شمېر پوهنه

د ښوونځي لپاره

(رياضي په درې برخو کې)

دويمه برخه

۲

Ketabton.com

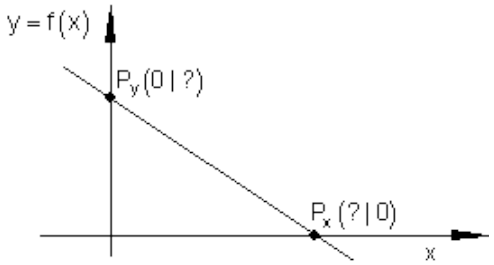
ليکونکی:
برينکمن (له برينکمن ن ج څخه)
ژباړی: ډاکټر ماخان (مېړی) شينواری

(c) ketabton.com: The Digital Library

د بنوونځي لپاره شمیرپوهنه

(د المان)

په درې برخو کې



دویمه برخه

لیکونکی: برینکمن(له برینکمن ن ج څخه)

ژباړی: ډاکتر ماخان (میرې) شینواری

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دې هیله، چې په دې لیکنو او ژباړو به مې زموږ د بې وزلې او له پوهې پاتې ملت - په ما د پوهنې لپاره د لګښت - لپاره د پوهنې په لور داسې لږ ونډه اخستې وي.

د کتاب پیژند

د کتاب نوم: شمیرپوهنه دښوونځي لپاره

لیکونکی: پرفیسور برینکمن

ژباړی : ډاکتر کاخان،، میرې،، شینواری

برېښنا پته: makhanshinwari@gmail.com

د خپریدو لړۍ

خپرندوی: د افغانستان کلتوري ودې ټولنه

جرمني

چاپ نېټه ۲۰۱۲

چاپځای: دانش کتابتون

Danish2k2000@yahoo.com

د چاپ حقوق خپرندوي ټولنې لیکونکي یا ژباړي سره خوندي دي.

پښتو مو ژبه او شمیرپوهنه پرې ساده ده

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خپرندوی ټولنې یادښت

له هغې مودې را په دې خوا، چې د افغانستان د کلتوري ودې ټولنې د علمي، ساینسي او طبي اثرو د خپرولو لړۍ پیل کړې، تراوسه یې په دې لړ کې مهم اثار خپلو هیواولو ته وړاندې کړې دي.

مور باور لرو، چې پښتو ژبه هغه وخت په یوه مهمه غني ژبه بدلیدلای شي، چې د پوهې په ګانه سمبال شي او په علمي او اکاډمیکو اثارو غني شي.

اوس چې زمور ملي سراسري ژبه د بیلابیلوګوابنونو او چلنجونو سره مخامخ ده، پر مور ټولو ده، چې د دغه ګوابنونو په وړاندې به په نره ودرپږو او د علم او قلم په ژبه به ځواب ورته ووایو.

د اتحادیې له حوا د ډاکتر ماخان شینواري تراوسه زیاتو چاپ شویو اثارو په څنګ کې، د ده د پنځه وښت شمیر پوهنې نویو ژباړو او لیکنو او دوه ټولنیزو لیکنو تر منځ، دغه اثر په همدې لړ کې ځکه د ارزښت وړ دی، چې د علمي، ساینسي اثارو د خپراوي په لړ کې د یوه مهم ګام په توګه ګڼل کیدای شي او هیله ده، چې د دې برخې مینه وال لوستوال، زده کوونکي او د پوهنتو زده کړې کټه تري واخستلی شي.

په درناوي

د افغانستان کلتوري ودې ټولنه

۲۰۰۱۲ ز ک

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ژباړي مننه

د هر څه له مخه د هغو لیکونکو پروفیسرانو څخه زیاته مننه، چې د لیکنو څخه یې زما د ژباړې لپاره تفاهم لري. ماته د دوي د لیکنو د ژباړې په هیڅ ډول مادي ګټه نه شته او دا کار مې یوازې په یوه د پوهنې توانمندې ، مګر وروسته پاتې ژبې ویونکي ولس ته وړاندې دی، دا دې د دې پروفیسرانو له خوا په پوهنیزه اړخ کې زموږ په دې اړخ کې هم مرستې ته اړ ولس سره مرسته وي.

همدا ډول زموږ،، د افغانسان کلتورې ودې ټولنه،، جرمني، د غږو، مرستندویانو او په تیره بیا د مشر تابه څخه زیاته مننه کوم، چې پرته له خپرندوې ټولنې په توګه یې د دې لیکنو زیاته اقتصادي وندې هم په غاړه اخستې.

دې لاندې زما کلیوالو ملګرو او ملګرو د دې کتابونو په چاپ کې د توان سره سمه اقتصادي وندې اخستې، چې زه ترې زیاته مننه کوم:

د ښاغلي ډپلوم انجنیر ریحان الدین حساس، ښاغلي ډپلوم انجنیر محمد اکبر نور، ښاغلی ډاکتر سردار ګانۍ وال، ښاغلی ډاکترمانوګل ګانۍ وال، ښاغلي ټولنپوه محمدعارف بیان، ښاغلي ډپلوم انجنیرمحمد ایوب بیان، همداسې زما د ملګري اروښاد ډاکتر حاجي محمد سلطانزي د ځوي ښاغلي ډاکتر صالح محمد سلطانزي ، ډپلوم انجنیر او ډپلوم اقتصاد پوه رحمت الله فتحي او نه اخر زما د لور ډاکتر څانګې شینواري او زما د ځوي اقتصاد پوه او ټولنساپوه اباسین شینواري.

نه د ټولو په اخر کې زما له میرمن ښاپرې څخه ډېره زیاته مننه، چې زما د لیکنو- نه دا چې مخه یې نه ده نیولې- پوره ملاتړ کړي.

بیا هم له دوي څخه د زړه له کومې مننه کوم او لوي څښتن دې ورته اجرونه ورکړي، چې داسې مرستو ته دوام ورکړي.

په مننه : ستاسو ماخان شینواری

جرمني د بن ښار

۲۰۱۲ ز ک

(c) ketabton.com: The Digital Library

نیولیک

دویمه برخه

د زباړي سیزه

لومړی: کربنیز فنکشنونه ۱

۲ . ۱ . ۱ کربنیز مساواتو ته پیل ۱

۲ . ۱ . ۲ – د محور د تقاطع ټکي ۶

۲ . ۱ . ۳ - جګیدنه یا میلان ۹

۲ . ۱ . ۴ – د فنکشنونو د ګراف رسمول ۱۳

۲ . ۱ ۵ تمرینونه ۱۵

۲ . ۱ . ۶ – کلیمي او د انځورولو... ۱۶

2.2کربنیز فنکشنونه د ورکړشوو شرایطو سره ۷۵

۲ . ۲ . ۱ – لومړی حالت ۷۵

۲ . ۲ . ۲ دویم حالت ۷۷

۲ . ۲ . ۳ – تمرینونه ۸۱

۲ . ۲ . ۴ - تمرینونه

2.3د دوه کربنو پروتځایونه یو بل ته ۱۶۱

۲ . ۳ . ۱ – د دوه کربنو غوڅټکي ۱۶۱

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲ . ۳ . ۲ - یو بل سره عمود یا ولاړ ځغلیدونکي کربنې ۱۶۵

2,4د کربنیز مساواو په مرسته دپرابلمونو یا مسألو حل ۱۹۷

۲ . ۴ . ۱ – ورځني ستونځوبي یا د ستونځو حل ۱۹۷

۲ . ۴ . ۲ د کربنیز مساواتو ټولګه ۲۶۰

۲ . ۶ - مربع توابع ۲۸۲

۲ . ۷ - د مربع فنکشنونو یا توابعو.... ۴۰۱

۲ . ۸ - د پارابول او کربنې غوڅټکي ۴۳۵

۲ . ۹ - د پاررابول او پارابول غوڅتکي ۴۵۳

۲ . ۱۰ - د ورکړشوو شرایطو سره د ۴۵۶

۲ . ۱۲ اقتصادي توابع(نرخشمیرنه) ۵۵۱

۲ . ۱۴ توانتوابع ۵۵۸

۲ . ۱۳ د ټول راشنل – یا نسبتي توابعو... ۵۹۱

پولینوموښ ۵۹۵

د هورنر شیما ۵۹۸

۲ . ۱۴ د ټولراشنل – یا نسبي توابعو ګراف ۶۴۸

۲ . ۱۵ د ورکړشوو شراطو له مخې د تابع مساواتو لیکل ۶۸۵

۲ . ۱۶ د وکتور شمیرنې بنسټیزې کلمې ۷۹۹

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ژباړي سريزه

ګرانو هيوادوالو او د شميرپوهنې مينه والو!

د ا څو کاله د مخه د ځنو شميرپوهنيزو کلمو په لټه کې د برينکمن د ن ج سره مخامخ شوم. دا چې دې ليکنې ښه خوندويونه يا متن درلود او زيات تمرينونه د حل سره، نو ما وښتيله، چې دا به پښتو ته اړوم. دا يوه ډېره ښه ليکنه ده، چې زده کوونکي ښوونکي او داسې لږ د شميرپوهنې سره بلد مينديِ او پلرونه تري ګټه اخستلی شي. په دې ليکنه کې هر څه خورا ښه روښانه شوي دي او په مختلفو بيلګو سمبال دي د حلونو يا اوبيونو سره، چې لوستنه يې هر د شميرپوهنې مينه وال لپاره د پيرځوينې وړ بولم.

کتتاب په درې برخو کې چاپيږي، چې هره برخه يې يوه خپلواکه او د يوې ځانګړې برخې خوندیونه لري. زه په دې باور لرم، چې د شميرپوهنې مينه وال دا کارداسې لږ په غور وګوري، نو زر به ورسره مينه پيدا کړي.

دا کتابونه هم د هغو ۲۵ رياضي کتابونو لړۍ ده، چې ما چاپ ته چمتو کړي دي، خو نه پوهيږم، چې څو دا نور به تري کله چاپ شي. که څه پاتې شو، نو هغه به د دې کتابونو سره ن ج ته پورته کړم.

ګرانو لوستونکو!

دا زمونږ د هيواد اړتيا لپاره په پوهنيزه اړخ کې په سره تيره اوبه تويول دي. دا کتابونو، چې کوم چې چاپيږي د زر دانو يا پنځه سوه څخه به نه اوړي، نو د يوه پنځوس ميليونه کمو زيات ولس لپاره زردا نې چې چاپيږي، دا خو اصلاً په شمير کې نه راځي،خو دا به په خروار ګڼو.

په لومړي کتابېرخه کې ځمککچپوهنه يا هندسه ورسره مل ده او په دويمه کتابېرخه کې مې وکتور شميرنه ورسره زياته کړې.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریمه کتابببرخه مشتق او انتیګرال ته ځانګړې شوې.

ګرانو لوستونکو!

د برینکمن د لیکنو لړۍ د شمیرپوهنې په څانګه کې د ښوونځیو لپاره نوره هم پسې غزېدلې، چې ما هغه د ګرانو لوستونکو لپاره رازبارلي.

دا احصایه یا ستاتیستک دی او د احتمالوالي شمیرنه ده. دا دواړه کتابونه، چې دلته یې تاسو ته ژباړه وړاندې کیږي، هم په زیاتو تمرینونو، اود دوی په اوبیونو یا حلونو سره سمبال ده.

زما په اند، داسې لیکنه په پښتو کې د لومړي ځل لپاره کیږي، چې نومه ونې به دلته هم څه ناڅه ګرانو لوستونوکو ته نابلدې وي، خو پرې پوهیدنه شونې ده. هر څه په روښانه توګه ورکړل شوي.

ګرانو هیوادوالو!

داچې ما یوځای یا نوره هم ښه په یوه وار ډېر کار را ونیوه، نو هرومرو به ناټیکاوي زما له خوا په کې رامنځ ته شوې وي، خو دا به داسې ناټیکاوي نه وي، چې شمیرپوهنیزې ستونځې رامنځ ته کړي. له دې امله له ستاسو څخه زما په ستونځو پوهیدلو له امله زیاته مننه.

په دې هیله ، چې زما په غوښتنو او ستونځو به و پوهیږي په دې لیکنو او ژباړه کې ما ته هیڅ مادي ګټه نه شته. دا دې په ما زمور د بې وزلي ولس د ډېر مصرف(لګښت) په هکله د یوې کوچنۍ پیرزوېنې په حیث وړاندې وي

مننه:

له هر څه د مخه د دې لکچرنوټونو لیکنو لیکونکو شمیرپوهانو یعنې ستر پروفیسور بریکمن څخه زیاته مننه، چې د لیکنو څخه یې زمور هیوادول هم ګټه احلي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2 . 1 - کربنيز- يا خطي فنکشنونو (توابع)

ننوتنه:

2.1.1.پيل يا ننوتنه:

د مخه درسونو څخه د کربنيزو (لاينې) توابعو(فنکشنونو) سره د ګراف په څير بلد يو او د تابع مساوات سره د کربنيز مساوتو په څير بلد يو. متناسبي اړيکي يا تناسب ټولګي يا ا ړيکي د کربنی په څير انځوريدلای شي.

بيلګه:

په بازار کي د ماهي پلورونکي سره 1000 g ماهي 4,50 € قيمت لري، ميرمن پښتنه غواړی 3000 g واخلي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا باید 4,50€.3=13,50E ورکړي. بناغلی سپین 5000 g اخلی او باید 4,50 € · 5 = 22,50 € ; ورکړي .

په ټولیزه توګه ویلای شو: دK ارزښت د ثابت قیمت p سره د رانیونکي ستړ(ډېرې) xلپاره K=p.x دی.

یعني قیمت K دx په واک کي دی یا دx تابع دی. ، له دي امله دx تابع او له دي امله فنکشن دی،

د دي لپاره لیکو : K(x) = p.x .

K(x) د ارزښت تابع یا فنکشن هم بلل کیږي

د ماهی لپاره د قیمت تابع (یا د نرخ فنکشن) دی، د کوم لپاره چې د ستړ واحد(د ډېرې یوون) په € او x د 1000g څو ځله د ستړ واحدونو شمیر دی .

که دK(x) په ځای y ولیکو، نو راته څرګند مساوات y = 4,50 x تري رامنځ ته کیږي. دا په کواوردینات سیستم (د وضعیه قیمت سیستم یا پروت ولاړ سیستم) کي د صفر له ټکي څخه تیرېدونکي یوه کرښه ده.

بیلګه :

غورځنګ د ملفون (موبایل یا لاسي تلفون) قرارداد کړی، چې د میاشتي € 20 ورکوی او د دقیقي د تلفون قیمت یې € 0,2 دی. پوښتنې.

الف: څومره باید غورځنګ تادیه کړی، که دی 30 min, 60 min, 90 min, 120 min تلفون وکړي.

ارزښت په یوه ارزښتجدول کي انځور کړی.

ب : په یوه مناسب وضعیه قیمت سیستم کي یې ګراف رسم کړی.

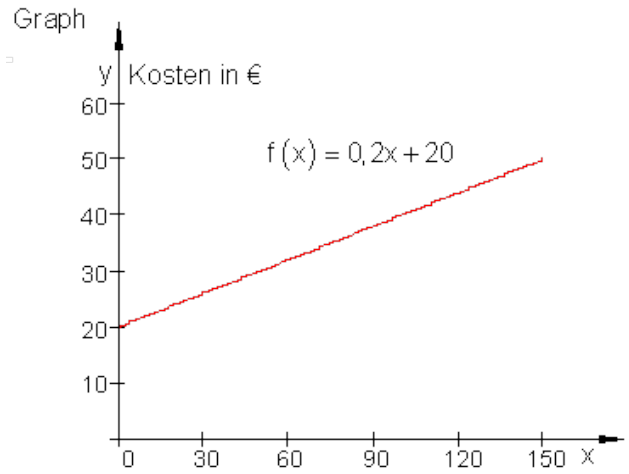
پ: د ارزښتشمیرنې لپاره یې د تابع مساوات ځنګه دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل و الف ته : قيمت له يوه زياتيدونی يا جمعي ثابت (20 €) او (0,2 x) واريابلي يا متحولي برخي څخه منځ ته راځي، چيرته چې x د تلفون شوو دقيقو تعداد دی.

د خبرو دوام په دقيقو	0	30	60	90	120
قيمت په €	20	26	32	38	44

حل و ب ته: ګراف، y قيمت په €، پروت: په دقيقو د خبرو دوام



حل و پ ته: x په دقيقو د خبرو خپلواکه متحوله ده y = f(x) په € د ټولي مياشتي د ټول مصرف بلواکه متحوله يا تابع ده . په لاندي شميرنه کي يوونونه(واحدونه) دقيقی او€ يورو نه ليکل کيږي.
داسي مخ ته څو:

بنسټ پيسي بايد تاديه شي	0 min: $y = f(0) = 0,2 \cdot 0 + 20 = 20$
	30 min: $y = f(30) = 0,2 \cdot 30 + 20 = 26$
	60 min: $y = f(60) = 0,2 \cdot 60 + 20 = 32$
	.....
د x دقيقو دوام لپاره د تابع مساوات	x min: $y = f(x) = 0,2 \cdot x + 20$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګې :

د فنکشن (تابع) مساواتو جوړښت لپاره بیلګې:

یو د اوبو ډنډ 1000 لیتره اوبه لري.. هره رڼ دې ته 100 لیتره نورې اوبه راځي.

د اوبو سټ لپاره د تابع مساوات داسې دي $f(x) = 100 \cdot x + 1000$. :

اباسین هره میاشت € 1300 معاش اخلي. د معاش لپاره فرمول په € یورو.

د معاش لپاره د تابع مساوات دی: $f(x) = 1300 \cdot x$:

یو ټانک 4000لیتره ډیزل لري. یو موټر هره روځ 500 لیتره مصرفوي.

د ټانک منځپانګې لپاره د تابع مساوات : $f(x) = -500 \cdot x + 4000$.

که د تابع متناسب اړیکې برقرار کیږي، نو لاندې فکر اړین دی:

ایا یو پیل ارزښت a_0 شته ؟

تر منځ تغیر ارزښت څومره دی (د بیلګې په توګه هره روځ، دقیقه یا وزن).

تغیر ارزښت مثبت یا منفي ډی(مثبت = زیاتیدنه، منفي = کمیدنه)

کربنیز مساوات په لاندې بڼه پیژنو:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$y = m \cdot x + b$ يا $y = m \cdot x + n$

دا چې کربنيز مساوات د ټول راشنل توابعو کورنۍ پورې اړه لري، چې د لوړو ټولګيو موضوع ده، نو انځوريز ډول يې له پيله په همدې ډول منځ ته راغلی وي.

تعريف :

n -مه درجه ټول راشنل- يا هوښيار توابع:

يوه تابع f(x) د $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$

سره n -مه درجه ټول راشنل يا ټول نسبتي يا کسري تابع بلل کيږي.

عددونه $a_n ; a_{n-1} ; a_{n-2} ; \ldots . a_2 ; a_1 ; a_0$ ضريبونه (ځلوه ووني) بلل کيږي.

دا چې دواړه اخرني زياتووني يا د جمعې برخې $a_1 x + a_0$ په کربنيز و مساواتو اړه لري، تعريف تري لاس ته راځي:

تعريف يا پيژند: ټول د لومړۍ درجې راشنل توابع :

يوه تابع f(x) د $f(x) = a_1 x + a_0$ سره او $a_1 \in \mathbb{R}, a_0 \in \mathbb{R}$ سره د 1-مې درجې ټول راشنل تابع بلل کيږي

د تابع درجه د x د خورا لوی اکسپوننت يا جګ عدد (چې دلته 1 دی، ځکه چې $x = x^1$) ټاکل کيږي.

دلته ضريب a_1 د m او a_0 د b يا n لپاره ليکل شوی.

د ،، کربنيز ې يا لاينيز تابع،، اړيکې په دې ودانې دي، چې د کربنيزې تابع ګراف په وضعيه قيمت سيستم (پروت ولاړ سيستم) کې يوه کربنه انځوروي.

په ياد ولرئ: د کربنيزې تابع ګراف يوه کربنه انځوروي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه: د کربنیز تابع د تابع مساواتو لپاره بیلګي:

$$f(x)=2x-13 \quad f(x)=\frac{3}{4}x+3 \quad f(x)=-\sqrt{3}\cdot x-\pi \quad f(x)=5$$

$$f(x)=3x+a_0 \quad f(x)=a_1x$$

. تمرین ۱ :

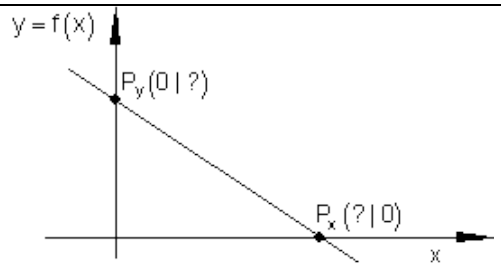
د D ټول عددي (تام عددي) ارزښت لپاره ارزښتجدول ولیکی او د ګراف رسم یې وکاږی.

$$f(x)=\frac{3}{4}x-3$$ تعریف ست $$D=\{x\mid -1\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$$ ،

د تعریفست D لپاره د ارزښت ست W وټاکی.

ګراف په کومو ټکو کي د وضعیه قیمت سیستم محورونه قطع کوي؟

2.1.2.د محور د تقاطع ټکي (غوڅټکي)

محور غوڅټکي (د تقاطع نقاط) هغه ټکي دي په کومو کي چې ګراف د وضعیه قیمتونو محورونه غوڅوي یا قطع کوي. دا ارزښتونه لږ یا زیات له ګراف څخه هم لوستل کیدی شي. زیات وخت دا د ارزښتجدول څخه هم لوستل کیدی شي.	

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس موخه دا ده چې دا ارزښتونه د ګراف او يا جدول ټاکلو لپاره وکارول شي يا استعمال شي.

P_y د y محور سره د تقاطع- يا غوټکي ټکی (Ordinate) :

د ټولو ټکو دx ټول ارزښتونه چې دy په محور پراته دي ارزښت $x = 0$ لري.

د لاينيزو (کربنيزو) توابعو عمومي مساوات: $f(x) = a_1 x + a_0$

شرايط: $x = 0 \Rightarrow f(0) = a_1 \cdot 0 + a_0 = 0 + a_0 = a_0 \Rightarrow P_y(0 \mid a_0)$

د y محور سره د تقاطع ټکی د a_0 له خوا - يا سره ټاکلی.

بيلګه:

$$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$$

له دې لاس ته راځي چې : P_yکواوردينات (0,-3) لري. د دې لپاره ليکو: $P_y(0,-3)$

په ياد ولرئ: د y محور سره د تقاطع ټکی د $f(x) = a_1 x + a_0$ بڼې د ټولو کربنيزو توابعو لپاره کيدی شي مستقيماً له تابع مساوات څخه و لوستل شي. له دې څخه لاس ته راځي: $P_y(0, a_0)$

P_x د x محور يا پراه محور سره غوټکی يا د تقاطع ټکی(Abszisse) :

د ټولو ټکو د y ارزښت (د تابع ارزښت) ، چې دx په محور پراته دي، ارزښت 0 لري.

حل: د $P(x \mid f(x))$ له امله لرو: $P_x(x \mid 0) \Rightarrow f(x) = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بيلګه:

د لاندې تابع د محورونو سره د تقاطع ټکي وټاکئ او ګراف يې رسم کړئ.

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$$

د y محور سره د تقاطع ټکی

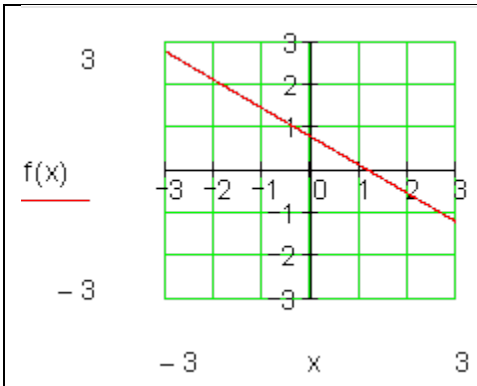
$$f(0) \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{3}{4}\right)$$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} = 0 \mid -\frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x = -\frac{3}{4} \mid \cdot\left(-\frac{3}{2}\right) \Leftrightarrow x = x_s = \frac{9}{8}$$

$$\Rightarrow P_x\left(\frac{9}{8} = 1{,}125 \mid 0\right)$$



د x محور سره د تقاطع ټکی د x کواوردينات (پروت سيستم) هم صفرځای بلل کيږي.

ځکه چې د دې x- ارزښت لپاره (په دې ځای کې x) د تابع ارزښت صفر دی.

تمرين ۲ :

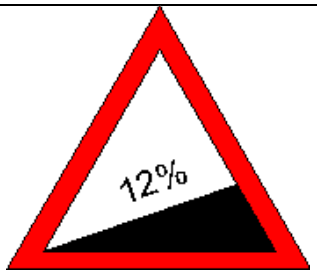
(c) ketabton.com: The Digital Library

د محورونو سره د تقاطع ټکي وشميرئ او د $f(x)=-\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}$ لپاره ګراف و کاږئ.

او په f(x)کې د ايښوولو سره صفرځايونه و ازمايئ.

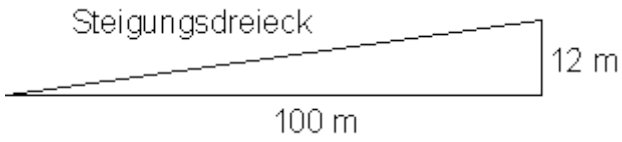
2.1.3.جګيدنه(جګوالی) يا ميلاند :

زيات ګاډي يا موټر کړئ شي فقط کم جګوالی ووهلی شي. له دې امله په غرونو کې غاخيز ې پټلئ يا د پرو (د وسپنې پرو) (د جګيدن کوټې لپاره) کيښول کيږي يا نسبيږي يا غزيږي، دا هم د مايلو واټنونو لپاره.:



د سرکتخته باندې ،، 12%جګوالی،، په دې معنا دی: په 100 m متره پروت (افقي) واټن په 12 m متره جګيږي.

په لاندې کې Steigungsdreieck = د جګيدنې درېګوډی يا- مثلث



دجګوالی توپير او افقی کربنې تر منځ تناسب جګوالی يا ميلان بلل کيږي.

په انځور شوی حالت کې دی: $12\,m : 100\,m = 0,12 \triangleq 12\%$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پیژند(تعیف):

جګوالی=m = مخامخ اړخ پر ګاونډي اړخ

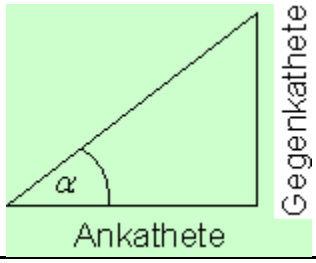
= تانجنت α

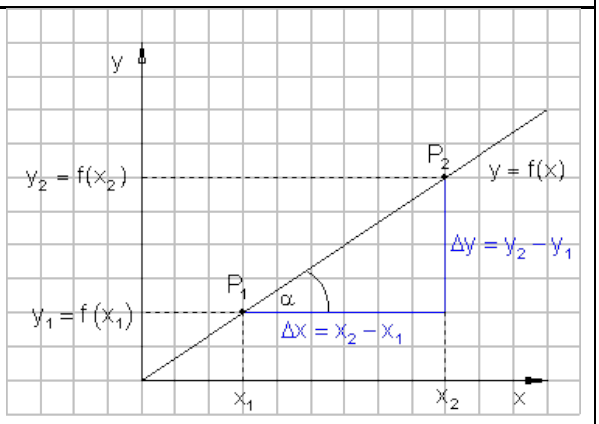
$$\text{جګوالی} = m = \frac{\text{مخامخاړخ}}{\text{په پروت اړخ}} = \tan\alpha$$

کونج α د جګوالي کونج هم بلل کیږي.

لاندې المانې په پښتو:

ولاړ:مخامخ اړخ، پروت: په پروت اړخ





په څنګ کې تشکیل ګراف کې یوه سرچینه یزه کربنه جوړه ده، چې له ټکو P_1اوP_2 څخه تیریږي.

د کربنې جګوالی دې د ټکو او کواوردیناتو په مرسته پیدا شی.

د ګاونډي او مخامخ اړخونو اوږدوالی د د دواړو ټکو د کواوردیناتو دکمښت(تفریق) له لارې کره شوی.

د کمښت یا توپیر لپاره لیکو:

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

همداسې

$$\Delta y = y_2 - y_1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

قضيه:

د جګيدني مثلث څخه د کربني جګوالی شميرل کيدی شي:

جګوالی $= m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x)_1}{x_2 - x_1} = \tan(\alpha)$

په يوه کواوردیناتسيستم کي د کربني جګوالی د يوه په خوښه قايمالزاويه مثلث (ولاړګوډيز درېګوډی) د پراته اړخ په مخامخ اړخ تناسب دی ، چې اوږد اړخ يا نيمی يا قطر Hypotenuse يې د تابع د ګراف برخه ده.

ګومان مو نږدې دی، چې د a_1 ضريب د کربني مساواتو $f(x) = a_1x + a_0$ د جګوالي دنده په غاړه لري.

دا بايد اوس وښوول شي.

غوښتنه:

جګوالی m د کربنمساواتو ضريب a_1 په ګوته کوي..

$$f(x) = a_1x + a_0$$

ښوونه:

$$f(x_2) = a_1x_2 + a_0 \qquad f(x_1) = a_1x_1 + a_0$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 + a_0 - (a_1x_1 + a_0)}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{a_1x_2 + a_0 - a_1x_1 - a_0}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 - a_1x_1}{x_2 - x_1} = \frac{a_1(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = a_1 \Rightarrow \underline{\underline{m = a_1}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

جمله :

د یوه کربنیز تابع $f(x) = a_1x + a_0$ د ګراف جګوالی چې له ټکو $P_1(x_1, y_1)$ او $P_2(x_2, y_2)$ څخه تیریږي د ضریب a_1 لخوا ټاکل کیږي.

$$a_1 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \tan\alpha$$

په لنډه بڼه $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

که د یوې کربنې دوه ټکي د کواوررديناتي له لارې ورکړ شوي وي، نو کیدی شي، چې

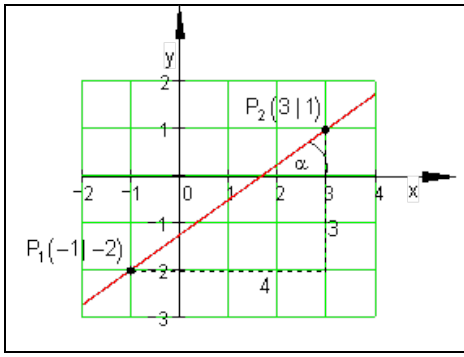
اول . کربنې رسمیږي، که دواړه ټکي سره و نښلول شي او دا داسې مخ ته راغلې کربنه له ټکو اخوا وغزوي.

دویم. د کربنې جګوالی د د جګوالي مثلث په مرسته وشمیرئ

بیلګه :

$P_1(-1|-2)$ او $P_2(3|1)$

دې د یوې کربنې ټکي وي، چې جګوالی یې ټاکل کیږي



$P_1(\underset{x_1}{-1}|\underset{y_1}{-2}) \Rightarrow x_1 = -1$ او $y_1 = -2$

$P_2(\underset{x_2}{3}|\underset{y_2}{1}) \Rightarrow x_2 = 3$ او $y_2 = 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

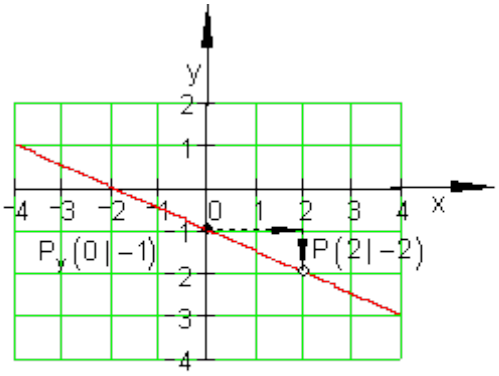
$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-(-2)}{3-(-1)} = \frac{1+2}{3+1} = \frac{3}{4} = tg(\alpha)$$

$$\alpha = arctg\left(\frac{3}{4}\right)$$

$\Rightarrow \alpha \approx 36,87^0$ د جښمیري په مرسته لرو:

2.1.4.د فنکشنونو (توابعو) د ګراف رسمول

د کربنیزي تابع ګراف تل کربنه ده. د یوي کربنې د رسمولو لپاره دوه ټکي اړین یا ضروري دي. که د تابع مساوات معلوم وي، نو د y محور سره غوښتکی یا د تقاطع ټکی P_y هم پېژنو. دویم ټکی د جګوال له لارې لاس ته راوړی شو(د جګوالي مثلث).



بیلګه :

$$f(x) = -0,5x - 1$$

$$a_1 = -0,5 = -\frac{1}{2} \qquad a_0 = -1$$

ګراف د y محور په P_y (0,-1) کې غوڅوي یا قطعه کوي. دا ټکی په کواوردینات سیستم کې رسموو. د P_y څخه دوه واحده یا یونونه ښي لورته ځو او یو واحد یا یوون کښته لور ته. موږ P(2,-2) لاس ته راوړو. اوس P_y د P سره نښلوو او کربنه دواړو لورو ته غزوو.

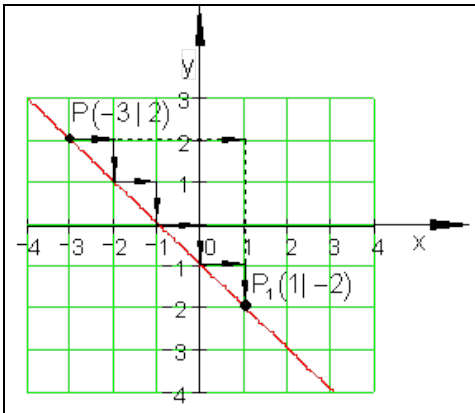
(c) ketabton.com: The Digital Library

که غواړو د کرښې له يوه ټاکلي ټکي څخه، د جګوالي مثلث له لارې دويم ټکي ته راشو، کيدی شي دا لاندې لنډه بڼه په ياد کې ونيسو:

په ياد ولرئ: د مخرج واحدونه ښي لور ته ، د صورت واحدونه د مخنځنې په واک يا تابعيت کې پورته يا کښته لور ته.

دلته باور لري: د + لپاره پورته لور ته او - لپاره کښته لور ته

که دواړه ټکي ډېر نږدې پراته وي دا تلنلار کيدی شي ډېرواره و کارول شي. که د جګوالي ضريب a_1 يو ټول(تام) عدد هم وي، دويم ټکی په دې ډول ټاکل کيدی شي، ځکه چې هر عدد کيدی شي په کسر بدل شي.

بيلګه: ټکی P(-3,2) په کرښه پروت دی، چې جګوالی يې a1=-1 دی. $a_1 = -1 = -\frac{1}{1}$ که څلور پله مخ ته لاړ شو، نو دواړه ټکي يو له بل پوره لرې پراته دي چې يوه سوچه کرښه رسم کړای شو. له P څخه هر ځل څلور پله يا قدمونه ښي لورته ځو او يو پل کښته لورته او ټکي P_1 لاس ته راوړو. څلور پله ښي لور او څلور پله کښته لور ته مو همغې برابرې نتيجې ته بيايي.	

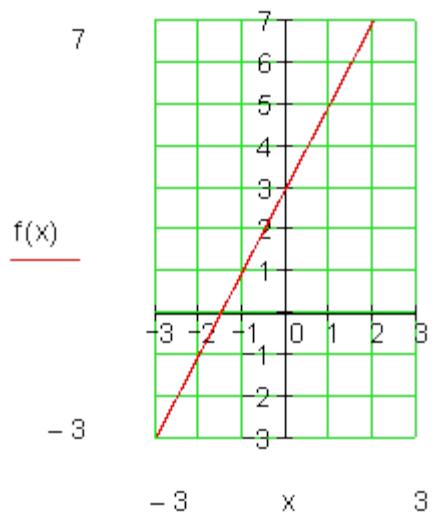
(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

$$y = f(x) = 2x + 3$$

$$a_1 = 2 = \frac{2}{1} \quad a_0 = 3$$

ګراف د y محور په $P_y(0|3)$ کې غوڅوي. دا ټکی په پروتولاړ – یا کواودینات سیستم کاږو. له P_y یو یوون (واحد) ښي لور ته ځو او دوه یوونه پورته لور ته. موږ ټکی P(1;5) لاس ته راوړو. اوس P_y او P سره تړو او کربنه دواړولورو ته غزوو.



2.1.5.تمرینونه :

د محورونو د تقاطع ټکي وشمیرئ او کربنې رسم کړئ.

د لاندې کربنو ګرافونه د امکان تر حده بې له جدول څخه رسم کړئ.

د دې لپاره د y محور او د جګوالي مثلث څخه کار واخلئ. او x محورسره د تقاطع ټکی وشمیرئ او د ګرافونو له مخې یې و ازمایئ.

اول – $f(x) = 2x - 5$ دویم - $f(x) = -x + 3$ دریم - $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم - $f(x) = -\frac{1}{2}x - 2$ پنځم - $f(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}$ شپږم - $f(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$

اوم - ا $f(x) = \frac{2}{3}x + 2$ تم - $f(x) = -\frac{3}{4}x - 1$

نهم - $f(x) = -3x + \frac{5}{10}$ لسم - $f(x) = \frac{5}{7}x - \frac{12}{4}$

2.1.6.کلیمې او د انځورولو ډولونه یې

د f(x)تابع ګراف لیدشکل K_f هم بلل کیږي.

په ولاړکونجیز - یا قایم االزاویه کواوردینات کې هر ټکی P یوx او y کواوردینات (P x | y) لري.

د x کواوردینات د f(x) تابع مستقله یا خپلواکه متحوله ده.

د y کواوردینات دf(x) تابع ارزښت په ګوته کوي. له دې امله زیات وخت د دې لپاره لیکدود y = f(x) استعمالول کیږي.

د کربنیزو توابعو لپاره په ځانګړي ډول لاندې لیکدود عادي دی:

y = f(x) = mx + b د کربنې مساوات بلل کیږي او فقط د $f(x)=a_1x+a_0$ لپاره بل لیکندود دی، کوم سره چې $b=a_0$ ∧ $m=a_1$ باور لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو کربنيز مساوات په مختلفو اشکالو رامنځ ته کيدی شي:

د کربنيز مساوات عمومي بڼه:

$$Ax + By + C = 0$$

بيلګه: $3x + 2y + 4 = 0$

د کربنيز مساوات د محور برخو په بڼه

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

بيلګه:

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$$

د نورو شميرنو لپاره هدفمند دی، چې دا مساوات په لاندې معلومه يا پيژندل شوې بڼه راوړو:

$y = f(x) = mx + b$ يا $y = a_1x + a_0$

تمرينونه۳:

K_f د f کربنيزې تابع ليدعکس دی د $f(x) = 1,5x - 2;\ x \in \mathbb{R}$ سره .

د يوې f تابع د کربنيز ليدڅيره K_f د تابع ګراف هم بللګيرې.
الف – ايا ټکی $P(2,5 \mid 1,75)$ د K_f په کربنه پروت دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - ټکي $A(x_A|4)$ او $B(-2|y_B)$ په K_f پراته دي. x_A او x_B وټاکئ.

پ – د $f(x)$ صفرځای وشمیرئ.

ت – د کوم x -ارزښت لپاره $f(x) > 0$ باور لري؟

ټ – د $f(x)$ ارزښتورشو یا ساحه وټاکئ، که $D = R_+^x$ و ټاکل شي.

ث – ګراف g د K_f راکښني له لارې ، چې د y په لور منځ ته راځي او له ټکي $N(0 | 4)$.

تیرپرې.

بیلګه:

د ،، پومس (سره شوي الوګان)،، ګړندی رستورانت د پومس لپاره هره ورځ 19 kg تازه غوړي په کار لري. تر اوسه په زخیره ځای کې 250 kg شتون لري.

الف – د تابع مساوات وکاږئ او په یوه مناسب کواوردیناتسیست (پروتولاړ سیستم) کې یې ګراف رسم کړئ.

ب – په زخیره ځای کې د95 kg پاتي غوړیو وروسته باید د رستورانت مشر د نورو پوښتنه وکړي(فرمایش ورکړي). له څو ورځو ورسته باید دا فرمایش صورت ونیسي؟

پ – دا غوړي څومره دوام لرودی شي، که سملاسي پسې را ونه غوښتل شي؟

الف ته حل -

خپلواک اووښتونې یا متحوله x د وخت لپاره ده چې په ورځو یې ښایو.

بلواکه متحوله یا تابع متحوله $f(x)$ د پاتي ستې(پېرئ) په کیلوګرام غوړیو لپاره ده.

پیل ارزښت 250 kg دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تغيرکچه منفي(کميزه) ده او19kg/Tag يا ورځ / ۱۹ کيلوګرام ده.

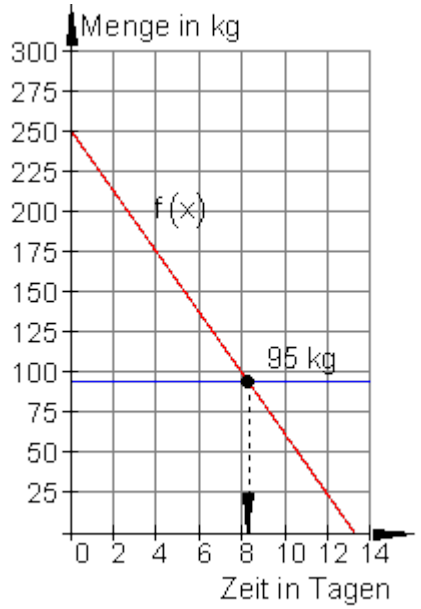
دا چې کربنيزي اړيکي شتون لري، نو باور لري:

$$f(x) = a_1x + a_0$$

د $a_1 = -19$ او $a_0 = 250$ سره کيږي

$$f(x) = -19x + 250$$

ولاړ: ډېرئ يا ست په کيلوګرام



وخت په ورځو

ب ته حل – د 95 kg فرمايش ورکولو سره لاندې باور لري:

$$f(x) = 95 \Leftrightarrow -19x + 250 = 95 \mid \cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x - 250 = -95 \mid +250$$
$$\Leftrightarrow 19x = 155 \mid : 19$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{155}{19} \approx 8{,}156$$

فرمايش بايد د 8 ورځو په شاوخوا کې صورت ونيسي.

پ ته حل – د y -محور سره د ګراف د تقاطع يا غوڅټکی دي وټاکل شي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \quad \Leftrightarrow -19x+250=0 \mid \cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x-250=0 \mid +250$$
$$\Leftrightarrow 19x=250 \mid :19$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{250}{19}\approx 13{,}158$$

غوږي لا نږدي تر 13 ورځو رسيږي.

2.1.7.د تمرينونو حل :

تمرين ۱ : تمرين ۱ : د D ټول عددي (تام عددي) ارزښت لپاره ارزښتجدول وليکئ او د ګراف رسم يي وکاږئ.

$f(x)=\frac{3}{4}x-3$ تعريف ست $D=\{x \mid -1\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$ ،

د تعريفست D لپاره د ارزښت ست W وټاکئ.

ګراف په کومو ټکو کي د وضعيه قيمت سيستم محورونه قطع کوي؟

حل :

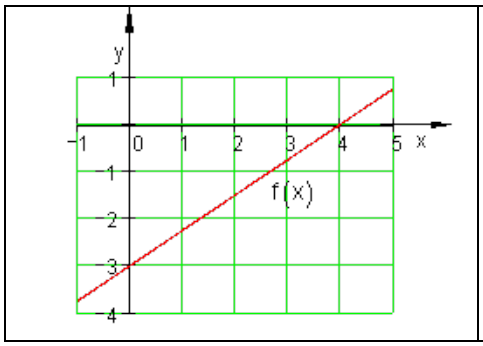
$$f(x)=\frac{3}{4}x-3 \qquad D=\{x \mid -1\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$$
$$f(-1)=\frac{3}{4}\cdot(-1)-3=-\frac{3}{4}-3=-\frac{3}{4}-\frac{12}{4}=-3{,}75$$
$$f(0)=\frac{3}{4}\cdot 0-3=-3$$
$$f(1)=\frac{3}{4}\cdot 1-3=\frac{3}{4}-3=\frac{3}{4}-\frac{12}{4}=-\frac{9}{4}=-2{,}25$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(2)=\frac{3}{4}\cdot 2-3=\frac{3}{2}-3=\frac{3}{2}-\frac{6}{2}=-\frac{3}{2}=-1,5$$
$$f(3)=\frac{3}{4}\cdot 3-3=\frac{9}{4}-3=\frac{9}{4}-\frac{12}{4}=-\frac{3}{4}=-0,75$$
$$f(4)=\frac{3}{4}\cdot 4-3=3-3=0$$
$$f(5)=\frac{3}{4}\cdot 5-3=\frac{15}{4}-3=\frac{15}{4}-\frac{12}{4}=\frac{3}{4}=0,75$$

جدول او ګراف:

x	-1	0	1	2	3	4	5
f(x)	-3,75	-3	-2,75	-1,5	-0,75	0	0,75



$W=\{y\mid -3,75\le y\le 0,75\}_{\mathbb{R}}$

$P_x(4\mid 0)$ او $P_y(0\mid -3)$

تمرین ۲ -

د محورونو سره د تقاطع ټکي وشمیرئ او د $f(x)=-\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}$ لپاره ګراف و کاږئ.

او په f(x)کي د ایښوولو سره صفرځایونه و ازمایئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل :

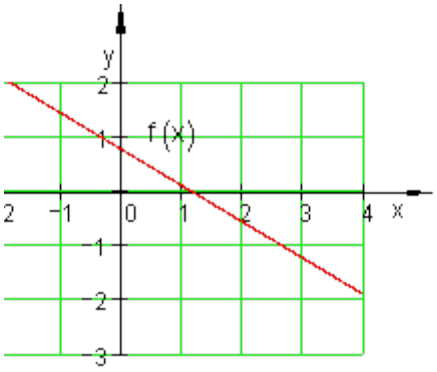
$$f(x)=-\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}$$

د y- محور سره د تقاطع یا غوڅتکی:

$$f(0)=\frac{3}{4}\Rightarrow P_y\left(0\,\middle|\,\frac{3}{4}\right)$$

د x– محور سره غوڅتکی:

$$f(x)=0\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}\,|-\frac{3}{4}$$
$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x=-\frac{3}{4}\,|\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{9}{8}\Rightarrow P_x\left(\frac{9}{8}\,\middle|\,0\right)$$



ازمایینت

$$f\left(\frac{9}{8}\right)=-\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{8}+\frac{3}{4}=-\frac{18}{24}+\frac{3}{4}=-\frac{3}{4}+\frac{3}{4}=0$$

تمرین ۳ : حل.

تمرینونه۳:

K_f د f کربنیزي تابع لیدعکس دی د $f(x)=1,5x-2;\ x\in\mathbb{R}$ سره .

د یوې f تابع د کربنیز لیدڅېره K_f د تابع ګراف هم بللکیږي.

الف – ایا ټکی $P(2,5\,|\,1,75)$ د K_f په کربنه پروت دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - ټکي $A(x_A|4)$ او $B(-2|y_B)$ په K_fپراته دي. x_A او x_B وټاکئ.

پ – د $f(x)$ صفرځای وشمیرئ.

ت – د کوم x -ارزښت لپاره $f(x) > 0$ باور لري؟

ټ – د $f(x)$ ارزښتورشو یا ساحه وټاکئ، که $D = R_+^x$ و ټاکل شي.

ث – ګراف g دK_f راکښني له لارې ، چې د y - په لور منځ ته راځي او له ټکي $N(0 | 4)$.

تیرپرې.

و الف ته حل- $f(x) = 1,5x-2$

ازماښت:

$P(2,5;1,75): f(2,5)=1,5.2,5 - 2 = 1,75$ =>

P په کرښه K_f پروت دی یا $P \in K_f$.

و ب ته حل -

$A(x_A|4): \quad f(x_A) = 1,5 \cdot x_A - 2 = 4$

$\Rightarrow \quad 1,5 \cdot x_A - 2 = 4 \mid +2$

$\Leftrightarrow \quad 1,5 \cdot x_A = 6 \mid : 1,5$

$\Leftrightarrow \quad x_A = 4$

$B(-2|y_B): \quad f(-2) = 1,5 \cdot (-2) - 2 = y_B$

$\Rightarrow y_B = 1,5 \cdot (-2) - 2 = -5$

و پ ته حل –

صفرځایونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow 1{,}5x-2=0 \Leftrightarrow 1{,}5x-2=0\,|+2$$
$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x=2\,|\cdot 2 \Leftrightarrow 3x=4\,|:3 \Leftrightarrow x=\frac{4}{3} \Rightarrow P_x\left(\frac{4}{3}\,\middle|\,0\right)$$

و ت ته حل –

$$f(x)=1{,}5x-2>0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x-2>0\,|+2 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x>2\,|\cdot\frac{2}{3}$$
$$\Leftrightarrow x>\frac{4}{3} \Rightarrow \text{Für } x>\frac{4}{3} \text{ ist } f(x)>0$$

و ټ حل –

$f(x)=1{,}5x-2 \quad D_f=\mathbb{R}_+^*$ ($\mathbb{R}_+^*$ په دې معنا چې $x>0$)

$$\Rightarrow f(x)>-2 \quad \Rightarrow \quad W_f=\{y\,|\,y=f(x)>-2\}$$

و ث ته حل- د y په لور راکښنه له ټکي N(4;0) څخه غبرګې (موازي) کربنې g(x) =(3/2)x +a0 لاس ته راځي.

د لاندې سره ازمایښت:

$$N(4\,|\,0): \Rightarrow g(4)=0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}\cdot 4+a_0=0 \Leftrightarrow 6+a_0=0\,|-6 \Leftrightarrow a_0=-6$$

g(x) =(3/2)x -6 او g(x) =(3/2)x -2 ته چې له ټکي N(4;0) تیریږي، غبرګه ځغلي.

حلونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

کربنیز توابعو تمرینونه ۱

نتیجي او مفصل حلونه

نتیجي :

لومړی- د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری	$P_y(0 \mid -5);\ a_1 = \frac{2}{1};\ P_x\left(\frac{5}{2} \mid 0\right)$
دویم- د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری	$P_y(0 \mid 3);\ a_1 = -\frac{1}{1};\ P_x(3 \mid 0)$
درم- د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری	$P_y(0 \mid 1);\ a_1 = \frac{1}{2};\ P_x(-1 \mid 0)$
څلورم - د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری	$P_y(0 \mid -2);\ a_1 = -\frac{1}{2};\ P_x(-4 \mid 0)$
پنځم - د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری	$P_y\left(0 \mid -\frac{1}{2}\right);\ a_1 = \frac{1}{3};\ P_x\left(\frac{3}{2} \mid 0\right)$
شپږم - د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری	$P_y\left(0 \mid \frac{3}{2}\right);\ a_1 = -\frac{1}{4};\ P_x(6 \mid 0)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم - د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری	$P_y(0 \mid 1);\ a_1 = \frac{2}{3};\ P_x(-3 \mid 0)$
اتم - د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری	$P_y(0 \mid -1);\ a_1 = -\frac{3}{4};\ P_x\left(-\frac{4}{3} \mid 0\right)$
نهم - د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری	$P_y\left(0 \mid \frac{1}{2}\right);\ a_1 = -\frac{3}{1};\ P_x\left(\frac{1}{6} = 0,1\overline{6} \mid 0\right)$
لسم - د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری	$P_y(0 \mid -3);\ a_1 = \frac{5}{7};\ P_x\left(\frac{21}{5} = 4,2 \mid 0\right)$

مفصل حلونه:

لومړی

د تابع مساوات

$$f(x) = 2x - 5 \Rightarrow P_y(0 \mid -5)$$

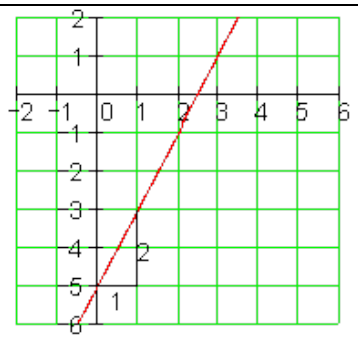
$$a_1 = 2 = \frac{2}{1}$$

جګوالی

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{2} \Rightarrow P_x\left(\frac{5}{2} \mid 0\right)$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم:

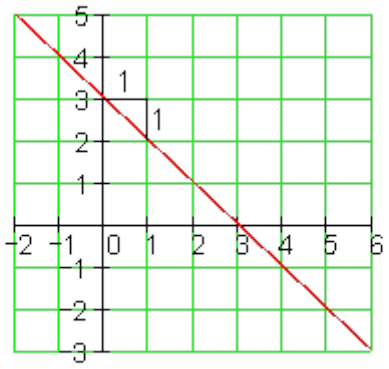
د تابع مساوات

$$f(x) = -x + 3 \Rightarrow P_y(0 \mid 3)$$

جګوالی: $a_1 = -1 = -\frac{1}{1}$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -x + 3 = 0$$
$$\Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow P_x(3 \mid 0)$$



دریم-

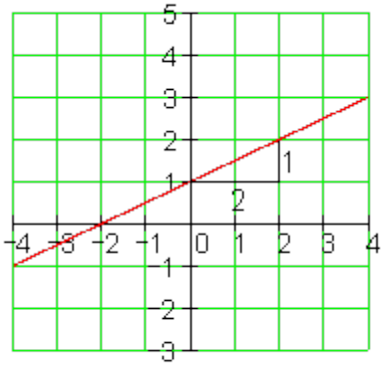
د تابع مساوات

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 1 \Rightarrow P_y(0 \mid 1)$$

جګوالی : $a_1 = \frac{1}{2}$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x + 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow P_x(-2 \mid 0)$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

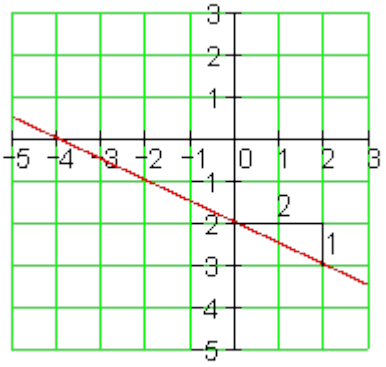
څلورم: د تابع مساوات

$$f(x) = -\frac{1}{2}x - 2 \Rightarrow P_y(0 \mid -2)$$

جګوالی: $a_1 = -\frac{1}{2}$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x - 2 = 0$$
$$\Leftrightarrow x = -4 \Rightarrow P_x(-4 \mid 0)$$



پنځم -

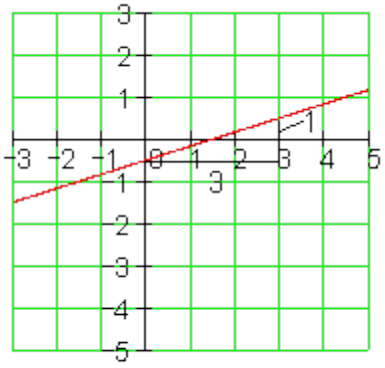
د تابع مساوات

$$f(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{2} \Rightarrow P_y\left(0 \mid -\frac{1}{2}\right)$$

جګوالی $a_1 = \frac{1}{3}$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x - \frac{1}{2} = 0 \mid +\frac{1}{2}$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}x = \frac{1}{2} \mid \cdot 3$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow P_x\left(\frac{3}{2} \mid 0\right)$$



شپږم -

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تابع مساوات

$$f(x)=-\frac{1}{4}x+\frac{3}{2}\Rightarrow P_y\left(0\mid\frac{3}{2}\right)$$

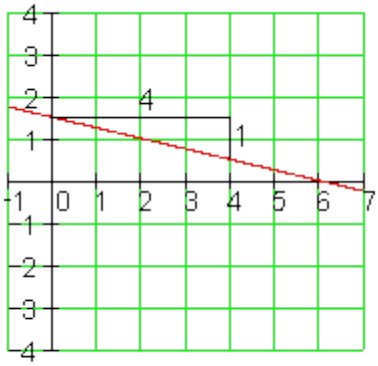
$$a_1=-\frac{1}{4}$$ جګوالی

د x محور سره د غوڅي یا تقاطع ټکی

$$f(x)=0\Leftrightarrow -\frac{1}{4}x+\frac{3}{2}=0\mid-\frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{4}x=-\frac{3}{2}\mid\cdot(-4)$$

$$\Leftrightarrow x=6\Rightarrow P_x(6\mid 0)$$



اوم -

د تابع مساوات

$$f(x)=\frac{2}{3}x+2\Rightarrow P_y(0\mid 2)$$

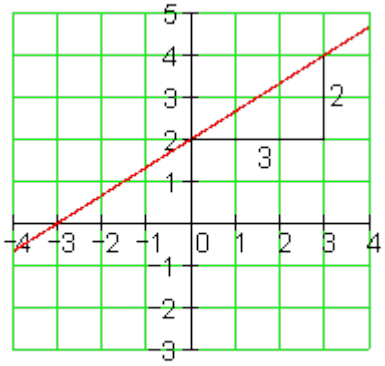
$$a_1=\frac{2}{3}$$ جګوالی

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x)=0\Leftrightarrow \frac{2}{3}x+2=0\mid-2$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3}x=-2\mid\cdot\frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow x=-3\Rightarrow P_x(-3\mid 0)$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم – د تابع مساوات

$$f(x)=-\frac{3}{4}x-1\Rightarrow P_y(0\mid -1)$$

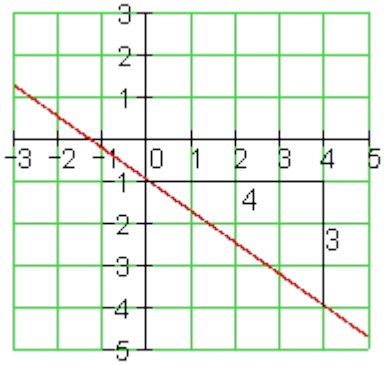
جګوالی $a_1=-\frac{3}{4}$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x)=0\Leftrightarrow -\frac{3}{4}x-1=0\mid+1$$

$$\Leftrightarrow -\frac{3}{4}x=1\mid:\left(-\frac{3}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{4}{3}\Rightarrow P_x\left(-\frac{4}{2}\mid 0\right)$$



نهم -

د تابع مساوات

$$f(x)=-3x+\frac{5}{10}\Rightarrow P_y\left(0\mid\frac{1}{2}\right)$$

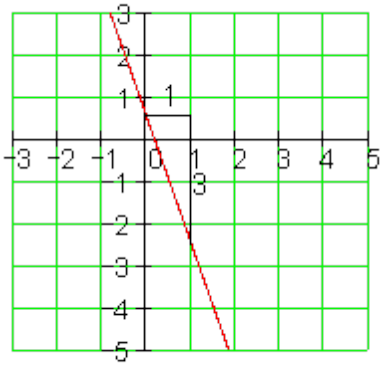
جګوالی $a_1=-3=-\frac{3}{1}$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x)=0\Leftrightarrow -3x+\frac{1}{2}=0\mid-\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow -3x=-\frac{1}{2}\mid:(-3)$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{1}{6}\Rightarrow P_x\left(\frac{1}{6}=0,1\overline{6}\mid 0\right)$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

لسم -

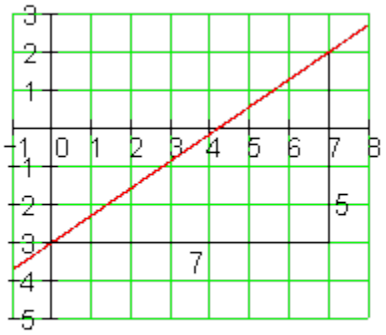
د تابع مساوات

$$f(x)=\frac{5}{7}x-\frac{12}{4}\Rightarrow P_y(0|-3)(0|-3)$$

$$\therefore a_1=\frac{5}{7}$$ جګوالی

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x)=0\Leftrightarrow\frac{5}{7}x-3=0|+3$$
$$\Leftrightarrow\frac{5}{7}x=3|\cdot\frac{5}{7}$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{21}{5}\Rightarrow P_x\left(\frac{21}{5}=4,2\,\middle|\,0\right)$$



2.1.پوښتنې

کربنیز مساوات I .

لومړی - د لاندې توابعو ګرافونه هر یو په یوه کواوردینات سیستم کې وکاږئ

الف - $f(x)=-\frac{2}{3}x+2$ ب = $f(x)=2x-4$ پ = $f(x)=-\frac{5}{4}x+1$

ت = $f(x)=-4x+5$ ټ = $f(x)=-0,3x$ ث - $f(x)=2,5$

دویم - و ازمایئ، چې کربنه په P_1 او P_2 کې سرچینه ییزه کربنه ده.

الف - $P_1(2|4);P_2(-1,5|-3)$ ب = $P_1(-1|3,5);P_2(2|-2)$

دریم - د کوم x ارزښت لپاره $f(x)>0$ باور لرئ.؟

الف - $f(x)=0,4x+1$ ب = $f(x)=-1,5(x-2)$ پ = $f(x)=\frac{x}{5}-\frac{7}{5}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم - د کربنیزې تابع ارزښت جدول معلوم دی. د تابع ترم او د محورونو د تقاطع ټکي معلوم کړئ.

الف -

x	0	1	2	3	4	5
y	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5

ب =

x	-1	0	1	2
y	-3	-1	1	3

پنځم - کربنیز ه $f(x)=3-\frac{12}{7}x$ تابع ورکړ شوې

الف - ګراف رسم کړئ او f (-1) په ګوته کړئ

ب = ایا $P\left(\sqrt{7}\,|\,-1,54\right)$ یا ټکی د f(x) په ګراف پروت دی؟

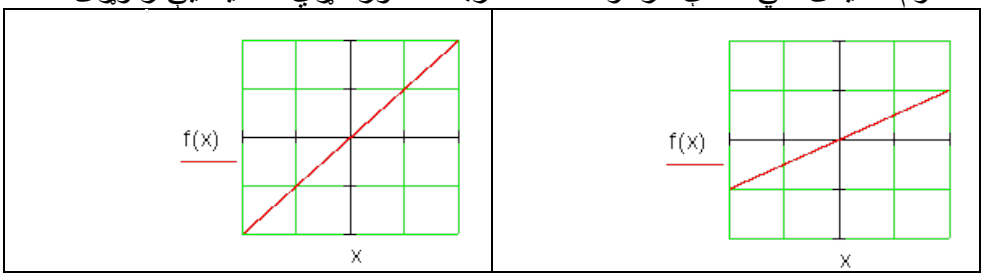
پ = تعریف ساحه D دې داسې محدوده شي، چې باور ولري :

$W_f=\{y\,|\,1\le y<\infty\}$ او D_f وټاکئ.

ت = د k د کوم ارزښتا لپاره $f\left(\sqrt{2k}\right)<0,6$ ؟ دی؟

شپږم - د $g(x)=0,75x+3$ او د $h(x)=-x-2,5$ توابع ورکړ شوي.
کربنه h دې د y په لور داسې راکښل شي(یا دې داسې تغیر ورکړ شي)، چې g او تغیر خوړلي کربنه h د x محور په همغه ټکي کې قطع (غوځ) کړي.

د تغیر خوړلي کربنې لپاره د f(x) تابع ترم وټاکئ یا پیدا کړئ.
اوم - کیدی شي لاندې ګرافونه همغه کربنه انځور کړي؟ دلایل یې راوړئ



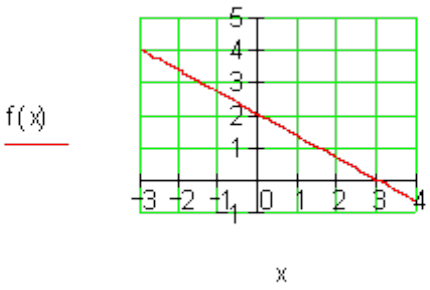
(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه کربنیز مساوات لومړۍ برخه.

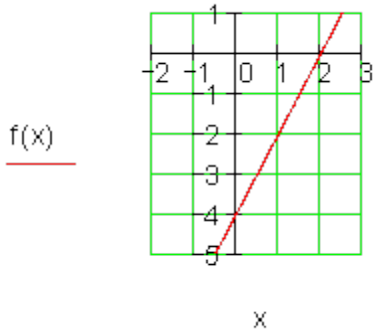
مفصل حلونه

لومړی –

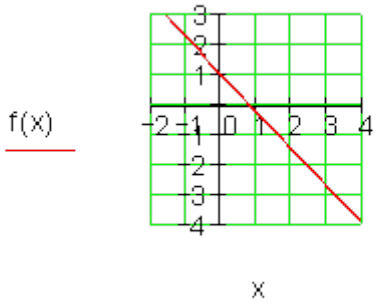
الف- $f(x) = -\frac{2}{3}x + 2$



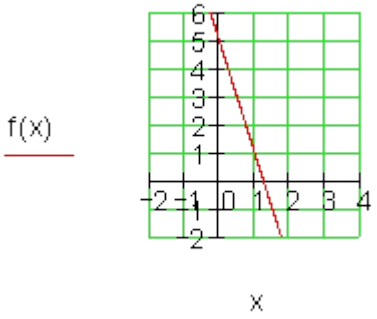
ب- $f(x) = 2x - 4$



پ- $f(x) = -\frac{5}{4}x + 1$



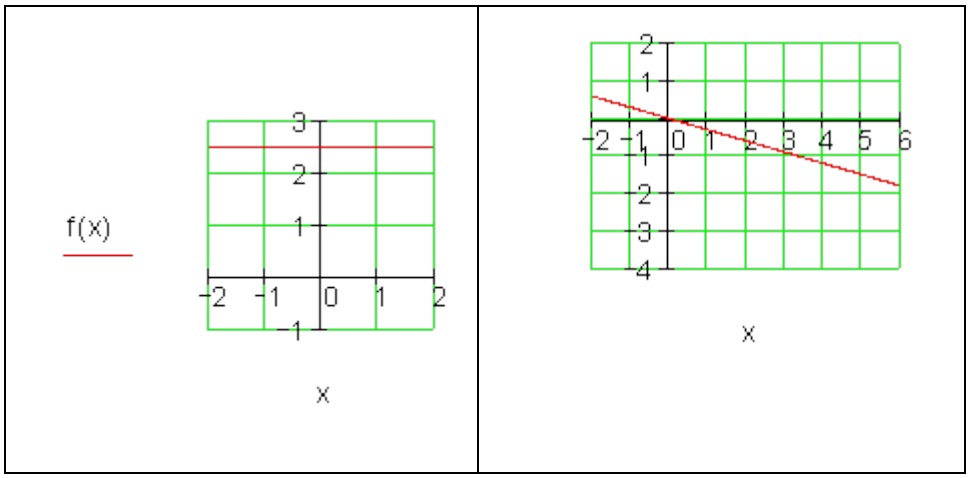
ت- $f(x) = -4x + 5$



ټ- $f(x) = -0,3x$

ث- $f(x) = 2,5$

(c) ketabton.com: The Digital Library



دویم –

الف –

$$f(x)=a_1x+a_0 \quad P_1(2\,|\,4);P_2(-2{,}5\,|\,-3)$$

جگوالی

$$\because a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-3-4}{-1{,}5-2}=\frac{-7}{-3{,}5}=2\Rightarrow f(x)=2x+a_0$$

$$P_1(2\,|\,4):\quad f(2)=2\cdot 2+a_0=4\Rightarrow a_0=0\Rightarrow f(x)=2x$$

سرچینه ییزه کربنه

ب-جگوالی

$$P_2(2\,|\,-2):\quad f(2)=-\frac{11}{6}\cdot 2+a_0=-2\Rightarrow a_0=\frac{5}{3}\Rightarrow f(x)=-\frac{11}{6}x+\frac{5}{3}$$

بي سرچینییزه کربنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم:

الف ــ

$$f(x)=0,4x+1>0 \Rightarrow 0,4x+1>0 \Rightarrow x>-2,5$$
$$f(x)=0,4x+1>0 \text{ für } \underline{\underline{x>-2,5}}$$

ب =

$$f(x)=-1,5(x-2)=-1,5x+3>0$$
$$\Rightarrow -1,5x+3>0\,|-3 \quad \Leftrightarrow \quad -1,5x>-3\,|:(-1,5) \quad \Leftrightarrow \quad x<\frac{-3}{-1,5}=2$$
$$f(x)=-1,5(x-2)>0 \text{ für } \underline{\underline{x<2}}$$

$$f(x)=\frac{x}{5}-\frac{7}{5}>0$$
$$\Rightarrow \frac{x}{5}-\frac{7}{5}>0\,|\cdot 5 \quad \Leftrightarrow \quad x-7>0\,|+7 \quad \Leftrightarrow \quad x>7$$
$$f(x)=\frac{x}{5}-\frac{7}{5}>0 \text{ für } \underline{\underline{x>7}}$$

څلورم:

الف ــ

$$\underline{\underline{P_y(0\,|\,-2)}} \Rightarrow a_0=-2 \quad \underline{\underline{P_x(4\,|\,0)}}$$
$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{0-(-2)}{4-0}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{f(x)=\frac{1}{2}x-2}}$$

ب =

(c) ketabton.com: The Digital Library

x	−1	0	1	2
y	−3	−1	1	3

$\Rightarrow P_y(0\,|\,-1) \Rightarrow a_0 = -1 \Rightarrow f(x) = a_1x - 1$

$P(1\,|\,1)$: $f(1) = a_1 \cdot 1 - 1 = 1 \Rightarrow a_1 = 2 \Rightarrow f(x) = 2x - 1$

$f(x_s) = 0 \Rightarrow 2x_s - 1 = 0 \Rightarrow x_s = 0{,}5 \Rightarrow P_x(0{,}5\,|\,0)$

پنځم:

الف ــ

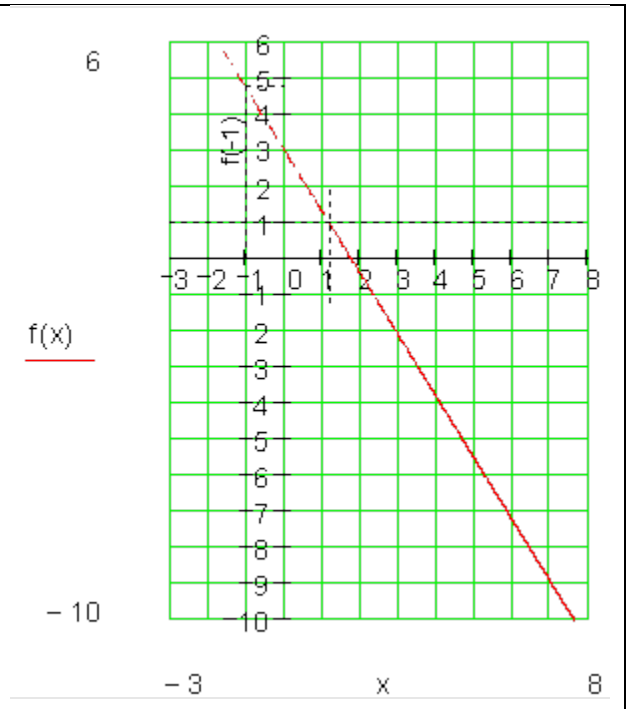
$$f(x) = 3 - \frac{12}{7}x$$

$$= -\frac{12}{7}x + 3$$

$$f(-1) = -\frac{12}{7}\cdot(-1) + 3$$

$$= 4\frac{5}{7} \approx 4{,}71$$

$$f(7) = -9 \quad f(0) = 3$$



ب = $P(\sqrt{7}\,|\,-1{,}54) \Rightarrow f(\sqrt{7}) = -1{,}53557\ldots \approx 1{,}54$

په دوه لسميزځايونو ګردیږي، بيا P په کربنه پرته ده.

پ =

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$W_f = \{y \mid 1 \le y < \infty\} \Rightarrow f(x) \ge 1 \Leftrightarrow -\frac{12}{7}x + 3 \ge 1 \mid -3$$

$$\Leftrightarrow -\frac{12}{7}x \ge -2 \mid \cdot\left(-\frac{7}{12}\right) \Leftrightarrow x \le \frac{14}{12} \Leftrightarrow x \le \frac{7}{6}$$

$$\Rightarrow f(x) \ge 1$$

د $x \le \frac{7}{6}$: لپاره.

$$\Rightarrow D_f = \left\{x \mid -\infty < x \le \frac{7}{6}\right\}_{\mathbb{R}}$$

ت =

$$f\left(\sqrt{2k}\right) < 0,6 \Leftrightarrow -\frac{12}{7}\sqrt{2k} + 3 < 0,6 \mid -3 \Leftrightarrow -\frac{12}{7}\sqrt{2k} < -2,4 \mid \cdot 7$$

$$\Leftrightarrow -12 \cdot \sqrt{2k} < -16,8 \mid : (-12) \Leftrightarrow \sqrt{2k} > 1,4 \mid$$ مربع کوو

$$\Leftrightarrow 2k > 1,96 \Leftrightarrow k > 0,98$$

د $k > 0,98$ ؛ لپاره $f\left(\sqrt{2k}\right) < 0,6$: باور لري

شپږم:

dx- محور سره د g(x) غوڅتکی

$$P_{xg}(x_s \mid 0): \quad g(x_s) = 0,75x_s + 3 = 0$$
$$\Rightarrow x_s = -4$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

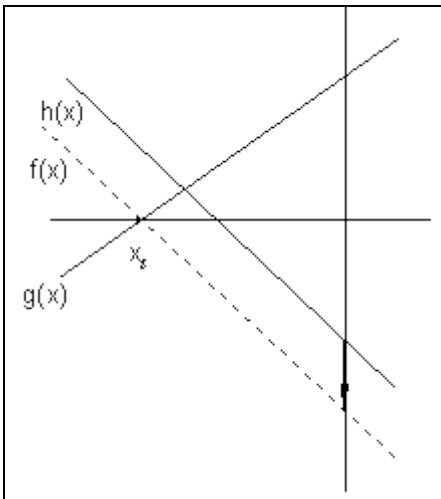
h(x) او f(x) برابر جګوالی لري.

$$a_{1h} = a_{1f} = -1$$

ږدو: $f(x) = -x + a_{0f}$:

$$P_{xg} = P_{xf} \quad P_{xf}(-4\,|\,0):$$
$$\Rightarrow f(-4) = -(-4) + a_{0f} = 0 \Rightarrow a_{0f} = -4$$
$$\Rightarrow f(x) = -x - 4$$

h(x) د x په محور په 1,5- کښول شوي.



اوم: مفصل حل

دواړه ګرافونه کړی شي همغه یا برابره کربنه انځور کړي، که کچوونی په محور مختلف وټاکل شي

پوښتنې

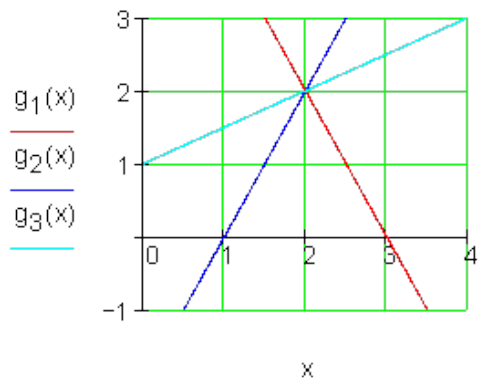
کربنیز مساوات یا - برابرونونه II

لومړی –

د لاندې برابرون له لارې کربنه g ورکړ شوې

$g(x) = 2x + 8,2$

(c) ketabton.com: The Digital Library



د څنګ څيرې کربنه وټاکی، چې د g(x) سره غبرګه له ټکي P(2 | 2) تيريږي. د دې کربنې تابع مساوات وټاکی او خپله ټاکنه په دليل ودانه کړی.

دويم –

ټکی P(4,5; -3) په کربنه چې صفر(سرچينه ييزه کربنه) پروت دی.

ټکی P(3;f(3)) هم په دې کربنه پروت دی. f(x) وټکی.

دريم –

ټکي A(1;3), B(-1;-7), C (2;-2) او D(8;7) د مساوات f(x) = 4x-3 سره د کربنې پورته لور ته ، کښته لور ته او که په کربنه پراته دي؟

څلورم –

د کربنې g مساوات وټکی.

الف – $a_1 = -\frac{3}{4}$ له $P(1|-2)$ ب - $a_1 = 1,5$ له $P(-1|-0,5)$

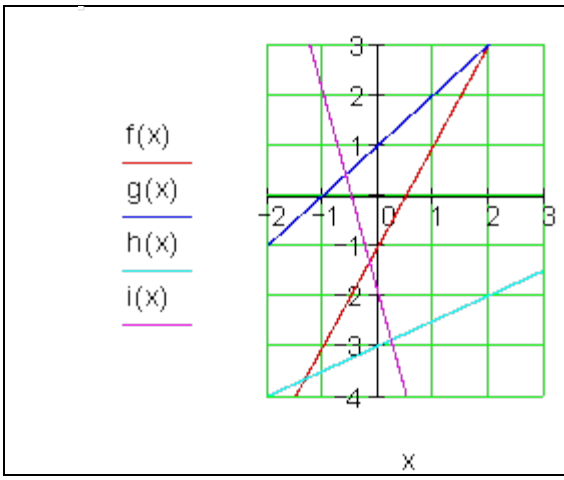
پ - له $P_1(2|-4)$ او $P_2(0|-2)$ ت - له سرچينې او $P(-3|-1)$

ټ – له $P(-3|3)$ او وکربنې $g(x) = -\frac{1}{2}x - 5$ ته غبرګ

پنځم- د يوه کربنيز تابع f لپاره f(2) = -3 او f(0) = 5 باور لري.

د تابع ترم وټاکی او f(0,25) او $f\left(\sqrt{2}\right)$ وشمېری.

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم- له څنګ څيرې څخه د تابع ترم وټاکی. دx مناسب ارزښتونو له لارې يې نتيجې و ازمايی.	

حلونه

کربنيز برابرونونه II

مفصل حلونه

لومړی –

د غوښتونو کربنو جګيدنه $a_1 = 2 \Rightarrow g_2$ ده.

کربنه دي له ټکي P(2;2) تيره شي.

$$g_2(x) = 2x + a_{0g2} \quad P(2|2): \quad g_2(2) = 2 \cdot 2 + a_{0g2} \Rightarrow a_{0g2} = -2$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{g_2(x) = 2x - 2}}$$

دويم –

پيل کربنه $f(x) = a_1x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A(4,5|-3):\quad f(4,5)=a_1\cdot 4,5=-3\Leftrightarrow a_1=-\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{2}{3}x}}\quad f(3)=-\frac{2}{3}\cdot 3=\underline{\underline{-2}}$$

دریم –

$$f(x)=4x-3$$

$$A(1|3):\qquad f(1)=4\cdot 1-3=1\Rightarrow A(1|3)$$

د کربنې پورته لور ته پرته ده

$$B(-1|-7):\quad f(-1)=4\cdot(-1)-3=-7\Rightarrow B(-1|-7)$$

په کربنه پورته ده

$$C(2|-2):\qquad f(2)=4\cdot 2-3=5\Rightarrow C(2|-2)$$

د کربنې کښته لور ته پرته ده

$$D(8|7):\qquad f(8)=4\cdot 8-3=29\Rightarrow D(8|7)$$

د کربنې کښته لور ته پرته ده

څلورم :

الف-

$$a_1=-\frac{3}{4}\Rightarrow f(x)=-\frac{3}{4}x+a_0$$

$$P(1|-2):\quad f(1)=-\frac{3}{4}\cdot 1+a_0=-2\Rightarrow a_0=-\frac{5}{4}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{3}{4}x-\frac{5}{4}}}$$

ب-

$$a_1=1,5=\frac{3}{2}\Rightarrow f(x)=\frac{3}{2}x+a_0$$

$$P(-1|-0,5):\quad f(-1)=\frac{3}{2}(-1)+a_0=-\frac{1}{2}\Rightarrow a_0=1\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=\frac{3}{2}x+1}}$$

پ –

$$P_2(0|-2)\Rightarrow a_0=-2\quad\Rightarrow f(x)=a_1x-2$$

$$P_1(2|-4):\quad f(2)=a_1\cdot 2-2=-4\Rightarrow a_1=-1\quad\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-x-2}}$$

ت - کربنه أه سرچینې

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow a_0 = 0 \Rightarrow f(x) = a_1 x$$

$$P(-3\,|\,-1):\quad f(-3) = a_1 \cdot (-3) = -1 \Rightarrow a_1 = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}x$$

ټ - و $g(x) = -\frac{1}{2}x - 5 \Rightarrow a_1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x + a_0$ ته غبرګه

$$P(-3\,|\,3):\quad f(-3) = -\frac{1}{2}\cdot(-3) + a_0 = 3 \Rightarrow a_0 = \frac{3}{2} \quad \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}}}$$

پنځم –

$$f(x) = a_1 x + a_0 \quad f(2) = -3 \quad f(0) = 5$$
$$f(0) = a_1 \cdot 0 + a_0 = 5 \Rightarrow a_0 = 5 \Rightarrow f(x) = a_1 x + 5$$
$$f(2) = a_1 \cdot 2 + 5 = -3 \Rightarrow a_1 = -4 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -4x + 5}}$$
$$f(0{,}25) = -4 \cdot 0{,}25 + 5 = -1 + 5 = \underline{\underline{4}}$$
$$f\left(\sqrt{2}\right) = -4 \cdot \sqrt{2} + 5 \approx \underline{\underline{-0{,}657}}$$

شپږم –

a_0 کیدی شي دy محور غوڅټکي ځخه ولوستل شي یا لاس ته راشي.

a_1 جګیدنه $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ ده ، دا هم لوستل کیدی شي.

$$f(x) = 2x - 1;\ g(x) = x + 1;\ h(x) = 0{,}5x - 3;\ i(x) = -4x - 2$$

پوښتنې

کسرونه، ترمونه او کربنیز مساوات د ټولګي کار چمتووني لپاره

لومړی: وشمیرئ:

الف - $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{10}$ ب - $\frac{7}{8} - \frac{2}{7} - \frac{1}{4}$

دویم: وشمیرئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف ـ $1\frac{2}{3}\cdot\left(-2\frac{3}{2}\right)$ ب ـ $4\frac{5}{6}:1\frac{2}{9}$

دریم: نوکان حل یا لرې کړئ او ساده يې کړئ

الف ـ $3u+\left[4-(2u-1)+8u\right]+7$ ب ـ $6x-\left[9y-(2x+4z)-(2x+3y-8z)\right]$

څلورم:: سره ضرب يې کړئ او سره یوځای يې کړئ

الف ـ $\frac{1}{2}(2x-4)-5(2x+8)+\frac{1}{4}(12x-4)$ ب ـ $(4,2u-2,4v)(5u-10v)$

پنځم: په نوکانو کې يې ګیر کړئ.

الف ـ $-5xu+15xv-10xz$ ب ـ $\frac{1}{2}xu-\frac{1}{8}xv+\frac{3}{4}xz$

شپږم: د بینوم فرمول په مرسته يې وشمېړئ

الف ـ $\left(\frac{1}{3}a+b\right)^2$ ب ـ $\left(\frac{6}{7}m-\frac{1}{8}n\right)^2$

پ ـ $\left(m+\frac{3}{4}n\right)^2$ ت ـ $\left(\frac{3}{4}a-2\right)^2$

اوم: لاندې ترمړنه د ضرب په حیث انځور کړئ.

بیلګه: $4a^2+4ab+b^2=(2a)^2+2\cdot 2ab+b^2=(2a+b)^2$

الف ـ $u^2+2uw+w^2$ ب ـ $4x^2+12xy+9y^2$

پ ـ $9-48n+64n^2$ ت ـ m^2+2m+1

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم: د لادي توابعو ګراف په یوه مناسب پروتولاړ-یا کواوردیناتسیستم کې وکاږئ

الف - $f(x)=-\frac{5}{4}x+1$ ب - $f(x)=-4x+5$

نهم: یو کربنیز تابع f(x) د $x\in\mathbb{R}$; f(x)=1,25x+1,5 سره ورکړ شوی

الف -تابع ارزښتونه وشمیرئ:

$$f(0);\ f(-1,5);\ f(0,7);\ f(\pi);\ f\left(\frac{\pi}{2}\right);\ f(u)$$

ب – تابع په کوم ځای کې ارزښت 5- لري؟

پ – د کوم ارګومنت یا پروتارزښت سره تابع ارزښت مثبت دی؟

ت – و ښایئ، چې f(u+2)-f(u) له uخپلواک دی.

لسم: د لاندې کربنیزو توابعو محورغوځتکي وټاکئ او ګراف یې په یوه پروتولاړسیتم کې وکاږئ.

الف - $f(x)=-4x-3,5$ ب - $f(x)=-\frac{8}{3}x+\frac{5}{4}$

یولسم: کربنیز مساوات $f(x)=-\frac{12}{7}x+3$ ورکړ شوی دی.

الف - ګراف یې وکاږئ او $f(-1)$ په نخښه کړئ.

ب – ایا ټکی $P\left(\sqrt{7}\mid -1,54\right)$ د $f(x)$ په ګراف پروت دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د t د کوم ارزښت لپاره $f\left(\sqrt{2t}\right) < 0,6$ ؟ دی ؟

دولسم: د f(x) کربنو مساوات وټاکی.

الف - $a_1 = -\frac{3}{4}$ د ټکي $P(1|-2)$ له لارې ب- $a_1 = 1,5$ د ټکي $P(-1|-0,5)$ له لارې

پ - د ټکي $P_1(2|-4)$ او $P_2(0|-2)$ له لارې ت - د سرچینې $P(-3|-1)$ له لارې.

دیارلسم: د کربنیز تابع f لپاره باور لري: f(2)=-3 او f(0)=5 .

د تابع ترم و ټاکئ او وشمیرئ f(0,25) او $f\left(\sqrt{2}\right)$.

څوارلسم: د f(x) کربنو مساوات وټاکی.

الف - $P_1(-4|2)$ او $P_2(2|0)$ په کربنه پراته دي

ب - $P_1(1|-2)$ او $P_2(-2|10)$ په کربنه پراه دي.

پ - کربنه محور په x=2 او y=6 کي غوڅوي.

ت – کربنه له ټکو $P_1(-3|1)$ او $P_2\left(1|\frac{11}{3}\right)$ څخه تیریږي.

ټ - کربنه $a_1 = -4,5$ جګوالی لري او له ټکي $P(2|-3)$ تیریږي.

ث- کربنه جګوالی $a_1 = 3$ لري او له ټکي $P(1|1,5)$ تیریږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځلسم: د کربنیز تابع f(x) تابعترم او صفرځای وټاکی، که دا لاندې معلوم وي.:

$f(-4)=2$ او $f(1)=-4$

شپاړس: د کربنیز تابع f(x) تابع ترم پیداکړی، که باور ولري:

الف ـ $f(1)=7;\ f(-1)=3$ ب ـ $f(a)=0;\ f(0)=a$ پ ـ $f(a)=1;\ f(2a)=-1$

اوه لسم: د میرویس میدان وړوکتون ښوونکي او ښوونکي یا روزونکي د زړه له کومې ،،بریکمن ۱ ،، مارکې چای چښي. اوسنۍ زخیره 1,8 kg چای دی. په ا ونۍ کې 350 g د چې چاینکې لپاره بسیا کوي.

الف ـ د تابع مساوات ولیکئ، کوم چې دا کړنه تشریح کوي.

ب – له کوم وخته د کافي زخیره تمامیږي.

پ – د کافي پسې فرمایش باید ورکړ شي، که د زخیرې کوتئ پاتې فقط 400 g ولري. دا حالت به کله وي؟

ت – د تابع ګراف په یوه مناسب پروتولاړ سیستم وکاږئ.

اتلسم: پښتون او هیواد په یوه د بیارغونې کلینیک کې د روغپال په حیث کار کوي او برابر بنسټمعاش لري. په دې وخت باید دواړه زیات کار وکړي. د میاشتې په اخر کې دواړه معاشونه سره پرتله کوي. دا‌بشتون بې مالليا معاش € 3559 دی او د هیواد € 3223 دی. پښتون په همدې میاشت کې 43 زیات ساعته کار کړی دی، هیواد برعکس فقط 27ساعته زیات کار کړی دی.

بنسټمعاش وشمیرئ او د زیات کار ټولې پیسې.

نولسم: د 80 kg ګني څخه کیدی شي 8,5 kg ګوړه جوړه شي.(د ګني او ګوړې ترمنځ یوه کربنیزه اړیکه نیول (فرض)کیږي). یو فنکشن ترم f (x) ښایي، چې له x کیلوګرام ګني څخه څومره ګوړه لاس ته راځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - فنکشاترم f (x) وټاکی.

ب – وشمیری: $f(100); f(250); f(x) = 25$

پ – د تابع f (x) ګراف وکاږي.

شلم: په یوه ملي اقتصادي مودل کي لګښت ورکړه کربنیز د لاس کي لرلي لاس ته راوړني په واک کي دی.

د یوه € 1000 لاس ته راوړني سره لګښت ورګړه € 900 دی. د یوه € 1800 لاس ته راوړني سره لګښت € 1460 دی.

الف - د لګښت (خوراک) تابعK لپاره یو تابع ترم پیدا کړی.

ب – دلګښت ورکړي جګوالی شمیرې که لاس ته راوړنه € 2500 ,€ 800 همداسي € 4000وي.

پ – د لګښت کچه د معاش هغه برخه ده، چې د لګښت لپاره کارول کیږي یا لګیږي.

معاش: لګښت= د لګښت کچه (Konsumquote = Konsum / Einkommen)

د لګښتکچې او معاش ترمنځ کومې اړیکي شتون لري؟

ت – د معاش زیاتوالی dx دی. د معاش څو په سلو کي د لګښت لپاره لګیږي؟

ټ – د زخیرې زورS د معاش په واکوالي کي کوم تابع یا فنکشن تشریح کوي؟ تابع K او S ګرافیکي انځور کړې . د S صفرځای کوم غوره والی لري؟

یووښتم: فیرما،، بیګ بیوټي(Big Beauty)،، د شوندو قلم ،، امور(Amore)،،

تولیدوي.
دا په تولید کي منځ ته راغلی لګښتK د تولید شوو دانو یا ټوټو په واک کي دی. د x = 100 د انو تولید سره € 385 لګښت منځ ته راځي د 200 = xدانو وتولید سره € 410

(c) ketabton.com: The Digital Library

لګښت منځ ته راځي. د تولید شوو دانو ګڼون یا تعداد او لګښت ترمنځ یوه کرښیزه اړیکه شتون لري.

الف - د لګښت تابع وټاکی.

ب – د x = 140 تولید سره د دانئ قیمت څومره لوي دی؟

پ – د جګ دانو تعداد تولید سره د داني قیمت کوم ارزښت ته هڅیږي یا نږدي کیږي؟

ت – د کوم مقدارx سره د ګټې راتلنه لرو، که د یوې داني شونډو قلم € 5,20 قیمت لاس ته راوړی شو؟

ټ – په یوه پروتولاړ سیستم کواوردینات سیسیتم کې د K(x) اوE(x) ګراف وکاږی.

ځوابونه

کسرونه، ترمونه او کرښیز توابع د ټولګي کار چمتووالي لپاره.

نتیجط او مفصل ځوابونه:

نتیجې:

لومړی:

الف - $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{8}-\frac{1}{10}=\frac{11}{40}$ ب - $\frac{7}{8}-\frac{2}{7}-\frac{1}{4}=\frac{19}{56}$

دویم:

الف - $1\frac{2}{3}\cdot\left(-2\frac{3}{2}\right)=-5\frac{5}{6}$ ب - $4\frac{5}{6}:1\frac{2}{9}=3\frac{21}{22}$

دریم:

الف - $3(3u+4)$ ب - $2(5x-3y-2z)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم:

الف ـ $-6x-43$ ب ـ $21u^2-54uv+24v^2$

پنځم: الف ـ $-5x(u-3v+2z)$ ب ـ $\frac{1}{2}x\left(u-\frac{1}{4}v+\frac{3}{2}z\right)$

شپږم:

الف ـ $\frac{1}{9}a^2+\frac{2}{3}ab+b^2$ ب ـ $\frac{36}{49}m^2-\frac{3}{14}mn+\frac{1}{64}n^2$

پ ـ $m^2+1\frac{1}{2}mn+\frac{9}{16}n^2$ ت ـ $\frac{9}{16}a^2-3a+4$

اوم:

الف ـ $(u+w)^2$ ب ـ $(2x+3y)^2$

پ ـ $(3-8n)^2$ ت ـ $(m+1)^2$

اتم:

الف ـ $f(x)=-\frac{5}{4}x+1$ ب ـ $f(x)=-4x+5$

نهم:

الف ـ

$f(0)=1,5 \quad f(-1,5)=-0,375 \quad f(0,7)=3,375$

$f(\pi)\approx 5,427 \quad f\left(\frac{\pi}{2}\right)\approx 3,463 \quad f(u)=1,25u+1,5$

ب ـ $f(x)=-5$ für $x=-5,2$

پ ـ $f(x)>0$ für $x>-1,2$

ت ـ $f(u+2)-f(u)=2,5$ له u خپلواک دی.

لسم:

الف ـ $P_x\left(-\frac{7}{8}\middle|0\right) \quad P_y(0|-3,5)$

ب ـ $P_x\left(\frac{15}{32}\middle|0\right) \quad P_y\left(0\middle|\frac{5}{4}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

یولسم:

الف – ګرافونه د مفصل حل لاندي وګورئ.

ب ـ $f\left(\sqrt{7}\right) = -1,53557... \approx 1,54$

په دوه لسمیزو راګردیږي، نو P په کربنه پروت دی.

پ – د $t > 0,98$ لپاره $f\left(\sqrt{2t}\right) < 0,6$ باور لري.

دولسم:

الف ـ $f(x) = -\frac{3}{4}x - \frac{5}{4}$ ب ـ $f(x) = \frac{3}{2}x + 1$

پ ـ $f(x) = -x - 2$ ت ـ $f(x) = \frac{1}{3}x$

دیارلسم:

$f\left(\sqrt{2}\right) \approx -0,657 \quad f(0,25) = 4 \quad f(x) = -4x + 5$

څوارلسم:

الف ـ $f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ ب ـ $f(x) = \frac{2}{3}x + 3$

پ ـ $f(x) = -4x + 2$ ت ـ $f(x) = -3x + 6$

ټ ـ $f(x) = -4,5x + 6$ ث ـ $f(x) = 3x - 1,5$

پنځلسم:

$P_x\left(-\frac{7}{3}|0\right) \qquad f(x) = -\frac{6}{5}x - \frac{14}{5}$

شپاړلسم:

الف ـ $f(x) = 2x + 5$ ب ـ $f(x) = -x + a$ پ ـ $f(x) = -\frac{2}{a}x + 3\,;\, a \neq 0$

اووه لسم:

الف – تابع مساوات $f(x) = -0,35x + 1,8$

ب –له پنځه اونیو وروسته نوره کافي نه شته

پ – له څلورو اونیوو فقط نوره 400 g کافي شته دی.

ت ـ ګراف د مفصل حل لاندي دی.

اتلسم: بنسټ معاش 2656 € دی، د زیات ساعتون یوځای 21 € .

(c) ketabton.com: The Digital Library

نولسم: الف - $f(x) = \frac{17}{160}x$

ب –

$$f(100) = 10,625 \qquad f(250) = \frac{425}{16} \approx 26,563 \qquad f(x) = 25 \Leftrightarrow x = \frac{4000}{17} \approx 235,3$$

پ – ګراف په مفصل حل کي ميندل کيږي.

شلم:

الف - $K(x) = 0,7x + 200$

ب - $P_1(800 \mid 760) \qquad P_2(2500 \mid 1950) \qquad P_3(4000 \mid 3000)$

پ -

د لګښت جګوالی	
$\Rightarrow$ Konsumquote $= 0,95 \triangleq 95\%$	معاش ۸۰۰یورو
$\Rightarrow$ Konsumquote $= 0,78 \triangleq 78\%$	معاش ۲۵۰۰ یورو
$\Rightarrow$ Konsumquote $= 0,75 \triangleq 75\%$	معاش۴۰۰۰ یورو

تولیزه اویکي

د لګښت جګوالی= $\text{Konsumquote} = \frac{K(x)}{x} = \frac{0,7x + 200}{x} = 0,7 + \frac{200}{x}$

ت - په 70%د معاش زیاتیدنه د لګښت یا مصرف لپاره ورکولکیږي.

ټ- $S(x) = 0,3x - 200$

د $S(x)$ von صفرځایونه: $S(x) = 0 \Leftrightarrow x = 666,\overline{6}$

د صفرځای معنا:

لومړی له € 666,67 معاش څخه کیدی شي زخیره وشي. په دې مودل کي € 666,67 د شتون مینیموم جوړوي. د موجودیت مینیموم کښته یا لاندې پور شروع کیږي، ځکه چې انسانان له یو څه باید ژوند وکړي. ګراف د مفصل حل لاندې میتدل کیږي.

یووپښتم:

الف - $K(x) = 0,25x + 360$

ب – د 140 دانو تولید وروسته د دانې قیمت € 2,82 دی.

پ - د جګ دانو تعداد سره د دانې قیمت د € 0,25 په لور ځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - د 73 ډېرئ یا ستې د شونډو رنګ خرڅلاو وروسته کټه لاس ته راوړل کیږي یا کیږي.
ټ - ګراف د مفصل حل لاندې میندل کیږي.
ث –

مفصل ځوابونه:

لومړی:

الف –

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{8}-\frac{1}{10}=\frac{1\cdot 20}{2\cdot 20}-\frac{1\cdot 10}{4\cdot 10}+\frac{1\cdot 5}{8\cdot 5}-\frac{1\cdot 4}{10\cdot 4}$$
$$=\frac{20}{40}-\frac{10}{40}+\frac{5}{40}-\frac{4}{40}=\frac{20-10+5-4}{40}=\underline{\underline{\frac{11}{40}}}$$

ب –

$$\frac{7}{8}-\frac{2}{7}-\frac{1}{4}=\frac{7\cdot 7}{8\cdot 7}-\frac{2\cdot 8}{7\cdot 8}-\frac{1\cdot 14}{4\cdot 14}=\frac{49}{56}-\frac{16}{56}-\frac{14}{56}=\underline{\underline{\frac{19}{56}}}$$

دویم:

الف - $1\frac{2}{3}\cdot\left(-2\frac{3}{2}\right)=\frac{5}{3}\cdot\left(-\frac{7}{2}\right)=-\frac{35}{6}=\underline{\underline{-5\frac{5}{6}}}$

ب - $4\frac{5}{6}:1\frac{2}{9}=\frac{29}{6}:\frac{11}{9}=\frac{29\cdot 9}{6\cdot 11}=\frac{29\cdot 3}{2\cdot 11}=\frac{87}{22}=\underline{\underline{3\frac{21}{22}}}$

دریم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف -

$$3u+\left[4-(2u-1)+8u\right]+7=3u+\left[4-2u+1+8u\right]+7$$
$$=3u+4-2u+1+8u+7=3u-2u+8u+4+1+7$$
$$=9u+12=\underline{\underline{3(3u+4)}}$$

ب –

$$6x-\left[9y-(2x+4z)-(2x+3y-8z)\right]=6x-\left[9y-2x-4z-2x-3y+8z\right]$$
$$=6x-9y+2x+4z+2x+3y-8z=6x+2x+2x-9y+3y+4z-8z$$
$$=10x-6y-4z=\underline{\underline{2(5x-3y-2z)}}$$

څلورم:

الف -

$$\frac{1}{2}(2x-4)-5(2x+8)+\frac{1}{4}(12x-4)$$
$$=\frac{1}{2}\cdot 2x-\frac{1}{2}\cdot 4-5\cdot 2x-5\cdot 8+\frac{1}{4}\cdot 12x-\frac{1}{4}\cdot 4$$
$$=x-2-10x-40+3x-1$$
$$=x-10x+3x-2-40-1=\underline{\underline{-6x-43}}$$

ب -

$$(4,2u-2,4v)(5u-10v)=4,2u\cdot 5u-4,2u\cdot 10v-2,4v\cdot 5u+2,4v\cdot 10v$$
$$=21u^2-42uv-12uv+24v^2=\underline{\underline{21u^2-54uv+24v^2}}$$

پنځم:

الف -

$$-5xu+15xv-10xz=-5x\cdot u-5x\cdot(-3v)-5x\cdot 2z=\underline{\underline{-5x(u-3v+2z)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - $\frac{1}{2}xu-\frac{1}{8}xv+\frac{3}{4}xz=\frac{1}{2}x\cdot u+\frac{1}{2}x\cdot\left(-\frac{1}{4}v\right)+\frac{1}{2}x\cdot\frac{3}{2}z=\underline{\underline{\frac{1}{2}x\left(u-\frac{1}{4}v+\frac{3}{2}z\right)}}$

شپږم:

الف - $\left(\frac{1}{3}a+b\right)^2=\left(\frac{1}{3}a\right)^2+2\cdot\frac{1}{3}a\cdot b+b^2=\underline{\underline{\frac{1}{9}a^2+\frac{2}{3}ab+b^2}}$

ب -

$\left(\frac{6}{7}m-\frac{1}{8}n\right)^2=\left(\frac{6}{7}m\right)^2-2\cdot\frac{6}{7}m\cdot\frac{1}{8}n+\left(\frac{1}{8}n\right)^2=\underline{\underline{\frac{36}{49}m^2-\frac{3}{14}mn+\frac{1}{64}n^2}}$

پ –

$\left(m+\frac{3}{4}n\right)^2=m^2+2\cdot m\cdot\frac{3}{4}n+\left(\frac{3}{4}n\right)^2=m^2+\frac{3}{2}mn+\frac{9}{16}n^2=\underline{\underline{m^2+1\frac{1}{2}mn+\frac{9}{16}n^2}}$

ت - $\left(\frac{3}{4}a-2\right)^2=\left(\frac{3}{4}a\right)^2-2\cdot\frac{3}{4}a\cdot 2+2^2=\underline{\underline{\frac{9}{16}a^2-3a+4}}$

اووم: الف - $u^2+2uw+w^2=u^2+2\cdot u\cdot w+w^2=\underline{\underline{(u+w)^2}}$

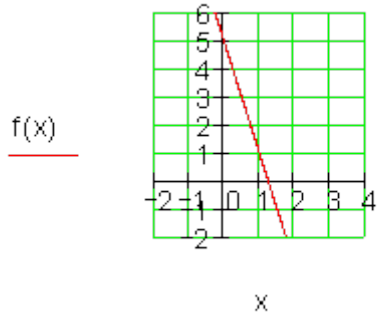
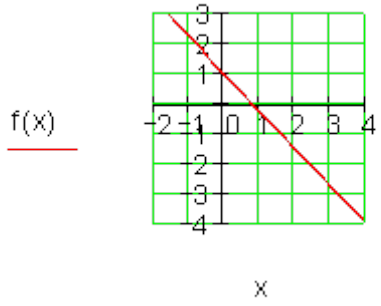
ب - $4x^2+12xy+9y^2=(2x)^2+2\cdot 6x\cdot y+(3y)^2=\underline{\underline{(2x+3y)^2}}$

پ - $9-48n+64n^2=3^2-2\cdot 3\cdot 8n+(8n)^2=\underline{\underline{(3-8n)^2}}$

ت - $m^2+2m+1=m^2+2\cdot m\cdot 1+1^2=\underline{\underline{(m+1)^2}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم:

ب-	الف-
$f(x) = -4x + 5 = -\frac{4}{1}x + 5$	$f(x) = -\frac{5}{4}x + 1$
له $(0 \mid 5)$	له $(0 \mid 1)$
یو یوون یا واحد بنې لور ته	څلور یوونه بنی لور ته
څلور واحده کښته لور ته	پنځه واحده کښته لر ته
	

نهم:

الف – نتیجه په درې ځایونو راګرد شوی: $f(x) = 1,25x + 1,5$

$f(0) = 1,25 \cdot 0 + 1,5 = 1,5$

$f(0,7) = 1,25 \cdot 0,7 + 1,5 = 2,375$

$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1,25 \cdot \frac{\pi}{2} + 1,5 = 3,463$

$f(-1,5) = 1,25 \cdot (-1,5) + 1,5 = -0,375$

$f(\pi) = 1,25 \cdot \pi + 1,5 = 5,427$

$f(u) = 1,25u + 1,5$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب -

$$f(x) = 1,25x + 1,5 = -5 \Rightarrow 1,25x + 1,5 = -5 \Rightarrow x = -5,2$$
$$f(x) = -5 \text{ für } \underline{\underline{x = -5,2}}$$

پ -

$$f(x) = 1,25x + 1,5 > 0$$
$$\Rightarrow 1,25x + 1,5 > 0 \mid -1,5$$
$$\Leftrightarrow 1,25x > -1,5 \mid :1,25$$
$$\Leftrightarrow x > -1,2$$

$$\underline{\underline{f(x) > 0 \text{ für } x > -1,2}}$$

ت –

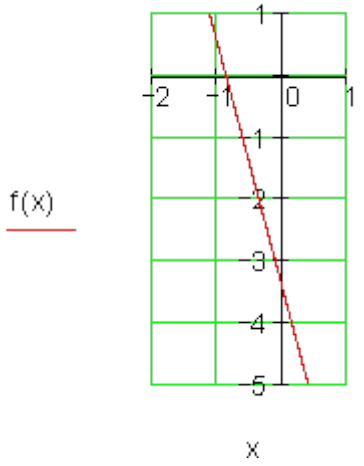
$$f(u+2) = 1,25(u+2) + 1,5 = 1,25u + 2,5 + 1,5$$
$$f(u) = 1,25u + 1,5$$
$$f(u+2) - f(u) = 1,25u + 2,5 + 1,5 - 1,25u - 1,5 = 2,5$$

د u په وان کي يا تابع دی.

