو مطبعه- کابل ۱۳۶۷ ل. هـ.
۹. د مينې والۍ (ناول) د ليکوالو ټولنه- کابل ۱۳۶۷، دولتي مطبعه.
۱۰. د شورايبې بازگشت اواره ګان افغان، مرکز مطالعات افغانستان (ASC) پېښور ۱۳۷۷ کال- تاپ پرتيز- پاکستان.
۱۱. د افغانستان د طبيعي سرچينو پېژندنه- د افغانستان د کلتوري ودې ټولنه- جرمني- کولن ۱۳۷۹ (۲۰۰۰ م).
۱۲. حيات وحش افغانستان- چاپ مرکز منابع نشراتي واطلاعاتی اکبر (ARIC) پېښور- پاکستان. ۱۳۸۱ ش. کال.
۱۳. د اقتصادي پرمختيا تيوري او پلان جوړونه- د ختيځ بيارغاونه د خپرونو څانګه.
۱۴. ضايع در افغانستان ونقش انها در اقتصاد ملی، چاپ کتابخانه های اريک نمبر مسلسل ۱۳۸۲، ۱۲۲ ش. کال، پېښور- پاکستان.
۱۵. ديموګرافي او د نفوسو تحليل (د پوهنتون درسي کتاب)- دانش خپرندويه ټولنه ۱۳۸۲ ش. کال.
۱۶. نباتات طبي- چاپ دفتر اکبر- انتشارات الزهر- پېښور- پاکستان (۲۰۰۴)، ۱۳۸۴ ش. کال.
۱۷. احصائيه (لومړۍ، دويم، درېيم چاپ) خپروونکې ساپي د پښتو څېړنو او پراختيا مرکز، پېښور (۸۱، ۸۴، ۱۳۸۷ ش.) درسي کتاب.
۱۸. اصل خلجی های افغانی (ژباړه) ۱۳۸۹ ش. د ميوند کتاب چاپولو مؤسسه.
۱۹. پښتو رياضي ۱۳۸۸ ش. د سبا نشراتي مؤسسه.

**Get more e-books from [www.ketabton.com](http://www.ketabton.com)**  
**Ketabton.com: The Digital Library**