لسم:

الف-

$$f(x) = -4x - 3,5$$
$$f(0) = -3,5$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 \mid -3,5)}}$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -4x - 3,5 = 0$$
$$\Rightarrow x = -\frac{7}{8}$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{7}{8} = -0,875 \mid 0\right)}}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

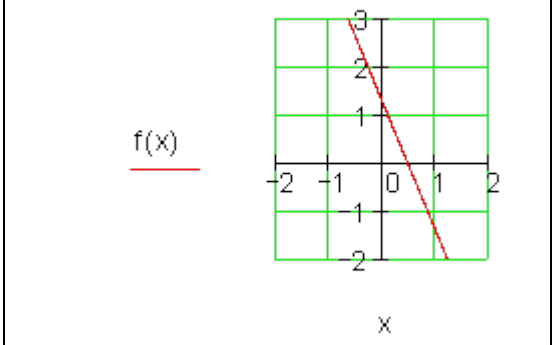
$$f(x)=-\frac{8}{3}x+\frac{5}{4}$$

$$f(0)=\frac{5}{4}\Rightarrow P_y\left(0\,|\,\frac{5}{4}=1,25\right)$$

$$f(x)=0\Leftrightarrow -\frac{8}{3}x+\frac{5}{4}=0$$

$$\Rightarrow x=\frac{15}{32}\Rightarrow P_x\left(\frac{15}{32}\approx 0,47\,|\,0\right)$$

ب-

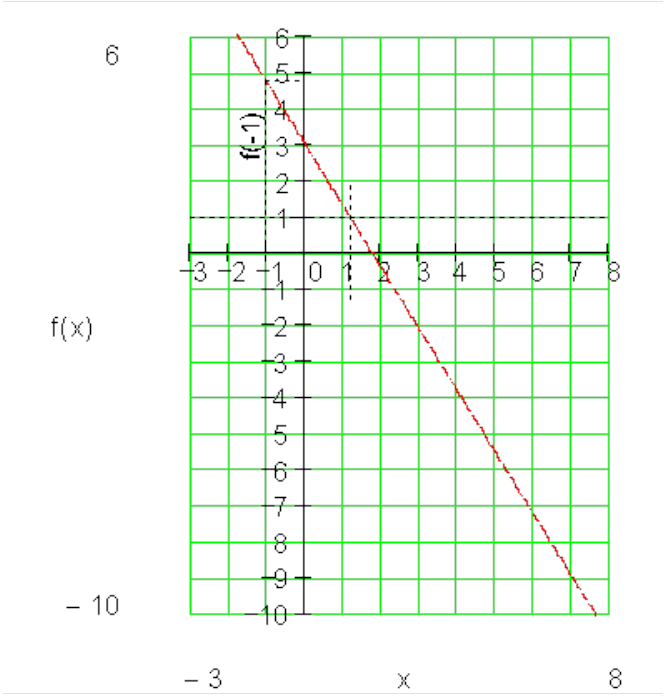


یولسم:

$$f(x)=3-\frac{12}{7}x=-\frac{12}{7}x+3 \qquad f(-1)=-\frac{12}{7}\cdot(-1)+3=4\frac{5}{7}\approx 4,71$$

$$f(7)=-9 \quad f(0)=3$$

الف –



(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

$$f(x) = -\frac{12}{7}x + 3$$

$$P\left(\sqrt{7} \mid -1,54\right): \quad f(\sqrt{7}) = -\frac{12}{7}\cdot\sqrt{7} + 3 = -1,53557\ldots \approx 1,54$$

په دوه لسمیزو راګردیږي، نو P په کربنه پروت دی.

پ-

$$f\left(\sqrt{2t}\right) < 0,6 \Leftrightarrow -\frac{12}{7}\sqrt{2t} + 3 < 0,6 \mid -3 \Leftrightarrow -\frac{12}{7}\sqrt{2t} < -2,4 \mid \cdot 7$$

مربع کونه $\Leftrightarrow -12\cdot\sqrt{2t} < -16,8 \mid :(-12) \Leftrightarrow \sqrt{2t} > 1,4 \mid$

$$\Leftrightarrow 2t > 1,96 \Leftrightarrow t > 0,98$$

د $t>0,98$ لپاره باور لري $\underline{\underline{f\left(\sqrt{2t}\right) < 0,6}}$:

دولسم:

$$a_1 = -\frac{3}{4} \Rightarrow f(x) = -\frac{3}{4}x + a_0$$

الف - $P(1 \mid -2): \quad f(1) = -2 \Leftrightarrow -\frac{3}{4}\cdot 1 + a_0 = -2 \Rightarrow a_0 = -\frac{5}{4} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{3}{4}x - \frac{5}{4}}}$

ب -

$$a_1 = 1,5 = \frac{3}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x + a_0$$

$$P(-1 \mid -0,5): \quad f(-1) = -0,5 \Leftrightarrow \frac{3}{2}(-1) + a_0 = -\frac{1}{2} \Rightarrow a_0 = 1 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{3}{2}x + 1}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_2(0|-2) \Rightarrow a_0 = -2 \quad \Rightarrow f(x) = a_1x - 2$$
$$P_1(2|-4): \quad f(2) = -4 \Leftrightarrow a_1 \cdot 2 - 2 = -4 \Rightarrow a_1 = -1 \quad \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -x - 2}}$$

پ -

ت – کربنه له سرچپني

$$\Rightarrow a_0 = 0 \Rightarrow f(x) = a_1x$$

$$P(-3|-1): \quad f(-3) = -1 \Leftrightarrow a_1 \cdot (-3) = -1 \Rightarrow a_1 = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{1}{3}x}}$$

دیارلسم:

$$f(x) = a_1x + a_0 \quad f(2) = -3 \quad f(0) = 5$$
$$f(0) = 5 \Leftrightarrow a_1 \cdot 0 + a_0 = 5 \Rightarrow a_0 = 5 \Rightarrow f(x) = a_1x + 5$$
$$f(2) = -3 \Leftrightarrow a_1 \cdot 2 + 5 = -3 \Rightarrow a_1 = -4 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -4x + 5}}$$
$$f(0,25) = -4 \cdot 0,25 + 5 = -1 + 5 = \underline{\underline{4}} \qquad f\left(\sqrt{2}\right) = -4 \cdot \sqrt{2} + 5 \approx \underline{\underline{-0,657}}$$

څوارلسم: الف –

$$P_1(-4|2); P_2(2|0) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-2}{2-(-4)} = -\frac{1}{3} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}x + a_0$$
$$P_2(2|0): \quad f(2) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \cdot 2 + a_0 = 0 \Rightarrow a_0 = \frac{2}{3} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}}}$$

ب -

$$P_1(-3|1); P_2\left(1|\frac{11}{3}\right) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\frac{11}{3} - \frac{3}{3}}{1-(-3)} = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{4}{1}} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \Rightarrow f(x) = \frac{2}{3}x + a_0$$
$$P_1(-3|1): \quad f(-3) = 1 \Leftrightarrow \frac{2}{3} \cdot (-3) + a_0 = 1 \Rightarrow a_0 = 3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{2}{3}x + 3}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ -

$$P_1(1|-2);P_2(-2|10)\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{10-(-2)}{-2-1}=\frac{12}{-3}=-4\Rightarrow f(x)=-4x+a_0$$

$$P_1(1|-2):\quad f(1)=-2\Leftrightarrow -4\cdot 1+a_0=-2\Rightarrow a_0=2\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-4x+2}}$$

ت -

$$x=2;\ y=6\Rightarrow P_1(2|0);P_2(0|6)\Rightarrow a_0=6\Rightarrow f(x)=a_1x+6$$

$$P_1(2|0):\quad f(2)=0\Leftrightarrow a_1\cdot 2+6=0\Rightarrow a_1=-3\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-3x+6}}$$

ټ -

$$a_1=-4{,}5\Rightarrow f(x)=-4{,}5x+a_0$$

$$P(2|-3):\quad f(2)=-3\Leftrightarrow -4{,}5\cdot 2+a_0=-3\Rightarrow a_0=6\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-4{,}5x+6}}$$

ث –

$$a_1=3;P(1|1{,}5)\Rightarrow f(x)=3x+a_0$$

$$P(1|1{,}5):\quad f(1)=1{,}5\Leftrightarrow 3\cdot 1+a_0=1{,}5\Rightarrow a_0=-1{,}5\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=3x-1{,}5}}$$

پنځلم:

$$f(-4)=2\Rightarrow P_1(-4|2);f(1)=-4\Rightarrow P_2(1|-4)$$

$$\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-4-2}{1-(-4)}=-\frac{6}{5}\Rightarrow f(x)=-\frac{6}{5}x+a_0$$

$$P_2(1|-4):\quad f(1)=-4\Leftrightarrow -\frac{6}{5}\cdot 1+a_0=-4\Rightarrow a_0=-\frac{14}{5}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{6}{5}x-\frac{14}{5}}}$$

صفرځای:

$$f(x)=0\Leftrightarrow -\frac{6}{5}x-\frac{14}{5}=0\,|\cdot 5\Leftrightarrow -6x-14=0\Rightarrow x=-\frac{7}{3}\Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{7}{3}|0\right)}}$$

شپاړلسم:

الف –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(1)=7 \Rightarrow P_1(1|7);\ f(-1)=3 \Rightarrow P_1(-1|3)$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_1-x_2}=\frac{3-7}{-1-1}=2 \Rightarrow f(x)=2x+a_0$$

$$P_1(1|7):\quad \Rightarrow f(1)=7 \Leftrightarrow 2\cdot 1+a_0=7 \Rightarrow a_0=5 \Rightarrow \underline{\underline{f(x)=2x+5}}$$

ب -

$$f(a)=0 \Rightarrow P_1(a|0);\ f(0)=a \Rightarrow P_2(0|a) \Rightarrow a_0=a \Rightarrow f(x)=a_1x+a$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{a-0}{0-a}=-1 \Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-x+a}}$$

پ -

$$f(a)=1 \Rightarrow P_1(a|1);\ f(2a)=-1 \Rightarrow P_1(2a|-1)$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-1-1}{2a-a}=-\frac{2}{a} \Rightarrow f(x)=-\frac{2}{a}x+a_0$$

$$P_1(a|1):\quad f(a)=1 \Leftrightarrow -\frac{2}{a}\cdot a+a_0=1 \Rightarrow a_0=3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{2}{a}x+3;\ a\neq 0}}$$

اووه لسم:

الف –

اووښتوني یا متحولي: x د اونۍ په معنا

y=f(x) په دې معنا، ې د کافي زخیره په کیلوګرام

$f(x)=a_1x+a_0$ د کربنمساوات یا –برابرون عمومي بڼه

صفراونۍ:	$f(0)=-0,35\cdot 0+1,8=1,8$
لومړۍ اونۍ:	$f(1)=-0,35\cdot 1+1,8=1,45$
دومکه اونۍ:	$f(2)=-0,35\cdot 2+1,8=1,1$
.....	.....
x اونۍ:	$f(x)=-0,35\cdot x+1,8$

د کافي زخیرې کمیدنې لپاره تابعمساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – د کافي زخیره لګښت په دې معنا دی:

$f(x)=0 \Leftrightarrow -0,35x+1,8=0 \mid -1,8$ مساوات دي د x پسې حل شي

$$\Leftrightarrow -0,35x=-1,8 \mid :(-0,35)$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{180}{35}=\frac{36}{7}\approx 5,143$$

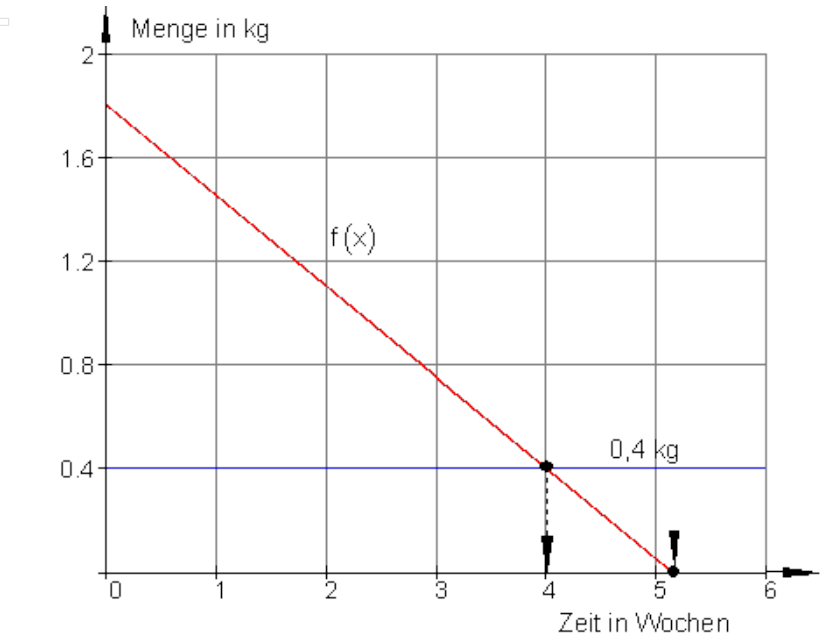
له پنځه اونیو وروسته نوره کافي پاتي نه ده.

پ – فقط 400g کافي نوره پاتي ده په دې معنا، چې:

$$f(x)=0,4 \Leftrightarrow -0,35x+1,8=0,4 \mid -1,8$$
$$\Leftrightarrow -0,35x=-1,4 \mid :(-0,35)$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{140}{35}=\frac{28}{7}=4$$

د څلور اونیو وروسته نوره فقط 400 g کافي پاتي ده.

ت –



(c) ketabton.com: The Digital Library

اتلسم: د زياتو ساعتونو ګڼون يا تعداد: x د بې مالیا ور کړ شوی معاش

f(x)دوه ارزښتجوړې ورکړ شوې دي: $P_1(43|3559)$ او $P_2(27|3223)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3223 - 3559}{27 - 43} = \frac{-336}{-16} = 21 \Rightarrow f(x) = 21x + a_0$$

(a1=د زيات کار غوښه معاش a0=بنسټ معاش)

$$P_1(43|3559) \Rightarrow f(43) = 3559 \Leftrightarrow 21 \cdot 43 + a_0 = 3559$$
$$\Leftrightarrow 903 + a_0 = 3559 \mid -903$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2656$$
$$\Rightarrow f(x) = 21x + 2656$$

بنسټ معاش € 2656 دی، د زيات کار ټول € 21 .

نولسم:

الف – د x محور کيلوګرام ګني y محور کيلوګرام ګني

$f(x) = a_1x + a_0$ که 80 کيلوګرام ګني، نو تري لرو8,5 کيلوګرام ګوړه

$$\Rightarrow P_1(80|8,5)$$

که 0 کيلوګرام ګني، نو تري لرو 0کيلوګرام ګوړه ، نو لاس ته راځي: $P_2(0|0)$

سرچينه ييزه کربنه او تري لاس ته راځي: $a_0 = 0$

جګيدنه يا زياتوالی: $a_1 = \frac{8,5}{80} = \frac{17}{160} \Rightarrow f(x) = \frac{17}{160}x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

$$f(x)=\frac{17}{160}x \Rightarrow f(100)=\frac{17}{160}\cdot 100=10,625$$

$$f(250)=\frac{17}{160}\cdot 250=\frac{425}{16}\approx 26,563$$

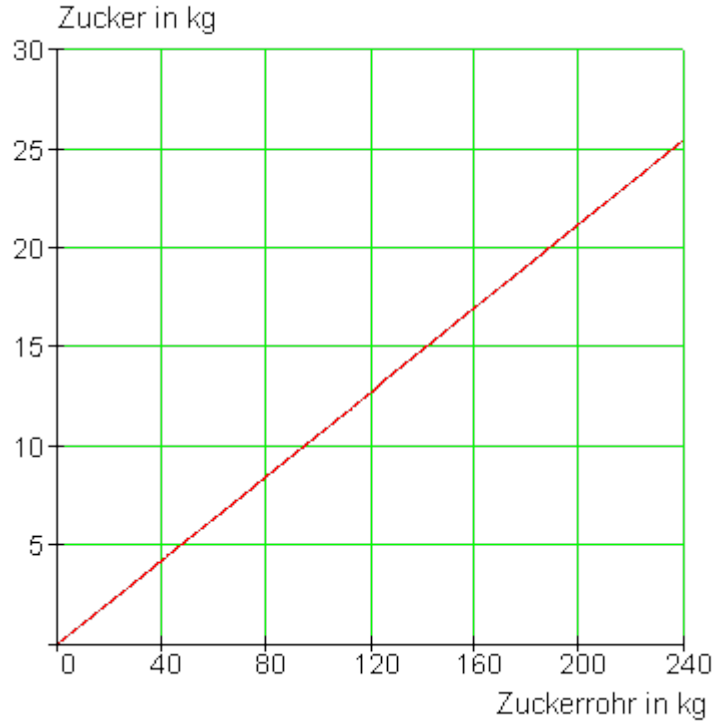
$$f(x)=25 \Leftrightarrow \frac{17}{160}x=25 \mid :\frac{17}{160} \Leftrightarrow x=\frac{4000}{17}\approx 235,3$$

له 100kgګنيو څخه 10,625 ګوړه لاس ته راځي يا ګټل کيږي.

له 250kgګنيو نږدې 26,563kg ګوړه ګټو

د 25kgګوړې لپاره نږدې 235,3kgګنيو ته اړتيا شته.

پ – په ګراف کې: پروت: ګڼي په کيلوګرام. ولاړ: ګوړه په کيلوګرام



(c) ketabton.com: The Digital Library

شلم:

الف –

خپلواک اووښتونې يا متحوله. x =معاش

بلواک يا تابع متحوله K(x)=y = لګښت تاديه کونه(کربنيزه اړيکي)

$$\Rightarrow K(x) = a_1 x + a_0$$

له ورکړشوو شرليطو لرو:

$$P_1(1000 \mid 900)\,;\, P_2(1800 \mid 1460)$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1460 - 900}{1800 - 1000} = \frac{560}{800} = 0,7 \Rightarrow K(x) = 0,7x + a_0$$

$$P_1(1000 \mid 900): \quad K(1000) = 900 \Leftrightarrow 0,7 \cdot 1000 + a_0 = 900 \Rightarrow a_0 = 200$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{K(x) = 0,7x + 200}}$$

ب –

$$K(800) = 0,7 \cdot 800 + 200 = 760 \Rightarrow \underline{\underline{P_1(800 \mid 760)}}$$

$$K(2500) = 0,7 \cdot 2500 + 200 = 1950 \Rightarrow \underline{\underline{P_2(2500 \mid 1950)}}$$

$$K(4000) = 0,7 \cdot 4000 + 200 = 3000 \Rightarrow \underline{\underline{P_3(4000 \mid 3000)}}$$

پ –

$$= \frac{K(x)}{x}$$

= معاش:لګښت=د لګښت ارزښت

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Rightarrow \text{Konsumquote} = \frac{760}{800} = 0,95 \triangleq \underline{\underline{95\%}}$	لاس ته راتګ ۸۰۰
$\Rightarrow \text{Konsumquote} = \frac{1950}{2500} = 0,78 \triangleq \underline{\underline{78\%}}$	لاس ته راتګ
$\Rightarrow \text{Konsumquote} = \frac{3000}{4000} = 0,75 \triangleq \underline{\underline{75\%}}$	لاس ته راتګ

کونزوم کووتي=دلګښت کچه

تولیزه اړیکي

$$\text{Konsumquote} = \frac{K(x)}{x} = \frac{0,7x + 200}{x} = 0,7 + \frac{200}{x}$$

(د لګښت کچه)

یادونه:

که هرڅومره معاش یا د خرڅلاو پیسي جګي شي، همغومره د0,7 لګښت کچه ارزښت ته نږدې کیږي، دا په دې معنا، چې لږ تر لږه د70% په اختیار کي لرلي لاس ته راوړني د لګښت لپاره ورکول کیږي. دا پاتي زخیره کیدی شي.

ت ــ

ایښوونه: زوړ خرڅلاو نوی خرڅلاو د خرڅلاو زیاتیدنه	$x \Rightarrow K(x) = 0,7x + 200$ $x + dx \Rightarrow K(x + dx) = 0,7(x + dx) + 200$ $x + dx - x \Rightarrow K(x + dx) - K(x)$

$$\Leftrightarrow 0,7(x + dx) + 200 - (0,7x + 200) = \underline{\underline{0,7dx}}$$

تړي لا س ته راتلنه : د 70%لاس ته راوړني زیاتوالي یا وده د لګښت پاره ورکول کیږي. دا د K(x) جګوالی ورکوي.

ټ ــ هر څه، چې نه لګیږي زخیره کیږي.

$$S(x) = x - K(x) = x - (0,7x + 200) = \underline{\underline{0,3x - 200}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

یووېشتم:

الف –

$P_1(100\mid 385);\ P_2(200\mid 410);$ ، د لګښت تابع $K(x)=a_1x+a_0$:

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{410-385}{200-100}=0,25\Rightarrow K(x)=0,25x+a_0$$

$$P_1(100\mid 385):\quad K(100)=385\Leftrightarrow 0,25\cdot 100+a_0=385\Rightarrow a_0=360$$

د نرخ تابع لاس ته راځي: $K(x)=0,25x+360$

ب – د 140 دانو قیمت $K(140)=0,25\cdot 140+360=395$

$$=\frac{K(x)}{x}=\frac{K(140)}{140}=\frac{395}{140}=\underline{\underline{2,82}}$$ = داني:قیمت=د داني قیمت(قیمت په دانو وېشل)

د140 دانو تولید سره د داني قیمت € 2,82 دی.

پ –

$$=\frac{K(x)}{x}=\frac{0,25x+360}{x}=0,25+\frac{360}{x}$$ = دااني:قیمت=د داني قیمت

د ډېر لوي دانو تعداد سره ترم 360/x تل کوچنی کیږي، داسي چې د داني قیمت ځان تل و €0,25 ته نږدې کوي.

دا سړی شمیرپوهنیز یا ماتماتیکي داسي لیکي: $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{K(x)}{x}=0,25$

ت – د ګټې ځای په ځایوالی یا برابروالی په دې معنا، چې دا خرڅلاو E(x) دومره لوي دی، لکه لګښت K(x) .

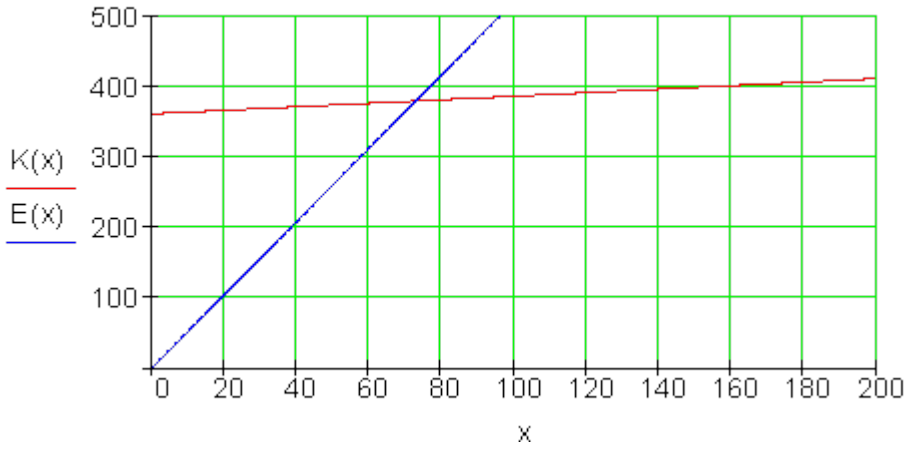
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$E(x) = p \cdot x = 5,2x \quad K(x) = 0,25x + 360$$

$$E(x) = K(x) \Leftrightarrow 5,2x = 0,25x + 360 \Leftrightarrow x = \frac{360}{4,95} \approx \underline{\underline{73}}$$

مګر د 73 شونډو قلمونو خرڅ شوي مقدار کي ګټه کيږي.

ټ –



د کربنیز توابعو د حل ستراتیژي:

زه څنګه مخ ته ځم.....

لومړی حالت: د کربني جګوالیa_1 ، همداسي یو ټکی P_1 څرګند دي او د تابعمساوات شمیرل کيږي.

دویم حالت: دوه ټکي معلوم دي P_1اوP_2 د تابع مساوات شمیرل کيږي.

دریم: د یوې کربني د محور غوڅتکي P_y او P_x معلوم دي او د تابع مساوات دې وشمیرل شي.

څلورم حالت: د دوه کربنو غوڅتکیS دی، چې له هغو د تابع مساوات معلوم دی، وټاکل شي

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم حالت: د کربنې تابع مساوات g(x) ، چې له f(x) سره عمود یا ولاړه ده شمیرل کیږي، کومه چې له ټکي P_1 تیریږي.

شپږم حالت: د یوه شي پوښتنې څخه دې تابعمساوات ولیکل شي.

لومړي حالت ته تلنلار:

د یوې کربنې جګوالی دی: $a_1 = 0,75 = \frac{3}{4}$.

$$f(x) = a_1 x + a_0$$

کربنه دې له ټکي $P_1\left(\begin{array}{c|c} 2 & 4 \\ x & y \end{array}\right)$ تیره شي.

لومړی پل : جګوالی کیږدی $y = f(x) = \frac{3}{4}x + b$

دویم پل: د P_1 کواوردینات یا پروت ولاړسیستم سره a_0 وټاکی.

$$P_1(2|4): \quad y = f(2) = \frac{3}{4} \cdot 2 + a_0 = 4$$

تابعمساوات	
$y = f(x) = \frac{3}{4}x + \frac{5}{2}$	$\frac{3}{4} \cdot 2 + a_0 = 4$
د $P_1(2\|4)$ لپاره	$\Leftrightarrow \quad \frac{3}{2} + a_0 = 4 \quad \mid -\frac{3}{2}$
ټکی ازمایښت	$\Leftrightarrow \quad a_0 = 4 - \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$
$y = f(2) = \frac{3}{4} \cdot 2 + \frac{5}{2} = 4$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم حالت ته تلنلار:

کربنه له ټکو $P_1(-3|2)$ او $P_2(2|4)$ تیریږي.

$$f(x) = a_1x + a_0$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4-2}{2-(-3)} = \frac{2}{5}$$ لومړی پل جګوالی دې وشمیرل شيي

دویم پل: جګوالی کیږدی $$y = f(x) = \frac{2}{5}x + a_0$$

دویم پل: د P_1 یا P_2 کواوردیناتونو سره د a_0 لپاره ارزښت وټاکی.

$$P_2(2|4): \quad y = f(2) = \frac{2}{5}\cdot 2 + a_0 = 4$$

تابعمساوات $y = f(x) = \frac{2}{5}x + \frac{16}{5}$ د ټکي $P_1(-3|2)$ لپاره ازمایښت $y = f(-3) = \frac{2}{5}\cdot(-3) + \frac{16}{5} = 2$	$P_2(2|4): \quad y = f(2) = \frac{2}{5}\cdot 2 + a_0 = 4$ $\frac{2}{5}\cdot 2 + a_0 = 4$ $\Leftrightarrow \frac{4}{5} + a_0 = 4 \quad \mid -\frac{4}{5}$ $\Leftrightarrow a_0 = 4 - \frac{4}{5} = \frac{16}{5}$

دریم حالت ته تلنلار:

تابعمساوات: $$y = f(x) = \frac{2}{5}x + \frac{16}{5}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی پل د y محور سره غوڅټکی وټاکی

$$P_y(0 \mid y_s): \quad y_s = f(0) = \frac{2}{5}\cdot 0 + \frac{16}{5} = \frac{16}{5} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \mid \frac{16}{5}\right)}}$$

دویم پل: د x محور سره غوڅټکی وټاکی

$$P_x(x_s \mid 0): \quad y = f(x_s) = \frac{2}{5}x_s + \frac{16}{5} = 0$$

$$\begin{aligned} & \frac{2}{5}x_s + \frac{16}{5} = 0 \quad \mid -\frac{16}{5} \\ \Leftrightarrow \quad & \frac{2}{5}x_s = -\frac{16}{5} \quad \mid \cdot 5 \\ \Leftrightarrow \quad & 2x_s = -16 \quad \mid : 2 \\ \Leftrightarrow \quad & x_s = \underline{\underline{-8}} \end{aligned}$$

Nullstelle:
$\underline{\underline{P_x(-8 \mid 0)}}$

Punktprobe für $P_x(-8 \mid 0)$

$$y = f(-8) = \frac{2}{5}\cdot(-8) + \frac{16}{5} = 0$$

د المانۍ پښتو: له پورته کښته لور ته: صفرځای، د ... لپاره ټکی ازمایښتلت

څلورم حالت ته تلنلار:

تابع مساوات: $y = f(x) = -\frac{2}{3}x + 4 \quad y = g(x) = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$

دا چې غوڅټکی $S(x_s \mid y_s)$ په دواړو کربنو پروت دی، باید د دواړو مساواتو د غوڅټکي کواوردیناتونه یا پروتولاړ قیمتونه پوره کړي.

$$y_s = -\frac{2}{3}x_s + 4 \ (I) \qquad y_s = \frac{3}{2}x_s - \frac{5}{2} \ (II)$$

دا دوه مساوات دي له متحولو یا اووښتونو x_s او y_s سره.

حل د برابرایښوونې بلنلار سره لاس ته راځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$-\frac{2}{3}x_s + 4 = \frac{3}{2}x_s - \frac{5}{2} \mid -\frac{3}{2}x_s$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x_s - \frac{3}{2}x_s + 4 = -\frac{5}{2} \mid -4$$

$$\Leftrightarrow -\frac{4}{6}x_s - \frac{9}{6}x_s = -\frac{5}{2} - \frac{8}{2}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{13}{6}x_s = -\frac{13}{2} \mid \cdot\left(-\frac{6}{13}\right)$$

$$\Leftrightarrow x_s = \frac{13 \cdot 6}{2 \cdot 13} = 3 \mid \text{ einsetzen in (II)}$$

$$\Rightarrow y_s = \frac{3}{2} \cdot 3 - \frac{5}{2} = \frac{9}{2} - \frac{5}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S(3 \mid 2)}}$$

ازماښت:
$$y_s = -\frac{2}{3} \cdot 3 + 4 = -2 + 4 = 2$$

پنځم حالت ته تلنلار: تابع مساوات: $y = f(x) = 3x - 6$ تکی: $P_1(-3 \mid 3)$

لومړی پل: د $g(x)$ جګوالی وتاکی

د f(x) جګوالی: $f(x): \quad a_{1f} = 3 = \frac{3}{1}$

د g(x) جګوالی: $a_{1g} = -\frac{1}{a_{1f}} = -\frac{1}{3}$

دویم پل: د g(x)جګوالی کیږدی $y = g(x) = -\frac{1}{3}x + a_{0g}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم پل:د P_1 قیمت یا ارزښت سره د a_{0g} لپاره ارزښت وتاکی.

تابعمساوات: $y = g(x) = -\frac{1}{3}x + 2$ د $P_1(-3\mid 3)$ لپاره تکی ازماپښت $y = g(-3) = -\frac{1}{3}\cdot(-3) + 2 = 3$	$P_1(-3\mid 3): \quad y = g(-3) = -\frac{1}{3}\cdot(-3) + a_{0g} = 3$ $-\frac{1}{3}\cdot(-3) + a_{0g} = 3$ $\Leftrightarrow 1 + a_{0g} = 3 \quad \mid -1$ $\Leftrightarrow a_{0g} = 3 - 1 = 2$

شپوم حالت ته تلنلار: دلته تاکلي تلنلار نه شته. د داسي پوښتنو ځواب ډپر تمرین غواړي او زیرکوالی. د دې لپاره دلته منطقي یا سم اندیز فکر وړاندنیونه(فرضیه) ده،چې ټیک ایښوونه پیدا کړو. که لومړی دا ایښوونه پیدا شوي وي، نو کیدی شي،چې پوښتنه تل یو له پورته راوړل شوو تلنلارو سره ځواب یا حل شي.

بیلګه ۱: شینخالی ډریوری بریالی ازموینې له امله له ترور څخه 2510 € بخشش اخلي. د هغې د خیال او خوب موټر 6500 € قیمت لري. دا د میاشتې 210 € زخیره کولای شي. د کوم وخت وروسته دا د موټر پیسې سره یوځای کولای شي؟ ایښوونه ، لکه په بیلګه ۱ کې ښوول کیږي، ده.

لومړی میاشت	$y = 2510 + 210\cdot 1 = 2720$
دویمه میاشت:	$y = 2510 + 210\cdot 2 = 2930$
x میاشت:	$y = 2510 + 210\cdot x$
له دې لاس ته راځي د تابع مساوات:	$y = f(x) = 210x + 2510$

غوښتونې یا د پیداکونې هغه میاشتx ده، چې په هغې کې دا 6500€سره یوځای کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(x|6500): \quad y = f(x) = 210x + 2510 = 6500$$

د مساوات $210x + 2510 = 6500$ حل x=19 ارزښت راکوي.

له 19 میاشتو وروسته دا د موټر لپاره دا پیسې سره یوځای کوي.

بیلګه ۲:

که سپورمۍ د میا شتې 100 دقیقې له ملفون سره تلفون وکړي،€ 18 تادیه کوي یا ورکوي. که ۲۰۰ دقیقې تلفون وکړي، نو باید € 26 ورکړي. بنسټ قیمت څومره دی او یوه دقیقه څومره قیمت لري.

اینبوونه: بنسټقیمت تل باید ورکړ شي. له دې سره دې سره د وخت قیمت راځي. دا قیمت د خبرو د وخت سره متناسب دی

a_1 په دقیقه قیمت	1. Minute: $y = a_1 \cdot 1 + a_0$
a_0بنسټ قیمت	2. Minute: $y = a_1 \cdot 2 + a_0$
	x. Minute: $y = a_1 \cdot x + a_0$

له دې لاس ته راځي : $y = f(x) = a_1x + a_0$

دوه ټکي، چې په دې کربنه پراته دي پیژنو

$$P_1(100|18) \quad P_2(200|26) \Rightarrow$$

له دې لاس ته دویم حالت راځي

$$\Rightarrow y = f(x) = 0{,}08x + 10$$

بنسټ قیمت یا نرخ 10€ دی. د خبرو نرخ په دقیقه 0,08€ دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

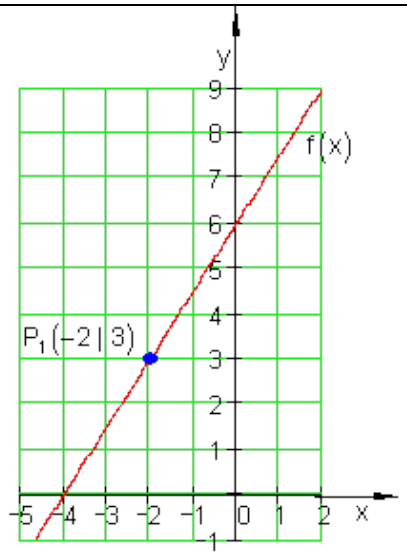
2.2. کربنیز ې توابع د ورکړشوو شرایطو سره

2.2.1.لومړی حالت : د P ټکي څخه تیرې کربنې د a_1 جګوالي سره

بیلګه:

یوه کربنه د a_1 د جګوالي سره د $P_1(x_1 \mid y_1)$ په ټکي کې ځغلي.

د $f(x) = a_1x + a_0$ تابع مساوات دې پیدا شي.



جګوالی: $a_1 = 1,5$ ټکی $P_1(-2 \mid 3)$

وتونمساوات $f(x) = a_1x + a_0$

جګوالی ځای په ځای کړی

$f(x) = 1,5 \cdot x + a_0$

د a_0 لپاره دې ارزښت وشمیرل شي.

د $P_1(-2 \mid 3)$ لپاره ازمایښت

$$f(-2) = 3 \quad \Leftrightarrow \quad 1,5 \cdot (-2) + a_0 = 3$$
$$\Leftrightarrow \quad -3 + a_0 = 3 \mid +3$$
$$\Leftrightarrow \quad a_0 = 6$$

د تابع مساوات $f(x) = 1,5 \cdot x + 6$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ازمايښت:

$$P_1(-2\,|\,3) \Leftrightarrow f(-2) = 3$$
$$f(-2) = 1{,}5\cdot(-2)+6 = -3+6 = 3$$

بيلګه:

د حيواناتو ساتونکی د وښو اوتومات څخه د روځي 7,5 kg خوراک اخلي. دولس روځې، له هغې وروسته چې زيرمه له غذايي موادو ډکه شوې وه، هلته نور 250 kg پاتې دي.

الف - يو تابع مساوات وليکی، چې دا حالت تشريح کړي

ب - په څومره ستې يا ډېرې به دا د وښو زيرمه دولس ورځې د مخه ډکه شوې وي.

حل و الف ته - د x محور: وخت په ورځو

y محور : د وښو زېرمه په کيلوګرام kg .

$$f(x) = -7{,}5x + a_0$$
$$P(12\,|\,250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7{,}5\cdot 12 + a_0 = 250$$
$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250\,|+90$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow f(x) = -7{,}5x + 340$$

حل و ب ته- د ډکيدنې وخت x = 0 دی.

$$\Rightarrow f(0) = -7{,}5\cdot 0 + 340 = 340$$

د وښو شتون زخيره دولس12 ورځې د مخه په 340 kg ډک شوی .
لکه څنګه په لومړي حالت کې چې د يوې کرښې جګوالی او يو ټکی معلوم دي، شمېرنه په همغه ډول د ورکړشوو داتن يا داتا Daten سره مخ ته ځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په داسي حالت کي شميرنه ټوليزه سرته رسيږي. دا مو بيا يو فرمول ته لارښوده وي.

يوه کرښه د a_1 جګوالي سره د $P_1(x_1 \mid y_1)$ ټکي څخه تيريږي.

د کرښمساواتو ټوليز فرمول دی: $f(x) = a_1x + a_0$

$$P_1(x_1 \mid y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1 \Leftrightarrow a_1 \cdot x_1 + a_0 = y_1 \mid -a_1 \cdot x_1 \Leftrightarrow a_0 = y_1 - a_1 \cdot x_1$$
$$\Rightarrow f(x) = a_1 \cdot x + y_1 - a_1 \cdot x_1 = a_1 \cdot x - a_1 \cdot x_1 + y_1 = a_1(x - x_1) + y_1$$
$$f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$$

دا د ټکی ـ جګوالي فرمول هم بلل کيږي.

بيلګه:

$a_1 = -2 ; P_1(-3 \mid 4)$ په $f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$ کي ځا په ځای کړئ

$$f(x) = -2(x - (-3)) + 4 = -2(x + 3) + 4 = -2x - 6 + 4 = \underline{\underline{-2x - 2}}$$

2.2.2.دويم حالت: کرښه له دوه ټکو تيريږي

بيلګه:

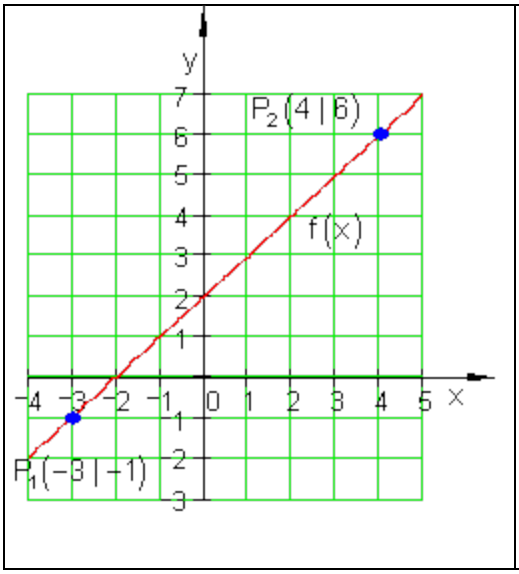
دوه ټکی $P_1(x_1 \mid y_1)$ او $P_2(x_2 \mid y_2)$ په يوه کرښه پراته دي.

د $f(x) = a_1x + a_0$ تابع مساوات غواړو پيداکړو.

$P_1(-3 \mid -1)$ $\quad$ $P_2(4 \mid 6)$

وتونمساوات: $f(x) = a_1x + a_0$

(c) ketabton.com: The Digital Library



د جګوالي ټاکنه:

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-(-1)}{4-(-3)} = \frac{6+1}{4+3} = \frac{7}{7} = 1$$

جګوالی وضعه کړی $f(x) = 1 \cdot x + a_0$ وروسته له دي چې جګيدنه معلومه شوه، دا پوښتنه داسي حل کيږي لکه په لومړي حالت کې.

د ټکو ازمايښت لپاره بې پروا ده چې د دي لپاره کوم ټکي کارول کيږي.، ځکه چې دواړه ټکي به په کرښه پراته وي.

د ټکو ازمايښت د $P_2(4|6)$ يا P_1 لپاره

$$P_2(4|6) \Rightarrow f(4) = 6 \Leftrightarrow 1 \cdot 4 + a_0 = 6 \mid -4 \Leftrightarrow a_0 = 2 \Rightarrow f(x) = x + 2$$

بيلګه:

د فزيک څخه پوهيږو چې د حرارت معلومولو (ګرمی کچونې) لپاره مختلفې د تودوخی سکالا کارول کيږي. د څلزيوس سکالاCelsiusskala او د فارنهايټ سکالا Fahrenheitskala

د دواړو ترمنځ کرښيزې اړيکې موجود دي.

100 ^{0}C برابری دي د 212 ^{0}F سره . 0 ^{0}C برابر د ی په 32 ^{0}F سره.

د يوه تابع مساوات غواړو پيداکړو، چې د هغې په مرسته ^{0}C په ^{0}F اړول کيږي.

خپلواکه متحوله x په ^{0}C او بلواکه يا تابع متحوله y = f(x) په ^{0}F .

جګوالی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{212 - 32}{100 - 0} = \frac{180}{100} = \frac{9}{5} \Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + a_0$$

$$P_1(0 \mid 32) \Rightarrow f(0) = 32 \Leftrightarrow \frac{9}{5} \cdot 0 + a_0 = 32 \Leftrightarrow a_0 = 32$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + 32$$

په بدل شوی تابع x په °C کې کيږدئ نتيجه يې ده.

د بيلګې په ډول:

$$x = 20\,^0C : f(20) = \frac{9}{5} \cdot 20 + 32 = 68 \Rightarrow 20\,^0C \triangleq 68\,^0F$$

د دويم حالت لپاره هم کيدی شي شميرنه په ټوليزه توګه مخ ته بوتلی شی:

دوه ټکی $P_1(x_1 \mid y_1)$ او $P_2(x_2 \mid y_2)$ په يوه کرښه پراته دي.

د مساواتو عمومي بڼه ده:. $f(x) = a_1x + a_0$

جګوالی: $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x + a_0$

$$P_1(x_x \mid y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1 \Leftrightarrow \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 + a_0 =$$

$$, = y_1 \mid -\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 \Leftrightarrow a_0 = y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x + y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 =$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 + y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

دا په دوه ټکو کي د کربنیزرومساواتو یو ټولیزه بڼه ده .

په زیاتو ادبیاتو کي په لاندي ډول ده:

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \; ; x_1 \neq x_2$$ چیرته چې $y = f(x)$ باور لري.

د عملي کاروني لپاره لاندي بڼه مساعده ده:

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

بیلګه:

$P_1(2|-1); P_2(-3|2)$ په $f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$ کي ځای په ځای کړی

$$f(x) = \frac{2-(-1)}{-3-2}(x-2) + (-1) = \frac{2+1}{-5}(x-2) - 1 = -\frac{3}{5}(x-2) - 1 = -\frac{3}{5}x + \frac{6}{5} - \frac{5}{5}$$
$$= -\frac{3}{5}x + \frac{1}{5} \Leftrightarrow f(x) = -\frac{3}{5}x + \frac{1}{5}$$

تمرین:

د ^0F په ^0C باندي شمیرني لپاره یو تابع مساوات ولیکئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.2.3.تمرین: د تابعمساواتو شمیرنه

یو کربنیز مساوات د a_1 جګوالی لري او د P له ټکي تیریږي.

د$f(x)$ تابعمساوات معلوم کړئ او د محورونو قاطع ټکي یا غوښتکي وټاکئ او ګراف یي انځور کړئ

اول - $P(2|-2)$ $a_1=\frac{1}{2}$ دویم - $P(-1|3)$ $a_1=\frac{3}{4}$

دریم - $P(3|-1)$ $a_1=2$ څلورم - $P\left(\frac{3}{2}\middle|4\right)$ $a_1=\frac{4}{5}$

یوه کربنه له ټکو P_1 او P_2 تیریږي.

د$f(x)$ تابع مساوات پیدا کړئ او د محور قاطع ټکي او ګراف رسم کړئ.

پنځم - $P_2(5|4)$ $P_1(2|1)$ شپږم - $P_2(2|3)$ $P_1(-3|-2)$

اوم - $P_2(4|-1)$ $P_1(-2|3)$ اتم - $P_2(3|1)$ $P_1(-4|-1)$

نهم - $P_2(4|-1)$ $P_1\left(-3\middle|\frac{9}{2}\right)$ لسم - $P_2\left(\frac{7}{2}\middle|4\right)$ $P_1(-4|-2)$

2.2.4.د کربنمساواتو ځانګړی حالت:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د x- محور سره غبرګ کربنه:

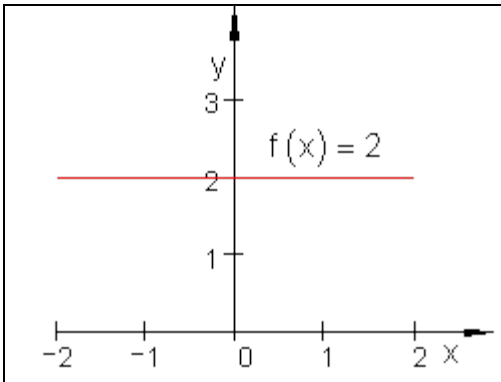
$f(x) = a_0 ; a_0 \in \mathbb{R}$

یو د 0 درجې تام راشنل تابع ده او

ثابته تابع هم بلل کیږي.

x- محور هم یوه ثابته تابع ده د تابع مساوات $f(x) = 0$ سره.

د ثابتې تابع جګوالی تل صفر دی.



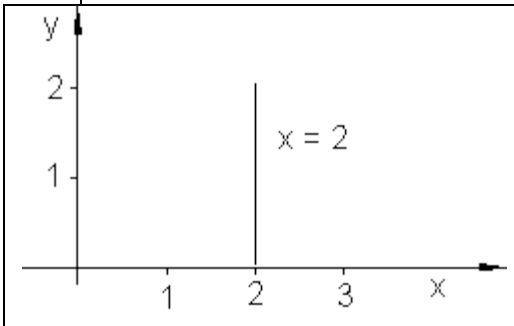
د y- محور سره غبرګه.

$x = a ; a \in \mathbb{R}$

کربنه د محور سره غبرګه (موازي) ځغلي.

دا د یوه تابع مساوات سره نه شي لیکل کیدی، ځکه چې یواځنی تنظیم نه شته یعنې تابع نه ده.

$x = 0$ د y- محور مساوات دي.



بیلګه:

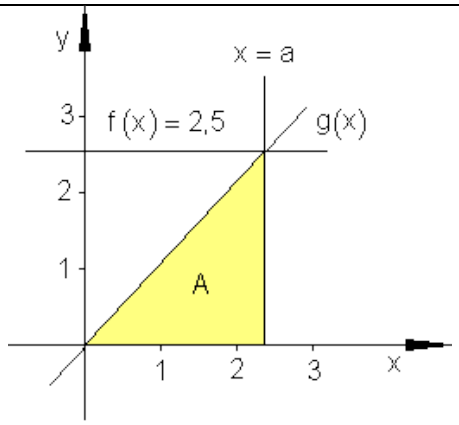
یو $f(x) = 2,5$ ور کړ شوی او y- محور سره موازي دa واټن د $a > 0$ سره.

یوه سرچینییزه کربنه g د $P(a \mid f(x))$ ټکي څخه تیریږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا دx - محور او د y- محور سره غبرګي کربنې سره یو مثلث جوړوي.

a داسي وټاکئ چې سطحه د مثلث د سطحي څلور واحدونه (یوونونهFE) جوړ کړي. د دې حالت لپاره د(g(x تابع مساوات څنګه دي؟



$A = \frac{g \cdot h}{2}$ | د $g = a$ او

سره $h=f(x) = 2,5$

د مثلث سطه $\Rightarrow A = \frac{2,5 \cdot a}{2} = \frac{5}{4}a$ |

$A = 4 \Leftrightarrow \frac{5}{4}a = 4 \mid \cdot \frac{4}{5} \Leftrightarrow a = \frac{16}{5}$

(ځکه چې د سرچینې کربنه
$g(x) = a_1 x \ (a_0 = 0$

د جګېدو له مثلث څخه
$a_1 = \frac{5}{2} : \frac{16}{5} = \frac{25}{32}$

د تابع مساوات : $g(x) = \frac{25}{32}x$

تمرین: د ^0F بدلون شمیرنه په ^0C لپاره د تابع مساوات ولیکئ

حل :

د ^0C اړونه یا بدلون په^0F د متحولي لپاره دا معنا لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

x په ^0F مستقله یا خپلواکه متحوله ده او $y = f(x)$ په ^0C بلواکه یا تابع متحوله ده.

$32\,^0F \triangleq 0\,^0C \Rightarrow P_1(32|0)$ او $212\,^0F \triangleq 100\,^0C \Rightarrow P_1(212|100)$

دا چې د حرارت الو ترمنځ یوه کربنیزه اړیکه پرته ده، نو ټکي P_1 او P_2 په یوه کربنه پراته دي.

د کربني عمومي کربنیزه بڼه په دې ډول ده:. $f(x) = a_1x + a_0$

دلته ضریبونه a_1 او a_0 د ټاکلو دي.

جګوالی: $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{100-0}{212-32} = \frac{100}{180} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{9}x + a_0$

ټکي ازمایښت د $P_1(32|0)$ سره.

$$\Rightarrow f(32) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{9} \cdot 32 + a_0 = 0 \Leftrightarrow \frac{160}{8} + a_0 = 0 \,|-\frac{160}{9} \Leftrightarrow a_0 = -\frac{160}{9}$$

$$\Rightarrow f(x) = f(x) = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9} = \frac{5}{9}(x-32)$$

د ^0F اړوني په ^0C لپاره باور لري. ^0F in ^0C gilt: $f(x) = \frac{5}{9}(x-32)$

x په ^0F او y په ^0C .

د کربنیزو توابعو II د تمرینونو حل

نتیجه او مفصل: له 01 تر 10 .

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی - د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری

$$f(x)=\frac{1}{2}x-3;P_y(0\mid -3);P_x(6\mid 0)$$

دویم – د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری

$$f(x)=\frac{3}{4}x+\frac{15}{4};P_y\left(0\mid \frac{15}{4}\right);P_x(-5\mid 0)$$

دریم – د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری.

$$f(x)=2x-7;P_y(0\mid -7);P_x\left(\frac{7}{2}\mid 0\right)$$

څلورم – د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری.

$$f(x)=\frac{4}{5}x+\frac{14}{5};P_y\left(0\mid \frac{14}{5}\right);P_x\left(-\frac{7}{2}\mid 0\right)$$

پنځم – د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری

$$f(x)=x-1;P_y(0\mid -1);P_x(1\mid 0)$$

شپږم – د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری.

$$f(x)=x+1;P_y(0\mid 1);P_x(-1\mid 0)$$

اوم – د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری.

$$f(x)=-\frac{2}{3}x+\frac{5}{3};P_y\left(0\mid \frac{5}{3}\right);P_x\left(\frac{5}{2}\mid 0\right)$$

اتم – د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=\frac{2}{7}x+\frac{1}{7};P_y\left(0\left|\frac{1}{7}\right.\right);P_x\left(-\frac{1}{2}\left|0\right.\right)$$

نهم – د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری.

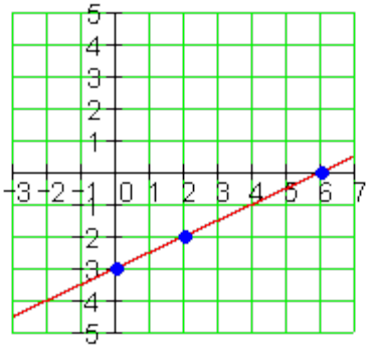
$$f(x)=-\frac{11}{14}x+\frac{15}{7};P_y\left(0\left|\frac{15}{7}\right.\right);P_x\left(\frac{30}{11}\left|0\right.\right)$$

لسم – د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری.

$$f(x)=\frac{4}{5}x+\frac{6}{5};P_y\left(0\left|\frac{6}{5}\right.\right);P_x\left(-\frac{3}{2}\left|0\right.\right)$$

مفصل حلونه:

لومړی:



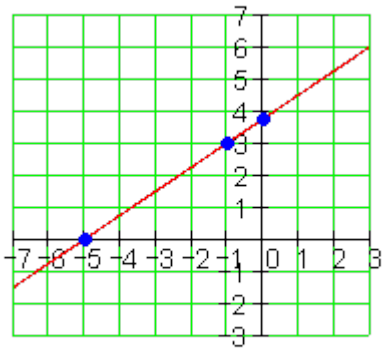
$f(x)=\frac{1}{2}x+a_0$ د $P(2|-2)$ سره

باور لري :

$$f(2)=-2\Leftrightarrow\frac{1}{2}\cdot 2+a_0=-2$$
$$\Leftrightarrow a_0=-3$$
$$f(x)=\frac{1}{2}x-3\Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-3)}}$$
$$f(x)=0\Leftrightarrow\frac{1}{2}x-3=0$$
$$\Leftrightarrow x=6\Rightarrow \underline{\underline{P_x(6|0)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

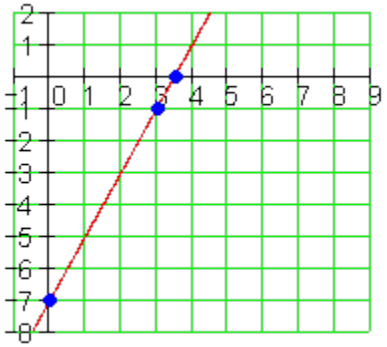
دويم:



$f(x)=\frac{3}{4}x+a_0$ د $P(-1|3)$ سره باور لري :

$$f(-1)=3 \Leftrightarrow \frac{3}{4}\cdot(-1)+a_0=3$$
$$\Leftrightarrow a_0=\frac{15}{4}$$
$$f(x)=\frac{3}{4}x+\frac{15}{4} \Rightarrow P_y\left(0|\frac{15}{4}=3,75\right)$$
$$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x+\frac{15}{4}=0$$
$$\Leftrightarrow x=-5 \Rightarrow P_x(-5|0)$$

دريم:

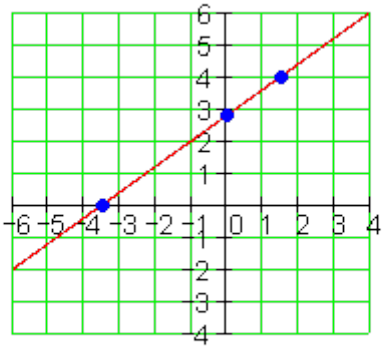


$f(x)=2x+a_0$ د $P(3|-1)$ سره باور لري :

$$f(3)=-1 \Leftrightarrow 2\cdot 3+a_0=-1$$
$$\Leftrightarrow a_0=-7$$
$$f(x)=2x-7 \Rightarrow P_y(0|-7)$$
$$f(x)=0 \Leftrightarrow 2x-7=0$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{7}{2} \Rightarrow P_x\left(\frac{7}{2}=3,5|0\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم:



$f(x)=\frac{4}{5}x+a_0$ د $P\left(\frac{3}{2}\mid 4\right)$ سره باور لري:

$$f\left(\frac{3}{2}\right)=4 \Leftrightarrow \frac{4}{5}\cdot\frac{3}{2}+a_0=4$$

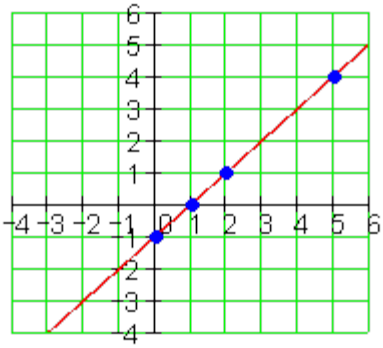
$$\Leftrightarrow a_0=\frac{14}{5}$$

$$\underline{\underline{f(x)=\frac{4}{5}x+\frac{14}{5} \Rightarrow P_y\left(0\mid\frac{14}{5}\right)}}$$

$$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{4}{5}x+\frac{14}{5}=0$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{7}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{7}{2}=-3{,}5\mid 0\right)}}$$

پنځم:



$P_1(2\mid 1)$ $P_2(5\mid 4)$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{4-1}{5-2}=\frac{3}{3}=1$$

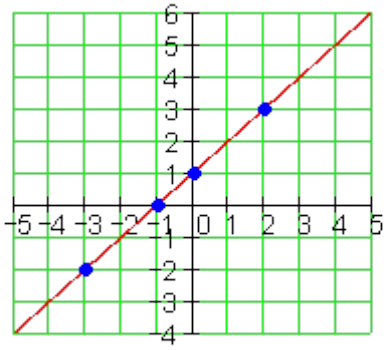
$$f(x)=x+a_0$$

د $P_1(2\mid 1)$ سره باور لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(2)=1 \Leftrightarrow 2+a_0=1$$
$$\Leftrightarrow a_0=-1$$
$$\underline{\underline{f(x)=x-1 \Rightarrow P_y(0|-1)}}$$
$$f(x)=0 \Leftrightarrow x-1=0$$
$$\Leftrightarrow x=1 \Rightarrow \underline{\underline{P_x(1|0)}}$$

شپږم:



$P_1(-3|-2) \qquad P_2(2|3)$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{3-(-2)}{2-(-3)}=\frac{5}{5}=1$$

سره باور لري $P_2(2|3)$ د $f(x)=x+a_0$

$$f(2)=3 \Leftrightarrow 2+a_0=3$$
$$\Leftrightarrow a_0=1$$
$$\underline{\underline{f(x)=x+1 \Rightarrow P_y(0|1)}}$$
$$f(x)=0 \Leftrightarrow x+1=0$$
$$\Leftrightarrow x=-1 \Rightarrow \underline{\underline{P_x(-1|0)}}$$

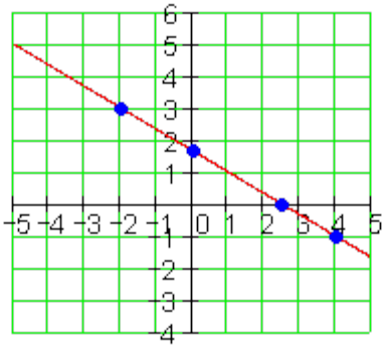
اوم:

$P_1(-2|3) \qquad P_2(4|-1)$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-1-3}{4-(-2)}=-\frac{4}{6}=-\frac{2}{3}$$
$$f(x)=-\frac{2}{3}x+a_0$$

$$f(x)=0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}=0$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{5}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{5}{2}=2,5|0\right)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



د $P_2(4|-1)$ سره باور لري

$$f(4) = -1 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}\cdot 4 + a_0 = -1$$

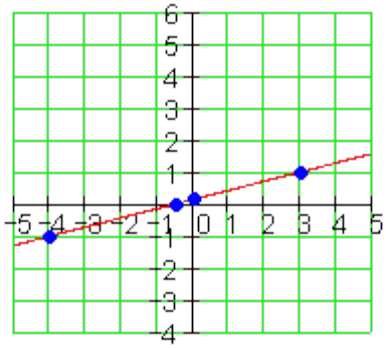
$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{5}{3}$$

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3} \Rightarrow P_y\left(0\left|\frac{5}{3} \approx 1,67\right.\right)$$

اتم:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{7}x + \frac{1}{7} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \Rightarrow P_x\left(-\frac{1}{2} = 0,5\,|\,0\right)$$



$P_1(-4|-1)$ $P_2(3|1)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-(-1)}{3-(-4)} = \frac{2}{7}$$

$$f(x) = \frac{2}{7}x + a_0$$

د $P_2(3|1)$ سره باور لري:

$$f(3) = 1 \Leftrightarrow \frac{2}{7}\cdot 3 + a_0 = 1$$

$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{1}{7}$$

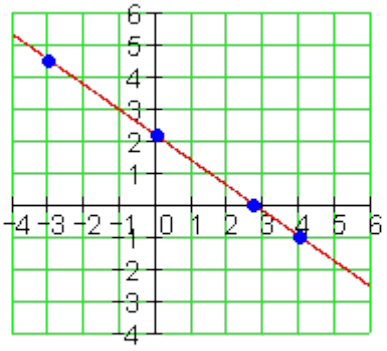
$$f(x) = \frac{2}{7}x + \frac{1}{7} \Rightarrow P_y\left(0\left|\frac{1}{7} \approx 0,14\right.\right)$$

نهم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow -\frac{11}{14}x+\frac{15}{7}=0$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{30}{11} \Rightarrow P_x\left(\frac{30}{11}\approx 2,73\,|\,0\right)$$



$$P_1\left(-3\,|\,\frac{9}{2}\right) \qquad P_2(4\,|\,-1)$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-1-\frac{9}{2}}{4-(-3)}=-\frac{11}{14}$$

$$f(x)=-\frac{11}{14}x+a_0$$

د $P_2(4\,|\,-1)$ سره باور لري:

$$f(4)=-1 \Leftrightarrow -\frac{11}{14}\cdot 4+a_0=-1$$

$$\Leftrightarrow a_0=\frac{15}{7}$$

$$f(x)=-\frac{11}{14}x+\frac{15}{7} \Rightarrow P_y\left(0\,|\,\frac{15}{7}\approx 2,14\right)$$

لسم:

$$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{4}{5}x+\frac{6}{5}=0$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{3}{2} \Rightarrow P_x\left(-\frac{3}{2}=-1,5\,|\,0\right)$$

$$P_1(-4\,|\,-2) \qquad P_2\left(\frac{7}{2}\,|\,4\right)$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{4-(-2)}{\frac{7}{2}-(-4)}=\frac{4}{5}$$

$$f(x)=\frac{4}{5}x+a_0$$

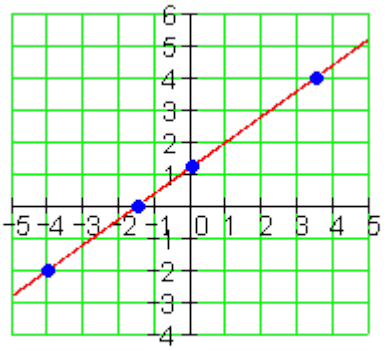
د $P_1(-4\,|\,-2)$ سره باور لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(-4) = -2 \Leftrightarrow \frac{4}{5}\cdot(-4) + a_0 = -2$$

$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{6}{5}$$

$$f(x) = \frac{4}{5}x + \frac{6}{5} \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{6}{5} = 1,2\right)$$



پوښتنې:

کرښيزې توابع III

لومړی: د g کرښو مساوات وټاکئ

الف: $P_1(-4 \mid -2)$ او $P_2(2 \mid 0)$ په g پراته دي،

ب- g په $P_1(-3 \mid 1)$ او $P_2\left(1 \mid \frac{11}{3}\right)$ کې ځغلي

پ- $P_1(1 \mid -2)$ او $P_2(-2 \mid 10)$ په g پراته دي

ت- g محورونه په x = 2 او y = 6 کې غوڅوي(قطع کوي)

ټ-g له (P(-6;1 تيرېږي او له h سره غبرګ دی د $h(x) = -\frac{2}{3}x + 2$ مساوات سره

ث- g جګوالی $a_1 = -4,5$ لري او له P(1;1,5) څخه تيرېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ج- g جګوالی $a_1 = 3$ لري او له P(1;,1,5) څخه تیریږي

چ- g دx محور په x = 3 کې غوڅوي او د hکربنه د h(x) = 4x - 2 سره په x = -1 کې غوڅوي.

دویم: د دوه کربنو g او h کربنیز مساوات پیدا کړئ، چې له ټکی P(3;-2) تیریږي.

دریم: یوه کربنه g د کربنیز تابع f(x) سره پیدا کړئ، چې له ټکوP_1 اوP_2 تیریږي او تابع مساوات وټاکئ.

الف- $P_1(-3|5); P_2(1|2,5)$ ب - $P_1(1,5|3); P_2(3|2,5)$

پ- $P_1(4|0); P_2\left(-1|-\sqrt{2}\right)$ ت - $P_1(k|3); P_2(2k|-1)$

ټ - $P_1(1|0); P_2(-1|k+1)$ ث - $P_1\left(2\sqrt{k}|\sqrt{2k}\right); P_2\left(\sqrt{k}|0\right)$

څلورم: د f(x) کربنیزې تابع مساوات وټاکئ.که معلوم وي:

الف-کربنه د $a_1 = \frac{5}{4}$ جګیدنې سره له P(4;-1) څخه تیریږي.

ب-کربنه له ټکو $P_1(-5|-3)$ او $P_2(0|3)$ څخه تیریږي.

پ-کربنه له P(4,5;2,7) ټکي تیریږي. او د x محور سره °45 مایله ده.

ت-کربنه له P(-1,5;0) تیریږي او دh(x) = 2x+2 سره غبرګه (موازي) ده.

پنځم: کر بنه g و کاږئ او کربنیز مساوات وټاکئ.

الف- $P(3|-1) \in g$ او g دy محور سره غبر؛(موازي) څغلي.

ب- $P(3,5|2,5) \in g$ او g دx محور سره موازي څغلي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ- g له P(-5;1)تېرېږي او د $h(x)=-\frac{1}{2}x+4$ سره موازي ده.

ت- g له $P\left(1|\frac{3}{2}\right)$ تيريږي او د کرښو سره چې له ټکو $P_1(-2|-3)$ او $P_2\left(\frac{3}{2}|-5\right)$ تېرېږي، موازي څغلي.

د کرښيزو توابعو برخه III

مفصل حلونه

لومړی –

الف-

$$P_1(-4|2);P_2(2|0)\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{0-2}{2-(-4)}=-\frac{1}{3}\Rightarrow f(x)=-\frac{1}{3}x+a_0$$

$$P_2(2|0):\quad f(2)=-\frac{1}{3}\cdot 2+a_0=0\Rightarrow a_0=\frac{2}{3}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}}}$$

ب-

$$P_1(-3|1);P_2\left(1|\frac{11}{3}\right)\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{\frac{11}{3}-\frac{3}{3}}{1-(-3)}=\frac{\frac{8}{3}}{\frac{4}{1}}=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}\Rightarrow f(x)=\frac{2}{3}x+a_0$$

$$P_1(-3|1):\quad f(-3)=\frac{2}{3}\cdot(-3)+a_0=1\Rightarrow a_0=3\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=\frac{2}{3}x+3}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ –

$$P_1(1|-2);P_2(-2|10)\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{10-(-2)}{-2-1}=\frac{12}{-3}=-4\Rightarrow f(x)=-4x+a_0$$
$$P_1(1|-2):\quad f(1)=-4\cdot 1+a_0=-2\Rightarrow a_0=2\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-4x+2}}$$

ت –

$$x=2;\ y=6\Rightarrow P_1(2|0);P_2(0|6)\Rightarrow a_0=6\Rightarrow f(x)=a_1x+6$$
$$P_1(2|0):\quad f(2)=a_1\cdot 2+6=0\Rightarrow a_1=-3\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-3x+6}}$$

ټ - $P(-6;1)$ موازي دی او $h(x)=-\frac{2}{3}x+2\Rightarrow a_1=-\frac{2}{3}\Rightarrow f(x)=-\frac{2}{3}x+a_0$ ته

$$P(-6|1):\quad f(-6)=-\frac{2}{3}\cdot(-6)+a_0=1\Rightarrow a_0=-3\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{2}{3}x-3}}$$

ث –

$$a_1=-4,5\Rightarrow f(x)=-4,5x+a_0$$
$$P(2|-3):\quad f(2)=-4,5\cdot 2+a_0=-3\Rightarrow a_0=6\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-4,5x+6}}$$

ج –

$$a_1=3;P(1|1,5)\Rightarrow f(x)=3x+a_0$$
$$P(1|1,5):\quad f(1)=3\cdot 1+a_0=1,5\Rightarrow a_0=-1,5\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=3x-1,5}}$$

چ $x=3\Rightarrow P_1(3|0)\quad P_2(-1|y_2)$

په کرښه د $h(x)=4x-2$ سره پرتي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow y_2 = h(-1) = 4\cdot(-1) - 2 = -6 \Rightarrow P_2(-1\,|\,-6)$$
$$\Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-6-0}{-1-3} = \frac{-6}{-4} = \frac{3}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x + a_0$$
$$P_1(3\,|\,0): \quad f(3) = \frac{3}{2}\cdot 3 + a_0 = 0 \Rightarrow a_0 = -\frac{9}{2} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{3}{2}x - \frac{9}{2}}}$$

دويم –

$$P(3\,|\,-2)\,;\, g(x) = a_{1g}x + a_{0g}\,;\, h(x) = a_{1h}x + a_{0h}$$

دا چې د يوه ټکي څخه په خوښه ډېرې کرښې تيرېدلی شي، جګيدنه په خوښه ټاکل کيدی شي د بيلګې په توګه $a_{1g} = 1$.

$$\Rightarrow g(x) = x + a_{0g}$$

او $a_{1h} = 2 \Rightarrow h(x) = 2x + a_{0h}$

$$P(3\,|\,-2): \quad g(3) = 3 + a_{0g} = -2 \Rightarrow a_{0g} = -5 \Rightarrow \underline{\underline{g(x) = x - 5}}$$
$$h(3) = 2\cdot 3 + a_{0h} = -2 \Rightarrow a_{0h} = -8 \Rightarrow \underline{\underline{h(x) = 2x - 8}}$$

دريم –

الف-

$$P_1(1{,}5\,|\,3)\,;\, P_2(3\,|\,2{,}5) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2{,}5-3}{3-1{,}5} = -0{,}\overline{3} = -\frac{1}{3} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}x + a_0$$
$$P_1(1{,}5\,|\,3) \Rightarrow P_1\left(\frac{3}{2}\,|\,3\right): \quad f\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{2} + a_0 = 3 \Rightarrow a_0 = 3\frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{3}x + 3\frac{1}{2}}}$$

ب – په لاندې کې oder د يا په معنا دی

پ –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_1(-2\,|\,5);\ P_2(1\,|\,2{,}5)\ \text{oder}\ P_2\left(1\,|\,\frac{5}{2}\right)$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{\frac{5}{2}-5}{1-(-3)}=\frac{\frac{5}{2}-\frac{10}{2}}{\frac{4}{1}}=\frac{-\frac{5}{2}}{\frac{4}{1}}=-\frac{5\cdot 1}{2\cdot 4}=-\frac{5}{6}\Rightarrow f(x)=-\frac{5}{8}x+a_0$$

$$P_1(4\,|\,0);\ P_2\left(-1\,|\,-\sqrt{2}\right)$$

$$\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-\sqrt{2}-0}{-1-4}=\frac{-\sqrt{2}}{-5}=\frac{\sqrt{2}}{5}=\frac{1}{5}\sqrt{2}\Rightarrow f(x)=\frac{1}{5}\sqrt{2}x+a_0$$

$$P_1(4\,|\,0):\quad f(4)=\frac{1}{5}\sqrt{2}\cdot 4+a_0=0\Rightarrow a_0=-\frac{4}{5}\sqrt{2}\Rightarrow f(x)=\frac{1}{5}\sqrt{2}x-\frac{4}{5}\sqrt{2}$$

ت –

$$P_1(k\,|\,3);\ P_2(2k\,|\,-1)\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-1-3}{2k-k}=-\frac{4}{k}\Rightarrow f(x)=-\frac{4}{k}x+a_0$$

$$P_1(k\,|\,3):\quad f(k)=-\frac{4}{k}\cdot k+a_0=3\Rightarrow a_0=3+4=7\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{4}{k}x+7}}$$

ټ –

$$P_1(1\,|\,0);\ P_2(-1\,|\,k+1)\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{k+1-0}{-1-1}=-\frac{k+1}{2}\Rightarrow f(x)=-\frac{k+1}{2}x+a_0$$

$$P_1(1\,|\,0):\quad f(1)=-\frac{k+1}{2}\cdot 1+a_0=0\Rightarrow a_0=\frac{k+1}{2}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{k+1}{2}x+\frac{k+1}{2}}}$$

ث –

$$P_1\left(2\sqrt{k}\,|\,\sqrt{2k}\right);\ P_2\left(\sqrt{k}\,|\,0\right)$$

$$\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{0-\sqrt{2k}}{\sqrt{k}-2\sqrt{k}}=\frac{-\sqrt{2k}}{-\sqrt{k}}=\frac{\sqrt{2}\sqrt{k}}{\sqrt{k}}=\sqrt{2}\Rightarrow f(x)=\sqrt{2}x+a_0$$

$$P_2\left(\sqrt{k}\,|\,0\right):\quad f\left(\sqrt{k}\right)=\sqrt{2}\cdot\sqrt{k}+a_0=0\Rightarrow a_0=-\sqrt{2}\cdot\sqrt{k}=-\sqrt{2k}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=\sqrt{2}x-\sqrt{2k}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلورم –

$$P(4|-1);\ a_1=\frac{5}{4}\quad\Rightarrow f(x)=\frac{5}{4}x+a_0$$

$$P(4|-1):\quad f(4)=\frac{5}{4}\cdot 4+a_0=-1\Rightarrow a_0=-6\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=\frac{5}{4}x-6}}$$

الف-

$$P_1(-5|-3);P_2(0|3)\Rightarrow a_0=3$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{3-(-3)}{0-(-5)}=\frac{6}{5}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=\frac{6}{5}x+3}}$$

ب -

$$45^0\triangleq a_1=1\Rightarrow f(x)=x+a_0$$

$$P(4{,}5|2{,}7):\quad f(4{,}5)=4{,}5+a_0=2{,}7\Rightarrow a_0=-1{,}8\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=x-1{,}8}}$$

پ -

ت - موازي و $h(x)=2x+2\Rightarrow a_1=2\Rightarrow f(x)=2x+a_0$ ته

پنځم –

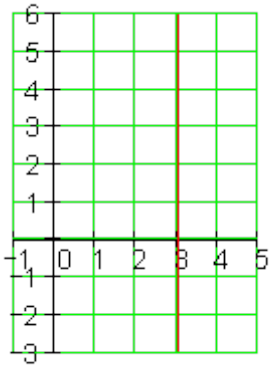
الف-

$P(3|-1)\in g$

کرښه له y محور سره موازي څغلي او مساوات $x=3$ لري.

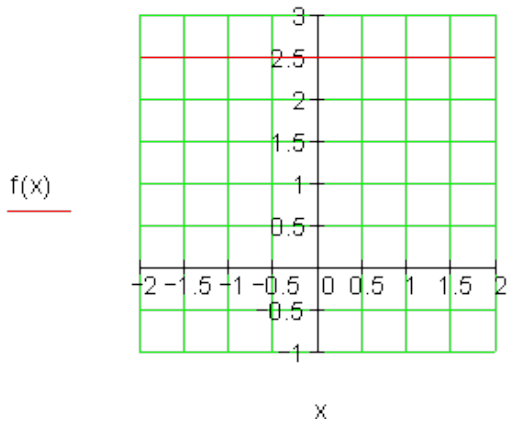
په دې څای کې دا تابع نه ده، ځکه چې د x ارزښت3 لپاره ناپای زيات دy ارزښتونه شته دی.

f(x)

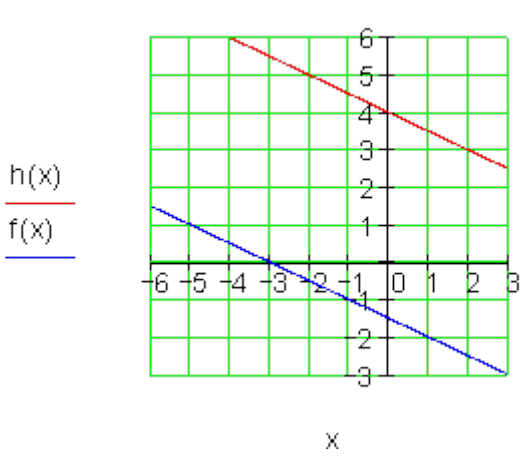


(c) ketabton.com: The Digital Library

ب -

$P(3,5 \mid 2,5) \in g$ کربنه د محور سره غبرګه ځغلي او لاندې مساوات لري: $f(x) = 2,5$ دا دلته تابع ده، ځکه چې هر x ارزښت پورې يو د y ازښت اړه لري.	

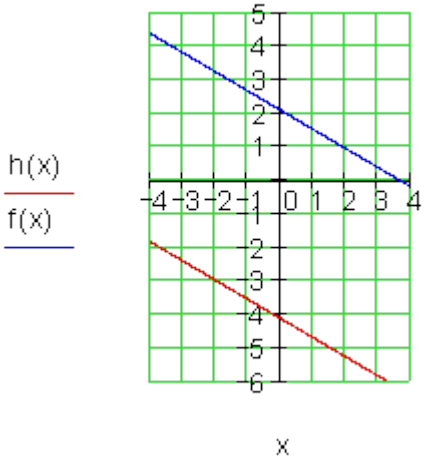
پ -

$h(x) = -\frac{1}{2}x + 4$ غبرګه و ته $\Rightarrow a_1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x + a_0$ $P(-5 \mid 1)$: $\Rightarrow f(-5) = -\frac{1}{2} \cdot (-5) + a_0 = 1$ $\Rightarrow a_0 = -\frac{3}{3} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$	

ت -

(c) ketabton.com: The Digital Library

غبرګ وکربنې h(x) ته دا معنا لري، چې له P1 او P2 ټکو تېريږي، دا معنا لري، چې له $P_1\left(\frac{3}{2}|-5\right)$ او $P_1(-2|-3)$ جګوالی a1 شمېرل کېدی شي.



$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-5-(-3)}{\frac{3}{2}-(-2)}=-\frac{4}{7}$$

$$\Rightarrow f(x)=-\frac{4}{7}x+a_0$$

$$P\left(1|\frac{3}{2}\right):\Rightarrow f(1)=-\frac{4}{7}\cdot 1+a_0=\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow a_0=\frac{19}{14}\Rightarrow f(x)=-\frac{4}{7}x+\frac{19}{14}$$

پوښتنې

کربنیز مساوات VI

لومړی –

د لاندې کربنیزو توابعو ګرافونه و کاږئ او د ارزښت ست یا – ډېرئ W و ټاکئ

الف- $f(x)=-2x+2;\ D=\{x|-3\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب ـ $f(x)=\frac{1}{2}x-\frac{3}{4}; D=\{x|-4\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

پ ـ $f(x)=\frac{3}{4}x-3; D=\{x|-2\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$

ت ـ $f(x)=3x-6; D=\{x|-1\le x\le 3\}_{\mathbb{R}}$

دويم –

ټکی P_1 او P_2 ورکړ شوي، چې په کرښه پراته دي. د f (x) تابعمساوات پيدا کړی او ګراف يې وکاږی

الف ـ $P_1(3\mid 4); P_2(7\mid -1); D=\{x|0\le x\le 7\}_{\mathbb{R}}$

ب ـ $P_1(-8\mid 1); P_2(2\mid -3); D=\{x|-8\le x\le 2\}_{\mathbb{R}}$

پ ـ $P_1(4\mid 3); P_2(-7\mid -1); D=\{x|-7\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

ت ـ $P_1(-4\mid -4); P_2(4\mid 2); D=\{x|-4\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

دريم –

د لاندې مساواتو حلټ يا حلډېری پيداکړی. مساوات چې کسری راشنل ترمونه ولري، بايد د هغو تعريفورشو هم ورکړل شي.

الف ـ $x-5=9$ ب ـ $8+x=25$ پ ـ $x-\frac{2}{3}=\frac{3}{4}$ ت ـ $\frac{5}{9}=x-\frac{1}{3}$

ټ ـ $88=4x-16$ ث ـ $a+bx=3b+a$ ج ـ $8-(x+5)=2$

چ ـ $9+(5-x)=6$ ح = $(x-6)(x+3)=(x-5)(x-2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

خ - $(x+3)(x+7)=(x+2)(x+9)$ څ - $\frac{x}{4}+\frac{5x}{6}+\frac{5}{6}=\frac{x}{2}+x$

ځ - $\frac{3}{2x}+\frac{2}{3x}=\frac{1}{9}+\frac{7}{3x}$ د - $\frac{ax}{b}-\frac{b}{ac}=\frac{a}{bc}-\frac{bx}{a}$ ډ - $\frac{x}{a-b}+\frac{x}{a+b}=a$

ذ- $23a-\{5ax-[9ax+(12a-6ax)]-(3a-8ax)\}-15a=5ax-7a$

څلورم:د لاندې توابعو د محورونو سره د تقاطع ټکي هم پيدا کړی.

الف- $f(x)=2x-7$ ب - $f(x)=-2x+6$ پ - $f(x)=3x-3$

ت - $f(x)=2x+\frac{2}{3}$ ټ - $f(x)=\frac{3}{4}x+2$ ث - $f(x)=-\frac{3}{4}x+\frac{4}{5}$

ج - $f(x)=3,5x+\frac{1}{2}$ چ – $f(x)=-2,5x+2\frac{1}{2}$ ح - $f(x)=1\frac{3}{4}x-3\frac{2}{3}$

پنځم: د يوې کرښې دوه ټکي P_1 او P_2 وركړ شوي د لاندې توابعو له I تر IV لپاروه وټاکی:

I. $P_1(3\mid 4);P_2(7\mid -1);D=\{x\mid -2\le x\le 8\}_{\mathbb{R}}$

II. $P_1(-8\mid 1);P_2(2\mid -3);D=\{x\mid -8\le x\le 2\}_{\mathbb{R}}$

III. $P_1(4\mid 3);P_2(-7\mid -1);D=\{x\mid -8\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

IV. $P_1(4\mid 2);P_2(-4\mid -4);D=\{x\mid -4\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

الف- د جګيدنې ضريب.m

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - د کرښې تابعمساوات پ - دy محور سره د تقاطع ټکی P_y

ت - د تقاطع ټکی P_y د x محور سره ټ - پهW باندې ارزښتډېرې .W

ث - په D کې د تابع ګراف

شپږم: لاندې مساواتسيستمونه حل کړی:

الف- $\begin{cases} 5y-3x=1 \\ x=y+1 \end{cases}$ ب - $\begin{cases} 4x+5y=32 \\ y=5x-11 \end{cases}$ پ - $\begin{cases} 15y-4x=-50 \\ x=y+7 \end{cases}$

ت - $\begin{cases} 3x=y+15 \\ 2y-10=2x \end{cases}$ ټ - $\begin{cases} 2y=2x-40 \\ 3x=10-2y \end{cases}$ ث - $\begin{cases} x+y=a+b \\ x-y=a-b \end{cases}$

حلونه

لاينيز توابع VI

نتيجې او مفصل حلونه

نتيجه. (د ګراف لپاره ،، مفصل حل،، وګورې)

لومړی:

الف - $f(x)=-2x+2;\ D=\{x|-3\le x\le 5\}_{\mathbb{R}} \Rightarrow W=\{y|-8\le y\le 8\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f(x)=\frac{1}{2}x-\frac{3}{4};\ D=\{x|-4\le x\le 4\}_{\mathbb{R}} \Rightarrow W=\left\{y\left|-\frac{11}{4}\le y\le\frac{5}{4}\right.\right\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f(x)=\frac{3}{4}x-3\ \ D=\{x|-2\le x\le 6\}_{\mathbb{R}} \Rightarrow W=\left\{y\left|-\frac{9}{2}\le y\le\frac{3}{2}\right.\right\}_{\mathbb{R}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت ـ $f(x)=3x-6\,;\,D=\{x\,|-1\le x\le 3\}_{\mathbb{R}}\Rightarrow W=\{y\,|-9\le y\le 3\}_{\mathbb{R}}$

دویم:(د ګراف لپاره ،، مفصل حل،، وګوری)

الف ـ $P_1(3\mid 4)\,;\,P_2(7\mid -1)\Rightarrow f(x)=-\frac{5}{4}x+\frac{31}{4}$

ب ـ $P_1(-8\mid 1)\,;\,P_2(2\mid -3)\Rightarrow f(x)=-\frac{2}{5}x-\frac{11}{5}$

پ ـ $P_1(4\mid 3)\,;\,P_2(-7\mid -1)\Rightarrow f(x)=\frac{4}{11}x+\frac{17}{11}$

ت ـ $P_1(-4\mid -4)\,;\,P_2(4\mid 2)\Rightarrow f(x)=\frac{3}{4}x-1$

دریم:

الف ـ $x-5=9\Leftrightarrow \underline{\underline{x=14}}$ ب ـ $8+x=25\Leftrightarrow \underline{\underline{x=17}}$ پ ـ $x-\frac{2}{3}=\frac{3}{4}\Leftrightarrow x=\underline{\underline{\frac{17}{12}}}$

ت ـ $\frac{5}{9}=x-\frac{1}{3}\Leftrightarrow x=\underline{\underline{\frac{8}{9}}}$ ټ ـ $88=4x-16\Leftrightarrow \underline{\underline{x=26}}$

ث ـ $a+bx=3b+a\Leftrightarrow \underline{\underline{x=3}}$ ج ـ $8-(x+5)=2\Leftrightarrow \underline{\underline{x=1}}$

چ ـ $9+(5-x)=6\Leftrightarrow \underline{\underline{x=8}}$ ح ـ $(x-6)(x+3)=(x-5)(x-2)\Leftrightarrow \underline{\underline{x=7}}$

خ ـ $(x+3)(x+7)=(x+2)(x+9)\Leftrightarrow \underline{\underline{x=3}}$ څ ـ

$$\frac{x}{4}+\frac{5x}{6}+\frac{5}{6}=\frac{x}{2}+x$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x=2}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څ –

$$\frac{3}{2x}+\frac{2}{3x}=\frac{1}{9}+\frac{7}{3x}$$
$$\Leftrightarrow x=-\frac{3}{2};\ D=\mathbb{R}^*$$

ج ـ $\frac{ax}{b}-\frac{b}{ac}=\frac{a}{bc}-\frac{bx}{a}$
$\Leftrightarrow \underline{\underline{x=\frac{1}{c}\ \text{mit}\ c\neq 0}}$
$D=\mathbb{R};\ a\neq 0;\ b\neq 0;\ c\neq 0$

چ ـ $\frac{x}{a-b}+\frac{x}{a+b}=a$
$\Leftrightarrow \underline{\underline{x=\frac{a^2-b^2}{2}}}$
$D=\mathbb{R};\ a-b\neq 0;\ a+b\neq 0$

ذ ـ
$$23a-\left\{5ax-\left[9ax+\left(12a-6ax\right)\right]-\left(3a-8ax\right)\right\}-15a=5ax-7a \Leftrightarrow \underline{\underline{x=2}}$$

څلورم:

الف ـ $f(x)=2x-7 \Rightarrow P_y(0\mid -7);\ P_x\left(\frac{7}{2}\mid 0\right)$

ب ـ $f(x)=-2x+6 \Rightarrow P_y(0\mid 6);\ P_x(3\mid 0)$

پ ـ $f(x)=3x-3 \Rightarrow P_y(0\mid -3);\ P_x(1\mid 0)$

ت ـ $f(x)=2x+\frac{2}{3} \Rightarrow P_y\left(0\mid \frac{2}{3}\right);\ P_x\left(-\frac{1}{3}\mid 0\right)$

ټ ـ $f(x)=\frac{3}{4}x+2 \Rightarrow P_y(0\mid 2);\ P_x\left(-\frac{8}{3}\mid 0\right)$

ث ـ

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=-\frac{3}{4}x+\frac{4}{5}\Rightarrow P_y\left(0\left|\frac{4}{5}\right.\right);P_x\left(\frac{16}{15}\left|0\right.\right)$$

ج - $$f(x)=\frac{7}{2}x+\frac{1}{2}\Rightarrow P_y\left(0\left|\frac{1}{2}\right.\right);P_x\left(-\frac{1}{7}\left|0\right.\right)$$

چ - $$f(x)=-\frac{5}{2}x+\frac{5}{2}\Rightarrow P_y\left(0\left|\frac{5}{2}\right.\right);P_x(1\mid 0)$$

ح - $$f(x)=\frac{7}{4}x-\frac{11}{3}\Rightarrow P_y\left(0\left|-\frac{11}{3}\right.\right);P_x\left(\frac{44}{21}\left|0\right.\right)$$

پنځم: نتیجهI الف - $P_1(3\mid 4);P_2(7\mid -1)\Rightarrow a_1=-\frac{5}{4}$ ب - $f(x)=-\frac{5}{4}x+\frac{31}{4}$

پ – $$f(x)=-\frac{5}{4}x+\frac{31}{4}\Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0\left|\frac{31}{4}\right.\right)}}$$

ت – $$f(x)=-\frac{5}{4}x+\frac{31}{4}\Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{31}{5}\left|0\right.\right)}}$$

ټ –
$$f(x)=-\frac{5}{4}x+\frac{31}{4}$$
$$D=\{x\mid -2\le x\le 8\}_{\mathbb{R}}$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{W=\left\{y\mid -\frac{9}{4}\le y\le \frac{41}{4}\right\}_{\mathbb{R}}}}$$

ث- د ګراف لپاره مفصل حل ګوری

پنځم: نتیجهII

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $P_1(-8 \mid 1); P_2(2 \mid -3) \Rightarrow a_1 = -\frac{2}{5}$

ب - $f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}$

پ - $f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5} \Rightarrow P_y\left(0 \mid -\frac{11}{5}\right)$

ت – $f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5} \Rightarrow P_x\left(-\frac{11}{2} \mid 0\right)$

ټ – $f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}$

$D = \{x \mid -8 \le x \le 2\}_{\mathbb{R}}$

$\Rightarrow W = \{y \mid -3 \le y \le 1\}_{\mathbb{R}}$

ث- د ګراف لپاره مفصل حل ګورئ

پنځم: نتيجهIII

الف - $P_1(4 \mid 3); P_2(-7 \mid -1) \Rightarrow a_1 = \frac{4}{11}$

ب - $f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11}$

پ - $f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11} \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{17}{11}\right)$

ت - $f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11} \Rightarrow P_x\left(-\frac{17}{4} \mid 0\right)$

ټ – $f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11}$

$D = \{x \mid -8 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

$\Rightarrow W = \left\{y \mid -\frac{15}{11} \le y \le 3\right\}_{\mathbb{R}}$

ث- د ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم: نتیجهIV

الف - $P_1(4 \mid 2); P_2(-4 \mid -4) \Rightarrow a_1 = \frac{3}{4}$

ب - $f(x) = \frac{3}{4}x - 1$

پ - $f(x) = \frac{3}{4}x - 1 \Rightarrow P_y(0 \mid -1)$

ت - $f(x) = \frac{3}{4}x - 1 \Rightarrow P_x\left(\frac{4}{3} \mid 0\right)$

ټ - $f(x) = \frac{3}{4}x - 1$

$D = \{x \mid -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

$\Rightarrow W = \{y \mid -4 \le y \le 2\}_{\mathbb{R}}$

ث- د ګراف لپاره مفصل حل وګوری

شپږم: نتیجه

الف - $\begin{array}{ll} \text{I} & 5y - 3x = 1 \\ \text{II} & x = y + 1 \end{array} \Rightarrow L = \{(3 \mid 2)\}$

ب - $\begin{array}{ll} \text{I} & 4x + 5y = 32 \\ \text{II} & y = 5x - 11 \end{array} \Rightarrow L = \{(3 \mid 4)\}$

پ - $\begin{array}{ll} \text{I} & 15y - 4x = -50 \\ \text{II} & x = y + 7 \end{array} \Rightarrow L = \{(5 \mid -2)\}$

ت - $\begin{array}{ll} \text{I} & 3x = y + 15 \\ \text{II} & 2y - 10 = 2x \end{array} \Rightarrow L = \{(10 \mid 15)\}$

ټ - $\begin{array}{ll} \text{I} & 2y = 2x - 40 \\ \text{II} & 3x = 10 - 2y \end{array} \Rightarrow L = \{(10 \mid -10)\}$

ث- $\begin{array}{ll} \text{I} & x + y = a + b \\ \text{II} & x - y = a - b \end{array} \Rightarrow L = \{(a \mid b)\}$

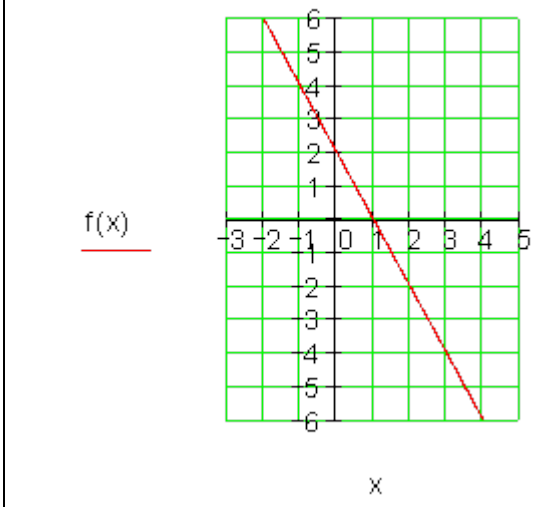
(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل حلونه:

لومړی:

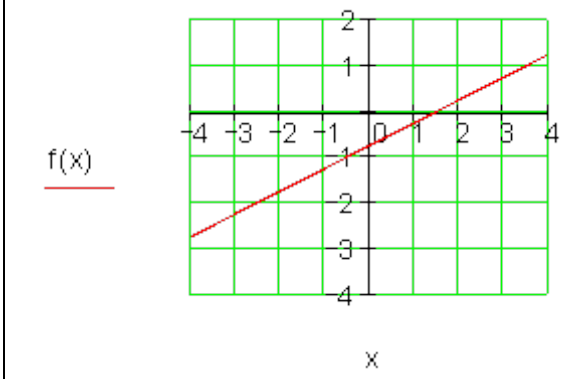
الف-

$$f(x) = -2x + 2$$
$$D = \{x | -3 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$$
$$f(-3) = -2 \cdot (-3) + 2 = 8$$
$$f(5) = -2 \cdot 5 + 2 = -8$$
$$\Rightarrow W = \{y | -8 \le y \le 8\}_{\mathbb{R}}$$



ب-

$$f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$$
$$D = \{x | -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$$
$$f(-4) = \frac{1}{2} \cdot (-4) - \frac{3}{4} = -\frac{11}{4}$$
$$f(4) = \frac{1}{2} \cdot 4 - \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$$
$$\Rightarrow W = \left\{y \middle| -\frac{11}{4} \le y \le \frac{5}{4}\right\}_{\mathbb{R}}$$



پ-

(c) ketabton.com: The Digital Library

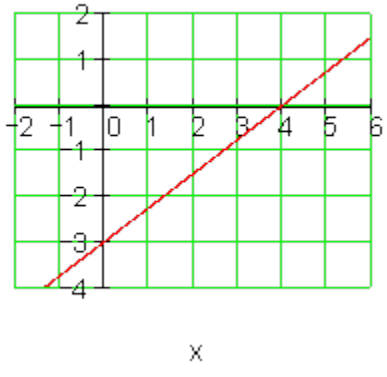
$$f(x)=\frac{3}{4}x-3$$

$$D=\{x\,|-2\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(-2)=\frac{3}{4}\cdot(-2)-3=-\frac{9}{2}$$

$$f(6)=\frac{3}{4}\cdot 6-3=\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow W=\left\{y\,\middle|-\frac{9}{2}\le y\le\frac{3}{2}\right\}_{\mathbb{R}}$$



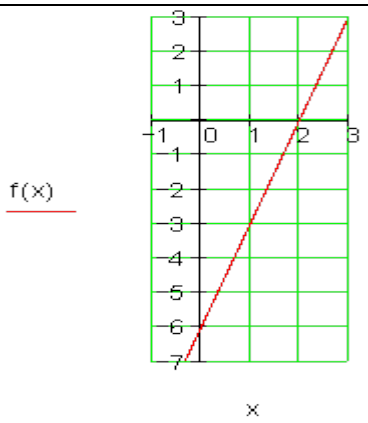
$$f(x)=3x-6$$

$$D=\{x\,|-1\le x\le 3\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(-1)=3\cdot(-1)-6=-9$$

$$f(3)=3\cdot 3-6=3$$

$$\Rightarrow W=\{y\,|-9\le y\le 3\}_{\mathbb{R}}$$



ت-

دوی: الف-

$$P_1(3\,|\,4);P_2(7\,|\,-1)$$

$$D=\{x\,|0\le x\le 7\}_{\mathbb{R}}$$

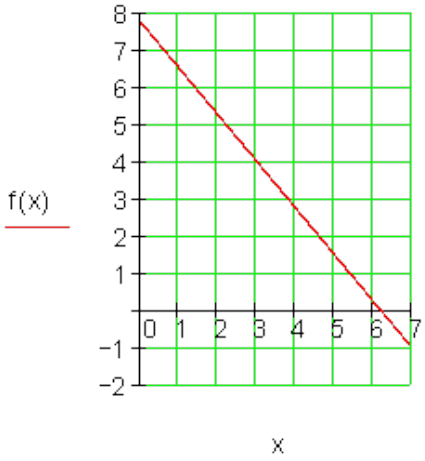
$$f(x)=a_1x+a_0$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-1-4}{7-3}=-\frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow f(x)=-\frac{5}{4}x+a_0$$

$$P_1(3\,|\,4)\Rightarrow f(3)=4$$

$$\Leftrightarrow -\frac{5}{4}\cdot 3+a_0=4\,|+\frac{15}{4}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{31}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4}$$

ب-

$P_1(-8 \mid 1); P_2(2 \mid -3)$

$D = \{x \mid -8 \le x \le 2\}_{\mathbb{R}}$

$f(x) = a_1 x + a_0$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3-1}{2-(-8)} = -\frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{2}{5}x + a_0$$

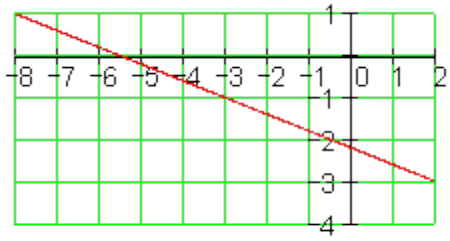
$P_1(2 \mid -3) \Rightarrow f(2) = -3$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{5} \cdot 2 + a_0 = -3 \mid +\frac{4}{5}$$

$$\Leftrightarrow a_0 = -\frac{11}{5}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}$$

f(x)



x

کرښیز ي توابع د وړکړشوو شرایطو سره

پ-

$P_1(4 \mid 3); P_2(-7 \mid -1)$

$D = \{x \mid -7 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

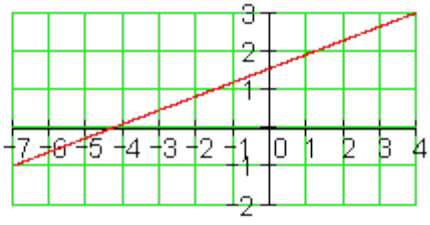
$f(x) = a_1 x + a_0$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-3}{-7-4} = \frac{4}{11}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{4}{11}x + a_0$$

$P_1(4 \mid 3) \Rightarrow f(4) = 3$

f(x)



x

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow \frac{4}{11}\cdot 4+a_0=3\,|-\frac{16}{11}$$
$$\Leftrightarrow a_0=\frac{17}{11}$$
$$\Rightarrow f(x)=\frac{4}{11}x+\frac{17}{11}$$

ت-

$P_1(-4\mid -4);P_2(4\mid 2)$

$D=\{x\mid -4\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

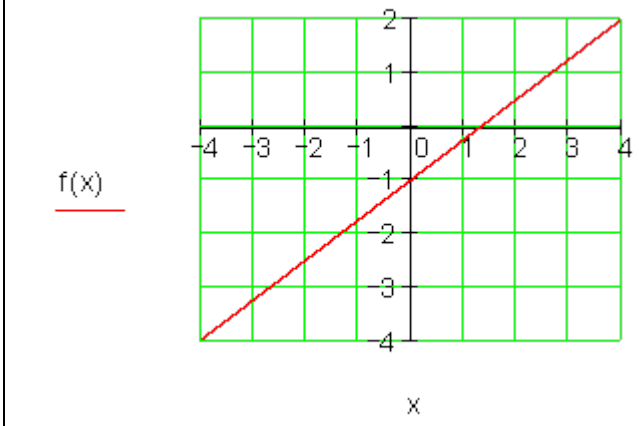
$f(x)=a_1x+a_0$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{2-(-4)}{4-(-4)}=\frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow f(x)=\frac{3}{4}x+a_0$$

$P_1(4\mid 2)\Rightarrow f(4)=2$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4}\cdot 4+a_0=2\,|-3$$
$$\Leftrightarrow a_0=-1$$
$$\Rightarrow f(x)=\frac{3}{4}x-1$$



دريم: الف - $x-5=9\,|+5\Leftrightarrow \underline{\underline{x=14}}$ ب - $8+x=25\,|-8\Leftrightarrow \underline{\underline{x=17}}$

$$x-\frac{2}{3}=\frac{3}{4}\,|+\frac{2}{3}$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{3}{4}+\frac{2}{3}\ \text{HN}=12$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{9}{12}+\frac{8}{12}$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{17}{12}$$

پ -

$$\frac{5}{9}=x-\frac{1}{3}\,|+\frac{1}{3}$$
$$\Leftrightarrow \frac{5}{9}+\frac{1}{3}=x$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{5}{9}+\frac{1}{3}\ \text{HN}=9$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{5}{9}+\frac{3}{9}\Leftrightarrow \underline{\underline{x=\frac{8}{9}}}$$

ت -

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت -
$$88 = 4x - 16 \mid +16$$
$$\Leftrightarrow 104 = 4x \mid : 4$$
$$\Leftrightarrow 26 = x \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 26}}$$

ث-
$$a + bx = 3b + a \mid -a$$
$$\Leftrightarrow bx = 3b \mid : b$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}}$$

ج -
$$8 - (x + 5) = 2$$
$$\Leftrightarrow 8 - x - 5 = 2$$
$$\Leftrightarrow 3 - x = 2 \mid -3$$
$$\Leftrightarrow -x = -1 \mid \cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 1}}$$

چ -
$$9 + (5 - x) = 6$$
$$\Leftrightarrow 9 + 5 - x = 6$$
$$\Leftrightarrow 14 - x = 6 \mid -14$$
$$\Leftrightarrow -x = -8 \mid \cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 8}}$$

ح -
$$(x - 6)(x + 3) = (x - 5)(x - 2)$$
$$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 6x - 18 = x^2 - 2x - 5x + 10$$
$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 18 = x^2 - 7x + 10 \mid -x^2$$
$$\Leftrightarrow -3x - 18 = -7x + 10 \mid +7x$$
$$\Leftrightarrow 4x - 18 = 10 \mid +18$$
$$\Leftrightarrow 4x = 28 \mid : 4$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 7}}$$

خ -
$$(x + 3)(x + 7) = (x + 2)(x + 9)$$
$$\Leftrightarrow x^2 + 7x + 3x + 21 = x^2 + 9x + 2x + 18$$
$$\Leftrightarrow x^2 + 10x + 21 = x^2 + 11x + 18 \mid -x^2$$
$$\Leftrightarrow 10x + 21 = 11x + 18 \mid -11x$$
$$\Leftrightarrow -x + 21 = 18 \mid -21$$
$$\Leftrightarrow -x = -3 \mid \cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}}$$

څ –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{x}{4}+\frac{5x}{6}+\frac{5}{6}=\frac{x}{2}+x \quad HN=12$$
$$\Leftrightarrow \frac{3x}{12}+\frac{10x}{12}+\frac{10}{12}=\frac{6x}{12}+\frac{12x}{12} \mid \cdot 12$$
$$\Leftrightarrow 3x+10x+10=6x+12x$$
$$\Leftrightarrow 13x+10=18x \mid -18x$$
$$\Leftrightarrow -5x+10=0 \mid -10$$
$$\Leftrightarrow -5x=-10 \mid :5$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x=2}}$$

$$\frac{3}{2x}+\frac{2}{3x}=\frac{1}{9}+\frac{7}{3x} \quad HN=18x$$
$$\Leftrightarrow \frac{27}{18x}+\frac{12}{18x}=\frac{2x}{18x}+\frac{42}{18x} \mid \cdot 18x$$
$$\Leftrightarrow 27+12=2x+42$$
$$\Leftrightarrow 2x+42=27+12 \mid -42$$
$$\Leftrightarrow 2x=-3 \mid :2$$
$$\Leftrightarrow x=-\frac{3}{2}; D=\mathbb{R}^*$$

څ –

$$\frac{ax}{b}-\frac{b}{ac}=\frac{a}{bc}-\frac{bx}{a} \quad HN=abc$$
$$\Leftrightarrow \frac{a^2cx}{abc}-\frac{b^2}{abc}=\frac{a^2}{abc}-\frac{b^2cx}{abc} \mid \cdot abc$$
$$\Leftrightarrow a^2cx-b^2=a^2-b^2cx \mid +b^2cx$$
$$\Leftrightarrow a^2cx+b^2cx-b^2=a^2 \mid +b^2$$
$$\Leftrightarrow a^2cx+b^2cx=a^2+b^2$$
$$\Leftrightarrow cx\left(a^2+b^2\right)=a^2+b^2 \mid :\left(a^2+b^2\right)$$
$$\Leftrightarrow cx=1 \mid c$$

د –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Leftrightarrow x = \underline{\underline{\frac{1}{c}}}$ د $c \neq 0$ سره

$$D = \mathbb{R};\ a \neq 0;\ b \neq 0;\ c \neq 0$$

ډ –

$$\frac{x}{a-b} + \frac{x}{a+b} = a \quad HN = (a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$
$$\Leftrightarrow \frac{x(a+b)}{a^2-b^2} + \frac{x(a-b)}{a^2-b^2} = \frac{a\left(a^2-b^2\right)}{a^2-b^2} \mid \cdot \left(a^2-b^2\right)$$
$$\Leftrightarrow x(a+b) + x(a-b) = a\left(a^2-b^2\right)$$
$$\Leftrightarrow x\left[(a+b)+(a-b)\right] = a\left(a^2-b^2\right)$$
$$\Leftrightarrow x(a+b+a-b) = a\left(a^2-b^2\right)$$
$$\Leftrightarrow x \cdot 2a = a\left(a^2-b^2\right) \mid : 2a$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = \frac{a^2-b^2}{2}}}$$
$$D = \mathbb{R};\ a-b \neq 0;\ a+b \neq 0$$

ذ -

$$23a - \left\{5ax - \left[9ax + (12a - 6ax)\right] - (3a - 8ax)\right\} - 15a = 5ax - 7a$$
$$\Leftrightarrow 23a - \left\{5ax - \left[9ax + 12a - 6ax\right] - 3a + 8ax\right\} - 15a = 5ax - 7a$$
$$\Leftrightarrow 23a - \left\{5ax - 9ax - 12a + 6ax - 3a + 8ax\right\} - 15a = 5ax - 7a$$
$$\Leftrightarrow 23a - \left\{10ax - 15a\right\} - 15a = 5ax - 7a \Leftrightarrow 23a - 10ax + \cancel{15a} - \cancel{15a} = 5ax - 7a$$
$$\Leftrightarrow 23a - 10ax = 5ax - 7a \mid -5ax \Leftrightarrow 23a - 15ax = -7a \mid -23a$$
$$\Leftrightarrow -15ax = -30a \mid : (-15a) \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلورم:

الف –

$$f(x)=2x-7 \Rightarrow P_y(0\mid -7)$$
$$f(x)=0 \Leftrightarrow 2x-7=0\mid +7 \Leftrightarrow 2x=7\mid :2 \Leftrightarrow x=\frac{7}{2} \Rightarrow P_x\left(\frac{7}{2}\,\middle|\,0\right)$$

ب –

$$f(x)=-2x+6 \Rightarrow P_y(0\mid 6)$$
$$f(x)=0 \Leftrightarrow -2x+6=0\mid -6 \Leftrightarrow -2x=-6\mid :(-2) \Leftrightarrow x=3 \Rightarrow P_x(3\mid 0)$$

پ –

$$f(x)=3x-3 \Rightarrow P_y(0\mid -3)$$
$$f(x)=0 \Leftrightarrow 3x-3=0\mid +3 \Leftrightarrow 3x=3\mid :3 \Leftrightarrow x=1 \Rightarrow P_x(1\mid 0)$$

ت –

$$f(x)=2x+\frac{2}{3} \Rightarrow P_y\left(0\,\middle|\,\frac{2}{3}\right)$$
$$f(x)=0 \Leftrightarrow 2x+\frac{2}{3}=0\mid -\frac{2}{3} \Leftrightarrow 2x=-\frac{2}{3}\mid :2 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{3} \Rightarrow P_x\left(-\frac{1}{3}\,\middle|\,0\right)$$

ټ –

$$f(x)=\frac{3}{4}x+2 \Rightarrow P_y(0\mid 2)$$
$$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x+2=0\mid -2 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x=-2\mid \cdot\frac{4}{3} \Leftrightarrow x=-\frac{8}{3} \Rightarrow P_x\left(-\frac{8}{3}\,\middle|\,0\right)$$

ث-

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=-\frac{3}{4}x+\frac{4}{5}\Rightarrow P_y\left(0\,\middle|\,\frac{4}{5}\right)$$

$$f(x)=0\Leftrightarrow -\frac{3}{4}x+\frac{4}{5}=0\,|-\frac{4}{5}\Leftrightarrow -\frac{3}{4}x=-\frac{4}{5}\,|\cdot\left(-\frac{4}{3}\right)\Leftrightarrow x=\frac{16}{15}\Rightarrow P_x\left(\frac{16}{15}\,\middle|\,0\right)$$

ج –

$$f(x)=\frac{7}{2}x+\frac{1}{2}\Rightarrow P_y\left(0\,\middle|\,\frac{1}{2}\right)$$

$$f(x)=0\Leftrightarrow \frac{7}{2}x+\frac{1}{2}=0\,|-\frac{1}{2}\Leftrightarrow \frac{7}{2}x=-\frac{1}{2}\,|\cdot\frac{2}{7}\Leftrightarrow x=-\frac{1}{7}\Rightarrow P_x\left(-\frac{1}{7}\,\middle|\,0\right)$$

چ -

$$f(x)=-\frac{5}{2}x+\frac{5}{2}\Rightarrow P_y\left(0\,\middle|\,\frac{5}{2}\right)$$

$$f(x)=0\Leftrightarrow -\frac{5}{2}x+\frac{5}{2}=0\,|-\frac{5}{2}\Leftrightarrow -\frac{5}{2}x=-\frac{5}{2}\,|\cdot\left(-\frac{2}{5}\right)\Leftrightarrow x=1\Rightarrow P_x(1\,|\,0)$$

ح –

$$f(x)=\frac{7}{4}x-\frac{11}{3}\Rightarrow P_y\left(0\,\middle|\,-\frac{11}{3}\right)$$

$$f(x)=0\Leftrightarrow \frac{7}{4}x-\frac{11}{3}=0\,|+\frac{11}{3}\Leftrightarrow \frac{7}{4}x=\frac{11}{3}\,|\cdot\frac{4}{7}\Leftrightarrow x=\frac{44}{21}\Rightarrow P_x\left(\frac{44}{21}\,\middle|\,0\right)$$

پنځم: مفصل حل

الف –

$$P_1(3\,|\,4);P_2(7\,|\,-1)\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-1-4}{7-3}=\underline{\underline{-\frac{5}{4}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب ـ $f(x)=a_1x+a_0$ د $a_1=-\frac{5}{4}$ سره له (a لرو $f(x)=-\frac{5}{4}x+a_0$

$$P_1(3\mid 4)\Rightarrow f(3)=4\Leftrightarrow -\frac{5}{4}\cdot 3+a_0=4\mid +\frac{15}{4}\Leftrightarrow a_0=\frac{31}{4}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{5}{4}x+\frac{31}{4}}}$$

پ ـ $$\underline{\underline{f(x)=-\frac{5}{4}x+\frac{31}{4}\Rightarrow P_y\left(0\mid\frac{31}{4}\right)}}$$

ت ـ

$$f(x)=-\frac{5}{4}x+\frac{31}{4}$$

$$f(x)=0\Leftrightarrow -\frac{5}{4}x+\frac{31}{4}=0\mid -\frac{31}{4}\Leftrightarrow -\frac{5}{4}x=-\frac{31}{4}\mid\cdot\left(-\frac{4}{5}\right)$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{31}{5}\Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{31}{5}\mid 0\right)}}$$

ټ ـ

$$f(x)=-\frac{5}{4}x+\frac{31}{4}$$

$$D=\{x\mid -2\le x\le 8\}_{\mathbb{R}}$$

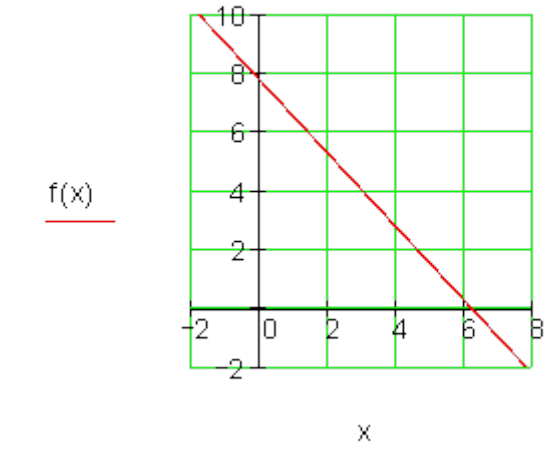
$$f(-2)=-\frac{5}{4}\cdot(-2)+\frac{31}{4}=\frac{41}{4}$$

$$f(7)=-\frac{5}{4}\cdot 8+\frac{31}{4}=-\frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{W=\left\{y\mid -\frac{9}{4}\le y\le\frac{41}{4}\right\}_{\mathbb{R}}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ث-



پنځم II:مفصل حل

الف –

$$P_1(-8\mid 1);P_2(2\mid -3)\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-3-1}{2-(-8)}=\frac{-4}{10}=\underline{\underline{-\frac{2}{5}}}$$

ب – $f(x)=a_1x+a_0$ د $a_1=-\frac{2}{5}$ سره له (a دی $f(x)=-\frac{2}{5}x+a_0$

$$P_2(2\mid -3)\Rightarrow f(2)=-3\Leftrightarrow -\frac{2}{5}\cdot 2+a_0=-3\mid +\frac{4}{5}\Leftrightarrow a_0=-\frac{11}{5}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{2}{5}x-\frac{11}{5}}}$$

پ –

$$f(x)=-\frac{2}{5}x-\frac{11}{5}\Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0\;\middle|\;-\frac{11}{5}\right)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت –

$$f(x)=-\frac{2}{5}x-\frac{11}{5}$$

$$f(x)=0\Leftrightarrow -\frac{2}{5}x-\frac{11}{5}=0\,|+\frac{11}{5}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{5}x=\frac{11}{5}\,|\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)\Leftrightarrow x=-\frac{11}{2}\Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{11}{2}\,\middle|\,0\right)}}$$

$$f(x)=-\frac{2}{5}x-\frac{11}{5}$$

$$D=\{x\,|-8\le x\le 2\}_{\mathbb{R}}$$

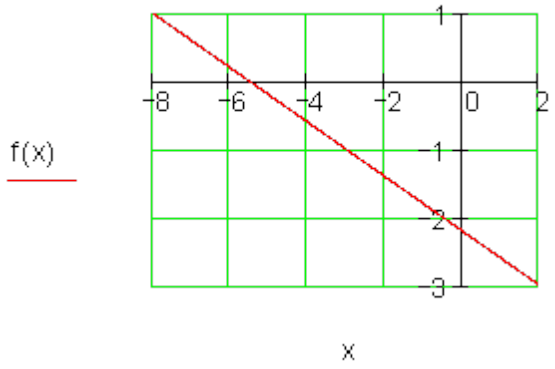
$$f(-8)=-\frac{2}{5}\cdot(-8)-\frac{11}{5}=1$$

$$f(2)=-\frac{2}{5}\cdot 2-\frac{11}{5}=-3$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{W=\{y\,|-3\le y\le 1\}_{\mathbb{R}}}}$$

ت -

ث-



پنځم III: مفصل حل

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف -
$$P_1(4\mid 3);P_2(-7\mid -1)\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-1-3}{-7-4}=\frac{-4}{-11}=\underline{\underline{\frac{4}{11}}}$$

ب – $f(x)=a_1x+a_0$ د $a_1=\frac{4}{11}$ سره له (a څخه لرو: $f(x)=\frac{4}{11}x+a_0$

$$P_1(4\mid 3)\Rightarrow f(4)=3\Leftrightarrow \frac{4}{11}\cdot 4+a_0=3\mid -\frac{16}{11}\Leftrightarrow a_0=\frac{17}{11}$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=\frac{4}{11}x+\frac{17}{11}}}$$

پ –
$$f(x)=\frac{4}{11}x+\frac{17}{11}\Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0\;\middle|\;\frac{17}{11}\right)}}$$

ت –
$$P_2(2\mid -3)\Rightarrow f(2)=-3\Leftrightarrow -\frac{2}{5}\cdot 2+a_0=-3\mid +\frac{4}{5}\Leftrightarrow a_0=-\frac{11}{5}$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{2}{5}x-\frac{11}{5}}}$$

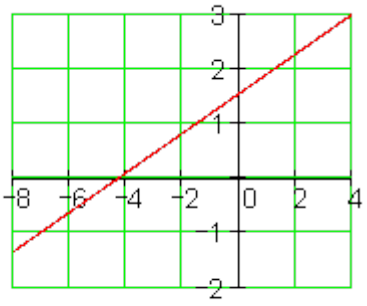
ټ –
$$f(x)=\frac{4}{11}x+\frac{17}{11}$$
$$f(x)=0\Leftrightarrow \frac{4}{11}x+\frac{17}{11}=0\mid -\frac{17}{11}$$
$$\Leftrightarrow \frac{4}{11}x=-\frac{17}{11}\mid \cdot\frac{11}{4}\Leftrightarrow x=-\frac{17}{4}\Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{17}{4}\;\middle|\;0\right)}}$$

ټ –
$$f(x)=\frac{4}{11}x+\frac{17}{11}$$
$$D=\left\{x\middle|-8\le x\le 4\right\}_{\mathbb{R}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(-8)=\frac{4}{11}\cdot(-8)+\frac{17}{11}=-\frac{15}{11}$$
$$f(4)=\frac{4}{11}\cdot 4+\frac{17}{11}=3$$
$$\Rightarrow W=\left\{y\mid -\frac{15}{11}\le y\le 3\right\}_{\mathbb{R}}$$

f(x)



ث- x

پنځم IV : مفصل حل

الف - $P_1(4\mid 2);P_2(-4\mid -4)\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-4-2}{-4-4}=\frac{-6}{-8}=\frac{3}{4}$

ب -

$f(x)=a_1x+a_0$ د $a_1=\frac{3}{4}$ سره له a څخه لرو: $f(x)=\frac{3}{4}x+a_0$

$$P_1(4\mid 2)\Rightarrow f(4)=2\Leftrightarrow \frac{3}{4}\cdot 4+a_0=2\mid -3\Leftrightarrow a_0=-1$$
$$\Rightarrow f(x)=\frac{3}{4}x-1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – $f(x)=\frac{3}{4}x-1 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0\mid -1)}}$

ت –

$$f(x)=\frac{3}{4}x-1$$

$$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x-1=0 \mid +1$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4}x=1 \mid \cdot\frac{4}{3} \Leftrightarrow x=\frac{4}{3} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{4}{3}\mid 0\right)}}$$

$$P_2(2\mid -3) \Rightarrow f(2)=-3 \Leftrightarrow -\frac{2}{5}\cdot 2+a_0=-3 \mid +\frac{4}{5} \Leftrightarrow a_0=-\frac{11}{5}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{2}{5}x-\frac{11}{5}}}$$

ټ -

$$f(x)=\frac{3}{4}x-1$$

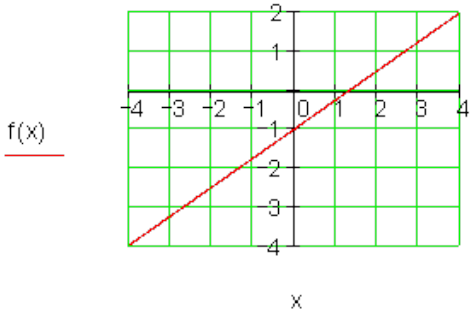
$$D=\{x\mid -4\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(-4)=\frac{3}{4}\cdot(-4)-1=-4$$

$$f(4)=\frac{3}{4}\cdot 4-1=2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{W=\{y\mid -4\le y\le 2\}_{\mathbb{R}}}}$$

ث-



شپږم: مفصل حل

الف- $\begin{cases} 5y-3x=1 & \text{I} \\ x=y+1 & \text{II} \end{cases}$ x له II پيدا او په I کې ځای په ځای کړئ	ب- $\begin{cases} 4x+5y=32 & \text{I} \\ y=5x-11 & \text{II} \end{cases}$ y له II پيد او په I کې ځای په ځای کړئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$5y-3(y+1)=1$$
$$\Leftrightarrow 5y-3y-3=1\,|+3$$
$$\Leftrightarrow 2y=4\,|:2\Leftrightarrow \underline{y=2}$$

په IIکي ځای په ځای کړی:

$$x=2+1\Leftrightarrow \underline{x=3}$$
$$\Rightarrow L=\{(3\mid 2)\}$$

$$4x+5(5x-11)=32$$
$$\Leftrightarrow 4x+25x-55=32\,|+55$$
$$\Leftrightarrow 29x=87\,|:29\Leftrightarrow \underline{x=3}$$

په IIکي ځایی په ځای کړی

$$y=5\cdot 3-11\Leftrightarrow \underline{y=4}$$
$$\Rightarrow L=\{(3\mid 4)\}$$

پ-

$$\text{I}\quad 15y-4x=-50$$
$$\text{II}\quad x=y+7$$

x له II پیدا او په I کي ځاپه ځای کړی

$$15y-4(y+7)=-50$$
$$\Leftrightarrow 15y-4y-28=-50\,|+28$$
$$\Leftrightarrow 11y=-22\,|:11\Leftrightarrow \underline{y=-2}$$

په IIکي ځای په ځای کړی:

$$x=-2+7\Leftrightarrow \underline{x=5}$$
$$\Rightarrow L=\{(5\mid -2)\}$$

ت-

$$\text{I}\quad 3x=y+15$$
$$\text{II}\quad 2y-10=2x$$

yله I پیداکړی او په II کي يي کيږدی

$$3x=y+15\,|-15\Leftrightarrow 3x-15=y\ (1)$$

په IIکي يي کيږدی

$$2(3x-15)-10=2x$$
$$\Leftrightarrow 6x-30-10=2x\,|-2x$$
$$\Leftrightarrow 4x-40=0\,|+40$$
$$\Leftrightarrow 4x=40\,|:4\Leftrightarrow \underline{x=10}$$

په (1)کي يي کيږدی

$$y=3\cdot 10-15\Leftrightarrow \underline{y=15}$$
$$\Rightarrow L=\{(10\mid 15)\}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ-

$$\begin{aligned} &\text{I} \quad 2y = 2x - 40 \\ &\text{II} \quad 3x = 10 - 2y \end{aligned}$$

په IIاکي څای په څای کړی:

$$\begin{aligned} &2y = 2x - 40 \mid :2 \Leftrightarrow y = x - 20 \ (1) \\ &3x = 10 - 2(x - 20) \\ &\Leftrightarrow 3x = 10 - 2x + 40 \mid +2x \\ &\Leftrightarrow 5x = 50 \mid :5 \Leftrightarrow \underline{x = 10} \end{aligned}$$

په (1) کي يې کيږدئ

$$\begin{aligned} &y = 10 - 20 \Leftrightarrow \underline{y = -10} \\ &\Rightarrow L = \underline{\{(10 \mid -10)\}} \end{aligned}$$

ث-

$$\begin{aligned} &\text{I} \quad x + y = a + b \\ &\underline{\text{II} \quad x - y = a - b \quad \text{II} + \text{I}} \\ &\quad 2x = 2a \mid :2 \Leftrightarrow \underline{x = a} \end{aligned}$$

په اکي څای په څای کړی:

$$\begin{aligned} &a + y = a + b \mid -a \\ &\Leftrightarrow y = b \\ &\Rightarrow L = \underline{\{(a \mid b)\}} \end{aligned}$$

پوښتنې

کرښيز مساوات IX

لومړی:کرښه g له ټکو P1(4;-3,5) او P2(2,5;-1) تيرپږي.

کرښه h له ټکو $P_3(5 \mid 2,5)$ او $P_4\left(\frac{3}{2} \mid \frac{25}{3}\right)$ تيرپږي.

ګرښي يو بل ته څه موقعيت لري يا څنګه پرتې دي؟

دويم:د f(x) کرښيزې تابع د تابع ترم او ارزښتساحه(ارزښتورشو) و ټاکی، که صدق ولري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- $f(0)=20;\ f(12)=32;\ x>0$ ب- $f(-3)=6;\ f(2)=-8;\ x\in[-3;3]$

دریم:

د f(x)کربنیزي تابع ګراف په 3 LE اوږدوالی واحده کینې لور ته خوزیږي. د راکښل شوي کربنې د f*(x) مساوات څنګه دي؟

$$f(x)=\frac{5}{3}x-2 \quad D=\mathbb{R}$$

څلورم: د f(x) او g(x) توابع ورکړ شوي دي. د کوم ارزښت لپاره f(x) > g(x) صدق کوي؟

$$f(x)=2x-3 \quad ; \quad g(x)=-0,5x+1 \quad x\in\mathbb{R}$$

پنځم: یوه g(x)کربنه ورکړ شوې.. دا د یوې کربنې h(x) له خوا قطع کیږي. د h(x)مساوات وټاکی، که باور ولري: $g(x)=-3x+2$

الف- قاطع یا غوڅی دx محور سره . ب - قاطع(غوڅی) په x = -5 کې

شپږم:

یوه د پیل کربنه د $a_1=-0,125$ جګوالي سره و داسی کښول کیږي. چې کربنه h د مساوات سره دx په محور قطع کوي. راکښنه تشریح کړئ او د راکښل شوې کربنې ګراف و کاږئ.	$h(x)=-1,5(x-2)$ ؛

اوم: یوه f(x)کربنیزه تابع ورکړ شوې. کربنه د x = u مساوات سره د f(x) ګراف په P کې قطع کوي او د x محور په Q کې قطع کوي. یوه سکیڅې ترتیب کړئ.

الف- د P او Q کواوردینات وټاکی، که f (x) = 0,75x + 2 وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- دu د کوم ارزښت لپاره P دx محور پورته لور ته پرته ده.

ت- P(u | f(u)) په 1 څلورې يا ربع کې پروت دی.Q ,(0 | 0) R اوP د يوه مثلث رآسونه (ککرې ټکي)جوړوي. د دې مثلث د مساحت A لپاره ترم وټاکی. u (محيط) داسې وټاکی، چې A(u) = 10 صدق وکړي.

اتم: دg کرښې ته موازي او عمود مساوات داسې وټاکی، چې له P ټکي تير شي.

الف- $g(x)=\frac{2}{3}x-3\,;P(1|4)$ ب- $g: x+2-3y=0\,;P(0|3)$

پ - $g(x)=-1{,}5kx\,;P(1|0)$

نهم: کرښه g له ټکوP_1 اوP_2 تيرېږي. دh کرښې ته يې ځای مطالعه کړې او د امکان په حالت کې يې د قاطع ټکی معلوم کړی.

$$P_1(-1|1{,}5)\,;P_2(-2|-2{,}5) \qquad h: \; -x-6-4y=0$$

لسم: و ښايی: کرښه g او کرښه h عمود دي.

$$g: \; y-\sqrt{2}x=1 \qquad h: -2y-\sqrt{2}x+6=0$$

$$g(x)=-3x+2$$

يولسم:

د A, B او C ټکي د يوه مثلث د رآس ټکي دي. د0 < k د کوم ارزښت لپاره دا مثلث قايم الزاويه (ولاړګوډيز) دی؟ (ښی رآس په C پروت دی)	$A\left(\sqrt{3k}\,|\,\frac{k}{3}\right);B\left(-\sqrt{3k}\,|\,\frac{k}{3}\right);C(0|k)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل حلونه:

کربنیز ې توابع IX

لومړی:

$$g(x): P_1\left(4\,|\,-\frac{7}{2}\right); P_2\left(\frac{5}{2}\,|\,-1\right) \quad h(x): P_3\left(5\,|\,\frac{5}{2}\right); P_4\left(\frac{3}{2}\,|\,\frac{25}{3}\right)$$

$$a_{1g}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-1-\left(-\frac{7}{2}\right)}{\frac{5}{2}-4}=\frac{-\frac{2}{2}+\frac{7}{2}}{\frac{5}{2}-\frac{8}{2}}=\frac{\frac{5}{2}}{-\frac{3}{2}}=-\frac{5\cdot 2}{3\cdot 2}=-\frac{5}{3}\Rightarrow g(x)=-\frac{5}{3}x+a_{0g}$$

$$P_1\left(4\,|\,-\frac{7}{2}\right):\quad g(4)=-\frac{5}{3}\cdot 4+a_{0g}=-\frac{7}{2}\Rightarrow a_{0g}=\frac{19}{6}\Rightarrow \underline{\underline{g(x)=-\frac{5}{3}x+\frac{19}{6}}}$$

$$a_{1h}=\frac{y_4-y_3}{x_4-x_3}=\frac{\frac{25}{3}-\frac{5}{2}}{\frac{3}{2}-5}=\frac{\frac{50}{6}-\frac{15}{6}}{\frac{3}{2}-\frac{10}{2}}=\frac{\frac{35}{6}}{-\frac{7}{2}}=-\frac{35\cdot 2}{7\cdot 6}=-\frac{5}{3}\Rightarrow h(x)=-\frac{5}{3}x+a_{0h}$$

$$P_3\left(5\,|\,\frac{5}{2}\right):\quad h(5)=-\frac{5}{3}\cdot 5+a_{0h}=\frac{5}{2}\Rightarrow a_{0h}=\frac{65}{6}\Rightarrow \underline{\underline{h(x)=-\frac{5}{3}x+\frac{65}{6}}}$$

دویم: کربنې g(x) او h(x) موازي دي مګر توپیر لري.

الف-

$$f(0)=20\Rightarrow P_1(0\,|\,20)\Rightarrow a_0=20;\ f(12)=32\Rightarrow P_2(12\,|\,32)$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{32-20}{12-0}=1\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=x+20}}$$

د $x>0$ لپاره ارزښتست(یا ارزښتډپری) $\underline{\underline{W_f=\{y\,|\,20<y<\infty\}_{\mathbb{R}}}}$:

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-

$$f(-3)=6 \Rightarrow P_1(-3\,|\,6);\ f(2)=-8 \Rightarrow P_2(2\,|\,-8);\ x\in[-3;3]$$
$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-8-6}{2-(-3)}=-\frac{14}{5} \Rightarrow f(x)=-\frac{14}{5}x+a_0$$

$$P_2(2\,|\,-8):\quad f(2)=-\frac{14}{5}\cdot 2+a_0=-8 \Rightarrow a_0=-\frac{5}{12} \Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{14}{5}x-\frac{5}{12}}}$$

د انتروال عددونو د ځای پر ځای کولو سره ارزښتست:

$$f(-3)=-\frac{14}{5}\cdot(-3)-\frac{5}{12}=6\quad ;\quad f(3)=-\frac{14}{5}\cdot(3)-\frac{5}{12}=-\frac{54}{5}=-10{,}8$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{W_f=(y\,|\,-10{,}8\le y\le 6)_{\mathbb{R}}}}$$

دریم:

دx راکښنه د کینې لور ته په 3کرښیز واحدونو په دې معنا دی:(x+3)

$$f(x)=\frac{5}{3}x-2 \Rightarrow f^*(x)=\frac{5}{3}(x+3)-2=\underline{\underline{\frac{5}{3}x+3}}$$

څلورم:

$$f(x)=2x-3\quad ;\quad g(x)=-0{,}5x+1\quad x\in\mathbb{R}\quad f(x)>g(x)$$
$$\Rightarrow 2x-3>-0{,}5x+1\,|+0{,}5x \Leftrightarrow 2{,}5x-3>1\,|+3 \Leftrightarrow 2{,}5x>4\,|:2{,}5 \Leftrightarrow \underline{\underline{x>1{,}6}}$$

د $x>16$ لپاره صدق کوي $f(x)>g(x)$، دا په دې معنا چې $f(x)$د $g(x)$ پورته لور ته ځغلي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم:

الف- $g(x) = -3x + 2$

صفرځایونه: $g(x_1) = -3x_1 + 2 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{2}{3}$

کربنه له ټکي: $f(x) = a_1 x$

د $x_1 = \frac{2}{3} \Rightarrow f^*(x) = a_1\left(x - \frac{2}{3}\right)$ په اندازه راکښلي: ټولي کربني له $P\left(\frac{2}{3}|0\right)$ تیریږي.

د a1 = 1 لپاره د بیلګي په توګه صدق کوی: $g(x) = x - \frac{2}{3}$ له $P\left(\frac{2}{3}|0\right)$ هم تیریږي.

ب- g(x) = -3x + 2 د x = -5 سره ِغوڅوي

د قطع کیدو ټکی: g(5) = -3.(-5)+2 = 17 => P(-5;17)

کربنه له صفرټکي : f(x) = a1x

راکښنه په x = -5 او y = 17 له دې لاس ته راځي: f'(x) = a1(x+5) + 17

ټولي کربني له تیریږي.

د بیلګې په توګه د a1 = 1 لپاره صدق کوي: g(x) = x + 22

له ټکي P(-5;17) il تیریږي

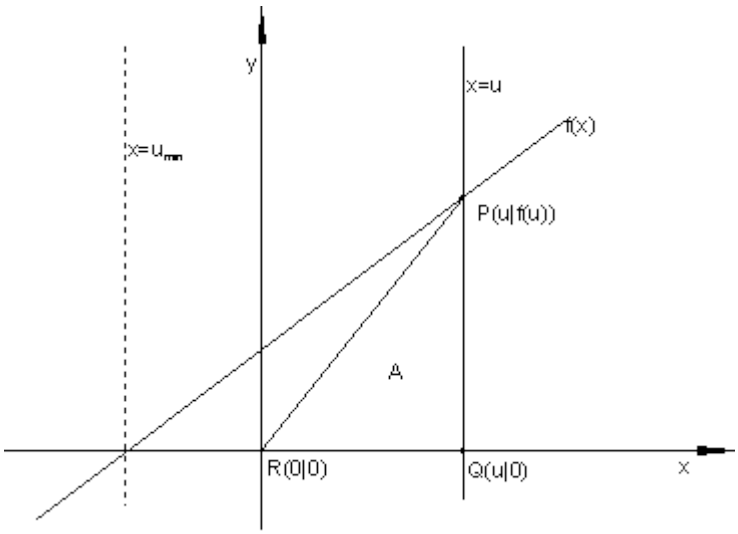
شپږم: f(x) = -(1/8)x د h(x) = -15(x-2) صفرځای x1 = 2 دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

f(x) د x1 = 2 په اندازه راکښل کيږي

$$\Rightarrow f^{*}(x) = -\frac{1}{8}(x-2) = \underline{\underline{-\frac{1}{8}x + \frac{1}{4}}}$$

اوم:



الف- Q(u;0) د f(x) قاطع د x = u سره : $\underline{\underline{P(u \mid f(u))}} \quad f(u) = \frac{3}{4}u + 2$

ب- شرط: د f(u) > 0 لپاره

$$\Rightarrow \frac{3}{4}u + 2 > 0 \Rightarrow u > -\frac{8}{3}$$

د دې لپاره P د x محور پورته لور ته پرته ده.

پ- د مثلث سطحه: $A = \frac{1}{2}g \cdot h = \frac{1}{2}u \cdot f(u) = \frac{1}{2}u \cdot \left(\frac{3}{4}u + 2\right) = \frac{3}{8}u^2 + u$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow \underline{\underline{A(u)=\frac{3}{8}u^2+u}}$$

$$A(u)=10 \Leftrightarrow \frac{3}{8}u^2+u=10 \Leftrightarrow \frac{3}{8}u^2+u-10=0$$

پورته مربع مساوات دي.

$$\Rightarrow u^2+\frac{8}{3}u-\frac{80}{3}=0 \quad p=\frac{8}{3};\ q=-\frac{80}{3} \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\left(\frac{4}{3}\right)^2+\frac{80}{3}=\frac{256}{9}$$

$$u_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \Rightarrow u_1=-\frac{4}{3}+\sqrt{\frac{256}{9}}=-\frac{4}{3}+\frac{16}{3}=\frac{12}{3}=4$$

$$u_2=-\frac{4}{3}-\frac{16}{3}=-\frac{20}{3}$$

$A(u)=10$ د $\underline{u_1=4}$ لپاره یا د $u_2=-\frac{20}{3}$ لپاره.

اتم:

الف- $g: \quad x+2-3y=0 \Rightarrow g(x)=\frac{1}{3}x+\frac{2}{3} \quad P(0\,|\,3) \Rightarrow a_0=3$

$\underline{\underline{g_{\parallel}(x)=\frac{1}{3}x+3}}$

د g سره موازي له P ټکي تیرېږي، له دې لاس ته راځي

د g سره عمود له P تیرېږي:

د $g_{\perp}$ میل یا جګوالی:

$$a_{1\perp}=-\frac{1}{a_1}=-\frac{1}{\frac{1}{3}}=-3 \Rightarrow \underline{\underline{g_{\perp}(x)=-3x+3}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- $g(x)=\frac{2}{3}x-3 \quad P(1|4)$

د g سره موازي له P ټکي تېرېږي: له دې لاس ته راځي:

$$\Rightarrow a_{1||}=a_1=\frac{2}{3}\Rightarrow g_{||}(x)=\frac{2}{3}x+a_{0||}$$

$$P(1|4):\quad g_{||}(1)=\frac{2}{3}\cdot 1+a_{0||}=4\Rightarrow a_{0||}=\frac{10}{3}\Rightarrow \underline{\underline{g_{||}(x)=\frac{2}{3}x+\frac{10}{3}}}$$

د P له ټکي د g سره عمود:

$$a_{1\perp}=-\frac{1}{a_1}=-\frac{1}{\frac{2}{3}}=-\frac{3}{2}\Rightarrow g_{\perp}(x)=-\frac{3}{2}x+a_{0\perp}$$

د $g_{\perp}$ جګوالی

$$P(1|4):\quad g_{\perp}(1)=-\frac{3}{2}\cdot 1+a_{0\perp}=4\Rightarrow a_{0\perp}=\frac{11}{2}\Rightarrow \underline{\underline{g_{\perp}(x)=-\frac{3}{2}x+\frac{11}{2}}}$$

پ- $g(x)=-\frac{3}{2}kx \quad P(1|0)$

د g سره غبرګ له P :

$$P:\quad \Rightarrow a_{1||}=a_1=-\frac{3}{2}k\Rightarrow g_{||}(x)=-\frac{3}{2}kx+a_{0||}$$

$$P(1|0):\quad g_{||}(1)=-\frac{3}{3}k\cdot 1+a_{0||}=0\Rightarrow a_{0||}=\frac{3}{2}k\Rightarrow \underline{g_{||}(x)=-\frac{3}{2}kx+\frac{3}{2}k}$$

د g سره اورتوګونال (عمود) له P څخه : د $g_{\perp}$ جګوالی

$$g_{\perp}:\quad a_{1\perp}=-\frac{1}{a_1}=-\frac{1}{-\frac{3}{2}k}=\frac{2}{3k}\Rightarrow g_{\perp}(x)=\frac{2}{3k}x+a_{0\perp}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(1|0):\quad g_{\perp}(1)=\frac{2}{3k}\cdot 1+a_{0\perp}=0\Rightarrow a_{0\perp}=-\frac{2}{3k}\Rightarrow \underline{\underline{g_{\perp}(x)=\frac{2}{3k}x-\frac{2}{3k}}}$$

نهم:

$$P_1\left(-1|\frac{3}{2}\right);P_2\left(-2|-\frac{5}{2}\right)\qquad h:\quad -x-6-4y=0\Rightarrow h(x)=-\frac{1}{4}x-\frac{3}{2}$$

$$a_{1g}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-\frac{5}{2}-\frac{3}{2}}{-2-(-1)}=4\Rightarrow g(x)=4x+a_{0g}$$

$$P_1\left(-1|\frac{3}{2}\right):\quad g(-1)=4\cdot(-1)+a_{0g}=\frac{3}{2}\Rightarrow a_{0g}=\frac{11}{2}\Rightarrow \underline{\underline{g(x)=4x+\frac{11}{2}}}$$

$$a_{1g}=-\frac{1}{a_{1h}}=-\frac{1}{-\frac{1}{4}}=4$$

کربنې g اوh اورتوګونال دي، ځکه چې دی.

غوڅټکي: $g(x_s)=h(x_s)\Leftrightarrow 4x_s+\frac{11}{2}=-\frac{1}{4}x_s-\frac{3}{2}\Leftrightarrow x_s=-\frac{28}{17}$

$$y_s=g(x_s)=4\cdot\left(-\frac{28}{17}\right)+\frac{11}{2}=-\frac{37}{34}\Rightarrow \underline{\underline{S\left(-\frac{28}{17}|-\frac{37}{34}\right)}}$$

لسم:مفصل حل

$$g:\quad y-\sqrt{2}x=1\qquad\Rightarrow g(x)=\sqrt{2}x+1$$
$$h:\ -2y-\sqrt{2}x+6=0\Rightarrow h(x)=-\frac{1}{2}\sqrt{2}x+3$$

د اورتوګونالیتي لپاره شرایط: $a_{1g}=-\frac{1}{a_{1h}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a_{1g} = -\frac{1}{-\frac{1}{2}\sqrt{2}} = \frac{\frac{1}{1}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1\cdot 2}{1\cdot\sqrt{2}} = \frac{2\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \frac{2\cdot\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \quad \text{q.e.d}$$

يولسم:

د $\overline{AC}$ جګوالی

$$a_{1\overline{AC}} = \frac{k-\frac{k}{3}}{0-\sqrt{3k}} = -\frac{\frac{2}{3}k}{\sqrt{3k}} = -\frac{2k}{3\sqrt{3k}}$$

د $\overline{BC}$ جګوالی

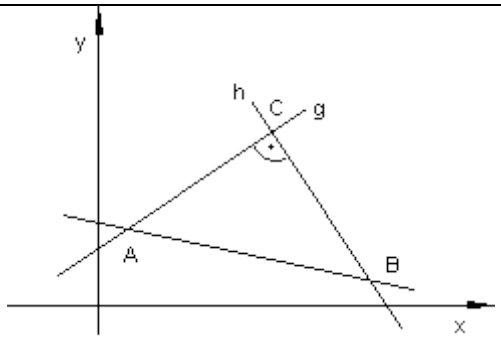
$$a_{1\overline{BC}} = \frac{k-\frac{k}{3}}{0-\left(-\sqrt{3k}\right)} = \frac{\frac{2}{3}k}{\sqrt{3k}} = \frac{2k}{3\sqrt{3k}}$$

د دوه عمود کرښو g اوh چګوالي لپاره

صدق کوي:

$$a_{1g} = -\frac{1}{a_{1h}} \Leftrightarrow a_{1g}\cdot a_{1h} = -1$$

$$\Rightarrow -\frac{2k}{3\sqrt{3k}}\cdot\frac{2k}{3\sqrt{3k}} = -1 \Leftrightarrow k = \underline{\underline{\frac{27}{4}}}$$



$$A\left(\sqrt{3k}\,|\,\frac{k}{3}\right); B\left(-\sqrt{3k}\,|\,\frac{k}{3}\right); C(0\,|\,k)$$

شرايط: $\overline{AC} \perp \overline{BC}$

پوښتنې

کرښيز توابع **XI**

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی-

$$f_1(x)=\frac{1}{4}x+2\frac{1}{4};\ f_2(x)=-4x-2;\ D=\{x\mid -9\le x\le 0\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه له تابع $f_1(x)$ سره د دویمي کرښي د تابع$f_2(x)$ سره غوڅیږي. وټاکئ:

الف – د کواوردیناتونو x_s او y_s سره غوڅټکی S .

ب – د دواړو کرښو غوڅټکي د y محور سره .

پ – د دواړو کرښو غوڅټکي دx محور سره .

ت - د دواړو توابعو ګراف په D کې .

دویم –

$$f_1(x)=-\frac{2}{3}x+4;\ D=\{x\mid 0\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه له تابع $f_1(x)$ سره په ټکي $S(3\mid y_s)$ کې د تابع $f_2(x)$ سره له کرښې څخه غوڅیږي.

وټاکئ:

الف-د S پوره کواودینات

ب-تابع .$f_2(x)$.

پ-د دواړو کرښو غوڅټکي د کواوردینات محورونو سره.

ت-په D کې د دواړو توابعو ګراف.

دریم: $f_1(x)=-\frac{3}{8}x+1;\ D=\{x\mid -7\le x\le 3\}_{\mathbb{R}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره په ټکي $S(-4 \mid y_s)$ کې کې له کرښې څخه د تابع $f_2(x)$ سره ، چې پروتمحور په 7- کې غوڅوي، غوڅيږي.

وټاکئ:

الف – د S پوره کواوردينات.

ب – تابع $f_2(x)$.

پ – د دواړو کرښو غوڅټکي د کواودينات د محورونو سره.

ت – د واړو توابعو ګراف په D کې..

څلورم –

د يوه درېګوډي يا مثلث ټکي P_1, P_2 او P_3 ورکړ شوي دي. د درېګوډي د اړخونو تابع وټاکئ. پخوا له دې يو پلان- نقشه ترتيب کړئ.

الف-

$$[P_1P_2] \triangleq f_1 ; [P_2P_3] \triangleq f_2 ; [P_1P_3] \triangleq f_3$$
$$P_1\left(-6 \mid \frac{3}{2}\right); P_2\left(-2 \mid -\frac{3}{2}\right); P_3(-4 \mid 3)$$

ب -

$$[P_1P_2] \triangleq f_1 ; [P_2P_3] \triangleq f_2 ; [P_1P_3] \triangleq f_3$$
$$P_1\left(6 \mid \frac{3}{2}\right); P_2\left(2 \mid -\frac{3}{2}\right); P_3(4 \mid 3)$$

پنځم -

$$f_1(x) = \frac{1}{2}x + 3 ; P_2(-2 \mid -3) ; D = \{x \mid -6 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره د دويمي کرښې څخه د تابع $f_2(x)$ سره ، چې له ټکي P_2 تيريږي ، په ټکي S کې ولاړکونجيزه غوڅيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

وټاکئ:

الف - د $f_2(x)$ جګوالی m_2 .

ب- تابع $f_2(x)$.

پ – د دواړو کربنو غوڅټکی S .

ت - د دواړ کربنو محورغوڅټکي.

ټ - د دواړو کربنو ګراف په D کي.

حلونه

کربنیز توابع XI

نتیجې
لومړی:

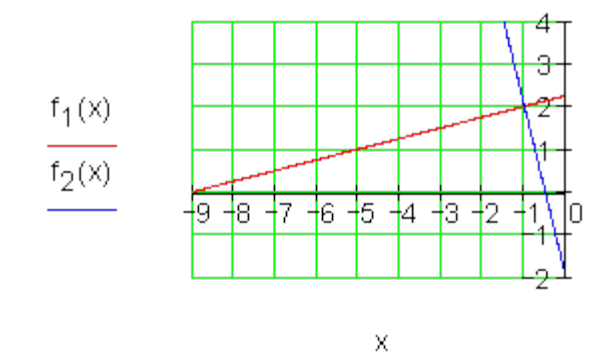
الف-

$$f_1(x) = \frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$$
$$f_2(x) = -4x - 2$$
$$D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$$
$$\Rightarrow S(-1|\,2)$$

ب- $P_{y_1}\left(0 \mid \frac{5}{4}\right); P_{y_2}(0 \mid -2)$

پ- $P_{x_1}(-9 \mid 0); P_{x_2}\left(-\frac{1}{2} \mid 0\right)$

ت-



دویم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- $f_1(x) = -\frac{2}{3}x + 4$

$D = \{x \mid 0 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$

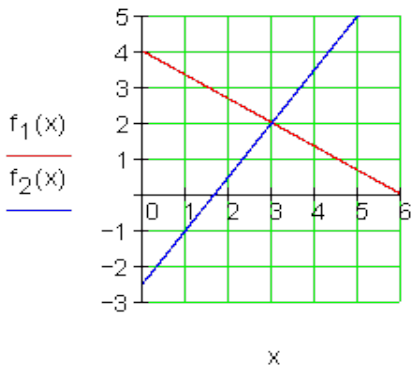
$\Rightarrow S(3 \mid 2)$

ب- $f_2(x) = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$

پ- $P_{y_1}(0 \mid 4); P_{y_2}\left(0 \mid -\frac{5}{2}\right)$

$P_{x_1}(6 \mid 0); P_{x_2}\left(\frac{5}{3} \mid 0\right)$

ت-



دریم:

الف- $f_1(x) = -\frac{3}{8}x + 1$

$D = \{x \mid -7 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$

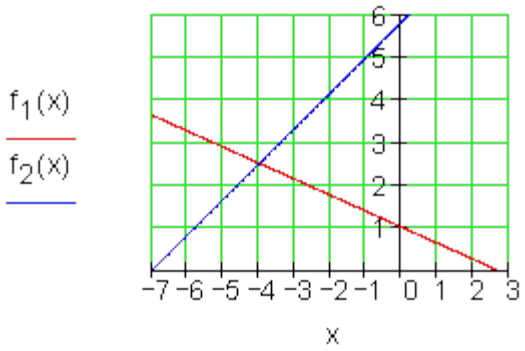
$S\left(-4 \mid \frac{5}{2}\right)$

ب- $f_2(x) = \frac{5}{6}x + \frac{35}{6}$

پ- $P_{y_1}(0 \mid 1); P_{y_2}\left(0 \mid \frac{35}{6}\right)$

$P_{x_1}\left(\frac{8}{3} \mid 0\right); P_{x_2}(-7 \mid 0)$

ت-



څلورم:

الف-

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_1\left(-6 \mid \frac{3}{2}\right)$

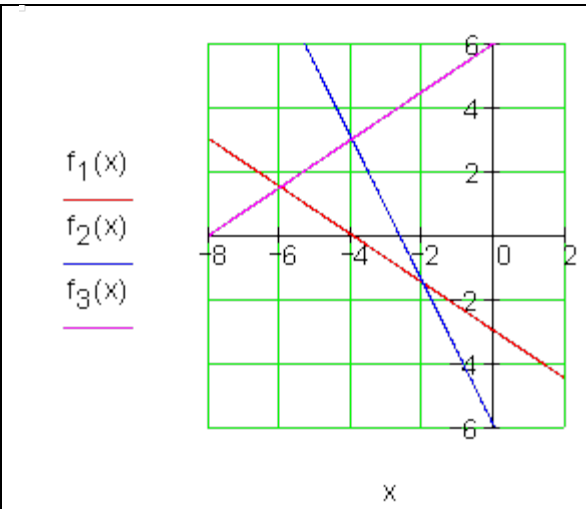
$P_2\left(-2 \mid -\frac{3}{2}\right)$

$P_3(-4 \mid 3)$

$f_1(x) = -\frac{3}{4}x - 3$

$f_2(x) = -\frac{9}{4}x - 6$

$f_3(x) = \frac{3}{4}x + 6$



ب-

$P_1\left(6 \mid \frac{3}{2}\right)$

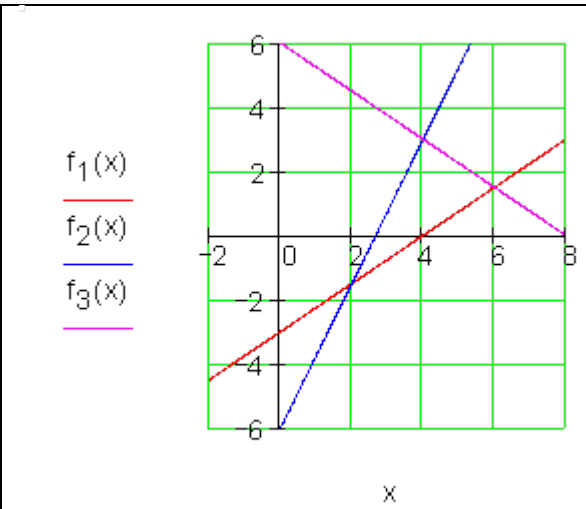
$P_2\left(2 \mid -\frac{3}{2}\right)$

$P_3(4 \mid 3)$

$f_1(x) = \frac{3}{4}x - 3$

$f_2(x) = \frac{9}{4}x - 6$

$f_3(x) = -\frac{3}{4}x + 6$



پنځم:

$f_1(x) = \frac{1}{2}x + 3$

$P_2(-2 \mid -3)$

$D = \{x \mid -6 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$

$\Rightarrow m_2 = -2$

الف-

(c) ketabton.com: The Digital Library

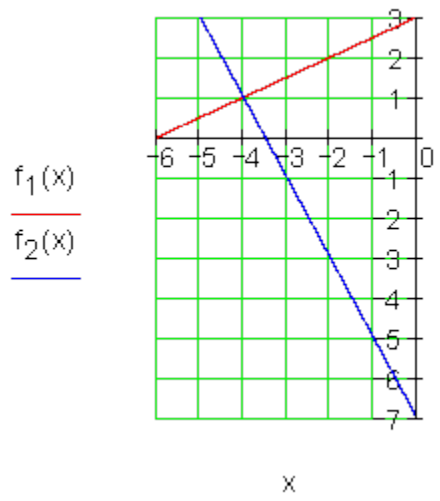
ب- $f_2(x) = -2x - 7$

پ- $S(-4 \mid 1)$

$P_{y_1}(0 \mid 3); P_{y_2}(0 \mid -7)$

ت- $P_{x_1}(-6 \mid 0); P_{x_2}\left(-\frac{7}{2} \mid 0\right)$

ټ-



پوښتنې

کرښيز توبع XII

لومړی -

$$f_1(x) = -\frac{1}{2}x + 3; P_2(2 \mid -3); D = \{x \mid 0 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره له يوې دويمې کرښې د تابع $f_2(x)$ سره، چې له ټکي P_2 تيريږي په ټکي S کې ولاړکونجيزه غوڅيږي.

وټاکی.

لومړی:

الف – د $f_2(x)$ جګوالی m_2 .

ب – تابع $f_2(x)$.

پ - د دواړو کرښو غوڅټکی S .

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - د دواړو کربنو د محورغوڅتکي.
ټ - د دواړو کربنو ګراف په D کي.
دویم –

د کربنې تابع $f_2(x)$ وټاکی، چې پروتمحور په P_{x2} کي غوڅوي او له کربنې څخه د تابع $f_1(x)$ سره په S کي غوڅیږي. د واړو کربنو غوڅتکي وشمیرئ او د دواړو کربنو ګراف په D کي رسم کړئ.

الف- $f_1(x)=\frac{3}{2}x+6;P_{x_2}(-6\mid 0)$
$S\left(x_s\mid\frac{3}{2}\right);D=\{x\mid -6\le x\le 1\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f_1(x)=\frac{1}{2}x-3;P_{x_2}(4\mid 0)$
$S(3\mid y_s);D=\{x\mid -1\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$

دریم - $P_1(-5\mid 5);P_2(-1\mid -1);S(x_s\mid 2);D=\{x\mid -6\le x\le 0\}_{\mathbb{R}}$

کربنه د تابع $f_1(x)$ سره له ټکو P_1 او P_2 تیریږي او په ټکي S کي ولاړکونجیز له کربنې څخه د تابع $f_2(x)$ سره غوڅیږي.

وټاکئ:

الف- د $f_1(x)$ جګوالی m_1 . ب – تابع $f_1(x)$.

پ – د S پوره کواوردینات. ت – د $f_2(x)$ جګوالی m_2 .

ټ – تابع $f_2(x)$. ث – د $f_1(x)$ او $f_2(x)$ ګرافونه

څلورم –

$P_1(5\mid 5);P_2(1\mid -1);S(3\mid y_s);D=\{x\mid 0\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$

کربنه د تابع $f_1(x)$ سره له ټکو P_1 او P_2 څخه تیرپږي او په ټکي S کي ولاړکونجیزه له کربنې د تابع $f_2(x)$ سره غوڅیږي.

وټاکئ:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – د $f_1(x)$ جګوالی m_1 . ب - تابع $f_1(x)$.

پ - د S پوره کواوردیناتونه ت – د $f_2(x)$ جګوالی m_2 .

ټ - تابع $f_2(x)$. د $f_1(x)$ او $f_2(x)$ ګرافونه.

پنځم -

$$f_2(x) = 3x - 3\,;\, S\left(\frac{3}{2} \,\middle|\, \frac{3}{2}\right);\, D = \{x \mid 0 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$

د تابع $f_1(x)$ ګراف په ټکي S کې د تابع $f_2(x)$ له ګراف څخه ولاړکونجیزه غوڅیږي.

وټاکی:

الف - تابع $f_1(x)$.

ب – د دواړو کرښو د محورونو غوڅټکي.

پ – د دواړو توابعو ګراف په D کې.

حلونه

کرښیز توابع **XII**

نتیجې:

لومړی: لف-

$$f_1(x) = -\frac{1}{2}x + 3$$

$$P_2(2 \mid -3)$$

$$D = \{x \mid 0 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$

$$\Rightarrow m_2 = 2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-

$f_2(x) = 2x - 7$

پ-

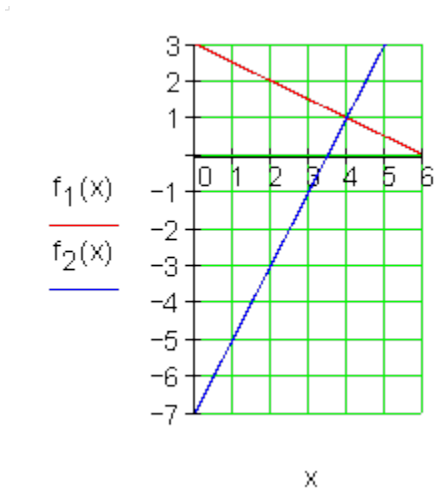
$S(4 \mid 1)$

ت-

$P_{y_1}(0 \mid 3) ; P_{y_2}(0 \mid -7)$

$P_{x_1}(6 \mid 0) ; P_{x_2}\left(\frac{7}{2} \mid 0\right)$

ت-



دویم:

الف-

$f_1(x) = \frac{3}{2}x + 6 ; P_{x_2}(-6 \mid 0)$

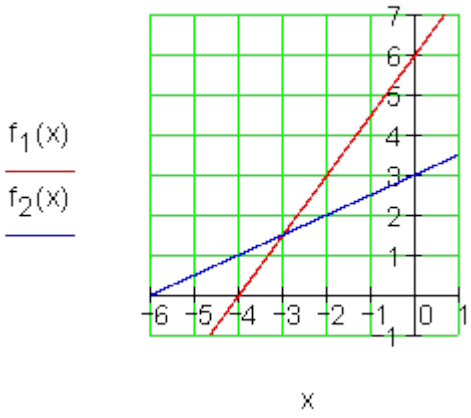
$S\left(x_s \mid \frac{3}{2}\right) ; D = \{x \mid -6 \le x \le 1\}_{\mathbb{R}}$

$S\left(-3 \mid \frac{3}{2}\right) ; m_2 = \frac{1}{2}$

$f_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

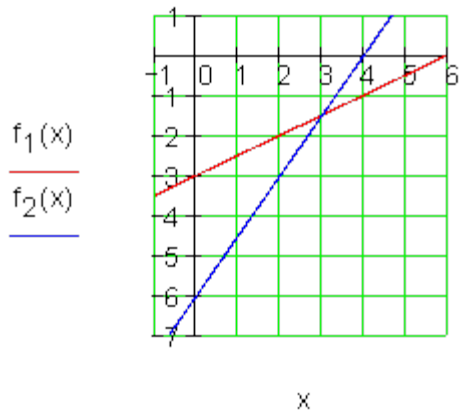
$P_{y1}(0 \mid 6) ; P_{y_2}(0 \mid 3)$

$P_{x1}(-4 \mid 0) \quad P_{x_2}(-6 \mid 0)$



ب-

(c) ketabton.com: The Digital Library



$f_1(x)=\frac{1}{2}x-3;P_{x_2}(4\mid 0)$

$S(3\mid y_s);D=\{x\mid -1\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$

$S\left(3\mid -\frac{3}{2}\right);m_2=\frac{3}{2}$

$f_2(x)=\frac{3}{2}x-6$

$P_{y1}(0\mid -3);P_{y2}(0\mid -6)$

$P_{x1}(6\mid 0);P_{x2}(4\mid 0)$

دريم:

الف-

$P_1(-5\mid 5);P_2(-1\mid -1)$

$S(x_s\mid 2);D=\{x\mid -6\le x\le 0\}_{\mathbb{R}}$

$\Rightarrow m_1=-\frac{3}{2}$

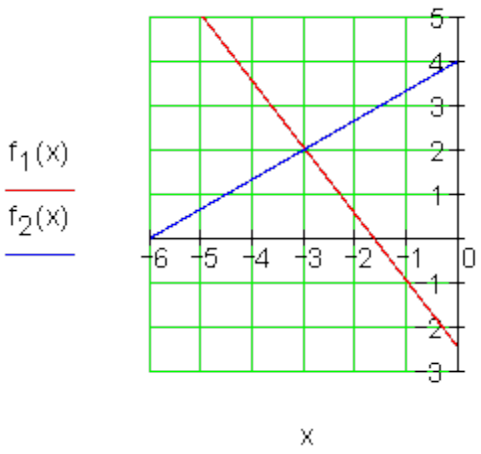
ب- $f_1(x)=-\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}$

پ- $S(-3\mid 2)$

ت- $m_2=-\frac{1}{m_1}=\frac{2}{3}$

ټ- $f_2(x)=\frac{2}{3}x+4$

ج-



څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف-

$P_1(5\,|\,5); P_2(1\,|\,-1)$

$S(3\,|\,y_s); D=\{x\,|\,0\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$

$\Rightarrow m_1=\frac{3}{2}$

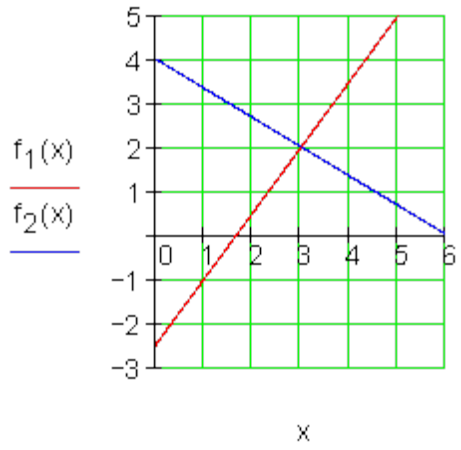
ب- $f_1(x)=\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}$

پ- $S(3\,|\,2)$

ت- $m_2=-\frac{1}{m_1}=-\frac{2}{3}$

ټ- $f_2(x)=-\frac{2}{3}x+4$

ج-



پنځم:

الف-

$f_2(x)=3x-3; S\left(\frac{3}{2}\,\middle|\,\frac{3}{2}\right)$

$D=\{x\,|\,0\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$

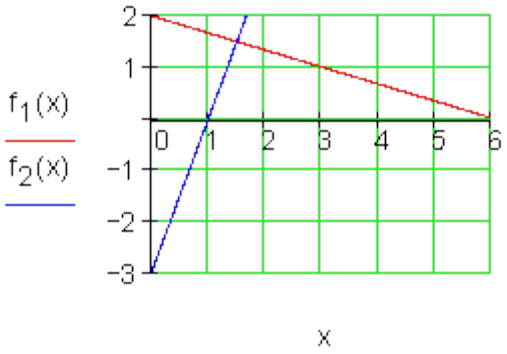
$m_1=-\frac{1}{m_2}=-\frac{1}{3}$

$f_1(x)=-\frac{1}{3}x+2$

ب- $P_{y_1}(0\,|\,2); P_{y_2}(0\,|\,-3)$

$P_{x_1}(6\,|\,0); P_{x_2}(1\,|\,0)$

پ-



(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

کربنیزې توابع برخه XIII

لومړی -

$$f_2(x)=\frac{4}{5}x+\frac{9}{10}\,;\,S\left(2\,\middle|\,\frac{5}{2}\right)\,;\,D=\{x\,|\,-1\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$$

د تابع$f_1(x)$ ګراف په ټکي S کې د تابع $f_2(x)$ له ګراف څخه ولاړکونجیز(قایم الزاویه) غوځیږي.

وټاکی:

الف: تابع $f_1(x)$.

ب – د دواړو کربنو د محورونو غوځټکي.

پ – د دواړو توابعو ګرافونه په D کې.

$$g:\quad y-\sqrt{2}x=1 \qquad \Rightarrow g(x)=\sqrt{2}x+1$$
$$h:-2y-\sqrt{2}x+6=0\Rightarrow h(x)=-\frac{1}{2}\sqrt{2}x+3$$

د اورتوګونالیټي شرایط: $a_{1g}=-\dfrac{1}{a_{1h}}$

$$a_{1g}=-\frac{1}{-\frac{1}{2}\sqrt{2}}=\frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{1\cdot 2}{1\cdot\sqrt{2}}=\frac{2\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=\frac{2\cdot\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}\ \text{ q.e.d}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم:

د دوه کرښو توابع $f_1(x)$ او $f_2(x)$ ورکړشوي او د یوې دریمې کرښې جګوالی m_3 د تابع $f_3(x)$ سره. تابع $f_3(x)$ داسې وټاکئ، چې ګراف یې د نورو دواړو کرښو غوڅټکي څخه تیر شي. د دریواړو کرښو محور غوڅټکي وټاکئ او د دریواړو توابعو ګراف په D کې رسم کړئ.

$$f_1(x) = -4x - 2\,;\, m_3 = \frac{1}{4}$$

الف- $f_2(x) = 2x + 4\,;\; D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$ ب -

$$f_1(x) = \frac{1}{4}x + \frac{9}{4}\,;\, m_3 = -4$$

$$f_2(x) = 2x + 4\,;\; D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$$

دریم: کرښه دتابع $f_1(x)$ سره له ټکي P_1 تییږي او له یوې دویمې کرښې چې له ټکي P_2 تیریږي په ټکي S کې غوڅیږي. توابع $f_1(x)$او $f_2(x)$ وټاکئ د هغو محورغوڅټکي اوپه D کې یې ګراف وکاږئ.

$$P_1\left(-2 \mid \frac{3}{2}\right); P_2(3 \mid 5); S\left(2 \mid \frac{5}{2}\right); D = \{x \mid -8 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$$

څلورم:

$$P_1\left(-1 \mid \frac{5}{2}\right); P_2\left(-3 \mid \frac{11}{2}\right); D = \{x \mid -9 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره محور په 8- کې غوڅوي. $f_1(x)$ ته غبرګه یوه دویمه کرښه د تابع $f_2(x)$ سره پروت محور په 4- کې غوڅوي. دواړه کرښې له یوې دریمې کرښې چې تابع $f_3(x)$ لري او له ټکو P_1 او P_2 تیریږي په ټکو P_3 او P_4 کې ولاړکونجیزه(قایوم الزاویه) غوڅوي. وټاکئ:

الف- تابع $f_3(x)$ ب - تابع$f_1(x)$

پ – تابع $f_2(x)$ ت – د دریواړو توابعو ګراف په D کې.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم:

$$A\left(-\frac{13}{2}\,\middle|\,-\frac{3}{2}\right);\ B(3\mid 2);\ D=\{x\mid -8\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$$

د يوه قايوم الزاويه مثلث(ولاړکونجيز درې ګوډي) څخه، چې ولاړ کونج(قايم الزاويه) يې پهC کې پرته ده، ټکي A اوB ورکړ شوي. د مثلث اړخ يا ضلع [BC] د تابع $f_3(x)$ سره د اوردينات يا ولاړ محور په 3 کې غوڅوي.

وټاکئ:

الف- د اړخ [AB] تابع $f_1(x)$ ب- د اړخ يا ضلعې [BC]تابع $f_3(x)$

پ- د اړخ [AC] تابع $f_2(x)$ ت- د ټکي C کواوردیناتونه

ټ په D کې ګرافونه.

ځوابونه يا حلونه

کرښيزې توابع **XIII**

نتيجې لومړی:

الف-

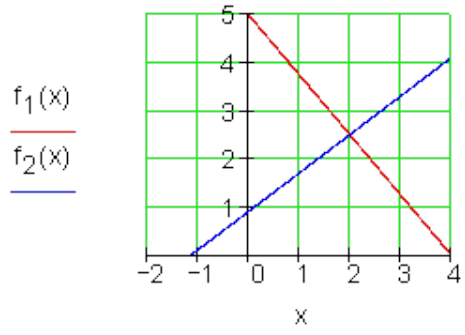
$$f_2(x)=\frac{4}{5}x+\frac{9}{10};\ S\left(2\,\middle|\,\frac{5}{2}\right)$$

$$D=\{x\mid -1\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$$

$$m_1=-\frac{1}{m_2}=-\frac{5}{4}$$

$$f_1(x)=-\frac{5}{4}x+5$$

پ-



(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_{y_1}(0 \mid 5); P_{y_2}\left(0 \mid \frac{9}{10}\right)$

$P_{x_1}(4 \mid 0); P_{x_2}\left(-\frac{9}{8} \mid 0\right)$

ب-

دویم: الف-

$f_1(x) = -4x - 2; m_3 = \frac{1}{4}$

$f_2(x) = 2x + 4$

$D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$

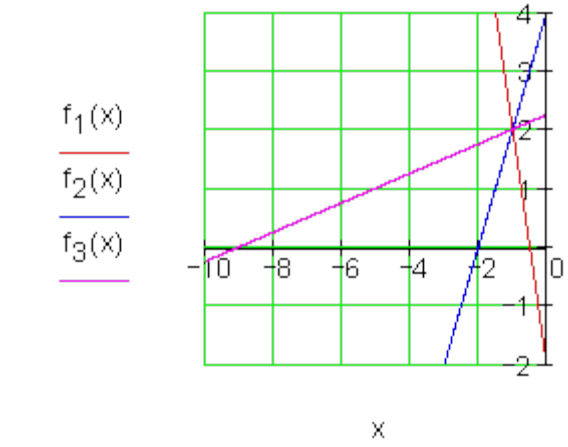
$S(-1 \mid 2)$

$f_3(x) = \frac{1}{4}x + \frac{9}{4}$

$P_{y_1}(0 \mid -2); P_{y_2}(0 \mid 4)$

$P_{y_3}\left(0 \mid \frac{9}{4}\right); P_{x_1}\left(-\frac{1}{2} \mid 0\right)$

$P_{x_2}(-2 \mid 0); P_{x_3}(-9 \mid 0)$



$f_1(x) = \frac{1}{4}x + \frac{9}{4}; m_3 = -4$

$f_2(x) = 2x + 4$

$D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$

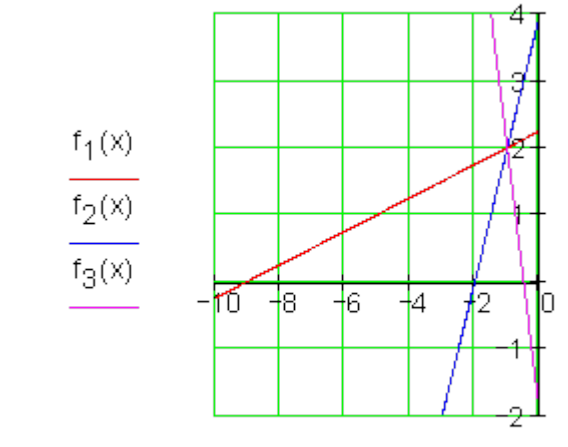
$S(-1 \mid 2)$

$f_3(x) = -4x - 2$

$P_{y_1}\left(0 \mid \frac{9}{4}\right); P_{y_2}(0 \mid 4)$

$P_{y_3}(0 \mid -2); P_{x_1}(-9 \mid 0)$

$P_{x_2}(-2 \mid 0); P_{x_3}\left(-\frac{1}{2} \mid 0\right)$



ب-

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم:

$P_1\left(-2 \mid \frac{3}{2}\right); P_2(3 \mid 5);$

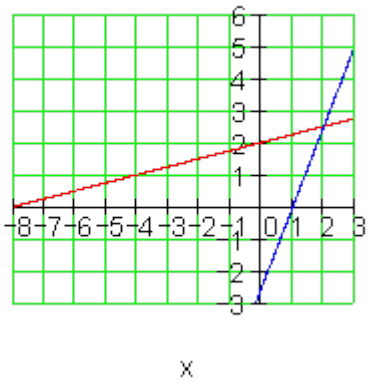
$S\left(2 \mid \frac{5}{2}\right); D = \{x \mid -8 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$

$m_1 = \frac{1}{4}; f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2$

$m_2 = \frac{5}{2}; f_2(x) = \frac{5}{2}x - \frac{5}{2}$

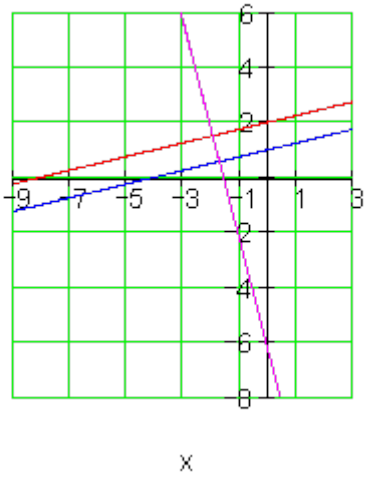
$P_{y1}(0 \mid 2); P_{y2}\left(0 \mid -\frac{5}{2}\right)$

$P_{x1}(-8 \mid 0); P_{x2}(1 \mid 0)$



څلورم:

ت-



الف-

$P_1\left(-1 \mid \frac{5}{2}\right); P_2\left(-3 \mid \frac{11}{2}\right);$

$D = \{x \mid -9 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$

$m_3 = -4; f_3(x) = -4x - \frac{13}{2}$

ب-

$m_1 = \frac{1}{4} = -\frac{1}{m_3}; f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

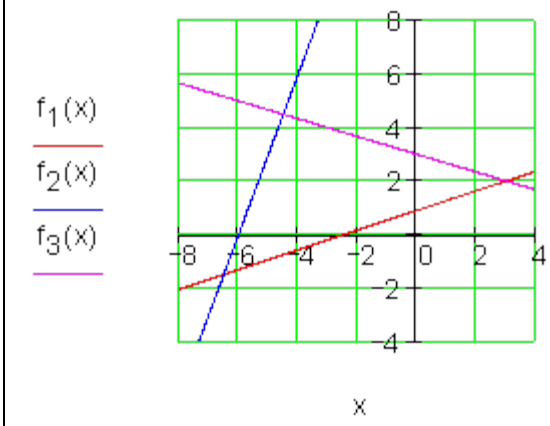
پ-

$$m_2 = \frac{1}{4}; f_2(x) = \frac{1}{4}x + 1$$

$$P_3\left(-2 \mid \frac{3}{2}\right); P_4\left(-\frac{30}{17} \mid \frac{19}{34}\right)$$

پنځم:

ت-



الف-

$$A\left(-\frac{13}{2} \mid -\frac{3}{2}\right); B(3 \mid 2)$$

$$D = \{x \mid -8 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$$

$$m_1 = \frac{7}{19}; f_1(x) = \frac{7}{19}x + 19$$

ب-

$$m_3 = -\frac{1}{3} \quad f_3(x) = -\frac{1}{3}x + 3$$

پ-

$$m_2 = -\frac{1}{m_3} = 3; f_2(x) = 3x + 18$$

ت- $$C\left(-\frac{9}{2} \mid \frac{9}{2}\right)$$

پوښتنې

(c) ketabton.com: The Digital Library

کربنیزي توابع **XIV**

لومړی: $A(-8|-6); C(-1|5); D=\{x|-8\le x\le 2\}_{\mathbb{R}}$

له یوه قایمالزاویه مثلث، چې قایمه زاویه یې په B پرته ده، ټکی A او C ورکړ شوي دي. د مثلث ضلع (اړخ)[BC] د اوردینات محور (ولاړمحور) په 3کې قطع کوي.

دا وټاکئ:

الف-

$[AB]=f_1$; $[BC]=f_2$; $[AC]=f_3$ د مثلث درې د ضلعو توابع.

ب- د B ټکي کواودینات یا وضعیه قیمت کي د ټکي B محورونه

پ -په D کې ګراف.

دویم:

$A(-4|-1); B(2|-4); D=\{x|-4\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$

د یوه مثلث ټکيA او B ورکړ شوي دي. د مثلث [BC] ضلع دy محور په 12-کي قطع کوي; ضلع [AC] د x محور په 3- کي غوڅوي.

دا وټاکئ:

الف-تابع $f_1(x)$ ضلع .[AB] قطع کوي ب - تابع $f_2(x)$ ضلع [BC] غوڅوي.

پ - تابع $f_3(x)$ ضلع [AC] ت - د C ټکي وضعیه قیمتونه

ټ - د D ټکي وضعیه قیمتونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم: توابع $y = f(x) = 3x - 4$ او $g(x) = ax + 3$ ورکړ شوي.

د دواړو توابعو ګرافونه په ټکي $S(3 \mid 5)$ کي غوڅوي.

د $h(x)$ تابع مساوات داسي وکاږئ، چې ګراف په ټکي S عمود څغلي. په يوه وضيه قيمتسيستم کي دريواړه ګرافونه رسم کړئ.

څلورم:

$$f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{4}; f_2(x) = -4x - 2; D = \{x \mid -10 \le x \le 1\}_{\mathbb{R}}$$

د $f_1(x)$ تابع سره کرښه د دويمې کرښې د $f_2(x)$ تابع سره قطعه کوي.

دا وټاکئ:

الف- د S قاطع ټکی د x_s او y_s کواودينات سره.

ب - د دواړو کرښو د قاطع ټکي د x محور سره.

پ - د دواړو کرښو قاطع ټکي د x محو سره.

ت - د دواړو توابعو ګراف په D کي.

پنځم:

د $g(x)$ تابع ، چې په $f(x)$ عمود ده پيدا کړئ. د $g(x)$ ګراف د y محور په $P_y(0 \mid 3)$ ټکي قطع کوي. دواړه کرښې په يوه وضعيه قيمت سيستم(پروت ولاړ سيستم) کي رسم کړئ.

الف - $f(x) = -2x + 2$ ب - $f(x) = 3x - 6$

پ - $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$ ت - $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم: د دواړو کرښو غوڅټکی (نقاط تقاطع) و ټاکی او ګراف یې وکاږی.

الف ـ $f_1(x)=\frac{1}{4}x+2\frac{1}{4}; f_2(x)=-4x-2; D=\{x\mid -10\le x\le 1\}_{\mathbb{R}}$

ب ـ $f_1(x)=-2x+2; f_2(x)=3x-6; D=\{x\mid -2\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

پ ـ $f_1(x)=-\frac{2}{3}x+4; f_2(x)=\frac{3}{2}x-2\frac{1}{2}; D=\{x\mid -1\le x\le 7\}_{\mathbb{R}}$

ت ـ $f_1(x)=-\frac{3}{8}x+1; f_2(x)=\frac{5}{6}x+5\frac{5}{6}; D=\{x\mid -8\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

ځوابونه یا حلونه

کرښیز توابع یا بلواک **XIV**

نتیجه : لومړی:

الف-

$A(-8\mid -6); C(-1\mid 5);$

$D=\{x\mid -8\le x\le 2\}_{\mathbb{R}}$

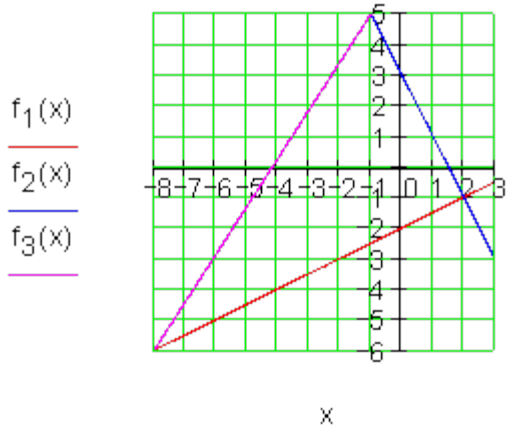
$m_3=\frac{11}{7}; f_3(x)=\frac{11}{7}x+\frac{46}{7}$

$m_2=-2; f_2(x)=-2x+3$

$m_1=-\frac{1}{m_2}=\frac{1}{2}; f_1(x)=\frac{1}{2}x-2$

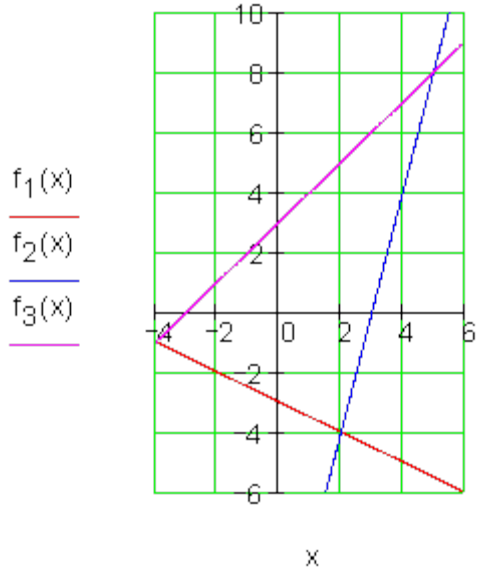
ب- $B(2\mid -1)$

پ-

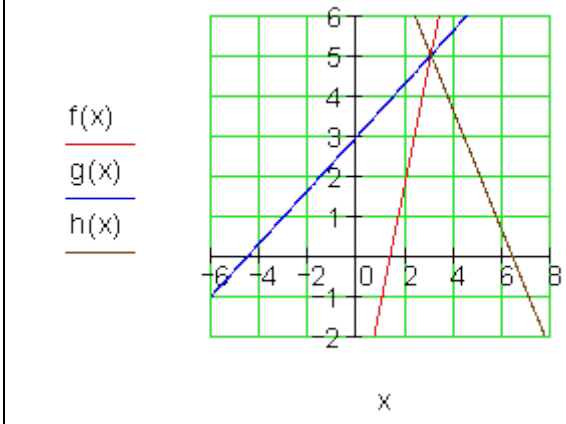


(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم:

$A(-4\mid -1);\ B(2\mid -4)$ $D=\{x\mid -4\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$ الف- $m_1=-\frac{1}{2};\ f_1(x)=-\frac{1}{2}x-3$ ب- $m_2=4;\ f_2(x)=4x-12$ پ- $m_3=1;\ f_3(x)=x+3$ ت- $C(5\mid 8)$	ت- 

دریم:

$f(x)=3x-4$ $g(x)=ax+3$ $S(3\mid 5)\Rightarrow a=\frac{2}{3}$ $g(x)=\frac{2}{3}x+3$ $h(x)=-\frac{3}{2}x+\frac{19}{2}$	

څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف-

$f_1(x)=\frac{1}{4}x+\frac{9}{4}; f_2(x)=-4x-2;$

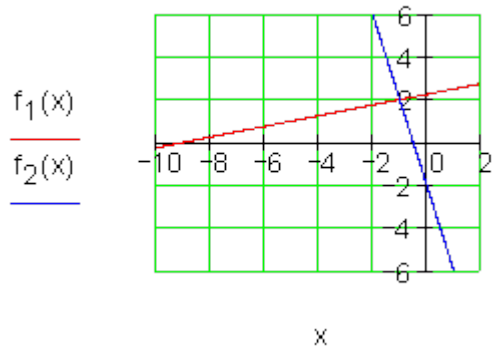
$D=\{x\mid -10\le x\le 1\}_{\mathbb{R}}$

$\Rightarrow S(-1\mid 2)$

ب- $P_{y1}\left(0\mid \frac{9}{4}\right); P_{y2}(0\mid -2)$

پ- $P_{x1}(-9\mid 0); P_{x2}\left(-\frac{1}{2}\mid 0\right)$

ت-

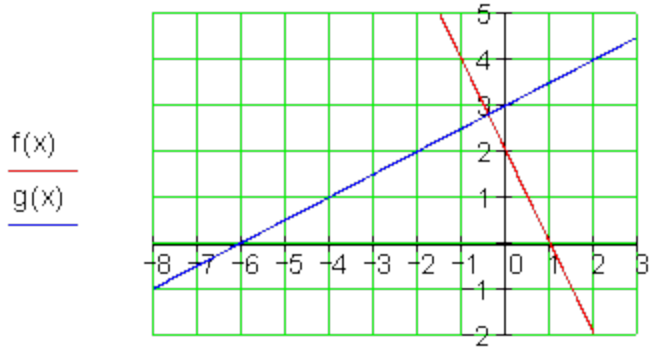


پنځم:

الف-

$f(x)=-2x+2$

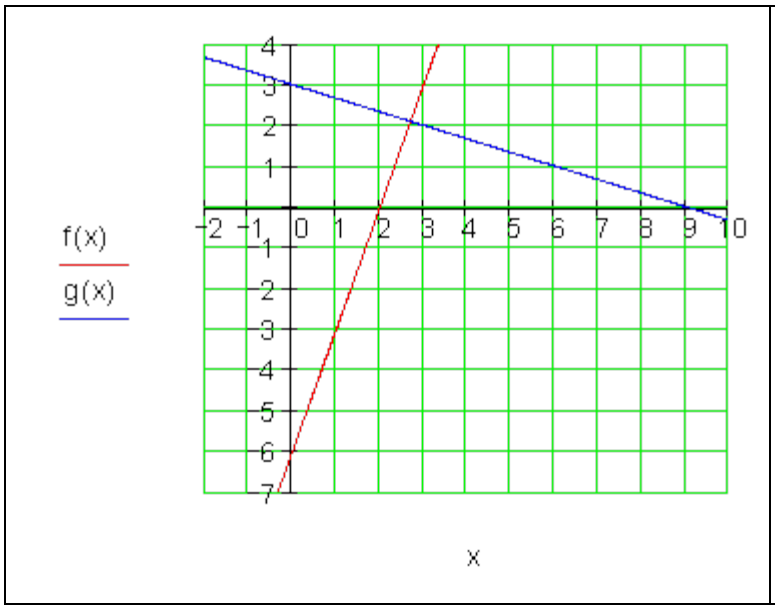
$g(x)=\frac{1}{2}x+3$



ب- $f(x)=3x-6$

$g(x)=-\frac{1}{3}x+3$

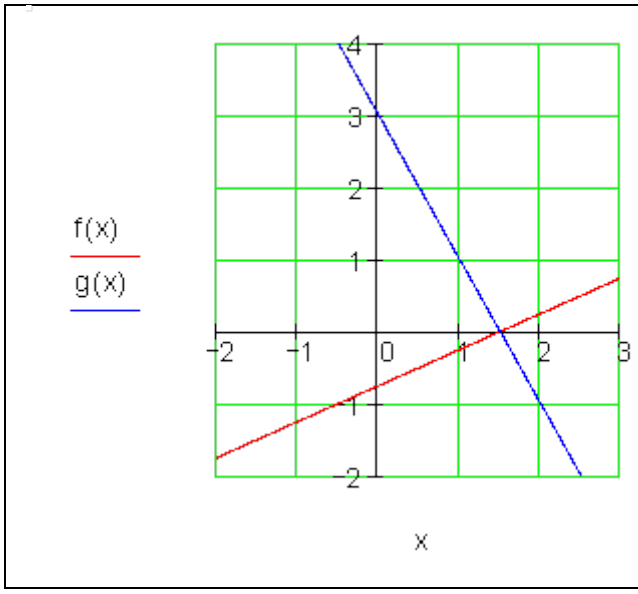
(c) ketabton.com: The Digital Library



$$f(x) = 3x - 6$$

$$g(x) = -\frac{1}{3}x + 3$$

پ-

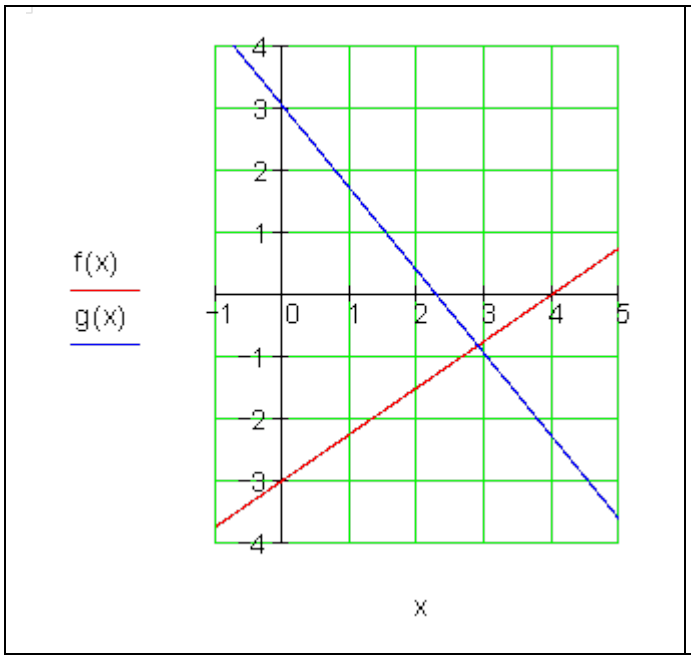


$$f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$$

$$g(x) = -2x + 3$$

ت-

(c) ketabton.com: The Digital Library

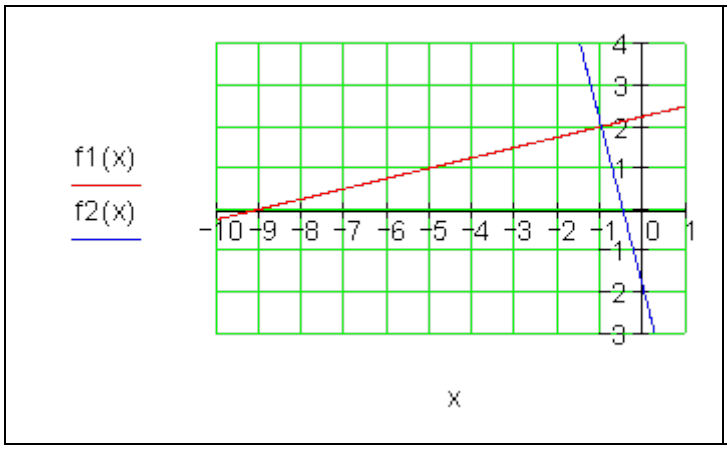


$$f(x)=\frac{3}{4}x-3$$

$$g(x)=-\frac{4}{3}x+3$$

شپږم:

الف-



$$f_1(x)=\frac{1}{4}x+2\frac{1}{4}$$

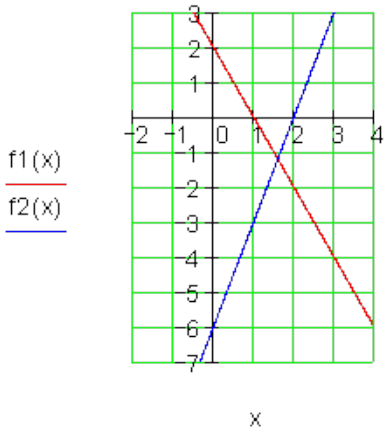
$$f_2(x)=-4x-2$$

$$D=\{x\mid -10\le x\le 1\}_{\mathbb{R}}$$

$$\Rightarrow S(-1\mid 2)$$

ب-

(c) ketabton.com: The Digital Library



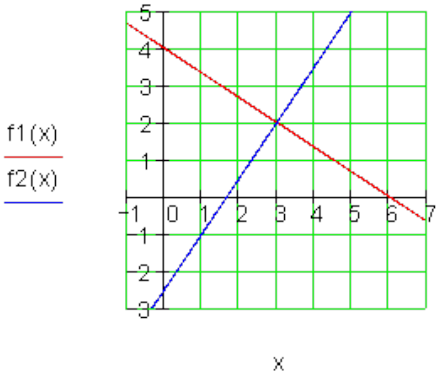
$f_1(x) = -2x + 2$

$f_2(x) = 3x - 6$

$D = \{x \mid -2 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

$\Rightarrow S\left(\frac{8}{5} \mid -\frac{6}{5}\right)$

پ-



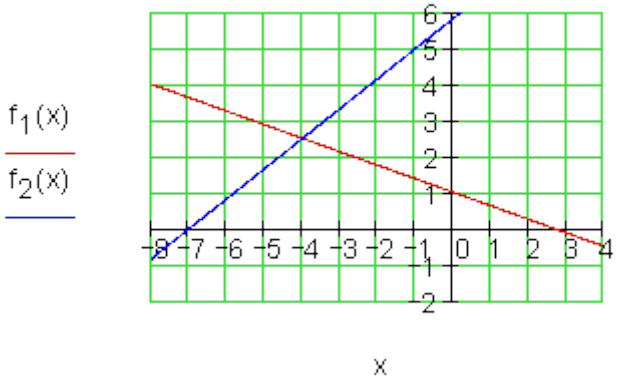
$f_1(x) = -\frac{2}{3}x + 4$

$f_2(x) = \frac{3}{2}x - 2\frac{1}{2}$

$D = \{x \mid -1 \le x \le 7\}_{\mathbb{R}}$

$S(3 \mid 2)$

ت-



$f_1(x) = -\frac{3}{8}x + 1$

$f_2(x) = \frac{5}{6}x + 5\frac{5}{6}$

$D = \{x \mid -8 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

$S\left(-4 \mid \frac{5}{2}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.3.د دوه کړښو موقعیت(پروتګایونه) نسبت یو بل ته

2.3.1.د دوه کړښو غوڅټکي(تقاطع ټکي)

د دوه کړښو مساوات په راته معلومه توګه یو حل لري یا کوم حل نه لري او یا ناپای ډېر حلونه لري.

د ا د دوه کړښو یو بل ته د پروت ځای له امله یو بل سره څه سرو کار لري؟

یوه حالت بیلګه دې دا روښانه کړي.

بیلګه :

یو یخوونی (یخچال) (1) په بازار کې 400 € قیمت لري او هره میاشت د .20 € انرژي مصرفوي.

یو ارزانه یخوونی (2) په بازرا کې€ 200 قیمت لري او د میاشتې 40 € د انرژي لګښت لري.

د کوم وخت پورې دا قیمته یخوونی یا یخچال خپل قیمت بیرته راګټي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ګران يخووني د قيمت ودې لپاره د تابع مساوات دي:

$$(1)\ K_1(x) = 20x + 400$$

(x= وخت په مياشتو، K1(x) قيمت په يورو)

د دويم ارزانه يخووني لپاره:

$$(2)\ K_2(x) = 40x + 200$$

(x= وخت په مياشتو، K2(x) قيمت په يورو)

د قيمته يخووني اخستل هلته بنه دي، که چېرې ټول قيمت (د اخستلو او د مياشتي د مصرف قيمتونه) د ارزانه يخوونی سره يا برابر او يا تر ې کم شي،

د قيمت مساوات ليکو، که K1(x) = K2(x) وي.

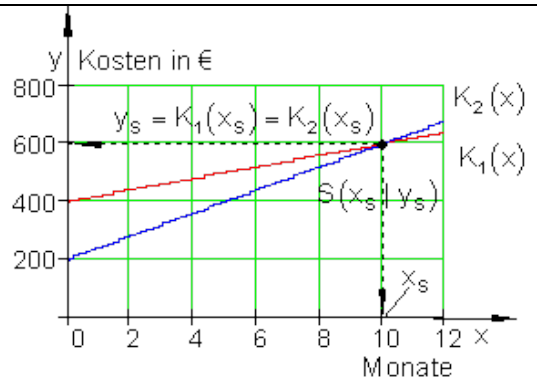
$$K_1(x) = K_2(x)$$
$$\Leftrightarrow 20x + 400 = 40x + 200 \mid -400$$
$$\Leftrightarrow 20x = 40x - 200 \mid -40x$$
$$\Leftrightarrow -20x = -200 \mid :(-20) \Leftrightarrow x = 10$$

په K1 (x)کې کيږدی

$$\Rightarrow K_1(10) = 20 \cdot 10 + 400 = 600$$

په K2 (x)کې کيږدی

$$K2(10) = 40.10+200 = 600$$



kosten in Euro پورته: په يورو قيمت،

پروت: Monate د مياشتي په معنا

نتيجه: مساواتسيستم

(c) ketabton.com: The Digital Library

$K_1(x) = 20x + 400$ او $K_2(x) = 40x + 200$

د مساوي سیستم د مساوي ایښوونې له لارې حل شو.

ارزښت $x = 10$ په دې معنا دی، له 10 میاتو وروسته قیمته یخوونی ارزي، یعني خپل قیمت راباسي.

ارزښت $y = 600$ په دې معنا دی، چې دواړه یخووني له لسو میاشتو وروسته برابر ارزښت رامنځ ته کیږي یعني .(600 €).

سملاسي د اوکولوجي یخوونو ټول لګښت کم دی.

د دوه کرښو د غوټیکي ټاکلو لپاره یو کرښیز مساواتسیستم د د وه اوښتونو یا متحولو سره باید حل شي.

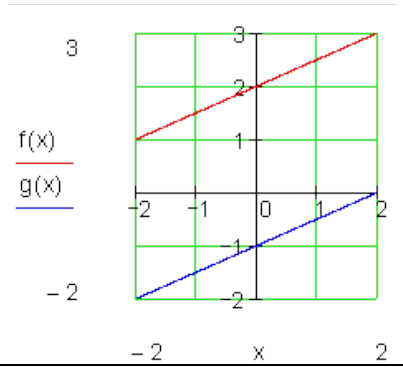
بیلګه:

$\Leftrightarrow \quad 2 \quad = \quad -1$

تضاد

حل مو یوه تضاد ته بیایي. دا په دې معنا چې، دا مساواتسیستم حل نه لري.

$f(x) = 0,5x + 2 \quad g(x) = 0,5x - 1$



د $g(x)$ تابع مساوات له $f(x)$ څخه داسي منځ ته راځي چې په درې واحدونو کښته لورته راکښل شي.
دا په دې معنا چې د $g(x)$ ګراف و $f(x)$ ته موازي یا غبرګ دی.

دوه غبرګي کرښې په روښانه توګه ګډ غوټیکی نه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

$$f(x)=\frac{1}{2}x+2\,;\,g(x)=\frac{1}{2}(x+2)+1$$

د تقاطع ټکی $f(x)=g(x)\Leftrightarrow\frac{1}{2}x+2=\frac{1}{2}(x+2)+1$

$$\Leftrightarrow\frac{1}{2}x+2=\frac{1}{2}x+1+1\Leftrightarrow\frac{1}{2}x+2=\frac{1}{2}x+2$$

$\frac{1}{2}x+2=\frac{1}{2}x+2$ د $\forall x\in\mathbb{R}$ لپاره رښتیا وینا ده.

دواړه کرښې ناپای زیات ګډ ټکي لري، دا یوه بل برتې دی، دا کټمټې یا ایدنټیک دي.

دا تراوسه نتیجې سره یوځای راوړو:

د دي لپاره چې د دوه کرښو د تقاطع ټکي پیداکړو، د هغې تابع مساوات ، کوم چې یو کرښیز مساوات سیستم د دوه متحولو سره جوړوی، باید حل کړو.

دا د مساوي ایښوولو له لارې کیدونکي دي.

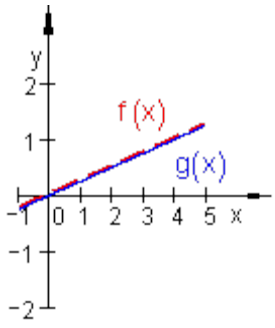
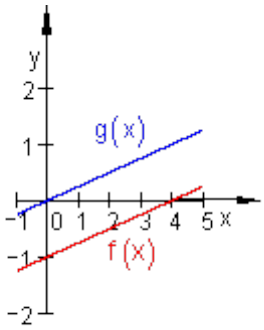
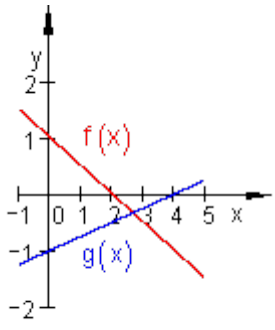
په یاد ولرئ:

که $f(x)=g(x)$ ټیک یو حل لري، نو کرښه $g(x)$ کرښه $f(x)$ په یوه ټکي کې غوځوي. کرښې مختلف جګوالی یا میلان لري.

که $f(x)=g(x)$ کوم حل نه لري، نو کرښې ګډ حل نه لري. دا یو بل سره موازي ځغلي.

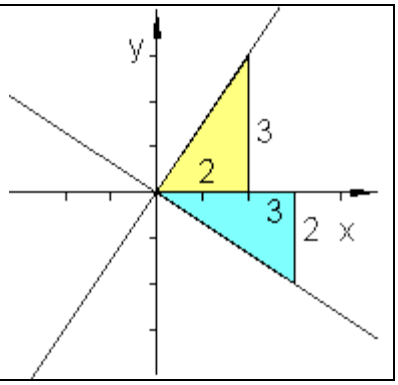
که $f(x)=g(x)$ ناپای ډېر حلونه لري، نو کرښې ایدنټیک یا کټمټ دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ناپای ډپر حلونه لري	کوم حل نه لري	تیک یو حل
		

2.3.2.یو بل سره عمود یا ولاړي ځغلیدونکي کربنې

که د دوه عمود قطع کیدونکو (غوځیدونکو) کربنو جګوالي پیدا کول موخه وی، نو ګومان کیږي، چې د دواړو جګوالو ترمنځ اړیکي شته.

Vorübung:له مخه تمرین:	

د $f(x)=\frac{3}{2}x$ تابع ګراف به وضعیه قیمتسیستم کې وکاږی. په دې کربنه د هندسی مثلث په مرسته یو عمود کواودینات په سرچینه وباسی او جګوالی یې ولولی یا په ګوته کړی.

دg کربنې جګوالی: $a_{1g}=\frac{3}{2}$.ګومان: د کربنې h چګوالی: $a_{1h}=-\frac{2}{3}$ د a_{1h} منفی برعکس ارزښت د a_{1g} په ګوته کوي یا انځوروي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دلته د یوه منفي کسري جګوالي حالت څخه غږیږو.

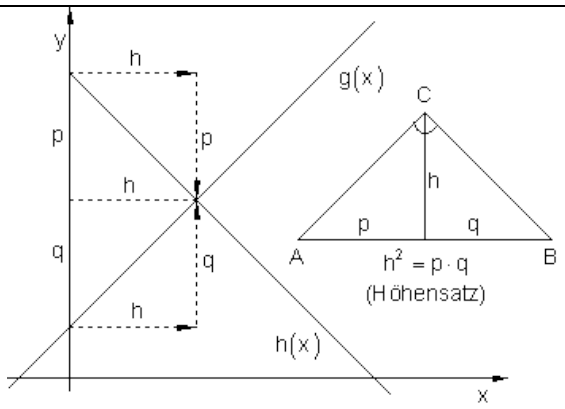
دا په دې معنا چې: $a_{1h} = -\frac{1}{a_{1g}}$ همداسې $a_{1h}.a_{1g} = -1$ یا $a_{1g} = -\frac{1}{a_{1h}}$

جمله:

د دوه یو په بل عمودو یا ولاړو کربنو g او h جګوالي لپاره صدق کوی:

$a_{1h} = -\frac{1}{a_{1g}}$ همداسې $a_{1h}.a_{1g} = -1$ یا $a_{1g} = -\frac{1}{a_{1h}}$

کربنې یو په بل عمود دي.



(جګجمله = Höhensatz)

دg او h جګوالي لیکل کیدی شي:

$a_{1g} = \frac{q}{h}$ او $a_{1h} = -\frac{p}{h}$

$a_{1g} \cdot a_{1h} = \frac{q}{h} \cdot (-\frac{p}{h}) = -\frac{q \cdot p}{h^2}$ (1)

د جګجملې له مخې دی

$h^2 = p.q$

په (1)کې کیږدی

$a_{1g} \cdot a_{1h} = -\frac{q \cdot p}{h^2} = -\frac{h^2}{h^2} = -1$

$\Rightarrow a_{1g} \cdot a_{1h} = -1$

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوه یو بل ته ولاړ ګونجیز یا قایم الزاویه یې ځغلنده کربنې g او h غوڅټکی یا د قطعه کیدو ټکی $S(2\mid 3)$ ورکړ شوي، چیرته چې د g جګوالی $a_{1g}=\frac{1}{2}$ دی.	غوښتنه: د g کربنې تابعمساوات g(x) . د h کربنې تابعمساوات h(x). د g او h ګراف د $D=\{x\mid -5\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$ لپاره
$a_{1g}=\frac{1}{2}$ له $g(x)\perp h(x)$ املې لرو $a_{1h}=-2$	
$g(x)=\frac{1}{2}x+a_{0g}$ او $h(x)=-2x+a_{0h}$	
$S(2\mid 3)\Rightarrow g(2)=3\Leftrightarrow \frac{1}{2}\cdot 2+a_{0g}=3\Leftrightarrow a_{0g}=2$	
$S(2\mid 3)\Rightarrow h(2)=3\Leftrightarrow -2\cdot 2+a_{0h}=3\Leftrightarrow a_{0h}=7$	
$\Rightarrow g(x)=\frac{1}{2}x+2$ und $h(x)=-2x+7$	

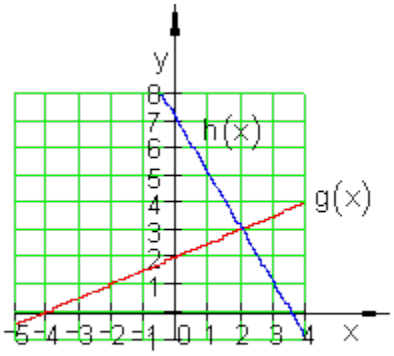
دا مخ نور تش دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$S(2|3) \Rightarrow g(2) = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\cdot 2 + a_{0g} = 3 \Leftrightarrow a_{0g} = 2$$
$$S(2|3) \Rightarrow h(2) = 3 \Leftrightarrow -2\cdot 2 + a_{0h} = 3 \Leftrightarrow a_{0h} = 7$$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{1}{2}x + 2$$

او $h(x) = -2x + 7$



2.3.3تمرینونه:

د دوه کربنو غوځټکی (د قطعه کیدو ټکی)
د دوه کربنو $g_1(x)$ او $g_2(x)$ توابع مساوات ورکړ شوي.
د دواړو کربنو د قطعه کیدو(غوځیدو) ټکی و ښایی او کربنې په یوه افقی-عمودي سیستم کې وښایاست.

اول - $g_1(x) = \frac{1}{2}x + 2 \qquad g_2(x) = -\frac{1}{2}x + 4$

دویم - $g_1(x) = 2x - 1 \qquad g_2(x) = -2x + 1$

دریم - $g_1(x) = \frac{3}{4}x - 4 \qquad g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

خلورم - $g_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

پځم - $g_1(x) = \frac{2}{3}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

شپږم- $g_1(x) = \frac{3}{4}x + 1 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 2$

یا دا لاندې

د دوه کرښو غوځټکی د دوه کرښو د $g_1(x)$ او $g_2(x)$ توابع مساوات ورکړ شوي :

د دواړو کښو غوځټکی وشمیرئ او کرښې په یوه بورت ولاړ سیستم (کواودینات سیستم) کې وکاږئ(رسم کړئ)

لومړی: $g_1(x) = \frac{1}{2}x + 2 \quad g_2(x) = -\frac{1}{2}x + 4$

دویم: $g_1(x) = 2x - 1 \quad g_2(x) = -2x + 1$

دریم: $g_1(x) = \frac{3}{4}x - 4 \quad g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 1$

خلورم: $g_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

پنځم: $g_1(x) = \frac{2}{3}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

شپږم: $g_1(x) = \frac{3}{4}x + 1 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 2$

د یوې $g_1(x)$ کرښې تابع مساوات ور کړ شوي دي.
و $g_1(x)$ کرښې ته د عمود کرښې تابع مساوات وټاکئ، که دا کرښه له P_1 ټکي تیره شي. د دواړو کرښو د قاطع ټکی یا غوځټکی وشمیرئ او دواړه کرښې په افقی-عمودی سیستم قیمت وضعیه سیستم کې رسم کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم – $g_1(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیدا کړو، چې له $P_1(3|-2)$ تیریږي.

اتم – $g_1(x) = 2x - 1\,g$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیداکړو ، چې له $P_1(-2|5)$ تیریږي.

نهم – $g_1(x) = -\frac{4}{5}x + 3$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیداکړو ، چې له $P_1(-4|-2)$ تیریږي.

لسم – $g_1(x) = 2x + 3$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیداکړو ، چې له $P_1(2|-3)$ تیریږي.

و 1 - 6 ته مفصلي بیلګې

د قیمتشمیرنې څخه کار اخستنه یا استعمالونه :

د مالک لپاره ډېره مهمه ده، چې د هغه یوه جنس تولید ست x وپیژني ، کوم چې په تولید کې منځ ته راغلي مصارف K د خرڅلاو څخه لاس ته راغلو E له لارې پوره کړي.

تعریف:

د ثابتو توکو سره د K(x) مصارفو تابع او تل لرلي مصارفو لپاره صدق وکړي:

ټول لګښت = K(x) د K تولید ست x + تل لرلي لګښت Kf

(c) ketabton.com: The Digital Library

$K(x) = k \cdot x + K_f$ که د توکو لګښت اوفیکس یا تل لرلي مصارف ثابت وي.

یادښت:

ټول لرلي مصارف د منځ ته راغلي لګښت تابع K(x) دي چې په یوه فابریکه کې د x تولید د ډېرۍ یوونونو یا ستې واحدونو (ME) یوه ضرب څخه منځ ته راغلي دي.

د دانې ارزښت بهتر یې قیمت k ټول قیمت دی د دانې په سر(دا اووښتونې یا متحول دانه قیمتونه هم بلل کیږي) .

ځای په ځای یا فیکس قیمتونه K_f هغه قیمتونه دي، چې هلته هم منځ ته راځي که تولید ونه شي (ګټه ورکونه، کرایه، بیمه، معاشونه او داسې نور).

پیژند (تعریف):

د لاس ته راغلو پیسو تابع E(x) په ثابت قیمت باور لري:

دخرڅلاو پیسې E(x)= قیمت P . ډېرۍ x یعنې E(x) = P.x

پام (یادونه) :.

هغه په نرخ یا قیمت p خرڅه شوې ډېرۍ یا ستې د لاس ته راوړنې ډېرۍ هم بلل کیږي.

تعریف:

د ګټې تابع G(x) لپاره باور لري:

ګټه: $G(x) = E(x) - K(x)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پام (یادونه) :

که د$G(x)$ نتیجه کمیزه یا منفي وي، فابریکه زیان کوي، که$G(x)$ زیاتیزه یا مثبت وي، نو فابریکه ګټه کوي.

که $G(x) = 0$ وي، نو لګښت$K(x)$ همدومره ستر دی، لکه لاس ته راوړنه$E(x)$.

دا ټکی د ګټې پوله Gewinnschwelle بلل کیږي.

بیلګه : یوه فابریکه،، ملفونونه (لاسي تلفونونه)،، جوړوي دانه په € 20 .

د فابریکې تللګښت د ورځې€ 60000 دی.

د هر ،،ملفون،، خرڅلاو قیمت په دانه دی€ 40.

فابریکه کړی شي د ورځې خورا زیات یا ماکسمال 4000،، ملفونه،، تولید کړي(د تولید توان یا کاپښیتي پوله).

الف – د کوم تولید ډېرې یا ستې سره فابریکه ګټه کوي؟

ب - د کوم تولید ډېرې سره فابریکه ماکسماله ګټه کوي؟

پ – دا حالت په یوه مناسب کواوردینات سیستم کې ګرافیکي انځور کړی.

الف - تابع مساوات ولیکی:

لګښت تابع : $K(x) = 20+60000$

خرڅلاوتابع:$E(x) = 40x$

ګټه تابع :

$$G(x) = E(x) - K(x) = 40x - 20x - 60000$$
$$= 20x - 60000$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ږدو: $G(x) > 0$

$$\Leftrightarrow 20x - 60000 > 0 \mid +60000$$
$$\Leftrightarrow 20x > 60000 \mid : 20 \Leftrightarrow x > 3000$$

د یوه له $x = 3000$ پورته،،ملفونونو،، د ورځي تولیدډپرۍ فابریکه ګټه کوي.

په $x = 3000$ تولید سره ګټه$E(x)$ دومره ده لکه لګښت$K(x)$.

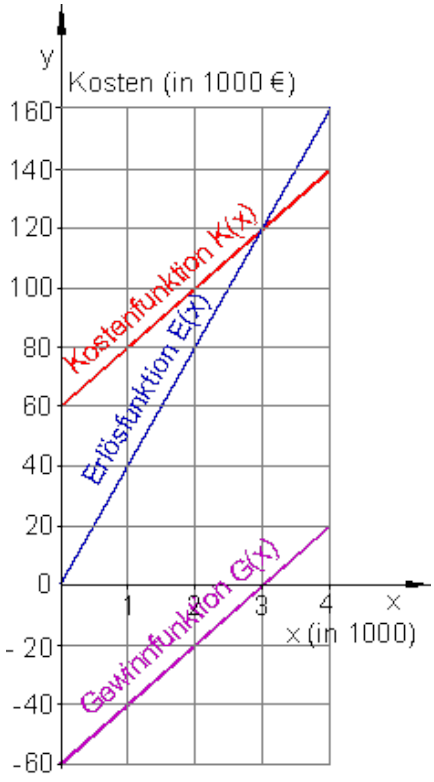
$$K(3000) = 20 \cdot 3000 + 60000 = 120000$$
$$E(3000) = 40 \cdot 3000 = 120000$$

ب - په عظمي تولیدډپرۍ یا – ستې کي د ګټې پیداکونه $x_{Max} = 4000$.

$$G(4000) = 20 \cdot 4000 - 60000 = 20000$$

د ورځي د4000 .، ملفونو،، د تولید ګټه عظمي ده، دا .20000 € ده.

پ -



(c) ketabton.com: The Digital Library

یادونه: له پورته کښته ته ژباړه: د لګښت تابع، د خرڅلاو تابع، د ګټې تابع
د ګټې شولۍیا پوله کیدی شي د ګټې په تابع هم د لګښت تابع د ګراف د غوټکي له لارې هم د خرڅلاو د ګراف سره پیدا کړای شي. د غوټکی x کواوردینات د ګټې شولي یا هغه ورشو چې ګټه به کې صورت نیسي).. دهو د y کواوردینات په دې ځای کې لګښت ورکوي.
د ډېرې - او پیسو یوونونه یا - واحدونه په یوه فابریکه کې د تولید ډېرې د لوړو دانو د تولید پروسه په ګوته کوي، د بیلګې په توګه د ورځې 1000 000 Cd- Rohlinge.
د تولید لګښت هم زیات وخت په میلینونو وي.

داسي ستر ګڼونه یا اعداد تل داسي ساده نه ګڼل کیږي. له دې امله د تولید شوو دانولپاره د ډېرې یوون یا – واحد کاروو او همداسي د لګښت پیسو واحدونو یا یوونونو لپاره هم.

د بیلګې په توګه کیدی شي1000 000 Cd- Rohlingeپه 10 ستواحدونو(ډېرې یوونویاME 10) کې سره راټول کړو، چیرته چې د ډېرې واحد د 100 000 دانو لپاره ځای په ځای شوی دی. یعني 100 000 دانې یو یوون یا واحد دی. همداسي لګښتونه د پیسو واحدونو(-یوونونو) ته سره راټولیږي، د بیلګې په توګه€ 9000 000 و9 د پیسو واحدونو(یوونونو(ته (9 GE).

پرته له دې د لګښت واحد(یوون) لپاره سړی په ټاکلې پیسو واحد (یوون) پورې مربوط نه دی

بیلګه:

د یوه ټاکلی تولید لپاره دې د لګښت تابع $K(x) = 0,3x + 4$ وي او د خرڅلاو تابع $E(x) = 1,1x$د ګټې په پولیBreak-even-Point کې ټول لګښتونه څومره جګ دي.؟

$$G(x) = E(x) - K(x) = 1,1x - 0,3x - 4 = 0,8x - 4$$

د لږ Break-even-Point :

$$G(x) > 0 \Leftrightarrow 0,8x - 4 > 0 \mid +4 \Leftrightarrow 0,8x > 4 \mid : 0,8 \Leftrightarrow x = 5$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټول تولید: $K(5) = 0,3 \cdot 5 + 4 = 1,5 + 4 = 5,5$
د ګټې پوله Break-even-Poin t د 5 ME (د،، سټ واحد یا ډېرۍ یوون ،، لپاره راغلی) شاو خوا کې پرته ده، په دې ځای کې لګښت 5,5 GE (GE پیسو یوون لپاره) دی.

ځوابونه:

تمرین د کړښیز مساواتو III

نتیجې:

لومړی -

$g_1(x) = \frac{1}{2}x + 2;\ g_2(x) = -\frac{1}{2}x + 4 \Rightarrow S(2 \mid 3)$ د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

دویم - $g_1(x) = 2x - 1;\ g_2(x) = -2x + 1 \Rightarrow S\left(\frac{1}{2} \mid 0\right)$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

دریم - $g_1(x) = \frac{3}{4}x - 4;\ g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 1 \Rightarrow S\left(\frac{12}{5} \mid -\frac{11}{5}\right)$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

څلورم - $g_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2;\ g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3 \Rightarrow S\left(-1 \mid \frac{5}{2}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری

پنځم - $g_1(x)=\frac{2}{3}x+2\,;\,g_2(x)=\frac{1}{2}x+3\Rightarrow S(6\mid 6)$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری

شپږم - $g_1(x)=\frac{3}{4}x+1;\,g_2(x)=\frac{1}{2}x+2\Rightarrow S(4\mid 4)$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری

اوم - $g_1(x)=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}\,;P_1(3\mid -2)\Rightarrow g_2(x)=\frac{1}{2}x+2:S(1\mid 2)$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری

اتم - $g_1(x)=2x-1;P_1(-2\mid 5)\Rightarrow g_2(x)=-\frac{1}{2}x+4:S(2\mid 3)$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری

نهم - $g_1(x)=-\frac{4}{5}x+3\,;P_1(-4\mid -2)\Rightarrow g_2(x)=\frac{5}{4}x+3:S(0\mid 3)$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری

لسم - $g_1(x)=2x+3\,;P_1(2\mid -3)\Rightarrow g_2(x)=-\frac{1}{2}x-2:S(-2\mid -1)$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل حل:

لومړی:

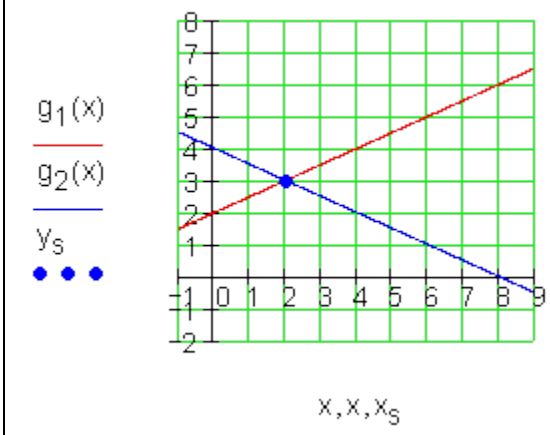
$$g_1(x)=\frac{1}{2}x+2 \qquad g_2(x)=-\frac{1}{2}x+4$$

$$g_1(x)=g_2(x) \Leftrightarrow \frac{1}{2}x+2=-\frac{1}{2}x+4$$

$$\Leftrightarrow x_s=2$$

$$y_s=g_1(x_s)=g_1(2)=\frac{1}{2}\cdot 2+2=3$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S(2\,|\,3)}}$$



دویم:

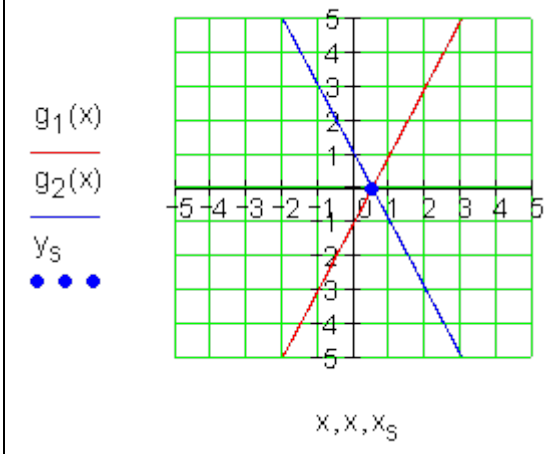
$$g_1(x)=2x-1 \qquad g_2(x)=-2x+1$$

$$g_1(x)=g_2(x) \Leftrightarrow 2x-1=-2x+1$$

$$\Leftrightarrow x_s=\frac{1}{2}$$

$$y_s=g_1(x_s)=g_1\left(\frac{1}{2}\right)=2\cdot\frac{1}{2}-1=0$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{1}{2}=0{,}5\,|\,0\right)}}$$



دریم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

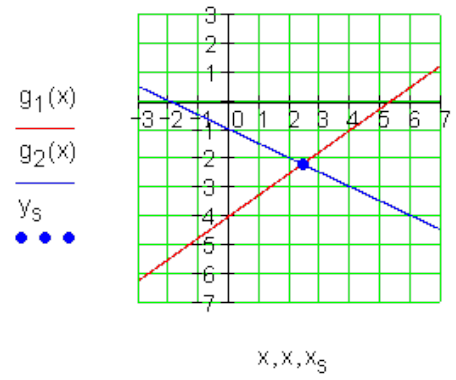
$$g_1(x)=\frac{3}{4}x-4 \qquad g_2(x)=-\frac{1}{2}x-1$$

$$g_1(x)=g_2(x)\Leftrightarrow \frac{3}{4}x-4=-\frac{1}{2}x-1$$

$$\Leftrightarrow x_s=\frac{12}{5}$$

$$y_s=g_1(x_s)=g_1\left(\frac{12}{5}\right)=\frac{3}{4}\cdot\frac{12}{5}-4=-\frac{11}{5}$$

$$\Rightarrow S\left(\frac{12}{5}=2,4\,|\,-\frac{11}{5}=-2,2\right)$$



څلورم:

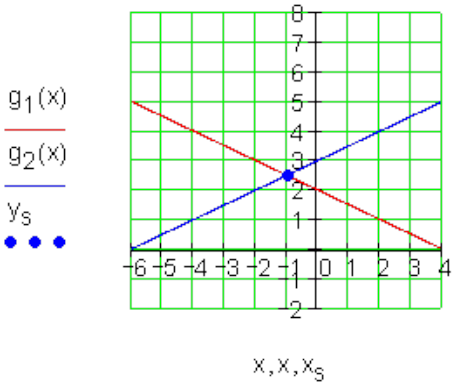
$$g_1(x)=-\frac{1}{2}x+2 \qquad g_2(x)=\frac{1}{2}x+3$$

$$g_1(x)=g_2(x)\Leftrightarrow -\frac{1}{2}x+2=\frac{1}{2}x+3$$

$$\Leftrightarrow x_s=-1$$

$$y_s=g_2(x_s)=g_2(-1)=\frac{1}{2}\cdot(-1)+3=\frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow S\left(-1\,|\,\frac{5}{2}=2,5\right)$$



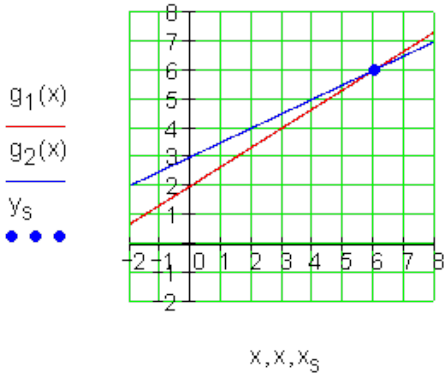
$$g_1(x)=\frac{2}{3}x+2 \qquad g_2(x)=\frac{1}{2}x+3$$

$$g_1(x)=g_2(x)\Leftrightarrow \frac{2}{3}x+2=\frac{1}{2}x+3$$

$$\Leftrightarrow x_s=6$$

$$y_s=g_2(x_s)=g_2(6)=\frac{1}{2}\cdot 6+3=6$$

$$\Rightarrow S(6\,|\,6)$$



پنځم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم:

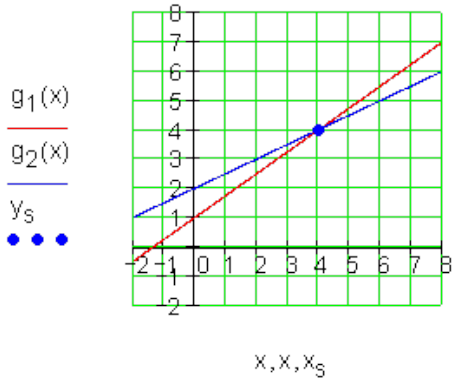
$$g_1(x)=\frac{3}{4}x+1 \qquad g_2(x)=\frac{1}{2}x+2$$

$$g_1(x)=g_2(x) \Leftrightarrow \frac{3}{4}x+1=\frac{1}{2}x+2$$

$$\Leftrightarrow x_s=4$$

$$y_s=g_2(x_s)=g_2(4)=\frac{1}{2}\cdot 4+2=4$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S(4\,|\,4)}}$$



اووم:

$$g_1(x)=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2} \qquad P_1(3\,|\,-2)$$

$$a_{1g1}=\frac{1}{2} \Rightarrow a_{1g2}=-\frac{1}{a_{1g1}}=-\frac{1}{\frac{1}{2}}=-2$$

$P_1(3\,|\,-2)$ د $g_2(x)=-2x+a_{0g2}$ ر

سره صدق کوي:

$$g_2(3)=-2 \Leftrightarrow -2\cdot 3+a_{0g2}=-2$$

$$\Leftrightarrow a_{0g2}=4$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{g_2(x)=-2x+4}}$$

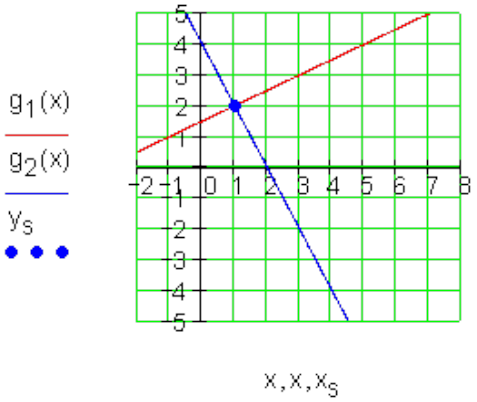
$$g_1(x)=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2} \qquad g_2(x)=-2x+4$$

$$g_1(x)=g_2(x) \Leftrightarrow \frac{1}{2}x+\frac{3}{2}=-2x+4$$

$$\Leftrightarrow x_s=1$$

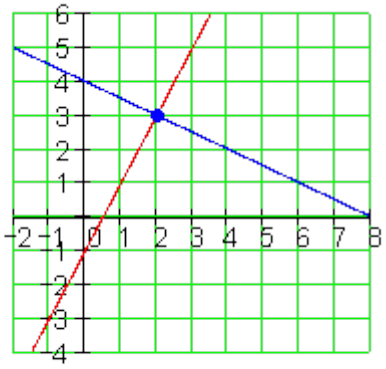
$$y_s=g_2(x_s)=g_2(1)=-2\cdot 1+4=2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S(1\,|\,2)}}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم:



$g_1(x)=2x-1 \qquad P_1(-2\,|\,5)$

$a_{1g1}=2 \Rightarrow a_{1g2}=-\frac{1}{a_{1g1}}=-\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}$

د $P_1(-2\,|\,5)$ $g_2(x)=-\frac{1}{2}x+a_{0g2}$

سره صدق کوي:

$g_2(-2)=5 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}\cdot(-2)+a_{0g2}=5$

$\Leftrightarrow a_{0g2}=4$

$\Rightarrow g_2(x)=-\frac{1}{2}x+4$

$g_1(x)=2x-1 \qquad g_2(x)=-\frac{1}{2}x+4$

$g_1(x)=g_2(x) \Leftrightarrow 2x-1=-\frac{1}{2}x+4$

$\Leftrightarrow x_s=2$

$y_s=g_1(x_s)=g_1(2)=2\cdot 2-1=3$

$\Rightarrow S(2\,|\,3)$

نهم:

$g_1(x)=-\frac{4}{5}x+3 \qquad P_1(-4\,|\,-2)$

$a_{1g1}=-\frac{4}{5} \Rightarrow a_{1g2}=-\frac{1}{a_{1g1}}=-\frac{1}{-\frac{4}{5}}=\frac{5}{4}$

د $P_1(-4\,|\,-2)$ $g_2(x)=\frac{5}{4}x+a_{0g2}$ ر

(c) ketabton.com: The Digital Library

سره باور لري:

$$g_2(-4) = -2 \Leftrightarrow \frac{5}{4}\cdot(-4) + a_{0g2} = -2$$

$$\Leftrightarrow a_{0g2} = 3$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{g_2(x) = \frac{5}{4}x + 3}}$$

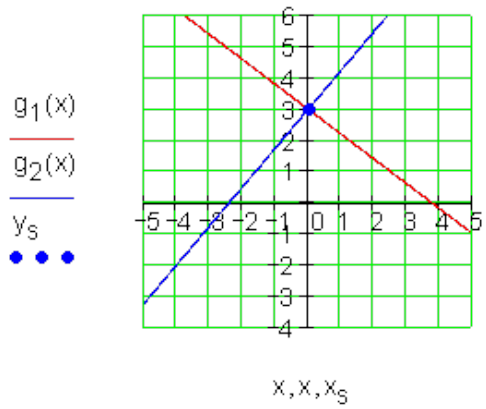
$$g_1(x) = -\frac{4}{5}x + 3 \qquad g_2(x) = \frac{5}{4}x + 3$$

$$g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow -\frac{4}{5}x + 3 = \frac{5}{4}x + 3$$

$$\Leftrightarrow x_s = 0$$

$$y_s = g_2(x_s) = g_2(0) = \frac{5}{4}\cdot 0 + 3 = 3$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S(0\,|\,3)}}$$



لسم:

$$g_1(x) = 2x + 3 \qquad P_1(2\,|\,-3)$$

$$a_{1g1} = 2 \Rightarrow a_{1g2} = -\frac{1}{a_{1g1}} = -\frac{1}{3} = -\frac{1}{2}$$

د $g_2(x) = -\frac{1}{2}x + a_{0g2}$ سره $P_1(2\,|\,-3)$

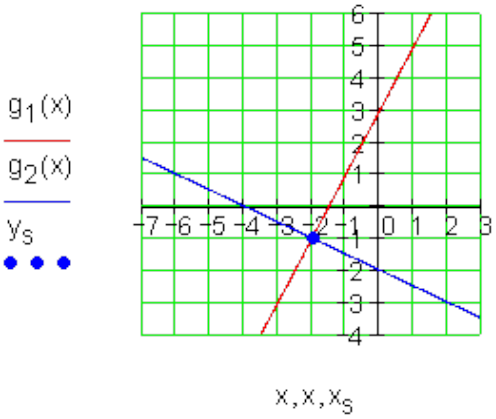
باور لري:

$$g_2(2) = -3 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}\cdot 2 + a_{0g2} = -3$$

$$\Leftrightarrow a_{0g2} = -2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 2}}$$

$$g_2(2) = -3 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}\cdot 2 + a_{0g2} = -3$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow a_{0g2} = -2$$

$$\Rightarrow g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 2$$

$$g_1(x) = 2x + 3 \qquad g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 2$$

$$g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow 2x + 3 = -\frac{1}{2}x - 2$$

$$\Leftrightarrow x_s = -2$$

$$y_s = g_1(x_s) = g_1(-2) = 2\cdot(-2) + 3 = -1$$

$$\Rightarrow S(-2\,|\,-1)$$

پوښتنې:

کربنیزې توابع برخه IV

لومړی – د کربنیزو توابعو تابع ترمونه معلوم کړی، که باور ولرې؛

الف- $f(1) = 7\,;\, f(-1) = 3$ ب - $f(a) = 0\,;\, f(0) = a$ پ - $f(a) = 1;\, f(2a) = -1$

دویم – کربنه وښایی، چې له $P_1\left(\sqrt{k}\,|\,k\right)$ او $P_2(1|\,1)$ تیرېږي، جګوالی $a_1 = \sqrt{k}+1$ لرې او دy محور په $P_y\left(0\,|-\sqrt{k}\right)$ کې غوڅوي.

دریم – وښایی: تکی $P\left(\frac{k}{2}\sqrt{2}\,\middle|\,k\right)$ د $k \in \mathbb{R}$ لپاره په یوه کربنه پوت دی.

د کربنې مساوات وټاکی

څلورم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

یوه کرښه چې له P (2,5 | 0) تېریږي د کواوردینات د محورونو سره یو درېګوډی یا مثلث جوړوي. د کوم جګوالي سره دا مثلث برابر پینیز(مساوی الاضلاع) دی؟

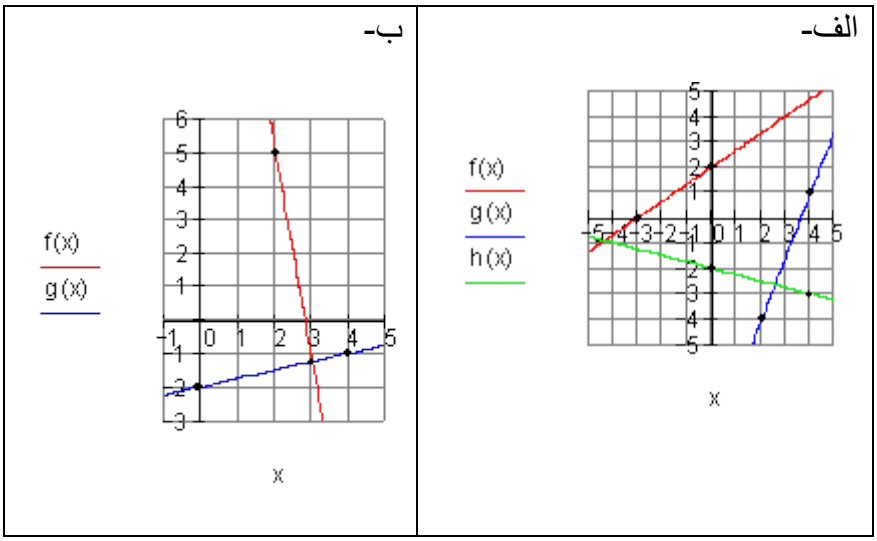
پنځم – تابع $f(x) = 3e^{-0,5x} \quad x \in \mathbb{R}$. ورکړ شوی.

د یوه کرښیز تابع h(x) لپاره باور لري:

h(0) = f(0) او h(-2) = f(-2) . h(x) و ټاکی.

شپږم – لاندې څیري د کرښیزو توابعو ګرافونه خوندي لري.

د توابعو ترمونه وټاکی.



اوم – د دواړو کرښو غوڅټکي وټاکی او دا په یوه پروتولاړسیستم کې رسم کړی.

الف - $f(x) = -3x + \frac{5}{4}; \; g(x) = -x - 1$ ب - $f : 2y - x = 3; \; g(x) = -\frac{1}{2}x + 4$

پ - $f(x) = -\frac{2}{3}x - 1; \; g(x) = \frac{1}{6}x - 4$ ت - $f : x = 2; \; g(x) = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم – دوه کرښې f(x) او g(x) د x محور په x = 4کې غوڅوي .

ممکنه تابع ترمونه وټاکی.

مفصل ځوبونه

کرښیز مساوات برخه IV

لومړی:

$$f(1)=7 \Rightarrow P_1(1|\,7);\ f(-1)=3 \Rightarrow P_1(-1|\,3)$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_1-x_2}=\frac{3-7}{-1-1}=2 \Rightarrow f(x)=2x+a_0$$

$$P_1(1|\,7):\quad \Rightarrow f(1)=2\cdot 1+a_0=7 \Rightarrow a_0=5 \Rightarrow \underline{\underline{f(x)=2x+5}}$$

الف -

$$f(a)=0 \Rightarrow P_1(a|\,0);\ f(0)=a \Rightarrow P_2(0|\,a) \Rightarrow a_0=a \Rightarrow f(x)=a_1x+a$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{a-0}{0-a}=-1 \Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-x+a}}$$

ب -

$$f(a)=1 \Rightarrow P_1(a|\,1);\ f(2a)=-1 \Rightarrow P_1(2a|-1)$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-1-1}{2a-a}=-\frac{2}{a} \Rightarrow f(x)=-\frac{2}{a}x+a_0$$

$$P_1(a|\,1):\quad f(a)=-\frac{2}{a}\cdot a+a_0=1 \Rightarrow a_0=3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{2}{a}x+3;\ a\neq 0}}$$

پ -

دویم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a_1 = \sqrt{k}+1$ und $P_y\left(0\,|\,-\sqrt{k}\right) \Rightarrow a_0 = -\sqrt{k}$ غواړو و بنایو $P_1\left(\sqrt{k}\,|\,k\right); P_2(1|1)$

$$a_1 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{1-k}{1-\sqrt{k}} = \frac{(1-k)\left(1+\sqrt{k}\right)}{\left(1-\sqrt{k}\right)\left(1+\sqrt{k}\right)} = \frac{(1-k)\left(1+\sqrt{k}\right)}{(1-k)} = 1+\sqrt{k} = \underline{\underline{\sqrt{k}+1}}$$

$$\Rightarrow f(x) = \left(\sqrt{k}+1\right)x + a_0$$

$$P_2(1|1): \quad f(1) = \left(\sqrt{k}+1\right)\cdot 1 + a_0 = 1 \Rightarrow \underline{\underline{a_0 = -\sqrt{k}}} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \left(\sqrt{k}+1\right)x - \sqrt{k}}}$$

$$f(0) = \left(\sqrt{k}+1\right)\cdot 0 - \sqrt{k} = -\sqrt{k} \Rightarrow P_y\left(0\,|\,-\sqrt{k}\right)$$

دریم:

$$P\left(\frac{k}{2}\sqrt{2}\,|\,k\right) \Rightarrow P_1\left(\frac{k_1}{2}\sqrt{2}\,|\,k_1\right) \Rightarrow P_2\left(\frac{k_2}{2}\sqrt{2}\,|\,k_2\right) \Rightarrow P_3\left(\frac{k_3}{2}\sqrt{2}\,|\,k_3\right)$$

$$a_1 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{k_2-k_1}{\frac{k_2}{2}\sqrt{2}-\frac{k_1}{2}\sqrt{2}} = \frac{(t_2-t_1)}{\frac{1}{2}\sqrt{2}\,(k_2-k_1)}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{2}\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = \sqrt{2}x + a_0$$

$$P_1\left(\frac{k_1}{2}\sqrt{2}\,|\,k_1\right): \quad f\left(\frac{k_1}{2}\sqrt{2}\right) = \sqrt{2}\left(\frac{k_1}{2}\sqrt{2}\right) + a_0 = k_1$$

$$\Rightarrow \sqrt{2}\left(\frac{k_1}{2}\sqrt{2}\right) + a_0 = k_1 \Leftrightarrow \sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\frac{k_1}{2} + a_0 = k_1 \Leftrightarrow k_1 + a_0 = k_1 \Rightarrow a_0 = 0$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \sqrt{2}x}}$$

$$P_3\left(\frac{k_3}{2}\sqrt{2}\,|\,k_3\right): \quad f\left(\frac{k_3}{2}\sqrt{2}\right) = \sqrt{2}\left(\frac{k_3}{2}\sqrt{2}\right) = k_3$$

څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

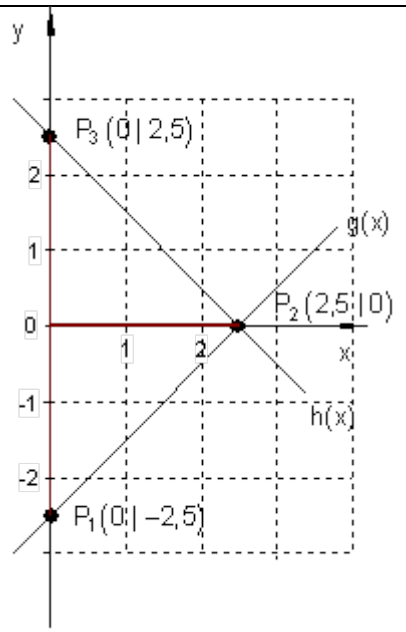
د g(x) جګوالی

$$a_{1g} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-(-2,5)}{2,5-0} = 1$$

د h(x) جګوالی

$$a_{1h} = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} = \frac{2,5-0}{0-2,5} = -1$$

درګودې(مثلث) د $a1=\pm 1$ لپاره برابر پښيز (برابرضلعيز) دی



پنځم:

لاندې المانې په پښتو: يادونه يا پام:

$$f(x) = 3e^{-0,5x}$$

$$h(0) = f(0) = 3e^0 = 3 \cdot 1 = 3 \Rightarrow P_1(0 \mid 3) \Rightarrow a_0 = 3 \qquad \text{Bemerkung: } e^0 = 1$$

$$h(-2) = f(-2) = 3e^{-0,5\cdot(-2)} = 3e^1 = 3e \Rightarrow P_2(-2 \mid 3e)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3e-3}{-2-0} = \frac{3e-3}{-2} = -\frac{3}{2}(e-1) \Rightarrow \underline{\underline{h(x) = -\frac{3}{2}(e-1)x + 3}}$$

شپږم:

الف-

$$\underline{\underline{h(x) = -\frac{1}{4}x - 2}} \qquad \underline{\underline{f(x) = \frac{2}{3}x + 2}}$$

سيده لوستل کيږي

(c) ketabton.com: The Digital Library

$g(x)=\frac{5}{2}x+a_0$ د $P(4|1)$: سره:

$$g(4)=\frac{5}{2}\cdot 4+a_0=1\Rightarrow a_0=-9\Rightarrow \underline{\underline{g(x)=\frac{5}{2}x-9}}$$

ب – د g(x) لپاره ترم له ګراف $g(x)=\frac{1}{4}x-2$ څخه لوستل کیدی شي .

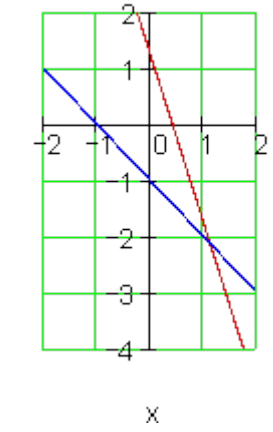
له $f(x)$ څخه پیژنو ! $P_1(2|5)$ او $P_2(3|g(3))$

$$g(3)=\frac{1}{4}\cdot 3-2=-\frac{5}{4}\Rightarrow P_2\left(3|-\frac{5}{4}\right)$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-\frac{5}{4}-5}{3-2}=\frac{-\frac{5}{4}-\frac{20}{4}}{1}=-\frac{25}{4}\Rightarrow f(x)=-\frac{25}{4}x+a_0$$

$$P_1(2|5):\quad f(2)=-\frac{25}{4}\cdot 2+a_0=5\Rightarrow a_0=\frac{35}{2}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{25}{4}x+\frac{35}{2}}}$$

اوم: الف-



$$f(x)=-3x+\frac{5}{4};\ g(x)=-x-1$$

$$f(x_s)=g(x_s)$$

$$\Rightarrow -3x_s+\frac{5}{4}=-x_s-1\Leftrightarrow x_s=\frac{9}{8}$$

$$y_s=g(x_s)=g\left(\frac{9}{8}\right)=-\frac{9}{8}-1=-\frac{17}{8}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{9}{8}|-\frac{17}{8}\right)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

$$f: 2y - x = 3 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

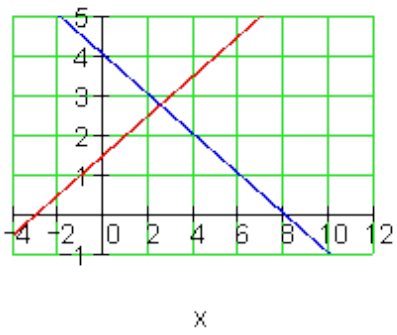
$$f(x_s) = g(x_s)$$

$$\frac{1}{2}x_s + \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}x_s + 4$$

$$\Rightarrow x_s = \frac{5}{2}$$

$$y_s = f(x_s) = f\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{11}{4}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{5}{2} \mid \frac{11}{4}\right)}}$$



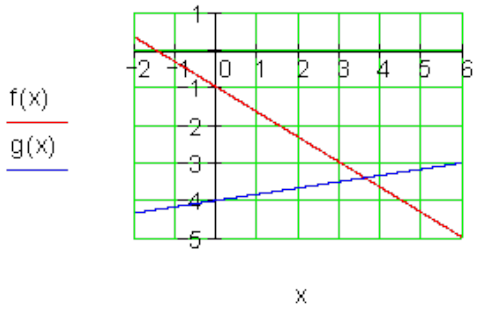
پ –

$$f(x_s) = g(x_s)$$

$$\Rightarrow -\frac{2}{3}x_s - 1 = \frac{1}{6}x_s - 4 \Rightarrow x_s = \frac{18}{5}$$

$$y_s = g(x_s) = g\left(\frac{18}{5}\right) = -\frac{17}{5}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{18}{5} \mid -\frac{17}{5}\right)}}$$

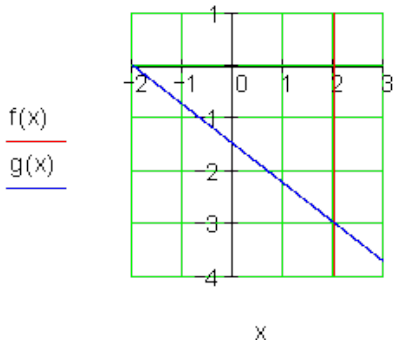


ت –

$$x = 2 \Rightarrow x_s = 2$$

$$y_s = g(x_s) = g(2) = -\frac{3}{4} \cdot 2 - \frac{3}{2} = -3$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S(2 \mid -3)}}$$



اتم – کربنه چې له صفرتکي تیریږي:

$$f(x) = a_1 x \quad a_1 \in \mathbb{R}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د سره راکښل شوي $x = 4 \Rightarrow f^{*}(x) = a_1(x-4) \quad a_1 \in \mathbb{R}$

بېلګه:

$$a_1 = 1 \Rightarrow f(x) = x - 4$$
$$a_1 = 2 \Rightarrow g(x) = 2(x-4) = 2x - 8$$

پوښتنې

کرښيزې توابع برخه V

لومړی –

و ازمایی چې ایا کرښې g, h, i د یوه ټکي څخه تېریږي.

الف - $g(x) = x + 1 \quad ; \quad h: 2y + x + 4 = 0 \quad ; \quad i: 3y - 5x = 7$

ب - $g(x) = \frac{1}{6}x + \frac{3}{2} \quad ; \quad h(x) = -\frac{2}{3}x + 2 \quad ; \quad i: 2x - y = 3$

دویم – د دوه کرښیزو توابعو f(x) او .g(x) ارزښت جدول ورکړړ شوی دی.
د دواړو توابعو ګراف چېرته قطع کوي؟

د د کوم x ارزښت لپاره صدق کوي f(x) < g(x) ؟

x	0	1	2	3
f(x)	0	1,5	3	4,5
g(x)	−1	1	3	5

(c) ketabton.com: The Digital Library

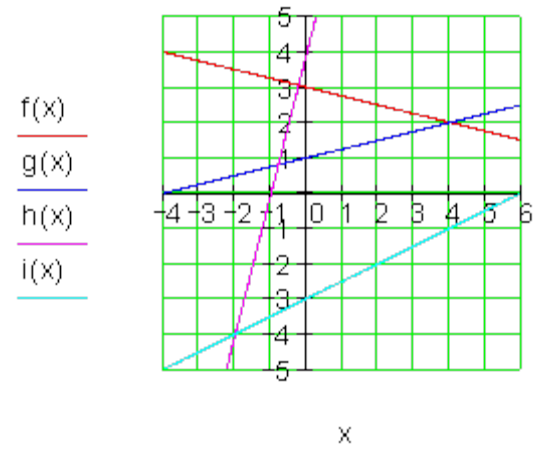
دریم –

د دواړو توابعو غوښتکی وښایی او په کواوردینات سیستم کې یې ګراف انځور کړی.

$$f(x) = 0,04x + 20 \quad ; \quad g(x) = 0,15x + 15$$

څلورم –

د څلورو ګرافونو سره شکل په پام کې ونیسی.



الف- ټول توابع مساوات وټاکی.

ب- د f(x) او g(x) غوښتکي وشمیری ، همداسي د h(x) او i(x) .

پ- دوه کربنې د کښلی شکل دباندې غوڅوي. د قطع کېدو ټکي پیداکړی

ت- د څلورو نه جوړه موازي کربنو

زیات له زیاته څومره غوښتکي لري؟

پنځم – دوه یو په بل نیغې ولاړې کربنې یو بل په (1- | 2-)Sکې غوڅوي .

ممکنه کربنې مساوات ورکړی.

شپږم – کربنه h په کربنه g نیغه ولاړه ده. د h جګوالی وټاکی.

الف – $a_{1g} = -0,5e$ ب - $a_{1g} = 2e^{-2}$ پ - $a_{1g} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

اوم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

یوه مجله، چې د اخستلو 2,20 € قیمت لري.، 120 000 جلده (پوښنه) چاپیږي د بازار کشف دفتر په مرستع دوی کره کوي، چې د0,20 € نرخ کمیدو په اساس مجله په5000 پوښنه زیاته خرڅیدی شي، د 0,20 €په ترخ جګوالي د 5000مجلو خرڅلاو یې کمیږي.

الف – د140 000 مجلو د چاپ قیمت وښایئ

د y دانو په چاپ ځومره د پوښ قیمت ورکوي.

ب – کوم د خرڅلاو ګڼون یا تعداد د چاپ خونې انتظار کېدی شي، که د مجلې قیمت په 1,50 € ټیټ کړي؟

مفصل حلونه یا ځوابونه

کرښیز مساوات برخه V

لومړی:

الف-

$$g(x)=x+1;\ h:2y+x+4=0\Rightarrow h(x)=-\frac{1}{2}x-2;\ i:3y-5x=7\Rightarrow i(x)=\frac{5}{3}x+\frac{7}{3}$$

$$g(x_s)=h(x_2)\Leftrightarrow x_s+1=-\frac{1}{2}x_s-2\Rightarrow x_s=-2$$

$$y_s=g(x_s)=g(-2)=-1$$

د $i(x_s)$ لپاره ازنابښت: $i(-2)=-1\Rightarrow S(-2|-1)$

ټولې دري کرښې له ټکي S(-2;-1) تیریږي.

ب –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$g(x)=\frac{1}{6}x+\frac{3}{2}\quad ;\quad h(x)=-\frac{2}{3}x+2\quad ;\quad i:2x-y=3\Rightarrow i(x)=i(x)=2x-3$$

$$g(x_s)=h(x_s)\Leftrightarrow \frac{1}{6}x_s+\frac{3}{2}=-\frac{2}{3}x_s+2\Rightarrow x_s=\frac{3}{5}$$

$$y_s=g(x_s)=g\left(\frac{3}{5}\right)=\frac{8}{5}\Rightarrow$$

د g(x) او h(x) لپاره باور لري $S\left(\frac{3}{5}\,\middle|\,\frac{8}{5}\right)$.

د i(x) لپاره ازمایښت: $i(x_s)=i\left(\frac{3}{5}\right)=-\frac{9}{5}\Rightarrow i(x)$:

له دې لاس ته راځي، چې i(x) له ټکي $S\left(\frac{3}{5}\,\middle|\,\frac{8}{5}\right)$ څخه نه تیریږي.

دا درې کربنې ګډ ټکي نه لري.

دویم -

$$f(x):\quad P_1(0\,|\,0)\Rightarrow a_{0f}=0\quad P_2(2\,|\,3)$$

$$\Rightarrow a_{1f}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{3-0}{2-0}=\frac{3}{2}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=\frac{3}{2}x}}$$

$$g(x):\quad P_3(1\,|\,1)\quad P_4(2\,|\,3)$$

$$\Rightarrow a_{1g}=\frac{y_4-y_3}{x_4-x_3}=\frac{3-1}{2-1}=2\Rightarrow g(x)=2x+a_{0g}$$

$$P_3(1\,|\,1):\quad g(1)=2\cdot 1+a_{0g}=1\Rightarrow a_{0g}=-1\Rightarrow \underline{\underline{g(x)=2x-1}}$$

دا چې $P_2(2\,|\,3)$ په f او $P_4(2\,|\,3)$ په g پرته ده او کواوردیناتونه برابر دي، دا S(2;3) د دواړو کربنو غوټکی هم دی، دا په لومړۍ څلورمه کې پروتدی.

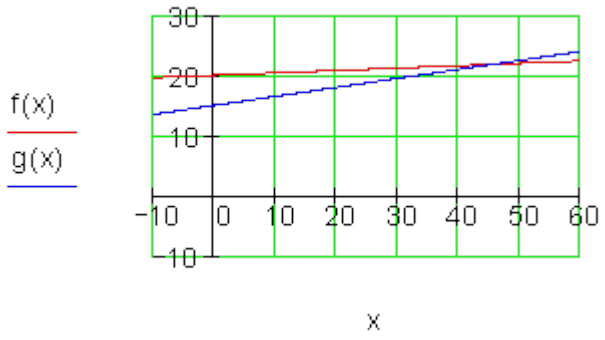
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) < g(x) \Leftrightarrow \frac{3}{2}x < |2x-1| - 2x \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x < -1 \;|:\left(-\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow x > 2$$

د $x > 2$ لپاره $f(x) < g(x)$ باور لري، $f(x)$ د $g(x)$ لاندې یا کښته خواته ځغلي.

دریم:

$$f(x) = 0,04x + 20$$
$$g(x) = 0,15x + 15$$
$$g(x_s) = f(x_s)$$
$$\Leftrightarrow 0,15x + 15 = 0,04x + 20$$
$$\Rightarrow x_s = \frac{500}{11}$$
$$y_s = f(x_s) = f\left(\frac{500}{11}\right) = \frac{240}{11}$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{500}{11} \mid \frac{240}{11}\right)}}$$
$$\approx S(45,45 \mid 21,82)$$



$$f(x) = -\frac{1}{4}x + 3\,;\; g(x) = \frac{1}{4}x + 1\,;\; h(x) = 4x + 4\,;\; i(x) = \frac{1}{2}x - 3$$

څلورم: الف-

ب -

$$g(x_s) = f(x_s) \Leftrightarrow \frac{1}{4}x_s + 1 = -\frac{1}{4}x_s + 3 \Leftrightarrow x_s = 4$$
$$y_s = g(x_s) = g(4) = 2 \Rightarrow \underline{\underline{S_{f,g}(4 \mid 2)}}$$
$$h(x_s) = i(x_s) \Leftrightarrow 4x_s + 4 = \frac{1}{2}x_s - 3 \Leftrightarrow x_s = -2$$
$$y_s = h(x_s) = h(-2) = -4 \Rightarrow \underline{\underline{S_{h,i}(-2 \mid -4)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ –

$$i(x_s) = f(x_s)$$
$$\frac{1}{2}x_s - 3 = -\frac{1}{4}x_s + 3 \Leftrightarrow x_s = 8$$
$$y_s = i(x_s) = i(8) = 1$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{S_{f,i}(8|1)}}$$

$$i(x_s) = g(x_s)$$
$$\frac{1}{2}x_s - 3 = \frac{1}{4}x_s + 1 \Leftrightarrow x_s = 16$$
$$y_s = g(x_s) = g(16) = 5$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{S_{g,i}(16|5)}}$$

ت –

د څلور کربنو چې جوړه غبرګې نه وي، زیات له زیات شپږ ګډ غوټتکي لري.

دلیل:

کربنه ۱ کړی شي له ۲،۳او څلور سره غوڅه کړي(درې شونوالی یا شوونتوب).

کربنه ۲ کړی شي له کربنې ۳ او ۴ سره غوڅه کړي، کربنه ۲ له ۱ سره په پام کې نیول شوې وه.(۲ شوونتوب).

کربنه ۳ کیدی شي له کربنې ۴ سره غوڅه کړي. نو د غوټي شووتوب د مخه په پام کې نیول شوی دی. (۱ شوونتوب)

پنځم –

پیل کربنه : g(x) = a1x دې ته عمود یا ولاړه سرچینه ییزه کربنه: $h(x) = -\frac{1}{a_1}x$:

دواړه کربنې په ټکي S(-2;-1)کې راکښل شوې دي.

له دې لاس ته راځي $\Rightarrow g^*(x) = a_1(x+2) - 1$ او $h^*(x) = -\frac{1}{a_1}(x+2) - 1$

د a1=4 لپاره ښایګه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$g^*(x) = 4(x+2) - 1 = \underline{\underline{4x+7}} \qquad h^*(x) = -\frac{1}{4}(x+2) - 1 = \underline{\underline{-\frac{1}{4}x - \frac{3}{2}}}$$

شپږم:

الف -
$$a_{1g} = -\frac{1}{2}e \Rightarrow a_{1h} = -\frac{1}{a_{1g}} = -\frac{1}{-\frac{1}{2}e} = \frac{2}{e} = \underline{\underline{2e^{-1}}}$$

ب -
$$a_{1g} = 2e^{-2} \Rightarrow a_{1h} = -\frac{1}{a_{1g}} = -\frac{1}{2e^{-2}} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}e^2}}$$

پ -
$$a_{1g} = \frac{1}{2}\sqrt{3} \Rightarrow a_{1h} = -\frac{1}{a_{1g}} = -\frac{1}{\frac{1}{2}\sqrt{3}} = \underline{\underline{-\frac{2}{3}\sqrt{3}}}$$

اوم -

الف -

چاپ ګنه یا – تعداد د قیوت په واک کې دی.

له دې لاس ته راځي، چې قیمت خپلواکه اووښتونې یا متحولهx ده ، چاپ ګنه بلواک-یا تابع اووښتونېy ده.

قیمت 2,20€چاپ ګنون 120 000لاس ته راځي P1(2,2 ; 120000)

قیمت 2,00€چاپ ګنون 125 000لاس ته راځي P2(2 ; 125000)

قیمت 2,40€چاپ ګنون 115 000لاس ته راځي(P3(2,4 ; 115000

که ټو ل دري ټکي په یوه کربنه پراته وي، نو د قیمت ا و چاپګنې یا تعدا ترمنځ اړیکي کربنیزې دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{125000 - 120000}{2 - 2,2} = \frac{5000}{-0,2} = -25000 \Rightarrow f(x) = -25000x + a_0$$
$$P_2(2 \mid 125000): \quad f(2) = -25000 \cdot 2 + a_0 = 125000 \Rightarrow a_0 = 175000$$
$$\Rightarrow f(x) = -25000x + 175000$$

د P3(2,4 ; 115000) لپاره ازمایښت:

$$f(2,4) = -25000 \cdot 2,4 + 175000 = 115000$$

له دې سره قیمت او چاپګنون یا تعداد ترمنځ اړیکې کربنیزه دي.

قیمت د چاپ ګڼې y=140000 سره . => P(x;140000)

$$\Rightarrow f(x) = -25000x + 175000 = 140000 \Leftrightarrow x = 1,4 \Rightarrow \underline{\text{Preis } 1,40 €}$$

قیمت دy چاپګڼ یا - تعداد سره : => P(x;y)

$$\Rightarrow f(x) = -25000x + 175000 = y \Leftrightarrow x = -\frac{y - 175000}{25000} = \underline{\underline{-\frac{y}{25000} + 7}}$$

ب - د1,50E قیمت لاس ته راځي:P(1,5;y)

$$y = f(1,5) = -25000 \cdot 1,5 + 175000 = \underline{\underline{137500}}$$

د1,50 € قیمت سره دې د 137500 zu چاپګنون سره و شمیرل یا وګڼل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.4-د کربنیزو توابعو په مرسته د پرابلمونو حل(ستونځوبی)

2.4.1د ورځنی ستونځوبي یا د پرابلمونو حل:

بېلګه ۱:

ملک او سپین دواړه په روغتون کې د ناروغچوپړ په توګه په یوه بیارغونې روغتون کې کار کوي او دواړه همغه بنسټ معاش اخلي. په دې وخت کې باید دواړه زیات کار وکړي. د میاشتې په اخر کې دوی معاشونه سره پرتله کوي. د ملک نغد معاش€ 3559 دی، د سپین .€ 3223 . ملک په روانه میاشت کې ۴۳ ساعته زیات کار کړی او سپین فقط ۲۷ ساعته زیات کار کړی. بنسټ معاش او د زیات کار پیسې وښایی.

د زیات کار وخت: x اخستل شوی ټول معاش: f(x)

دوه معاش حسابونه ورکړ شوي دي.

$P_1(43 \mid 3559)$ او $P_2(27 \mid 3223)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3223 - 3559}{27 - 43} = \frac{-336}{-16} = 21 \Rightarrow f(x) = 21x + a_0$$

(a1=زیات کار پیسې a0= بنسټ معاش)

$$P_1(43 \mid 3559) \Rightarrow f(43) = 3559 \Leftrightarrow 21 \cdot 43 + a_0 = 3559$$
$$\Leftrightarrow 903 + a_0 = 3559 \mid -903$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2656$$
$$\Rightarrow f(x) = 21x + 2656$$

بنسټ معاش € 2656 دی او د زیاتکار € 21 .

بیلګهII

یو انرژی پلورونکی خپلو مشتریانو ته برېښنا په لاندې شرایطو وړاندې کوي:

یوkWh کیلو واټ په ساعت د€ 0,14 په ترخ د میاشتې په € 7,50 بنسټ پیسو .

الف – یو تابع ترم ولیکی.

په یوه مناسب کواوردینات سیسم کې د200 kWh پورې د برق مصرف ګراف وکاږی.

ب - د برېښنا د څلورو میاشتو لګښت € 150,40 دی. څومره برېښنا لګول شوې؟

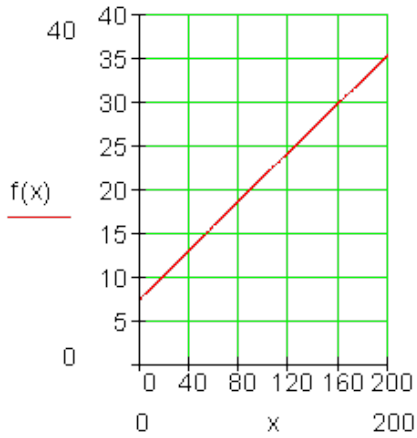
پ – یو دویم پلورونکی برېښنا په.€ 0,10 وړاندې کوي د میاشتې په€ 10 بنسټ پیسو.

د برېښنا پلورونکي بدلول د کوم لګښت څخه ګټور تمامیږي؟

حل:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف-

	اینبوونه: 1 kWh: $0,14 \cdot 1 + 7,50$ 2 kWh: $0,14 \cdot 2 + 7,50$ ..... x kWh: $0,14 \cdot x + 7,50$ د تابع ترم: $f(x) = 0,14 \cdot x + 7,50$ $x \triangleq$ kWh ; $f(x) \triangleq$ €

یادونه: حساب بې له یوونونو صورت نیسي، دا د هرې نتیجې سره ورزیاتیږي.

ب-اینبوونه: $f(x) = 0,14x+7,50$ د میاشتنۍ شمیرنې لپاره باور لري.

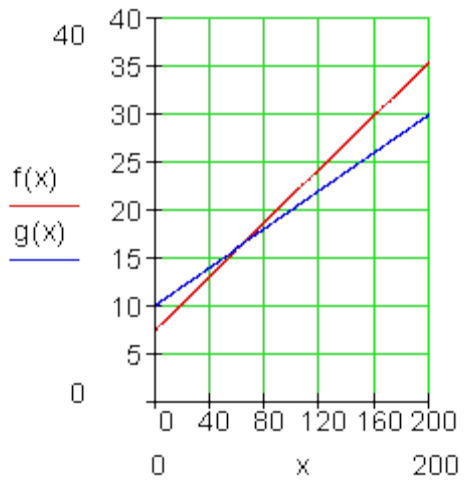
د څلورو میاشتو لپاره بنسټ پیسې 30€ دي

$$\Rightarrow f_4(x) = 0,14x + 30 \quad P(x \mid 150,4)$$
$$\Rightarrow f_4(x) = 0,14x + 30 = 150,4$$
$$\Leftrightarrow 0,14x + 30 = 150,4 \mid -30$$
$$\Leftrightarrow 0,14x = 120,4 \mid : 0,14$$
$$\Leftrightarrow x = 860$$

د برېښنا لګښت په څلورو میاشتو کې860kWh وو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ-



پ-لومړی پلورونکی: f(x) = 0,14x+7,50

دویم پلورونکی:g(x) = 0,1x+10

په غوټکي Sکې نرخبرابر دي.

$$
\begin{aligned}
&f(x) = g(x)\\
&\Leftrightarrow 0,14x + 7,50 = 0,1x + 10 \mid -0,1x\\
&\Leftrightarrow 0,04x + 7,50 = 10 \mid -7,5\\
&\Leftrightarrow 0,04x = 2,5 \mid : 0,04\\
&\Leftrightarrow x = 62,5
\end{aligned}
$$

د 62,5kWh سره لګښت پرتله کونه.

د میاشتي د برېښنا لګښت سره دویم پلورونکی ارزان دی نسبت لومړي ته.

بیلګه III

د وښو(د حیواناتو د خوراک څه) چمتووالي اوتومات ،، کولابیر،، شپون د ورځي 7,5 kg خوراکي موادو ته اړتیا لري. دولس ورځي د مخه چې دا د خوراک موادو ذخیره ډکه شوي وه، هلته نور هم 250 kg.خوراکي مواد شتون لري.

الف ــ

یو د تابع مساوات ولیکی، چې دا حالت تشریح کوي.

ب - دولس ورځي پخوا په څومره خوراکي موادو دا ذخیره ډکه شوي وه؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د50 kg څخه وروسته دا ذخیره بیرته د ب - په اندازه ډکیږي . دا کله اړین کیږي.

حل –

الف - x محور : وخت په ورځو y محور : د وښو یا خوراکي مواد پهkg .

$$f(x) = -7,5x + a_0$$
$$P(12 \mid 250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7,5 \cdot 12 + a_0 = 250$$
$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 \mid +90$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -7,5x + 340}}$$

ب – د ډکولو وخت دی.

د ډکوني وخت x = 0 دی.

$$\Rightarrow f(0) = -7,5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د خوراکي موادو شتون 12 ورځ د مخه 340 kg وو.

پ –

$$f(x) = 50 \Leftrightarrow -7,5x + 340 = 50 \mid -340$$
$$\Leftrightarrow -7,5x = -290 \mid :(-7,5)$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{580}{15} = \frac{116}{3} \approx 38,7$$

نږدې له 38,7 ورځو د مخه ذخیره بیرته ډکه شوې.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه IV

د تلفون شرکت ،، ملفون ارزان،،(HB) وړاندې کوي:

هره د خبرو دقیقه € 0,06 قیمت لري، د میاشتې بنسټیز قیمت € 8,50 سره.

د ،،ملفون ارزاني،، (HP) شرایط دي : هر د خبرو دقیقه € 0,08 قیمت لري، د میاشتې بنسټ قیمت .€ 5 سره. (یوه سکیځ ترتیب کړی)

الف – په څومره دقیقو کې دواړه قیمتونه برابردي؟

ب – ته د میاشت د تلفون لپاره لري(پیسې نیا ورکوي) ته کوم شرکت ټاکې او د ټاکلي شکت سره به څرمره خبرې وکړې؟

پ – د الف او ب- نتیجې په یوه پروت ولاړ – یا کواوردینات سیستم کې انځور کړی.

حل :

الف- $HB: K_1(x) = 0,06x + 8,5 \qquad HP: K_2(x) = 0,08x + 5$

د لګښت برابروالی د دواړو کربنو په غوڅې کې شتون لري.

$$K_2(x) = K_1(x) \Leftrightarrow 0,08x + 5 = 0,06x + 8,5 \mid -0,06x$$
$$\Leftrightarrow 0,02x + 5 = 8,5 \mid -5$$
$$\Leftrightarrow 0,02x = 3,5 \mid :0,02$$
$$\Leftrightarrow x = 175$$
$$K_1(175) = 0,06 \cdot 175 + 8,5 = 19$$
$$K_2(175) = 0,08 \cdot 175 + 5 = 19$$

له 175 دقیقو وروسته لګښت برابر دی..(€ 19) .

(c) ketabton.com: The Digital Library

HB:

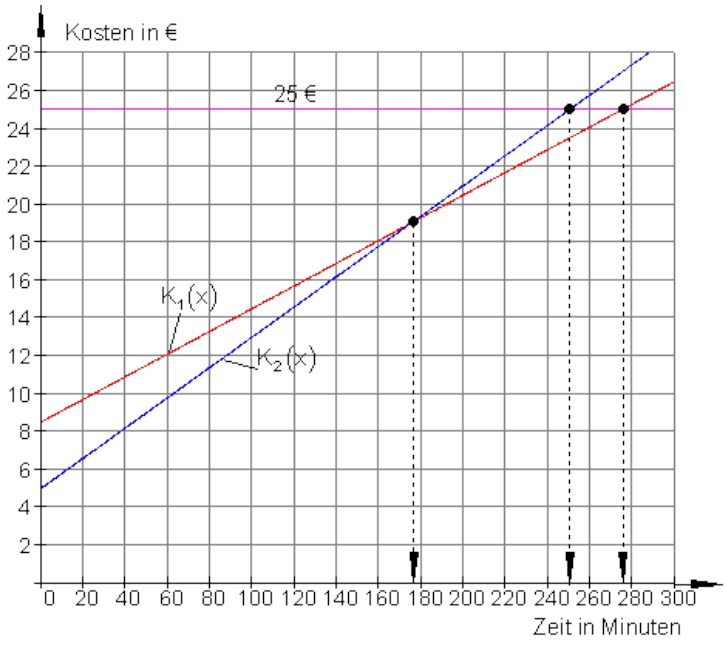
$$K_1(x) = 25 \Leftrightarrow 0,06x + 8,5 = 25 \mid -8,5$$
$$\Leftrightarrow 0,06x = 16,5 \mid :0,06$$
$$\Leftrightarrow x = 275$$

ب –

HP:

$$K_2(x) = 25 \Leftrightarrow 0,08x + 5 = 25 \mid -5$$
$$\Leftrightarrow 0,08x = 20 \mid :0,08$$
$$\Leftrightarrow x = 250$$

د HB خدمتونه ارزان دي، ځکه چې د 25 € لپاره کېدی شي 275 دقیقې تلفون وشي. برعکس یا په څټ د HP 25 € فقط د250قیقو لپاره بسیا کوي.



پ –

پروت: وخت په دقیقه، ولاړ لګښت په یورو

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه V

یو ه فابریکه کړی شي خورا زیات یخووني جوړ کړي(د کاپا ځیتي پوله).

متحوله د دانې لګښت ثابت دی او .k_v = 300 € دی.

یخووني هر یو د€ 375 قیمت باندې پلورل کیږي.

الف – قیمت تابع(K(x پیدا کړئ، چې د خرڅلاو تابع یې E(x)ده او د ګټې تابع یې د فابریکې لپاره G(x) ده.

ب – د کوم تولیدډېرئ سره به د ګټې پولې یا ورشو breakeven point یا Gewinnschwelle ته ورسیږو؟

په دې ځای کې ټول مصارف ځومره دي همداسې لاس ته راوړنه؟

پ – د توانپولې پورې ګټه ځورمه لویه ده؟

حل-

الف- ځاې په ځای لګښت:	$K_f = 90\,000$ €
متحول د دانې لګښت:	$k_v = 300$ €
د خرڅلو قیمت:	$p = 375$ €
دلګښت تابع:	$K(x) = k_v \cdot x + K_f = 300x + 90\,000$
د خرڅلاو ابع:	$E(x) = p \cdot x = 375 \cdot x$
د ګټې تابع:	$G(x) = E(x) - K(x) = 75x - 90\,000$

ب – د ګټې پوله هغه ځای دی، چې هلته ګټه نهکیږي.

$$G(x) = 0 \Leftrightarrow 75x - 90\,000 = 0 \mid +90\,000 \Leftrightarrow 75x = 90\,000 \mid 75 \Leftrightarrow x = x_s = 1\,200$$
$$E(x_s) = E(1\,200) = 375 \cdot 1\,200 = 450\,000 = K(x_s)$$

د ورځنې د 1200 تولیدډېرئ سره فابریکهګټه کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ګټې پولې کې لګښت همدومره لوې دی لکه خرڅلاو. ((€ 000 450))

پ – د توانپولې ګټه: $G(1500) = 75 \cdot 1500 = 22\,500$:

په توان پولې ګټه .€ 500 22 ده.

بیلګه VI .

سپین د تلفون شرکت ،، ارزانه سرو یا –تلفون،، نرخ ګوري

نرخ A : بنسټ نرخ € 5 د میاشتې لومړي لس ساعته مفت، پسې 0,5 Ct. / min .

نرخ B : بنسټ نرخ / € 10 د میاشتې لومړي ۲۰ ساعته مفت، پسې 0,4 Ct. / min .

نرخ : د میاشتې ټولې پیسې یاFlatrate د میاشتې Flatrate 25 € / Monat.

د ورځې په منځنۍ توګه سپین دوه نیم ساعته سرف کوي.

الف – د هر نرخ لپاره د تابع مساوات ولیکئ.

ب – په یوه مناسب پروت ولاړ سیستم یا کواوردینات سیستم کې د تابع ګراف سم کړئ.

پ – روښانه کړئ، }ې له ګراف څخه ټول څه لوستل کیږي(انترپریټیشن یا تشریح)

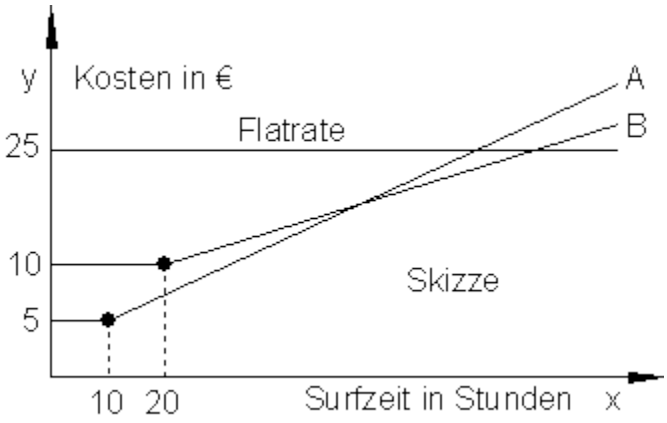
ت – د سپین لپاره مساعد نرخ وشمېرئ.

ټ – د نرخ A اوB لپاره په کوم ټکې کې ارزښت برابر دی؟

ث- د کوم سرف وخت وروسته دې سپین فلېټ رېټ وټاکي؟

حل –

(c) ketabton.com: The Digital Library



محورx : وخت په ساعت محورy : لګښت په یورو

نرخ A :

$\cdot 0,5\ Ct/min = 30\ Ct/h = 0,3\ €/h$ (Steigung 0,5Ct/min دلته ۶۰ دقیقی دي.

(جګوالی)

$$\Rightarrow K_A(x) = 0,3x + a_0$$

۱۰ مفت ساعته په دې معنا دي، چې په لومړیو لس ساعتونو کې یواځې 5€د بنسټلګښت راځي.

له دې لاس ته راځي P(10;5)

په دې ټکي کې د KA(x) ګراف ځغلي

$$P(10\,|\,5) \Rightarrow K_A(10) = 5 \Leftrightarrow 0,3 \cdot 10 + a_0 = 5\,|\,-3$$
$$\Leftrightarrow a_n = 2$$

د نرخ A لپاره تابع مساوات : $K_A(x) = 0,3x + 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نرخ B :

$0,4\ Ct/min = 24\ Ct/h = 0,24\ €/h$ دلته 0,4 Ct/min 60 ساعته دي (جګوالی)

$$\Rightarrow K_B(x) = 0,24x + a_0$$

۲۰مفت ساعتونه په دې معنا دي، چې په لومړیو ۲۰ ساعتونو کې فقط د ۱۰ یورو بنسټپیسې راځي،

=> P(20;10)

په دې ټکي کې د $K_B(x)$ ګراف ځغلي

$$P(20|10) \Rightarrow K_B(20) = 10 \Leftrightarrow 0,24 \cdot 20 + a_0 = 10$$
$$\Leftrightarrow 4,8 + a_0 = 10 \mid -4,8$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 5,2$$

د نرخ B د تابع مساوات: $K_B(x) = 0,24x + 5,2$

نرخC : فلیټ ربړ له ساعتونو خپلواک دی.

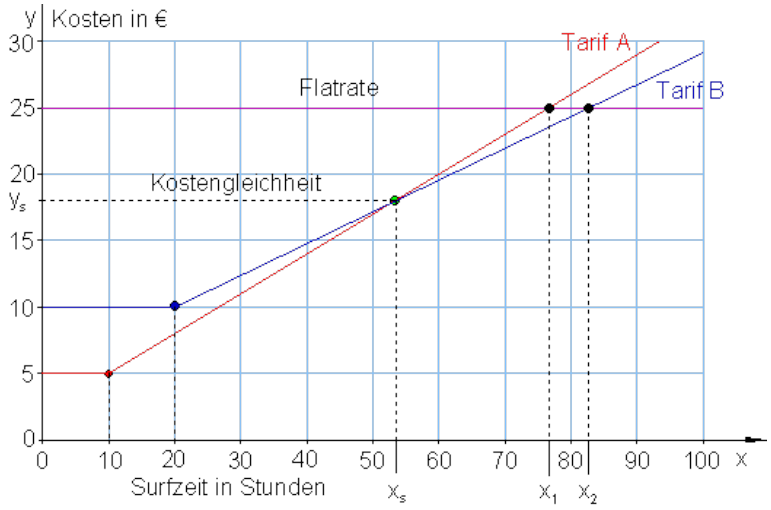
دC نرخ لپاره لپاره د تابع مساوات $F(x) = 25$ (د محور ته غبرګ)

ب - ځیره د پ کښته لور ته

پ – په نږدې 53 ساعتونو کې دواړه کربنې سره غوڅوي، په دې ټکي کې لګښت برابر دی.
تر 53 پور د A نرخ مساعد دی. د 53 او82 ترمنځ د B نرخ مساعد دی. له82 وروسته فلیټ ربړ ګټور دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې څیره ب ته



ت - سپین د میاشتي 75 ساعته سرف کوي. په دې سرف نرخ کې د ده لپاره B مساعد دی:

د میاشتي د سرف دوام .2,5h.30 = 75St ساعته:

دA نرخ لګښت:	$K_A(75) = 0,3 \cdot 75 + 2 = 24,50$
دB نرخ لګښت:	$K_B(75) = 0,24 \cdot 75 + 5,2 = 23,20$
دC نرخ لګښت:	$F(75) = 25$

ټ - په دواړو کربنو کې دي دA او B نرخ برابروالی پیدا شي.

$$K_A(x) = K_B(x) \Leftrightarrow 0,3x + 2 = 0,24x + 5,2 \mid -0,24x$$
$$\Leftrightarrow 0,06x + 2 = 5,2 \mid -2$$
$$\Leftrightarrow 0,06x = 3,2 \mid : 0,06$$
$$\Leftrightarrow x = x_s = \frac{320}{100} : \frac{6}{100} = \frac{320 \cdot 100}{100 \cdot 6} = \frac{320}{6} = \frac{160}{3}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$= 53\frac{1}{3}$$

(۵۳ ساعته او ۲۰ دقیقې)

$$K_A\left(\frac{160}{3}\right) = \frac{3}{10}\cdot\frac{160}{3} + 2 = 16 + 2 = 18$$

د 53 h ساعتونو او 20 min دقیقو سرف وخت کې د نرخ برابروالی حاکم دی. په دې وخت کې لګښت د دواړو لپاره € 18 دی.

ث – د ګراف څخه لوستل کیږي، چې د $K_B(x)$ غوښتکی د $F(x)$ سره هغه ټکی په نښه کوي، چې له هغه څخه د سرف وخت مساعد دی نسبت و نرخ B ته.

$$K_B(x) = F(x) \Leftrightarrow 0,24x + 5,2 = 25 \mid -5,2$$
$$\Leftrightarrow 0,24x = 19,8 \mid : 0,24$$
$$\Leftrightarrow x = x_2 = 82,5$$

د میاشتې د 82,5 سرف دوام وروسته باید په فلیټ ټټ واړول شي.

پوښتنې

کربنیز توابع VII

لومړی – د لاندې کربنیزو توابعو ګرافونه رسم کړئ:

الف- $f(x) = -2x + 2$ ب- $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$ پ- $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ ت- $f(x) = 3x - 6$

د ویم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوې کربنې جګوالی a1 معلوم دی. پرته له دې یو ټکی P ورکړ شوی دی، چې په کربنه پروت دی. د تابع مساوات وټاکئ او په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې یې ګراف وکاږئ.

الف ـ $P(3|4)$ $a_1 = 1$ ب ـ $P(-8|1)$ $a_1 = -1$

پ ـ $P(4|3)$ $a_1 = \frac{1}{2}$ ت ـ $P(-4|3)$ $a_1 = -\frac{1}{2}$

دریم –

په یوه کربنه ټکي P_1 او P_2 ورکړ شوي دي. چې په کربنه پراته دي. د تابع مساوات وټاکئ او په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې یې ګراف وکاږئ

الف ـ $P_1(3|4)$ $P_2(7|-1)$ ب ـ $P_1(-8|1)$ $P_2(2|-3)$

پ ـ $P_1(4|3)$ $P_2(-7|-1)$ ت ـ $P_1(4|2)$ $P_2(-4|-4)$

څلورم -

لاندې مساوات په x پسې حل کړئ.

الف ـ $x-5=9$ ب ـ $8+x=25$ پ ـ $x-\frac{2}{3}=\frac{3}{4}$ ت ـ $\frac{5}{9}=x-\frac{1}{3}$

ټ ـ $88=4x-16$ ث ـ $a+bx=3b+a$ ج ـ $8-(x+5)=2$ چ ـ $9+(5-x)=6$

پنځم –

د وړوکتون ښوونکي او ښوونکی د زړه له کومې د مارکې ،، برینمن نمره 1 ،، کافي چښي. دا ا وس د بوتل زخیره 1,8 kg دانې ده. د اونۍ 350 g د کافي دانې د ماشین لپاره اړتیا شته.

الف – د تابع برابرون ولیکئ، چې دا عمل روښانه کوي.

ب – له کوم وروسته د کافي زخیره پای ته رسیږي.

پ – د کافي فرمایش پسې باید ورکړ شي، که د کافي بوتل 400 g پاتې ولري. دا حالت به کله وي؟

ت ـ په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې د تابع ګراف رسم کړئ.

شپږم –

یو موټروان A په 8:00 بجو له کندهار څخه د ننګرهار په لور خوزي.

په همدې وخت کې موټروان B له ننګرهار څخه د کندهار په لور خوزي.

د کندهار څخه تر جلال اباد دې د سرک اوږدوالی 750 km و(توکلي؟)

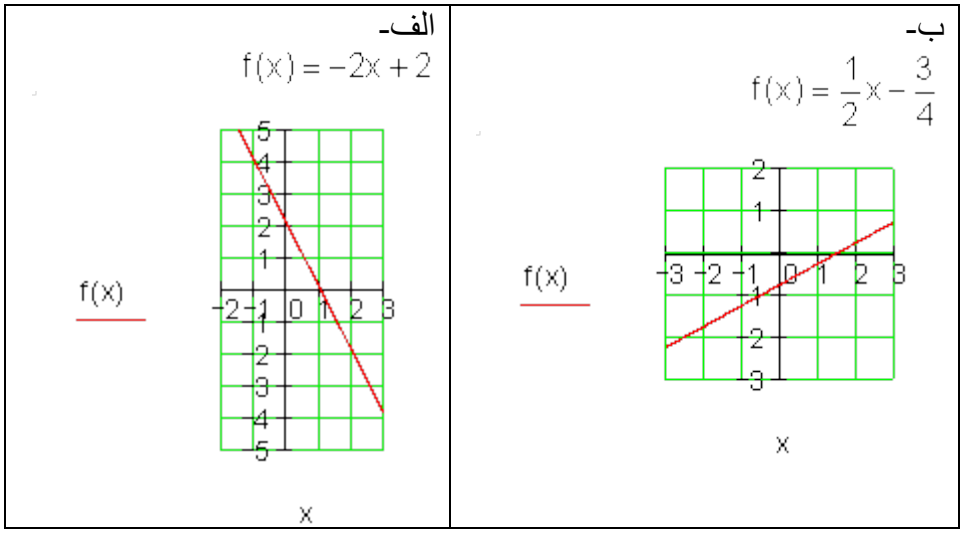
(c) ketabton.com: The Digital Library

موټروان A د 120 km/h منځنۍ چټکتیا سره ځي، موټروان B د 150 km/h منځنۍ چټکتیا سره ځي.
په سرک دواړه موټروانان کله او چیرته سره مخامخ کیږي؟
د دې حالت څخه یوه سکیڅي جوړه کړه او وشمیره
(لارښود: پروت =د وخت محور او ولاړ= د لار محور)
اوم - د یوه بارانمرتبان چې توتهبنه د $1\ m^2$ بنسټ سطحي سره لري په ساعت کې 80 لیتره باران ورځي.
الف - د وخت t په واکوالي کې ډکجګوالی h روښانه یا تشریح کړی، که په مرتبان کې له پخوا 150 ($t = 0$) لیتره وي..
ب - د h او t ترمنځ اړیکې کربنیزې دي، که مرتبان خیټور یا د غونډوسکې په بڼه وي، نو؟

ځوابونه

کربنیز توابع VII

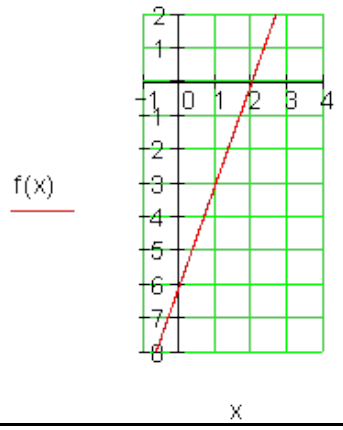
مفصل ځوابونه یا حلونه
لومړی::



(c) ketabton.com: The Digital Library

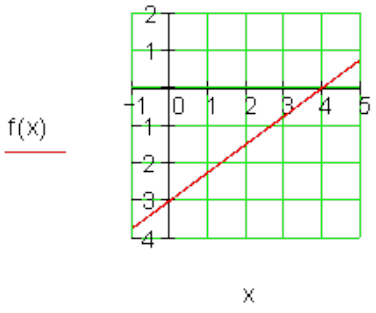
ت

$f(x) = 3x - 6$



پ

$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$



دویم: الف-

$f(x) = a_1x + a_0$

$a_1 = 1$

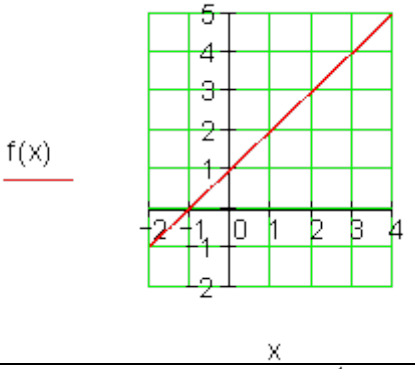
$\Rightarrow f(x) = x + a_0$

$P(3 \mid 4) : f(3) = 4$

$\Leftrightarrow 3 + a_0 = 4 \mid -3$

$\Leftrightarrow a_0 = 1$

$\Rightarrow \boxed{f(x) = x + 1}$



$f(x) = a_1x + a_0$

$a_1 = -1$

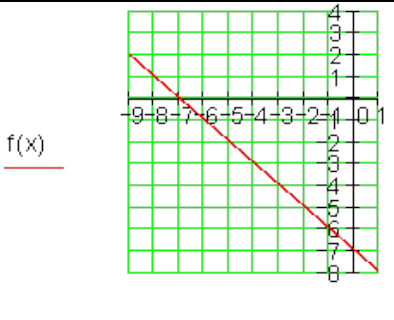
$\Rightarrow f(x) = -x + a_0$

$P(-8 \mid 1) : f(-8) = 1$

$\Leftrightarrow -(-8) + a_0 = 1 \mid -8$

$\Leftrightarrow a_0 = -7$

$\Rightarrow \boxed{f(x) = -x - 7}$

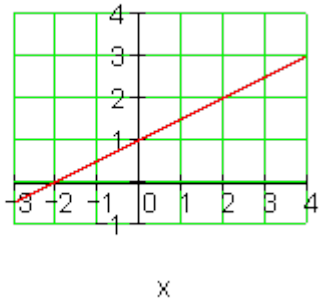


ب-

(c) ketabton.com: The Digital Library

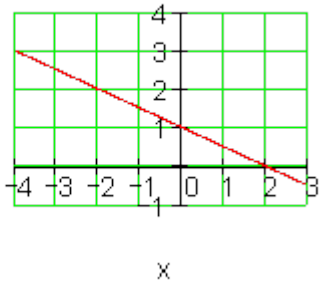
پ -

$$f(x) = a_1 x + a_0$$
$$a_1 = \frac{1}{2}$$
$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x + a_0$$
$$P(4\,|\,3) : f(4) = 3$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 4 + a_0 = 3\,|-2$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 1$$
$$\Rightarrow \boxed{f(x) = \frac{1}{2}x + 1}$$



ت –

$$f(x) = a_1 x + a_0$$
$$a_1 = -\frac{1}{2}$$
$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x + a_0$$
$$P(-4\,|\,3) : f(-4) = 3$$
$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2} \cdot (-4) + a_0 = 3\,|-2$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 1$$
$$\Rightarrow \boxed{f(x) = -\frac{1}{2}x + 1}$$



دریم:

الف –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=a_1x+a_0\ ;\ P_1\left(\underbrace{3}_{x_1}\mid\underbrace{4}_{y_1}\right)\ ;\ P_2\left(\underbrace{7}_{x_2}\mid\underbrace{-1}_{y_2}\right)$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-1-4}{7-3}=-\frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow a_1=-\frac{5}{4}$$

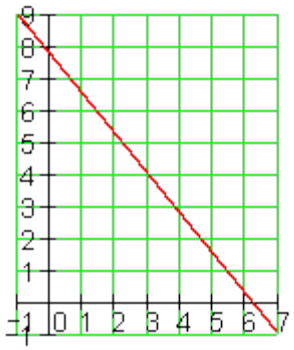
$$\Rightarrow f(x)=-\frac{5}{4}x+a_0$$

$$P_1(3\mid 4):f(3)=4$$

$$\Leftrightarrow -\frac{5}{4}\cdot 3+a_0=4\mid+\frac{15}{4}$$

$$\Leftrightarrow a_0=\frac{31}{4}$$

f(x)



x

$$\Rightarrow \boxed{f(x)=-\frac{5}{4}x+\frac{31}{4}}$$

ب-

$$f(x)=a_1x+a_0\ ;\ P_1\left(\underbrace{-8}_{x_1}\mid\underbrace{1}_{y_1}\right)\ ;\ P_2\left(\underbrace{2}_{x_2}\mid\underbrace{-3}_{y_2}\right)$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-3-1}{2-(-8)}=-\frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow a_1=-\frac{2}{5}$$

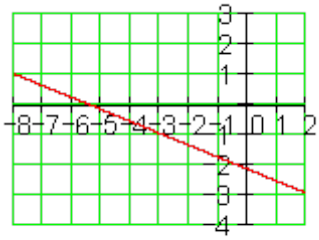
$$\Rightarrow f(x)=-\frac{2}{5}x+a_0$$

$$P_2(2\mid -3):f(2)=-3$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{5}\cdot 2+a_0=-3\mid+\frac{4}{5}$$

$$\Leftrightarrow a_0=-\frac{11}{5}$$

f(x)



x

$$\Rightarrow \boxed{f(x)=-\frac{2}{5}x-\frac{11}{5}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ-

$$f(x)=a_1x+a_0\ ;\ P_1\left(\underbrace{4}_{x_1}\mid\underbrace{3}_{y_1}\right)\ ;\ P_2\left(\underbrace{-7}_{x_2}\mid\underbrace{-1}_{y_2}\right)$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-1-3}{-7-4}=\frac{4}{11}$$

$$\Rightarrow a_1=\frac{4}{11}$$

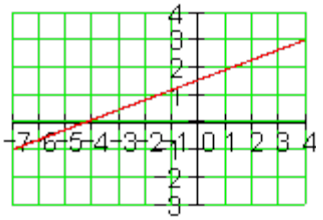
$$\Rightarrow f(x)=\frac{4}{11}x+a_0$$

$$P_1(4\mid 3):f(4)=3$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{11}\cdot 4+a_0=3\mid -\frac{16}{11}$$

$$\Leftrightarrow a_0=\frac{17}{11}$$

f(x)



x

$$\Rightarrow \boxed{f(x)=\frac{4}{11}x+\frac{17}{11}}$$

ت-

$$f(x)=a_1x+a_0\ ;\ P_1\left(\underbrace{4}_{x_1}\mid\underbrace{2}_{y_1}\right)\ ;\ P_2\left(\underbrace{-4}_{x_2}\mid\underbrace{-4}_{y_2}\right)$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-4-2}{-4-4}=\frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow a_1=\frac{3}{4}$$

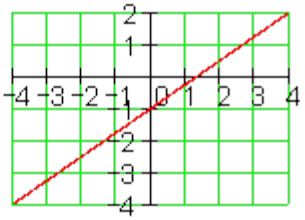
$$\Rightarrow f(x)=\frac{3}{4}x+a_0$$

$$P_1(4\mid 2):f(4)=2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4}\cdot 4+a_0=2\mid -3$$

$$\Leftrightarrow a_0=-1$$

f(x)



x

$$\Rightarrow \boxed{f(x)=\frac{3}{4}x-1}$$

څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $x-5=9\,|+5 \Leftrightarrow x=14 \Rightarrow \boxed{L=\{14\}}$

ب - $8+x=25\,|-8 \Leftrightarrow x=17 \Rightarrow \boxed{L=\{17\}}$

پ - $x-\frac{2}{3}=\frac{3}{4}\,|+\frac{2}{3} \Leftrightarrow x=\frac{9}{12}+\frac{8}{12}=\frac{17}{12} \Rightarrow \boxed{L=\left\{\frac{17}{12}\right\}}$

ت - $\frac{5}{9}=x-\frac{1}{3}\,|+\frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{5}{9}+\frac{3}{9}=\frac{8}{9}=x \Rightarrow \boxed{L=\left\{\frac{8}{9}\right\}}$

ټ - $88=4x-16\,|+16 \Leftrightarrow 104=4x\,|:4 \Leftrightarrow 26=x \Rightarrow \boxed{L=\{26\}}$

ث - $a+bx=3b+a\,|-a \Leftrightarrow bx=3b\,|\,b \Leftrightarrow x=3 \Rightarrow \boxed{L=\{3\}}$

ج- $8-(x+5)=2\,|-8 \Leftrightarrow -(x+5)=-6\,|:(-1) \Leftrightarrow x+5=6\,|-5 \Leftrightarrow x=1 \Rightarrow \boxed{L=\{1\}}$

ح - $9+(5-x)=6\,|-9 \Leftrightarrow 5-x=-3\,|-5 \Leftrightarrow -x=-8\,|\cdot(-1) \Leftrightarrow x=8 \Rightarrow \boxed{L=\{8\}}$

پنځم – الف - اووښتونې یا متحوله x د اونۍ په معنا ده

y=f(x) د کافي ذخیرې په معنا ده.

$f(x)=a_1x+a_0$ د کربنیز مساوات تولیزه بڼه

اونۍ 0 :	$f(0)=-0,35\cdot 0+1,8=1,8$
اونۍ1 :	$f(1)=-0,35\cdot 1+1,8=1,45$
اونۍ2 :	$f(2)=-0,35\cdot 2+1,8=1,1$
.....	.....
اونۍx :	$f(x)=-0,35\cdot x+1,8$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د کافي ذخیري د کمیدو لپاره تابعمساوت
ب - د کافي ذخیره لګیدلي معنا لري:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -0,35x + 1,8 = 0 \mid -1,8$$

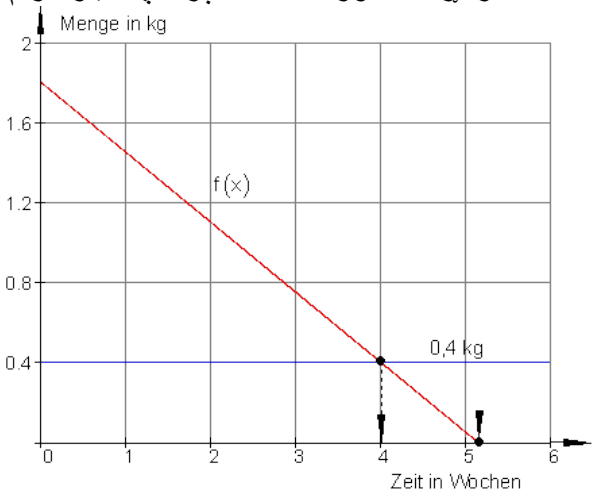
مساوات دي د x پسي حل شي.

$$\Leftrightarrow -0,35x = -1,8 \mid : (-0,35)$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{180}{35} = \frac{36}{7} \approx 5,143$$

د نږدي ۵ اونیو وروسته نوره کافي نه شته.
پ – فقط 400g کافي پاتي ده په دي معنا چې:

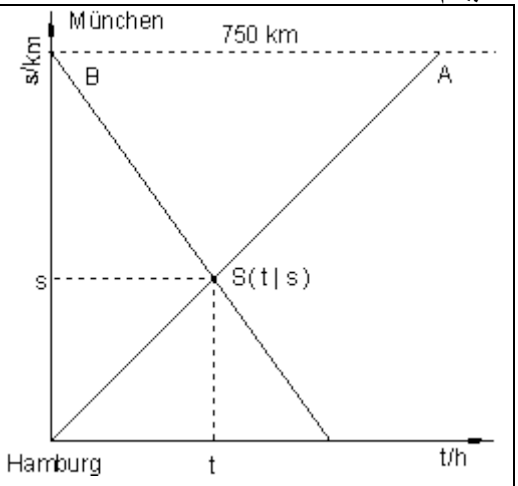
$$f(x) = 0,4 \Leftrightarrow -0,35x + 1,8 = 0,4 \mid -1,8$$
$$\Leftrightarrow -0,35x = -1,4 \mid : (-0,35)$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{140}{35} = \frac{28}{7} = 4$$

د څلو اونیو ورسته نوره فقط 400g کافي پاتي ده.
ت- د کښته ژباړه: له بورته کښته: ډېرۍ په کیلو ګرام، وخت په اونۍ



(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم:



پروتولاړ سیستم کې:کندهار او ننګرهار د مونشن او هامبورګ لپاره لیکل شوي دي.

د یوه نږدې 2,77 ساعته تلنوخت وروسته دواړه موټرونه د 333,333 km کندهار څخه لرې او 416,666 km د ننګرهار څخه په واټن کې سره مخامخ کیږي

موټروان A :SA(t) = VA.t

کربنه له VA جګوالي سره

موټروان : دلته د لار-وخت قانون یوه کربنه ده د کمیز یا منفي جګوالي سره چټکتیا هم د جګوالي لپاره یوه کچوني اندازه ده.

$$s_B(t) = -v_B \cdot t + 750$$

د دواړو ګرافونو غوڅټکی نتیجه راکوي.

$$s_A(t) = s_B(t) \Leftrightarrow v_A \cdot t = -v_B \cdot t + 750$$
$$\Rightarrow t = \frac{750}{v_A + v_B} = \frac{750}{270} = \underline{\underline{2,\bar{7}\ h}}$$

A لاندې لار وهلې

$$s_A\left(\frac{750}{270}\right) = 120 \cdot \frac{750}{270} = \underline{\underline{333,\bar{3}\ (km)}}$$

B لاندې لار وهلې

$$s_A\left(\frac{750}{270}\right) = 150 \cdot \frac{750}{270} = \underline{\underline{416,\bar{6}\ (km)}}$$

اوم –

الف- د توتې ډکی یا حجم :

$$V = G \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{V}{G} \quad G = 1m^2 = 100\ dm^2 \quad 1Liter \triangleq 1dm^3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تابع مساوات د ډکي تغیر لپاره: $V(t) = 80\ \frac{dm^3}{h} \cdot t + 150\ dm^3$

شمېرنه بې له یوونون یا واحدونو صوررت نیسي، نتیجې په دیسي متر.

$$h(t) = \frac{V(t)}{G} = \frac{80 \cdot t + 150}{100} = \underline{\underline{0,8 \cdot t + 1,5}}$$

ب - د پرسیدلي یا غونډوسکې ډوله ډکوالي جګوالی د وخت سره کربنیز تغیر نه خوري.

پوښتنې

کربنیز مساوات XV

لومړی –

پنځم – دا پوښتنه د مخه راغلې او دلته تکرار ده؟؟؟؟؟ ځواب یې هم شته.
د وړوکتون ښوونکي او ښوونکی د زړه له کومې د مارکې ،، برینکمن نمره 1 ،، کافي چې. دا ا وس د بوتل زخیره 1,8 kg دانې ده. د اونۍ 350 g د کافي دانې د ماشین لپاره اړتیا شته.
الف – د تابع برابرون ولیکی، چې دا عمل روښانه کوي.
ب – له کوم وخت وروسته د کافي زخیره پای ته رسیږي؟
پ – د کافي فرمایش پسې باید ورکړ شي، که د کافي بوتل 400 g پاتې ولري. دا حالت به کله وي؟
ت - په یوه مناسب پروتولاړ سیستم (کواوردینات سیستم) کې د تابع ګراف رسم کړی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم: توبي او مري په یوه بیارغړني روغتون کې کار کوي او برابر معاش لري. په دې وخت کې باید دواړه زیا تکاري وکړي. د میاشتې په اخر کې دوی خپل معاشونه سره پرتله کوي. د توبي معاش بې له مالیا € 3559، د ماري € 3223 . توبي په روانې میاشت کې43 ساعته زیات کار کړي، ماري معکوساً فقط 27 ساعته کار کړي. بنسټ معاش وشمیرئ او د زیات وخت ټول معاش.

دریم: د جلالکوټ ژوبن د،، کولاخرس،، د وښو ذخیرې اوتومات د ورځې 7,5 kg د حیواناتو وښو ته اړتیا لري، دولس ورځې وروسته له هغط چط د وښو ذخیه ډکه شوې، په ذخیره کط تراوسه 250 kg شته.

الف- یو تابعمساوات ولیکی، چې داشي حالت تشریح کوي او دط ته اړوند ګراف په یوه مناسب پروتولاړ یا کواوردینات سیستم کې وکاږی.

ب- کومه ډېرې یا ستټ باندې دا ذخیرهځای دولس ورځې د مخه ډک شوی وو؟

پ- په به دا بیرته هغه په کې ورکړشوي شتون باندې بیرته ډک شي. دا کله غوښتونی دی؟

څلورم: د ،،تلفونچوپړ مغازه،،(HB) هره د خبرو دقیقه € 0,06 قیمت لري، چط د میاشتې بنسټ نرخ € 8,50 وي..

د ،، ارزان ملفون،،(HB) شرطونه دي: هره دقیقه€ 0,08 ، د میشاتي بنسټنرخ € 5 سره.(یوه څېره رسم کړې).

الف- له څو دقیقو وروشته د دواړو ملفونونو لګښت برابر دی؟

ب- تاسو د میاشتې € 25 په اختیار کې لرې(نیا پیسې ورکوي).

کوم چوپړ غواړط او دا ستا د خوښط تلفونمغازط سره څومره اوږد تلفونکړی شي؟

پ- د الف او ب نتیجط په پرونولاړ یا کواوردینات سیستم کط انځور کړې.

پنځم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

په يوه هوټل کي د لمبا کوټي د ګرمو اوبو چمتووالی لپاره د بريښنايي تيلګرمۍ ماشين اينبرل شوی. € 25000 د نرژی کلني لګښت راځي. د لرګرمۍ له لارې يوځلي € 50000لګښت راځي. په دې پسې د رنژی لګښت فقط € 5000 په کال دی.

الف – په کوم وخت کي دا پيسې ځای نيسي؟ د دې وخت لپاره لګښت څومره دی؟

ب – د دې ګراف وکاږئ.

شپږم –

له ګنيو څخه پوره يا ګوړه جوړيږي(د ګنيو او خوړې ترمنځ کرښيزې اړيکې وړاندنيونه ده) يو د تابع ترم f (x) تشريح کوي، چې څومره کيلوګرامه خوړه د x kg څخه لاس ته راځي.

الف – د تابع ترم f (x) وټاکئ.

ب – وشميرئ: $f(100); f(250); f(x) = 25$

پ – د f (x). ګراف وکاږئ.

اوم –

سپين همدا اوس د طب درس په بري پای ته ورساوه او طبي بدلونپروګرام کي برخه اخلي. دا د يوه کال لپاره USA ته ځي. پع المان تودوخي په درجه څلزيوس[^{0}C] او امريکاکي په فارنهايټ [^{0}F]کچيږي. سپين او خړ له درس څخه پوهيږي، چې د دواړو تودوخيو ترمنځ يو کرښيز ه اړيکه شتون لري او $0\ ^0C$ د $32\ ^0F$ تودوخي او $100\ ^0C$ د $212\ ^0F$ تودوخي ده. دوی د يوه تابع برابرون ته اوتيا لري، چې دوی دا تودوخي زر په هغه خپل ورسره بلده درجه واړولی شي.

الف – د سپين لپاره يو تابع مساوت وضعه کړئ، چې له^{0}F څخه په ^{0}C شمېربدلون اجازه ورکوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- د خړ لپاره یو تابع مساوت وضعه کړی، چې له ^0F ^0C څخه په ^0F شمېربدلون اجازه ورکوي.

پ – په یوه د لمبا اخور کې تودوخي ^0F 95 ده، دا څومره ^0C وه؟

ت – د د یوه تن تودوخی ^0C 40 تبه ټیټېدونکي کار باید سر ته ورسیږي. دا په ^0F کومه تودوخي ده؟

حلونه

کربنیز توابع XV

نتیجې او مفصل حلونه

نتیجې:

لومړی:

الف- تابعمساوات:

ب – د څه پنځه اونیو وروسته نوره کافي نه شته.

پ - د ۴ اونیو وروسته کافي پاتې ده.

ت- ګراف د مفصل حل لاندې وګورئ.

دویم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

بنسټمعاش دی، د زیاتوخت ټولې .

دریم:

الف- $f(x) = -7,5x + 340$

ګراف په مفصل حل کې دی.

ب- د وښو زخیره په 340 kg ډکه شوه.

پ - د نړدې 38,7 ورځو وروستهد وښو ګودام بیرته ډک شوی دی.

څلورم:

الف- له 175 دقیقووروسته نرخمساوات واک لري (€ 19).

ب- دHB چوپړ مساعد دی، ځکه چې په € 25 کیدی شي 275 دقیقې تلفو وکړی شي.

برعکس HP د € 25 سره فقط د250 قیقو لپاره بسیا کوي. ګراف د مفصل حل لاندې میندلی شئ.

پنځم:

الف-دا د پیسو ورکړې له 2,5 کاله وروسته ګټوره وه. په داوړو حالتونو کط دا تراوسه په جریان کې لګښت € 62500 دی.

ب- ګراف په مفصل ځواب کط میدل کیږي.

شپږم:

الف- تابعترم: $f(x) = \frac{17}{160}x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-

$$f(100) = 10,625 \qquad f(250) = \frac{425}{16} \approx 26,563$$

$$f(x) = 25 \Leftrightarrow x = \frac{4000}{17} \approx 235,3$$

پ- ګراف تر مفصل ځواب لاندې وکورئ

اوم:

الف-

د °F په °C اړوني لپاره باور لري: $f(x) = \frac{5}{9}(x-32)$ xپه °F او f(x) په °C

پ- د لمپا ډوډوکي تودوخي $35\ ^0C$ ده.

ت-په یوه $104\ ^0F$ تودوخی سره باید د تبې ټیټیدنې لپاره تیاری ونیول شي.

مفصل حلونه

لومړی:

الف- متحولي یا اووښتوني : xد اونۍ په معنا دي

y=f(x) په کیلوګرام د کافي زخیره ډپرئ یا ستې ده .

$f(x) = a_1x + a_0$ د کربنیز مساوات عمومي بڼه.

اونۍ0 :f(0) = -0,35.0+1,8=1,8

(c) ketabton.com: The Digital Library

اونئ1: f(1) = -0,35.1+1,8=1,45

اونئ2: f(2) = -0,35.2+1.8=1.1

.....

اونئ x:=f(x) = -0,35.x+1,8

د کافي کمښت زخیري لپاره د تابع مساوات.

ب – د کافي زخیره مصرف شوي په دي معنا دی، چې:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -0,35x + 1,8 = 0 \mid -1,8$$
$$\Leftrightarrow -0,35x = -1,8 \mid : (-0,35)$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{180}{35} = \frac{36}{7} \approx 5,143$$

مساوات دي د x پسي حل شي.

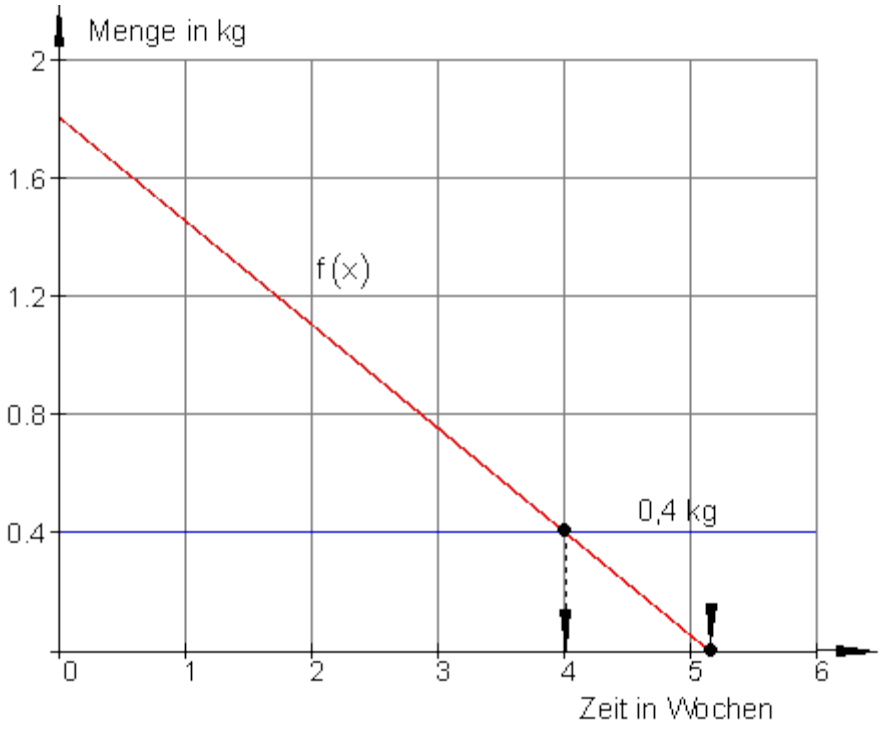
د نږدي پنځه اونیوورسته نوره کافي یا قهوه شتون نه لري.

پ- فقط کافي لرو په دي معنا، چې :

$$f(x) = 0,4 \Leftrightarrow -0,35x + 1,8 = 0,4 \mid -1,8$$
$$\Leftrightarrow -0,35x = -1,4 \mid : (-0,35)$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{140}{35} = \frac{28}{7} = 4$$

د څلور اونیوورسته فقط 4g کافي پاتي ده

(c) ketabton.com: The Digital Library



دویم: د زیات کار ساعتو تعداد x ورکړشوی نغد معاش f(x) دی.

دوه ارزښت کاغذونه ورکړ شوي دي: $P_1(43\,|\,3559)$ او $P_2(27\,|\,3223)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3223 - 3559}{27 - 43} = \frac{-336}{-16} = 21 \Rightarrow f(x) = 21x + a_0$$

(a1 د زیات کار ټول معاش a0 بنسټ معاش)

$$P_1(43\,|\,3559) \Rightarrow f(43) = 3559 \Leftrightarrow 21 \cdot 43 + a_0 = 3559$$
$$\Leftrightarrow 903 + a_0 = 3559\,|\,-903$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2656$$
$$\Rightarrow f(x) = 21x + 2656$$

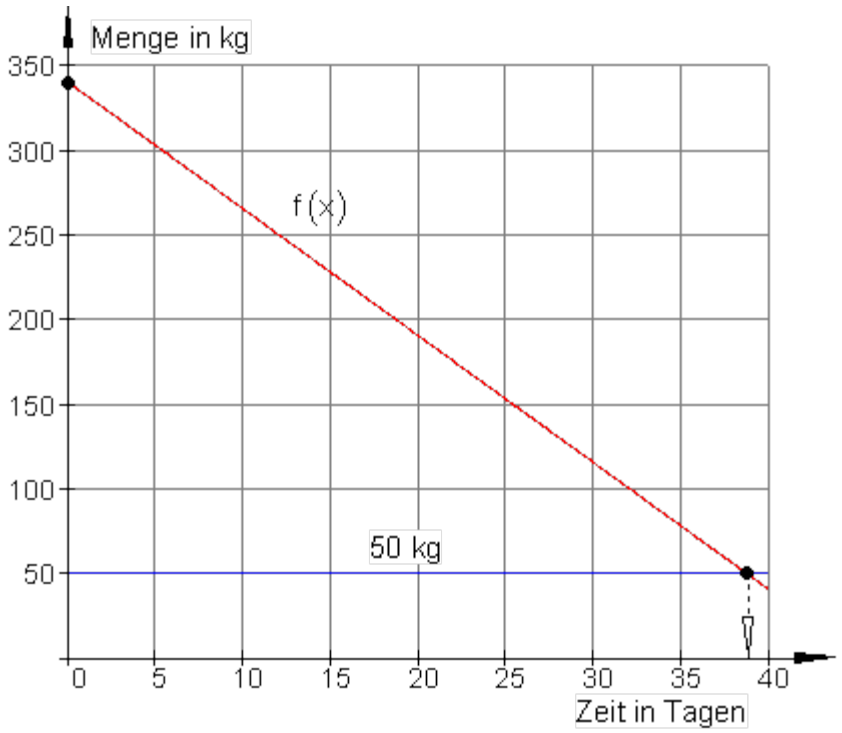
(c) ketabton.com: The Digital Library

بنسټ معاش € 2656 دی، د زیات ساعت کار معاش€ 21 دی.

دریم:

الف-

$$f(x) = -7,5x + a_0$$
$$P(12 \mid 250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7,5 \cdot 12 + a_0 = 250$$
$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 \mid +90$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow f(x) = -7,5x + 340$$



پروت: وخت په ورځو. ولاړ: ډېرۍ (مقدار) په کیلوګرام
ب ـ د ډکولو وخت په x = 0 کې دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow f(0) = -7,5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د وښوزخیره دولس ورځي د مخه په 340 kg ډکه شوه.

پ-

$$f(x) = 50 \Leftrightarrow -7,5x + 340 = 50 \mid -340$$
$$\Leftrightarrow -7,5x = -290 \mid :(-7,5)$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{580}{15} = \frac{116}{3} \approx 38,7$$

له 38,7 ورځو وروسته دې د وښو زخیره بیرته ډکه شي.

څلورم: الف-

$$HB: K_1(x) = 0,06x + 8,5 \qquad HP: K_2(x) = 0,08x + 5$$

د قیمت مساوات د دواړو کربنو په غوڅي(تقاطع) کې پروت دی.

$$K_2(x) = K_1(x) \Leftrightarrow 0,08x + 5 = 0,06x + 8,5 \mid -0,06x$$
$$\Leftrightarrow 0,02x + 5 = 8,5 \mid -5$$
$$\Leftrightarrow 0,02x = 3,5 \mid :0,02$$
$$\Leftrightarrow x = 175$$
$$K_1(175) = 0,06 \cdot 175 + 8,5 = 19$$
$$K_2(175) = 0,08 \cdot 175 + 5 = 19$$

د 175دقیقو وروسته دد قیمت مساوات برقرار دي(€ 19).

ب-

$$HB:$$
$$K_1(x) = 25 \Leftrightarrow 0,06x + 8,5 = 25 \mid -8,5$$
$$\Leftrightarrow 0,06x = 16,5 \mid :0,06$$
$$\Leftrightarrow x = 275$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

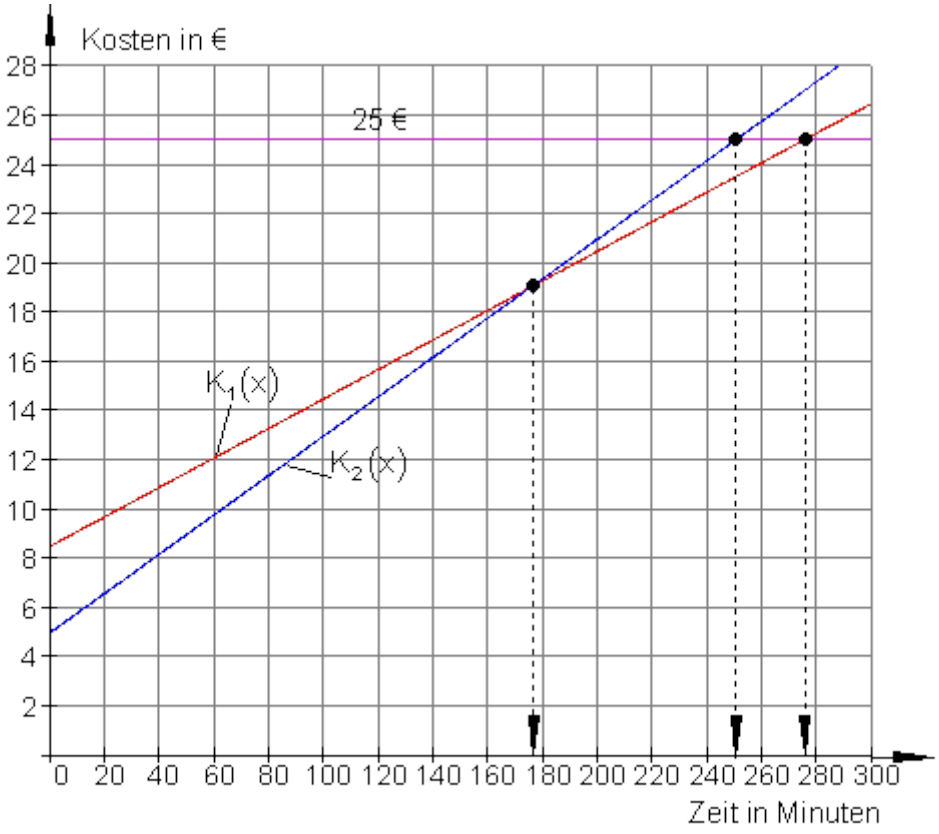
HP:

$$K_2(x) = 25 \Leftrightarrow 0{,}08x + 5 = 25 \mid -5$$
$$\Leftrightarrow 0{,}08x = 20 \mid :0{,}08$$
$$\Leftrightarrow x = 250$$

د HB خدمت مساعد دی، ځکه چې د€ 25 لپاره سړی کړی شي 275 دقیقې تلفون وکړي.

برعکس د HP لپاره € 25 فقط د 250 دقیقو لپاره بسیا کوي.

پ-



پروت: وخت په دقیقو. ولاړ:نرخ ا قیمت په یورو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم: الف- y- محور : لګښت x-محور: کلونه

ګرموونې یا بخارئ :f(x) = 25000x

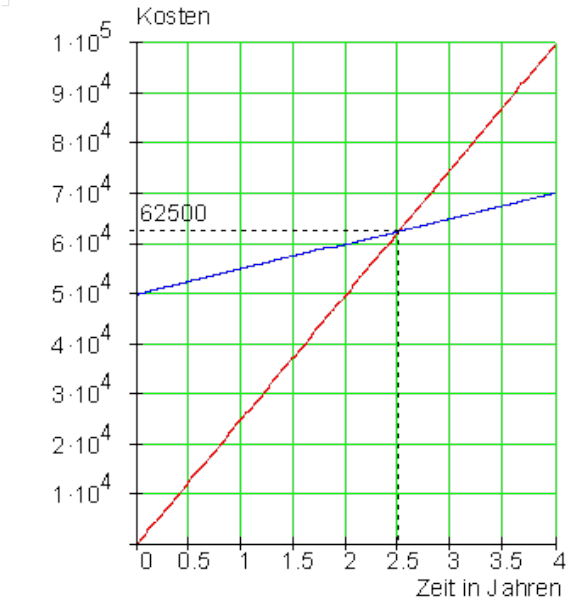
له لرې تودوخې: g(x) = 5000x+50000

د لګښت مساوات د دواړو کربنو غوڅې(تقاطع) کې واک لري.

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 25000x = 5000x + 50000 \mid -5000x$$
$$\Leftrightarrow 20000x = 50000 \mid :20000$$
$$\Leftrightarrow x = 2,5$$
$$f(2,5) = 25000 \cdot 2,5 = 62500$$
$$g(2,5) = 5000 \cdot 2,5 + 50000 = 62500$$

پانګونه له دوه نیم کالو وروسته ګټوره تمامه شوه. په دواړو حالتونو کې تردې وخت لګښتونه € 62500 دي.

ب- لاندې: پروت وخت په کلونو. ولاړ: قیمت یا لګښت



(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم: الف- y-محور خوږه(بوره) x -محور ګڼي

80kg ګڼي لرو 8,5kg بوره یا ګوړه لاس ته راځي P1(80;8,5)

0kg ګڼي 0kg خوږه لاس ته راځي P2(0;0) پیلکرښه a0=0لاس ته راځي

جګوالی: $a_1 = \frac{8,5}{80} = \frac{17}{160} \Rightarrow f(x) = \frac{17}{160}x$

$$f(x) = \frac{17}{160}x \Rightarrow f(100) = \frac{17}{160} \cdot 100 = 10,625$$

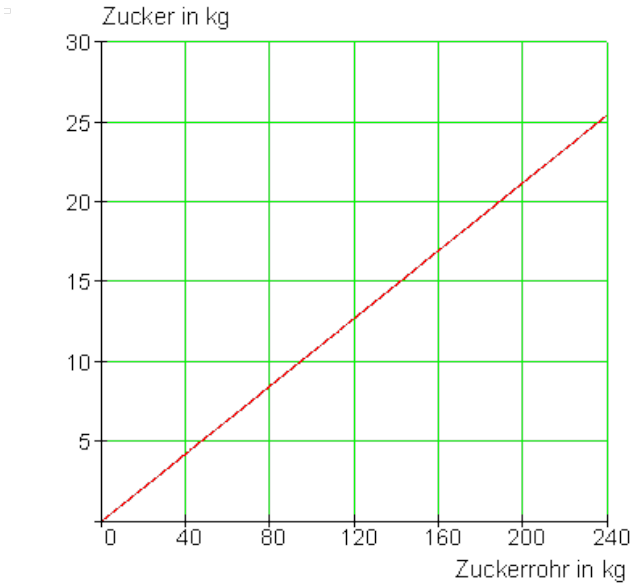
$$f(250) = \frac{17}{160} \cdot 250 = \frac{425}{16} \approx 26,563$$

$$f(x) = 25 \Leftrightarrow \frac{17}{160}x = 25 \mid : \frac{17}{160} \Leftrightarrow x = \frac{4000}{17} \approx 235,3$$

ب-

له 100 kg ګنیو څخه 10,625 kg خوږه ګټل کیږي. له ګنیو څخه کیدی شي نږدې خوږه وګټل شي. د 25 kg حوږې لپاره نږدې 235,3 kg ګنیو ته اړتیا شته.

پ-



(c) ketabton.com: The Digital Library

پروت: ګني په کیلوګرام. ږلاړ: ګوړه په کیلوګرام

اوم:

الف- y-محور : °C x-محور:°F

$$f(x)=a_1x+a_0 \qquad P_1(32\mid 0) \qquad P_2(212\mid 100)$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{100-0}{212-32}=\frac{100}{180}=\frac{5}{9}\Rightarrow f(x)=\frac{5}{9}x+a_0$$

$$P_1(32\mid 0): f(32)=0 \Leftrightarrow \frac{5}{9}\cdot 32+a_0=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{160}{9}+a_0=0 \mid -\frac{160}{9}$$

$$\Leftrightarrow a_0=-\frac{160}{9}\Rightarrow f(x)=\frac{5}{9}x-\frac{160}{9}=\frac{5}{9}(x-32)$$

$\underline{f(x)=\frac{5}{9}(x-32)}$ د °F اړول یا بدلون په °C لپاره باور لري:

x په °F او y په °C

ب- y-محور: °C x-محور:°F

$$f(x)=a_1x+a_0 \qquad P_1(0\mid 32) \qquad P_2(100\mid 212)$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{212-32}{100-0}=\frac{180}{100}=\frac{9}{5}\Rightarrow f(x)=\frac{9}{5}x+a_0$$

$$P_1(0\mid 32): f(0)=32 \Leftrightarrow \frac{5}{9}\cdot 0+a_0=32\Rightarrow a_0=32$$

$$\Rightarrow f(x)=\frac{9}{5}x+32$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د °F اړول یا بدلون په °C لپاره باور لري: $f(x)=\frac{9}{5}x+32$

x په °C او f(x) په°F

$$95\,^0F=?^0C \quad f(x)=\frac{5}{9}(x-32)\Rightarrow f(95)=\frac{5}{9}(95-32)=\frac{5}{9}\cdot 63=\underline{\underline{35\,^0C}}$$

د اخورمینځي تودوخي $35\,^0C$ ده.

ت –

$$40\,^0C=?^0F \quad f(x)=\frac{9}{5}x+32\Rightarrow f(40)=\frac{9}{5}\cdot 40+32=\underline{\underline{104\,^0F}}$$

د $104\,^0F$ تودوخئ سره باید د تبې ټیټیدونکي لارې چارې ونیول شي یا اقدام وشي.

پوښتنې

کربنیز مساوات XVI

لومړی: یوه د میوې وپښتنې فابریکه په خپل موټر د څښاک کارټن د رسولو لپاره په هره کارټن € 0,80 د میاشتې فیکس یا ځای په ځای لګښت € 840 شمیري.

الف – د x کارټنونو د رسولو د لګښت لپاره یو د لګښت تابع منځ ته راوړی. د 2500 کارټنونو د رسولو لپاره څومره لګښت منځ ته راځي؟

ب – یو د موادو رسولو شرکت د څښاک موادو رسولو لپاره په هر کارټن € 1,15 وړاندیز کوي. د x کارټنونو د رسولو د لګښت یو ترم ولیکی. د کوم د رسولوګنون یا –تعداد لپاره د رسولو شرکت لګښت مساعد ده؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ- د میوې فاربریکې ته یو وړاندیز وړاندې کړی، چې د لګښت سپما د 4000 کارتونونو سره به € 680 وي.

دویم –

په یوه ملي اقتصاد مودل کې مصارف کربنیز د چمتوالي معاش په واک کې دي. د یوه € 1000 معاش سره لګښت € 900 دی. د € 1800 معاش سره به .€ 1460 وي.

الف – د مصرف تابع K لپاره تابع ترم ولیکی.

ب – د مصرفوني جګوالی وشمیری که معاش € 800 همداسې € 2500، همداسې € 4000 وی.

پ-

د مصرفکچه(quote) د معاش برخه ده چې د مصرف یا لګښت لپاره کارول کیږي معاش: لګښت = د لګښت کووتې ((Konsumquote = Konsum / Einkommen)) د مصرف کووتي د په ب – کې معاش څخه وټاکی. کومې تولیزې اړیکې د مصرفکووتو او معاش ترمنځ شتون لري؟

ت -د معاش زیاتولی .dx دی. څو په سلو کې د معاش زیاتوالی د مصرف لپاره ورکړ شوی دی؟

ټ -کوم تابع S د معاش په واکوالي کې د سپماتوان تشریح کوي. تابعK اوS ګرافیکي انځور کړی. دS صفرځای کوم غوره والی لري؟

دریم –

یو اوسپنه وړونکی $l_0 = 85\ m$ اوږد دی او د پرسېدنې ضریب یې

$$\alpha = \frac{12 \cdot 10^{-6}}{K} \quad (K \triangleq \text{Grad Kelvin})$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دی. یو تابع ترم $l(\Delta t) = l_0 + \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta t$ د اوسپنې باروړونکي اوږدوالی په ګوته کوي، د په K تودوخې Δt په واکوالي کې.

الف – د دې اوسپنې وړونکي د تابع ترم ورکړئ

ب- د لاندې تودوخې تغیر سره د اوسپنې وړونکي اوږدوالی و شمیرئ.

: 30 K ; 60 K ; 40 K.

پ- اوسپنه وړونکی باید څومره اوږدوي، چې د 25 K تودوخې په جګوالي د اوږدوالی تغیر 25 mm وکړي؟

حلونه

کربنیز مساوات XVI

مفصل حلونه

لومړی:

الف- $K_1(x) = 0,8x + 840$

کارتونونه: $K_1(x) = 0,8 \cdot 2500 + 840 = 2840$ 2500

د 2500 کاتونونو وړنه $\underline{\underline{2840\,€}}$ قیمت لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- $K_1(x)=0,8x+840$ فابریکه $K_2(x)=1,15x$ لوګیستیکي فیرما

د نرخ توپیر: $U(x)=K_1(x)-K_2(x)=0,8x+840-1,15x=-0,35x+840$

د فابریکي لپاره ګټه که $U(x)>0$

$\Rightarrow -0,35x+840>0 \Leftrightarrow -0,35x>-840 \Leftrightarrow x<240$

تر 2400 پورې کارتونونه لوګیتیکي فیرما مساعد قیمت لري.

پ – نوی لګښت تابع د لوګیتیکي فیرما لپاره: $K_2(x)=a_1x$

د لګښت توپیر: $U(x)=K_1(x)-K_2(x)=0,8x+840-a_1x=(0,8-a_1)x+840$

په 4000 کارتونونو کې ګټه €680 ده.

له دې لاس ته راځي، چې

$$\Rightarrow U(4000)=(0,8-a_1)\cdot 4000+840=680 \Leftrightarrow 0,8-a_1=\frac{680-840}{4000} \Leftrightarrow a_1=0,84$$

$$\Rightarrow K_2(x)=0,84x$$

دا په دې معنا دی چې €0,84 په یوه کارتون.

دویم:

الف- خپلواکه اووښتونې(متحوله) معاش=x

بلواک متحوله =y=K(x) د خوراک لګښت(کربنیزه اړیکې)

$$\Rightarrow K(x)=a_1x+a_0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له ورکو شویو شرایطو لرو: $P_1(1000\,|\,900)\,;\,P_2(1800\,|\,1460)$

$$\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{1460-900}{1800-1000}=\frac{560}{800}=0,7\Rightarrow K(x)=0,7x+a_0$$

$$P_1(1000\,|\,900):\quad K(1000)=0,7\cdot 1000+a_0=900\Rightarrow a_0=200$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{K(x)=0,7x+200}}$$

ب-

$$K(800)=0,7\cdot 800+200=760\Rightarrow \underline{\underline{P_1(800\,|\,760)}}$$

$$K(2500)=0,7\cdot 2500+200=1950\Rightarrow \underline{\underline{P_2(2500\,|\,1950)}}$$

$$K(4000)=0,7\cdot 4000+200=3000\Rightarrow \underline{\underline{P_3(4000\,|\,3000)}}$$

	$\text{د لګښت کچه}=\frac{\text{لګښت}}{\text{معاش}}=K(x)/x$
$=\frac{760}{800}=0,95\triangleq \underline{\underline{95\%}}$	معاش 800€ له دې لاس ته راځي
$=\frac{1950}{2500}=0,78\triangleq \underline{\underline{78\%}}$	معاش 2500€ له دې لاس ته راځي
$=\frac{3000}{4000}=0,75\triangleq \underline{\underline{75\%}}$	معاش 400€ لاس ته راځي
پ-	تولیزې اړیکې:
$=\frac{K(x)}{x}=\frac{0,7x+200}{x}=0,7+\frac{200}{x}$	د لګښت کچه=

پام: هرځومره چې معاش جګ وي، همغومره لګښت ارزښت 0,7 ته نږدې کیږي، داپه دې معنا، چې لږترلږه 70% دا په واک کې معاش د مصرف یا خوراک لپاره لګیږي. دا پاتې کیدی شي سپما شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

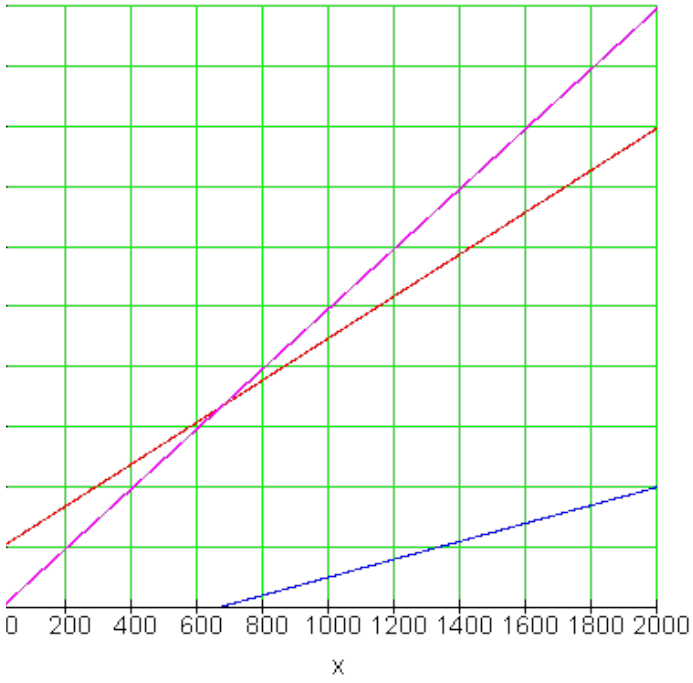
ت- ایښونه: زوړ معاش نوی معاش د معاش زیاتوالی	$x \Rightarrow K(x) = 0,7x + 200$ $x + dx \Rightarrow K(x + dx) = 0,7(x + dx) + 200$ $x + dx - x \Rightarrow K(x + dx) - K(x)$

$$\Leftrightarrow 0,7(x + dx) + 200 - (0,7x + 200) = \underline{\underline{0,7dx}}$$

تړ لاس ته راتلنه: په تعقیب یا تړ لاس ته راتلنه: 70% د معاش زیلتوالی د خوراک یا لګښت لپاره لګیږي. دا د K(x) جګوالی په ګوته کوي.

ټ- هرڅه چې نه لږیږي هغه سپما کیږي:

$$S(x) = x - K(x) = x - (0,7x + 200) = \underline{\underline{0,3x - 200}}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

د لګښت تابع: S(x)=د سپما تابع ، E(x)=معاش.

د S(x) صفرځای:

$$S(x)=0 \Leftrightarrow 0,3x-200=0 \Leftrightarrow x=666,\overline{6}$$

د صفرځای غوره والي: لومړی له یوه معاش وروسته کیدی شي زخیره یا سپما شي. په دې مودل کې د شتون مینیموم جوړوي. د شتون مینیمومو کښته پوروړی کیږي، ځکه چې انسان له یوه څه څخه باید ژوند وکړي.

دریم:

الف- $$l(\Delta t)=l_0+\alpha\cdot l_0\cdot\Delta t=85\,m+\frac{12\cdot 10^6}{K}\cdot 85\,m\cdot\Delta t=\underline{\underline{85\,m+0,00102\cdot\Delta t\cdot\frac{m}{K}}}$$

$$\Delta t=30\,K:\quad \Rightarrow l(30)=85\,m+0,00102\cdot 30\cdot m=\underline{\underline{85,0306\,m}}$$

$$\Delta t=60\,K:\quad \Rightarrow l(60)=85\,m+0,00102\cdot 60\cdot m=\underline{\underline{85,0612\,m}}$$

$$\Delta t=40\,K:\quad \Rightarrow l(40)=85\,m+0,00102\cdot 40\cdot m=\underline{\underline{85,0408\,m}}$$

ب -

$$\Delta t=30\,K:\quad \Rightarrow l(30)=85\,m+0,00102\cdot 30\cdot m=\underline{\underline{85,0306\,m}}$$

$$\Delta t=60\,K:\quad \Rightarrow l(60)=85\,m+0,00102\cdot 60\cdot m=\underline{\underline{85,0612\,m}}$$

$$\Delta t=40\,K:\quad \Rightarrow l(40)=85\,m+0,00102\cdot 40\cdot m=\underline{\underline{85,0408\,m}}$$

پ- د اوږدوالي تغیر: $\Delta l=25\,mm=0,025\,m$ د تودوخې تغیر: $\Delta t=25\,K$

$$l(\Delta t)=l_0+0,025\,m$$

$$l(\Delta t)=l_0+\alpha\cdot l_0\cdot\Delta t \quad\Rightarrow l_0+0,025\,m=l_0+\alpha\cdot l_0\cdot\Delta t\Leftrightarrow l_0=\frac{0,025\,m}{\alpha\cdot\Delta t}$$

$$l_0=\frac{0,025\,m}{\alpha\cdot\Delta t}=\frac{0,025\,m}{12\cdot 10^{-6}\cdot 25}=\frac{25\cdot 10^{-3}\,m}{12\cdot 10^{-6}\cdot 25}=\frac{10^{-3}\,m}{12\cdot 10^{-6}}=\frac{1}{12}\cdot 10^3=\underline{\underline{83,\overline{3}\,m}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

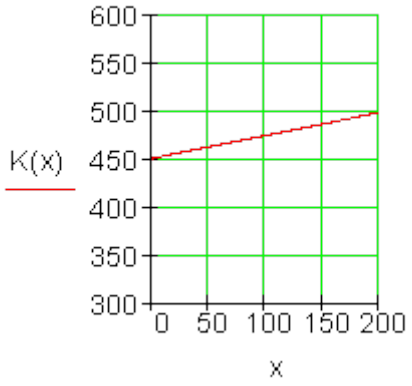
یو باروړونکي اوسپنه چې 83,33 mاوږده ده د یوې 25 K تودوخې سره 25 mm اوږدیږي یا غزیږي.

پوښتنې

کربنیز توابع برخه XVII

لومړی: څیره د یوه کربنیز لګښت ګراف ښایي(ټول لګښت)

الف- له ګراف څخه ځای په ځای لګښت راواخلئ او متحول دانه قیمت په € سره ورکړئ. د یوه x ډېرئ یونونو یا ستې واحدونو(ME) تولید سره ټول لګښتK ورکړئ.

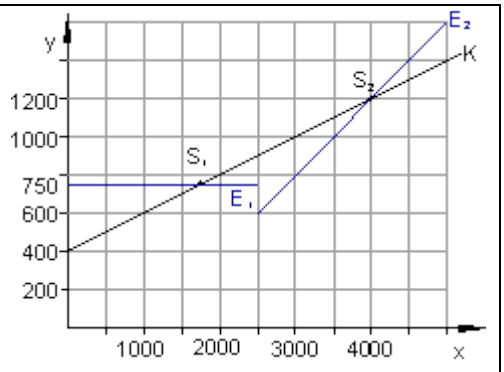


الف- له ګراف څخه ځای په ځای لګښت راواخلئ او متحول دانه قیمت په € سره ورکړئ. د یوه x ډېرئ یونونو یا ستې واحدونو(ME) تولید سره ټول لګښتK ورکړئ.

ب- کوم د خرڅلاوقیمت په هر ME کې لاس ته راوړل کیږي، که 175 ME تولید شي او تاوان تري منځ ته را نه شي.

دویم: د تنیس توپونو تولید لپاره لګښت K کربنیز د تولید شوو توپونوتعداد x په واک کې دی.

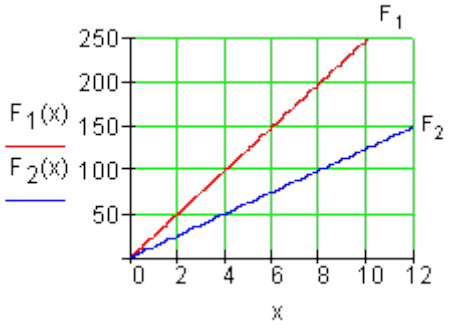
(c) ketabton.com: The Digital Library



الف- د 1000 همداسي3000 د توپونو يا غونډوسکو(کرو) توليدد څومره ګران دی؟ د لښت تابع K لپاره يو ترم ورکړئ. ځای په ځای لګښت K_f څومره دی؟ د متحولو دانه لګښت k_v څومره لوړ دی؟

ب – د لګښت پوره کولو لپاره تر 2500 دانو پورې يو ټول ارزښت $E_1 = 750$ € باور لري. له 2500 دانو يا توپونو پورته ګټه يا خرڅلاو د توپونو د خرڅلاو د تعداد (E_2) سره کربنيز جګيږي. د $x > 2500$ لپاره د خرڅلاو تابع $E_2(x)$وټاکئ او غوڅټکي S_1 او S_2 . د S_1 او S_2 ترمنځ د x –ارزښتونو باندې کومنتار ورکړئ.

دريم: د دې لپاره چې يوه فنر(بنکه) د فنرتلې په ځير وکارولی شو، په فنر باندې اغيزمنه وزنزور F_G (په نيوټون N) او د فنر تغير x (په cm) تر منځ اړيکو څخه کره يا ټاکل کيږي.



الف- په فنرF_2 د فنر ثابتهD وټاکئ. څه معنا لري؟

ب- يو ترم وټاکئ، چې له تغير x څخه د قوې يا زور F په واکوالی تشريح کوي.

ايا شوني ده، چې د دې فرمول سره سره د 1 m تغير لپاره اړينه قوهF_G کره يا معلومه شي؟

پ-ايا شوني ده،چې د دې فرمول سره د 1 m تغير لپاره منځ ته راغلی زور F_G وټاکو؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت- د فنر F_1 همداسي F_2 لپاره مختلف فنر ثابتي څه معنا لري؟

څلورم: د یو نړیوالجال چلوونکی مشتریانو ته لاندې وړاندیز وړاندې کوي:

۵۰ ساعته انترنت، ټول لګښت€ 27,50 . هره پسې دقیقه 1 Ct سنت.

دوه تاریف مودولونو باندې کار وکړئ، چې د انترنت استعمالکوونکي ته د ۵۰ ساعتو لپاره همدا یا برابر شرایط ورکړي.

الف- ترخ ۱ بې له بنسټلګښت.

ب- نرخ۲ : د € 8 بنسټلګښت.

پ-د ۵۰ ساعته څخه زیات د کارولو دوام لپاره کوم تاریف یا نرخ مساعد دی؟

ځوابونه

کربنیز توابع برخه XVII

مفصل حلونه

لومړی:

د فابریکي د لګښتشمیرنې کلیمو تعریفونه:

ځای په ځاي لګښت ټول لګښت

دا هغه لګښت دی، چې تولید ونه شي د فابریکي ټول هغه لګښت دی، چې

هلته هم رامنځ ته کیږي(ګټه (ورکونه)، د یوه شي په تولید کې رامنځ ته کیږي

(c) ketabton.com: The Digital Library

کرایه،بیمه، معاشونه او نور) K(x) .

$$K_f(x) = K(0)$$

د یوې دانې متحول ارزښتونه د متحولې ټول ارزښتونه

د متحولې لګښت دی په هره دانه ټول لګښت بې له ځا په ځای لګښت څخه

$$k_v(x) = \frac{K_v}{x} = \frac{K(x) - K_f(x)}{x} = \frac{K(x) - K(0)}{x}$$

$$k_v(x) = \frac{K_v}{x} = \frac{K(x) - K_f(x)}{x} = \frac{K(x) - K(0)}{x}$$

د ګټې تابع کربنیزه خرڅلاو تابع

د خرڅلاو- ټول لګښت د قیمت ضرب منځ ته راوړې ډېرئ یا ستې x

$$G(x) = E(x) - K(x) \qquad E(x) = p \cdot x$$

الف- دلته د لګښت تابع یو کربنیز مساوات دی:K(x)=a1x+a0

ځا په ځاې لګښتونه K(0)=a0=450€ دي (له ګراف څخه لوستل شوی)

متحول لګښتونه دي: $k_v(x) = \frac{K(x) - K(0)}{x} = \frac{a_1 x + a_0 - a_0}{x} = a_1$

دا ټیک د K(x) د کربنې جګوالی دی

ټکي $P_1(0|450)$ او $P_1(200|500)$ لوستل کیږي

له دې لاس ته راځي $\Rightarrow a_1 = \frac{500 - 450}{200 - 0} = 0,25 \Rightarrow$ له دې لاس ته راځي د متحولې

یا اووښتونې د دانې قیمت $k_v = 0,25 €$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لګښت تابع: $\underline{\underline{K(x)=0,25x+450}}$

ب – ګټه: G(x)=E(x)-K(x)

که چیرته زیان رامنځ ته نه شي، باید ګټه لږ تر لږه صفر وي.

$$\Rightarrow E(x)-K(x)=0$$

له $E(x)=p\cdot x$ او $K(x)=0,25x+450$ لاس ته راځي

$$p\cdot x-(0,25x+450)=0 \Leftrightarrow p\cdot x=0,25x+450$$
$$\Leftrightarrow p=\frac{0,25x+450}{x}=0,25+\frac{450}{x}$$

د x=175ME لپاره باور لري: $p(175)=0,25+\frac{450}{175}=2,821$

د یوې دانې قیمت باید لږ تر لږه 2,821€وي، چې له دې سره کوم زیان رامنځ ته نه شي.

دویم:

الف - 1000توپونه: ، 3000 توپونه:

لګښت تابع:K(x) = a1x+a0

$$P_1;P_2 \Rightarrow a_1=\frac{1000-600}{3000-1000}=0,2 \Rightarrow K(x)=0,2x+a_0$$
$$P_1(1000\mid 600):\quad K(1000)=0,2\cdot 1000+a_0=600 \Rightarrow a_0=400$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{K(x)=0,2x+400}}$$

ځای په ځای ارزښت:K(0) = a0 =400€

(c) ketabton.com: The Digital Library

متحول ارزښتونه: $k_v = a_1 = 0,2\ €$

ب – ګټه: G(x)=E(x)-K(x)

که چیرته زیان رامنځ ته نه شي، باید ګټه لږ تر لږه صفر وي.

$$\Rightarrow E(x) - K(x) = 0$$

له $E(x) = p \cdot x$ او $K(x) = 0,25x + 450$ لاس ته راځي

$$p \cdot x - (0,25x + 450) = 0 \Leftrightarrow p \cdot x = 0,25x + 450$$
$$\Leftrightarrow p = \frac{0,25x + 450}{x} = 0,25 + \frac{450}{x}$$

د x=175ME لپاره باور لري: $p(175) = 0,25 + \frac{450}{175} = 2,821$

د یوې دانې قیمت باید لږ تر لږه 2,821€وي، چې له دې سره کوم زیان رامنځ ته نه شي.

دویم:

الف - 1000توپونه: ، 3000 توپونه:

لګښت تابع:K(x) = a1x+a0

$$P_1; P_2 \Rightarrow a_1 = \frac{1000 - 600}{3000 - 1000} = 0,2 \Rightarrow K(x) = 0,2x + a_0$$
$$P_1(1000 \mid 600): \quad K(1000) = 0,2 \cdot 1000 + a_0 = 600 \Rightarrow a_0 = 400$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{K(x) = 0,2x + 400}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځای په ځای ارزښت:€400= a0 = K(0)

متحول ارزښتونه: $k_v = a_1 = \underline{\underline{0,2\ €}}$

ب- د $x < 2500$ لپاره خرڅلاو تابع: $E(x) = 750$

د $x > 2500$ لپاره خرڅلاو تابع:

$$P_1(2500\,|\,600);\ P_2(4000\,|\,1200)\quad E_2(x) = a_1x + a_0$$
$$a_1 = \frac{1200-600}{4000-2500} = 0,4 \Rightarrow E_2(x) = 0,4x + a_0$$
$$P_2(4000\,|\,1200):\quad E_2(4000) = 0,4\cdot 4000 + a_0 = 1200 \Rightarrow a_0 = -400$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{E_2(x) = 0,4x - 400}}$$

غوڅتکی S1 :

$$K(x) = E_1(x) \Leftrightarrow 0,2x + 400 = 750 \Rightarrow x = 1750$$
$$K(1750) = 750 \Rightarrow \underline{\underline{S_1(1750\,|\,750)}}$$

غوڅتکی S2 :

$$E_2(x) = K(x) \Leftrightarrow 0,4x - 400 = 0,2x + 400 \Rightarrow x = 4000$$
$$K(4000) = 0,2\cdot 4000 + 400 = 1200 \Rightarrow \underline{\underline{S_2(4000\,|\,1200)}}$$

روښانه ونه: د 1750<x<4500لپاره یو زیان منځ ته راځي، ځکه چې$E(x) < K(x)$
د E1(x)غوڅتکی د E2(x) سره S3 دی

$$E_2(x) = E_1(x) \Leftrightarrow 0,4x - 400 = 750 \Leftrightarrow x = 2875$$
$$E_2(2875) = 0,4\cdot 2875 - 400 = 750 \Rightarrow \underline{\underline{S_3(2875\,|\,750)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مشتري لپاره ورشو $2500 < x < 2875$ ډېره راکښړنکي یا د پام وړ ده.

دی د بیلګې په توګه 2800 توپونه د مساعده قیمت په حیث لاس ته راوړي نسبت 2500 توپونو ته

دریم:

الف- د فنر F2 د فنر ثابته: $D_2 = \frac{F}{x} = \frac{50\,N}{4\,cm} = 12{,}5\,\frac{N}{cm}$

د فنرثابته د کربنې د جګیدنې لپاره یوه کچونه ده.

ب –

$$D_1 = \frac{100\,N}{4\,cm} = 25\,\frac{N}{cm} \Rightarrow \underline{\underline{F_1(x) = 25\,\frac{N}{cm} \cdot x}} \text{ und } \underline{\underline{F_2(x) = 12{,}5\,\frac{N}{cm} \cdot x}}$$

پ- نظري یا تیورتیکي : $F_1(100) = 25\,\frac{N}{cm} \cdot 100\,cm = 2500\,N$

په ربنتیا چې فنر د یومتر په کګونه غزیږي.

ت- د فنرونو مختلفې ثابتې د دواړو فنرونو کلکوالی بنایي.

څلورم:

الف- 50 ساعتونه = 3000 دقیقو، لګښت 27,50 €

له دې لاس ته راځي په دقیقه لګښت:

$$\frac{27{,}50\,€}{3000} = \frac{11}{1200}\,€ \quad \Rightarrow \underline{\underline{K_1(x) = \frac{11}{1200}x \approx 0{,}0092 \cdot x}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- € 8 بنسټ تادیه ونه، د 3000 دقیقو لپاره نوري .€ 19,5 پاتي کیږي.

لاس ته راځي چې:

لګښت په دقیقه: $\frac{19,50\ €}{3000} = \frac{13}{2000}\ €$

$$\Rightarrow K_2(x) = \frac{13}{2000}x + 8 = \underline{\underline{0,0065 \cdot x + 8}}$$

پ – دویم تاریفت یا نرخ د ۵۰ ساعته زیات استعمال څخه خورا مساعد دی، ځکه چې هره پسې دقیقه فقط 0,65سنت لګښت لري.

پوښتنې

کربنیز مساوات برخه XVIII

لومړی: چټک رستورانت،، MC – پومس(په غوړوو کې سره یاپاخه شوي الوګان)،، د پومس لوښي لپاره هره ورځ تازه غوړیو ته اړتیا لري. تر اوسه په زخیره کې 250 kg شته دي.

الف- د تابع مساوات ولیکئ او په یوه مناسب پروت-ولاړ- یا کواوردینات سیستم کې یې ګراف وکاږئ.

ب - د 95 kg زخیرې وروسته د رستورانت مشر باید د نورو فرمایش وکړي. له څومره ورځووروسته باید فرمایش صورت ونیسي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا غوړي ترکومه وخت رسيږي، که پسې فرمايش ورنه کړای شي؟

دويم: د ،،ربنسن،، اسونو تبيله کې په ټاکلي وخت کې بايد (له سرو) پاک شي او له تازه وخو ته تيارې ونيول شي. د ورځې $2,5\ m^3$ سره ټوليږي. ډېران يو د $17\ m^3$ ډکی يا حجم لري. ماکسيمال يا خورا زيات $50\ m^3$ سره زخيره کيدی شي.

الف- يو تابع مساوات وليکئ چې دا حالت تشريح کوي او اړونده ګراف يې په يوه مناسب پروت-ولاړسيستم کې وکاږئ.

ب – له کوم وخت وروسته بايد سره يووړل شي؟

پ-څو ورځې د مخه د اخر ځل لپاره سره وړل شوې وه؟

دريم: ارين د ،،ارزان سرف،، نرخ ګوري

نرخ A : اساسي يا بنسټ نرخ € 5 د مياشت لومړي لس ساعتونه ازاد دي، بيا 0,5 Ct په دقيقه.

نرخB :اساسی يا بنسټ نرخ € 10 د مياشتې لومړي شل ساعتونه ا زاد، بيا 0,4 Ct. / min. يا په دقيقه.

نرخ C : Flatrate يا يه يوځل نرخ € 25 د مياشتې .

په منځنئ کچه ارمين د ورځې دونيم ساعته سرف کوي يا نړيوال جال ګوري.

الف- د هر نرخ پاره د تابع مساوات وليکئ.

ب- په يوه مناسب پروتولاړ- يا کواوردينات سيستم کې ګرافونه وکاږئ.

پ- (Interpretation)ټول څه تشريح کړئ، چې له ګرافونو څخه لوستل کيږي.

ت- د ارمين لپاره مساعد نرخ وشميرئ يا پيدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ- د نرخ A او B لپاره په کوم ټکي کې د نرخ برابروالی برلاسی دی؟
ث- له کوم سرف وخت څخه د ارمین لپاره فلاتریټ یا ټولنرخ مساعد دی

څلورم: لوګر او علي د ملفون(لاسي تلفون) د قرارداد شرایط هیڅ نه دي لوستلی. دواړه غوښتنه لري، جې هغه مساعد قرارداد وکړي او دواړه په لاندې داتا باندې تکیه کوي: لورا 10,10 € ورکوي، که هغه د میاشتې دیرش دقیقې تلفون وکړي او 13,70 € که هغه شپیته دقیقې تلفون وکړي.

علي 10,10 € ، که هغه د میاشتې دیرش دقیقې تلفون وکړي او 15,20 € که هغه د میاشتې اتیا دقیقې تلفون وکړي.

الف- د دواړو قراردادونو لپاره تابعمساوات ولیکئ.

ب- دواړه ګرافونه په یوه مناسب پروتولار- یا کواوردینات سیستم کې وکاږئ.

پ- له دې دواړو کوم یو مساعد قرارداد لري. نتیجه یې مدلله کړئ.

پنځم: یو د انرژي قرارداد دنرخمودل د میاشتې بنسټ نرخ G او یوه لګښتقیمت p pro kWh په یوکیلووات په ساعت څخه جوړ دی.

له دې سره یوه کربنیزه اړیکه منځ ته راځي: K(x) = p.x+G

لاندې نرخ راته جمتو لرو:

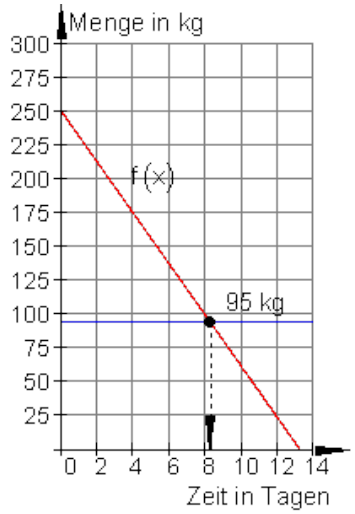
نرخ	د میاشتنی لګښت په یورو	یو کیلووات قیمت په یورو
Tarif I	11,80	0,157
Tarif II	9,00	0,172
Tarif III	14,40	0,135
Tarif IV	18,50	0,125

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف: د هر نرخ لپاره تابعمساوات ولیکئ او په یوه مناسب پروتولاړ- یا کواوردینات سیستم وکاوئ.
ب- د 800 kWh (۸۰۰ کیلوواټ په ساعت کې) د منځنئ کورنئ میاشتني لګښت مساعد پلورونکی پیداکړئ.
پ- په پروتولاړ-یا کواوردینات سیستم کې د کربنو غوټکي څه مفهوم لري؟
شپږم: کربنیزه تابع f(x) = 0,4x - 2 ورکړښوي. د تابع ګراف دx محور په زیاتیز یا مثبت لور په ۴ یوونونو یا واحدونو راکښل کیږي. د راکښلي کربني تابعترم g(x) وټاکئ. g(x)څنګه له f(x) څخه جوړېدی شي؟

مفصل حلونه

کربنیز مساوات برخه XVIII

سټ یا ډېرئیا مقدار په کیلوګرام ا  وخت په ورځو	الف- خپلواک اووښتوني یا متحوله x د وخت لپاره ځاپه ځای شوې. بلواک متحوله f(x) د په کیلوګرام د پاتې غوړیو لپاره ایښوول شوی پیل ارزښت 250 kg دی. تغیرکچه منفي یا کمیزه ده او 19 kg/Tag ده. $f(x) = a_1x + a_0$ mit $a_1 = -19$ und $a_0 = 250$ wird $f(x) = -19x + 250$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – دا چې له 95 kg وروسته د نورو فرمایش ورکول کیږي، دا ایښوونه باور لري:

$$f(x) = 95 \Leftrightarrow -19x + 250 = 95 \mid \cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x - 250 = -95 \mid +250$$
$$\Leftrightarrow 19x = 155 \mid : 19$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{155}{19} \approx 8{,}156$$

فرمایش باید له اته ورځو وروسته صورت ونیسي.

پ – د ګراف غوڅټکی y –محور سره باید وټاکل شي:

$$f(x) = 0 \quad \Leftrightarrow -19x + 250 = 0 \mid \cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x - 250 = 0 \mid +250$$
$$\Leftrightarrow 19x = 250 \mid : 19$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{250}{19} \approx 13{,}158$$

غوړي نور هم د 13 ورځ، لپاره بسیا کوي.

دویم:

الف- الف- خپلواک اووښتوني یا متحوله x د وخت لپاره ځای په ځای شوي.

بلواک متحوله f(x) د په m^3 د پاتې سړي لپاره ایښوول شوی

پیل ارزښت $11\ m^3$ دی.

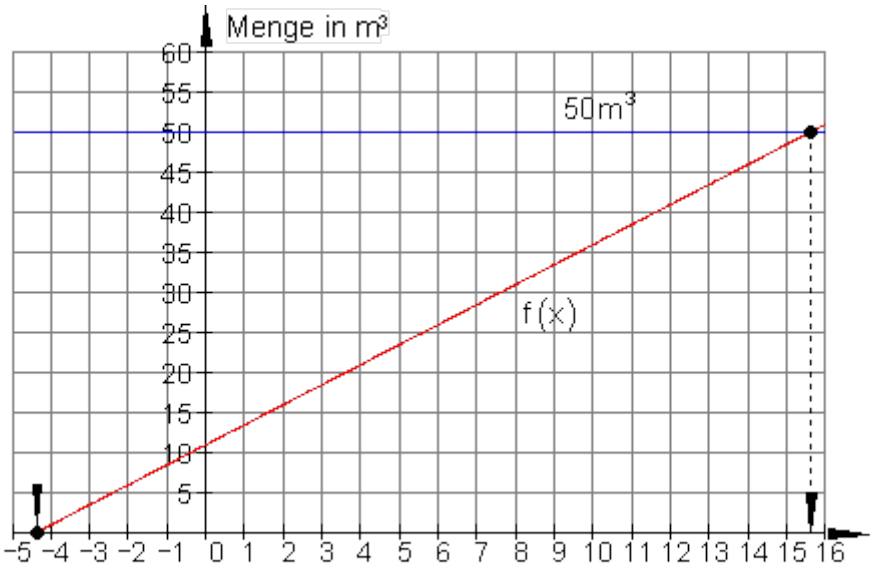
تغیرکچه مثبت یا زیاتیزه ده او$2{,}5\ m^3/Tag$ ده.

دا چې کربنیزه اړیکې شتون لري:

$f(x) = a_1x + a_0$ د $a_1 = 2{,}5$ او د $a_0 = 11$ سره کیږي $\underline{\underline{f(x) = 2{,}5x + 11}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ډېرې یا مقدار په m^3



وخت په ورځو

ب – وخت ټاکل کیږي له کوم وروسته چې سره $50\ m^3$ ته جګیږي.

$$f(x) = 50 \Leftrightarrow 2,5x + 11 = 50 \mid -11$$
$$\Leftrightarrow 2,5x = 39 \mid : 2,5$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{78}{5} = 15,6$$

د نږدې پنځلس ورځو وروسته باید دا ناولتوب یووړل شي.

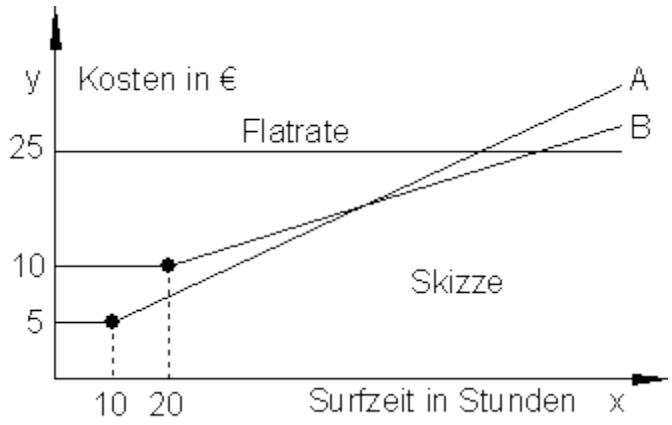
پ- د x محور سره د ګراف د غوځتکي د x –ارزښت په کمیزه ورشو کې ورکو چې کله اخرنۍ ناپاکي وړل شوې ده.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2,5x + 11 = 0 \mid -11$$
$$\Leftrightarrow 2,5x = -11 \mid : 2,5$$
$$\Leftrightarrow x = -\frac{22}{5} = -4,4$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نږدې له ۴ ورځو زیات دا ا خرنئ ناپاکي وړل شوي ده

دریم: الف- د المانې متن معنا،، له پورتهکښته لور ته: قیمت په یورو، فلاترات، رسمونه، وخت په ساعتونو.



y محور قیمت په یورو xمحور وخت په ساعتونو

نرخ A : که $0,5\,Ct/min$ وي، نو لرو:

دقیقې

(جګیدنه) $60\,min \cdot 0,5\,Ct/min = 30\,Ct/h = 0,3\,€/h$

$$\Rightarrow K_A(x) = 0,3x + a_0$$

10 ازاده ساعتونه په دې معنادي، چې په لومړنیو لس ساعتونو کې فقط بنسټ لګښت د 5€ دی.

له دې لاس ته راځي $P(10|5)$له دې ټکي د $K_A(x)$ ګراف ځغلي.

$$P(10|5) \Rightarrow K_A(10) = 5 \Leftrightarrow 0,3 \cdot 10 + a_0 = 5 \,|\, -3$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د نرخ $K_A(x)$ لپاره د تابع مساوات: $K_A(x) = 0,3x + 2$

نرخ B : y محور قیمت په یورو xمحور وخت په ساعتونو

0,5Ct/min (10Ct په دقیقه دقیقي دي:

$60\,\text{min} \cdot 0,4\,\text{Ct/min} = 24\,\text{Ct/h} = 0,24\,€/\text{h}$ (جګیدنه)

$\Rightarrow K_B(x) = 0,24x + a_0$

شل ازاد ساعتونه په دي معنا دي، چې په اولنیو شل ساعتونو کې د 10€ بنسټ کرایه لویږي.له د ې لاس ته راځي P(20|10)

له دې ټکي د $K_B(x)$ ګراف تیریږي.

$$P(20|10) \Rightarrow K_B(20) = 10 \Leftrightarrow 0,24 \cdot 20 + a_0 = 10$$
$$\Leftrightarrow 4,8 + a_0 = 10 \mid -4,8$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 5,2$$

د B نرخ لپاره تابع مساوات: $B: K_B(x) = 0,24x + 5,2$

نرخ C : فلیټ ریټ یا ټولنرخ 25€ دسرف وخت څخه خپلواک دی.

د تابع مساوات د نرخ C لپاره: F(x) =25 (د x -محور سره غبرګ)

په کواوردیناتسیستم کې له پورته کښته او پښتو: قیمت په یورو، نرخ A ,فلیټ، نرخ B ، دقیمت برابروالی.

پ- په نړۍ 53 ساعتونو کې دواړه کربنې سره غوڅوي، په ټکي 53 کې قیمتبرابروالی واک لري. تر نړۍ سلو پورې نرخ مساعد ی. د نړۍ 53 او 82 ترمنځ نرخ مساعد دی. له 82 ساعته وروسته فلیټ ریټ یا ټولنرخ ګټور تمامیږي.

ت – ارمین په میاشت کې نړۍ 75 ساعته سرف کوي. د ده لپاره د دې سرف وخت لپاره نرخ مساعد وی. یو عساب به دا تایید:

(c) ketabton.com: The Digital Library

میاشتنی د سرفدوام:	2,5h.30=75 ساعته
د نرخ A قیمت:	$K_A(75) = 0,3 \cdot 75 + 2 = 24,50$
د نرخ B قیمت:	$K_B(75) = 0,24 \cdot 75 + 5,2 = 23,20$
د نرخ C قیمت	$F(75) = 25$

ټ – د نرخ A اوB نرخ د قیمتبرابروالی د دواړو کربنو د غوڅټکو څخه پیدا کیږي.

لاندې په پښتو:(۵۳ساعتونه او ۲۰ دقیقې)

$$K_A(x) = K_B(x) \Leftrightarrow 0,3x + 2 = 0,24x + 5,2 \mid -0,24x$$
$$\Leftrightarrow 0,06x + 2 = 5,2 \mid -2$$
$$\Leftrightarrow 0,06x = 3,2 \mid : 0,06$$
$$\Leftrightarrow x = x_s = \frac{320}{100} : \frac{6}{100} = \frac{320 \cdot 100}{100 \cdot 6} = \frac{320}{6} = \frac{160}{3}$$
$$= 53\frac{1}{3} \text{ (53 Stunden und 20 Minuten)}$$
$$K_A\left(\frac{160}{3}\right) = \frac{3}{10} \cdot \frac{160}{3} + 2 = 16 + 2 = 18$$

د قیمت برابروالی د ۵۳ ساعته او ۲۰ دقیقو وروسته په واک کې دی. د دې وخت لپاره قیمت د دواړو نرخونو لپاره€ 18 دی.

ث- له ګراف څخه لوسل کیږي، چې د $K_B(x)$ غوڅټکی د $F(x)$ سره هغه ټکی په نخښه کوي، له کوم چې فلیټ ریټ نسبت نرخ B ته مساعد دی.

$$K_B(x) = F(x) \Leftrightarrow 0,24x + 5,2 = 25 \mid -5,2$$
$$\Leftrightarrow 0,24x = 19,8 \mid : 0,24$$
$$\Leftrightarrow x = x_2 = 82,5$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ساعته د میاشتي د صرف له وخت څخه دي سړی فلیټ ریټ ته بدل کړي.

څلورم: الف- yمحور د یورو xمحور په دقیقو

علي 40 دقیقي 10,80 یورو لوګر: 30 دقیقي 10,10 یورو

80 min 15,20 €

$K_2(x) = a_1x + a_0$

$P_1(40\,|\,10,8)\quad P_2(80\,|\,15,2)$

$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{15,2 - 10,8}{80 - 40} = \frac{4,4}{40} = 0,11$

$K_2(x) = 0,11x + a_0$ mit $P_1(40\,|\,10,8)$

$K_2(40) = 10,8 \Leftrightarrow 0,11 \cdot 40 + a_0 = 10,8$

$\Leftrightarrow 4,4 + a_0 = 10,8\,|\,-4,4$

$\Leftrightarrow a_0 = 6,4$

$K_2(x) = 0,11x + 6,4$

60 min 13,70 €

$K_1(x) = a_1x + a_0$

$P_1(30\,|\,10,1)\quad P_2(60\,|\,13,7)$

$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{13,7 - 10,1}{60 - 30} = \frac{3,6}{30} = 0,12$

$K_1(x) = 0,12x + a_0$ mit $P_1(30\,|\,10,1)$

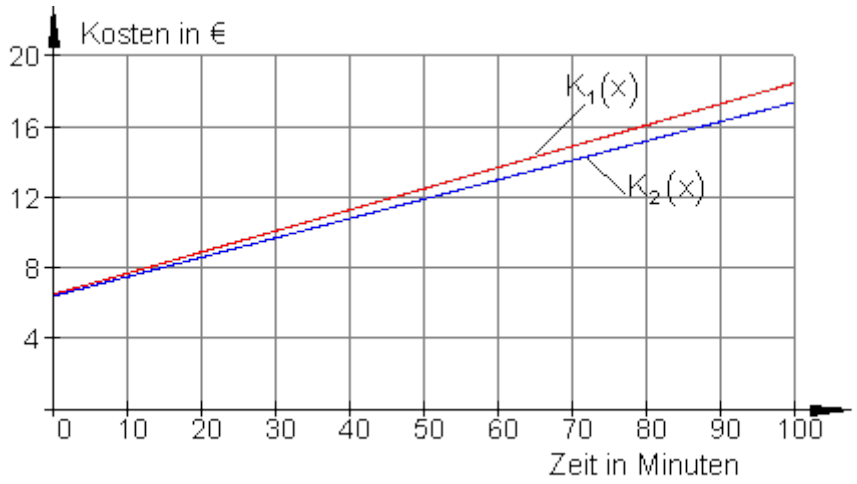
$K_1(30) = 10,1 \Leftrightarrow 0,12 \cdot 30 + a_0 = 10,1$

$\Leftrightarrow 3,6 + a_0 = 10,1\,|\,-3,6$

$\Leftrightarrow a_0 = 6,5$

$K_1(x) = 0,12x + 6,5$

ب- ولاړ: قیمت په یورو. پروت: وخت په دقیقو



(c) ketabton.com: The Digital Library

پ- علي ارزان قرارداد لري، ځکه چې د قیمت کږه یا منحني $K_2(x)$ د لوګر د کږې څخه لاندې لور ته پرته ده.

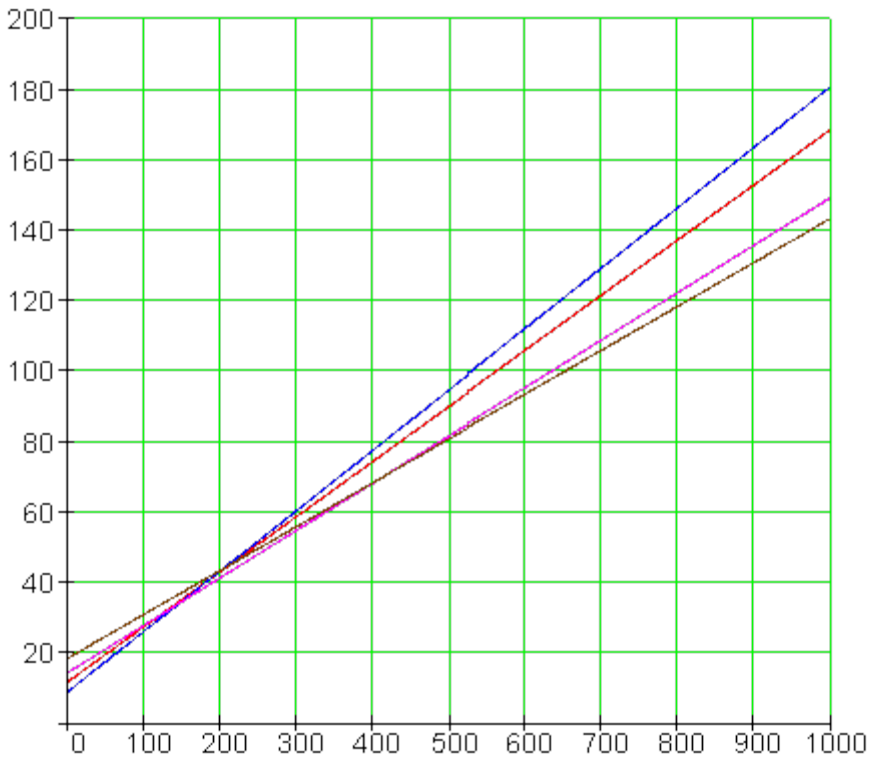
دواړه کربنې هم د x په مثبت یا زیاتیزه ساحه کې نه سره غوڅوي ، ځکه چې د $K_2(x)$ جګوالی د $K_1(x)$ له جګوالي کم دی او د خبرو زیاتوالي سره د قیمت توپیر لوییږي.

د کربنو غوڅتکی د x په کمیزه یا منفي ساحه کې پروت دی او نسبت پوښتنې کولو ته کومه معنا یا مفهوم نه لري.

پنځم: الف- تاریف د نرخ په معنا دی.

Tarif I :	Tarif II :
$K_1(x) = 0,157x + 11,80$	$K_2(x) = 0,172x + 9,00$

Tarif III :	Tarif IV :
$K_3(x) = 0,135x + 14,40$	$K_4(x) = 0,125x + 18,50$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-

$$\text{Tarif I}: \quad K_1(800) = 0,157 \cdot 800 + 11,80 = \underline{\underline{137,40}}$$

$$\text{Tarif II}: \quad K_2(800) = 0,172 \cdot 800 + 9,00 = \underline{\underline{146,60}}$$

$$\text{Tarif III}: \quad K_3(800) = 0,135 \cdot 800 + 14,40 = \underline{\underline{122,40}}$$

$$\text{Tarif IV}: \quad K_4(800) = 0,125 \cdot 800 + 18,50 = \underline{\underline{118,50}}$$

د میاشتي د 800 kWh لګښت سره نرخ IV خورا مساعد دی.

پ- هرچیرته چې دوه ګرافونه غوڅوي هلته د ټاکلي لګښت د نرخبرابروالی منځ ت ه راځي

شپږم:

$f(x) = 0,4x - 2$ د ۴ یوونونو یا واحدونو په شاو خوا راکښنه

$$g(x) = 0,4(x-4) - 2 = \underline{\underline{0,4x - 3,6}}$$

برابره نتیجه د 1,6په شاوخوا کښته لور ته راکښنې له لارې لاس ته راځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.5-ټولګه:

کربنيزې توابع

د کربنې عمومي مساوات.

$f(x) = a_1x + a_0$ ا د کربنيزې تابع ګراف يوه کربنه ده.

محورغوڅتکي: $y_s = f(0) \Rightarrow P_y(0 \mid y_s)$

$f(x) = 0 \Rightarrow P_x(x_s \mid 0)$ د xs سره د صفرځای په حيث

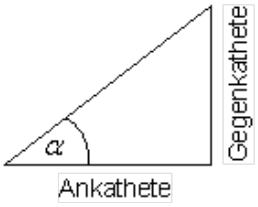
<u>وګورئ</u>

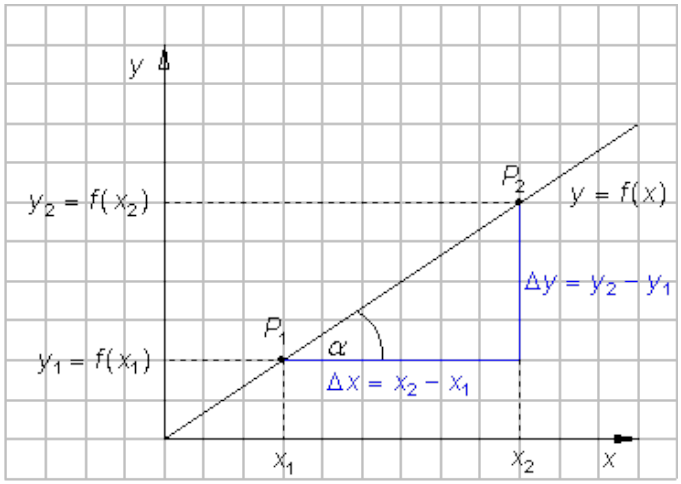
د جګوالي درېګوډی يا مثلث

په پروت اړخ: مخامخ اړخ= جګوالی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\text{Steigung} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$





په کینې مثلث کې:په پروت اړخ|مخامخ اړخ=جګوالی

هم وکورئ:

د یوې کرښې جګوالی چې له ټکو $P_1\,(x_1 \mid y_1)$ او $P_2\,(x_2 \mid y_2)$ تیریږي.

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \tan(\alpha)$$

تابع د روکړشوو شرایطو سره .

لومړی حالت: یوه کرښه د a_1 جګوالي سره له ټکي $P_1(x_1 \mid y_1)$ تیریږي

تولیز حل	بیلګه:
$P_1(x_1 \mid y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1$ $\Leftrightarrow a_1 \cdot x_1 + a_0 = y_1 \mid -a_1 \cdot x_1$ $\Leftrightarrow a_0 = y_1 - a_1 \cdot x_1$ $\Rightarrow f(x) = a_1 \cdot x + y_1 - a_1 \cdot x_1$ $= a_1 \cdot x - a_1 \cdot x_1 + y_1$	جګوالی $a_1 = 1{,}5$ ټکی $P_1(-2 \mid 3)$ وتونمساوات: $f(x) = a_1 x + a_0$ جګوالی کیږدئ: $f(x) = 1{,}5 \cdot x + a_0$ د a_0 ارزښت د شمیرلو دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$= a_1(x - x_1) + y_1$ د ټکي-جګوالي بڼه $f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$	ټکی ازمایښت د $P_1(-2 \mid 3)$ لپاره. $f(-2) = 3 \Leftrightarrow 1{,}5 \cdot (-2) + a_0 = 3$ $\Leftrightarrow -3 + a_0 = 3 \mid +3$ $\Leftrightarrow a_0 = 6$ $\Rightarrow f(x) = 1{,}5 \cdot x + 6$

د هم وګورئ.

دویم حالت: دوه ټکي $P_1(x_1 \mid y_1)$ او $P_2(x_2 \mid y_2)$ په یوه کرښه پراته دي.

بیلګه:

$P_1(-3 \mid -1)$ $P_2(4 \mid 6)$ وتونمساوات: $P_1(-3 \mid -1)$ $P_2(4 \mid 6)$

دجګوالي ټاکنه: $f(x) = a_1 x + a_0$

جګوالی کیږدئ $f(x) = 1 \cdot x + a_0$ او د ټکي ازمایښت د $P_2(4 \mid 6)$ او یا د P_1 لپاره

$P_2(4 \mid 6) \Rightarrow f(4) = 6 \Leftrightarrow 1 \cdot 4 + a_0 = 6 \mid -4 \Leftrightarrow a_0 = 2 \Rightarrow f(x) = x + 2$

یا د کرښیزمساوات ټولیزه بڼه د دوه ټکو له لارې و کاروئ

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

دا هم وګورئ

د کرښیزمساوات ځانګړی حالت.

په واټن a_0 د x محور ته غبرګ: د y محور ته غبرګ په واټن a .

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x = a$	$f(x) = a_0$

دا هم وګورئ.

د دوه کرښو پروتځای نسبت یو بل ته.

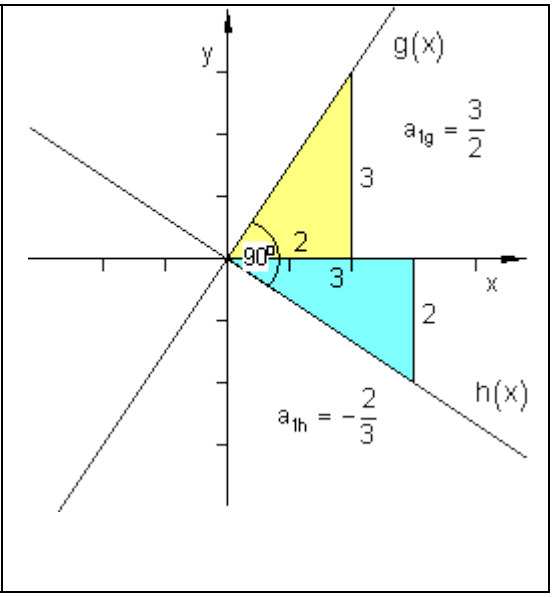
دوه کرښې f او g کیدی شي یو بل سره غوڅې کړي، یو بل سره غبرګې یا کټمټ وي.

د حل ایښونه د توابعمساواتو د برابرایښوونې f(x) = g(x)له لارې.

که f(x) = g(x) ټیک یو حل ولري، نو د f اوg ګرافونه سره په یوه ټکي کې غوڅوي.
کرښې مختلف جګوالي لري.

که f(x) = g(x) کوم حل ونه لري، نو دواړه کرښې ګډ ټکی نه لري. دوی یو له بل سره غبرګې ځغلي

که f(x) = g(x) ناپای ډیر حلونه ولري، نو دواړه کرښې سره کټمټ دي.
اوتوګونالي کرښې (دوه کرښې یو په بل عمود(ولاړې) ولاړې دي).



د دوه یو په بل ولاړو عمود(ولاړو)

کرښو g او h لپاره باور لري:

$$a_{1g} \cdot a_{1h} = -1$$

همدلسې

$$a_{1g} = -\frac{1}{a_{1h}}$$

یا

$$a_{1h} = -\frac{1}{a_{1g}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

کربنیز توابع برخه VIII

لومړی: یوه کربنشه K_f د هغه د مساوات له لارې ورکړ شوې ده.تابع مساوات $f(x) = a_1x + a_0$ یې ولیکی او د هر ګراف په یوه مناسب کووردینات سیستم کې وکاږئ.

الف ـ $K_f : 2x - 3y = 7$ ب ـ $K_f : 3y - 4x - 1 = 0$ پ ـ $K_f : y - 95x = 0$

ت ـ $K_f : \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ ټ ـ $K_f : -\frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 1$ ث ـ $K_f : y = \sqrt{3}(x-2)$

دویم: کربنیز تابع $f(x)$ د $f(x) = 1,25x + 1,5 \quad x \in \mathbb{R}.$ سره ورکړ شوی دی.

الف- د تابع ارزښتونه وشمیرئ: $f(0); f(-1,5); f(0,7); f(\pi); f\left(\frac{\pi}{2}\right); f(u)$

ب: تابع په کوم ځا ی کې ارزښت 5- لري؟

پ- د کوم افقي قیمت لپاره ارزښتونه مثبت(زاتیز) دي؟

ت- وښایئ،چې $f(u+2)-f(u)$ له u خپلواک دی.

دریم: د لاندې کربنزو مساواتو محورغوځټکي وټاکئ او په یوه کواوردیناتسیستم کې یې ګرافونه رسم کړئ.

الف ـ $f(x) = -\frac{3}{2}x + 4$ ب ـ $f(x) = -4x - 3,5$ پ ـ $f(x) = \frac{3}{7}x - 3$

ت ـ $f(x) = \frac{x}{6} + \frac{5}{6}$ ټ ـ $f(x) = 2(x + 1,25)$ ث ـ $f(x) = -\frac{8}{3}x + \frac{5}{4}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم: د غبرګو مساوات و کرښې د $g(x) = -2x+4$ سره د ټکي $P(-3|1)$ له لارې وټاکئ.

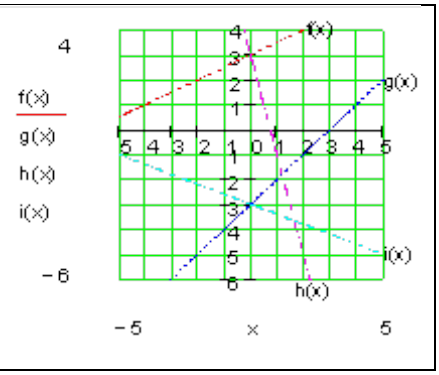
پنځم: کرښه د تابع مساوات $f(x) = 1,5x$ سره په کواوردیناتسیستم کې رسم کړئ. بې له نورو مرستندویو موادو دا لاندې کرښې هم ور رسم کړئ.

$$g(x) = 1,5(x-2) \;;\; h(x) = 1,5x-2 \;;\; i(x) = 1,5(-x) \;;\; j(x) = 1,5(2x)$$

شپږم: فیرما "Big Beauty" د شوندورنګ "Amore"تولیدوي. دا په تولید کې منځ ته راغلي لګښتونه د د تولید شوو دانوتعداد پع واک کې یا تابع دي. د $x = 100$ دانو په تولید سره 385 € لګښت منځ ته راځي، د $x = 200$ دانو په تولید سره 410 € لګښت منځ ته راځي. د دانوتعداد او د منځ ته راغلو لګښتونو ترمنځ یوه کرښیزه اړیکه شتون لري.

الف- د لګښت تابع ولیکئ.
ب- د $x = 140$ دانو تولید سره د دانې لګښت څومره دی
پ- د خورا زیاتو دانو تولید سره د دانې لګښت د کوم ارزشت لور ته هڅیږي؟
ت- په کوم ډېرئ یا ستx سره د ګټې ساحه پرته، که د هر شوندو رنګ خرڅلاو قیمت 5,20 € لاس ته راوړل شي؟

ټ- د $K(x)$ (دلګښت تابع) او $E(x)$ (د خرڅلاو تابع) ګرافونه په یوه کواوردیناتسیستم کې وکاږئ.

اوم: کوم مساوات په کومهکرښه اړه لري؟ خپله پریکړه په دلیل ړدانه کړئ. $g_1: \quad f(x) = -4x+3$ $g_2: \quad 5y-2x+15 = 0$ $g_3: \quad f(x) = x-3$ $g_4: \quad f(x) = 0,5x+3$	

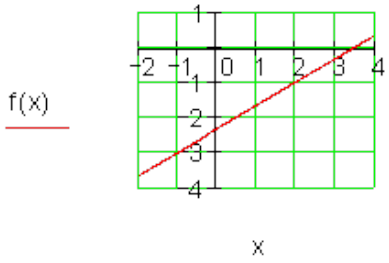
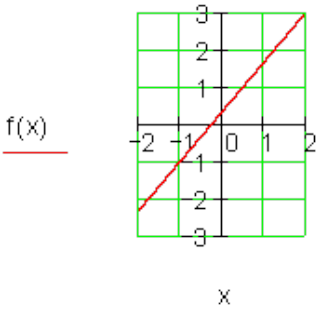
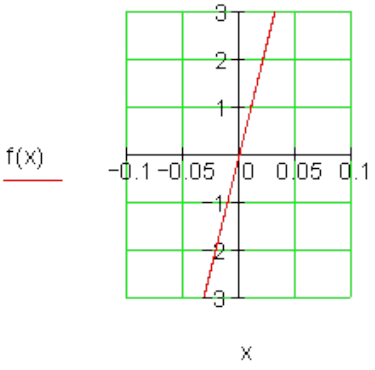
(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه

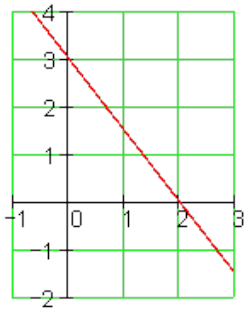
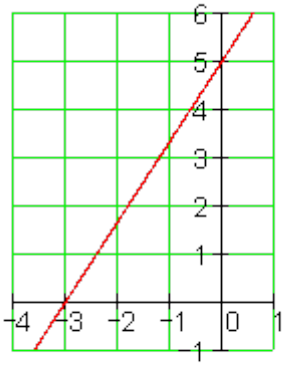
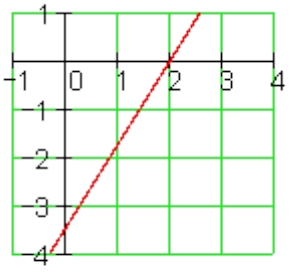
کربنیز توابع VIII

مفصل حلونه

لومړی:

$K_f : 2x - 3y = 7$ $\Rightarrow f(x) = \frac{2}{3}x - \frac{7}{3}$	
$K_f : 3y - 4x - 1 = 0$ $\Rightarrow f(x) = \frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$	
$K_f : y - 95x = 0$ $\Rightarrow f(x) = 95x$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

$K_f : \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$ $\Rightarrow f(x)=-\frac{3}{2}x+3$	f(x)  x
$K_f : -\frac{x}{3}+\frac{y}{5}=1$ $\Rightarrow f(x)=\frac{5}{3}x+5$ دلته	f(x)  x
$K_f : y=\sqrt{3}(x-2)$ $\Rightarrow f(x)=\sqrt{3}x-2\sqrt{3}$	f(x)  x

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم:

الف- نتیجې په دري ځایونو راټوأ شوې دي: $f(x)=1,25x+1,5$

$f(0)=1,25\cdot 0+1,5=1,5$ $\quad f(-1,5)=1,25\cdot(-1,5)+1,5=-0,375$

$f(0,7)=1,25\cdot 0,7+1,5=2,375$ $\quad f(\pi)=1,25\cdot\pi+1,5=5,427$

$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=1,25\cdot\frac{\pi}{2}+1,5=3,463$ $\quad f(u)=1,25u+1,5$

ب-

$$f(x)=1,25x+1,5=-5\Rightarrow 1,25x+1,5=-5\Rightarrow x=-5,2$$
$$f(x)=-5 \text{ für } \underline{\underline{x=-5,2}}$$

پ –

$$f(x)=1,25x+1,5>0$$
$$\Rightarrow 1,25x+1,5>0\,|-1,5$$
$$\Leftrightarrow 1,25x>-1,5\,|:1,25$$
$$\Leftrightarrow x>-1,2$$

$\underline{\underline{f(x)>0 \text{ für } x>-1,2}}$

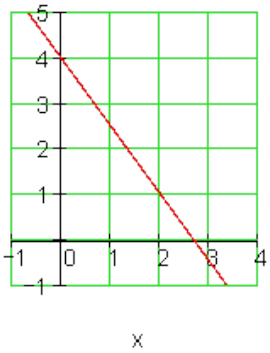
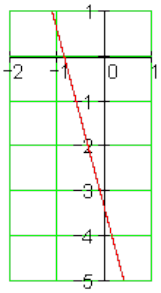
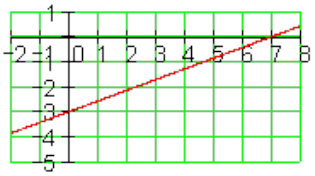
ت -

$$f(u+2)=1,25(u+2)+1,5=1,25u+2,5+1,5$$
$$f(u)=1,25u+1,5$$
$$f(u+2)-f(u)=1,25u+2,5+1,5-1,25u-1,5=2,5$$

له u خپلواک دی.

دریم:

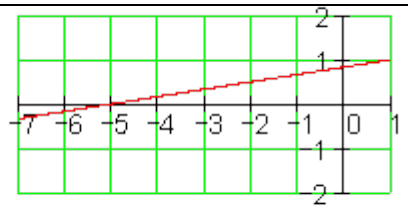
(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x)=-\frac{3}{2}x+4$ $f(0)=4$ $\Rightarrow P_y(0\mid 4)$ $f(x_s)=-\frac{3}{2}x_s+4=0$ $\Rightarrow x_s=\frac{8}{3}$ $\Rightarrow P_x\left(\frac{8}{3}\mid 0\right)$	f(x)  x
$f(x)=-4x-3{,}5$ $f(0)=-3{,}5$ $\Rightarrow P_y(0\mid -3{,}5)$ $f(x_s)=-4x-3{,}5=0$ $\Rightarrow x_s=-\frac{7}{8}$ $\Rightarrow P_x\left(-\frac{7}{8}\mid 0\right)$	f(x)  x
$f(x)=\frac{3}{7}x-3$ $f(0)=-3$ $\Rightarrow P_y(0\mid -3)$ $f(x_s)=\frac{3}{7}x-3=0$ $\Rightarrow x_s=7$ $\Rightarrow P_x(7\mid 0)$	f(x)  x

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

f(x)



x

$$f(x)=\frac{x}{6}+\frac{5}{6}$$

$$f(0)=\frac{5}{6}$$

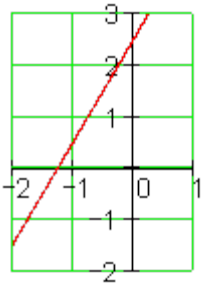
$$\Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0\,|\,\frac{5}{6}\right)}}$$

$$f(x_s)=\frac{x}{6}+\frac{5}{6}=0$$

$$\Rightarrow x_s=-5$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P_x(-5\,|\,0)}}$$

f(x)



x

$$f(x)=2(x+1{,}25)=2x+2{,}5$$

$$f(0)=2{,}5$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P_y(0\,|\,2{,}5)}}$$

$$f(x_s)=2x+2{,}5=0$$

$$\Rightarrow x_s=-\frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{5}{4}\,|\,0\right)}}$$

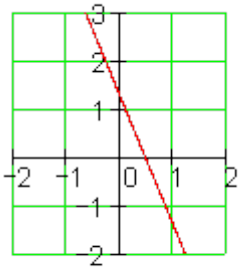
$$f(x)=-\frac{8}{3}x+\frac{5}{4}$$

$$f(0)=\frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0\,|\,\frac{5}{4}\right)}}$$

$$f(x_s)=-\frac{8}{3}x+\frac{5}{4}=0$$

f(x)



x

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Rightarrow x_s = \frac{15}{32}$ $\Rightarrow P_x\left(\frac{15}{32}\mid 0\right)$	

څلورم:

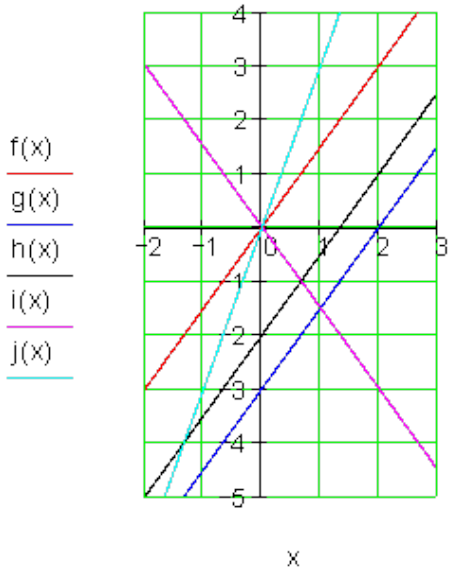
g(x) = -2x+4 غبرګه h(x)له P(-3|1) څخه تیریږي.

غبرګه همغه یا برابر جګوالی لري.

h(x) = -2x+a0

$$P(-3\mid 1):\quad h(-3) = -2\cdot(-3) + a_0 = 1 \Rightarrow a_0 = -5 \Rightarrow h(x) = -2x - 5$$

پنځم:

f(x) = 1,5x g(x)=1,5(x-2) په 2 بنې لورته کښونه h(x)=1,5x-2 په 2 کښته لور ته کښونهi(x)=1,5(-x)=-x په y -محور هدارونه j(x)=1,5(2x)=3x دبل جګوالی	

شپږم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- $P_1(100\,|\,385);\ P_2(200\,|\,410)$ ، قیمتتابع: $K(x) = a_1x + a_0$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{410 - 385}{200 - 100} = 0,25 \Rightarrow K(x) = 0,25x + a_0$$

$$P_1(100\,|\,385):\quad K(100) = 0,25 \cdot 100 + a_0 = 385 \Rightarrow a_0 = 360$$

له دې څخه لاس ته قیمت تابع راځي: K(x) = 0,25x+360

ب-

د140 دانو لپاره قیمت: K(140)=0,25.140+360=395

د دانې قیمت= دانه/قیمت=

$$= \frac{K(x)}{x} = \frac{K(140)}{140} = \frac{395}{140} = \underline{\underline{2,82}}$$

د 140دانو تولید سره د دانې لګښت € 2,82 دی..

پ- د دانې لګښت یا قیمت= دانه/ لګښت=

$$= \frac{\text{Kosten}}{\text{Stück}} = \frac{K(x)}{x} = \frac{0,25x + 360}{x} = 0,25 + \frac{360}{x}$$

$\frac{360}{x}$ تل کوچنی کیږي.، داسې چې د دانو د ډېرو لویو دانوګنون یا –تعداد سره ترم قیمت یا لګښت تل زیات د0,25€ ارزښت ته نږدې کیږي.

دا شمیرپوهنیز یا ریاضیکي داسې لیکل کیږي::

$$o:\ \lim_{x \to \infty} \frac{K(x)}{x} = 0,25$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت- ګټه ځای په ځایوالی په دې معنا، چې خرڅلاو$E(x)$ دومره لوي دی لکه لګښت$K(x)$

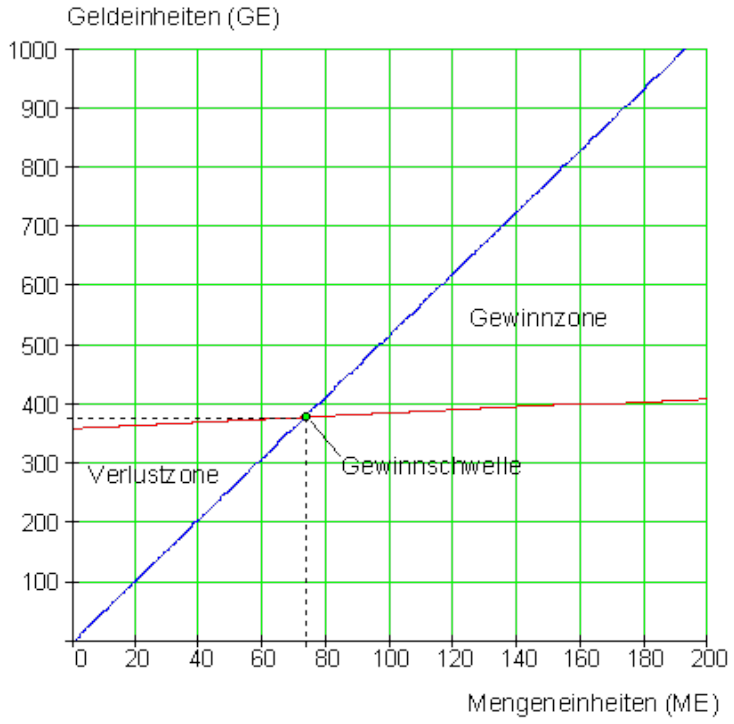
$$E(x) = p \cdot x = 5,2x \quad K(x) = 0,25x + 360$$

$$E(x) = K(x) \Leftrightarrow 5,2x = 0,25x + 360 \Leftrightarrow x = \frac{360}{4,95} \approx \underline{\underline{73}}$$

د 73 دانو ډېرې یا ستې د شونډو پنسل خرڅلاو وروسته ګټه کیږي.

ټ-

اسعارواحدونه



ستې واحدونه

پروت محور: د ډېرې یا ستې یوون یا واحد. ولاړ: د پیسوواحد. په منځ کط له کښته پورته لور ټ: د تاوان ورشو یا ساحه، د برابروالي ورشو، د ګټط ورشو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم:

$g_1 : h(x) = -4x + 3$ و $P_y(0|3)$ د او $a_1 = -4$ له امله

$g_2 : y = \frac{2}{5}x - 3$ په ګرافیک کې نه راځي

$g_3 : g(x) = x - 3$ د $P_y(0|-3)$ او $a_1 = 1$ له امله

$g_4 : f(x) = \frac{1}{2}x + 3$ د $P_y(0|3)$ او $a_1 = \frac{1}{2}$ له امله

کربنیزمساوات

برخه X

لومړی: د یوه کربنیز تابع د تابع ترم دی: $f(x) = \frac{4}{3}x - 2$

الف- ټکی A(u|-1) په ګراف پروت دی. u وټاکئ

ب – د f(x) صفرځایونه وټاکئ

پ- د x د کوم ارزښت لپاره باور لري $f(x) > 1$ ؟

ت -د f(x) ارزښتډېرئ یا ـــ ټ وټاکئ، که $D_f = \{x | 0 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$ وي.

ټ- د f(x) ګراف داسې و کښئ، چې کښول شوې کربنه د x -محور په x=-2کې غوڅه کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم: دوه توابع f(x) اوh(x) ورکړی. د کربنیز تابع h(x)ګراف له سرچینې یا پیل څخه تیریږي.

h(x) وټاکی، که h(x)=f(0) او $f(x) = 2e^x ; x \in \mathbb{R}$ وي.

دریم: د کربنیز تابع f(x)سفرځایونه او وټاکی، که لاندې اړیکې معلومې وي:

$$f(-4) = 2$$
$$f(1) = -4$$

څلورم: وښایی:

ټکي $P_1\left(\frac{\pi}{2} \mid -1\right); P_2\left(\frac{3\pi}{2} \mid -5\right)$ او $P_3\left(-\frac{\pi}{2} \mid 3\right)$ په یوه کربنه پراته دي.

پنځم: کربنه g داسې راکاښل کیږي، چې راکښلې کربنه h له ټکي P څخه تیریږي. د h مساوات یا برابرون وټاکی.

$$g(x) = -0,25x + 1 \qquad P(3 \mid 4)$$

شپږم: د د کومو ارزښتونو لپاره کربنه په ټکو $P_1(0 \mid 1,5k)$ او $P_2\left(\sqrt{3k} \mid 2k\right)$ کې جګوالی $a_1 = 1'$ لري؟

اوم: حل کړی:

الف- f(x) = 0,5x-3. د f(x)>o لپاره د x -ارزښتونه وټاکی

ب- g(x) = 1,25x ; f(x) = 0,5x-3 . غوڅټکی وئټاکی.

اتم: په یوه زخیره ټانک کې 9500 لیvته اوبه پرتې یا خوندي دي. هره وځ له ټانک څخه 160 لیتره اوبه وښتل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- د دې (شي) حالت لپاره تابعمساوات وليکئ.

ب-له څومره ورځو وروسته ټانک تشيږي؟

پ- د تابع ګراف وکاږئ.

نهم: يو بايلسکلځغاستی A په يوه وختځغاسته کې دچټکتيا منځ ارزښت 25 km/h ته رسيږي.

بايسکلځغاستیB 20 دقيقې د A څخه وروسته خوزې او يو منځنی چټکتيا 45 km/h ته رسيږي.

چيرته او کله بايسکلځغاتی B وA ته رسيږي؟ يوه سکيڅې چمتو کړئ.

ځوابونه:

نتيجې او مفصل ځوابونه

نتيجې :

لومړی:

الف- $u = \frac{3}{4}$ ب - $P_x\left(\frac{3}{2}\middle|0\right)$ پ - $f(x) > 1 \text{ für } x > \frac{9}{4}$

ت - $W_f = \left\{y \mid -2 \le y \le \frac{10}{3}\right\}_{\mathbb{R}}$ ټ - $g(x) = \frac{4}{3}x + \frac{8}{3}$

دويم:

$$h(x) = 2x$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم: $P_x\left(-\frac{7}{3}\,|\,0\right)$ $f(x)=-\frac{6}{5}x-\frac{14}{5}$

څلروم: له P1 اوP2 څخه لرویا تري لاس ته راځي $f(x)=-\frac{4}{\pi}x+1$

د $P_3\left(-\frac{\pi}{2}\,|\,3\right)$ لپاره ټکی ازمایښت راکوي، P3په f(x) پرته.ه د

پنځم:: $h(x)=-0,25x+4,75$

شپږم: $k=12$

اوم: الف - $S(-4\,|\,-5)$ ب - $f(x)>0\ \text{für}\ x>6$

اتم: الف - $f(x)=-160x+9500$

ب – ټانک له څه نا څه ۵۹،۴ ورځو وروسته تش دی.

ت – ګراف د مفل څواب سره کښل شوی دی.

نهم: بایسکلځغاستی A له بایسکلځغاستي B څخه د45 دقیقو وروسته نیول کیږي. نو 25 B دقیقي په لار وو. دواړو ځغاستو یوه د 18,75 km لار وهلي ده.

مفصل ځوابونه:

لومړی: الف -

$$f(x)=\frac{4}{3}x-2 \quad A(u\,|\,-1):\quad f(u)=\frac{4}{3}u-2=-1$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3}u-2=-1\,|+2 \Leftrightarrow \frac{4}{3}u=1\,|:\frac{4}{3} \Leftrightarrow \underline{\underline{u=\frac{3}{4}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

$$f(x_s)=\frac{4}{3}x_s-2=0 \qquad \Rightarrow \frac{4}{3}x_s-2=0 \Rightarrow x_s=\frac{3}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{3}{2}\mid 0\right)}}$$

پ –

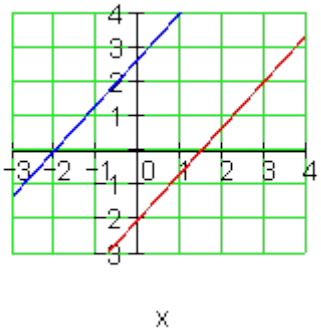
$$f(x)=\frac{4}{3}x-2>1 \qquad \Rightarrow \frac{4}{3}x-2>1 \Rightarrow x>\frac{9}{4} \qquad \underline{\underline{f(x)>1 \text{ für } x>\frac{9}{4}}}$$

ت –

$$f(x)=\frac{4}{3}x-2 \quad D_f=\{x\mid 0\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(0)=-2 \quad f(4)=\frac{4}{3}\cdot 4-2=\frac{10}{3} \Rightarrow \underline{\underline{W_f=\left\{y\mid -2\le y\le \frac{10}{3}\right\}_{\mathbb{R}}}}$$

ټ –

	د xs=-2 د g(x) صفرځای دي وي، نو $P_x(-2\mid 0)$ جګيدنه ساتلې پاتيږي $g(x)=\frac{4}{3}x+a_0$ $\Rightarrow g(x_s)=g(-2)=\frac{4}{3}(-2)+a_0=0$ $\Rightarrow a_0=\frac{8}{3} \Rightarrow \underline{\underline{g(x)=\frac{4}{3}x+\frac{8}{3}}}$ په 14/3 پورته لور ته راکښنه يا په 3,5 کيڼ لور ته راکښنه

$$f(x)=2e^x \quad h(x)=a_1x$$

$$h(1)=f(0) \Rightarrow a_1=2e^0=2\cdot 1=2 \Rightarrow a_1=2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{h(x)=2x}}$$

دويم:

$$f(-4)=2 \Rightarrow P_1(-4\mid 2);\ f(1)=-4 \Rightarrow P_2(1\mid -4)$$

$$\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-4-2}{1-(-4)}=-\frac{6}{5} \Rightarrow f(x)=-\frac{6}{5}x+a_0$$

دريم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_2(1|-4):\quad f(1)=-\frac{6}{5}\cdot 1+a_0=-4\Rightarrow a_0=-\frac{14}{5}\Rightarrow f(x)=-\frac{6}{5}x-\frac{14}{5}$$

$$f(x)=0\Leftrightarrow -\frac{6}{5}x-\frac{14}{5}=0\,|\cdot 5\Leftrightarrow -6x-14=0\Rightarrow x=-\frac{7}{3}\Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{7}{3}|0\right)}}$$

څلورم: د المانط پښتو له پورته کښته لور ته: د... لپاره ضرب، په پروت دی.

$$P_1\left(\frac{\pi}{2}|-1\right);P_2\left(\frac{3\pi}{2}|-5\right);P_3\left(-\frac{\pi}{2}|3\right);f(x)=a_1x+a_0$$

$$\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-5-(-1)}{\frac{3\pi}{2}-\frac{\pi}{2}}=-\frac{4}{\pi}\Rightarrow f(x)=-\frac{4}{\pi}x+a_0$$

$$P_1\left(\frac{\pi}{2}|-1\right):\quad f\left(\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{4}{\pi}\cdot\frac{\pi}{2}+a_0=-1\Rightarrow a_0=1\Rightarrow f(x)=-\frac{4}{\pi}x+1$$

د $P_3\left(-\frac{\pi}{2}|3\right)$ لپاره ټکی ازمایښت:

$$f\left(-\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{4}{\pi}\cdot\left(-\frac{\pi}{2}\right)+1=2+1=3\Rightarrow \underline{\underline{P_3\left(-\frac{\pi}{2}|3\right)}}$$

په $f(x)$ پروت دی.

پنځم: $g(x)=-0,25x+1$ $h(x)$ له $P(3|4)$ څخه تیریږي.

د $h(x)$ راکښل کربنې لپاره جګیدنه برابره پاتې کیږي.

$$\Rightarrow h(x)=-0,25x+a_0$$

$$P(3|4):\quad h(3)=-0,25\cdot 3+a_0=4\Rightarrow a_0=4,75\Rightarrow \underline{\underline{h(x)=-0,25x+4,75}}$$

$$P_1(0|1,5k);P_2\left(\sqrt{3k}|2k\right);a_1=1$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{2k-1,5k}{\sqrt{3k}-0}=\frac{0,5k}{\sqrt{3k}}=1$$

$$\Leftrightarrow 0,5k=\sqrt{3k}\Leftrightarrow 0,25k^2=3k\Leftrightarrow 0,25k=3\Leftrightarrow \underline{\underline{k=12}}$$

شپږم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم: الف ــ $f(x)=\frac{1}{2}x-3 \quad f(x)>0$

$\Rightarrow \frac{1}{2}x-3>0 \Leftrightarrow x>6$ نو $f(x)>0$ د $x>6$لپاره

ب ـ $f(x)=\frac{1}{2}x-3\,;\,g(x)=\frac{5}{4}x$

د غوڅتکي لپاره شرطونه: $g(x_s)=f(x_s)$

$$\Rightarrow \frac{5}{4}x_s=\frac{1}{2}x_s-3 \Leftrightarrow x_s=-4$$

$$y_s=g(x_s)=g(-4)=\frac{5}{4}\cdot(-4)=-5 \Rightarrow \underline{\underline{S(-4\,|\,-5)}}$$

اتم: الف- x =ورځې: f(x) = د ټانک خوندیونه

$$\Rightarrow f(x)=-160x+9500$$

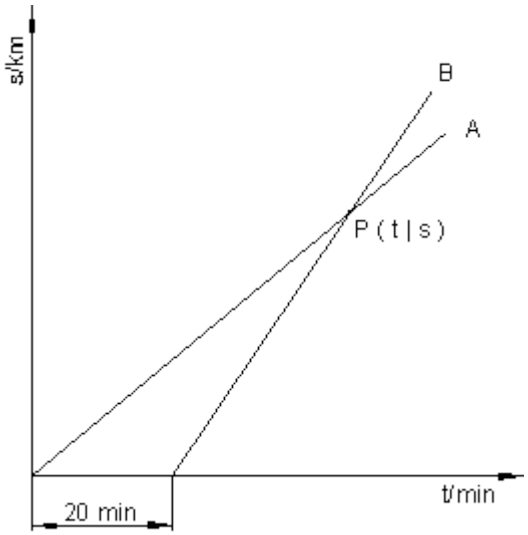
ب = ایښوونه: $f(x)=0 \Leftrightarrow -160x+9500=0 \Leftrightarrow x=\frac{9500}{160}\approx 59{,}4$

ټانک له 59,4ورځو څخه وروسته تش دی.

ت ـ

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم:



بايسکل ځغلونکی A له ۴۵ دقيقو تلنې وروسته له بايسکل ځغلونکي B څخه رانيول کيږي.

بايسکل ځغلونکی B بيا له ۲۵ دقيقو په لار وو. دواړو ځغلونکو يوه د ۱۸،۷۵ کيلو متره لار وهلې .

$$A:\quad s_A = v_A \cdot t$$

$$B:\quad s_B = v_B (t-20)$$

B لهA څخه 20 دقيقې وروسته په خوزښت پيل کوي

د دواړو کرښو غوڅتکی نتيجه راکوي:

$$s_B = s_A \Leftrightarrow v_B (t-20) = v_A t$$

له t ساعته وروسته

$$\Rightarrow t = \frac{20\, v_B}{v_B - v_A}$$

که سزعت يا چټکتيا په km/min واړول شي، سړی کړی شي په شميرلو کې په واحد سرف نظر وکړي.

$$v_A = 25\,\frac{km}{h} = \frac{25}{60}\,\frac{km}{min} = \frac{5}{12}\,\frac{km}{min}$$

$$v_B = 45\,\frac{km}{h} = \frac{45}{60}\,\frac{km}{min} = \frac{9}{12}\,\frac{km}{min}$$

$$t = \frac{20 \cdot \frac{9}{12}}{\frac{9}{12} - \frac{5}{12}} = \underline{\underline{45}}\ (min)$$

$$s_A = \frac{5}{12} \cdot 45 = \underline{\underline{18,75}}\ (km)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.6 مربع توابع

2 . 6.1 څلوری- یا مربع توابعو ته ننوتنه یا پیل

ننوتنه یا پیل

هرڅوک چې موټر زده کوي، باید پوه وي، چې د بریک په وخت کې په پاخه سرک د بریک نیولو او د موټر دریدځای ترمنځ څنګه سره یوځای کیدی شي یا جمعه کیدی شي..

د لاندې موټر قانون سره سم له چټکتیا(سرعت) v په km/h (کیلومتر په ساعت) د عکس العمل لار r د بریک لار b په متر شمیرلکیدی شي.

پام (خبرداری) : د بیلګې په توګه د المان پخوانی او له څخه نوي قانون.

له څخه د تملار په وچ اسفالت شوي سرک د پل بریکلار سره شمیرل کیږي.

د بریک لار $b = \left(\frac{v}{10}\right)^2$ د عکس العمل لار $r = \frac{v}{10} \cdot 3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

یادونه: د څه وخت را په دې خوا په جرمني کې د بریکلار لپاره دا فرمول باور لري.:

نوی: $b = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{v}{10}\right)^2$

د بریک همدا ډول د عکس العمل لار په متر (m) راوځي، که چټکتیا یا سرعت په کیلومتر په ساعت (km/h)وي.

الف – د دواړو حالتونو لپاره د $s = f(v)$ تابع مساوات و ټاکی ، د کوم لپاره چې په هره تللې چټکتیا یا سرعت تملار شمیرل کیدی شي.

ب - د تابع مشاوات $s = f(v)$ د دواړو حالتونو لپاره د وهل شوی سرعت $v = 0,$ 10, 20, 30, ... 100 km/h سره د ه یوه د توقف لار چې شمیرل کیږي.

پ : په کواوردیناتسیستم کې یا د وضعیه قیمتسیستم کې ګراف رسم کړی.

ت: ټوله لاس ته راوړې نتیجه تشریح کړی.

Problemlösung: د پرابلم حل:

الف: د تابع مساوات:

زوړ قانون:	$f(v) = \left(\frac{v}{10}\right)^2 + \frac{v}{10} \cdot 3 = \frac{1}{100}v^2 + \frac{3}{10}v$
نوی قانون:	نوی: $f(v) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{v}{10}\right)^2 + \frac{v}{10} \cdot 3 = \frac{1}{200}v^2 + \frac{3}{10}v$

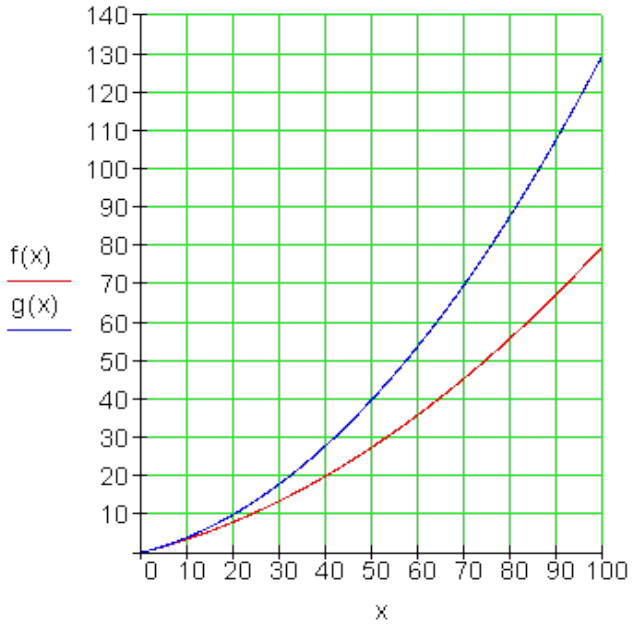
ب - : ارزښتجدول(په کیلو متر په ساعت کې)

v (in km/h)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	
f(v) (in m)	0	4	10	18	28	40	54	70	88	108	130	alt
f(v) (in m)	0	3,5	8	13,5	20	27,5	36	45,5	56	67,5	80	neu

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ - ګرافون

$$f(x) := \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{x}{10}\right)^2 + 3\cdot\frac{x}{10} \qquad g(x) := \left(\frac{x}{10}\right)^2 + 3\cdot\frac{x}{10}$$



د x محور هر ه وهل شوي لار په km/h په ګوته کوي.

د y - محور د هر همغه د توقفلار په m په ګوته کوي.

ت – کومنتار

د نوي نظم وروسته د د چټکتیا(سرعت) زیاتیدنې توپیر تل زیاتیږي. د 50 km/h چټکتیا سره نوی د تم کیدلو لار 27,5 m ده، دا د زړې لار 40 m نږدې 69% ده. په 100 km/h دا نوي لار نوره فقط ده، دا د زړې 130 m لارپا نږدې 61% ده. د بریک نیولو لار کمیږدنه د بریک ښه کیدو(ABS) سره موخه وره ده.

د تابع مساوات د ټیک پامورتیا او ګراف له املـه مور کره کوو، چې دا نه کرښیز مساوات دی او نه یوه کرښه. انځوروي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تابع مساوات لاندې بڼه لري: $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$

داسې تابع مربع تابع بولو او یا هم د2 –مې درجې ټول(تام) راشنل توابع.

ګرافونه یې پارابول بلل کیږي.

تمرینونه:

د لاندې پارابولونو ګرافونه وکاږئ.

د دې لپاره ارزښت جدول ولیکئ

اول - $f(x) = x^2 + 4x - 5$ دویم $f(x) = x^2 + 2x + 5$ دریم - $f(x) = -x^2 + x + 6$

څلورم - $f(x) = x^2 - x$ پنځم - $f(x) = x^2 - \frac{1}{9}$ شپږم - $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3$

اوم - $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$ اتم - $f(x) = -2x^2 + 8x - 11$

نهم م- $f(x) = 3x^2 - 3x$ لسم - $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{11}{2}x + 10$

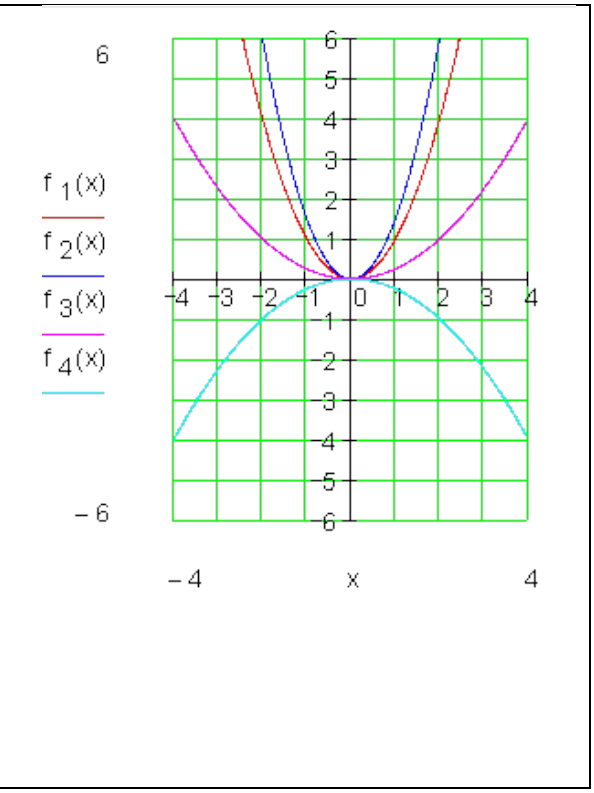
نورمال پارابل، بڼه ضریب او راکښنې

د کار قرارداد:

د a2 د مختلفو ارزښتونو لپاره تابع $f(x) = a_2x^2$ وڅېړئ او ګراف په وضعیه قیمت سیستم کې وکاږئ:

$f_1(x) = x^2$ $f_2(x) = \frac{3}{2}x^2$ $f_3(x) = \frac{1}{4}x^2$ $f_4(x) = -\frac{1}{4}x^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library



د انځور شوي پارابل تابع مساوات يو له بل د x^2 ضريب a_2 له املې توپيروي.

$$f_1(x) = x^2$$

$$f_2(x) = \frac{3}{2}x^2$$

$$f_3(x) = \frac{1}{4}x^2$$

$$f_4(x) = -\frac{1}{4}x^2$$

دا ضريب a_2 د پارابل د بڼې لپاره مسول او له دې املې د بڼې ضريب بلل کيږي.

د تقاطع ټکی S وضعيه قيمتونه S (0 | 0) لري.

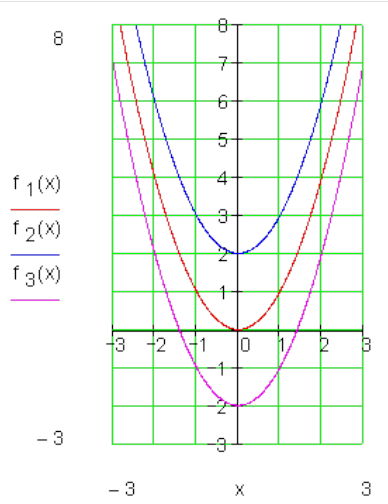
بڼه ضريب د پارابل قواري يا شکل ته څنګه تغير ورکوي؟

د پارابول په نخښه ونه	ضريب بڼې	
نورمال پارابو ل	$a = 1$	→
غزېدلی پارابول	$a > 1$	→
کې‌کارلی پارابول	$0 < a < 1$	→
په x محور هنداره شوی نورمال پارابول	$a = -1$	→
غزېدلی پارابول، په x -محور هنداره شوی کيکارلی پاربول، په x –محور هنداره شوی	$a < -1$	→
	$-1 < a < 0$	→

د کار قرارداد:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د a_0 د مختلفو ارزښتونو لپاره د $f(x) = x^2 + a_0$ تابع مطالع کړئ او په وضعیه قیمتسیستم کې یې ګراف رسم کړئ: $f_1(x) = x^2$ $f_2(x) = x^2 + 2$ $f_3(x) = x^2 - 2$



دا یو راکښلی نورمال پارابل دی، چې ککړئ ټکی(د ر آس نقطه) S د a_0 په واحدونو راکښل شوې ده.

$f_1(x) = x^2$

$f_2(x) = x^2 + 2$

$f_3(x) = x^2 - 2$

راکښنه د y محور په اوږدوالي باندې صورت نیسي ، چېرته چې د راکښنې لور د د a_0 مخنخښې له لارې ټاکل کیدی شي.

د تقاطع ټکی S کواوردینات $S (0 | a_0)$ لري.

$f_1(x) = x^2$

$f_2(x) = x^2 + 2$

$f_3(x) = x^2 - 2$

د کار ورکونې قرارداد:

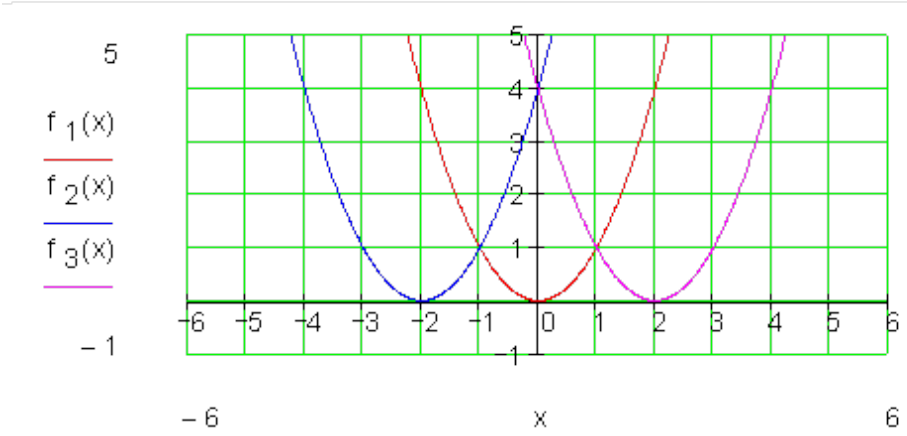
د $f(x) = (x+u)^2$ تابع د u د مختلفو ارزښتونو لپاره راکښنه وڅېړئ او ګراف یې په وضعیه قیمتسیستم کې x رسم کړئ

$f_1(x) = x^2$ $f_2(x) = (x + 2)^2$ $f_3(x) = (x - 2)^2$

د ارزښت جدول:

(c) ketabton.com: The Digital Library

f_1	x	-2	-1	0	1	2	f_2	x	-4	-3	-2	-1	0	f_3	x	0	1	2	3	4
	y	4	1	0	1	4		y	4	1	0	1	4		y	4	1	0	1	4



د ا یو راکښلی (چې ځای ته یې تغیر ورکړ شوی وي) نورمال پارابول دی، چې ککړئ ټکی(د رأس نقطه) S یې د u په واحدونو(یوونونو) د x په محور راکښل یا کښول شوې ده. د S غوټتکی(نقطه تقاطع) یې کواوردینات (-u | 0) S لري.

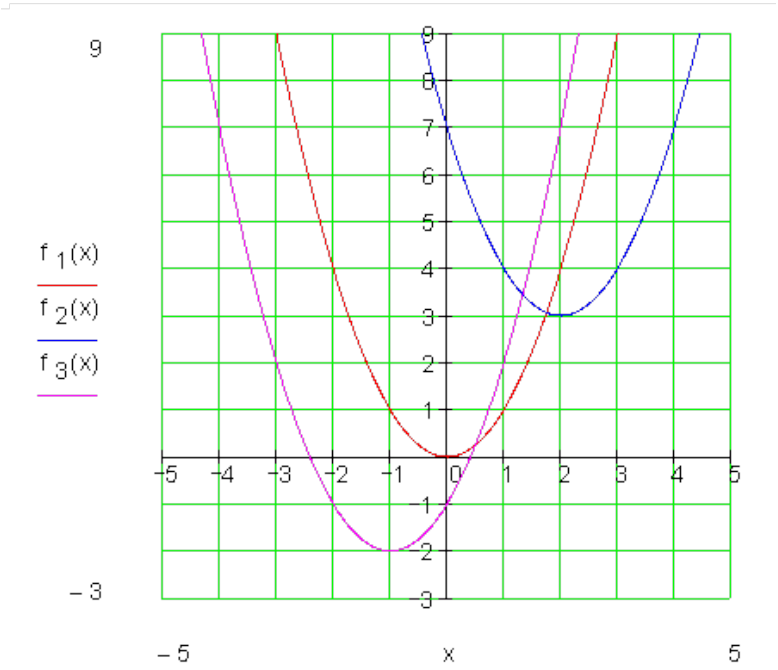
کینې لور ته څرخون یا څرخول، ککړئ ټکی S په u واحدونو یا یوونوو د پیل یا سرچینې کین لورت پروت دی.	u>0 =>
ښی څرخون یا څرخول، ککړټکی S په u واحدونو د پیل یا سرچینې ښی لورته پروت دی.	u<0 =>

د کار (ورکونې) قرارداد:

د u او a0 دمختلفو ارزښتونو لپاره تابع $f(x) = (x+u)^2 + a0$ وخیړئ او ګراف یې په یوه کواوردینات(پروت ولاړ) سیستم کې انځور کړئ.

$$f_1(x) = x^2 \qquad f_2(x) = (x-2)^2 + 3 \qquad f_3(x) = (x+1)^2 - 2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



د $f_2(x)$ ګراف بیرته یو نورمال پارابول دی، چې ککړئ ټکی S یې په دوه واحده ښی لور ته او په درې واحده پورته لور ته راکښلی دی.

د $f_3(x)$ ګراف هم یو نورمال پارابول دی، چې ککړټکی (د رأسټکی) S په یوه واحد(یوون) کین او په درې واحده لاندې لور ته کښول شوی یا راکښل شوی دی.

د $f(x) = (x+u)^2 + a_0$ ډول تابع د مربع تابع د ککړئ ټکي(رأس ټکي) بڼې تابع بلل کیږي.

د تابع ګراف نورمال پاربول دی، چې په u ارزښت د x محور په لور او په a_0 د y محور په لور راکښل شوی دی.

که ککړټکی د $S(x_s | y_s)$ سره په نخښه کړو، نو د ککړټکي بڼې مربع تابع په دې ډول ده: $f(x) = (x - x_s)^2 + y_s$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لنډه بڼه:	$S(x_s \mid y_s) \Leftrightarrow f(x) = (x - x_s)^2 + y_s$
بېلګه:	$S(3 \mid -1) \Leftrightarrow f(x) = (x - 3)^2 - 1$

تر اوسه مو فقط نورمال پارابول راکښلی (را کش شوی) وو.

همدا یا برابره راکښنه کیدی شي د یوه په خوښه پارابول سره سرته ورسول شي.

دلته دې بیا فاکتور a_2 په پام کې ونیول شي.

په ټولیزه توګه باور لري:
$\text{1st } f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ د یوه نورمال پارابول تابع (بلوان) دی، چې ککرټکی (د رأس ټکی) $S(x_s \mid y_s)$ لري، نو $f(x) = a_2(x - x_s)^2 + y_s$ د ککرټکي د تابع مساوات دي.

د مربع تکمیلونې له لارې د رآس ټکي(ککرۍ ټکي) ټاکل

موږ پوهیږو چې صدق کوي:

$$f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0 \Leftrightarrow a_2(x - x_s)^2 + y_s \Rightarrow S(x_s \mid y_s)$$

په ککرټکي کې د ټولیز تابع مساواتو د ترم تابع له لارې کیدی شي د یوه پارابول ککرټکی (د ککرۍ ټکی) وشمیرل شي.

بېلګه:

$F(x) = 3x^2 - 12x + 15$ دې په ککرئ ټکي مساوات واړول شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی پل(قدم) : د x^2 تر مخه ضریب دي له نوکانو راوه وېستل شي.

$$\Rightarrow f(x) = 3[x^2-4x+5]$$

دویم پل : مربع تکمیلونه [ ] او بنه بدلون

$$\Rightarrow f(x) = 3.[x^2 - 4x +(2)^2 -(2)^2 +5] = 3.[(x-2)^2+1]=3.(x-2)^2 +3$$
$$\Rightarrow S(2;3)$$

بیلګه:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 4 = \frac{1}{2}\left[x^2 - 6x + 8\right] = \frac{1}{2}\left[x^2 - 6x + 3^2 - 3^2 + 8\right]$$
$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2}\left[(x-3)^2 - 1\right] = \frac{1}{2}(x-3)^2 - \frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{S\left(3\,|\,-\frac{1}{2}\right)}}$$

بیلګه:

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{4} = -\frac{1}{3}\left[x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{4}\right] = -\frac{1}{3}\left[x^2 + \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \frac{9}{4}\right]$$
$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}\left[\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{16} + \frac{36}{16}\right] = -\frac{1}{3}\left[\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{27}{16}\right] = -\frac{1}{3}\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{16}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(-\frac{3}{4}\,|\,-\frac{9}{16}\right)}}$$

تمرینونه: د مربع تکمیلوني له لارې د رآس ټکي(ککرۍټکي) ټاکل

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه پارابل تابع مساوات ورکړشوي دي(د دویمي درجي ټول راشنل تابع). د لاندې بارابولونو لپاره رآستکو بنه او رآستکي پیدا کړی.

گرافونه یې وکاړی:

لومړی: $f(x)=x^2+2x+5$ دویم: $f(x)=x^2+4x+1$ دریم: $f(x)=x^2-4x+1$

څلورم: $f(x)=x^2-3x+3,5$ پنځم: $f(x)=x^2+x-3$ شپږم:

اووم: $f(x)=-x^2+2x+1$ اتم: $f(x)=-x^2+5x-5$ $f(x)=\frac{1}{2}x^2+x+2$

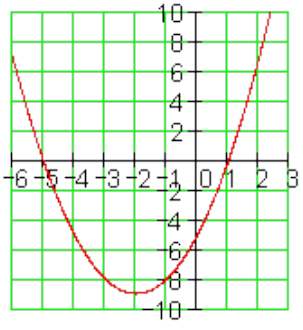
نهم: $f(x)=-\frac{3}{4}x^2+\frac{2}{3}x-\frac{1}{6}$ لسم: $f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}$

نتیجې

تمرینونه مربع مساوات ا

نتیجې د ارزښت جدول او گراف سره ا

لومړی:



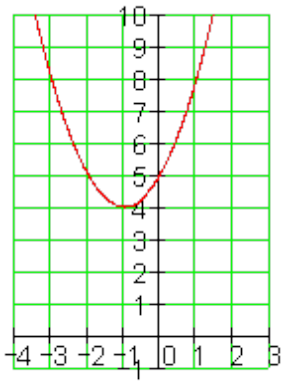
تابعمساوات: $f(x) = x^2 + 4x - 5$

ارزښتجدول

x	−6	−5	−4	−3	−2
f(x)	7	0	−5	−8	−9
x	−1	0	1	2	3
f(x)	−8	−5	0	7	16

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم:



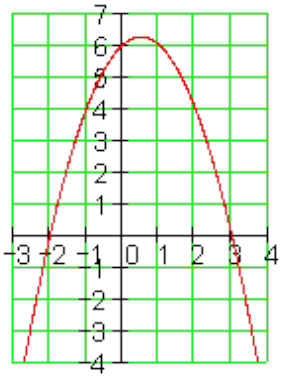
تابعمساوات

$f(x) = x^2 + 2x + 5$

ارزښتجدول:

x	−4	−3	−2	−1
f(x)	13	8	5	4
x	0	1	2	3
f(x)	5	8	13	20

دیم:



تابعمساوات

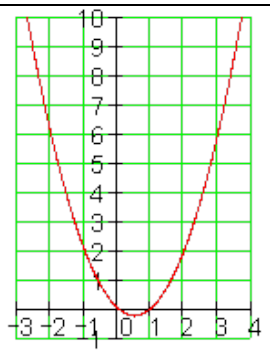
$f(x) = -x^2 + x + 6$

ارزښتجدول

x	−3	−2	−1	0
f(x)	−6	0	4	6
x	1	2	3	4
f(x)	6	4	0	−6

څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

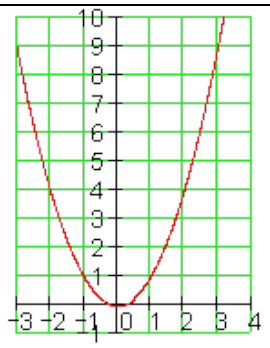


تابعمساوات: $f(x) = x^2 - x$

ارزښتجدول:

x	−3	−2	−1	0
f(x)	12	6	2	0
x	1	2	3	4
f(x)	0	2	6	12

پنځم:

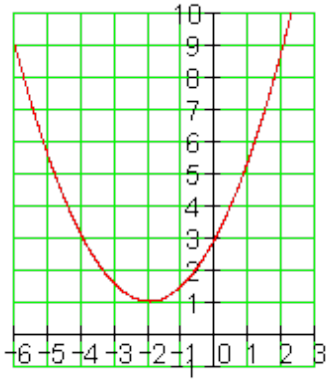


تابعمساوات: $f(x) = x^2 - x$

ارزښتجدول:

x	−3	−2	−1	0
f(x)	8,9	3,9	0,9	−0,1
x	1	2	3	4
f(x)	0,9	3,9	8,9	15,9

شپږم:



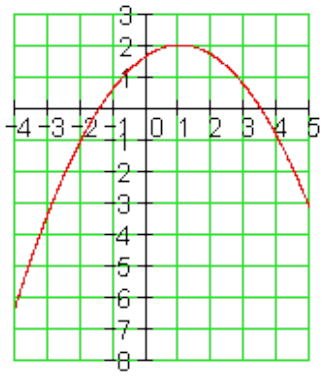
تابعمساوات: $f(x) = (½)^{x^2+2x+3}$

ارزښتجدول:

x	−6	−5	−4	−3	−2
f(x)	9	5,5	3	1,5	1
x	−1	0	1	2	3
f(x)	1,5	3	5,5	9	13,5

(c) ketabton.com: The Digital Library

اووم:



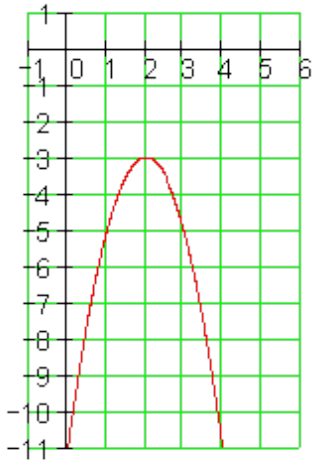
تابعمساوات

$f(x) = (1/3)x^2 + (2/3)x + 5/3$

ارزښتجدول:

x	−4	−3	−2	−1	0
f(x)	−6,3	−3,3	−1	0,7	1,7
x	1	2	3	4	5
f(x)	2	1,7	0,7	−1	−3,3

اتم:



تابعمساوات

$f(x) = -2x^2 + 8x - 11$

ارزښتجدول:

x	−1	0	1	2
f(x)	−21	−11	−5	−3
x	3	4	5	6
f(x)	−5	−11	−21	−35

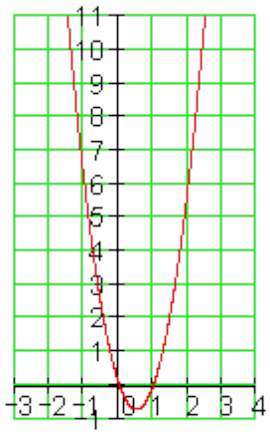
نهم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

تابعمساوات: $f(x) = 3x^2 - 3$ x

ارزښتجدول:

x	−3	−2	−1	0
f(x)	36	18	6	0
x	1	2	3	4
f(x)	0	6	18	36



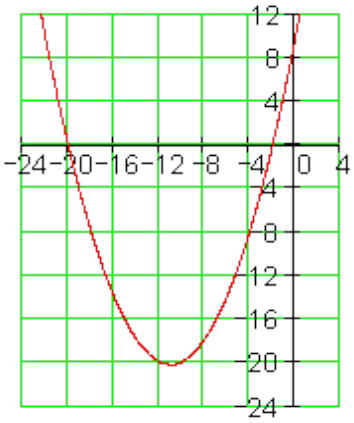
لسم:

تابعمساوات

$f(x) = x^2 + (11/2)x + 10 = 1/4$

ارزښتجدول:

x	−24	−20	−16	−12
f(x)	22	0	−14	−20
x	−8	−4	0	4
f(x)	−18	−8	10	36



بیلګه 1 :

د ټول راشنل تابع ګراف چې رسم کړای شو،په زیاتو حالتونو کې اړیند دی، چې ارزښتجدول وپیژنو. د دې لپاره جبشمیري له لارې کیدی شي. خو دا هم تل اړیین دی.

یو ه ساده بیلګه بې له جبشمیري څخه.

تابع مساوات : $f(x) = x^2 - 4 x + 3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مورِ د تحولي $x = 0$ څخه پيل کوو

$$x = 0: f(0) = 0^2 - 4 \cdot 0 + 3 = 0 - 0 + 3 = 3$$
$$x = 1: f(1) = 1^2 - 4 \cdot 1 + 3 = 1 - 4 + 3 = 0$$
$$x = 2: f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = 4 - 8 + 3 = -1$$
$$x = 3: f(3) = 3^2 - 4 \cdot 3 + 3 = 9 - 12 + 3 = 0$$
$$x = 4: f(4) = 4^2 - 4 \cdot 4 + 3 = 16 - 16 + 3 = 3$$
$$x = 5: f(5) = 5^2 - 4 \cdot 5 + 3 = 25 - 20 + 3 = 8$$
$$x = 6: f(6) = 6^2 - 4 \cdot 6 + 3 = 36 - 24 + 3 = 15$$

تر هغي چې د تابع ارزښت له 10 $\pm$ لوی شي، کېدی شي چې پاتې کړي.

اوس د تابع ارزښتونه د منفي x ارزښتونو لپاره ټاکل کيږي.

$$x = -1: f(-1) = (-1)^2 - 4 \cdot (-1) + 3 = 1 + 4 + 3 = 8$$
$$x = -2: f(-2) = (-2)^2 - 4 \cdot (-2) + 3 = 4 + 8 + 3 = 15$$

اوس ټول ارزښتونه په يوه جدول کې کښل کيږي.

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	15	8	3	0	-1	0	3	8	15

اوس له دې ارزښتونو سره کېدی شي د f(x) ګراف رسم شي.

که د رسمولو په وخت کې نور منځ ارزښتونه شته نه وي، دا بيا پسې شميرل کېدی شي

د بيلګې په توګه $x = \pm ½$

$$x = -\frac{1}{2}: f\left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 3 = \frac{1}{4} + 4 \cdot \frac{1}{2} + 3 = \frac{1}{4} + 2 + 3 = 5\frac{1}{4} = 5,25$$
$$x = \frac{1}{2}: f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} + 3 = \frac{1}{4} - 4 \cdot \frac{1}{2} + 3 = \frac{1}{4} - 2 + 3 = 1\frac{1}{4} = 1,25$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

هر څوک له جبشميري سره بنه بلد نه دی. په دې حالت کې کړی شي دا کسان له شميروني يا کمپيوتر څخه کار واخلي.

په لاندې کې HN د اصلي ګډ مرج (ماتلاندې) پ همعنا دی.

يوه غوره بېلګه، چې ځنې برخې يې د جبشمېرې په مرسته حل شوي دي

د تابع مساوات $f(x)=\frac{4}{5}x^2-\frac{3}{4}x-\frac{7}{2}$

بادونه: په لاندې زيات ځايونه HN راغلي، دا د اصلی مخرج په مانا دي.

مورِ د x = 0 سره پيل کوو

$$x=0: f(0)=\frac{4}{5}\cdot 0^2-\frac{3}{4}\cdot 0-\frac{7}{2}=0-0-\frac{7}{2}=-\frac{7}{2}=-3,5$$

$$x=1: f(1)=\frac{4}{5}\cdot 1^2-\frac{3}{4}\cdot 1-\frac{7}{2}=\frac{4}{5}-\frac{3}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=20}{=}\frac{16}{20}-\frac{15}{20}-\frac{70}{20}=-\frac{69}{20}=-3,45$$

$$x=2: f(2)=\frac{4}{5}\cdot 2^2-\frac{3}{4}\cdot 2-\frac{7}{2}=\frac{16}{5}-\frac{3}{2}-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{32}{10}-\frac{15}{10}-\frac{35}{10}=-\frac{18}{10}=-\frac{9}{5}$$

$$=-1,8$$

$$x=3: f(3)=\frac{4}{5}\cdot 3^2-\frac{3}{4}\cdot 3-\frac{7}{2}=\frac{36}{5}-\frac{9}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=20}{=}\frac{144}{20}-\frac{45}{20}-\frac{70}{20}=\frac{29}{20}=1,45$$

$$x=4: f(4)=\frac{4}{5}\cdot 4^2-\frac{3}{4}\cdot 4-\frac{7}{2}=\frac{64}{5}-3-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{128}{10}-\frac{30}{10}-\frac{35}{10}=\frac{63}{10}=6,3$$

$$x=5: f(5)=\frac{4}{5}\cdot 5^2-\frac{3}{4}\cdot 5-\frac{7}{2}=20-\frac{15}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=4}{=}\frac{80}{4}-\frac{15}{4}-\frac{14}{4}=\frac{51}{4}=12,75$$

اوس د تابع ارزښتونه د منفي x ارزښتونو لپاره ټاکو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x=-1:\ f(-1)=\frac{4}{5}\cdot(-1)^2-\frac{3}{4}\cdot(-1)-\frac{7}{2}=\frac{4}{5}+\frac{3}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=20}{=}\frac{16}{20}+\frac{15}{20}-\frac{70}{20}=-\frac{39}{20}=-1{,}95$$

$$x=-2:\ f(-2)=\frac{4}{5}\cdot(-2)^2-\frac{3}{4}\cdot(-2)-\frac{7}{2}=\frac{16}{5}+\frac{3}{2}-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{32}{10}+\frac{15}{10}-\frac{35}{10}=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}=1{,}2$$

$$x=-3:\ f(-3)=\frac{4}{5}\cdot(-3)^2-\frac{3}{4}\cdot(-3)-\frac{7}{2}=\frac{36}{5}+\frac{9}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=20}{=}\frac{144}{20}+\frac{45}{20}-\frac{70}{20}=\frac{119}{20}=5{,}95$$

$$x=-4:\ f(-4)=\frac{4}{5}\cdot(-4)^2-\frac{3}{4}\cdot(-4)-\frac{7}{2}=\frac{64}{5}+3-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{128}{10}+\frac{30}{10}-\frac{35}{10}=\frac{123}{10}=12{,}3$$

اوس ټول ارزښتونه په يوه جدول کې ليکل کيږي.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	12,3	5,95	1,2	-1,95	-3,5	-3,45	-1,8	1,45	6,3	12,75

د دې ارزښتونو سره اوس د گراف کښل کيدی شي.

که د رسمولو په وخت کې نور منځ ارزښتونه شته نه وي ، دا بيا پسې شميرل کيدی شي

د بيلګې په توګه $x = \pm 5/2$

$$x=-\frac{5}{2}:\ f\left(-\frac{5}{2}\right)=\frac{4}{5}\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{3}{4}\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)-\frac{7}{2}=\frac{4}{5}\cdot\frac{25}{4}+\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}-\frac{7}{2}$$
$$=\frac{25}{5}+\frac{15}{8}-\frac{7}{2}=5+\frac{15}{8}-\frac{7}{2}\underset{HN=8}{=}\frac{40}{8}+\frac{15}{8}-\frac{28}{8}=\frac{27}{8}=3{,}375$$

$$x=\frac{5}{2}:\ f\left(\frac{5}{2}\right)=\frac{4}{5}\cdot\left(\frac{5}{2}\right)^2-\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}-\frac{7}{2}=\frac{4}{5}\cdot\frac{25}{4}-\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}-\frac{7}{2}$$
$$=\frac{25}{5}-\frac{15}{8}-\frac{7}{2}=5-\frac{15}{8}-\frac{7}{2}\underset{HN=8}{=}\frac{40}{8}-\frac{15}{8}-\frac{28}{8}=-\frac{3}{8}=-0{,}375$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

یادونه: په پورته کې HN(Hauptnenner) داصلي مخرج(ماتلاندې) یا مخرج مشترک په معنا دی.

د دې لپاره چې د یوه ټول ریښتوني یا تام راشنل تابع ګراف انځور کړای شو، په زیاتو حالتونو کې اړیین دی، چې ارزښت جدول وکاړو. د دې لپاره یو جبشمیروني ته اړتیا لرو.

یو ه ساده بیلګه بې له جبشمیري څخه.

تابع مساوات : $f(x) = x^2 - 4x + 3$

موږ د تحولې $x = 0$ څخه پیل کوو

$$x = 0: f(0) = 0^2 - 4 \cdot 0 + 3 = 0 - 0 + 3 = 3$$
$$x = 1: f(1) = 1^2 - 4 \cdot 1 + 3 = 1 - 4 + 3 = 0$$
$$x = 2: f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = 4 - 8 + 3 = -1$$
$$x = 3: f(3) = 3^2 - 4 \cdot 3 + 3 = 9 - 12 + 3 = 0$$
$$x = 4: f(4) = 4^2 - 4 \cdot 4 + 3 = 16 - 16 + 3 = 3$$
$$x = 5: f(5) = 5^2 - 4 \cdot 5 + 3 = 25 - 20 + 3 = 8$$
$$x = 6: f(6) = 6^2 - 4 \cdot 6 + 3 = 36 - 24 + 3 = 15$$

تر هغې چې د تابع ارزښت له 10 $\pm$ لوی شي، کېدی شي چې پېع کړي.

اوس د تابع ارزښتونه د منفي x ارزښتونو لپاره ټاکل کیږي.

$$x = -1: f(-1) = (-1)^2 - 4 \cdot (-1) + 3 = 1 + 4 + 3 = 8$$
$$x = -2: f(-2) = (-2)^2 - 4 \cdot (-2) + 3 = 4 + 8 + 3 = 15$$

اوس ټول ارزښتونه په یوه جدول کې کښل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

x	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6
f(x)	15	8	3	0	−1	0	3	8	15

اوس له دې ارزښتونو سره کېدی شي د f(x) ګراف رسم شي.

که د رسمولو په وخت کې نور منځ ارزښتونه شته نه وي ، دا بیا پسې شمېرل کیدی شي

د بېلګې په توګه x = ± ½

$$x=-\frac{1}{2}: f\left(-\frac{1}{2}\right)=\left(-\frac{1}{2}\right)^2-4\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)+3=\frac{1}{4}+4\cdot\frac{1}{2}+3=\frac{1}{4}+2+3=5\frac{1}{4}=5,25$$

$$x=\frac{1}{2}: f\left(\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^2-4\cdot\frac{1}{2}+3=\frac{1}{4}-4\cdot\frac{1}{2}+3=\frac{1}{4}-2+3=1\frac{1}{4}=1,25$$

هر څوک له جبشمېري سره بنه بلد نه دی. په دې حالت کې کړی شي دا کسان له شمیروني یا کمپیوتر څخه کار واخلي.

یوه غوره بېلګه، چې ځنې برخې یې د جبشمیري په مرسته حل شوي دي:

د تابع مساوات $f(x)=\frac{4}{5}x^2-\frac{3}{4}x-\frac{7}{2}$

مور د x = 0 سره بیل کوو

$$x=0: f(0)=\frac{4}{5}\cdot 0^2-\frac{3}{4}\cdot 0-\frac{7}{2}=0-0-\frac{7}{2}=-\frac{7}{2}=-3,5$$

$$x=1: f(1)=\frac{4}{5}\cdot 1^2-\frac{3}{4}\cdot 1-\frac{7}{2}=\frac{4}{5}-\frac{3}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=20}{=}\frac{16}{20}-\frac{15}{20}-\frac{70}{20}=-\frac{69}{20}=-3,45$$

$$x=2: f(2)=\frac{4}{5}\cdot 2^2-\frac{3}{4}\cdot 2-\frac{7}{2}=\frac{16}{5}-\frac{3}{2}-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{32}{10}-\frac{15}{10}-\frac{35}{10}=-\frac{18}{10}=-\frac{9}{5}=-1,8$$

$$x=3: f(3)=\frac{4}{5}\cdot 3^2-\frac{3}{4}\cdot 3-\frac{7}{2}=\frac{36}{5}-\frac{9}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=20}{=}\frac{144}{20}-\frac{45}{20}-\frac{70}{20}=\frac{29}{20}=1,45$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x=4:\ f(4)=\frac{4}{5}\cdot 4^2-\frac{3}{4}\cdot 4-\frac{7}{2}\ =\frac{64}{5}-3-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{128}{10}-\frac{30}{10}-\frac{35}{10}=\frac{63}{10}=6,3$$

$$x=5:\ f(5)=\frac{4}{5}\cdot 5^2-\frac{3}{4}\cdot 5-\frac{7}{2}\ =20-\frac{15}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=4}{=}\frac{80}{4}-\frac{15}{4}-\frac{14}{4}=\frac{51}{4}=12,75$$

اوس د تابع ارزښتونه د منفي x ارزښتونو لپاره ټاکو.

$$x=-1:\ f(-1)=\frac{4}{5}\cdot(-1)^2-\frac{3}{4}\cdot(-1)-\frac{7}{2}\ =\frac{4}{5}+\frac{3}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=20}{=}\frac{16}{20}+\frac{15}{20}-\frac{70}{20}=-\frac{39}{20}=-1,95$$

$$x=-2:\ f(-2)=\frac{4}{5}\cdot(-2)^2-\frac{3}{4}\cdot(-2)-\frac{7}{2}\ =\frac{16}{5}+\frac{3}{2}-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{32}{10}+\frac{15}{10}-\frac{35}{10}=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}=1,2$$

$$x=-3:\ f(-3)=\frac{4}{5}\cdot(-3)^2-\frac{3}{4}\cdot(-3)-\frac{7}{2}\ =\frac{36}{5}+\frac{9}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=20}{=}\frac{144}{20}+\frac{45}{20}-\frac{70}{20}=\frac{119}{20}=5,95$$

$$x=-4:\ f(-4)=\frac{4}{5}\cdot(-4)^2-\frac{3}{4}\cdot(-4)-\frac{7}{2}\ =\frac{64}{5}+3-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{128}{10}+\frac{30}{10}-\frac{35}{10}=\frac{123}{10}=12,3$$

اوس ټول ارزښتونه په يوه جدول کې ليکل کيږي.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	12,3	5,95	1,2	-1,95	-3,5	-3,45	-1,8	1,45	6,3	12,75

د

دي ارزښتونو سره اوس د ګراف کښل کيدی شي.

که د رسمولو په وخت کې نور منځ ارزښتونه شته نه وي، دا بيا پسې شميرل کيدی شي

د بېلګې په توګه $x = \pm 5/2$

$$x=-\frac{5}{2}:\ f\left(-\frac{5}{2}\right)=\frac{4}{5}\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{3}{4}\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)-\frac{7}{2}\ =\frac{4}{5}\cdot\frac{25}{4}+\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}-\frac{7}{2}$$
$$=\frac{25}{5}+\frac{15}{8}-\frac{7}{2}=5+\frac{15}{8}-\frac{7}{2}\underset{HN=8}{=}\frac{40}{8}+\frac{15}{8}-\frac{28}{8}=\frac{27}{8}=3,375$$

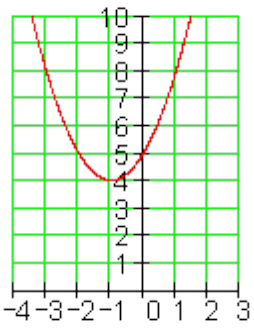
$$x=\frac{5}{2}:\ f\left(\frac{5}{2}\right)=\frac{4}{5}\cdot\left(\frac{5}{2}\right)^2-\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}-\frac{7}{2}\ =\frac{4}{5}\cdot\frac{25}{4}-\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}-\frac{7}{2}$$
$$=\frac{25}{5}-\frac{15}{8}-\frac{7}{2}=5-\frac{15}{8}-\frac{7}{2}\underset{HN=8}{=}\frac{40}{8}-\frac{15}{8}-\frac{28}{8}=-\frac{3}{8}=-0,375$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

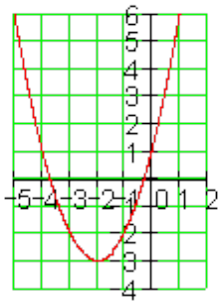
نتيجې

د مربع توابعو تمرينونه II

د مربع تابع د رآس ټکی فرمول د ګراف او د مربع(څلورئ) تکميلوني له لارې لومړی:

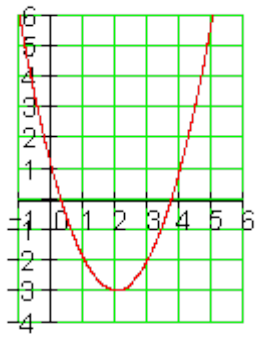
	تابع مساوات : $F(x)=x^2+2x+5$ د رآسټکي بڼه: $F(x+1)^2+4$ رآسټکی $S(-1;4)$

دويم:

	تابع مساوات : $f(x)=x^2+4x+1$ د رآسټکي فرمول: $f(x)=(x+2)^2-3$ رآس يا ککرئ ټکی $S(-2\|-3)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم:



تابع مساوات :

$$f(x) = x^2 - 4x + 1$$

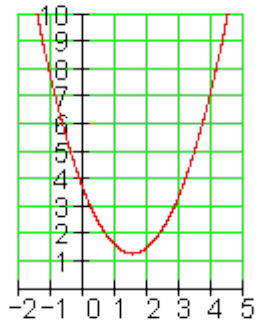
د رآستکي فرمول:

$$f(x) = (x-2)^2 - 3$$

رآس یا ککرئ ټکی

$$S(2|-3)$$

څلورم:



تابع مساوات :

$$f(x) = x^2 - 3x + 3,5$$

د رآس – یا ککرئ ټکي فرمول:

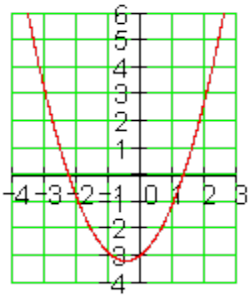
$$f(x) = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{5}{4}$$

رآس- یا ککرئ ټکی

$$S\left(\frac{3}{2}|\frac{5}{4}\right)$$

پنځم:

(c) ketabton.com: The Digital Library



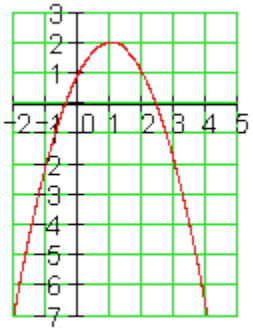
تابع مساوات : $f(x)=x^2+x-3$

د رآستکي فرمول:

$$f(x)=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{13}{4}$$

رآستکی: $S\left(-\frac{1}{2}\left|-\frac{13}{4}\right.\right)$

شپږم:



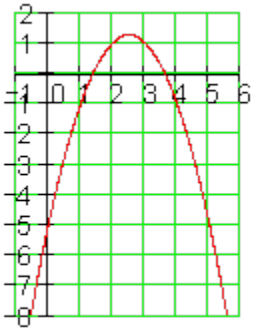
تابع مساوات : $f(x)=-x^2+2x+1$

د رآستکي فرمول:

$$f(x)=-(x-1)^2+2$$

رآس- یا ککرۍ ټکی: $S(1|\,2)$

اووم:



تابع مساوات : $f(x)=-x^2+5x-5$

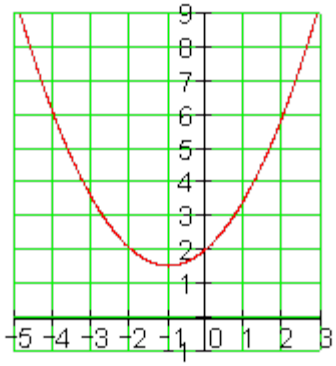
د رآستکي فرمول:

$$f(x)=-\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{5}{4}$$

رآس-یا ککرۍ ټکی: $S\left(\frac{5}{2}\left|\frac{5}{4}\right.\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم:



تابع مساوات :

$$f(x)=\frac{1}{2}x^2+x+2$$

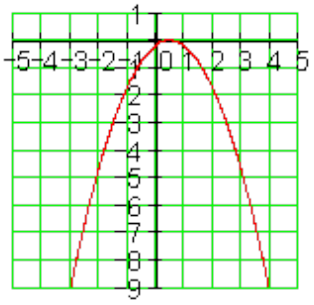
د رآسټکي فرمول:

$$f(x)=\frac{1}{2}(x+1)^2+\frac{3}{2}$$

رآسټکی

$$S\left(-1|\frac{3}{2}\right)$$

نهم:



تابع مساوات :

$$f(x)=-\frac{3}{4}x^2+\frac{2}{3}x-\frac{1}{6}$$

د رآسټکي فرمول:

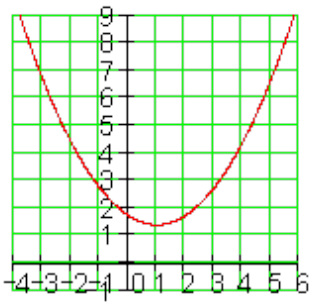
$$f(x)=-\frac{3}{4}\left(x-\frac{4}{9}\right)^2-\frac{1}{54}$$

رآسټکی(ککرټکی)

$$S\left(\frac{4}{9}|-\frac{1}{54}\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لسم:

	تابع مساوات : $f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}$ د رآسټکي فرمول: $f(x)=\frac{1}{3}(x-1)^2+\frac{4}{3}$ رآسټکی: $S\left(1\middle\vert\frac{4}{3}\right)$

بیلګه:

د ککرۍ ټکي تاکلو لپاره یوه مفصله بیلګه:

په ټولیزه بڼه د پارابول تابع مساوات:

$f(x) = -(1/2)x^2 - 2x + 6$

د واریابلي x^2 ترمخ ضریب له قوسونو راوځي

$f(x).=(\frac{1}{2})[x^2+4x-12]$

د مربع تکمیلیدنه په ګوډېزه (کونجزه) نوکانو کې

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -\frac{1}{2}\left[x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 - 12\right]$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}\left[\underbrace{x^2 + 4x + 4}_{\text{1. binomische Formel}} \quad \underbrace{-4 - 12}_{-16}\right]$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}\left[(x+2)^2 - 16\right]$$

د بیرته یا په څټ ضرب له لارې د مربع تابع د ککرۍ ټکي بڼه لاس ته راځي.

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 8 \Rightarrow \boxed{S(-2|8)}$$

S(-2;8)ککرۍ ټکی

د نوکانو راوتنې لپاره یادونه :

لومړی حالت: که د متحولیx مخ ته څه نه وي، یعنې $f(x) = x^2-2x+6$

په دې حالت کې سملاسې په مربع تکمیلونې پیل کیدی شي.

دویم حالت : که د نوکانن رمخ منفي نخښه وي، یعنې $f(x) = -x^2-2x+6$

په دې حالت کې باید -1 همداسې - له نوکانو را وه وېستل شي، یعې $f(x)=-[x^2+2-6]$

پوښتنې

د مربع توابعو بنسټونه

لومړی- د لاندې توابعو ګرافونه رسم کړې.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $f(x)=-3x^2$ ب - $f(x)=\frac{1}{3}x^2$ پ - $f(x)=4x$

ت - $f(x)=x^2-2$ ټ - $f(x)=\frac{1}{2}x^2-2$ ټ - $f(x)=2x^2+4$

ج - $f(x)=-x^2+4$ چ - $f(x)=-x^2+1$ ح - $f(x)=x^2+2$

دویم - د پارابولو صفرځایونه، محورغوځټکي، او ککرۍ ټکي وټاکی او کرافونه یې رسم کړی

الف - $f(x)=(x-1)^2-1$ ب - $f(x)=(x-2)^2-1$ پ- $f(x)=-(x+1)^2$

ت - $f(x)=(x+2)^2-3$ ټ - $f(x)=-\frac{1}{3}(x-1)^2+2$

ث - $f(x)=-4\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}$

ج- $f(x)=-(x+2)^2$ چ - $f(x)=(x-2)^2\cdot(-4)$ ح - $f(x)=-(x-1)^2-1$

دریم - د لاندې توابعو صفرځایونه، محورغوځټکي، او ککرئ ټکي وټاکی او ګرافونه یې رسم کړی

الف= $f(x)=-x^2-2x-1$ ب ـ $f(x)=x^2-6x+8$ پ- $f(x)=-\frac{x^2}{2}-2x-1$

ت - $f(x)=x^2-4x+9$ ټ - $f(x)=-x^2+4x-9$ ث - $f(x)=2x^2-2x+2$

ج - $f(x)=x^2+6x+4$ چ $f(x)=-3x^2+12x-9$ ح - $f(x)=-\frac{2}{3}x^2-\frac{4}{3}x-\frac{8}{3}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم -

د ورکړشوی تابع مساوات سره پارابول رسم کړی د دې لپاره یو ارزښت جدول جوړ کړی ګرافونه یې پرتله کړی.

$f(x) = x^2 + x - 3$ $g(x) = 2x^2 - 4x + 2$ $h(x) = -3x^2 + 2x - 5$

پنځم – یو نورمال پارابول د 0,4 ضریب کیکاګل کیږي (کښکودل کیږي)او په 4 واحده ښی لور ته راکښل کیږي.

د تابع مساوات وټاکی.

شپږم- دد تابع مساوات f(x) سره یو پارابول ورکړ شوی دی. د y په محور پارابول داسې و کښوی ، چې له ټکي P (0 | 2) څخه تیر شي. دواړه ګرافونه په یوه پروت ولاړ سیستم یا کواودینات سیستم کې و کاږی او د راکښل شوي پارابول تابع مساوات g(x) وټاکی.

الف - $f(x) = -(x-1)^2$ ب - $f(x) = 3x^2 - 1$ پ - $f(x) = -x^2 - 2x + 1$

اوم - یوه فزیکی تجربه لاندې ارزښتونه ښایي:

اړین وخت په S	0	2	4	6	8
وهل شوې لار په cm	0	6	24	54	96

ارزښتونه په یوه مناسب پروتولاړ سیسم کې وکاږی او محورونه په لیک وښایی تابع مساوات وټاکی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

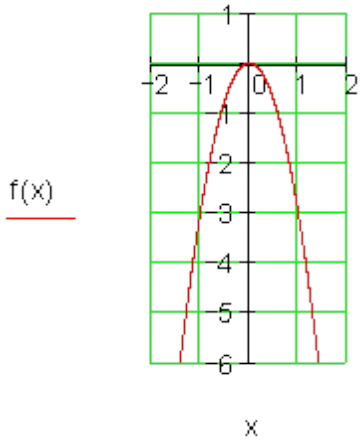
ځوابونه:

مربع توابع برخه ۱

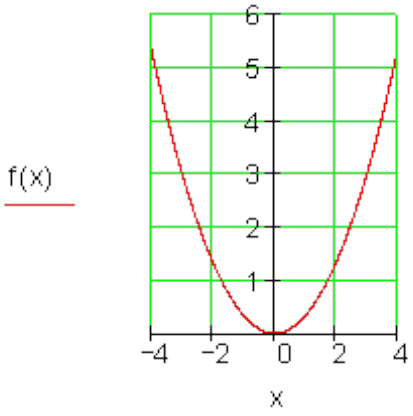
نتیجې:

لومړی-

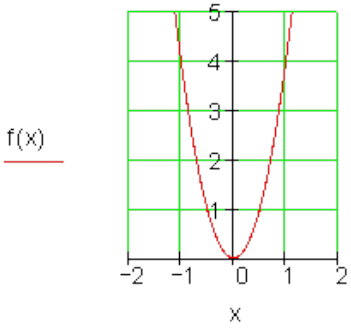
الف- $f(x) = -3x^2$



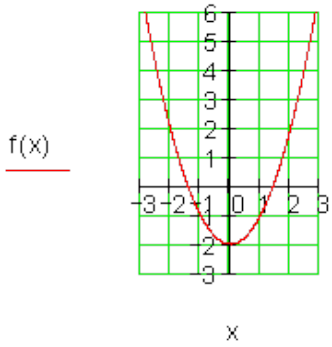
ب - $f(x) = \frac{1}{3}x^2$



پ - $f(x) = 4x$

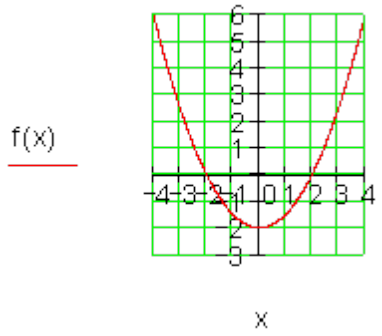


ت - $f(x) = x^2 - 2$

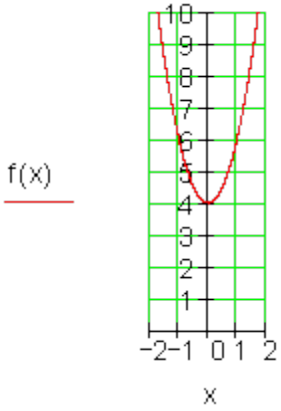


(c) ketabton.com: The Digital Library

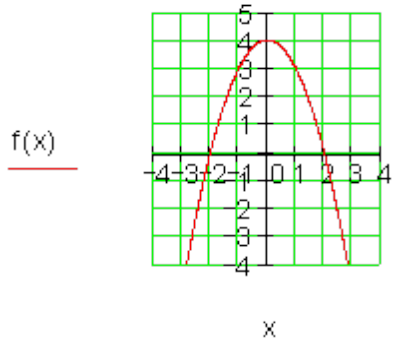
ت - $f(x)=\frac{1}{2}x^2-2$



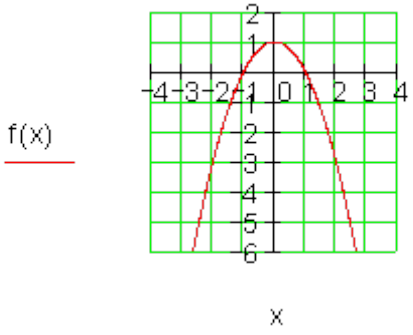
ث - $f(x)=2x^2+4$



ج - $f(x)=-x^2+4$

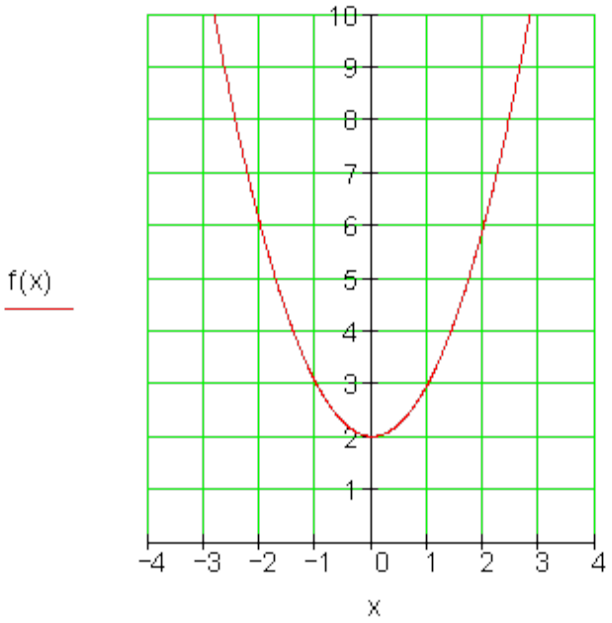


چ - $f(x)=-x^2+1$



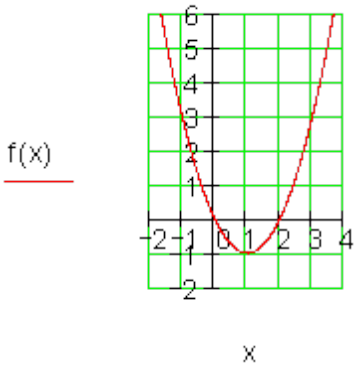
ح - $f(x)=x^2+2$

(c) ketabton.com: The Digital Library



دویم –

الف-

$f(x)=(x-1)^2-1$ ککره یا رأس: $S(1\mid -1)$ صفرځایونه $P_{x_1}(0\mid 0)$ $P_{x_2}(2\mid 0)$ د y– غوځی یا تقاطع $P_y(0\mid 0)$	

ب –

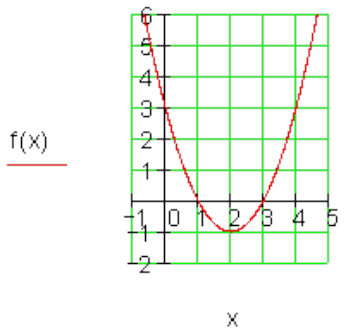
(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = (x-2)^2 - 1$

ککری : $S(2|-1)$

صفرځایونه: $P_{x_1}(1|0)$ $P_{x_2}(3|0)$

د y– غوځی یا تقاطع: $P_y(0|3)$



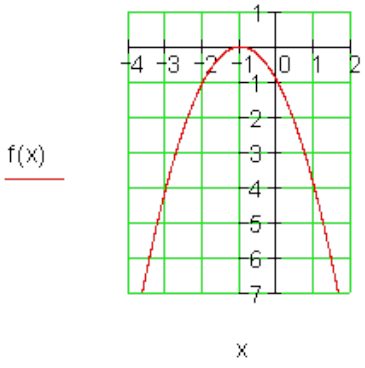
$f(x) = -(x+1)^2$

ککره : $S(-1|0)$

صفرځایونه: $P_x(-1|0)$

د y– غوځی: $P_y(0|-1)$

پ –



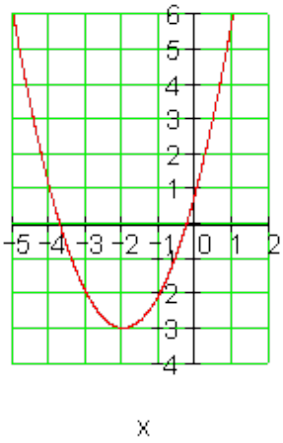
$f(x) = (x+2)^2 - 3$

ککری $S(-2|-3)$

صفرځایونه $P_{x_1}\left(-2-\sqrt{3}|0\right)$ $P_{x_2}\left(-2+\sqrt{3}|0\right)$

د y– غوځی یا تقاطع $P_y(0|1)$

ت -



ټ-

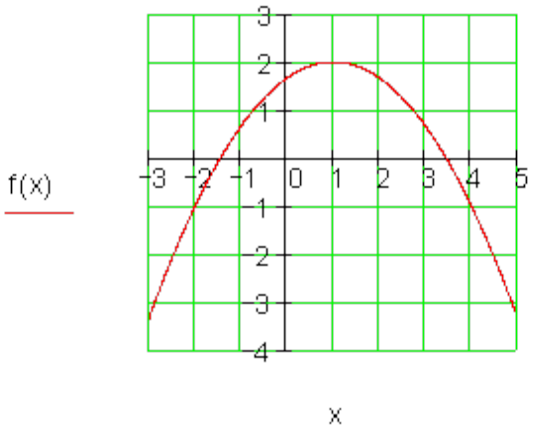
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -\frac{1}{3}(x-1)^2 + 2$$

ککره یا رأس: $S(1\,|\,2)$

صفرځایونه: $P_{x_1}\left(1-\sqrt{6} \approx -1,45\,|\,0\right)$ $P_{x_2}\left(1+\sqrt{6} \approx 3,45\,|\,0\right)$

د y– غوڅی یا تقاطع: $P_y\left(0\,|\,\frac{5}{3}\right)$



ث –

$$f(x) = -4\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$$

د رأس ټکی: $S\left(-\frac{1}{2}\,|\,\frac{1}{2}\right)$

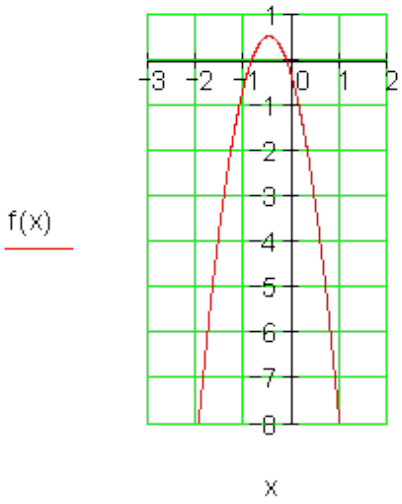
صفرځایونه :

$$P_{x_1}\left(-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{1}{8}} \approx -0,85\,|\,0\right)$$

$$P_{x_2}\left(-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{8}} \approx -0,15\,|\,0\right)$$

د y– غوڅی :

$$P_y\left(0\,|\,-\frac{1}{2}\right)$$



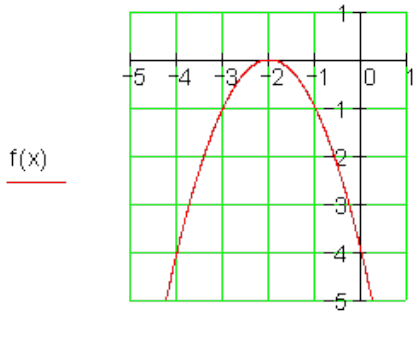
(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = -(x+2)^2$

رأس : $S(-2\,|\,0)$

صفرځایونه : $P_x(-2\,|\,0)$

د y– غوځی: $P_y(0\,|\,-4)$



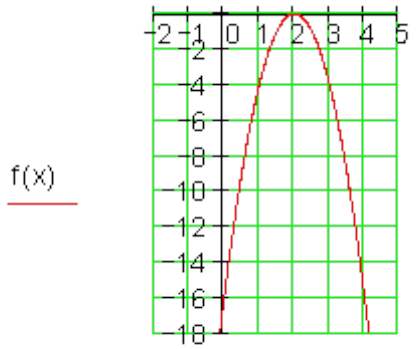
ج –

$f(x) = (x-2)^2 \cdot (-4)$

د رأس : $S(2\,|\,0)$

صفرځایونه : $P_x(2\,|\,0)$

د y–تقاطع: $P_y(0\,|\,-16)$



چ –

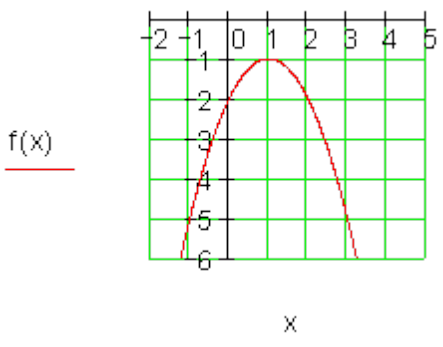
ح-

$f(x) = -(x-1)^2 - 1$

رأس –یا ککرئ : $S(1\,|\,-1)$

صفرځایونه :نه شته

د y–تقاطع: $P_y(0\,|\,-2)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم –

الف-

$f(x) = -x^2 - 2x - 1$

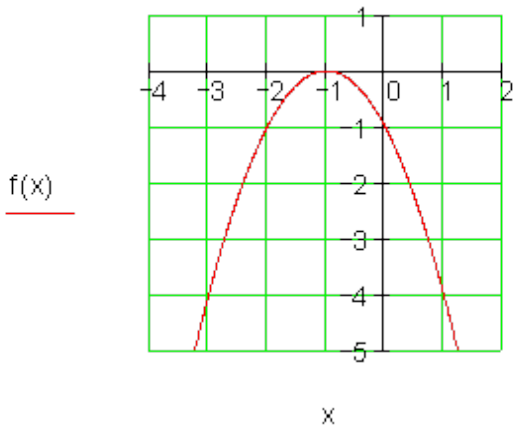
ککرئ بنه:

$y = f(x) = -(x+1)^2$

رأس یا ککرئ : $S(-1|0)$

صفرځایونه : $P_x(-1|0)$

د y–تقاطع: $P_y(0|-1)$



ب –

$f(x) = x^2 - 6x + 8$

د ککري بنه

$y = f(x) = (x-3)^2 - 1$

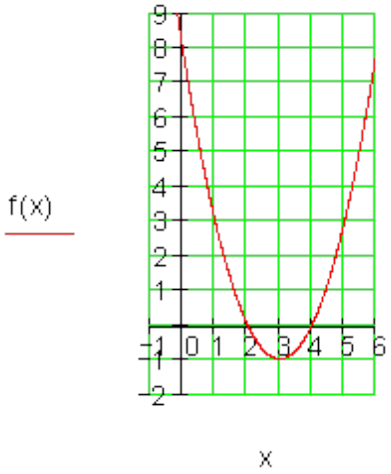
د ککری : $S(3|-1)$

صفرځایونه :

$P_{x_1}(2|0); P_{x_2}(4|0)$

د y– غوڅی یا تقاطع

$P_y(0|8)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

پ –

د $f(x) = -\frac{x^2}{2} - 2x - 1$

رأس بڼه:

$y = f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 1$

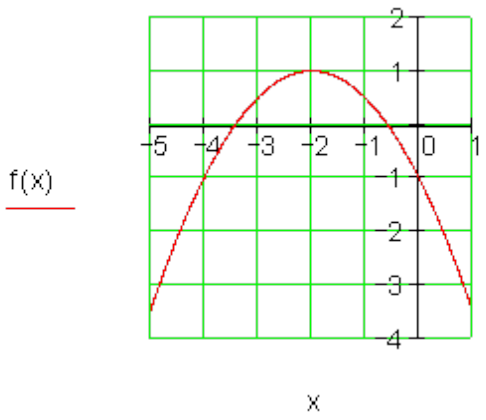
ککرئ : $S(-2\,|\,1)$

صفرځایونه :

$P_{x_1}\left(-2-\sqrt{2} \approx -3,41\,|\,0\right)$

$P_{x_2}\left(-2+\sqrt{2} \approx -0,59\,|\,0\right)$

د y– غوڅی : $P_y(0\,|\,-1)$



ت

د $f(x) = x^2 - 4x + 9$

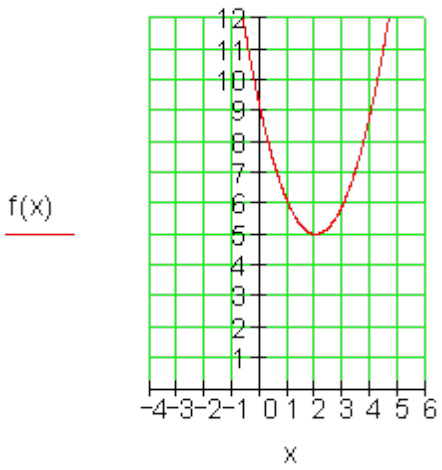
رأس –یا ککر ټکی بڼه

$y = f(x) = (x-2)^2 + 5$

ککرئ یا رآس: $S(2\,|\,5)$

صفرځایونه : شتون نه لري

د y– غوڅی : $P_y(0\,|\,9)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ-

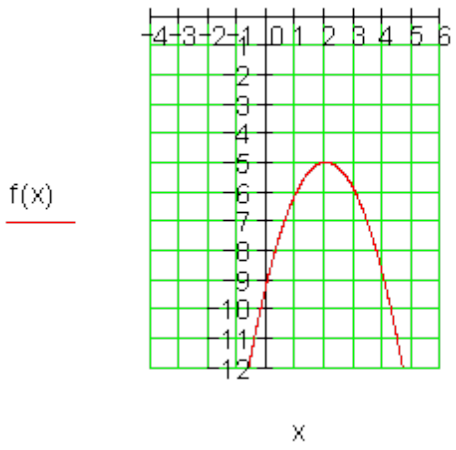
$f(x) = -x^2 + 4x - 9$

د رأس ـیا ککر ټکی بنه

$y = f(x) = -(x-2)^2 - 5$

صفرځایونه:نه شته

د y– غوڅی : $P_y(0|-9)$



ث –

$f(x) = 2x^2 - 2x + 2$

د رأس ـیا ککر ی بنه

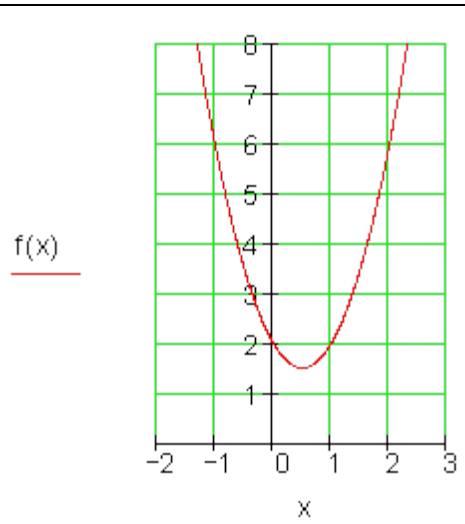
$y = f(x) = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{2}$

صفرځایونه

نه شته

د y– غوڅی یا تقاطع

$P_y(0|2)$



ج –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = x^2 + 6x + 4$

د رأس بنه

$y = f(x) = (x+3)^2 - 5$

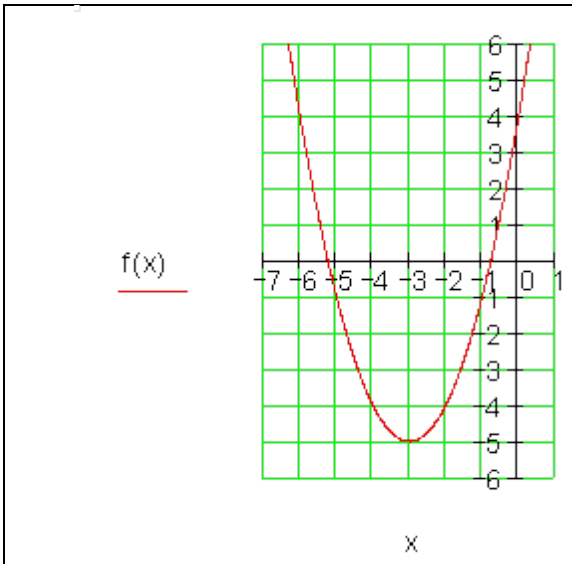
ککرئ : $S(-3\,|\,-5)$

صفرځایونه :

$P_{x_1}\left(-3-\sqrt{5} \approx -7,24\,|\,0\right)$

$P_{x_2}\left(-3+\sqrt{5} \approx -0,76\,|\,0\right)$

د y–تقاطع: $P_y(0\,|\,4)$



چ –

$f(x) = -3x^2 + 12x - 9$

د رأس –یا ککرئ بنه

$y = f(x) = -3(x-2)^2 + 3$

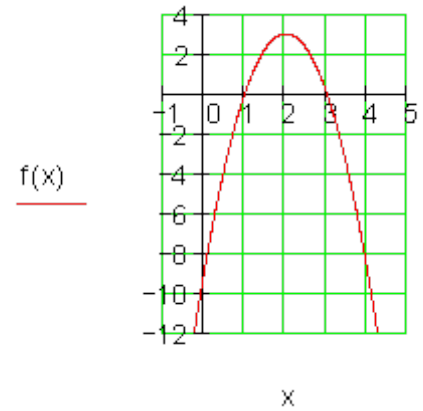
ککرئ : $S(2\,|\,3)$

صفرځایونه

$P_{x_1}(1\,|\,0); P_{x_2}(3\,|\,0)$

د y– غوځی یا تقاطع

$P_y(0\,|\,-9)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=-\frac{2}{3}x^2-\frac{4}{3}x-\frac{8}{3}$$

د رأس ـیا ککرئ بنه

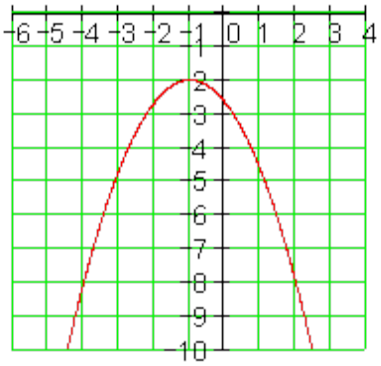
$$y=f(x)=-\frac{2}{3}(x+1)^2-2$$

ککرئ : $S(-1|-2)$

صفرځایونه :نه شته

د y– غوځی : $P_y\left(0\left|-\frac{8}{3}\right.\right)$

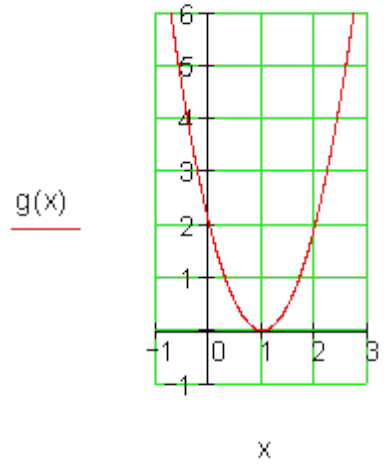
ح-



$$g(x)=2x^2-4x+2$$

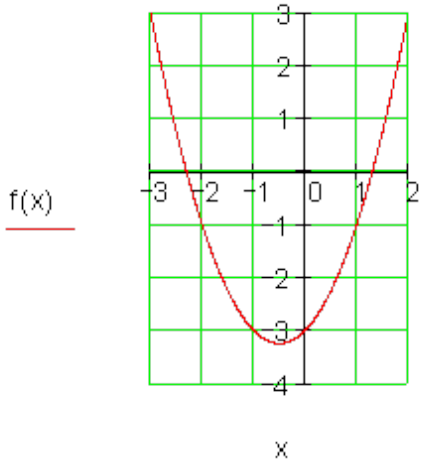
x	−1	0	1	2	3
g(x)	8	2	0	2	8

څلورم –



$$f(x)=x^2+x-3$$

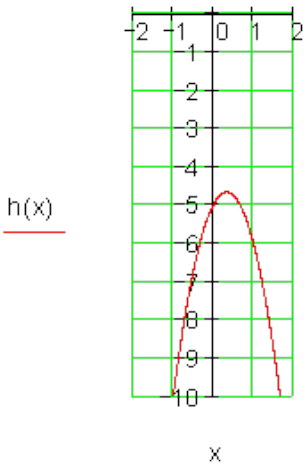
x	−3	−2	−1	0	1	2
f(x)	3	−1	−3	−3	−1	3



(c) ketabton.com: The Digital Library

$h(x) = -3x^2 + 2x - 5$

x	−1	−0,5	0
h(x)	−10	−6,75	−5
x	0,5	1	1,5
h(x)	−4,75	−6	−8,25



ګرافونه په برتله کونه کې

د f(x) او g(x) ګرافونه پورته لور ته واز دي.

د h(x) ګراف کښته لور ته واز دی.

د g(x) او h(x) ګراف خوار یا نری دی نسبت f(x). ته.

دا د بڼې فاکتور سره سر او کار لري.

د f(x)ګراف دوه صفرځایونه لري،

د g(x)ګرف ډبل صفرځای لري،

او د h(x) صفرځای نه لري.

پنځم -

نورمال پارابول: $f(x) = x^2$

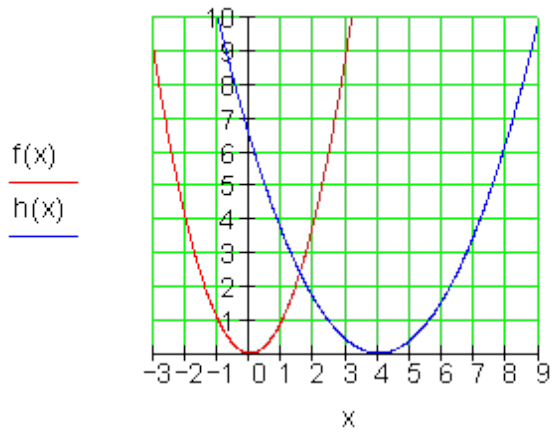
د بڼې ضریب 0,4 سره:

$g(x) = 0,4x^2$

راکښنه په څلور یوونه

یا واحدونوو بڼې لور ته

$h(x) = 0,4(x-4)^2$



(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم –

الف-

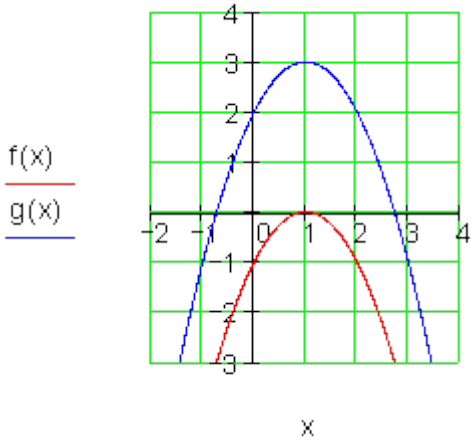
$f(x) = -(x-1)^2$

ایښوونه: $g(x) = f(x) + u$

$$g(x) = -(x-1)^2 + u$$
$$P(0\,|\,2) : g(0) = -(0-1)^2 + u = 2$$
$$\Rightarrow -(-1)^2 + u = 2 \Leftrightarrow u = 3$$
$$\Rightarrow g(x) = -(x-1)^2 + 3$$

ککړتکی S(1;0) په دې یوونو(واحدونو)

پورته لور ته راکښل کیږي.



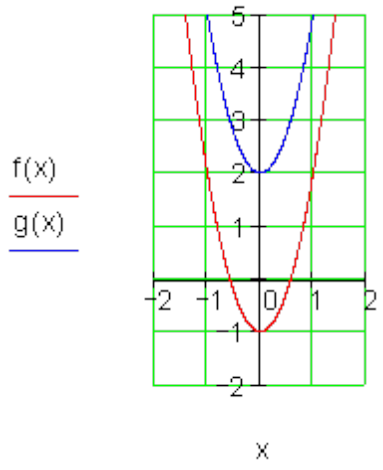
ب –

$f(x) = 3x^2 - 1$

ایښوونه: $g(x) = f(x) + u$

$$g(x) = 3x^2 - 1 + u$$
$$P(0\,|\,2) : g(0) = -1 + u = 2$$
$$\Rightarrow u = 2 + 1 = 3$$
$$\Rightarrow g(x) = 3x^2 - 1 + 3 = 3x^2 + 2$$

پارابول په دې واحدونو پورته لور ته راکښل کیږي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

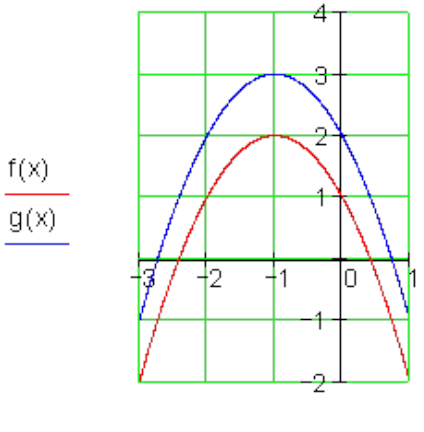
$f(x) = -x^2 - 2x + 1$

ایښوونه: $g(x) = f(x) + u$

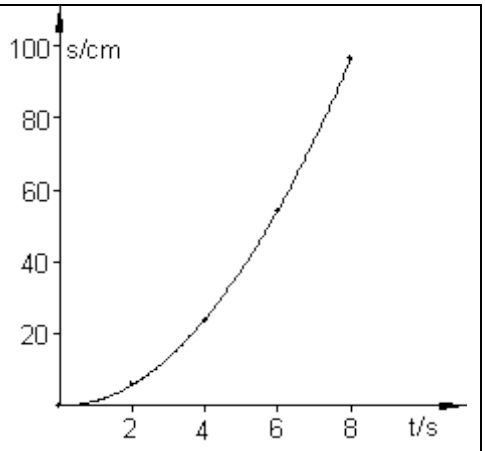
$$g(x) = -x^2 - 2x + 1 + u$$
$$P(0 \mid 2) : g(0) = 1 + u = 2$$
$$\Rightarrow u = 2 - 1 = 1$$
$$\Rightarrow g(x) = -x^2 - 2x + 1 + 1$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{g(x) = -x^2 - 2x + 2}}$$

پارابول په یو واحد پورته لور ته رکشأ کیږي.

پ –



اوم –



ایښوونه: $f(x) = a_2 x^2$

$$P(2 \mid 6) : f(2) = a_2 \cdot 4 = 6 \Rightarrow a_2 = \frac{3}{2}$$

$$f(x) = \frac{3}{2} x^2$$

نیونه:

څکی ازمایښت:

$$P(4 \mid 24) : f(4) = \frac{3}{2} \cdot 16 = 24\ (w)$$
$$P(6 \mid 54) : f(6) = \frac{3}{2} \cdot 36 = 54\ (w)$$
$$P(8 \mid 96) : f(8) = \frac{3}{2} \cdot 64 = 96\ (w)$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{3}{2} x^2}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

بنسټونه مربع توابع II

لومړی - د لاندې پارابولونو د تابع مساوات ورکړئ:

الف- $f(x)=x^2-4x+2$ ب – $f(x)=x^2+4x+2$

پ – $f(x)=-x^2-4x+3$ ت- $f(x)=-x^2+8x-9$

ټ- $f(x)=\frac{1}{2}x^2-4x+5$ ث – $f(x)=-\frac{1}{2}x^2-2x+6$

ج – $f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-2$ چ – $f(x)=-\frac{2}{3}x^2+\frac{3}{4}x+6$

ح- $f(x)=\frac{3}{4}x^2+\frac{1}{4}x-7$ خ - $f(x)=\frac{4}{5}x^2+\frac{3}{4}x-\frac{7}{2}$

(۱) د ککړئ ټکي بڼه او ککړئ ټکي وټاکئ.

(۲) د محورونو غوڅټکي وشمیرئ.

(۳) پل په پل تشریح کړئ، چې f(x) د نورمال پارابول حخه څنګه منځ ته راځي او دا څنګه واز دی.

(۴) په یوه مناسب پروتولاړسیستم کې د f(x) ګراف وکاږئ
دویم – سړی کړی شي د نورمال پارابول څخه هر په خوښه پارابول د د غوڅټکي د راکښنې له لارې او د پرسپدنې یا غزونې له لارې منځ ته اوړي. که دا کښته لور ته واز وي، نو دا دx محور باندې هنداره کیږي یا منعکس کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوه پارابول په هكله لاندې ټكي پيژنو:

بڼه ضريب	د x په لور راكښنه يا ځای بدلون	د y په لور راكښنه يا ځای بدلون
$a_2 = 1$	په 2 واحدونو ښي لورته	۱- په 2 واحدونو كښنه لور ته
$a_2 = -1$	په 2 واحدونو ښي لورته	۲ - په 4 واحدونو پورته لور ته
$a_2 = \frac{1}{2}$	په 2 واحدونو كيڼ لورته	۳ - په 4 واحدونو كښته لور ته
$a_2 = -2$	په 1 واحد ښي لورته	۴ – په 5 واحدونو پورته لور ته
$a_2 = -\frac{1}{4}$	په 4 واحدونو كيڼ لورته	۵ - په 3 واحدونو پورته لور ته
$a_2 = \frac{3}{2}$	په 2,5 واحدونو ښي لورته	۶ - په 6 واحدونو كښنه لور ته
$a_2 = -\frac{3}{4}$	په 3 واحدونو كيڼ لورته	۷ - په 3 واحدونو پورته لور ته
$a_2 = 2$	په 3,5 واحدونو ښي لورته	۸ - په 4,5 واحدونو كښنه لور ته
$a_2 = \frac{1}{3}$	په 2 واحدونو يا يوونونو ښي لورته	۹ - ه 3 واحدونو يا يوونونو كښنه لور ته
$a_2 = -\frac{2}{3}$	په 4 واحدونو ښي لورته	۱۰ - په3 واحدونو پورته لور ته

(۱) د ککرئ ټكي بڼه او ککرئ ټكي وټاکئ.

(۲) د محورونو غوڅټكي وشميرئ.

(۳) د تابع مساوات په پولينوم بڼه $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ ؟ څنګه دي؟

(۴) په يو مناسب كواوردينات سيسم كې د f(x) ګراف وكاږئ.

حلونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

بنسټونه مربع توابع II

نتيجې او مفصل حلونه

NP : نورمال پارابول

∩: کښته لور ته واز ∪: پورته لور ته واز

-> n په n واحدونو بنې لورته راکښلی --> n په n یونونو کين لور ته راکښل

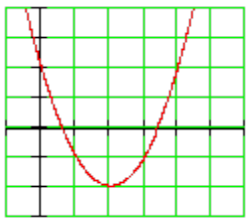
$n\uparrow$ په n یوونونو پورته لور ته رکښل شوی

$n\downarrow$ په n یوونونو کښته لور ته راکښل شوی.

نتيجې

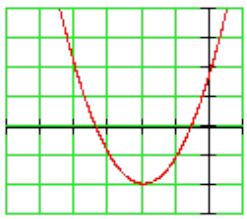
لومړی –

الف-

۱ ـ $f(x)=(x-2)^2-2;\ S(2\mid -2)$ $P_y(0\mid 2)$ $P_{x1}\left(2+\sqrt{2}\approx 3,414\mid 0\right)$ ۲ ـ $P_{x2}\left(2-\sqrt{2}\approx 0,586\mid 0\right)$ ۳ ـ NP: ∪: $2\rightarrow;\ 2\downarrow$	۴ 

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – ۴



۱ - $f(x)=(x+2)^2-2\,;\,S(-2\,|\,-2)$

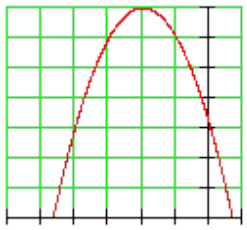
$P_y(0\,|\,2)$

۲ _ $P_{x1}\left(-2+\sqrt{2}\approx -0,586\,|\,0\right)$

$P_{x2}\left(-2-\sqrt{2}\approx -3,414\,|\,0\right)$

۳ _ NP: $\cup$: $2\leftarrow$; $2\downarrow$

پ –۴



۱ - $f(x)=-(x+2)^2+7\,;\,S(-2\,|\,7)$

$P_y(0\,|\,3)$

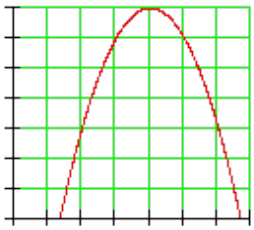
۲ _ $P_{x1}\left(-2+\sqrt{7}\approx 0,646\,|\,0\right)$

$P_{x2}\left(-2-\sqrt{7}\approx -4,646\,|\,0\right)$

۳ _ NP: $\cap$: $2\leftarrow$; $7\uparrow$

ت

۴



۱ - $f(x)=-(x-4)^2+7\,;\,S(4\,|\,7)$

$P_y(0\,|\,-9)$

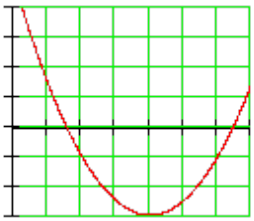
۲ _ $P_{x1}\left(4+\sqrt{7}\approx 6,646\,|\,0\right)$

$P_{x2}\left(4-\sqrt{7}\approx 1,354\,|\,0\right)$

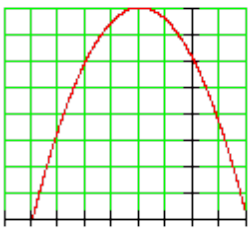
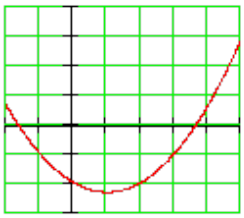
۳ _ NP: $\cap$: $4\rightarrow$; $7\uparrow$

ټ- په لاندې کې:Gestaucht mit کیکاږل شوی د ... سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱ـ $f(x)=\frac{1}{2}(x-4)^2-3;\ S(4\mid -3)$ $P_y(0\mid 5)$ ۲ـ $P_{x1}\left(4+\sqrt{6}\approx 6,449\mid 0\right)$ $P_{x2}\left(4-\sqrt{6}\approx 1,551\mid 0\right)$ ۳ـ NP gestaucht mit $\frac{1}{2}$: $\cup: 4\rightarrow; 3\downarrow$	 ۴

ث – په لاندې کې:Gestaucht mit کیکاږل شوی د ... سره.

۱ـ $f(x)=-\frac{1}{2}(x+2)^2+8;\ S(-2\mid 8)$ $P_y(0\mid 6)$ ۲ـ $P_{x1}(2\mid 0): P_{x2}(-6\mid 0)$ ۳ـ NP gestaucht mit $\frac{1}{2}$: $\cap: 2\leftarrow; 8\uparrow$	 ۳
۱ـ $f(x)=\frac{1}{3}(x-1)^2-\frac{7}{3};\ S\left(1\middle\mid -\frac{7}{3}\right)$ $P_y(0\mid -2)$ ۲ـ $P_{x1}\left(1+\sqrt{7}\approx 3,646\mid 0\right)$ $P_{x2}\left(1-\sqrt{7}\approx -1,646\mid 0\right)$ ۳ـ NP gestaucht mit $\frac{1}{3}$: $\cup: 1\rightarrow; \frac{7}{3}\downarrow$	ج – ۴ 

(c) ketabton.com: The Digital Library

چ –

۱ – $f(x)=-\frac{2}{3}\left(x-\frac{9}{16}\right)^2+\frac{795}{128}\,;\,S\left(\frac{9}{16}\,\middle|\,\frac{795}{128}\right)$

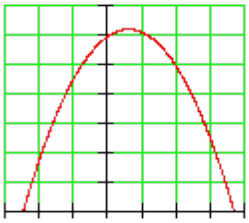
$P_y(0\,|\,6)$

$P_{x1}\left(\frac{9}{16}+\sqrt{\frac{2385}{256}}\,\middle|\,0\right)$

$P_{x2}\left(\frac{9}{16}-\sqrt{\frac{2385}{256}}\,\middle|\,0\right)$ ۲ –

۳ – NP gestaucht mit $\frac{2}{3}$: $\cap$: $\frac{9}{16}\rightarrow$; $\frac{795}{128}\uparrow$

۴



ح-

۱ – $f(x)=\frac{3}{4}\left(x+\frac{1}{6}\right)^2-\frac{337}{48}\,;\,S\left(-\frac{1}{6}\,\middle|\,-\frac{337}{48}\right)$

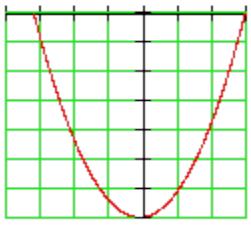
۲ –

$P_y(0\,|\,-7)$

$P_{x1}\left(-\frac{1}{6}+\sqrt{\frac{337}{36}}\,\middle|\,0\right)\,;\,P_{x2}\left(-\frac{1}{6}-\sqrt{\frac{337}{36}}\,\middle|\,0\right)$

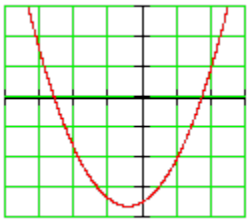
۳ – NP gestaucht mit $\frac{3}{4}$: $\cup$: $\frac{1}{6}\leftarrow$; $\frac{337}{48}\downarrow$

۴



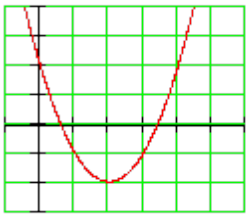
(c) ketabton.com: The Digital Library

خ-

۱ـ $f(x)=\frac{4}{5}\left(x+\frac{15}{32}\right)^2-\frac{941}{256}; S\left(-\frac{15}{32}\middle\vert -\frac{941}{256}\right)$ $P_y\left(0\middle\vert -\frac{7}{2}\right)$ $P_{x1}\left(-\frac{15}{32}+\sqrt{\frac{4705}{1024}}\middle\vert 0\right)$ $P_{x2}\left(-\frac{15}{32}-\sqrt{\frac{4705}{1024}}\middle\vert 0\right)$ ـ ۲ NP gestaucht mit $\frac{4}{5}$: $U:\frac{15}{32}\leftarrow;\frac{941}{256}\downarrow$ ـ ۳	۴ 

دویم ـ

الف ـ

۱ـ $S(2\mid -2)\Rightarrow f(x)=(x-2)^2-2$ $P_y(0\mid -2)$ $P_{x1}\left(2+\sqrt{2}\approx 3{,}414\mid 0\right)$ $P_{x2}\left(2-\sqrt{2}\approx 0{,}586\mid 0\right)$ ـ ۲ $f(x)=x^2-4x+2$ ـ ۳	

ب ـ

(c) ketabton.com: The Digital Library

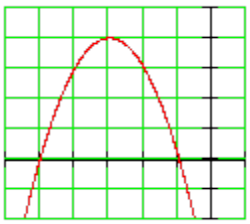
---

۱ - $S(-3 \mid 4) \Rightarrow f(x) = -(x+3)^2 + 4$

$P_y(0 \mid -5)$

۲ _ $P_{x1}(-1 \mid 0); P_{x2}(-5 \mid 0)$

۳ _ $f(x) = -x^2 - 6x - 5$



پ _

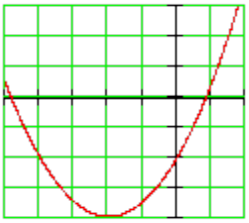
۱ - $S(-2 \mid -4) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 4$

$P_y(0 \mid -2)$

۲ _ $P_{x1}\left(-2+\sqrt{8} \approx 0,828 \mid 0\right)$

$P_{x2}\left(-2-\sqrt{8} \approx -4,828 \mid 0\right)$

۳ _ $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$



ت-

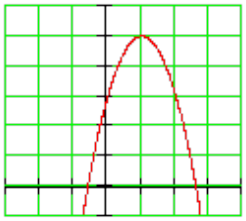
۱ - $S(1 \mid 5) \Rightarrow f(x) = -2(x-1)^2 + 5$

$P_y(0 \mid 3)$

۲ _ $P_{x1}\left(1+\sqrt{2,5} \approx 2,581 \mid 0\right)$

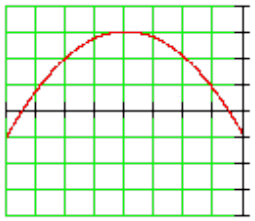
$P_{x2}\left(1-\sqrt{2,5} \approx -0,581 \mid 0\right)$

۳ _ $f(x) = -2x^2 + 4x + 3$



ت-

(c) ketabton.com: The Digital Library



۱ - $S(-4 \mid 3) \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{4}(x+4)^2 + 3$

$P_y(0 \mid -1)$

$P_{x1}\left(-4+\sqrt{12} \approx -0,536 \mid 0\right)$

۲ _ $P_{x2}\left(-4-\sqrt{12} \approx -7,464 \mid 0\right)$

۳ _ $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 - 2x - 1$

ث _

۱ - $S\left(\frac{5}{2} \mid -6\right) \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}\left(x-\frac{5}{2}\right)^2 - 6$

$P_y\left(0 \mid \frac{27}{8} = 3,375\right)$

۲ _ $P_{x1}\left(\frac{9}{2} \mid 0\right); P_{x2}\left(\frac{1}{2} \mid 0\right)$

۳ _ $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{15}{2}x + \frac{27}{8}$

ج _

۱ - $S(-3 \mid 3) \Rightarrow f(x) = -\frac{3}{4}(x+3)^2 + 3$

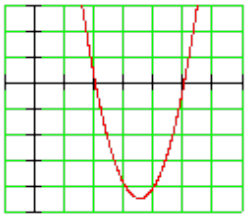
$P_y\left(0 \mid -\frac{15}{4} = 3,75\right)$

۳ ۲ _ $P_{x1}(-1 \mid 0); P_{x2}(-5 \mid 0)$

_ $f(x) = -\frac{3}{4}x^2 - \frac{9}{2}x - \frac{15}{4}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

چ –



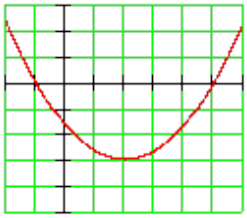
۱ - $S\left(\frac{7}{2} \mid -\frac{9}{2}\right) \Rightarrow f(x) = 2\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{2}$

$P_y(0 \mid 20)$

۲ – $P_{x1}(5 \mid 0); P_{x2}(2 \mid 0)$

۳ – $f(x) = 2x^2 - 14x + 20$

ح -



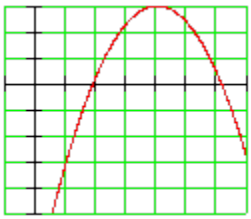
۱ - $S(2 \mid -3) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}(x-2)^2 - 3$

$P_y\left(0 \mid -\frac{5}{3} \approx -1,667\right)$

۲ - $P_{x1}(5 \mid 0); P_{x2}(-1 \mid 0)$

۳ - $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{5}{3}$

خ -



۱ - $S(4 \mid 3) \Rightarrow f(x) = -\frac{2}{3}(x-4)^2 + 3$

$P_y\left(0 \mid -\frac{23}{3} \approx -7,667\right)$

$P_{x1}\left(4 + \sqrt{4,5} \approx 6,121 \mid 0\right)$

۲ - $P_{x2}\left(4 - \sqrt{4,5} \approx 1,879 \mid 0\right)$

۳ - $f(x) = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{16}{3}x - \frac{23}{3}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل حلونه

لومړی-الف1a

(1) د ککړۍ ټکی

ککړۍ ټکي شمیرنه د مربع تکمیلوني له لارې

$$f(x)=x^2-4x+2 \Leftrightarrow f(x)=x^2-4x+2^2-2^2+2$$
$$\Leftrightarrow f(x)=(x-2)^2-2^2+2 \Leftrightarrow f(x)=(x-2)^2-4+2$$
$$\Leftrightarrow f(x)=(x-2)^2-2 \text{ Scheitelpunkt: } S(2\mid -2)$$

(2) د $f(x)=x^2-4x+2$ همداسې د $f(x)=(x-2)^2-2$ محورغوڅتکی

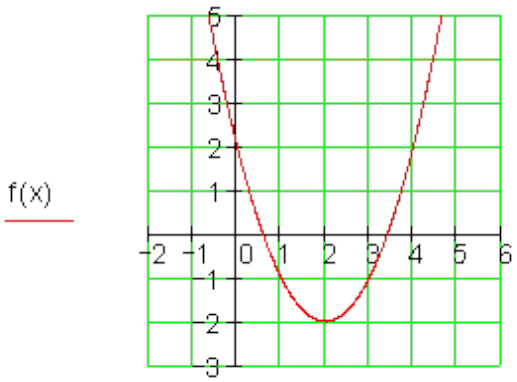
د لاندې پښتو له کیږ کښته څخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوڅتکی، صفرځایونه ، حالت

Schnittpunkt mit der y – Achse:
$y_s=f(0)=2 \Rightarrow P_y(0\mid 2)$
Nullstellen:
$f(x)=0 \Leftrightarrow (x-2)^2-2=0 \mid +2$
$\Leftrightarrow (x-2)^2=2 \mid \sqrt{\ }$
$\Leftrightarrow |x-2|=\sqrt{2}$

falls $x-2>0 \Rightarrow x-2=\sqrt{2} \mid +2$
$\Leftrightarrow x=x_1=2+\sqrt{2}$
falls $x-2<0 \Rightarrow -(x-2)=\sqrt{2} \mid \cdot(-1)$
$\Leftrightarrow x-2=-\sqrt{2} \mid +2$
$\Leftrightarrow x=x_2=2-\sqrt{2}$
$P_{x1}\left(2+\sqrt{2}\approx 3{,}414 \mid 0\right)$
$P_{x2}\left(2-\sqrt{2}\approx 0{,}586 \mid 0\right)$

(3) د نورمال پارابول غوڅتکی په دوه واحدونو ښي لور ته او په دوه واحدونو کښته لور ته کښول کیږي. پارابول پورته لور ته واز دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



(4)

1b الف-

(1) د ککرۍ ټکي شمیرنه د مربع تکمیلوني له لارې

$$f(x)=x^2+4x+2 \Leftrightarrow f(x)=x^2+4x+2^2-2^2+2$$

$$\Leftrightarrow f(x)=(x+2)^2-2 \quad \Leftrightarrow f(x)=(x+2)^2-2^2+2 \Leftrightarrow f(x)=(x+2)^2-4+2$$

ککرۍ ټکی $S(-2\mid -2)$

(2) د $f(x)=x^2+4x+2$ او $f(x)=(x+2)^2-2$ همداسي د محورغوځټکي

د لاندې پښتو له کين کښته ښي کښته لور ته: د ... سره غوځټکی، صفرځایونه ، حالت

Schnittpunkt mot der y – Achse :

$y_s=f(0)=2 \Rightarrow P_y(0\mid 2)$

Nullstellen:

$f(x)=0 \Leftrightarrow (x+2)^2-2=0 \mid +2$

$\Leftrightarrow (x+2)^2=2 \mid \sqrt{\ }$

falls $x+2>0 \Rightarrow x+2=\sqrt{2} \mid -2$

$\Leftrightarrow x=x_1=-2+\sqrt{2}$

falls $x+2<0 \Rightarrow -(x+2)=\sqrt{2} \mid \cdot(-1)$

$\Leftrightarrow x+2=-\sqrt{2} \mid -2$

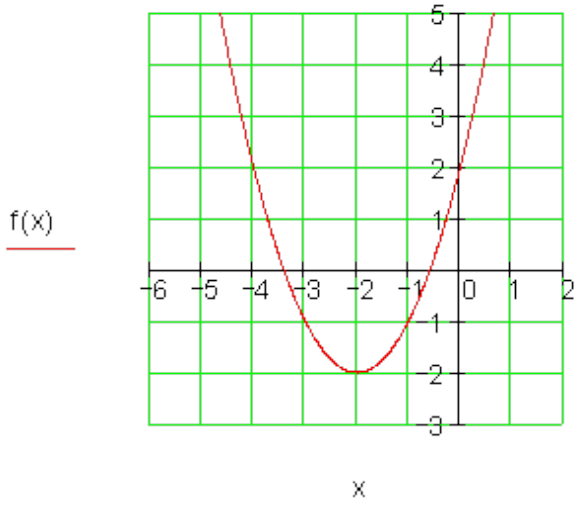
$\Leftrightarrow x=x_2=-2-\sqrt{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Leftrightarrow |x+2| = \sqrt{2}$ | $P_{x1}\left(-2+\sqrt{2} \approx -0{,}586 \mid 0\right)$ $P_{x2}\left(-2-\sqrt{2} \approx -3{,}414 \mid 0\right)$

(3) د نورمال پارابول غوڅتکی په دوه واحدونوکين لور ته او په دوه واحدونو کښته لور ته کښول کيږي. پارابول پورته لور ته واز دی

(۴)



1c (Scheitelpunkt =ککرۍ ټکی)

(1)د ککرۍ ټکي شمېرنه د مربع تکميلوني له لارې

$f(x) = -x^2 - 4x + 3$

$\Leftrightarrow f(x) = -1 \cdot \left[x^2 + 4x - 3\right] \Leftrightarrow f(x) = -1 \cdot \left[x^2 + 4x + 2^2 - 2^2 - 3\right]$

$\Leftrightarrow f(x) = -1 \cdot \left[(x+2)^2 - 4 - 3\right] \Leftrightarrow f(x) = -1 \cdot \left[(x+2)^2 - 7\right]$

$\Leftrightarrow f(x) = -(x+2)^2 + 7$ Scheitelpunkt: $S(-2 \mid 7)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(2) د $f(x) = -x^2 - 4x + 3$ همداسي $f(x) = -(x+2)^2 + 7$ محور غوڅتکی

د لاندې پښتو له کيڼ کښته ځخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوڅتکی، صفرځايونه ، حالت

Schnittpunkt mit der y – Achse:

$y_s = f(0) = 3 \Rightarrow P_y(0 \mid 3)$

Nullstellen:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow -(x+2)^2 + 7 = 0 \mid -7$

$\Leftrightarrow -(x+2)^2 = -7 \mid \cdot(-1)$

$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 7 \mid \sqrt{\ }$

$\Leftrightarrow |x+2| = \sqrt{7}$

falls $x+2 > 0 \Rightarrow x+2 = \sqrt{7} \mid -2$

$\Leftrightarrow x = x_1 = -2 + \sqrt{7}$

falls $x+2 < 0 \Rightarrow -(x+2) = \sqrt{7} \mid \cdot(-1)$

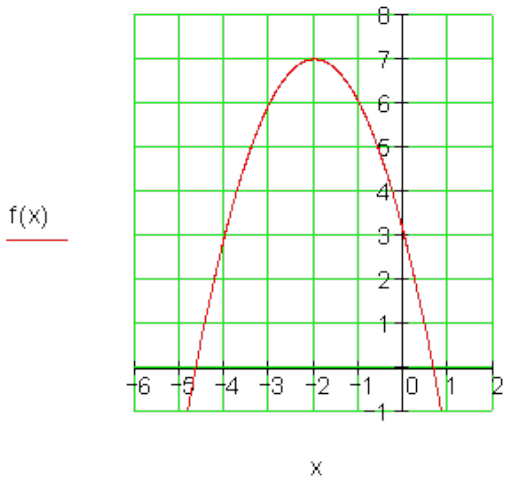
$\Leftrightarrow x+2 = -\sqrt{7} \mid -2$

$\Leftrightarrow x = x_2 = -2 - \sqrt{7}$

$P_{x1}(-2+\sqrt{7} \approx 0{,}646 \mid 0)$

$P_{x2}(-2-\sqrt{7} \approx -4{,}646 \mid 0)$

(3)د نورمال پارابول غوڅتکی په دوه واحدونو کيڼ لور ته او په 7 واحدونو پورته لور ته کښول کيږي. پارابول د منفي مخنخښي له امله په a_2 د x په محور هنداره کيږي او له دې امله کښته لور ته واز دی.



(۴)

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی ت - د ککرټکي شمېرنه د مربع تکميلوني له لارې

(1)

$$f(x) = -x^2 + 8x - 9$$
$$\Leftrightarrow f(x) = -1 \cdot \left[x^2 - 8x + 9\right] \Leftrightarrow f(x) = -1 \cdot \left[x^2 - 8x + 4^2 - 4^2 + 9\right]$$
$$\Leftrightarrow f(x) = -1 \cdot \left[(x-4)^2 - 16 + 9\right] \Leftrightarrow f(x) = -1 \cdot \left[(x-4)^2 - 7\right]$$
$$\Leftrightarrow f(x) = -(x-4)^2 + 7 \text{ Scheitelpunkt: } S(4 \mid +7)$$

پورته المانې= ککړ ټکی

(2) د $f(x) = -x^2 + 8x - 9$ همداسې $f(x) = -(x-4)^2 + 7$. محور غوڅ ټکي

د لاندې پښتو له کين کښته څخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوڅټکی، صفرځايونه ، حالت

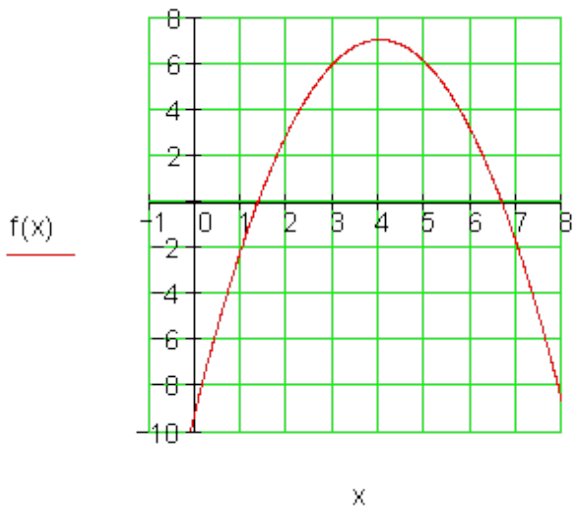
Schnittpunkt mit der y – Achse :
$y_s = f(0) = -9 \Rightarrow P_y(0 \mid -9)$
Nullstellen:
$f(x) = 0 \Leftrightarrow -(x-4)^2 + 7 = 0 \mid -7$
$\Leftrightarrow -(x-4)^2 = -7 \mid \cdot(-1)$
$\Leftrightarrow (x-4)^2 = 7 \mid \sqrt{\ }$
$\Leftrightarrow |x-4| = \sqrt{7}$

falls $x - 4 > 0 \Rightarrow x - 4 = \sqrt{7} \mid +4$
$\Leftrightarrow x = x_1 = 4 + \sqrt{7}$
falls $x - 4 < 0 \Rightarrow -(x-4) = \sqrt{7} \mid \cdot(-1)$
$\Leftrightarrow x - 4 = -\sqrt{7} \mid +4$
$\Leftrightarrow x = x_2 = 4 - \sqrt{7}$
$P_{x1}\left(4 + \sqrt{7} \approx 6,646 \mid 0\right)$
$P_{x2}\left(4 - \sqrt{7} \approx 1,354 \mid 0\right)$

(3) د نورمال پارابول غوڅټکی په 4واحدونو ښي لور ته او په7 واحدونو پورته لور ته کښول کيږي. پارابول د a_2 د کميزې مخنځنۍ له املې د x په محور هنداره کيږي او له دې املې پارابول کښته لور ته واز دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(۴)



:1e

)۱(د ککرۍټکي شمېرنه د مربع تکميلوني له لارې

$$f(x)=\frac{1}{2}x^2-4x+5$$
$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{2}\cdot\left[x^2-8x+10\right]\Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{2}\cdot\left[x^2-8x+4^2-4^2+10\right]$$
$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{2}\cdot\left[(x-4)^2-16+10\right]\Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{2}\cdot\left[(x-4)^2-6\right]$$

له دې لاس ته راځي او برعکس $f(x)=(1/2)(x-4)^2-3$ ککرۍ ټکی $S(4;-3)$

)۲(د $f(x)=\frac{1}{2}x^2-4x+5$ همداسې $f(x)=\frac{1}{2}(x-4)^2-3$ محور تقاطع ټکي

د لاندې پښتو له کيڼ کښته څخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوڅټکی، صفرځايونه ، حالت

(c) ketabton.com: The Digital Library

Schnittpunkt mit der y – Achse:

$y_s = f(0) = 5 \Rightarrow P_y(0 \mid 5)$

Nullstellen:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}(x-4)^2 - 3 = 0 \mid +3$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(x-4)^2 = 3 \mid \cdot 2$

$\Leftrightarrow (x-4)^2 = 6 \mid \sqrt{\ }$

$\Leftrightarrow |x-4| = \sqrt{6}$

falls $x-4 > 0 \Rightarrow x-4 = \sqrt{6} \mid +4$

$\Leftrightarrow x = x_1 = 4+\sqrt{6}$

falls $x-4 < 0 \Rightarrow -(x-4) = \sqrt{6} \mid \cdot(-1)$

$\Leftrightarrow x-4 = -\sqrt{6} \mid +4$

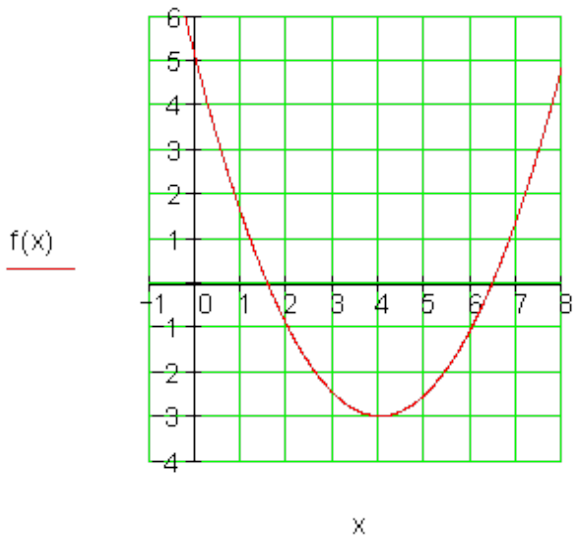
$\Leftrightarrow x = x_2 = 4-\sqrt{6}$

$P_{x1}\left(4+\sqrt{6} \approx 6,449 \mid 0\right)$

$P_{x2}\left(4-\sqrt{6} \approx 1,551 \mid 0\right)$

)۳(د نورمال پارابول غوڅتکی په4 واحدونو ښي لور ته او په درې واحدونو کښته لور ته کښول کيږي. پارابول د ضريب ½ سره پرسيږي. پارابول پورته لور ته واز دی.

)۴(



:1f

(c) ketabton.com: The Digital Library

(۱) د ککرټکي شمېرنه د مربع تکميلوني له لارې

$$f(x)=-\frac{1}{2}x^2-2x+6$$

$$\Leftrightarrow f(x)=-\frac{1}{2}\cdot\left[x^2+4x-12\right]\Leftrightarrow f(x)=-\frac{1}{2}\cdot\left[x^2+4x+2^2-2^2-12\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x)=-\frac{1}{2}\cdot\left[(x+2)^2-4-12\right]\Leftrightarrow f(x)=-\frac{1}{2}\cdot\left[(x+2)^2-16\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x)=-\frac{1}{2}(x+2)^2+8$$

رأس - يا ککرۍ ټکی S(-2;8)

)۲ (د $f(x)=-\frac{1}{2}x^2-2x+6$ | همداسي $f(x)=-\frac{1}{2}(x+2)^2+8$ محور تقاطع ټکي

د لاندې پښتو له کين کښته څخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوڅټکی، صفرځايونه ، حالت

Schnittpunkt mit der y – Achse:

$y_s=f(0)=6\Rightarrow P_y(0\mid 6)$

Nullstellen:

$f(x)=0\Leftrightarrow -\frac{1}{2}(x+2)^2+8=0\mid -8$

$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}(x+2)^2=-8\mid\cdot(-2)$

$\Leftrightarrow (x+2)^2=16\mid\sqrt{\ }$

$\Leftrightarrow |x+2|=\sqrt{16}$

falls $x+2>0\Rightarrow x+2=4\mid -2$

$\Leftrightarrow x=x_1=2$

falls $x+2<0\Rightarrow -(x+2)=4\mid\cdot(-1)$

$\Leftrightarrow x+2=-4\mid -2$

$\Leftrightarrow x=x_2=-6$

$P_{x1}(2\mid 0)$

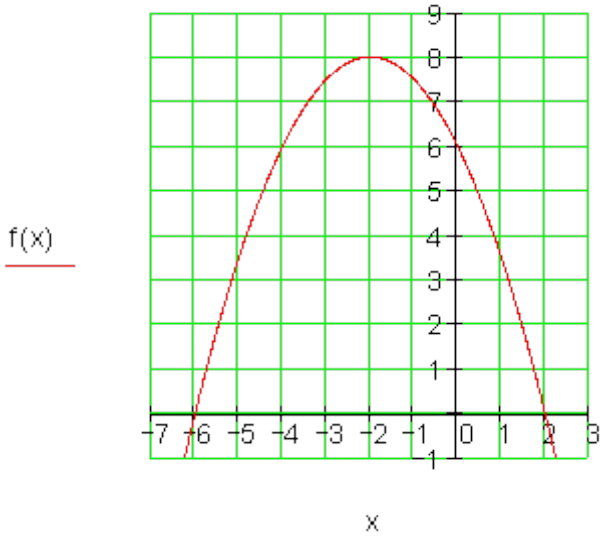
und

$P_{x2}(-6\mid 0)$

) ۳ (د نورمال پارابول غوڅټکی په 2 واحدونو کين لور ته او په 8 واحدونو پورته لور ته کښول کيږي. پارابول په ½ضريبونو پرسول کيږي او دx په محور هنداره کيږي،پارابول کښته لور ته واز دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

) ۴ (



:1g

) ۱ (د ککرۍ ټکي شمیرنه د مربع تکمیلوني له لارې.

$$f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-2 \Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{3}\cdot\left[x^2-2x-6\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{3}\cdot\left[x^2-2x+1^2-1^2-6\right] \Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{3}\cdot\left[(x-1)^2-1-6\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{3}\cdot\left[(x-1)^2-7\right] \Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{3}(x-1)^2-\frac{7}{3}$$

ککرۍ ټکی: $S\left(1\left|-\frac{7}{3}\right.\right)$:

) ۲ (د $f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-2$ همداسې $f(x)=\frac{1}{3}(x-1)^2-\frac{7}{3}$ محور غوځ ټکي

د لاندې پښتو له کیې کښته څخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوځټکی، صفرځایونه ، حالت

(c) ketabton.com: The Digital Library

Schnittpunkt mit der y – Achse:

$y_s = f(0) = -2 \Rightarrow P_y(0 \mid -2)$

Nullstellen:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}(x-1)^2 - \frac{7}{3} = 0 \mid +\frac{7}{3}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{3}(x-1)^2 = \frac{7}{3} \mid \cdot 3$

$\Leftrightarrow (x-1)^2 = 7 \mid \sqrt{\ }$

$\Leftrightarrow |x-1| = \sqrt{7}$

falls $x-1>0 \Rightarrow x-1 = \sqrt{7} \mid +1$

$\Leftrightarrow x = x_1 = 1+\sqrt{7}$

falls $x-1<0 \Rightarrow -(x-1) = \sqrt{7} \mid \cdot(-1)$

$\Leftrightarrow x-1 = -\sqrt{7} \mid +1$

$\Leftrightarrow x = x_2 = 1-\sqrt{7}$

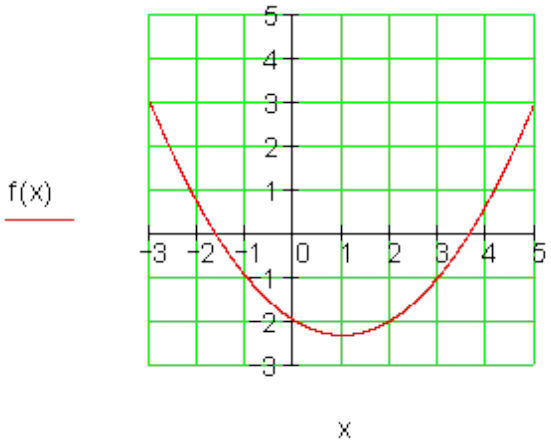
$P_{x1}\left(1+\sqrt{7} \approx 3{,}646 \mid 0\right)$

$P_{x2}\left(1-\sqrt{7} \approx 1{,}646 \mid 0\right)$

) ۳ (د نورمال پارابول غوټکی په 1 واحدونو بنې لور ته او په 7/3 واحدونو کښته لور ته کښول کيږي.

پارابول په 1/3ضريبونو پرسول کيږي . پارابول پورته لور ته واز دی.

) ۴ (



:1h

(c) ketabton.com: The Digital Library

(۱) د ککرۍ ټکي شمیرنه د مربع تکمیلوني له لارې

$$f(x)=-\frac{2}{3}x^2+\frac{3}{4}x+6$$

$$\Leftrightarrow f(x)=-\frac{2}{3}\cdot\left[x^2-\frac{9}{8}x-9\right]\Leftrightarrow f(x)=-\frac{2}{3}\cdot\left[x^2-\frac{9}{8}x+\left(\frac{9}{16}\right)^2-\left(\frac{9}{16}\right)^2-9\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x)=-\frac{2}{3}\cdot\left[\left(x-\frac{9}{16}\right)^2-\frac{81}{256}-\frac{2304}{256}\right]\Leftrightarrow f(x)=-\frac{2}{3}\cdot\left[\left(x-\frac{9}{16}\right)^2-\frac{2385}{256}\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x)=-\frac{2}{3}\left(x-\frac{9}{16}\right)^2+\frac{795}{128}\Rightarrow S\left(\frac{9}{16}\approx 0{,}56\;\middle|\;\frac{795}{128}\approx 6{,}21\right)$$

(۲) د $f(x)=-\frac{2}{3}x^2+\frac{3}{4}x+6$ همداسي $f(x)=-\frac{2}{3}\left(x-\frac{9}{16}\right)^2+\frac{795}{128}$ محور غوځ ټکي

د لاندې پښتو له کیې کښته څخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوځټکی، صفرځایونه ، حالت

Schnittpunkt mit der y – Achse :

$y_s=f(0)=6\Rightarrow P_y(0\mid 6)$

Nullstellen:

$f(x)=0$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}\left(x-\frac{9}{16}\right)^2+\frac{795}{128}=0\;|-\frac{795}{128}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}\left(x-\frac{9}{16}\right)^2=-\frac{795}{128}\;|\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \left(x-\frac{9}{16}\right)^2=\frac{2385}{256}\;|\sqrt{\ }$$

$$\Leftrightarrow \left|x-\frac{9}{16}\right|=\sqrt{\frac{2385}{256}}$$

falls $x-\frac{9}{16}>0\Rightarrow x-\frac{9}{16}=\sqrt{\frac{2385}{256}}\;|+\frac{9}{16}$

$$\Leftrightarrow x=x_1=\frac{9}{16}+\sqrt{\frac{2385}{256}}$$

falls $x-\frac{9}{16}<0\Rightarrow -\left(x-\frac{9}{16}\right)=\sqrt{\frac{2385}{256}}\;|\cdot(-1)$

$$\Leftrightarrow x-\frac{9}{16}=-\sqrt{\frac{2385}{256}}\;|+\frac{9}{16}$$

$$\Leftrightarrow x=x_2=\frac{9}{16}-\sqrt{\frac{2385}{256}}$$

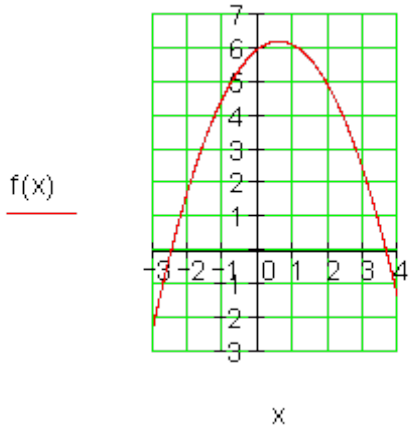
$$P_{x1}\left(\frac{9}{16}+\sqrt{\frac{2385}{256}}\approx 3{,}615\;\middle|\;0\right)$$

$$P_{x2}\left(\frac{9}{16}-\sqrt{\frac{2385}{256}}\approx -2{,}49\;\middle|\;0\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(3) د نورمال پارابول غوځټکی په 9/1واحدونو ښي لور ته او په 795/128واحدونوپوته لور ته کښول کيږي. پارابول په 2/3 ضريبونو پرسول کيږي او dx په محور هنداره کيږي پارابول کښته لور ته واز دی.

(4)



1i: (1) د ککرۍ ټکي شمېرنه د مربع تکميلوني له لارې

$$f(x)=\frac{3}{4}x^2+\frac{1}{4}x-7$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{4}\cdot\left[x^2+\frac{1}{3}x-\frac{28}{3}\right]\Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{4}\cdot\left[x^2+\frac{1}{3}x+\left(\frac{1}{6}\right)^2-\left(\frac{1}{6}\right)^2-\frac{28}{3}\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{4}\cdot\left[\left(x+\frac{1}{6}\right)^2-\frac{1}{36}-\frac{28}{3}\right]\Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{4}\cdot\left[\left(x+\frac{1}{6}\right)^2-\frac{337}{36}\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{4}\left(x+\frac{1}{6}\right)^2-\frac{337}{48}\Rightarrow S\left(-\frac{1}{6}\approx-0{,}17\;\middle|\;-\frac{337}{48}\approx-7{,}02\right)$$

د $f(x)=\frac{3}{4}x^2+\frac{1}{4}x-7$ همداسي $f(x)=\frac{3}{4}\left(x+\frac{1}{6}\right)^2-\frac{337}{48}$ محور غوځ ټکي

د لاندې پښتو له کين کښته څخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوځټکی، صفرځايونه ، حالت

(c) ketabton.com: The Digital Library

Schnittpunkt mit der y – Achse :

$y_s = f(0) = -7 \Rightarrow P_y(0 \mid -7)$

Nullstellen :

$f(x) = 0$

$\Leftrightarrow \frac{3}{4}\left(x+\frac{1}{6}\right)^2 - \frac{337}{48} = 0 \mid +\frac{337}{48}$

$\Leftrightarrow \frac{3}{4}\left(x+\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{337}{48} \mid \cdot\frac{4}{3}$

$\Leftrightarrow \left(x+\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{337}{36} \mid \sqrt{\ }$

$\Leftrightarrow \left|x+\frac{1}{6}\right| = \sqrt{\frac{337}{36}}$

falls $x+\frac{1}{6} > 0 \Rightarrow x+\frac{1}{6} = \sqrt{\frac{337}{36}} \mid -\frac{1}{6}$

$\Leftrightarrow x = x_1 = -\frac{1}{6} + \sqrt{\frac{337}{36}}$

falls $x+\frac{1}{6} < 0 \Rightarrow -\left(x+\frac{1}{6}\right) = \sqrt{\frac{337}{36}} \mid \cdot(-1)$

$\Leftrightarrow x+\frac{1}{6} = -\sqrt{\frac{337}{36}} \mid -\frac{1}{6}$

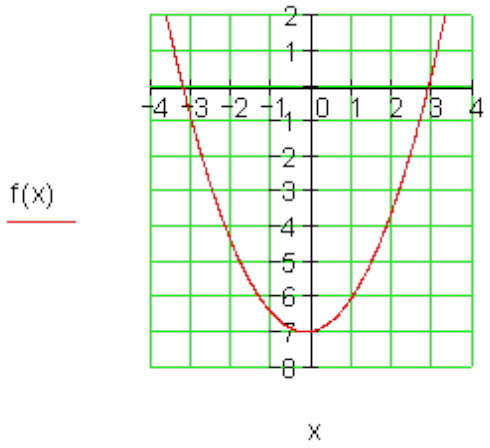
$\Leftrightarrow x = x_2 = -\frac{1}{6} - \sqrt{\frac{337}{36}}$

$P_{x1}\left(-\frac{1}{6} + \sqrt{\frac{337}{36}} \approx 2{,}893 \mid 0\right)$

$P_{x2}\left(-\frac{1}{6} - \sqrt{\frac{337}{36}} \approx -3{,}226 \mid 0\right)$

3)د نورمال پارابول غوڅتکی په 1/6 واحدونو بني لور ته او په337/48واحدونو کښته لور ته کښول کيږي. پارابول په 3/4ضريبونو پرسول کيږي. پارابول پورته لور ته واز دی.

(4)



(c) ketabton.com: The Digital Library

1j

(1)د ککرۍ ټکي شمېرنه د مربع تکميلوني له لارې.

$$f(x)=\frac{4}{5}x^2+\frac{3}{4}x-\frac{7}{2}$$
$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{4}{5}\cdot\left[x^2+\frac{15}{16}x-\frac{35}{8}\right]\Leftrightarrow f(x)=\frac{4}{5}\cdot\left[x^2+\frac{15}{16}x+\left(\frac{15}{32}\right)^2-\left(\frac{15}{32}\right)^2-\frac{35}{8}\right]$$
$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{4}{5}\cdot\left[\left(x+\frac{15}{32}\right)^2-\frac{225}{1024}-\frac{35}{8}\right]\Leftrightarrow f(x)=\frac{4}{5}\cdot\left[\left(x+\frac{15}{32}\right)^2-\frac{4705}{1024}\right]$$
$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{4}{5}\left(x+\frac{15}{32}\right)^2-\frac{941}{256}\Rightarrow S\left(-\frac{15}{32}\approx-0,47\;\middle|\;-\frac{941}{256}\approx-3,68\right)$$

(2)د $f(x)=\frac{4}{5}x^2+\frac{3}{4}x-\frac{7}{2}$ ا همداسي $f(x)=\frac{4}{5}\left(x+\frac{15}{32}\right)^2-\frac{941}{256}$ محور غوځ ټکي

$$y_s=f(0)=-\frac{7}{2}\Rightarrow P_y\left(0\;\middle|\;-\frac{7}{2}\right)$$

د y محور سره غوځټکی:

، صفرځایونه ، حالت

$$f(x)=0$$
$$\Leftrightarrow\frac{4}{5}\left(x+\frac{15}{32}\right)^2-\frac{941}{256}=0\;|+\frac{941}{256}$$
$$\Leftrightarrow\frac{4}{5}\left(x+\frac{15}{32}\right)^2=\frac{941}{256}\;|\cdot\frac{5}{4}$$
$$\Leftrightarrow\left(x+\frac{15}{32}\right)^2=\frac{4705}{1024}\;|\sqrt{\;}$$
$$\Leftrightarrow\left|x+\frac{15}{32}\right|=\sqrt{\frac{4705}{1024}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

falls=که

$$\text{falls } x+\frac{15}{32}>0 \Rightarrow x+\frac{15}{32}=\sqrt{\frac{4705}{1024}} \mid -\frac{15}{32}$$

$$\Leftrightarrow x=x_1=-\frac{15}{32}+\sqrt{\frac{4705}{1024}}$$

$$\text{falls } x+\frac{15}{32}<0 \Rightarrow -\left(x+\frac{15}{32}\right)=\sqrt{\frac{4705}{1024}} \mid \cdot(-1)$$

$$\Leftrightarrow x+\frac{15}{32}=-\sqrt{\frac{4705}{1024}} \mid -\frac{15}{32}$$

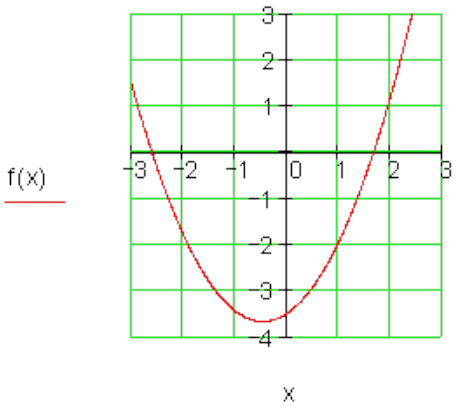
$$\Leftrightarrow x=x_2=-\frac{15}{32}-\sqrt{\frac{4705}{1024}}$$

$$P_{x1}\left(-\frac{15}{32}+\sqrt{\frac{4705}{1024}} \approx 1{,}675 \;\middle|\; 0\right)$$

$$P_{x2}\left(-\frac{15}{32}-\sqrt{\frac{4705}{1024}} \approx -2{,}612 \;\middle|\; 0\right)$$

(3)د

نورمال پارابول غوټکی په دوه واحدونو کين لور ته او په 941/256 واحدونو کښته لور ته کښول کيږي. پارابول په 4/5ضريبونو پرسول کيږي . پارابول پورته لور ته واز دی.



(4)

(c) ketabton.com: The Digital Library

2a: (1) په ۲واحدونو ښي لورته په۲ واحدونو کښته لور ته $a_2 = 1$

$$\Rightarrow S(2 \mid -2) \Rightarrow f(x) = (x-2)^2 - 2$$

(2) د $f(x) = (x\ 2)^2 - 2$ محور سره غوڅتکی

$$y_s = f(0) = (0-2)^2 - 2 = (-2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2 \Rightarrow P_y(0 \mid 2)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 - 2 = 0 \mid +2$$

صفرځایونه : $\Leftrightarrow (x-2)^2 = 2 \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x-2| = \sqrt{2}$

حالت: $x - 2 > 0 \Rightarrow x - 2 = \sqrt{2} \mid +2 \Leftrightarrow x = x_1 = 2 + \sqrt{2}$

حالت:

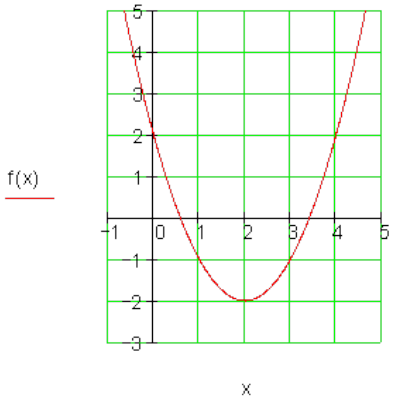
$$; x - 2 < 0 \Rightarrow -(x-2) = \sqrt{2} \mid \cdot(-1) \Leftrightarrow x - 2 = -\sqrt{2} \mid +2 \Leftrightarrow x = x_2 = 2 - \sqrt{2}$$

$$P_{x1}\left(2 + \sqrt{2} \approx 3{,}414 \mid 0\right); P_{x2}\left(2 - \sqrt{2} \approx 0{,}586 \mid 0\right)$$

(3)د $f(x) = (x-2)^2 - 2$ پولینوم

$$f(x) = x^2 - 4x + 4 - 2 \Leftrightarrow f(x) = x^2 - 4x + 2$$

(4)



(c) ketabton.com: The Digital Library

:2b

(1) په3 واحدونو کيڼ لور ته په 4 واحدونو پورته لور ته $a_2 = -1$ 3 E

$$\Rightarrow S(-3 \mid 4) \Rightarrow f(x) = -(x+3)^2 + 4$$

(2)د $f(x) = -(x+3)^2 + 4$ محور غوڅ – يا تقاطع تکي

$$y_s = f(0) = -(0+3)^2 + 4 = -3^2 + 4 = -9 + 4 = -5 \Rightarrow P_y(0 \mid -5)$$

صفرځايونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -(x+3)^2 + 4 = 0 \mid -4 \Leftrightarrow -(x+3)^2 = -4 \mid \cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow (x+3)^2 = 4 \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x+3| = \sqrt{4} = 2$$

حالت:

$$x+3 > 0 \Rightarrow x+3 = 2 \mid -3 \Leftrightarrow x = x_1 = -1$$

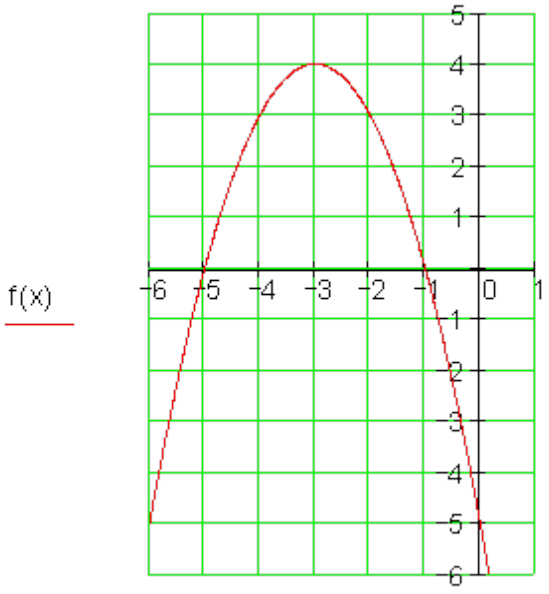
حالت:

$$x+3 < 0 \Rightarrow -(x+3) = 2 \mid \cdot(-1) \Leftrightarrow x+3 = -2 \mid -3 \Leftrightarrow x = x_2 = -5$$
$$\Rightarrow P_{x1}(-1 \mid 0) \text{ und } P_{x2}(-5 \mid 0)$$

(3) د $f(x) = -(x+3)+4$ پولينوم

$$f(x) = -\left(x^2 + 6x + 9\right) + 4$$
$$= -x^2 - 6x - 9 + 4$$
$$\Leftrightarrow f(x) = -x^2 - 6x - 5$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



(4)

2c: لومړۍ: $a_2 = \frac{1}{2}$ (1) په ۲ واحدونو کښې لورته په ۴ واحدونو کښته لور ته

$$\Rightarrow S(-2\,|\,-4) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 4$$

دویم: د $f(x) = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 4$ محور غوځ – یا تقاطع ټکي

$$y_s = f(0) = \frac{1}{2}(0+2)^2 - 4 = \frac{1}{2}\cdot 2^2 - 4 = \frac{1}{2}\cdot 4 - 4 = 2 - 4 = -2 \Rightarrow P_y(0\,|\,-2)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}(x+2)^2 - 4 = 0 \,|\, +4$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(x+2)^2 = 4 \,|\cdot 2 \Leftrightarrow (x+2)^2 = 8 \,|\,\sqrt{\ } \Leftrightarrow |x+2| = \sqrt{8}$$

صفرځایونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

حالت:

$$; x+2>0 \Rightarrow x+2=\sqrt{8} \mid -2 \Leftrightarrow x=x_1=-2+\sqrt{8}$$

حالت:

$$x+2<0 \Rightarrow -(x+2)=\sqrt{8} \mid \cdot(-1) \Leftrightarrow x+2=-\sqrt{8} \mid -2 \Leftrightarrow x=x_2=-2-\sqrt{8}$$

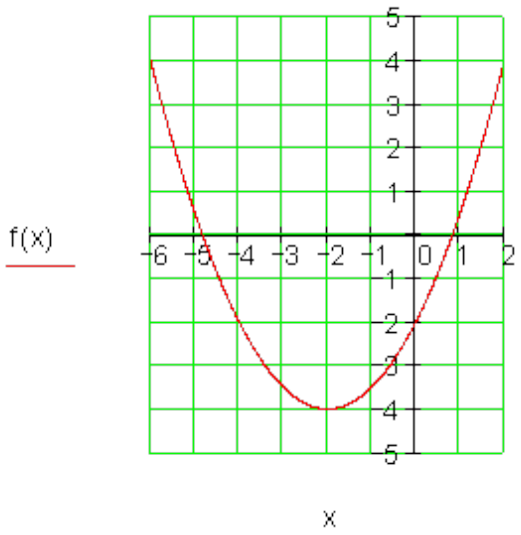
$$P_{x1}\left(-2+\sqrt{8}\approx 0,828 \mid 0\right); P_{x2}\left(-2-\sqrt{8}\approx -4,828 \mid 0\right)$$

دریم: د $f(x)=\frac{1}{2}(x+2)^2-4$ پولینوم

$$f(x)=\frac{1}{2}\left(x^2+4x+4\right)-4$$
$$=\frac{1}{2}x^2+2x+2-4$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{2}x^2+2x-2$$

حلږرم:



(c) ketabton.com: The Digital Library

2d: لومړی: $a_2=-2$ په1 واح د بنې لورته په 5یونونو پورته لور ته

$$\Rightarrow S(1\mid 5)\Rightarrow f(x)=-2(x-1)^2+5$$

دویم: د $f(x)=-2(x-1)^2+5$ محور غوځ – یا تقاطع ټکي

$$y_s=f(0)=-2(0-1)^2+5=-2\cdot(-1)^2+5=-2\cdot 1+5=-2+5=3\Rightarrow P_y(0\mid 3)$$

صفرځایونه:

$$f(x)=0\Leftrightarrow -2(x-1)^2+5=0\mid -5$$
$$\Leftrightarrow -2(x-1)^2=-5\mid :(-2)\Leftrightarrow (x-1)^2=\frac{5}{2}\mid \sqrt{\ }\Leftrightarrow |x-1|=\sqrt{\frac{5}{2}}$$

حالت: $x-1>0\Rightarrow x-1=\sqrt{\frac{5}{2}}\mid +1\Leftrightarrow x=x_1=1+\sqrt{\frac{5}{2}}$

حالت:

$$;x-1<0\Rightarrow -(x-1)=\sqrt{\frac{5}{2}}\mid \cdot(-1)\Leftrightarrow x-1=-\sqrt{\frac{5}{2}}\mid +1\Leftrightarrow x=x_2=1-\sqrt{\frac{5}{2}}$$

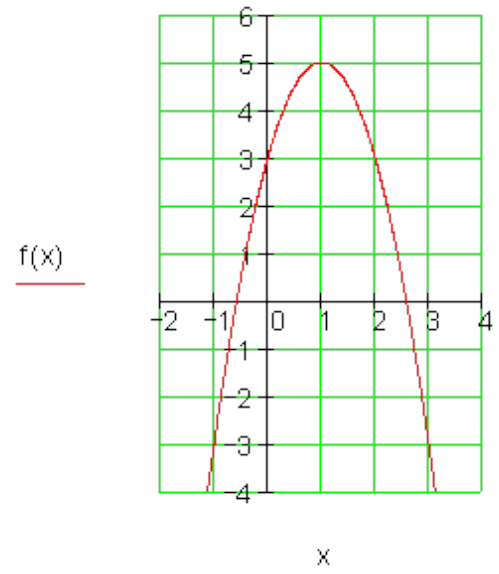
$$P_{x1}\left(1+\sqrt{\frac{5}{2}}\approx 2{,}581\;\middle|\;0\right);\ P_{x2}\left(1-\sqrt{\frac{5}{2}}\approx -0{,}581\;\middle|\;0\right)$$

دریم: د $f(x)=-2(x-1)^2+5$ پولینوم

$$\begin{aligned}f(x)&=-2\left(x^2-2x+1\right)+5\\&=-2x^2+4x-2+5\end{aligned}\quad\Leftrightarrow f(x)=-2x^2+4x+3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم:



2e: (1) $a_2 = -\frac{1}{4}$ په ۴ واحدونو کښې لور ته په درې واحدونو پورته لور ته

$$\Rightarrow S(-4 \mid 3) \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{4}(x+4)^2 + 3$$

(2) د $f(x) = -\frac{1}{4}(x+4)^2 + 3$ محور غوځ – یا تقاطع ټکي

$$y_s = f(0) = -\frac{1}{4}(0+4)^2 + 3 = -\frac{1}{4} \cdot 4^2 + 3 = -\frac{1}{4} \cdot 16 + 3 = -4 + 3 = -1 \Rightarrow P_y(0 \mid -1)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}(x+4)^2 + 3 = 0 \mid -3$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{4}(x+4)^2 = -3 \mid \cdot(-4) \Leftrightarrow (x+4)^2 = 12 \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x+4| = \sqrt{12}$$

صفرځایونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

که وي:

$$;x+4>0 \Rightarrow x+4=\sqrt{12}\mid -4 \Leftrightarrow x=x_1=-4+\sqrt{12}$$

که وي:

$$x+4<0 \Rightarrow -(x+4)=\sqrt{12}\mid \cdot(-1) \Leftrightarrow x+4=-\sqrt{12}\mid -4 \Leftrightarrow x=x_2=-4-\sqrt{12}$$

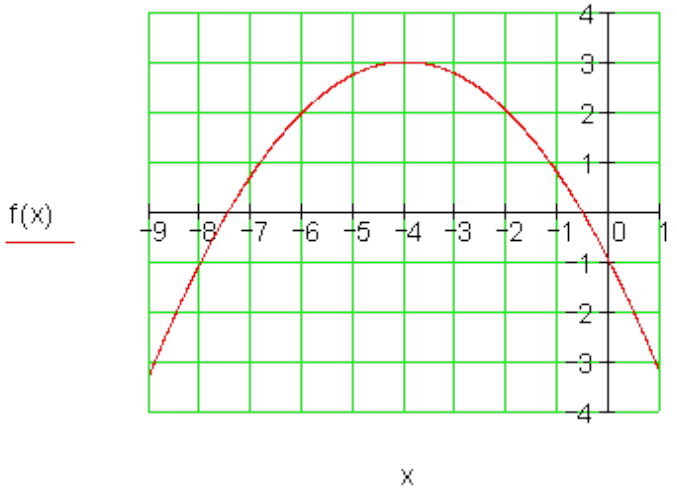
$$P_{x1}\left(-4+\sqrt{12}\approx -0,536 \mid 0\right); P_{x2}\left(-4-\sqrt{12}\approx -7,464 \mid 0\right)$$

(3) د $f(x)=-\frac{1}{4}(x+4)^2+3$ پولینوم

$$f(x)=-\frac{1}{4}(x+4)^2+3$$
$$=-\frac{1}{4}\left(x^2+8x+16\right)+3$$

$$=-\frac{1}{4}x^2-2x-4+3$$
$$\Leftrightarrow f(x)=-\frac{1}{4}x^2-2x-1$$

(4)



(c) ketabton.com: The Digital Library

2f

لومړی: $a_2 = \frac{3}{2}$ په دوه نیم واحدونو بنې لورته په شپږ واحدونو کښته لور ته

$$\Rightarrow S\left(\frac{5}{2}\,\middle|\,-6\right) \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}\left(x-\frac{5}{2}\right)^2 - 6$$

دویم: د $f(x) = \frac{3}{2}\left(x-\frac{5}{2}\right)^2 - 6$ محور غوخ – یا تقاطع ټکي

$$y_s = f(0) = \frac{3}{2}\left(0-\frac{5}{2}\right)^2 - 6 = \frac{3}{2}\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 6 = \frac{3}{2}\cdot\frac{25}{4} - 6 = \frac{75}{8} - 6 = \frac{75}{8} - \frac{48}{8} = \frac{27}{8}$$

$$\Rightarrow P_y\left(0\,\middle|\,\frac{27}{8} = 3{,}375\right)$$

صفرځایونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}\left(x-\frac{5}{2}\right)^2 - 6 = 0 \,|\, +6$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}\left(x-\frac{5}{2}\right)^2 = 6 \,|\cdot\frac{2}{3} \Leftrightarrow \left(x-\frac{5}{2}\right)^2 = 4 \,|\,\sqrt{\ } \Leftrightarrow \left|x-\frac{5}{2}\right| = 2$$

که وي

$$; x-\frac{5}{2} > 0 \Rightarrow x-\frac{5}{2} = 2 \,|\, +\frac{5}{2} \Leftrightarrow x = x_1 = \frac{5}{2}+2 = \frac{9}{2}$$

که وي:

$$x-\frac{5}{2} < 0 \Rightarrow -\left(x-\frac{5}{2}\right) = 2 \,|\cdot(-1) \Leftrightarrow x-\frac{5}{2} = -2 \,|\, +\frac{5}{2} \Leftrightarrow x = x_2 = \frac{5}{2}-2 = \frac{1}{2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

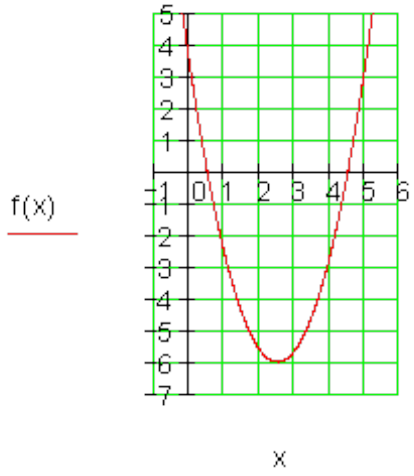
$$P_{x1}\left(\frac{9}{2}=4,5\;\middle|\;0\right);P_{x2}\left(\frac{1}{2}=0,5\;\middle|\;0\right)$$

(3) د $f(x)=\frac{3}{2}\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-6$ پولینوم

$$\begin{aligned}f(x)&=\frac{3}{2}\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-6\\&=\frac{3}{2}\left(x^2-5x+\frac{25}{4}\right)-6\\&=\frac{3}{2}x^2-\frac{15}{2}x+\frac{75}{8}-6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&=\frac{3}{2}x^2-\frac{15}{2}x+\frac{75}{8}-\frac{48}{8}\\&=\frac{3}{2}x^2-\frac{15}{2}x+\frac{27}{8}\\\Leftrightarrow f(x)&=\frac{3}{2}x^2-\frac{15}{2}x+\frac{27}{8}\end{aligned}$$

څلورم؛



2g

$a_2=-\frac{3}{4}$:

(1) په درې واحدونو کښې لور ته په درې واحدونو پرته لږر ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow S(-3\mid 3)\Rightarrow f(x)=-\frac{3}{4}(x+3)^2+3$$

دیوم:د $f(x)=-\frac{3}{4}(x+3)^2+3$ محور غوځ – یا تقاطع ټکي

$$y_s=f(0)=-\frac{3}{4}(0+3)^2+3=-\frac{3}{4}\cdot 3^2+3=-\frac{3}{4}\cdot 9+3=-\frac{27}{4}+3=-\frac{27}{4}+\frac{12}{4}=-\frac{15}{4}$$

$$\Rightarrow P_y\left(0\;\middle|\;-\frac{15}{4}=-3,75\right)$$

صفرځایونه:

$$f(x)=0\Leftrightarrow -\frac{3}{4}(x+3)^2+3=0\mid -3$$

$$\Leftrightarrow -\frac{3}{4}(x+3)^2=-3\mid\cdot\left(-\frac{4}{3}\right)\Leftrightarrow (x+3)^2=4\mid\sqrt{\ }\Leftrightarrow |x+3|=2$$

falls $x+3>0\Rightarrow x+3=2\mid -3\Leftrightarrow x=x_1=2-3=-1$

falls $x+3<0\Rightarrow -(x+3)=2\mid\cdot(-1)\Leftrightarrow x+3=-2\mid -3\Leftrightarrow x=x_2=-2-3=-5$

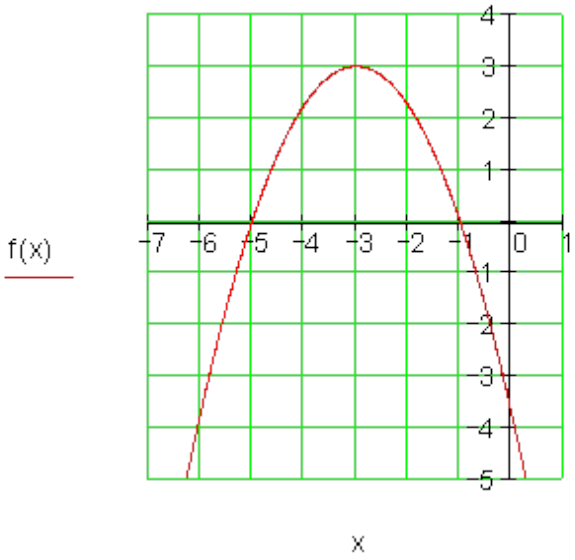
$P_{x1}(-1\mid 0);P_{x2}(-5\mid 0)$

دریم: د $f(x)=-\frac{3}{4}(x+3)^2+3$ پولینوم

$$f(x)=-\frac{3}{4}(x+3)^2+3$$
$$=-\frac{3}{4}\left(x^2+6x+9\right)+3$$
$$=-\frac{3}{4}x^2-\frac{9}{2}x-\frac{27}{4}+3$$
$$=-\frac{3}{4}x^2-\frac{9}{2}x-\frac{27}{4}+\frac{12}{4}$$
$$=-\frac{3}{4}x^2-\frac{9}{2}x-\frac{15}{4}$$
$$\Leftrightarrow f(x)=-\frac{3}{4}x^2-\frac{9}{2}x-\frac{15}{4}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم:



2h

لومړی: $a_2 = 2 \quad 3,5$ په دې نیم پراحدونو بښي لورته په څلورنیم واحدونو کښته لور ته

$$\Rightarrow S\left(\frac{7}{2}\,\middle|\,-\frac{9}{2}\right) \Rightarrow f(x) = 2\left(x-\frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{2}$$

دویم: د $f(x) = 2\left(x-\frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{2}$ محور غوځ – یا تقاطع ټکي

$$y_s = f(0) = 2\left(0-\frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{2} = 2\cdot\left(-\frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{2} = 2\cdot\frac{49}{4} - \frac{9}{2} = \frac{49}{2} - \frac{9}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

$$\Rightarrow P_y(0 \mid 20)$$

صفرځایونه: په لاني کې د الماني پښتو: که(د یوه شي حالت)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow 2\left(x-\frac{7}{2}\right)^2-\frac{9}{2}=0 \mid +\frac{9}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2\left(x-\frac{7}{2}\right)^2=\frac{9}{2} \mid \cdot\frac{1}{2} \Leftrightarrow \left(x-\frac{7}{2}\right)^2=\frac{9}{4} \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow \left|x-\frac{7}{2}\right|=\frac{3}{2}$$

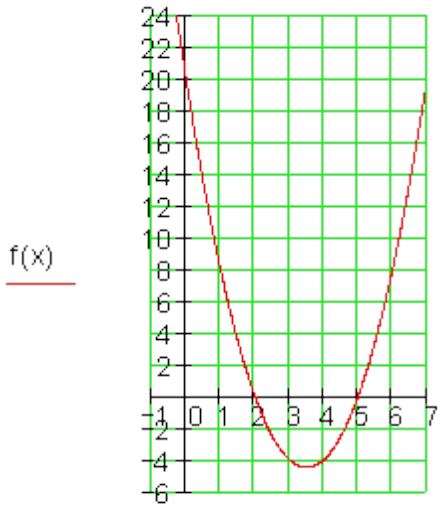
$$\text{falls } x-\frac{7}{2}>0 \Rightarrow x-\frac{7}{2}=\frac{3}{2} \mid +\frac{7}{2} \Leftrightarrow x=x_1=5$$

$$\text{falls } x-\frac{7}{2}<0 \Rightarrow -\left(x-\frac{7}{2}\right)=\frac{3}{2} \mid \cdot(-1) \Leftrightarrow x-\frac{7}{2}=-\frac{3}{2} \mid +\frac{7}{2} \Leftrightarrow x=x_2=2$$

$P_{x1}(5 \mid 0); P_{x2}(2 \mid 0)$

دریم: د $f(x)=2\left(x-\frac{7}{2}\right)^2-\frac{9}{2}$ پولینوم

$$f(x)=2\left(x-\frac{7}{2}\right)^2-\frac{9}{2}$$
$$=2\left(x^2-7x+\frac{49}{4}\right)-\frac{9}{2}$$
$$=2x^2-14x+\frac{49}{2}-\frac{9}{2}$$
$$=2x^2-14x+20$$
$$\Leftrightarrow f(x)=2x^2-14x+20$$



څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم: ح:

(۱) $a_2 = \frac{1}{3}$ په دوه واحدونو بنې لور ته په درې واحدونو کښته لور ته

$$\Rightarrow S(2 \mid -3) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}(x-2)^2 - 3$$

(۲) د $f(x) = \frac{1}{3}(x-2)^2 - 3$ محور غوځ – یا تقاطع ټکي

$$y_s = f(0) = \frac{1}{3}(0-2)^2 - 3 = \frac{1}{3}\cdot(-2)^2 - 3 = \frac{1}{3}\cdot 4 - 3 = \frac{4}{3} - 3 = \frac{4}{3} - \frac{9}{3} = -\frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow P_y\left(0 \mid -\frac{5}{3} \approx -1{,}667\right)$$

صفرځایونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}(x-2)^2 - 3 = 0 \mid +3$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}(x-2)^2 = 3 \mid \cdot 3 \Leftrightarrow (x-2)^2 = 9 \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x-2| = 3$$

falls $x-2 > 0 \Rightarrow x-2 = 3 \mid +2 \Leftrightarrow x = x_1 = 5$

falls $x-2 < 0 \Rightarrow -(x-2) = 3 \mid \cdot(-1) \Leftrightarrow x-2 = -3 \mid +2 \Leftrightarrow x = x_2 = -1$

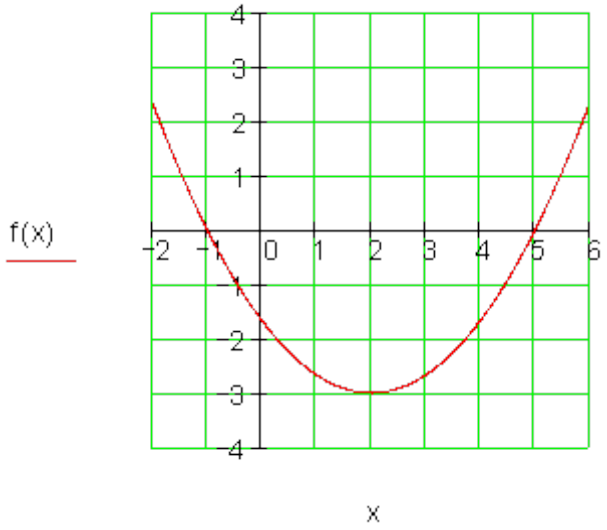
$P_{x1}(5 \mid 0); P_{x2}(-1 \mid 0)$

(۳)د $f(x) = \frac{1}{3}(x-2)^2 - 3$ پولینوم

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=\frac{1}{3}(x-2)^2-3$$
$$=\frac{1}{3}\left(x^2-4x+4\right)-3$$
$$=\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x+\frac{4}{3}-3$$
$$=\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x+\frac{4}{3}-\frac{9}{3}$$
$$=\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x-\frac{5}{3}$$
$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x-\frac{5}{3}$$

څلورم:



دويم خ:

(۱) $a_2=-\frac{2}{3}$ په څلور واحدونو ښي لور ته په درې واحدونو پورته لور ته

$$\Rightarrow S(4\mid 3)\Rightarrow f(x)=-\frac{2}{3}(x-4)^2+3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(۲)د $f(x)=-\frac{2}{3}(x-4)^2+3$ محور غوځ – يا تقاطع ټکي

$$y_s=f(0)=-\frac{2}{3}\cdot(0-4)^2+3=-\frac{2}{3}\cdot(-4)^2+3=-\frac{2}{3}\cdot 16+3$$
$$=-\frac{32}{3}+3=-\frac{32}{3}+\frac{9}{3}=-\frac{23}{3}\Rightarrow P_y\left(0\;\middle|\;-\frac{23}{3}\approx -7,667\right)$$

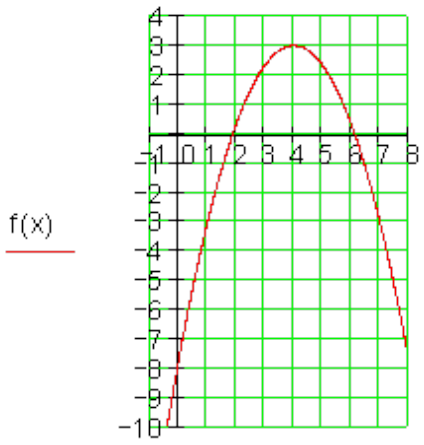
صفرځايونه:

$$f(x)=0\Leftrightarrow -\frac{2}{3}(x-4)^2+3=0\;|\;-3$$
$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}(x-4)^2=-3\;|\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)\Leftrightarrow (x-4)^2=\frac{9}{2}\;|\;\sqrt{\ }\Leftrightarrow |x-4|=\sqrt{\frac{9}{2}}$$
$$\text{falls } x-4>0\Rightarrow x-4=\sqrt{\frac{9}{2}}\;|+4\Leftrightarrow x=x_1=4+\sqrt{\frac{9}{2}}$$
$$\text{falls } x-4<0\Rightarrow -(x-4)=\sqrt{\frac{9}{2}}\;|\cdot(-1)\Leftrightarrow x-4=-\sqrt{\frac{9}{2}}\;|+4\Leftrightarrow x=x_2=4-\sqrt{\frac{9}{2}}$$
$$P_{x1}\left(4+\sqrt{\frac{9}{2}}\approx 6,121\;\middle|\;0\right);\ P_{x2}\left(4-\sqrt{\frac{9}{2}}\approx 1,879\;\middle|\;0\right)$$

(۳) د $f(x)=-\frac{2}{3}(x-4)^2+3$ پولينوم

$$f(x)=-\frac{2}{3}(x-4)^2+3$$
$$=-\frac{2}{3}\left(x^2-8x+16\right)+3$$
$$=-\frac{2}{3}x^2+\frac{16}{3}x-\frac{32}{3}+3$$
$$=-\frac{2}{3}x^2+\frac{16}{3}x-\frac{32}{3}+\frac{9}{3}$$
$$=-\frac{2}{3}x^2+\frac{16}{3}x-\frac{23}{3}$$
$$\Leftrightarrow f(x)=-\frac{2}{3}x^2+\frac{16}{3}x-\frac{23}{3}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



(4)

پوښتنې

د مربع توابعو بنسټونه III

لومړی –
د یوه پارابول د تابع مساوات ورکړ شوي دي. د محورونو غوڅتکي او ککړۍ ټکي وټاکئ او ګراف رسم کړئ.

الف- $f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{3}x-2$ ب – $f(x)=-\frac{x^2}{2}+4x-4$ پ – $f(x)=(x-1)^2-2$

ت- $f(x)=-\frac{1}{5}x^2+x-\frac{5}{4}$ ټ- $f(x)=\frac{1}{2}(x-3)(x+4)$ ث – $f(x)=\frac{5}{6}x^2-3x$

ج – $f(x)=2x^2+x-1$ چ – $f(x)=0,5\left(x^2-5\right)$ ح- $f(x)=-0,25x^2-x-1$

دویم –
دککړۍ ټکي د کواوردینات د ټاکنې تلنلار روښانه کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دط لپاره د تابع مساوات $f(x) = 2x^2 - 4x + 4$ وکاروی.

دریم –

د یوه مربع تابع $f(x)$. لپاره یو ارزښت جدول ورکړ شوی دی. د $f(x)$. په ګراف یوه وینا ورکړی. ککړي ټکي، سیږمتري محور، وازوالی. د x کوم ارزښت لپاره د تابع ارزښت کمیږي؟

الف–

x	-1	0	1	2	3
$f(x)$	$5,5$	3	$1,5$	1	$1,5$

ب–

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-3	$-1,5$	-1	$-1,5$	-3

څلورم –

د دویمې درجې ټول راشنل توابع د ارزښت جدول له لارې ورکړ شوي. د $f(x)$ او $g(x)$ د ګرافونو کوم خویونه کیدی شي و لوستل شي؟ دواړه پارابولونه څنګه توپیر کیږي؟

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-6	-1	2	3	2	-1	-6
$g(x)$	$-3,5$	-1	$0,5$	1	$0,5$	-1	$-3,5$

پنځم –

یو پارابول د په لور ځای بدلوي همداسې غزول کیږي. د پارابول کوم خویونه ساتلي پاتې کیږي، کوم یې تغیر خوري.

شپږم –

یو مربع تابع د تابع مساوات $f(x) = 0,5x^2 - 2x - 2,5$ لري.

الف – و ښایی، چې د $f(x)$ ګراف سیومتریک دی د مساوات $x = 2$ سره کربنې ته.

ب – ګراف په دوه وحدونو کښ لور ته راکښل کیږي. د راکښل شوي پارابول تابعمساوات $g(x)$ وټاکی.

هر پارابول کیدی شي د ځایبدلون او غزونې له لارې له نورمال پارابول څخه لاس ته راوړی شي یا ګټلی شي. په پروتولاړسیستم یا کواوردینات سیستم کې لاندې ګرافونه وکاږي او تشریح کړی، چې کوم ځای بدلونونه او غزونې له دې سره تاسو کره کړي.

$f(x) = x^2$ $f_1(x) = 0,25x^2 + 1$ $f_2(x) = 2(x-1)^2 + 1$ $f_3(x) = 2 - x^2$

اتم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

د توابعو د ګرافونو ترمنځ کومې اړیکې پرتې دي و ښایاست

$f(x)=0{,}5x^2-6x+3\,;\,x\in\mathbb{R}$ und $g(x)=0{,}5x(x-12)\,;\,x\in\mathbb{R}$.

حلونه

د مربع توابعو بنسټونه برخه III

مفصل حلونه

لومړی الف: محور غوڅتکي :

$$f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{3}x-2\Rightarrow \underline{\underline{P_y(0\,|\,-2)}}$$

صفرځایونه: شرې

$$f(x)=0\Leftrightarrow \frac{1}{3}x^2-\frac{1}{3}x-2=0\,|\cdot 3$$

$$\Leftrightarrow x^2-x-6=0\Rightarrow p=-1;\ q=-6$$

$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\left(-\frac{1}{2}\right)^2-6=\frac{25}{4}$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\Rightarrow x_1=\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{25}{4}}=3\,;\,x_2=\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{25}{4}}=-2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(3\,|\,0)\,;\,P_{x2}(-2\,|\,0)}}$$

ککرۍ ټکی

د ککرۍ x کواوردینات:

$$x_s=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{3+(-2)}{2}=\frac{1}{2}$$

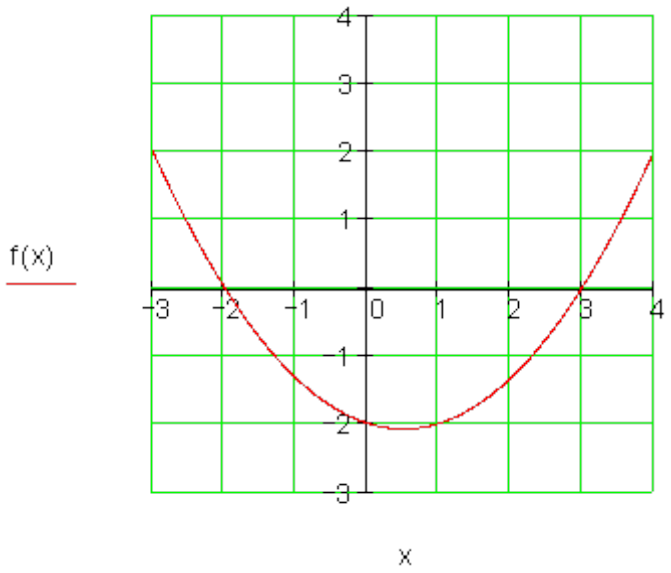
د ککرۍ y کواوردینات:

$$y_s=f(x_s)$$

$$y_s=f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}-2=-\frac{25}{12}\approx -2{,}08\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{1}{2}\,|\,-\frac{25}{12}\right)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ګراف:



لومړی ب- محور غوڅتکي:

$$f(x) = -\frac{x^2}{2} + 4x - 4 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-4)}}$$

صفرځایونه: شرې

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{x^2}{2} + 4x - 4 = 0 \mid \cdot(-2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 8 = 0 \Rightarrow p = -8\,;\, q = 8 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-4)^2 - 8 = 8$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \Rightarrow x_1 = 4 + \sqrt{8} \approx 6,83\,;\, x_2 = 4 - \sqrt{8} \approx 1,17$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(4 + \sqrt{8} \approx 6,83 \mid 0\right)\,;\, P_{x2}\left(4 - \sqrt{8} \approx 1,17 \mid 0\right)}}$$

ککرۍ ټکی

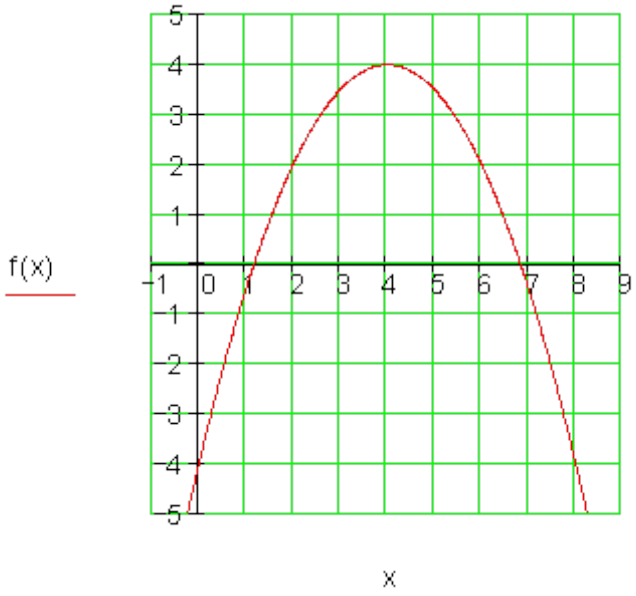
(c) ketabton.com: The Digital Library

د ککرۍ x کواوردینات: $x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{4+\sqrt{8}+4-\sqrt{8}}{2} = 4$

د ککرۍ y کواوردینات: $y_s = f(x_s)$

$$y_s = f(4) = -\frac{4^2}{2} + 4 \cdot 4 - 4 = 4 \Rightarrow \underline{\underline{S(4|4)}}$$

ګراف-



لومړی پ-
محور غوځتکي::

$$f(x) = (x-1)^2 - 2 = x^2 - 2x - 1$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-1)}}$$

صفرځایونه: شرطونه $f(x) = 0$

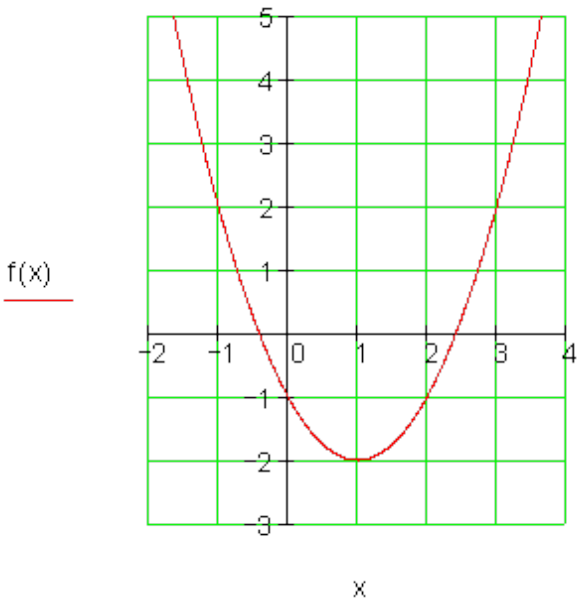
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow (x-1)^2-2|+2 \Leftrightarrow (x-1)^2=2|\sqrt{}$$
$$\Leftrightarrow |x-1|=\sqrt{2}$$
$$\Rightarrow x-1=\sqrt{2} \Rightarrow x_1=1+\sqrt{2}$$
$$x-1=-\sqrt{2} \Rightarrow x_2=1-\sqrt{2}$$
$$\Rightarrow P_{x1}\left(1+\sqrt{2}\,|\,0\right); P_{x2}\left(1-\sqrt{2}\,|\,0\right)$$

ککرۍ ټکی:

$$f(x)=(x-1)^2-2 \Rightarrow S(1|-2)$$

ګراف۔



لومړی ت۔

د محور غوځ – یا تقاطع ټکي

$$f(x)=-\frac{1}{5}x^2+x-\frac{5}{4} \Rightarrow P_y\left(0\,\middle|\,-\frac{5}{4}\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

صفرځایونه: شرطونه $f(x)=0 \Leftrightarrow -\frac{1}{5}x^2+x-\frac{5}{4}=0 \mid \cdot(-5$

$$\Leftrightarrow x^2-5x+\frac{25}{4}=0 \Rightarrow p=-5\,;\, q=\frac{25}{4} \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\left(-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{25}{4}=0$$

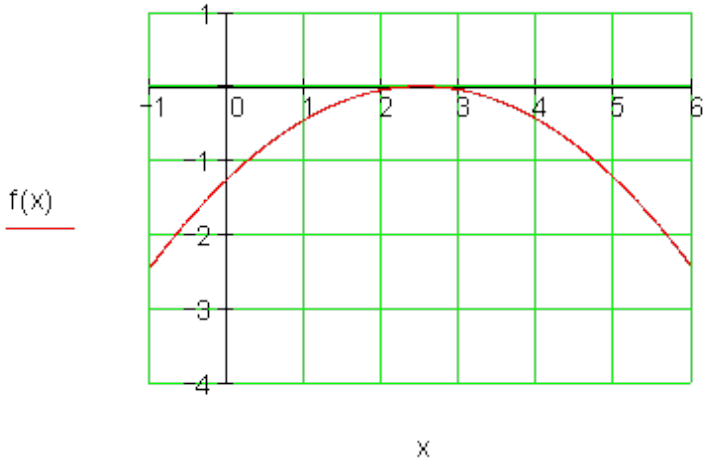
$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \Rightarrow x_{1/2}=\frac{5}{2} \Rightarrow P_{x1/2}\left(\frac{5}{2}\mid 0\right) E$$

لمسټکی ککرۍ ټکی

لمس ټکی ککرۍټکی دی

$$\Rightarrow S\left(\frac{5}{2}\mid 0\right)$$

ګراف۔



لومړی ټ –
د y محور غوڅ – یا تقاطع ټکي

صفرځایونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=\frac{1}{2}(x-3)(x+4)$$

$$f(0)\Rightarrow f(0)=\frac{1}{2}(-3)(4)=-6\Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-6)}}$$ د py لپار شرایط:

صفرځایونه: شرایط $f(x)=0\Rightarrow x_1=3\,;\,x_2=-4$ د صفر ضرب چملي له مخي

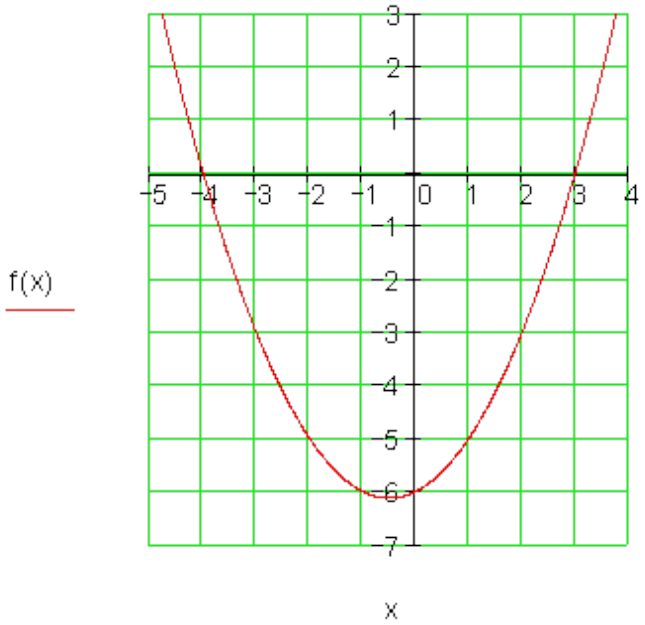
$$\underline{\underline{P_{x1}(3|0)\,;P_{x2}(-4|0)}}$$

ککرئ کی

$$x_s=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{3-4}{2}=-\frac{1}{2}$$

$$y_s=f\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}-3\right)\left(-\frac{1}{2}+4\right)=-\frac{49}{8}\Rightarrow \underline{\underline{S\left(-\frac{1}{2}|-\frac{49}{8}\right)}}$$

گراف۔



(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی ټ-

د y محور غوڅ – یا تقاطع ټکي

صفرځایونه:

$$f(x)=\frac{5}{6}x^2-3x \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|0)}}$$

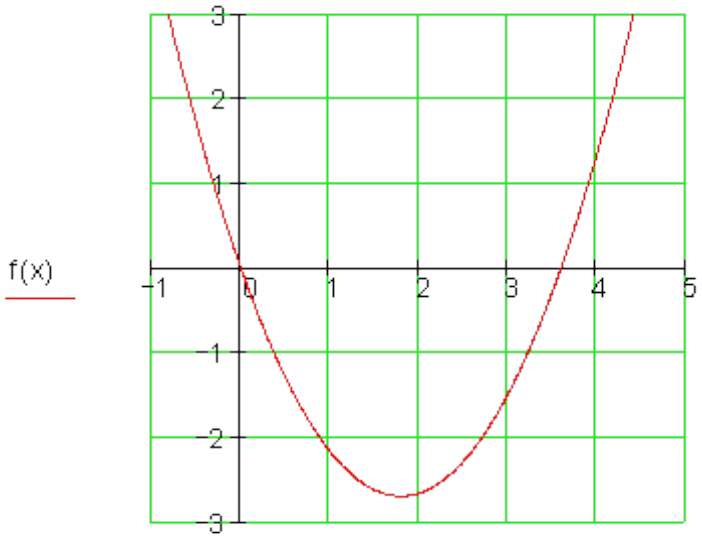
$$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{5}{6}x^2-3x=0 \Leftrightarrow x\left(\frac{5}{6}x-3\right)=0 \Rightarrow x_1=0$$

$$\left(\frac{5}{6}x-3\right)=0 \Rightarrow x_2=\frac{18}{5}=3,6 \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(0|0);P_{x2}\left(\frac{18}{5}\left|0\right.\right)}}$$

ککړئ ټکی

$$x_s=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{0+\frac{18}{5}}{2}=\frac{9}{5}$$

$$y_s=f\left(\frac{9}{5}\right)=-\frac{27}{10}=-2,7 \Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{9}{5}\left|-\frac{27}{10}\right.\right)}}$$



ګراف-

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=2x^2+x-1 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-1)}}$$

لومړی ج – :

پښتو: صفرځایونه: شرایط $f(x)=0 \Leftrightarrow 2x^2+x-1=0 \mid :2$

$$\Leftrightarrow x^2+\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}=0 \Rightarrow p=\frac{1}{2};\ q=-\frac{1}{2} \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\left(\frac{1}{4}\right)^2+\frac{1}{2}=\frac{9}{16}$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}$$

$$\Rightarrow x_1=-\frac{1}{4}+\sqrt{\frac{9}{16}}=\frac{1}{2};\ x_2=-\frac{1}{4}-\sqrt{\frac{9}{16}}=-1 \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(\frac{1}{2}|0\right);P_{x2}(-1|0)}}$$

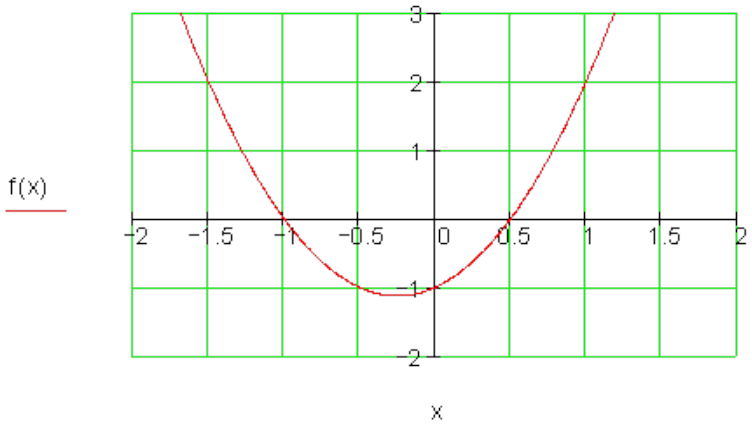
ککړی ټکی:

د ککړی x کواوردینات: $x_s=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{\frac{1}{2}-1}{2}=-\frac{1}{4}$:

د ککړی y کواوردینات: $y_s=f(x_s)$

$$y_s=f\left(-\frac{1}{4}\right)=-\frac{9}{8} \Rightarrow \underline{\underline{S\left(-\frac{1}{4}|-\frac{9}{8}\right)}}$$

ګراف۔



(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی چ-
د محور غوخ – یا تقاطع ټکي

$$f(x) = 0,5\left(x^2 - 5\right) = 0,5x^2 - 2,5 \Rightarrow P_y(0 \mid -2,5)$$

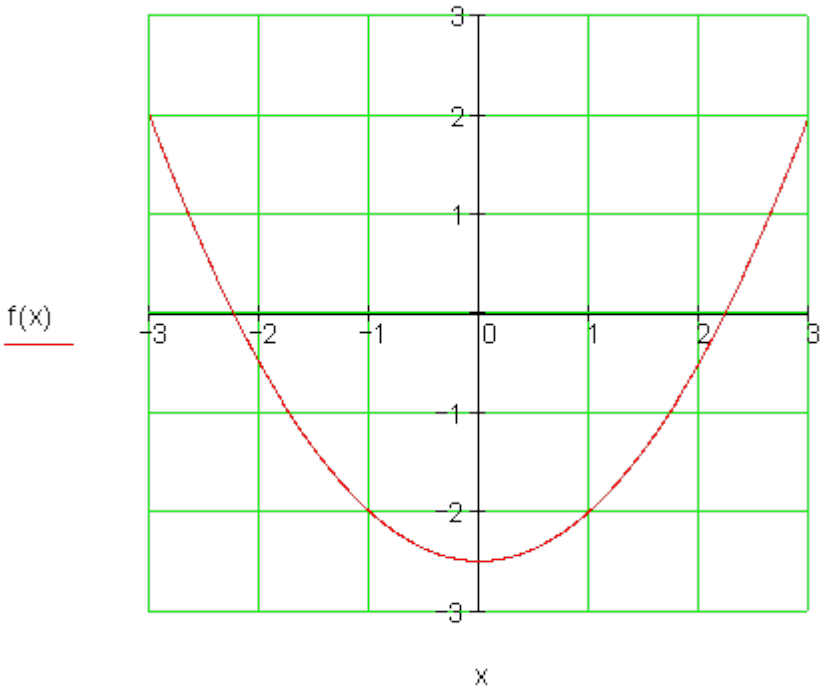
صفرځایونه: شرطونه $f(x) = 0 \Rightarrow 0,5x^2-2,5 \mid .2$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 5 \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x| = \sqrt{5} \Rightarrow x_1 = \sqrt{5}\,;\, x_2 = -\sqrt{5}$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(\sqrt{5} \mid 0\right);\, P_{x2}\left(-\sqrt{5} \mid 0\right)}}$$

ککړئ ټکی:

$$x_2 = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{5}}{2} = 0 \Rightarrow y_s = f(0) = -2,5 \Rightarrow \underline{\underline{S(0 \mid -2,5)}}$$

ګراف-



لومړی ح –

(c) ketabton.com: The Digital Library

د x محور غوځ – يا تقاطع ټکي

$$f(x) = -0,25x^2 - x - 1 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-1)}}$$

صفرځايونه: شرط

$$| f(x) = 0 \Leftrightarrow -0,25x^2 - x - 1 = 0 | \cdot (-4)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 = 0 \Rightarrow p = 4 ; q = 4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 2^2 - 4 = 0$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$$

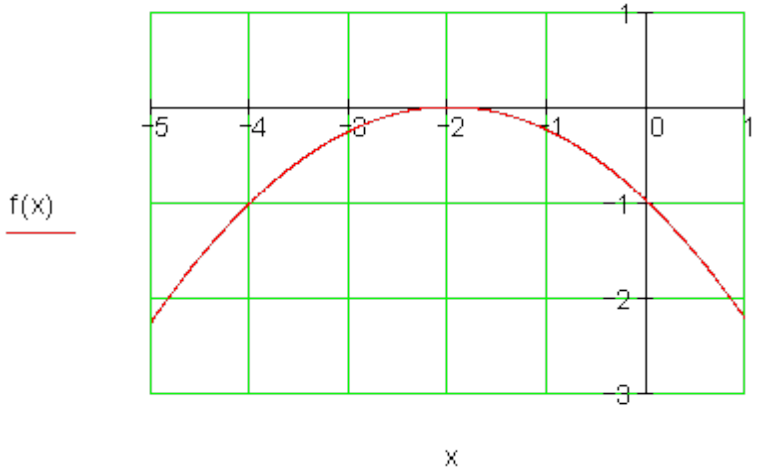
$$\Rightarrow x_{1/2} = -2 \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1/2}(-2|0)}}$$ E

مماس يا لمستکی

$$t \Rightarrow \underline{\underline{S(-2|0)}}$$

ککری ټکی

ګراف-



دويم:

f(x)=2x²-4x+4

اول. ضريب له نوکانو وباسي:f(x)=2[x²-2x+2]

(c) ketabton.com: The Digital Library

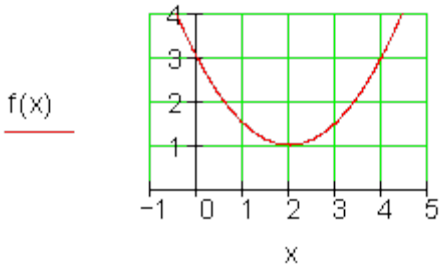
دوه: مربع پوره کیدنه:

$f(x)=2[x^2-2x+1^2 - 1^2 +2]$
$f(x)=2[(x-1)^2+1]$
دري:سره ضرب کړی $f(x)=2(x-1)^2+2$ککړی ټکی یا د رأس ټکی
څلور. د ککړی ټکي کواوردیناتونه ولولی یا ولیکی.S(1|2)
دریم: الف-

ایښونه: $\because f(x)=a_2(x-2)^2+1$

$P(1|1,5): f(1)=a_2(-1)^2+1=1,5$
$\Rightarrow a_2+1=1,5 \Leftrightarrow a_2=0,5$
$\Rightarrow f(x)=0,5(x-2)^2+1$
$P(-1|5,5): f(-1)=0,5\cdot 9+1=5,5\ (w)$

ککړی ټکی:S(2|1)
سیمتري:x=2
د $a_2=0,5>0$ له امله پورته لور ته وازونه
تابع ارزښت د$x<2$ لپاره لویږي(کمیږي)

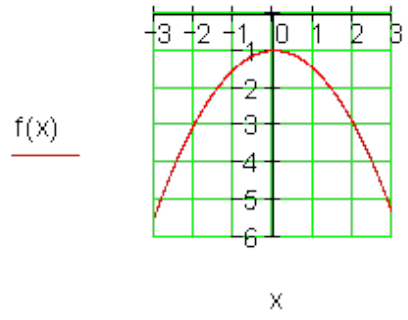


یادونه:
ارزښت جدول څخه کیدی شي د ککړی کواوردیناتونه(1 | 2) S و لوستل شي.
دا ایښونه زاکوي.

ایښوونه یاپه ځای کونه:$f(x)=a2x^2-1$

$P(1|-1,5): f(1)=a_2 1^2-1=-1,5$
$\Rightarrow a_2=-1,5+1=-0,5$
$\Rightarrow f(x)=-0,5x^2-1$
$P(2|-3): f(2)=-0,5\cdot 4-1=-3\ (w)$

ککړی ټکی یا رأس:S(0|-1)
سیمتري:x=0
د $a2=-0,5<0$ له امله کښته لور ته وازیدنه
د $x>0$ لپاره د تابع ارزښتونه کیمیږي.



ب-
یادونه:
ارزښت جدول څخه کیدی شي د ککړی کواوردیناتونه(1- | 0) S و لوستل شي. دا ایښونه زاکوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم:

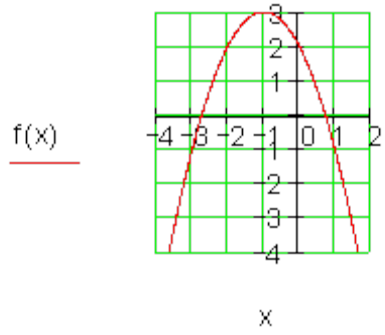
$S(-1|3): f(x) = a_{2f}(x+1)^2 + 3$

$P(2|-6): f(2) = a_{2f} \cdot 9 + 3 = -6$

$\Leftrightarrow a_{2f} = -1$

$\Rightarrow f(x) = -(x+1)^2 + 3$

پورته لور ته وازېدنه



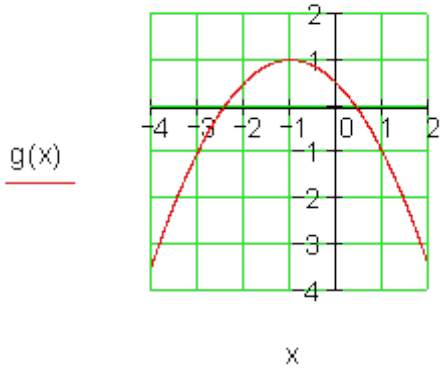
$S(-1|1): g(x) = a_{2g}(x+1)^2 + 1$

$P(1|-1): g(1) = a_{2g} \cdot 4 + 1 = -1$

$\Leftrightarrow a_{2g} = -0,5$

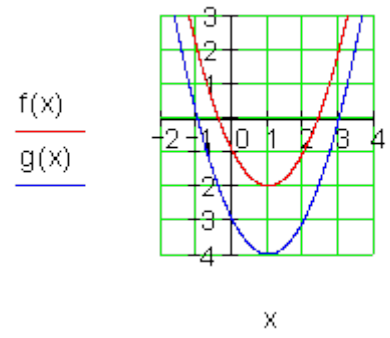
$\Rightarrow g(x) = -0,5(x+1)^2 + 1$

کښته لور ته وازېدنه . د ککرۍ ټکو مختلف د بنې ضریبونه او ځایونه

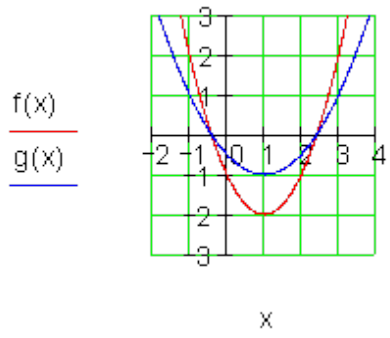


پنځم:

$f(x) = x^2 - 2x - 1;\ g(x) = f(x) - 2$



$f(x) = x^2 - 2x - 1;\ g(x) = 0,5 \cdot f(x)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

د y په لور راکښنه:	د y په لور غزونه:
بنه ساتلي پتيږي، د ککړۍ د y ارزښت تغير خوري. د محور غوڅتکي تغير خوري.	د x محور سره غوڅتکي ساتلي پاتيږي. بنه او د yارزښتونه تغير خوري. د y محور سره غوڅتکي تغير خوري.

شپږم:

الف-

$$f(x) = 0,5x^2 - 2x - 2,5$$

د $x = 2$ سره کربنې ته سيمتريک په دې معنا دی،چې ککړۍ تکي دx کواوردينا تونه بايد 2 وي.

$$f(x) = 0,5\left[x^2 - 4x - 5\right]$$

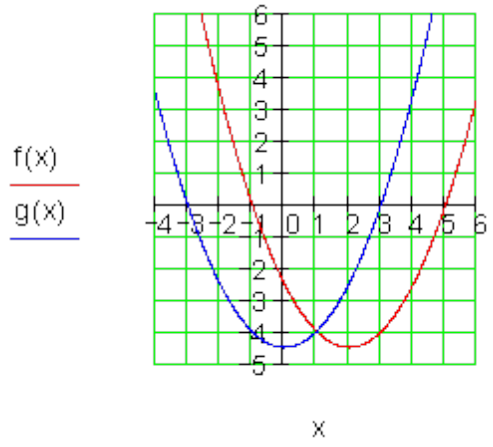
$$= 0,5\left[x^2 - 4x + 2^2 - 2^2 - 5\right]$$

$$= 0,5(x-2)^2 - 4,5 \Rightarrow S(2|-4,5)$$

ب- په2 يوونه يا واحده کين لور ته غزونه:

$$g(x) = 0,5(x - 2 + 2)^2 - 4,5$$

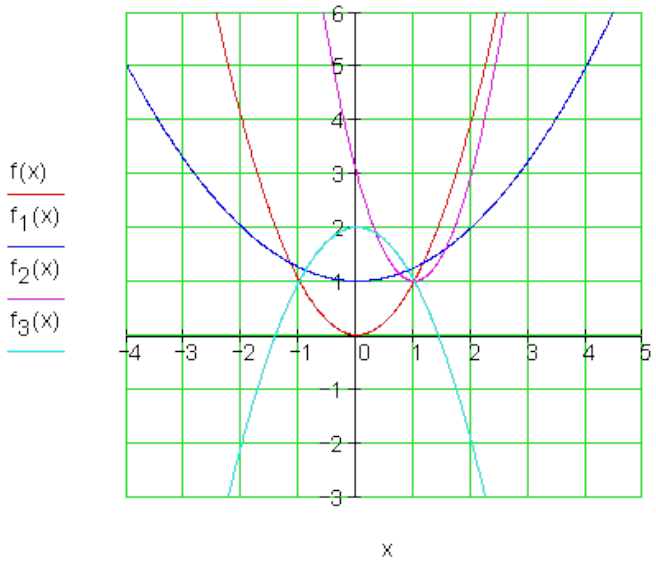
$$= 0,5x^2 - 4,5$$



اوم:

$f(x) = x^2$ $f_1(x) = 0,25x^2 + 1$ $f_2(x) = 2(x-1)^2 + 1$ $f_3(x) = 2 - x^2$

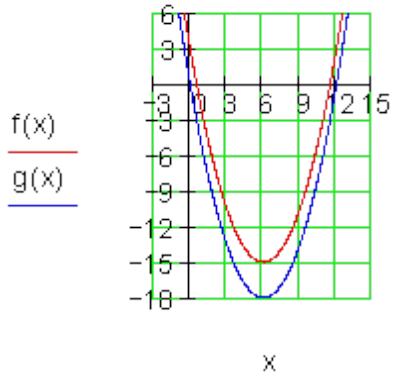
(c) ketabton.com: The Digital Library



$f_1(x)$: د y په لور په ضریب 0,25غزونه او دy په لور په 1 LE. (د اوږدوالي واحد) راکښنه

$f_2(x)$: د y په لور په ضریب 2 راکښنه په 1 LE. (یو د اوږدوالي واحد) ښي لورته او راکښنه په 1 LE (په یو د اوږدوالي واحد) پورته لور ته.

$f_3(x)$: د x محور باندې هندارونه او په 2 LE (د اوږدوالي یوونه یا واحده) پورته لور ته راکښنه.

$f(x) = 0,5x^2 - 6x + 3$ $g(x) = 0,5x(x-12) = 0,5x^2 - 6x$ oder $g(x) = f(x) - 3 = 0,5x^2 - 6x$ g(x) له f(x) منځ ته راځي په 3 LE د اوږدوالي واحده وښي لورته د راکښنې له امله	اتم: 

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

د مربع توابعو بنسټونه IV

لومړی:

تابع f(x) ورکړ شوی دی. د شمېرنې له لارې وښایی، چې ګراف تابع په x محور کې لمسوي. ګراف وکاږی.

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{9}{8} \quad x \in \mathbb{R}$$

دویم: د تابع مساوات f(x) د محور غوځتکي وشمیرئ، او ککړئ ټکي. ګراف یې رسم کړئ.

الف- $f(x) = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{3}{4}x$ ب - $f(x) = -\frac{1}{2}(x-3)(x+2)$ پ- $f(x) = x^2 + 4x + 1$

ت - $f(x) = -0,25\left(4x^2 + 12x + 9\right)$ ټ - $f(x) = 3x(1-x)$ ث- $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x + \frac{5}{3}$

دریم: د U = 18 cm محیط سره کوم مستطیل(ولاړکونډیز) خورا لویه سطحه لري؟

څلورم: د توابعو f(x) او g(x) ګرافونه چیرته د x محورغوځوي؟ ککړئ چیرته پرتې دي؟ د دواړو ګرافونو ترمنځ کومې اړیکې پرتې دي؟ د ارزښت جدول په مرسته پوښتنې ځواب کړئ.

الف –

x	−3	−2	−1	0	1	2
f(x)	−3,5	0,5	2,5	2,5	0,5	−3,5
g(x)	4	0	−2	−2	0	4

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

x	−2	−1	0	1	2	3
f(x)	−12	−5	0	3	4	3
g(x)	3,5	0	−2,5	−4	−4,5	−4

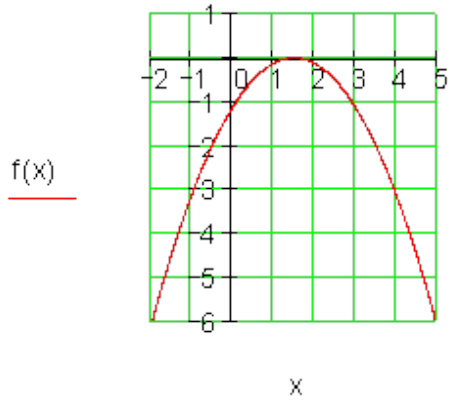
پنځم: د اړونده ګراف کوم خویونه د تابع مساوات څخه سیده لوستل کیدی شي؟

$$f(x)=-x^2-x+6;\quad g(x)=(2-x)(x+3);\quad h(x)=-(x+0,5)^2+\frac{25}{4}$$

ځوابونه

د مربع توابعو بنسټونه IV

لومړی:



$$f(x)=-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x-\frac{9}{8}$$

$$f(x)=0\Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x-\frac{9}{8}=0\,|\cdot(-2)$$

$$\Leftrightarrow x^2-3x+\frac{9}{4}=0\Rightarrow p=-3;\ q=\frac{9}{4}$$

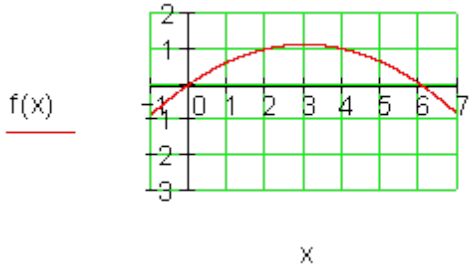
له دې لاس ته راځي D=0 لمسټکی = ککړی ټکی.

$$\Rightarrow x_{1/2}=-\frac{p}{2}=\frac{3}{2}\Rightarrow P_{x1/2}\left(\frac{3}{2}\,\middle|\,0\right)$$

ککړی ټکی: $S\left(\frac{3}{2}\,\middle|\,0\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوه الف-



$$f(x)=-\frac{1}{8}x^2+\frac{3}{4}x \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0\,|\,0)}}$$

$$f(x)=0 \Leftrightarrow -\frac{1}{8}x^2+\frac{3}{4}x=0$$

$$\Leftrightarrow x\left(-\frac{1}{8}x+\frac{3}{4}\right)=0$$

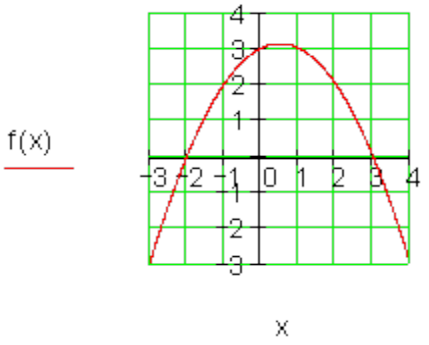
$$\Rightarrow x_1=0 \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(0\,|\,0)}}$$

$$-\frac{1}{8}x+\frac{3}{4}=0 \Rightarrow x_2=6 \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}(6\,|\,0)}}$$

$$x_s=\frac{x_1+x_2}{3}=\frac{0+6}{2}=3$$

$$y_s=f(x_s)=f(3)=\frac{9}{8} \Rightarrow \underline{\underline{S\left(3\,|\,\frac{9}{8}\right)}}$$

دوه ب -



$$f(x)=-\frac{1}{2}(x-3)(x+2)$$

$$f(0)=-\frac{1}{2}(-3)(2)=3 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0\,|\,3)}}$$

$$f(x)=0 \Rightarrow x_1=3\,;\,x_2=-2$$

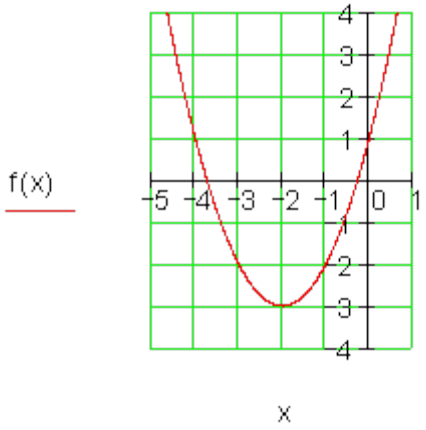
$$\Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(3\,|\,0)\,;\,P_{x2}(-2\,|\,0)}}$$

$$x_s=\frac{3+(-2)}{2}=\frac{1}{2}\,;\,f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{25}{8}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{1}{2}\,|\,\frac{25}{8}\right)}}$$

دوه پ –

(c) ketabton.com: The Digital Library



$f(x)=x^2+4x+1 \Rightarrow \underline{P_y(0|1)}$

$f(x)=0 \Leftrightarrow x^2+4x+1=0$

$\Rightarrow p=4;\ q=1 \Rightarrow D=3$

$x_1=-2+\sqrt{3};\ x_1=-2-\sqrt{3}$

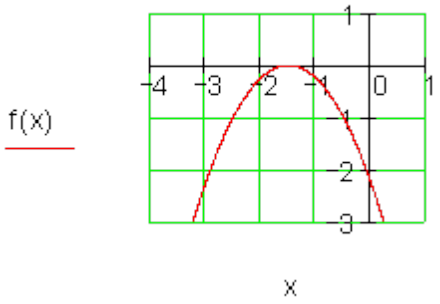
$\Rightarrow \underline{P_{x1}\left(-2+\sqrt{3}\,|\,0\right);\ P_{x2}\left(-2-\sqrt{3}\,|\,0\right)}$

$x_s=\frac{x_1+x_2}{2}$

$=\frac{-2+\sqrt{3}+\left(-2+\sqrt{3}\right)}{2}=-2$

$y_s=f(x_s)=f(-2)=-3 \Rightarrow \underline{S(-2|-3)}$

د لاندې ماني پښتو: لمسټکی



$f(x)=-0,25\left(4x^2+12x+9\right)$

$=-x^2-3x-\frac{9}{4} \Rightarrow \underline{P_y\left(0|-\frac{9}{4}\right)}$

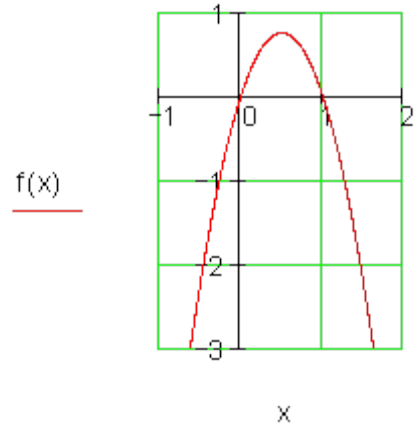
$f(x)=0 \Rightarrow \underline{P_{x1/2}\left(-\frac{3}{2}|0\right)}$

Da $P_{x1/2}$ Berührungspunkt:

$\Rightarrow \underline{S\left(-\frac{3}{2}|0\right)}$

دوه ټ-

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$f(x)=3x(1-x)$$

$$f(0)=0 \Rightarrow P_y(0\,|\,0)$$

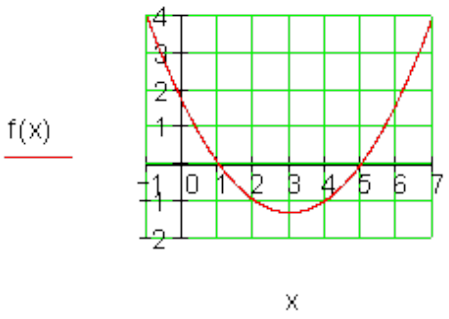
$$f(x)=0 \Leftrightarrow 3x(1-x)=0$$

$$\Rightarrow x_1=0;\ (1-x)=0 \Leftrightarrow x_2=1$$

$$\Rightarrow P_{x1}(0\,|\,0);\ P_{x2}(1\,|\,0)$$

$$x_s=\frac{1}{2};\ y_s=f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{4} \Rightarrow S\left(\frac{1}{2}\,|\,\frac{3}{4}\right)$$

دوه ث-



$$f(x)=\frac{1}{3}x^2-2x+\frac{5}{3} \Rightarrow P_y\left(0\,|\,\frac{5}{3}\right)$$

$$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x^2-2x+\frac{5}{3}=0\,|\cdot 3$$

$$\Leftrightarrow x^2-6x+5=0 \Rightarrow x_1=1;\ x_2=5$$

$$\Rightarrow P_{x1}(1\,|\,0);\ P_{x2}(5\,|\,0)$$

$$S\left(3\,|\,-\frac{4}{3}\right)$$

درېم:

د یوه ولاړګوډیز یا مستطیل چاپریال یاا محیط: U=2a+2a

د مستطیل سطحه:A=a.b

$$U=2a+2b \Rightarrow b=\frac{U}{2}-a$$

ږدو: په سطحه فرمول کې یې ځا ې په ځای کړی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A(a) = a\left(\frac{U}{2} - a\right) = \frac{U}{2}a - a^2 = -a^2 + \frac{U}{2}a$$

پارابول کښته لور ته واز دی

د سطحې لپاره د ککرې کواوردیناتونه ماکسیموم راکوي.

$$A(a) = -1\left[a^2 - \frac{U}{2}a + \left(\frac{U}{4}\right)^2 - \left(\frac{U}{4}\right)^2\right] = -\left(a - \frac{U}{4}\right)^2 + \left(\frac{U}{4}\right)^2$$

د ککرې

$$\Rightarrow S\left(\frac{U}{4} \mid \left(\frac{U}{4}\right)^2\right) \Rightarrow \text{für } a = \frac{U}{4} \text{ ist } A(a) = \left(\frac{U}{4}\right)^2$$

ټکي بنه:

د سطحط ماکسیموم

د U=18cm لپاره باور لري: a=18cm/4 =4,5 او b=(U/2)-a=9cm- 4,5cm=4,5cm

د a=4,5cm او b=4,5cm لپاره مستطیل خورا غټه سطحخوندیونه لري.

$A = a \cdot b = 4{,}5\ \text{cm} \cdot 4{,}5\ \text{cm} = 20{,}25\ \text{cm}^2$ دا توکلي یوه مربع یا څلورې ده.

هیله ده د U=30cm سره یې وازمایی.

څلورم:

ب-	الف-
f(x) : ککرې S(2|4)	f(x)
$\Rightarrow f(x) = a_2 (x-2)^2 + 4$ $f(0) = 0 \Leftrightarrow a_2 = -1$ $\Rightarrow f(x) = -(x-2)^2 + 4$	صفرځایونه -3<x1<-2 او 1<x2<2 سیمتري

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-

f(x) : ککرۍ S(2|4)

$$\Rightarrow f(x) = a_2 (x-2)^2 + 4$$
$$f(0) = 0 \Leftrightarrow a_2 = -1$$
$$\Rightarrow f(x) = -(x-2)^2 + 4$$

صفرځایونه:

$$(x-2)^2 = 4 \Rightarrow x_1 = 0 ; x_2 = 4$$

پارابول کښته لور ته واز دی

g(x) ککرۍ S(2|-4,5)

$$\Rightarrow g(x) = a_2 (x-2)^2 - 4,5$$
$$g(1) = -4 \Rightarrow a_2 = 0,5$$
$$\Rightarrow g(x) = 0,5(x-2)^2 - 4,5$$

پارابول پورته لور ته واز دی

صفرځایونه

$$0,5(x-2)^2 = 4,5 \Rightarrow x_1 = 5 ; x_2 = -1$$

f(x)او g(x) و x=2 ته سیومتریک دي

پارابول لاندې لور ته واز دی

$x_s = -0,5$ د سیمتري له لامله

g(x):
$P_{x1}(-2|0) ; P_{x2}(1|0)$

د ارزښت جدول څخه ولولی

پارابول پورته لور ته واز دی.

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2+1}{2} = -0,5$$

f(x) او g(x) سیمتریک دي

و x=-0,5 ته.

پنځم:

$f(x) = -x^2 - x + 6$ د نورمال پاربابول بڼه پورته لور ته واز $P_y(0|6)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$g(x)=(2-x)(x+3)$$

$P_{x1}(-3|0);P_{x2}(2|0)$ د نورمال پاربابول بڼه کښته لور ته واز

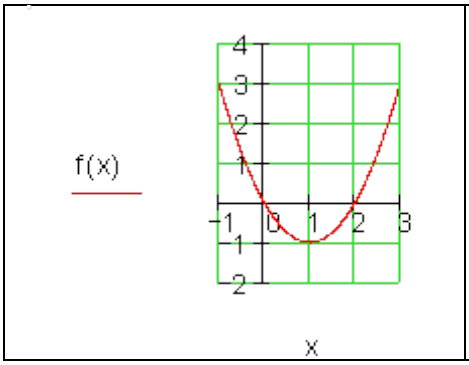
$$h(x)=-(x+0,5)^2+\frac{25}{4}\Rightarrow S\left(-\frac{1}{2}\,\middle|\,\frac{25}{4}\right)$$

د نورمال پاربول بڼه کښته لور ته واز

پوښتنې

د مربع توابعو ګرافونه!

لومړی: دتابع f(x) ګراف ورکړ شوی دی. د g(x) ګراف وکاږئ.

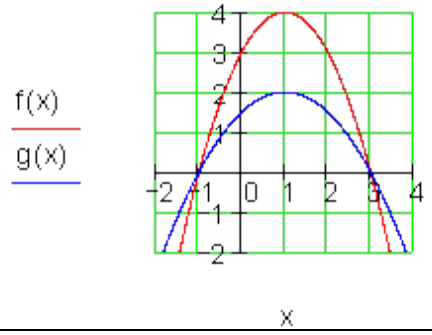
الف- $g(x)=\frac{1}{2}\cdot f(x)$ ب- $g(x)=-2\cdot f(x)$ پ- $g(x)=f(x)+1,5$ ت- $g(x)=[f(x)]^2$	

دویم:

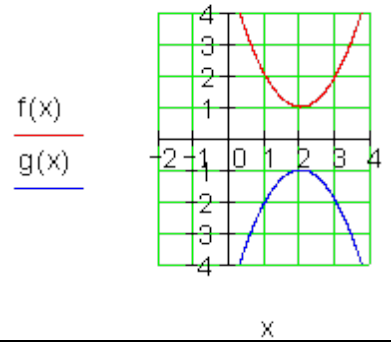
د ګراف f(x) او g(x) ترمنځ کومې اړیکې پرتې دي؟ د ککړئ ټکي مساوات ولیکئ او سره	الف-

(c) ketabton.com: The Digital Library

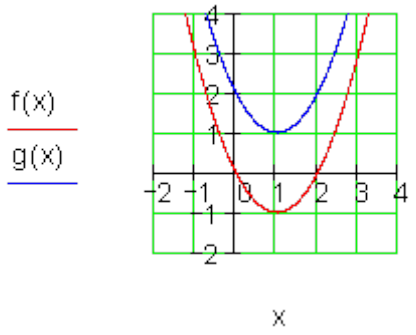
پرتله يې کړئ



پ-



ب-



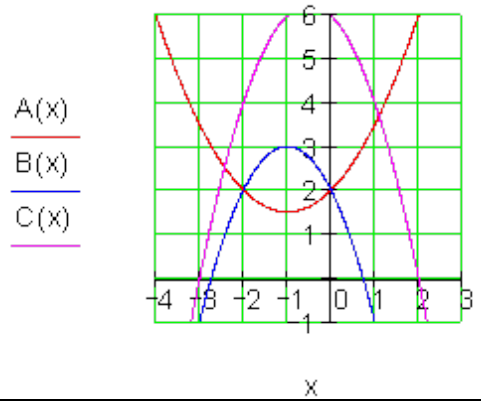
دريم:

کوم ګراف په کوم تابع پورې اړه لري؟
خپله پرېکړه مدلله کړه.

$$f(x) = -(x+1)^2 + 3$$

$$g(x) = \frac{1}{2}x^2 + x + 2$$

$$h(x) = (2-x)(x+3)$$



ځوابونه

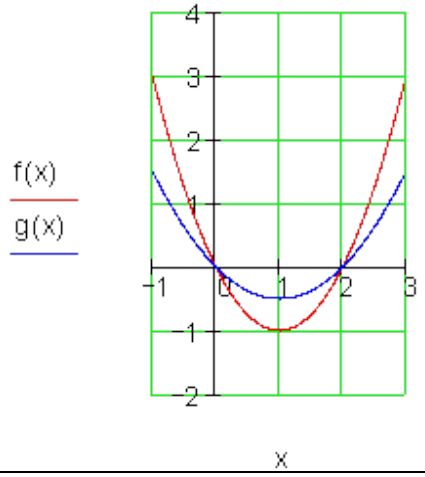
(c) ketabton.com: The Digital Library

د مربع توابعو ګرافونه

لومړی:

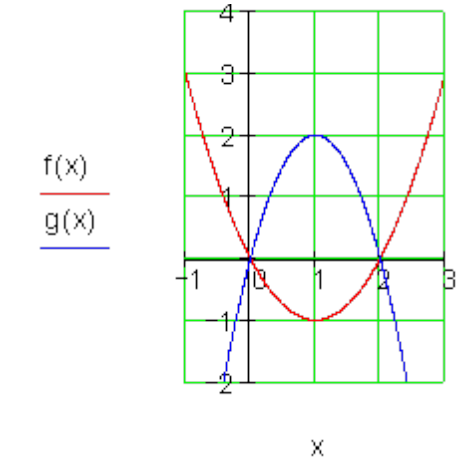
الف-

$f(x)=(x-1)^2-1;\ g(x)=\frac{1}{2}\cdot f(x)$



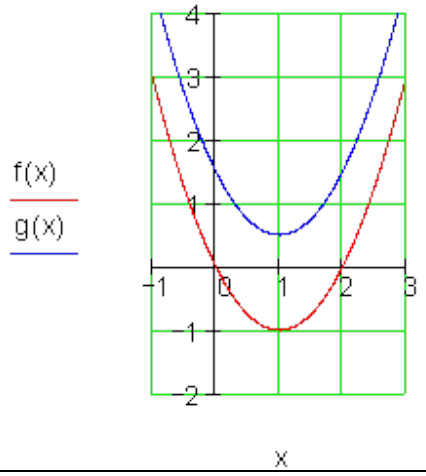
ب-

$f(x)=(x-1)^2-1;\ g(x)=-2\cdot f(x)$



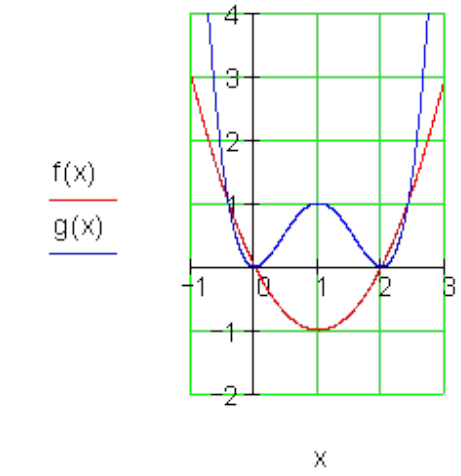
پ-

$f(x)=(x-1)^2-1;\ g(x)=f(x)+1{,}5$



ت-

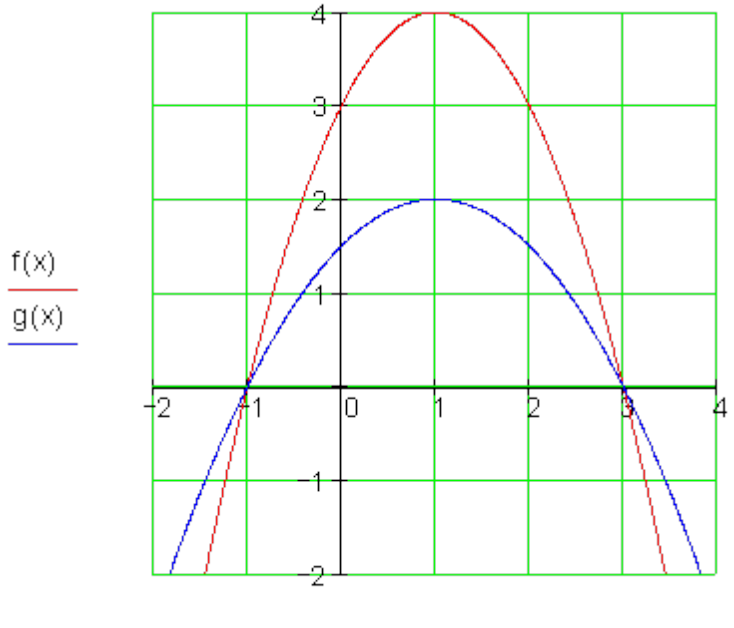
$f(x)=(x-1)^2-1;\ g(x)=\left[f(x)\right]^2$



(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم الف-

یادوه: پورته او کښته کي Scheitelpunkt ککی ټکي دی.

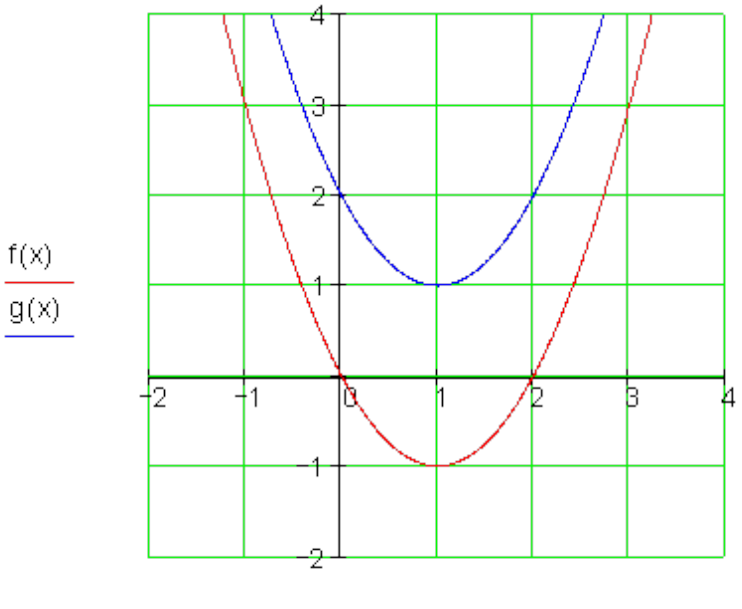


د المانی پښتو: ککرئ ټکی:	
g(x):	f(x):
Scheitelpunkt: S(1| 2)	Scheitelpunkt: S(1| 4)
$\Rightarrow g(x) = a_{2g}(x-1)^2 + 2$	$\Rightarrow f(x) = a_{2f}(x-1)^2 + 4$
$P(3\mid 0): g(3) = a_{2g} \cdot 1 + 4 = 0$	$P(0\mid 3): f(0) = a_{2f} \cdot 1 + 4 = 3$
$\Rightarrow a_{2g} = -0,5$	$\Rightarrow a_{2f} = -1$
$\Rightarrow g(x) = -0,5(x-1)^2 + 2$	$\Rightarrow f(x) = -(x-1)^2 + 4$

توپیر د ککرئ ټکي په ځای او بڼه ضریب کي پروت دی

دویم ب –

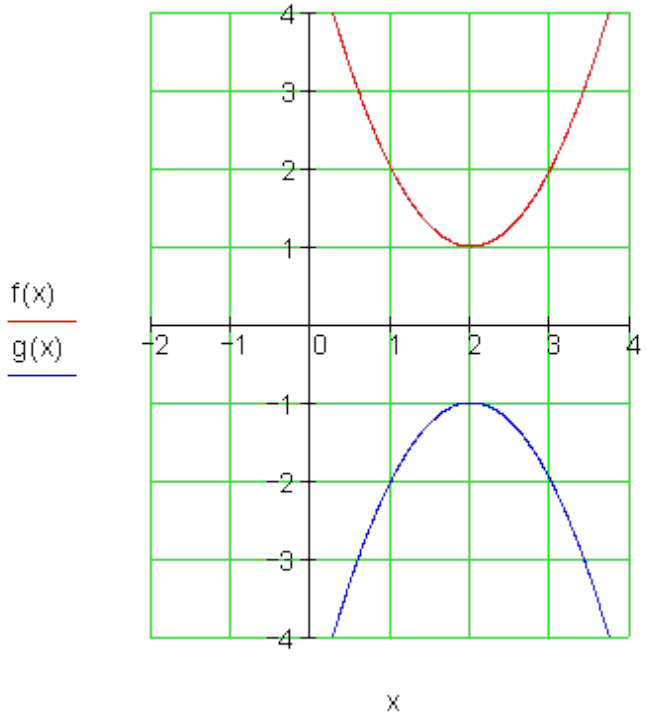
(c) ketabton.com: The Digital Library



f(x):	g(x):
ککرۍ ټکی $S(1\mid -1)$	ککري ټکی $S(1\mid 1)$
$\Rightarrow f(x)=a_{2f}(x-1)^2-1$	$\Rightarrow g(x)=a_{2g}(x-1)^2+1$
$P(0\mid 0): f(0)=a_{2f}\cdot 1-1=0$	$P(0\mid 2): g(0)=a_{2g}\cdot 1+1=2$
$\Rightarrow a_{2f}=1$	$\Rightarrow a_{2g}=1$
$\Rightarrow f(x)=(x-1)^2-1$	$\Rightarrow g(x)=(x-1)^2+1$

فقط ککرئ ټکي په ۲ واحدونو یا یوونونو یو له بل لري پراته دي دویم پ:

(c) ketabton.com: The Digital Library



$g(x)$:	$f(x)$:
Scheitelpunkt: $S(2\mid -1)$	Scheitelpunkt: $S(2\mid 1)$
$\Rightarrow g(x)=a_{2g}(x-2)^2-1$	$\Rightarrow f(x)=a_{2f}(x-2)^2+1$
$P(1\mid -2): g(1)=a_{2g}\cdot 1-1=-2$	$P(1\mid 2): f(1)=a_{2f}\cdot 1+1=2$
$\Rightarrow a_{2g}=-1$	$\Rightarrow a_{2f}=1$
$\Rightarrow g(x)=-(x-2)^2-1$	$\Rightarrow f(x)=(x-3)^2+1$

$g(x)$د x په محور د $f(x)$ هندارونه(انعکاس) ده

دريم:

$f(x)=-(x+1)^2+3$ د $S(-1\mid 3)$ له املـه په $B(x)$ پورې اړه لري. پارابول کښته لور ته واز دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$g(x)=\frac{1}{2}x^2+x+2$ د $P_y(0|2)$ له امله په $\overline{\overline{A(x)}}$ پورې اړه لري. پارابول پورته لور ته واز دی.

$h(x)=(2-x)(x+3)$ د $P_{x1}(-3|0);P_{x2}(2|0)$ له امله په $C(x)$ پورې اړه لري.

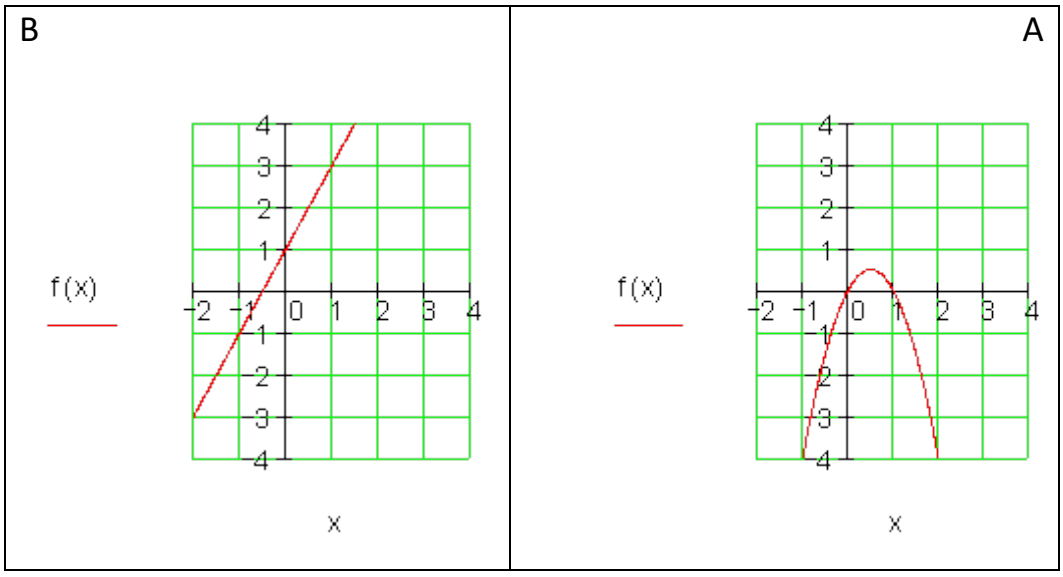
پوښتنې

د مربع مساواتو ګرافونه II

هر د تابع ګراف سره یوه تابع تنظیم یا ترتیب کړئ

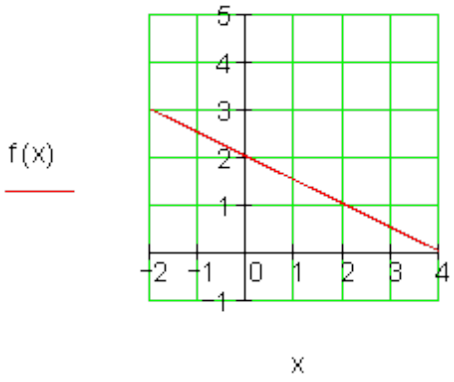
$f_1(x)=x^2+1$ $f_2(x)=-2x^2+2x$ $f_3(x)=2x+1$

$f_4(x)=-2x^2+2x+1$ $f_5(x)=2-0,5x$ $f_6(x)=0,5(x+2)^2+1$

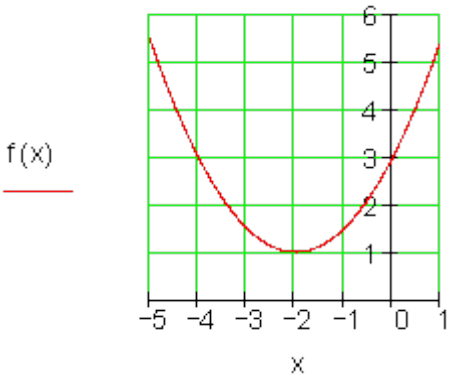


(c) ketabton.com: The Digital Library

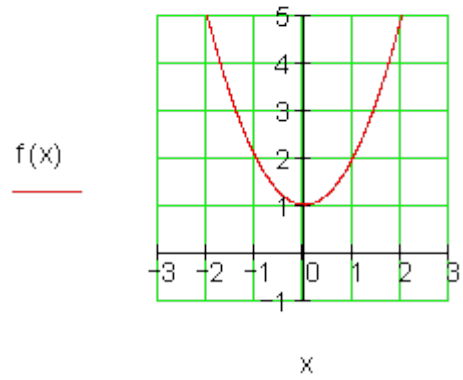
D



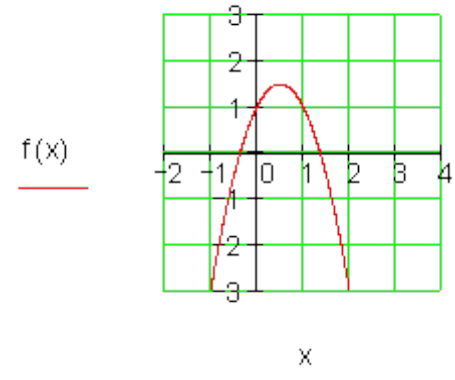
C



F



E

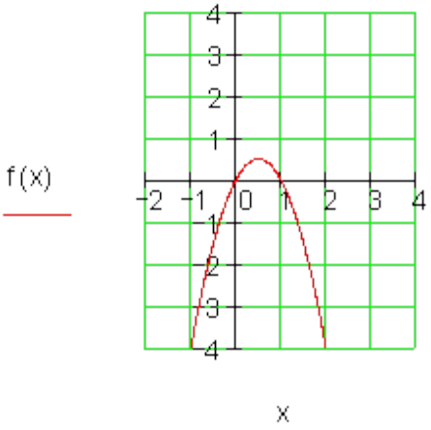


حلونه

د څلورۍ – یامربع توابعو ګرافونه||

(c) ketabton.com: The Digital Library

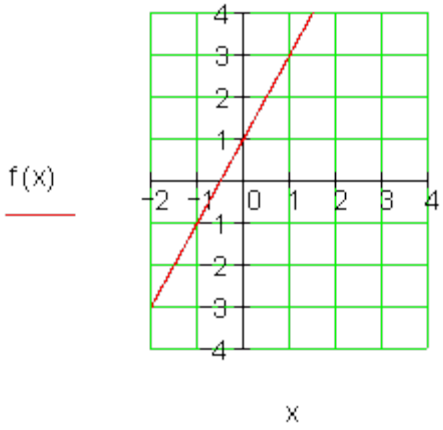
A



تابع مساوات یا - برابرون:

$f_2(x) = -2x^2 + 2x$

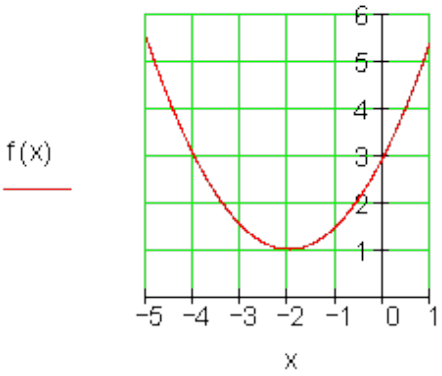
B



تابع مساوات یا - برابرون:

$f_3(x) = 2x + 1$

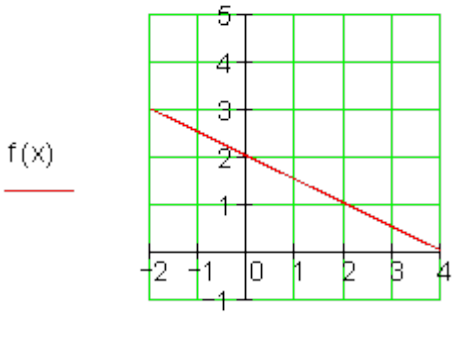
C



تابع مساوات یا - برابرون:

$f_6(x) = 0,5(x+2)^2 + 1$

D

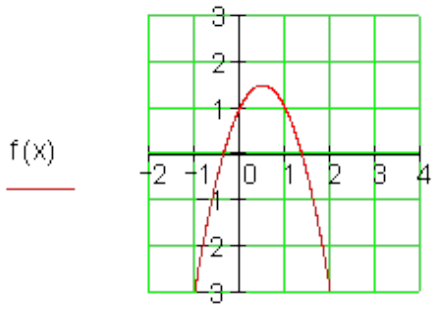


تابع مساوات یا - برابرون:

$f_5(x) = 2 - 0,5x = -0,5x - 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

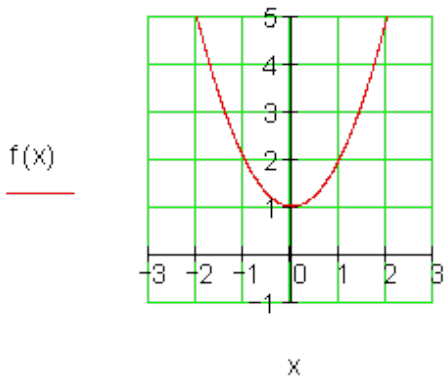
E



تابع مساوات یا - برابرون:

$f_4(x) = -2x^2 + 2x + 1$

F



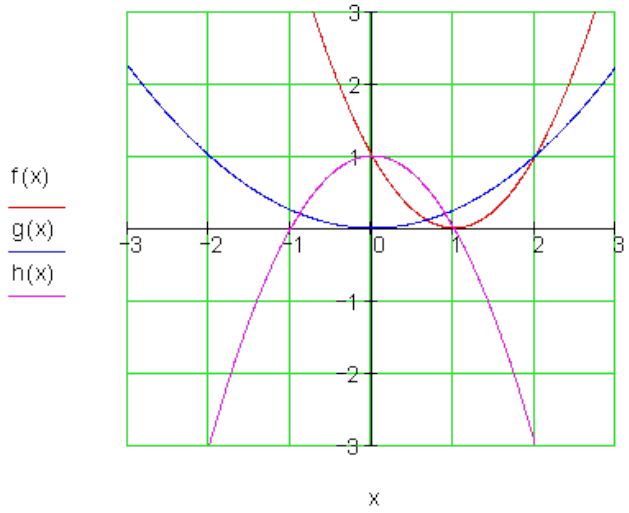
تابع مساوات یا - برابرون:

$f_1(x) = x^2 + 1$

پوښتنې

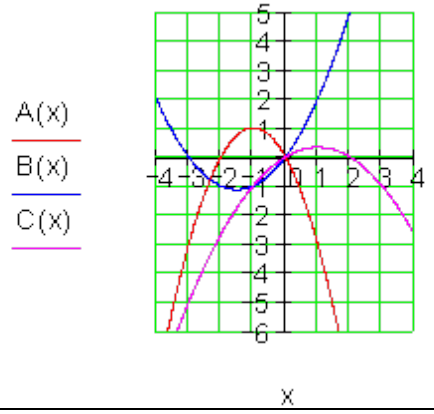
د مربع توابعو ګرافونه III

لومړی – هر یو اړونده تابع ترم وټاکی.

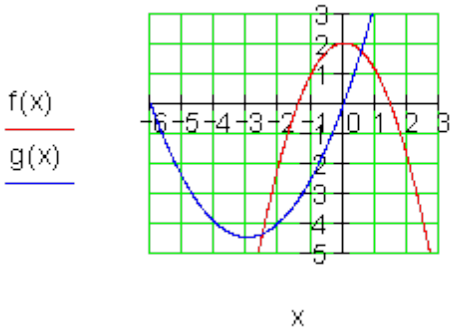


(c) ketabton.com: The Digital Library

دوی:

هر پارابول سره یو د تابع ترم تنظیم کړی. ضریبونه a_2 او a_1 هم وټاکی. $f(x) = a_2x^2 - 2x$ $g(x) = 0,5x^2 + a_1x$ $h(x) = a_2x(x-2)$	

دریم:

مربع توابع f(x) او g(x) ورکړ شوي دي g(x) د y په لور داسې و کښوی چې کښول شوې کرښه یا منحني g*(x) او f(x) ګډ ټکي ونه لري. $f(x) = -x^2 + 2\,;\, x \in \mathbb{R}$ $g(x) = 0,5x^2 + 3x\,;\, x \in \mathbb{R}$	

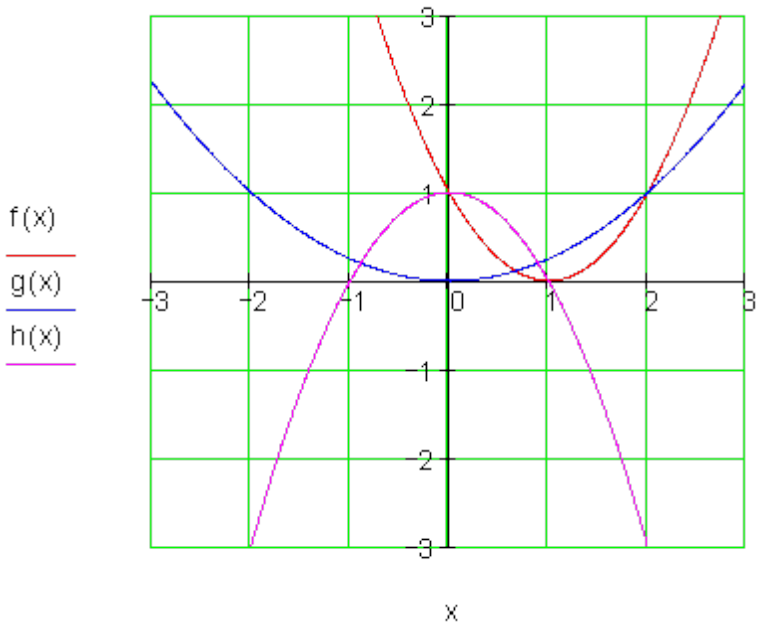
حلونه

د څلورې یا مربع تابعو ګرافونه III

نتیجې

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی:



$f(x)=(x-1)^2$ $g(x)=0,5x^2$ $h(x)=-x^2+1$

دویم: $h(x)=a_2x(x-2)$ په C(x) اړه لري

$$h(3)=-1\Leftrightarrow a_2=-\frac{1}{3}\Rightarrow h(x)=-\frac{1}{3}x(x-2)$$

$f(x)=a_2x^2-2x$ په A(x) اړه لري

صفرځایونه

$$x(a_2x-2)=0\Rightarrow x_1=0\,;\,x_2=\frac{2}{a_2}=-2\Rightarrow a_2=-1\Rightarrow f(x)=-x^2-2x$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$g(x) = 0,5x^2 + a_1x$ په B(x) پورې اړه لري

$$g(-3) = 0 \Leftrightarrow 0,5 \cdot 9 - a_1 \cdot 3 = 0 \Rightarrow a_1 = 1,5 \Rightarrow g(x) = 0,5x^2 + 1,5x$$

دريم:

د دې لپاره چې غوټکيشتون ونه لري , بايد g(x) پورته لور ته و کښول شي:

$$g(x) = 0,5x^2 + 3x \Rightarrow g^*(x) = 0,5x^2 + 3x + a_0$$

د غوټکو لپاره اړين شرطونه: g*(x) = f(x)

$$0,5x^2 + 3x + a_0 = -x^2 + 2 \Leftrightarrow x^2 + 2x + \frac{2}{3}a_0 - \frac{4}{3} = 0$$
$$\Rightarrow p = 2\,;\; q = \frac{2}{3}a_0 - \frac{4}{3} \Rightarrow D = -\frac{2}{1}a_0 + \frac{7}{3}$$

غوټکی نه شته که وي: D<0

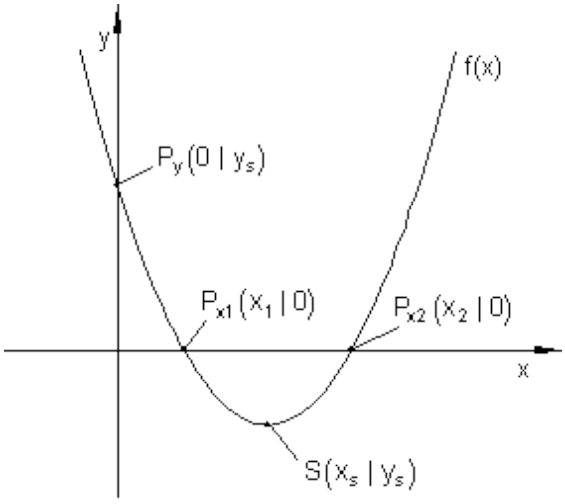
$$\Rightarrow -\frac{2}{1}a_0 + \frac{7}{3} < 0 \Leftrightarrow a_0 > \frac{7}{2}$$

که a0 > 7/2 وي نو f(x) او g*(x) ګډ غوټکي نه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2-7د مربع توابعو د محورونو غوڅتكي

د محورونو غوڅتكي



په څنګ څېړه كي د ګراف كتلو كي يوڅو ټكي په ځانګړي توګه پام ته راځي

د y -محور سره غوڅتكى
$P_y(0 \mid y_2)$

د x - محور سره غوڅتكي
$P_{x1}(x_1 \mid 0)$
او
$P_{x2}(x_2 \mid 0)$

ككرتكى $S(x_s \mid y_s)$

څيرنبيلګه:

د څيرنبيلګي په توګه دا $f(x) = x^2-6x+5$ تابع په چوپړكي لرو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د **y** -محور سره غوڅټکی

ګراف د**y** –محور په P_y ټکي کې غوڅوي.

د هر ټکی لپاره، چې د**y** محور باندې پروت دی ، د **x** کواوردینات صفر دی.

د P_y لپاره شرطونه : $f(0)$

$$f(x) = x^2 - 6x + 5 \Rightarrow f(0) = 0^2 - 6 \cdot 0 + 5 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|5)}}$$

په دې حالت کې به توانیدلې وی، چې د y -کواوردینات سیده د تابع مساوات څخه ولولو.

بیلګه:

$f(x) = (x-3)^3 - 4$ (ککړټکی یا د رأس ټکی)$S(3;4)$

$$P_y(0|y_y) \Rightarrow y_s = f(0) = (0-3)^2 - 4 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|5)}}$$

د **x** محور سره غوڅټکی

ګراف د x محور د P_{x1} اوP_{x2} په ټکو کې غوڅوي.

د هر ټکي لپاره، چې د x په محور پروت دی، د y کواوردینات صفر دی.

د لپاره شرایط:

دا سې $f(x) = (x-3)^3 - 4 = 0$ ایښونه مو مربع مساوات $(x-3)^3 - 4 = 0$ ته بیایي:

د مربع تکمیلیدونکې لارې حل یا ښوونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x^2-6x+3^2-3^2+5=0 \Leftrightarrow (x-3)^2-9+5=0 \Leftrightarrow (x-3)^2-4=0$$
$$\Leftrightarrow (x-3)^2=4 \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x-3|=\sqrt{4}$$
$$\Leftrightarrow x-3=\pm\sqrt{4}$$
$$\Rightarrow x_1=\sqrt{4}+3=2+3=5 \quad \vee \quad x_2=-\sqrt{4}+3=-2+3=1$$
$$P_{x1}(5\mid 0);P_{x2}(1\mid 0)$$

تمرينونه :

د مربع تکميليدنو له الرې د صفرځای ټاکنه

د يوه پارابول (2-مه درجه ټول راشنل تابع) د تابع مساوات ورکړل شوي دی. د لاندز پارابول لپاره صفرځايونه او د محورونو غوڅټکي وټاکی.

د ککرټکي په مرسته ګراف و کاږی.

اول - $f(x)=x^2+4x-5 \quad S(-2\mid -9)$

دويم - $f(x)=-x^2-x+6 \quad S\left(-\frac{1}{2}\mid \frac{25}{4}\right)$

دريم - $f(x)=-x^2-4x-4 \quad S(-2\mid 0)$

څلورم - $f(x)=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x-6 \quad S\left(-\frac{1}{2}\mid -\frac{49}{8}\right)$

پنځم - $f(x)=\frac{1}{2}x^2-4x+5 \quad S(4\mid -3)$

شپږم - $f(x)=x^2-4x+5 \quad S(2\mid 1)$

اوم - $f(x)=\frac{1}{4}x^2+x-1 \quad S(-2\mid -2)$

اتم - $f(x)=4x^2+x-5 \quad S\left(-\frac{1}{8}\mid -\frac{81}{16}\right)$

نهم - $f(x)=-4x^2-x+5 \quad S\left(-\frac{1}{8}\mid \frac{81}{16}\right)$

لسم - $f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-2 \quad S\left(1\mid -\frac{7}{3}\right)$

ارزښت (مطلقه ارزښت) يادونه:

.

(c) ketabton.com: The Digital Library

یو کس € 120 ګټي، مور هم وایو چې هغه د€ 120 ارزښت ګټي. یو کس د 120 €جزاپانه تر ګوتو کوي، مور وایو هغه باید د € 120 د پیسو جزا ورکړي.
په دواړو حالتونو کې مطلب یا موخه € 120 دي.

د اقتصادي تخنیک له مخې ګټه د مثبت(زیاتیز) او جریمه د منفی(کمیز) په معنادی.

د یوه عدد ارزښت یا مطلقه ارزښت د شمیر پوهنې له مخې تل مثبت دی.

د دې لپاره چې د یوې متحولې ارزښت وشمیرلی شو، نو یو د شمیرلو قانون ته اړ یو.

که $x \geq 0$ وي. که $x < 0$ وي.	د شمیرلو قانون: $\lvert x \rvert = \begin{cases} x \\ -x \end{cases}$

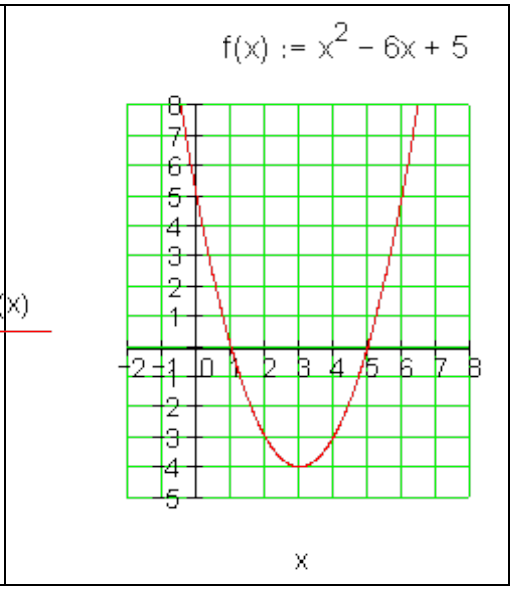
بیلګه:
د مطلقه ارزښت مساوات $\lvert x+2 \rvert = \sqrt{3}$ دې حل کړای شي.
د شمیرنې قانون:

$\lvert x+2 \rvert = \begin{cases} x+2 \\ -(x+2) \end{cases}$	که $x+2 \geq 0$ وي که $x+2 < 0$ وي

دا مو د حالت توپیر ته بیایي:
لومړی حالت: که $x+2 \geq 0$ وي، نو لاس ته راځي
$x+2 = \sqrt{3} \Leftrightarrow x_1 = -2+\sqrt{3}$
دویم حالت: که $x+2 < 0$ وي، نو لاس ته راځي
$-(x+2) = \sqrt{3} \Leftrightarrow x+2 = -\sqrt{3} \Leftrightarrow x_2 = -2-\sqrt{3}$
حل په لنده بڼه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د نورو څيرنو لپاره د بيلګې ګراف کاږو: $|x+2| = \sqrt{3} \Rightarrow x+2 = \pm\sqrt{3}$



دا کښته لور ته واز پارابول دی، چې ککړتکی يې په ټکی S (3 | - 4) راکښل شوی دی.
دy محور سره يې عوځټکی P_y (0 | 5) دی.
دx محور سره يې غوځټکي P_{x1} (1 | 0) او P_{x2} (5 | 0) دي.
د محور سره غوځټکي يې د تابع f(x) صفرځايونه بولو، چخه چې هلته باور لري: f (1) =0 اوf (5) =0

د تعريف او ارزښت ست(ډېرۍ)
زيات وخت د تابع تلنه په يوه ټاکلي ورشو يا ساحه کې تر څېړنې نيول کيږي.
دا مو تعريفډېرۍ او ارزښت ډېرۍ ته لارښودوي.
ځمونږ د بيلګې تابع دې فقط له x = -1 تر x = +6 دx ارزښتونو په ورشو کې په هلته رامنځ ته کيدونکو تابع ارزښتونو وځېړل شي.

تعريف ست(-ډېرۍ): $D = \{x \mid -1 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$ په دې معنا چې له x=-1 تر x=6 پورې
دتابع خورا کوچنی ارزښت(مينيموم) ککړتکی دی.، ځکه چې پارابول پورته لور ته واز دی، پس x min=-4 .
اوس د انټروال پولې x=-1 اوx=6 څيړل کيږي.

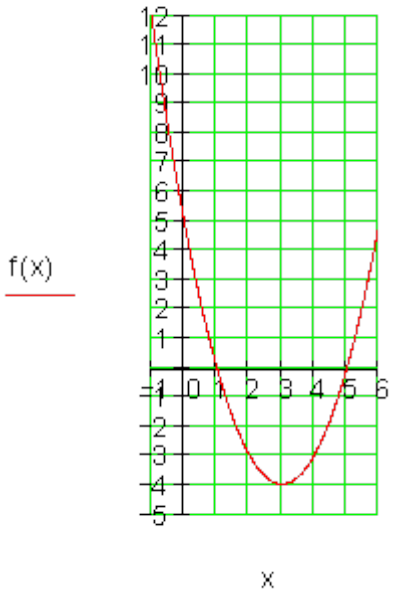
$$f(-1) = (-1)^2 - 6\cdot(-1) + 5 = 1 + 6 + 5 = 12$$
$$f(6) = 6^2 - 6\cdot 6 + 5 = 36 - 36 + 5 = 5$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره ارزښت ست دی:

$$W = \{y \mid -4 \le y \le 12\}_{\mathbb{R}}$$

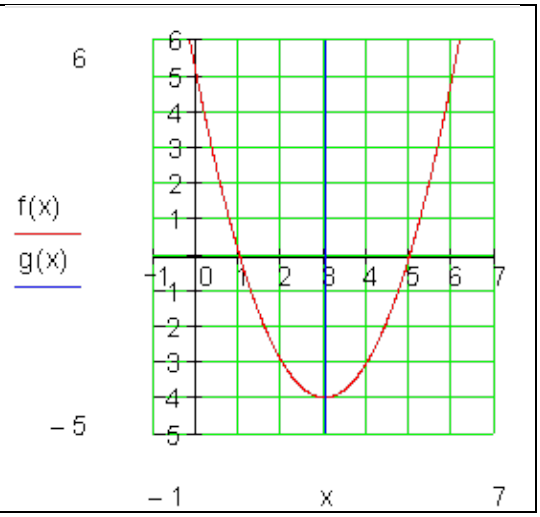
د ارزښت ډېرئ یا -ست تل د تعریف ست له لارې ورکول کیږی.
د نورې څېړنې لپاره ځموږ د بیلګې تاب ګراف ترځیرنې لاندې نیسو.

$f(x) := x^2 - 6x + 5$ 	دا ترځنګ څیره ټیک د تابع ګراف برخه ښایي، چې د تعریفست سره د مخه ورړ شوې ده. $D = \{x \mid -1 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$ $W = \{y \mid -4 \le y \le 12\}_{\mathbb{R}}$

د سیومتري څیړنه:
دا څیره شوی پارابول نسبت و محورونو ته سیومتریک دی، چې دy محور سره غبرګ د ککرټکي څخه تیرېږي، دی: دلته .

دا د ټولو پارابولونو لپاره اعتبار لري.
د سیومتري محور مساوات چې د
$S(x_s \mid y_s)$ ککرټکي څخه تیر یږي دی: $x = x_s$ دلته $x = 3$.

(c) ketabton.com: The Digital Library

صفرځايونه هم سيومتري محور ته سيومتريک دي. دا په دې معنا، چې د معلومو صفرځايونو څخه د ککړئ ټکي x ارزښتونه شميرل کيدی شي.	

له صفرځايونو څخه د ککړئټکي شميرنه

صفرځايونه : x1;x2 څرګندندي. له دې لاس ته راځي:

$$\Rightarrow x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow S(x_s \mid f(x_s))$$

زمونږ د بيلګې لپاره باور لري:

$$x_1 = 1; x_2 = 5 \Rightarrow x_s = \frac{1+5}{2} = 3 \Rightarrow S(3 \mid f(3))$$

که د مربع تابع صفرځايونه معلوم وي، نو د دې اريتميتيکي منځ د ککړئ ټکي د x کواوردينات دی.

د **p - q_** فرمول پيداکونه

د يوه مربع تابع د صفرځايونو پيداکولو امکانات د مربع تکميليدنو له امله د مربع مساوات د حل له لارې صورت نيسي. د دې لپاره يو د حل فرمول هم منځ ته راوړی شو.

مربع مساوات $x^2-6x+5=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مو د مربع مساوات نورمالښې ته بيايي:
د $x^2-6x+5=0$ حل د مربع تکميليدنې له لارې.

$$\Leftrightarrow x^2+px+\left(\frac{p}{2}\right)^2-\left(\frac{p}{2}\right)^2+q=0$$

$$\Leftrightarrow \left(x+\frac{p}{2}\right)^2=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q \quad \Leftrightarrow \quad \left|x+\frac{p}{2}\right|=\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q} \quad \Leftrightarrow \quad x+\frac{p}{2}=\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x_1=-\left(\frac{p}{2}\right)+\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}}} \qquad \underline{\underline{x_2=-\left(\frac{p}{2}\right)-\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}}}$$

د ريښې لاندې افاده(وييښه) دېسکريمينانت بلل کيږي.

دېسکريمينات = $D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q$

د p-q -فرمول: $\underline{\underline{x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}}}$

زمونږ د بيلګې تابع صفرځايونه دي اوس د p - q -فرمول په مرسته وشميرل شي.

$$x^2-6x+5=0 \Rightarrow p=-6\,;\ q=5$$

لومړی دي دېسکريمينات وشميرل شي:

$$D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=(-3)^2-5=9-5=4$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}=3\pm\sqrt{4} \Rightarrow x_1=3+2=\underline{\underline{5}} \vee x_2=3-2=\underline{\underline{1}}$$

دېسکريمينانت او د حلونو ست
مربع مساوات تل حلونه نه دي.

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x^2 - 6x + 10 = 0 \Rightarrow p = -6\ ;\ q = 10$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 10 = -1$$

p-q- فرمول

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{-1} \Rightarrow !$$

:

حل نه لري.

که دېسکریمینات منفی(کمیزه) مخنښه ولري، نو مساوات حلور نه دي، ځکه چې ریښې فقط د مثبت ارزښتونو لپاره تعریف دي.

مربع مساوات کیدی شي چې فقط یو حل هم ولري.

بیلګه:

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow p = -6\ ;\ q = 9$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 9 = 0$$

p-q- فرمول: $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{0} = 3$: فقط یو حل.

ټولګه:

دېسکریمینانت D د یوه مربع مساوات د حلونو تعداد ټاکي

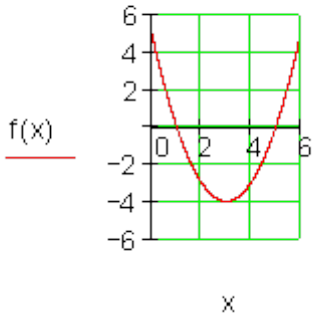
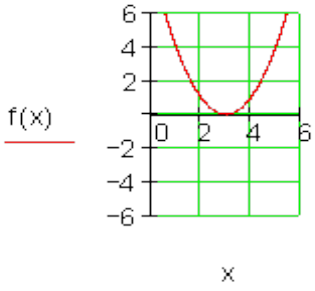
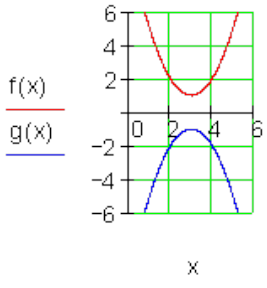
$$x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D} \quad \vee \quad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D}$$

د دوه حلونو	$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1\ ;\ x_2\}$
ډېری(ستې)	$D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$
د یوه حل ستې	$D < 0 \Rightarrow L = \{\ \}$
د حلونو ستې نه شته	

د حلونو ستې او د تابع ګراف

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه مربع تابع د ګراف تلنه د مربع مساوات د حلونو ستِ یا ډېرې باندې څه مانا لري؟
زموږ په بیلګه موږ مربع مساوات لروده د دوه ، هیڅ او فقط یوه حل سره.
موږ د دې اړونده تابع ګراف رسموو.

$f(x) := x^2 - 6x + 5$ 	$f(x) := x^2 - 6x + 9$ 	$f(x) := x^2 - 6x + 10$ $g(x) := -x^2 + 6x - 10$ 
دوه صفرځایونه	یو صفرځای	حل نه شته

که دوه صفرځایونه شتون ولري، نو د تابع ګراف دx محور دوه واره غوڅوي.
د یوه صفرځای سره د تابع ګراف دx محور په ککرټکي کې لمسوي.
که صفرځای مو مخ ته نه پروت، نو د پورته لور ته واز پارابول ککر ټکی د x محور پورته لور ته پروت دی، کښته لور ته واز پارابول ککر ټکی د x محور کښته لور ته پروت دی.

د ویتا Vieta جمله:

جمله:
او د مربع مساوات x^2+px+q حلونه دي، نو د ویتا د ریښې جمله باور لري:
$x_1 + x_2 = -p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$.
ښوونه (ثبوت): ثبوت د سږده شمېرنې له لارې صورت نیسي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

x1 او x2 سره جمعه کړی	x1 او x2 سره ضرب کړی
$x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} + \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)$	$x_1 \cdot x_2 = \underbrace{\left(-\frac{p}{2} + \sqrt{D}\right)\cdot\left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)}_{\text{3. Binomische Formel}}$
$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} - \frac{p}{2} - \sqrt{D}$	$\Leftrightarrow \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{D}\right)^2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - D$
$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p$	$\Leftrightarrow \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right] = q$
$\Rightarrow \underline{\underline{x_1 + x_2 = -p}}$	$\Rightarrow \underline{\underline{x_1 \cdot x_2 = q}}$

دا جمله د حل د کنترول لپاره ښه د کار (استعمال) وړ ده.

بیلګه:

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6\,;\, q = 5$$

حل: $x_1 = 5\,;\, x_2 = 1$

$$x_1 + x_2 = 5 + 1 = 6 = -p\,(w)$$

$$x_1 \cdot x_2 = 5 \cdot 1 = 5 = q\,(w)$$

صفرځایونه او کربنیز ضریبونه(فاکتورونه)

د ویتا جملې له مخې باور لري:

$$\because x_1 + x_2 = -p \quad \wedge \quad x_1 \cdot x_2 = q$$

په نورمال بڼه یې د $p = -x_1 - x_2$ سره کیږدی

$$x^2 + px + q = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (-x_1 - x_2)\cdot x + x_1 \cdot x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x_1x - x_2x + x_1x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - x_1) - x_2(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow \underbrace{(x - x_1)}_{\text{Linearfaktor}}\ \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Linearfaktor}} = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پورته پښتو: کربنيز ضريبونه
يو مربع مساوات چې صفرځايونه يې معلوم وي، کېدی شي د کربنيزو ضريبونو په ضرب سره وليکل شي.

جمله:
د صفرضرب جمله:
يو ضرب ټيک هلته صفر دی، چې لږ تر لږه يو ضريب يې صفر وي.
دا زمونږ د مربع تابع د مربع مساوات لپاره په دې معنا دی:

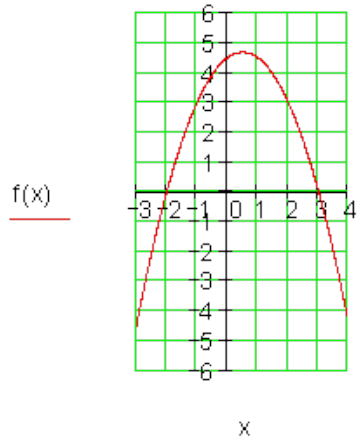
$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6\,;\, q = 5$$

حل: $x_1 = 5\,;\, x_2 = 1$

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-5)(x-1) = 0$$

اوس پخپله کولی شو، چې مربع مساوات د مخه ورکړشوي صفرځايونو سره جوړ کړو:
يو مربع مساوات دي د صفر ځايونو $x_1 = -2$ او $x_2 = 3$ سره دي منځ ته راوړل شي، چې کښته لور ته واز وي او ضريب ¾ ولري.

$$f(x) := \frac{-3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$$



$$x_1 = -2\,;\, x_2 = 3$$

$$f(x) = -\frac{3}{4}(x+2)(x-3)$$

$$= -\frac{3}{4}\left(x^2 - x - 6\right) = \underline{\underline{-\frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}}}$$

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$y_s = f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2} + \frac{9}{2} = \frac{75}{16}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{1}{2}\,|\,\frac{75}{16}\right)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرينونه

د مربع توابعو تمرينونه **III**

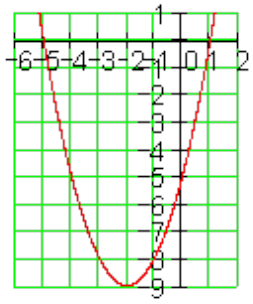
د صفرځايونو ټاکنه د مربع تکميليدني له لاري

نتيجې

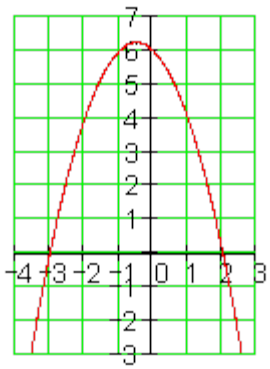
د مربع توابعو تمرينونه **III**

د صفرځايونو ټاکنه د مربع تکميلۍدني له لاري:

لومړی:

تابع مساوات: $f(x) = x^2+4x-5$ صفرځايونه:X1=-5;x2=1 د x محور سره غوټتکی: $P_{x1}(-5\mid 0); P_{x2}(1\mid 0)$ دy محور سره غوټتکی. $P_y(0\mid -5)$	

دويم:

تابع مساوات : $f(x) = -x^2 - x + 6$ صفرځيونه: $x_1 = -3\,;\, x_2 = 2$ د xمحور سره غوټتکی: $P_{x1}(-3\mid 0); P_{x2}(2\mid 0)$ دy محور سره غوټتکی: $P_y(0\mid 6)$	

دريم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

تابع مساوات :

$F(x) = -x^2 - 4x - 4$

صفرځیونه:

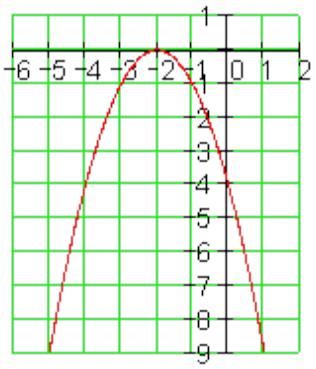
x1=-2 ; x2=-2(دبل صفرځای)

دx محور سره غوڅتکی:

$P_{x1}(-2|0); P_{x2}(-2|0)$

دy محور سره غوڅتکی:

$P_y(0|-4)$



څلورم:

تابع مساوات :

$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 6$

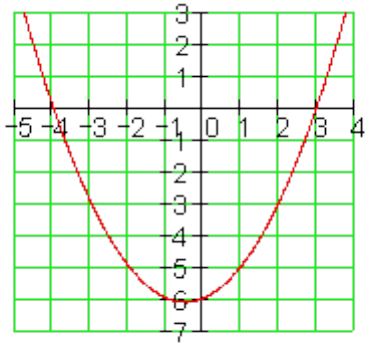
صفرځایونه: $x_1 = -4 ; x_2 = 3$

د x محور سره غوڅتکی:

$P_{x1}(-4|0); P_{x2}(3|0)$

د y محور سره غوڅتکی:

$P_y(0|-6)$



پنځم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

تابع مساوات : $f(x)=\frac{1}{2}x^2-4x+5$

صفرځیونه:

$x_1=4-\sqrt{6}\approx 1,55$

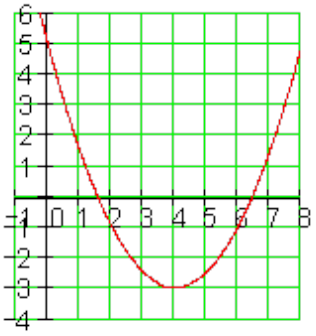
$x_2=4+\sqrt{6}\approx 6,45$

د x محور سره غوڅتکی:

$P_{x1}\left(4-\sqrt{6}\mid 0\right);P_{x2}\left(4+\sqrt{6}\mid 0\right)$

د y محور سره غوڅتکی:

$P_y(0\mid 5)$



شپږم:

تابع مساوات :

$f(x)=x^2-4x+5$

صفرځایونه:

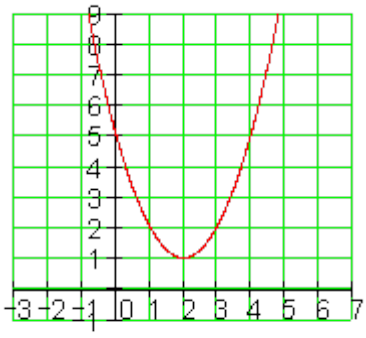
نه شته

د x محور سره غوڅتکی:

شتون نه ل ري

د y محور سره غوڅتکی:

$P_y(0\mid 5)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

اووم:

تابع مساوات :

$$f(x)=\frac{1}{4}x^2+x-1$$

صفرځیونه:

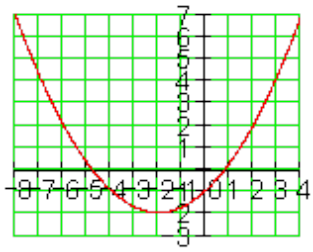
$$x_1=-2-\sqrt{8}\approx -4,83$$
$$x_2=-2+\sqrt{8}\approx 0,83$$

د x محور سره غوڅتکی:

$$P_{x1}\left(-2-\sqrt{8}\,|\,0\right);P_{x2}\left(-2+\sqrt{8}\,|\,0\right)$$

د y محور سره غوڅتکی:

$$P_y(0\,|\,-1)$$



اتم:

تابع مساوات :$f(x)=4x^2+x-5$

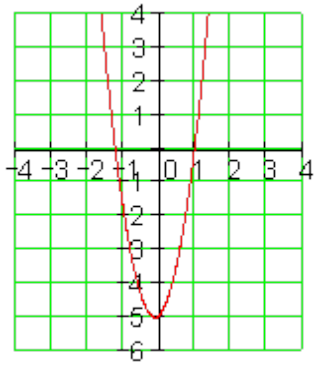
صفرځیونه: $x_1=-\frac{5}{4};x_2=1$

د x محور سره غوڅتکی:

$$P_{x1}\left(-\frac{5}{4}\,|\,0\right);P_{x2}(1\,|\,0)$$

د y محور سره غوڅتکی:

$$P_y(0\,|\,-5)$$



نهم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

تابع مساوات :$f(x)=-4x^2-x+5$

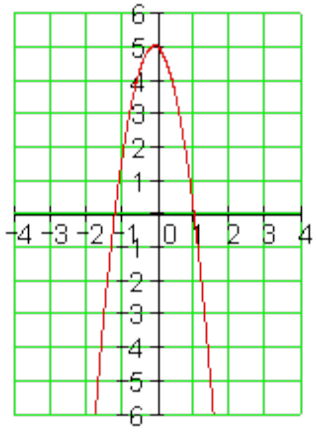
صفرځایونه: $x_1=-\frac{5}{4};\ x_2=1$

د x محور سره غوڅتکی:

$$P_{x1}\left(-\frac{5}{4}\mid 0\right);P_{x2}(1\mid 0)$$

د y محور سره غوڅتکی:

$$P_y(0\mid 5)$$



لسم:

تابع مساوات :

$$f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-2$$

صفرځیونه:

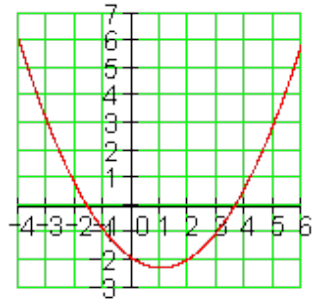
$$x_1=1-\sqrt{7}\approx -1{,}65$$
$$x_2=1+\sqrt{7}\approx 3{,}65$$

د x محور سره غوڅتکی:

$$P_{x1}\left(1-\sqrt{7}\mid 0\right);P_{x2}\left(1+\sqrt{7}\mid 0\right)$$

د y محور سره غوڅتکی:

$$P_y(0\mid -2)$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه

د صفرځایونو ټاکلو لپاره د مربع تکمیلیدنې له لارې مفصله بیلګه:

په ټولیزه بڼه د پارابول تابع مساوات $f(x)=-\frac{1}{2}x^2-2x+6$

د صفرځایونو لپاره شرطونه

$$f(x)=0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2-2x+6=0$$

مربع مساوات $-\frac{1}{2}x^2-2x+6=0$

باید اوس د مربع تکمیلیدنې له لارې حل شي.

$-\frac{1}{2}x^2-2x+6=0 \mid :\left(-\frac{1}{2}\right)$	په نورمال بڼه راوړل
$\Leftrightarrow x^2+4x-12=0$	نورمالمربع مساوات
$\Leftrightarrow x^2+4x+\left(\frac{4}{2}\right)^2-\left(\frac{4}{2}\right)^2-12=0$	مربع تکمیلونه

$$\Leftrightarrow \underbrace{x^2+4x+4}_{\text{1. binomische Formel}} \underbrace{-4-12}_{-16}=0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2-16=0 \mid +16$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2=16 \mid \sqrt{\ }$$

$$\Leftrightarrow |x+2|=\sqrt{16}=4$$

ریښه وېستنه یا ریښه نیونه - - ارزښت حل کړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی حالت دویم حالت	$x+2=4\mid-2\Leftrightarrow x=2\Rightarrow x_1=2$ $x+2=-4\mid-2\Leftrightarrow x=-6\Rightarrow x_2=-6$

صفرځایونه: $\boxed{x_1=2}$ همداسې $\boxed{x_2=-6}$

د x محور سره غوټکی: $\boxed{P_{x1}(2\mid0)}$ همداسې $\boxed{P_{x2}(-6\mid0)}$

دy محور سره غوټکی شرطونه:

$$y_s=f(0)=-\frac{1}{2}\cdot0^2-2\cdot0+6=6\Rightarrow\boxed{P_y(0\mid6)}$$

پوښتنې

پارابولونه د ورکړ شوو شرطونو سره

لومړی – د تابع $f(x)=x^2+a_1x+a_0$ د ضریبونو لپاره باید کوم شرایط پوره شي، له کومو سره چې تابع f(x) صفرځایونه ونه لري؟

دویم – د f(x) او g(x) برعکس ځایونه د x په واکوالي (تابعیت) کې و څیړی، که باور ولري:

$$f(x)=-x^2+1;\ x\in\mathbb{R}\quad\text{او}\quad g(x)=ax^2-a;\ x\in\mathbb{R};\ a\in\mathbb{R}^*$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم – د f(x) او g(x) مربع توابع په لاندې توګه ورکړ شوي دي:

$f(x) = -x^2 - 3x \; ; \; x \in \mathbb{R}$ او $g(x) = 0,5x(x+3) \; ; \; x \in \mathbb{R}$

الف – په کواوردینات – یا پروتولاړ سیستم کې د f(x) او g(x) ګرافونه و کاږئ. بې له شمیرنې دلیل رواړئ، چې ولې f(x) او g(x) د x په محور سره غوڅوي..

S(.1,5;2,25) د f(x) ککړه (رأس) دی.

د g(x) ککړه ورکړئ.

ب – کرښه x=u سره د 0> u >3- لپاره f(x) په ټکي P او g(x) په ټکي Q کې غوڅوي.

د P او Q کواوردیناتونه و ټاکئ.

پ – د PQ بنده کرښه د یوه مستطیل یا ولاړګوډیز یو اړخ (ضلع) دی، چې په دواړو پارابولونو کې دننه ده. د مستطیل منځ یا سطحه د u = -1 لپاره او چاپیریال U د u په واکوالي کې وټاکئ.

ت – پارابول g(x) د y په لور داسې و کښوئ، چې دا راکښل شوی پارابول د f(x) ګراف لمس کړي. د لمسټکي کواوردینات وشمیرئ.

ټ - a داسې وټاکئ چې f(a) – f(a+1) = 0 باور ولرئ.

څلورم – یو مربع تابع f(x) ورکړ شوی.

a داسې وټاکئ، چې پارابول g(x) د f(x) ګراف لمس کړي.

پنځم – وښایئ، چې د a داسې ارزښت نه شته، چې د f(x) ګراف نورمال پارابول لمس کړي.

$f(x) = ax^2 + 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم – یو پارابول د تابع مساوات f(x) سره په S(0|6) کې یوه ککړه لري او د x محور په ټکي $P_x(2\sqrt{3}\,|\,0)$ کې غوڅوي.

د تابع مساوات وټاکئ او ګراف یې رسم کړئ.

اوم – د ویمې درجې ټول کسري (راشنل) تابع f(x)کواوردینات محورونه په ټکو $P_{x_1}(k\,|\,0); P_{x_2}(-2\,|\,0)$ او $P_y(0\,|-k)$ کې غوڅوي.

د f(x) تابع مساوات وټاکئ.

اتم – ضریبونه a1 اوa2 داسې پیدا کړئ، چې تابع $f(x) = a2x^2 + a1x + 3$ په x = -1 او x=0,5 ځایونو کې همغه تابع ارزښت ولري لکه تابع $g(x) = 2x - 1$.

ځوابونه:

پارابولونه د ورکړشوو شرطونو سره **I**

مفصل حلونه

لومړی – $F(x) = x^2 + a1x + a0$

د صفرځای لپاره د نه شتون شرط: $D < 0$

$$p = a_1\,;\, q = a_0 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(\frac{a_1}{2}\right)^2 - a_0 = \frac{a_1^2}{4} - a_0$$

$$D < 0 \Leftrightarrow \frac{a_1^2}{4} - a_0 < 0 \,|\, + a_0 \Leftrightarrow \frac{a_1^2}{4} < a_0 \,|\, \cdot 4 \Leftrightarrow \underline{\underline{a_1^2 < 4a_0}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم –

$$f(x) = -x^2 + 1;\ g(x) = ax^2 - a$$
$$g(x) = f(x) \Leftrightarrow ax^2 - a = -x^2 + 1 \Leftrightarrow (a+1)x^2 - (a+1) = 0$$

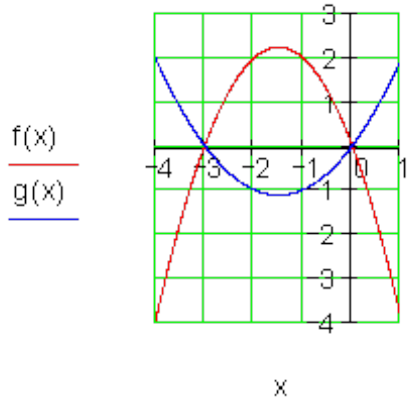
د a په پام کې نیول :

$\underline{\underline{a = -1}} \Rightarrow f(x) = g(x)$ i کټمټ یا ایدنټیک پارابول د ناپای ډېرو غوټټکو سره.

$$\underline{\underline{a \neq -1}} \Rightarrow (a+1)x^2 - (a+1) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1$$
$$\Rightarrow x_{1/2} = \pm 1;$$

دوه مختلف غوټټکي.

دریم - الف -



$$f(x) = -x^2 - 3x = -x(x+3)$$
$$\Rightarrow P_{x1}(0\,|\,0);\ P_{x2}(-3\,|\,0)$$
$$g(x) = 0,5x(x+3)$$
$$\Rightarrow P_{x1}(0\,|\,0);\ P_{x2}(-3\,|\,0)$$

f(x) او g(x) همغه یا برابر صفرځایونه لري.

$$f(x):\ S(-1,5\,|\,2,25)$$
$$g(x) = -0,5 \cdot f(x)$$
$$\Rightarrow y_s = -0,5 \cdot 2,25 = -1,125$$
$$\Rightarrow S(-1,5\,|\,-1,125)$$

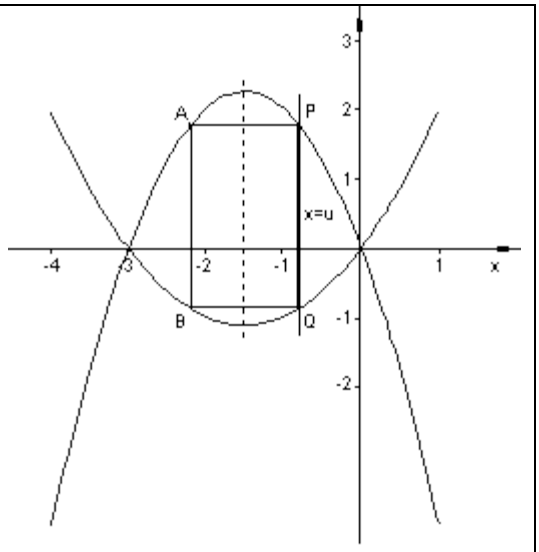
(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- د x = u ځای په ځای کونه په تابع مساوات کې د y ارزښت راکوي:

$$f(u) = -u^2 - 3u \quad \Rightarrow P\left(u \mid -u^2 - 3u\right)$$

$$g(u) = 0,5u(u+3) \Rightarrow Q\left(u \mid 0,5u(u+3)\right)$$

پ -



له (b لاس ته راځي

P(u;-u(u+3) يا P(u;-u²-3u)

Q(u;0,5u(u+3))

x - کواوردیناتونه

xs= 1,5

د u لپاره باور لري

$-3 \leq u \leq 0$ له دې لاس ته راځي u منفي دی.

$$\overline{PQ} = \left|\underbrace{-u}_{+}\underbrace{(u+3)}_{+}\right| + \left|\underbrace{0,5u}_{-}\underbrace{(u+3)}_{+}\right|$$

$$\Rightarrow \overline{PQ} = -u(u+3) - 0,5u(u+3)$$

$$\overline{PQ} = -1,5u(u+3)$$

ت –

(c) ketabton.com: The Digital Library

AP=BQ

که $-1,5 \le u \le 0$ (x=uد ککړي بڼي لور ته پروت دی)

نو باور لري $\frac{\overline{AP}}{2} = |-1,5| - |u| = 1,5 + u$ (دا چې u منفي ده) له دې لاس ته راځي

=> AP)2(1,5+u)

په ځانګړي توګه د u=-1 لپاره باور لري :A=-1,5.(-1)(-1+3).2(1,5-1)=3FE

د مستطیل (ولاړګوډیز) سطحه: $A = \overline{PQ} \cdot \overline{AP} = -1,5u(u+3) \cdot 2(1,5+u)$

د مستطیل چاپېریال (محیط) د u په واکوالي کې:

$$U = 2\left(\overline{PQ} + \overline{AP}\right) = 2\left[-1,5u(u+3) + 2(1,5+u)\right] = \underline{\underline{-3u^2 - 5u + 6}}$$

که $-3 \le u \le -1,5$ (x=u د ککړي کښې لور ه پروت دی)

نو باور لري $\frac{\overline{AP}}{2} = |u| - |-1,5| = -u - 1,5$

(دا چې u منفي) له دې لاس ته راځي:AP=2(-u-1,5)

د مستطیل محیط د u په واکوالي کې:

$$U = 2\left(\overline{PQ} + \overline{AP}\right) = 2\left[-1,5u(u+3) + 2(-u-1,5)\right] = \underline{\underline{-3u^2 - 13u - 6}}$$

ټ –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -x^2 - 3x$$
$$f(a) = -a^2 - 3a$$
$$f(a+1) = -(a+1)^2 - 3(a+1) = -a^2 - 5a - 4$$
$$f(a) - f(a+1) = 4 \Leftrightarrow -a^2 - 3a - \left(-a^2 - 5a - 4\right) = 4$$
$$\Leftrightarrow 2a + 4 = 4 \Leftrightarrow \underline{\underline{a = 0}}$$

څلورم –

$$f(x) = (x-1)(x-2) = x^2 - 3x + 2\,;\; g(x) = ax^2$$
$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow (1-a)x^2 - 3x + 2 = 0\,;\; \text{mit } a \neq 1$$
$$\Leftrightarrow x^2 - \frac{3}{1-a}x + \frac{2}{1-a} = 0 \Rightarrow p = -\frac{3}{1-a}\,;\; q = \frac{2}{1-a}$$

د مماس لپاره شرطونه :D=0

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{3}{2(1-a)}\right)^2 - \frac{2}{1-a} = 0$$
$$\Leftrightarrow \frac{9}{4(1-a)^2} - \frac{2}{1-a} = 0 \Leftrightarrow \frac{9}{4(1-a)^2} - \frac{8(1-a)}{4(1-a)^2} = 0$$
$$\Leftrightarrow 9 - 8(1-a) = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{8}$$

$g(x) = -\frac{1}{8}x^2$ لمسوي. f(x)

پنځم – نورمال پارابول : $g(x)=x^2;f(x)=ax^2+1$

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 = -\frac{1}{a-1}$ د $a \neq 1$ لپاره

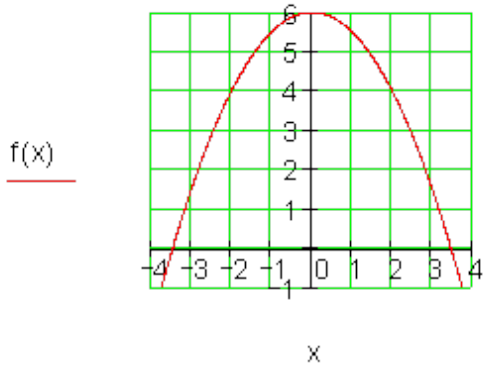
(c) ketabton.com: The Digital Library

$a>1\Rightarrow x^2=-\frac{1}{a-1}<0\Rightarrow$ ا د له دط لاس ته راځي چې صفر ځای شتون نه لري.

$a<1\Rightarrow x^2=-\frac{1}{a-1}>0\Rightarrow$ د لپاره له دې لاس ته راځي دوه حلونه:

$$x_{1/2}=\pm\sqrt{-\frac{1}{a-1}}$$

شپږم -



$$S(0\,|\,6)\Rightarrow f(x)=a_2x^2+6$$
$$P_x\left(2\sqrt{3}\,|\,0\right)$$
$$\Rightarrow f\left(2\sqrt{3}\right)=a_2\left(2\sqrt{3}\right)^2+6=0$$
$$\Leftrightarrow 12a_2+6=0\Leftrightarrow a_2=-\frac{1}{2}$$
$$\Rightarrow f(x)=-\frac{1}{2}x^2+6$$

اوم –

$$f(x)=a_2(x-k)(x+2)$$

کربنیز ضریبونه

$$f(0)=-k\Leftrightarrow a_2(-k)(2)=-k\Rightarrow a_2=\frac{1}{2}$$
$$\Rightarrow f(x)=\frac{1}{2}(x-k)(x+2)=\frac{1}{2}\left[x^2+(2-k)x-2k\right]$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم -

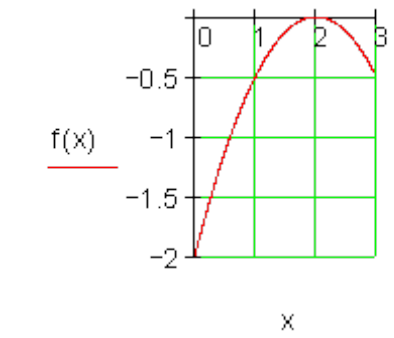
$$f(x)=a_2x^2+a_1x+3\,;\ g(x)=2x-1$$
$$g(-1)=-2-1=-3\Rightarrow f(-1)=-3\Leftrightarrow a_2-a_1+3=-3$$
$$g(0,5)=1-1=0\Rightarrow f(0,5)=0\Leftrightarrow 0,25a_2+0,5a_1+3=0$$
$$\Rightarrow a_2=-8\,;\ a_1=-2$$
$$f(x)=-8x^2-2x+3$$

پوښتنې

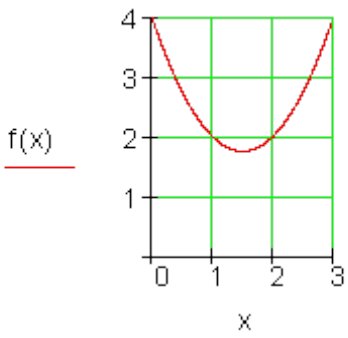
پارابولونه د ورکړو شرطونو سره **II**

لومړی- د څیړنو څخه د تابع مساوات و ټاکی..

ب –

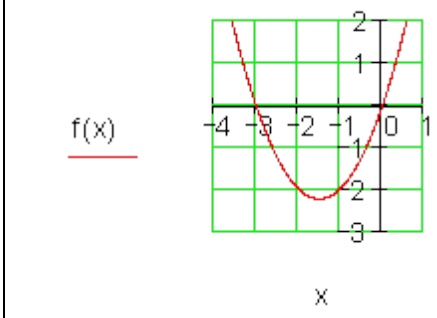


الف

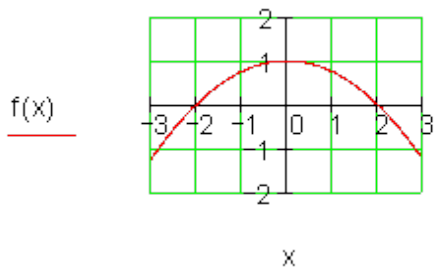


(c) ketabton.com: The Digital Library

ت



پ



دويم – د يوه مربع تابع $f(x) = 3x^2 - bx + b$ کراف د x محور په x=-3کې غوڅوي. د تابع ترم وټاکی.

دريم - يو مربع مساوات صفرځايونه 2- او 3 لري او خورا کوچني تابع ارزښت - 1 لري. f(x) وټاکی.

څلورم – د مربع تابع $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضريبونو a_1 او a_0 په هکله کومې ويناوي (د رياضي منطق وګورئ) کېدی شي؟

الف – f(x)يو صفرځای x = 0 لري

ب – د f(x) صفرځايونه په مخنښه کې يو له بل توپير لري.

پنځم – د يوه مربع $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ تابع لپاره f(0)=5 او f(1)=2 باورلري

الف – دa_2 اوa_1 ترمنځ کومې اړيکې پرتې دي؟

ب – د a_2 او a_1 د کومو ارزښتونو لپاره x = 3 صفرځای دی؟

شپږم – پارابولونه د ورکړشوو شرايطو له مخې.

الف – د شميرنې له لارې وښايی، چې د مساوات $f(x) = x^2 - 1,5x + 2$ سره پارابول دx محور سره غوڅتکی نه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – د a_2 (د صفر سره نابرابر) د کوم ارزښت سره پارابول د مساوات- $f(x) = a_2x^2$ $1,5x + 2$ سره یو ټکی، نه کوم ټکی یا دوه ټکي دx محور سره لري؟

اوم – د تابع $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضریبونو لپاره باید کوم شرطونه پوره وي، چې د هغو له مخي $f(x)$ کوم صفرځای ونه لري؟

اتم – د تابع $f(x)$ خورالوی یا همداسي خورا کوچني ارزښتونه وټاکی.

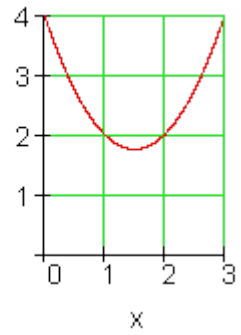
الف - $f(x) = (x-2)^2 - 2x - 2$ ب - $f(x) = -0,5x^2 + 0,5x - 6$

ځوابونه

پارابول د ورکړ شوو شرطونو له مخی**II**

مفصل ځوابونه

لومړی-

$f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ $f(0) = 4 \Rightarrow a_0 = 4$ $f(1) = a_2 + a_1 + 4 = 2 \Leftrightarrow a_2 + a_1 = -2$ $f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 4 = 2 \Leftrightarrow 4a_2 + 2a_1 = -2$ $\Rightarrow a_2 = 1;\ a_1 = -3$ $\Rightarrow f(x) = x^2 - 3x + 4$	f(x) 

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککری:

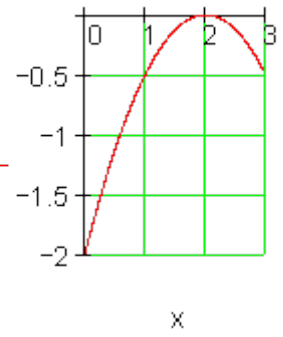
$$S(2\,|\,0) \Rightarrow f(x) = a_2(x-2)^2$$

$$f(0) = -2 \Leftrightarrow 4a_2 = -2 \Rightarrow a_2 = -\frac{1}{2}$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x-2)^2$$

$$= -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$$

f(x)



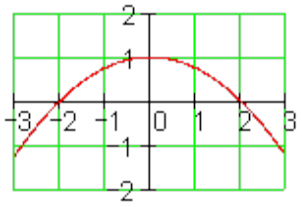
$$f(x) = a_2(x-2)(x+2)$$

$$= a_2(x^2-4)$$

$$f(0) = 1 \Leftrightarrow -4a_2 = 1 \Rightarrow a_2 = -\frac{1}{4}$$

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 1$$

f(x)

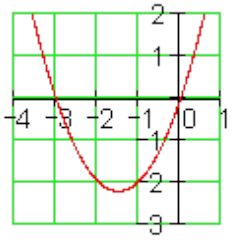


$$f(x) = a_2(x+3)x$$

$$f(-1) = -2 \Leftrightarrow -2a_2 = -2 \Rightarrow a_2 = 1$$

$$f(x) = (x+3)x = x^2 + 3x$$

f(x)



دویم :

$$f(x) = 3x^2 - bx + b \quad \text{او} \quad P_x(-3\,|\,0)$$

$$\Rightarrow f(-3) = 0 \Leftrightarrow 27 + 3b + b = 0 \Rightarrow b = -\frac{27}{4} \Rightarrow f(x) = 3x^2 + \frac{27}{4}x - \frac{27}{4}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم:

$$P_{x1}(-2|0); P_{x2}(3|0) \Rightarrow x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2}$$

د تابع کوچنی–ارزښت 1-

$$\Rightarrow y_s = -1 \Rightarrow f(x) = a_2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - 1$$

$$f(3) = 0 \Leftrightarrow a_2\left(\frac{5}{2}\right)^2 - 1 = 0 \Rightarrow a_2 = \frac{4}{25}$$

$$f(x) = \frac{4}{25}\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - 1 = \frac{4}{25}x^2 - \frac{4}{25}x - \frac{24}{25}$$

څلورم:

الف- که $f(0) = 0 \Rightarrow a_0 = 0$ وي، نو لاس ته راځي او a_1 په خوښه

ب- که صفرځایونه فقط د مخنخښي له امله سره توپیر ولري، نو د f(x) ګراف باید محور سیومتریک وي. دا په دې معنا، چې د ککرۍ ټکي یا رأس دx کواوردینات یا محور صفر دی.

$f(x) = x^2 + a_0 \Rightarrow a_1 = 0$ او $a_0 < 0$، له دې سره $f(x)$ صفرځایونه لري.

پنځم: الف –

$$f(0) = 5 \Rightarrow \underline{\underline{a_0 = 5}}$$

$$f(1) = 2 \Leftrightarrow a_2 + a_1 + 5 = 2 \Rightarrow \underline{\underline{a_2 + a_1 = -3}} \text{ oder } a_1 = -3 - a_2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-لاندې له کين وښي لورته په ترتيب: او له سره ، لاس ته راځي

$$f(x) = a_2x^2 + \underbrace{(-3-a_2)}_{a_1}x + 5$$

$$f(3) = 0 \Leftrightarrow 9a_2 + (-3-a_2)\cdot 3 + 5 = 0 \Rightarrow a_2 = \frac{2}{3}$$

او له دې $a_1 = -3 - a_2$ سره لرو: $; a_1 = -3 - \frac{2}{3} = -\frac{11}{3}$

شپږم:

الف –

$f(x) = x^2-1,5x+2$ بې له صفرځای په دې معنا چې $D<0$

$$x^2 - 1,5x + 2 = 0 \Rightarrow p = -\frac{3}{2}; q = 2$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{3}{4}\right)^2 - 2 = \frac{9}{16} - \frac{32}{16} < 0$$

شرط $D<0$ پوره دی.

ب – کښته لور ته په ترتيب په پښتو:

$f(x) = ax^2 - \frac{3}{2}x + 2$ له $f(x) = 0$ لاس ته راځي:

$$ax^2 - \frac{3}{2}x + 2 = 0 \mid : a \Leftrightarrow x^2 - \frac{3}{2a}x + \frac{2}{a} = 0$$

$$\Rightarrow p = -\frac{3}{2a}; q = \frac{2}{a} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{3}{4a}\right)^2 - \frac{2}{a} = \frac{9}{16a^2} - \frac{2}{a}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

یوصفرځای: D=0

$$\Rightarrow \frac{9}{16a^2}-\frac{2}{a}=0\,|\cdot a^2 \Leftrightarrow \frac{9}{16}-2a=0 \Leftrightarrow \frac{9}{16}=2a\,|:2 \Leftrightarrow \underline{\underline{\frac{9}{32}=a}}$$

، صفرځای نه شته :D<0

$$\Rightarrow \frac{9}{16a^2}-\frac{2}{a}<0\,|\cdot a^2 \Leftrightarrow \frac{9}{16}-2a<0 \Leftrightarrow \frac{9}{16}<2a\,|:2 \Leftrightarrow \underline{\underline{\frac{9}{32}<a}}$$

دوه صفرځایونه :D>0

$$\Rightarrow \frac{9}{16a^2}-\frac{2}{a}>0\,|\cdot a^2 \Leftrightarrow \frac{9}{16}-2a>0 \Leftrightarrow \frac{9}{16}>2a\,|:2 \Leftrightarrow \underline{\underline{\frac{9}{32}>a}}$$

اووم:

$f(x)=x^2+a_1x+a_0$ د نه صفرځای لپاره شرطونه: D<0

$$p=a_1\,;\,q=a_0 \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\left(\frac{a_1}{2}\right)^2-a_0=\frac{a_1^2}{4}-a_0$$

$$D<0 \Leftrightarrow \frac{a_1^2}{4}-a_0<0\,|+a_0 \Leftrightarrow \frac{a_1^2}{4}<a_0\,|\cdot 4 \Leftrightarrow \underline{\underline{a_1^2<4a_0}}$$

اتم:

الف ــ

$$f(x)=(x-2)^2-2x-2$$
$$=x^2-6x+2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پارابول پورته لور ته واز دی، ککرۍ یل رأس مینیموم ده.

$$f(x) = x^2 - 6x + 3^2 - 3^2 + 2$$
$$= (x-3)^2 - 7$$
$$\Rightarrow S(3\,|\,-7)$$
$$\Rightarrow f(3) = \underline{\underline{-7}}$$

خورا کوچنی ارزښت دی.

ب –

$$f(x) = -0,5x^2 + 0,5x - 6$$

پارابول کښته لور ته واز دی، ککرۍ یا رأس مینیموم دی.

$$f(x) = -0,5\left[x^2 - x + 12\right]$$
$$= -0,5\left[x^2 - x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 12\right]$$
$$= -0,5\left[\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{47}{4}\right]$$
$$= -0,5\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{47}{8}$$
$$\Rightarrow S\left(\frac{1}{2}\,|\,-\frac{47}{8}\right)$$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = \underline{\underline{-\frac{47}{8}}}$ خورا لوي ارزښت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.8 -د پارابول او کربنې غوڅتکي

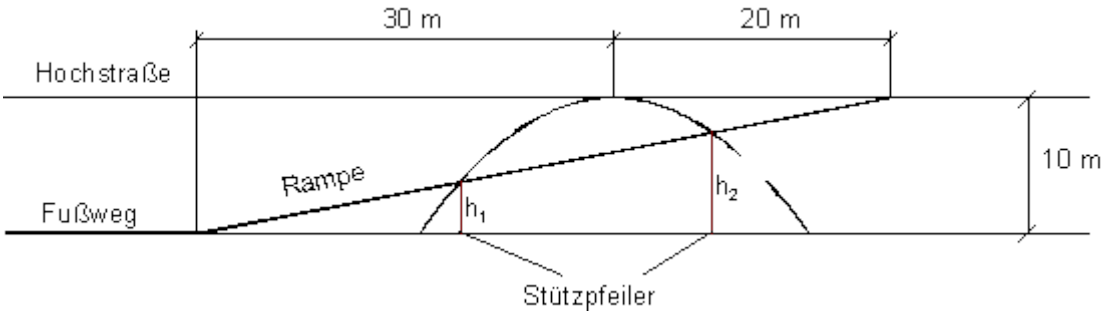
بیلبیلګه:

یوه د پلو لار د یوې جګ سرک لاندې تللې او هغې ته غبرګه.

د یوه پله په پښه چې د پارابول بڼې په ډول لیندې دې د پلو لار د یوې مایلسطحې جوړه شي، چې سرک ته پورته ځي.

د ډ مایل سطحې د په ولاړو پښو جګوالی وټکی.

د پارابول څخه فقط پوهیږو، چې د بڼې ضریب $a_2 = 1/20$ لري.



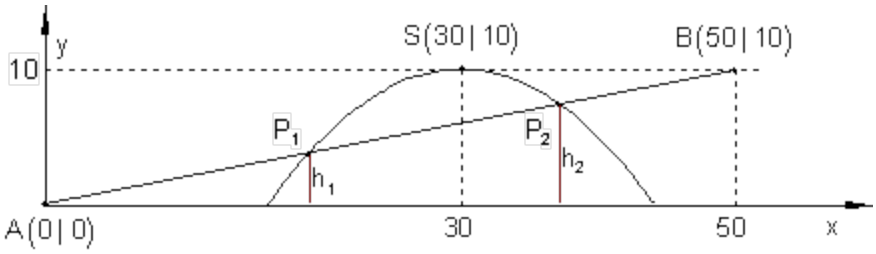
(c) ketabton.com: The Digital Library

په پورته کې Hochstrasse جګ سړک

Fussweg د پلو لار

Stützpfeiler (د درېدو یا تکیه) ستنې یا مټې

د مودل جوړونه Modellierung



تابع مساوات لیکنه

مایلسطحه(د کرښې په ډول) په سرجینه او P(50;10) کې.

$$\Rightarrow a_1 = \frac{10}{50} = \frac{1}{5} \Rightarrow g(x) = \frac{1}{5}x$$

د پله لیندې یا که غواړی قوس(پارابول) د ککړۍ $S(30|10)$ او $a_2 = -\frac{1}{20}$ سره .

ککړۍ ټکي بڼه	$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{20}(x-30)^2 + 10$
ټولیزه بڼه	$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{20}x^2 + 3x - 35$

د دې پاره چې د د په ولاړو ستنو جګوالی لاس ته راوړو د پارابول سره د کرښې غوڅټکو ته اړتیا لرو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د غوټيکو شميرنه؛

ايښوونه: $f(x)=g(x)$ يا $f(x)-g(x)=0$

$$\Rightarrow -\frac{1}{20}x^2+3x-35-\frac{1}{5}x=-\frac{1}{20}x^2+\frac{14}{5}x-35=0$$

څلوريز يا مربع مساوات

$$-\frac{1}{20}x^2+\frac{14}{5}x-35=0\,|\cdot(-20)$$

$$\Leftrightarrow x^2-56x+700=0\Rightarrow p=-56\,;\,q=700$$

$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=(-28)^2-700=84$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}$$

$$\Rightarrow x_1=28+\sqrt{84}\quad\vee\quad x_2=28-\sqrt{84}$$

د متو يا ستنو جګوالی د اړونده y ارزښتونه دي.

$$y_1=g(x_1)=g\left(28+\sqrt{84}\right)=\frac{1}{5}\left(28+\sqrt{84}\right)\approx \underline{\underline{7,433}}$$

$$y_2=g(x_2)=g\left(28-\sqrt{84}\right)=\frac{1}{5}\left(28-\sqrt{84}\right)\approx \underline{\underline{3,767}}$$

د متې h_1 جګوالی 3,764 m دی، د ستنې h_2 جګوالی 7,433 m دی.

که د يوې کربنې غوټيکی د پارابول سره ټاکل کيږي، دا مو تل يوه مربع مساوات ته بيايي.

غوڅوونې يا قطاع، مماس، تيرېدونې

(c) ketabton.com: The Digital Library

د کارقارداد:

د پارابول$f(x)$ غوځتکي د يوې کربنې $g(x)$سره وتاکی او هر دواړه ګرافونه په يوه مناسب پروتولاړسيستم کې وکاږی.

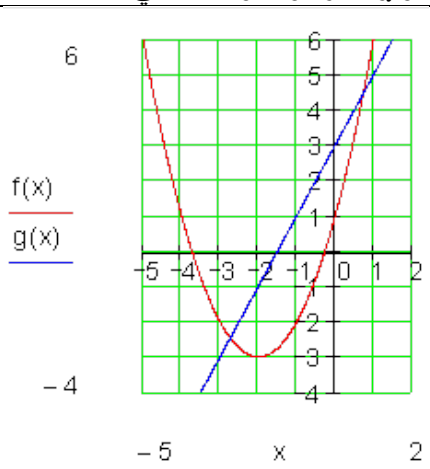
د پارابول د رسمولو لپاره د ککرۍ ټکي بڼه وکاروی.

$f(x) = x^2 + 4x + 1$ همداسي د ککرۍټکي بڼه کې : $f(x) = (x+2)^2 - 3$

a) $g(x) = 2x + 3$ b) $g(x) = 2x$ c) $g(x) = 2x - 2$

د پارابول او کربنې غوځتکي
د داړو مساواتو د ضريبونو د ورکړې وروسته، غوځتکي شميرل کيږي، بيا کيدی شي دواړه ګرافونه وکښل شي؟

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 1 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 2 = 0$$
$$\Rightarrow p = 2;\ q = -2 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 2 = 3$$
$$\Rightarrow x_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} = -1 + \sqrt{3} \approx 0{,}73$$
$$x_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{D} = -1 - \sqrt{3} \approx -2{,}73$$
$$g(x_1) = 2\cdot\left(-1+\sqrt{3}\right) + 3 = 1 + 2\sqrt{3} \approx 4{,}46$$
$$g(x_2) = 2\cdot\left(-1-\sqrt{3}\right) + 3 = 1 - 2\sqrt{3} \approx -2{,}46$$
$$\Rightarrow P_1\left(-1+\sqrt{3} \mid 1+2\sqrt{3}\right) \approx \underline{\underline{P_1(0{,}73 \mid 4{,}46)}}$$
$$P_2\left(-1-\sqrt{3} \mid 1-2\sqrt{3}\right) \approx \underline{\underline{P_1(-2{,}73 \mid -2{,}46)}}$$



د $g(x)$ کربنه د $f(x)$ ګراف په دوه ټکو کې غوڅوي. غوڅوونې بلل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 1 - 2x = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 0$

$\Rightarrow p = 2;\ q = 1 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 - 1 = 0$

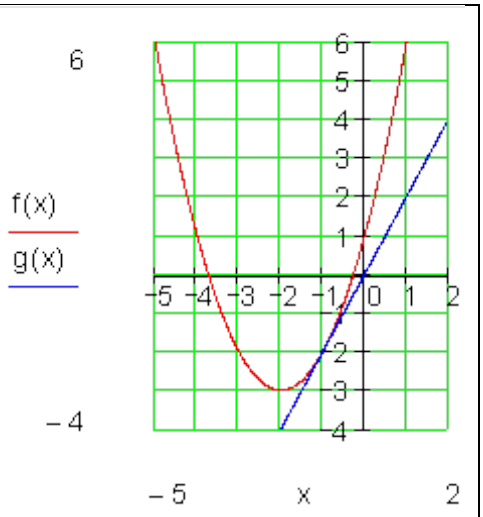
$\Rightarrow x_{1/2} = -\frac{p}{2} = -1$

$g(x_{1/2}) = 2 \cdot (-1) + 3 = -2$

$\Rightarrow P_{1/2}(-1|\ -2)$ Berührungspunkt

پورته: د لمسټکی یا مماس

یوه کربنه چې ګراف په ټیک یوه ټکي کې لسږي تانجنت یا لمسوونې بلل کیږي



د g(x) کربنه د f(x) ګراف په یوه ټکي کې لمسوي.

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$

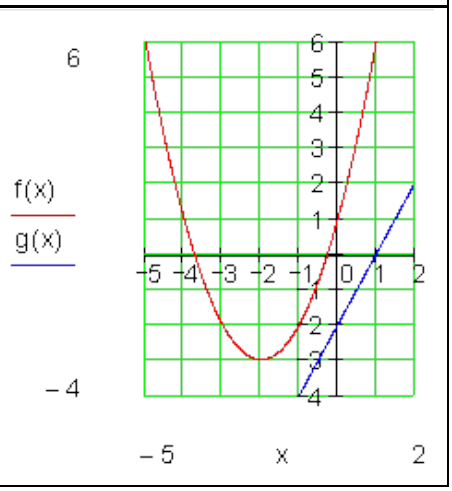
$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 1 - 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 3 = 0$

$\Rightarrow p = 2;\ q = 3$

$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 - 3 = -2$ keine Lösung

کربنه g(x) د f(x) سره ګډ ټکی نه لري.

داسې یوه کربنه تېرېدونې بلل کیږي.



د تمرین بیلګو څخه پیژندل کیږي، چې غوڅتکو ګڼون یا تعداد، چې یوه کربنه یې له پارابول سره لري د دیسکریمینانت څخه سیده لوستل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پارابول او کربنه په دوه ټکو کې سره غوڅوي پارابول او کربنه سره په یوه ټکي کې لمسوي. پارابول او کښه ګډ ټکی نه لري.	$D>0: \Rightarrow$ $D=0: \Rightarrow$ $D<0: \Rightarrow$

پوښتنې

پارابول او کربنه **II**

لومړی:

یو پارابول د تابع $f_1(x)$ سره له یوې کربنې د تابع$f_2(x)$ په ټکو P_1 اوP_1 کې غوڅیږي، چې‌رته چې P_1 هغه خورا ټیټ ټکی باید وي. کربنې ته ولاړکونجیز د تابع $f_2(x)$ سره یوه دویمه کربنه د تابع $f_3(x)$ سره ځغلي چې له ټکي P_2تیریږي.	$f_1(x)=\left(x+\frac{7}{2}\right)^2-6$ $f_2(x)=x+\frac{7}{2}$

وشمیرئ:

الف- د کربنې او پارابول غوڅټکيP_1 او P_2 .

ب – تابع $f_3(x)$چې $f_2(x)$ ته ولاړکونجیزه ځغلي.

پ - توابعو ته ګرافونه وکاږئ.

دویم: پارابول $f(x)$ د y په لور داسې راکاږئ، چې کربنهg لمس کړي.

$$f(x)=0{,}5x^2+3x\,; \qquad g: 2y-4x+8=0$$

د $f(x)$ راکښنه وشمیرئاو لمس ټکی.

دریم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

یو پارابول د تابع $f_1(x)$ سره له یوې کرښې د تابع $f_2(x)$ په ټکو P_1 او P_1 کې غوڅیږي، چې‌رته چې P_1 هغه خورا ټیټ ټکی باید وي. کرښې ته ولاړکونجیز د تابع $f_2(x)$ سره یوه دویمه کرښه د تابع $f_3(x)$ سره ځغلي چې له ټکي P_2تیریږي.	$f_1(x)=\left(x-\frac{7}{2}\right)^2-6$ $f_2(x)=-x+\frac{7}{2}$

وشمیرئ: الف- د کرښې او پارابول غوټکيP_1 او P_2 .

ب – تابع $f_3(x)$چې $f_2(x)$ ته ولاړکونجیزه ځغلي.

پ - توابعو ته ګرافونه وکاږئ.

څلورم: یو تابع $f(x)=-\frac{3}{2}x^2+3x+\frac{9}{2};\ x\in\mathbb{R}$ ورکړ شوی

الف- سچینیزه کرښه $g(x)$ د $A(1\mid 6)$ له لارې ځغلي.

د غوټکي$f(x)$ د $g(x)$ سره وشمیرئ.

ب- د $g(x)$ سره کومه غبرګه $f(x)$ لمسوئ؟

لمستکی و شمیرئ.

د $g(x)$ سره کومه غبرګه د $f(x)$ سره غوټکی نه لري.

پنځم: یو پارابول د اوردینات محور(y –محور) په P_1 کې غوڅوي او په ټکو P_2 او P_3 کې له یوې کرښې د تابع$f_1(x)$ سره غوڅوي. دا وشمیرئ:

الف- ټکيP_2 اوP_3 ب- د $f_2(x)$ تابع پارابول. پ-د $f_2(x)$ ککړئ ټکی. ټ-ککړئ ټکی. ټ- د محور غوټکي	$f_1(x)=\frac{5}{3}x+\frac{5}{9}$ $P_1\left(0\mid -\frac{25}{9}\right);P_2(2\mid y_2);P_3(-3\mid y_3)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

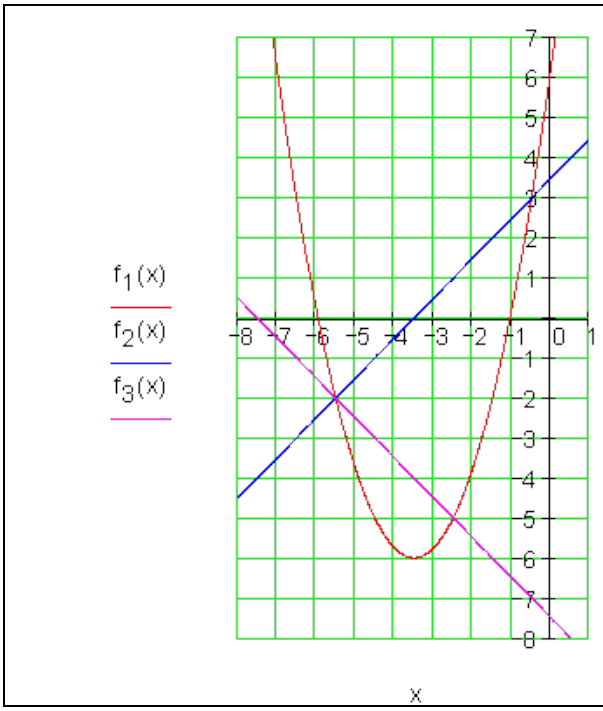
شپږم:

یو پارابول او یوه کربنه د هغه د ارزښت جدول سره ورکړ شوي دي. پارابول او کربنه یو بل سره څنګه پراته دي؟ په کومه ورشو یا ساحه کې پارابول د کربنې پورته لور ته ځغلي؟	x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 $f_1(x)$ | -6 | 0 | 4 | 6 | 6 | 4 | 0 $f_2(x)$ | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5

ځوابونه

پارابول او کربنه II

نتیجې او مفصل حلونه نتیجې

لومړی: الف- د پارابول او کربنې غوځتکي P_1 او P_2 . $P_1\left(-\frac{1}{2}\middle\vert 3\right)$ $P_2\left(-\frac{11}{2}\middle\vert -2\right)$ ب- تابع چې $f_3(x)$او $f_2(x)$ ته ولاړګودیزه یا قایمالزاویه ځغلي: $f_3(x) = -x - \frac{15}{2}$ د پارابول ککړۍ تکي کواوردینات: $S\left(-\frac{7}{2}\middle\vert -6\right)$ ګرافونه ترځنګ دي.	

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم: مفصل ځواب:

$f(x)=0,5x^2+3x\ ;\ g:\ 2y-4x+8=0 \Leftrightarrow g(x)=2x-4$

د y په لور د f(x) راکښنه:

$$f^*(x)=0,5x^2+3x+a_0$$

$$f^*(x)=g(x) \Leftrightarrow x^2+2x+2a_0+8=0$$

$$\Rightarrow p=2\ ;\ q=2a_0+8 \Rightarrow D=-2a_0-7 \qquad g(-1)=-6 \Rightarrow S_{1/2}(-1|-6)$$

د D=0 لپاره شرطونه:

$$\Leftrightarrow -2a_0-7=0 \Leftrightarrow a_0=-3,5 \Rightarrow f^*(x)=0,5x^2+3x-3,5$$

مماس: د D=0 لپاره باور لري: $x_{1/2}=-\frac{p}{2}=-1$

پارابول په3,5 یونونو یا واحدونو کښته لور ته راکښل کیږي.

دریم: نتیجه: الف- د پارابول او کربنې غوځتکي P_1 او P_2 .

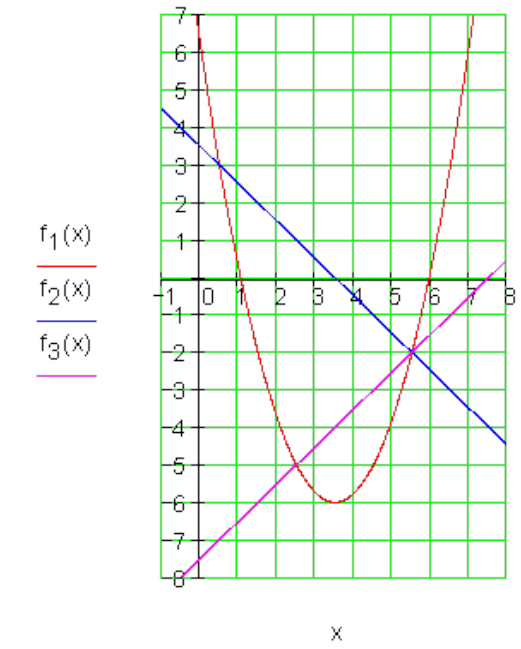
$$P_1\left(\frac{1}{2}\,\middle|\,3\right) \quad P_2\left(\frac{11}{2}\,\middle|\,-2\right)$$

ب- تابع چې $f_3(x)$او $f_2(x)$ ته ولاړګودیزه یا قایمالزاویه ځغلي:

$$f_3(x)=x-\frac{15}{2}$$

پ-د پارابول ککرۍ تکي کواوردیناتونه:

$$S\left(\frac{7}{2}\,\middle|\,-6\right)$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x)=-\frac{3}{2}x^2+3x+\frac{9}{2}$ ،

پیلکربنه: $g(x)=a_1x$

$$A(1|6): g(1)=a_1\cdot 1=6 \Leftrightarrow a_1=6 \Rightarrow g(x)=6x$$

$$f(x)=g(x) \Leftrightarrow x^2+2x-3=0$$

$$p=2;\ q=-3 \Rightarrow D=4$$

$$\Rightarrow x_1=1;\ g(1)=6 \quad \Rightarrow \underline{\underline{S_1(1|6)}}$$

$$x_2=-3;\ g(-3)=18 \Rightarrow \underline{\underline{S_1(-3|18)}}$$

غبرګ و $g(x)$ ته: $g^*(x)=6x+a0$

$$f(x)=g^*(x) \Leftrightarrow x^2+2x-3+\frac{2}{3}a_0=0$$

$$p=2;\ q=\frac{2}{3}a_0-3 \Rightarrow D=4-\frac{2}{3}a_0$$

د مماس لپاره شرطونه: $D=0 <=> 4-(2/3)a0=0 <=> a0=6$

$=> g^*(x)=6x+6$

د $D=0$ له امله مماسټکی دی:

$$x_{1/2}=-1;\ g^*(-1)=0 \Rightarrow \underline{\underline{S_{1/2}(-1|0)}}$$

د $D>0$ لپاره لمسټکی نه شته.

$$4-\frac{2}{3}a_0<0 \Leftrightarrow a_0>6$$

تولې غبرګې و $g(x)$ ته د $g^*(x)=6x+a0$ سره

د $a>0$ سره د $f(x)$ سره لمسټکی نه لري.پنځم نتیجې:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – ټکي او .

$P_2\left(2 \left| \frac{35}{9}\right.\right)$ $P_3\left(-3 \left| -\frac{40}{9}\right.\right)$

ب-د پارابول تابع:

$$f_2(x) = \frac{5}{9}x^2 + \frac{20}{9}x - \frac{25}{9}$$

پ- د ککرۍ ټکی:

$$f_2(x) = \frac{5}{9}(x+2)^2 - 5$$

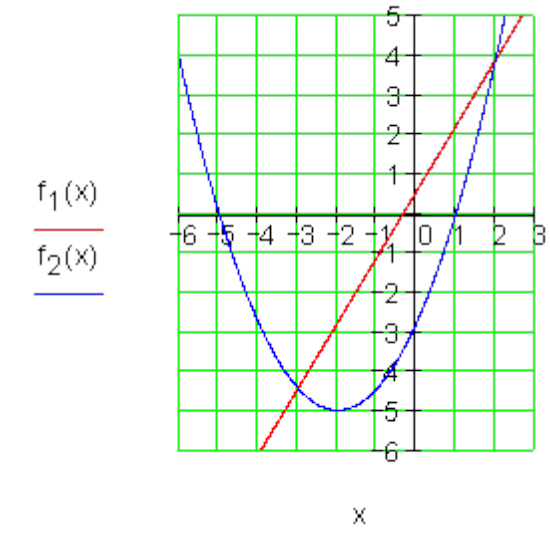
ت- ککرۍ ټکی:

$$S(-2|-5)$$

محور غوڅتکي:

$P_{x_1}(-5|0)$ $P_{x_2}(1|0)$

$$P_y = P_1\left(0 \left| -\frac{25}{9}\right.\right)$$



شپږم:

د ارزښت جدول څخه لوستل کیږي:

$f_1(x)$ دپارابول تابعمساوات دی.

$f_2(x)$ د کرښې تابع مساوات دی.

پارابول او کرښه په S_1 (-2 | 9) او S_2 (2 | 4) کې سره غوڅوي.

پارابول کښته لور ت واز دی.

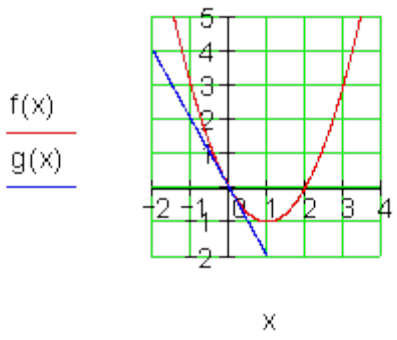
پارابول په انتروال $I = \{ x \mid -2 < x < 4 \}_R$ کې د کرښې پورته لور ته ځغلي.

پوښتنې

پارابول او کرښهIII

لومړی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

کربنه g(x) د مساوات $g(x) = -2x$ سره پارابول f(x) په سرچينه کې لمسوي. د a_1 د کومو ارزښتونو لپاره سرچينه پيژه کربنه د مساوات $g(x) = a_1 x$ سره د f(x) سره دوه همداسې يو ګډ ټکی لري؟	

دويم: د دواړو پارابولونو د غوڅټکو کواوردیناتونه وټاکی.

الف- $f(x) = x^2 + 3x\,;\quad g(x) = 0,5x^2$

ب- $f(x) = 2x^2 - 4x + 8\,;\quad g(x) = x^2 + 2x - 1$

پ- $f(x) = 0,5x^2 - 2x - 1;\quad g(x) = 2x^2 + 2x + 1$

ت- $f(x) = -x^2 + 3x - 1,5\,;\quad g(x) = -x^2 - x + 2,5$

دريم: دوه پارابولونه د توابعو $f_1(x)$ او $f_2(x)$ سره په ټکو P_1 او P_2 کې سره غوڅوي.

$$f_1(x) = -\frac{3}{5}x^2 - 5x - \frac{32}{5}\,;\ f_2(x) = \frac{14}{15}x^2 + \frac{86}{15}x + \frac{14}{5}$$

وشميري:

الف- د ټکو P_1 او P_2 کواوردیناتونه یا پروتولاړ-یامحور ارزښتونه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – د ټرونکربنې [P_1 P_2] تابع. پ – د دواړو پارابولونو صفرځایونه.

ت – د پارابولونو غوڅتکي د y محور سره.

ټ – د پارابول$f_1(x)$ ککرۍ بڼه او ککرۍ ټکی.

ث – د پارابول$f_2(x)$ ککرۍ بڼه او ککرۍ ټکی.

ج – په یوه پروتولاړ- یا کواوردینات سیستم د درې توابعو ګرافونه رسم کړئ.

څلورم: د f(x) او g(x) د ګډو ټکو پرواته ولاړ ارزښتونه یا کواوردیناتونه وشمیرئ.

$$f(x) = -0,5x^2 + 2;\ x \in \mathbb{R}$$

الف- $g(x) = x^2 - 3x + 3,5$ ب - $g(x) = -x(x-2)$

پ - $g(x) = -\frac{1}{9}(x-1)^2 + 1$ ت - $g(x) = \frac{1}{4}\left(x^2 - 3x + 2\right)$

پنځم:

دوه پارابولونه د تابع $f_1(x)$ او $f_2(x)$ سره په ټکو P_1 اوP_2 کې سره غوڅوي. دا وشمیرئ؛	$f_1(x) = (x+1)^2 - 1$ $f_2(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{11}{2}$

الف- غوڅتکي P_1 او P_2 .

ب – د غوڅکربنې [P_1 P_2] تابعمساوات د$y = f_3(x)$ سره.

پ – ککرۍ ټکي S_1 او S_2 .

ت – په یوه پروت ولاړسیستم یا کوبوردیناتسیستم کې د تابع ګراف وکاږئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه

پارابول او کربنه III

نتیجې او ځنې مفصل

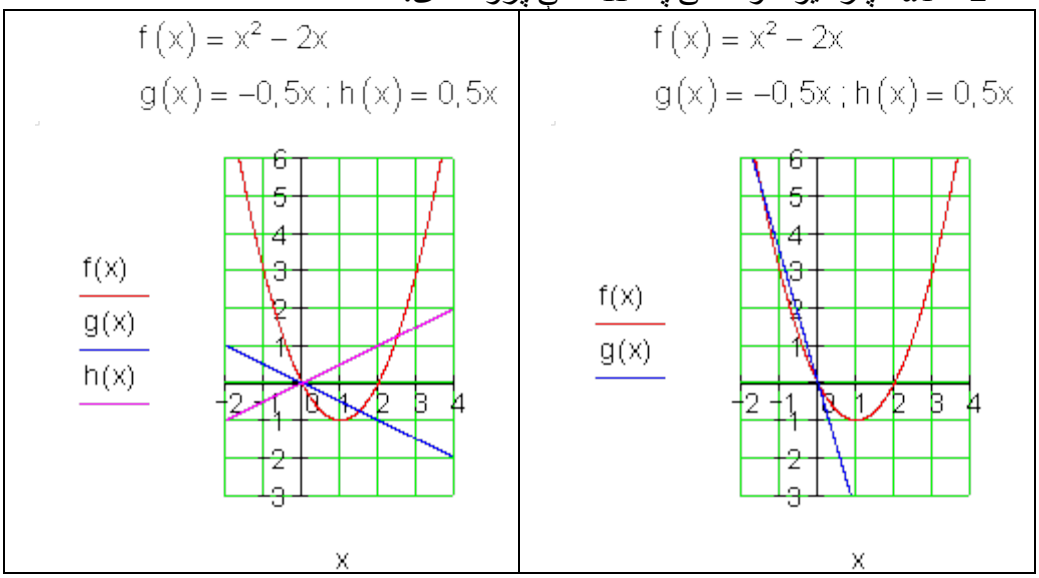
لومړی- مفصل ځواب:

له ګراف څخه لوستل کیږي: a1=-2 یو مماستکی P(0|0) .

د a|=-2|لپاره دوه غوڅتکي، یو له دوی تل S1(0|0) دی.

د a1>-2 لپاره یو غوڅتکی په J یا IV کې پروت دی:

د a1<-2 لپاره یو غوڅتکی په II کې پروت دی:



دویم: مفصل ځواب:

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 0{,}5x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow x(0{,}5x + 3) = 0$$

$$\Rightarrow \quad x_1 = 0 \Rightarrow g(0) = 0 \Rightarrow \underline{\underline{S_1(0\,|\,0)}}$$

$$(0{,}5x + 3) = 0 \Rightarrow x_2 = -6 \Rightarrow g(-6) = 18 \Rightarrow \underline{\underline{S_2(-6\,|\,18)}}$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow p = -6\,;\, q = 9 \Rightarrow D = 0$$

$$\Rightarrow x_{1/2} = 3 \Rightarrow g(3) = 14 \Rightarrow \underline{\underline{S_{1/2}(3\,|\,14)}}\ \text{Berührungspunkt}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لمس ټکی

$$f(x)=g(x)\Leftrightarrow x^2+\frac{8}{3}x+\frac{4}{3}=0\Rightarrow p=\frac{8}{3};\ q=\frac{4}{3}\Rightarrow D=\frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow x_1=-\frac{4}{3}+\frac{2}{3}=-\frac{2}{3}\Rightarrow g\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{5}{9}\Rightarrow \underline{\underline{S_1\left(-\frac{2}{3}\mid\frac{5}{9}\right)}}$$

$$x_2=-\frac{4}{3}-\frac{2}{3}=-2\ \Rightarrow g(-2)=5\ \Rightarrow \underline{\underline{S_2(-2\mid 5)}}$$

کربنیزمساوات له دې لاس ته راځي فقط یو غوڅتکی

$$4x-4=0\Leftrightarrow x=1\Rightarrow f(1)=0,5\Rightarrow \underline{\underline{S(1\mid 0,5)}}$$

دریم: مفصل ځواب:

الف- د ټکو P_1 او P_2 کواوردیناتونه یا پروتولاړ ارزښتونه:

$$P_1(-6\mid 2);\ P_2(-1\mid -2)$$

ب- د ټرونکربنو [$P_1\ P_2$] تابع:

$$f(x)=-\frac{4}{5}x-\frac{14}{5}$$

پ- د دواړو پارابولونو صفرځایونه:

$$P_{x_1}(-6,75\mid 0);\ P_{x_2}(-1,58\mid 0);\ P_{x_3}(-5,6\mid 0);\ P_{x_4}(-0,5\mid 0)$$

ت - د پارابولونو غوڅتکی د y محور سره:

$$P_{y_1}\left(0\mid -\frac{32}{5}\right);\ P_{y_2}\left(0\mid\frac{14}{5}\right)$$

ټ- د پارابول $f_1(x)$ ککرۍ بڼه او ککرۍ ټکی:

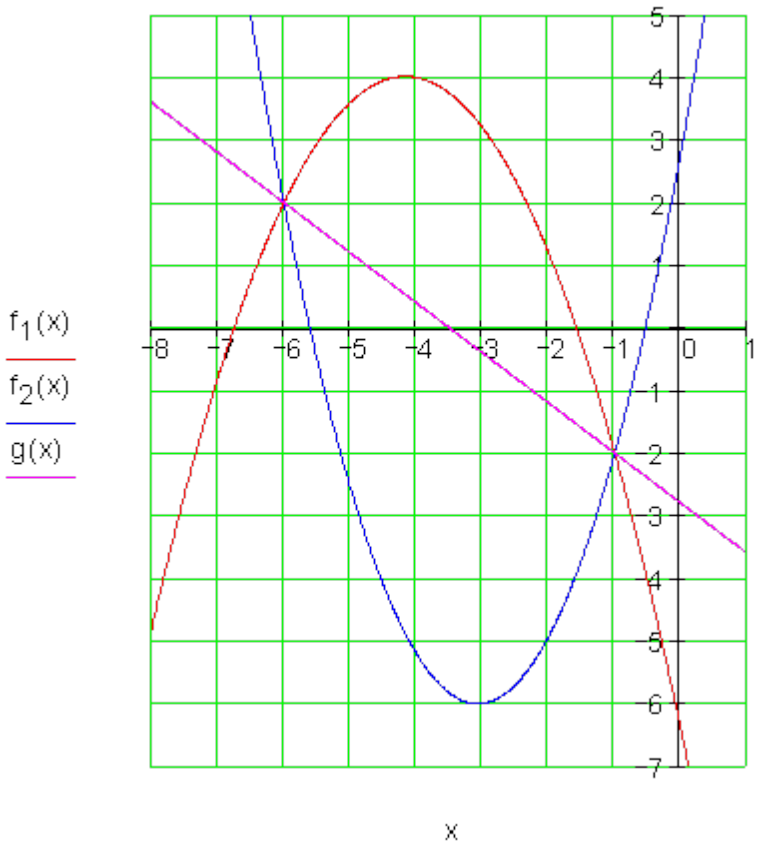
$$f_1(x)=-\frac{3}{5}\left(x+\frac{25}{6}\right)^2+\frac{241}{60}\Rightarrow S_1\left(-\frac{25}{6}\mid\frac{241}{60}\right)$$

ث- د پارابول $f_2(x)$ ککرۍ بڼه او ککرۍ ټکی:

$$f_2(x)=\frac{14}{15}\left(x+\frac{43}{14}\right)^2-\frac{1261}{210}\Rightarrow S_2\left(-\frac{43}{14}\mid-\frac{1261}{210}\right)$$

ج- د پارابول ګراف:

(c) ketabton.com: The Digital Library



څلورم: مفصل ځواب:

الف –

$$f(x) = -0,5x^2 + 2\,;\, x \in \mathbb{R} \quad g(x) = x^2 - 3x + 3,5$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow x_{1/2} = 1 \Rightarrow f(1) = 1,5 \Rightarrow S_{1/2}\,(1|\,1,5)$$ لمستېکی

ب – لمستېکی

پ –

$$f(x) = -0,5x^2 + 2\,;\, x \in \mathbb{R} \quad g(x) = -\frac{1}{9}(x-1)^2 + 1$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 + \frac{4}{7}x - \frac{20}{7} = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow p=\frac{4}{7};\ q=-\frac{20}{7}\Rightarrow D=\frac{144}{49}$$

$$\Rightarrow x_1=-\frac{2}{7}+\frac{12}{7}=\frac{10}{7}\qquad\Rightarrow f\left(\frac{10}{7}\right)=\frac{48}{49}\Rightarrow \underline{\underline{S_1\left(\frac{10}{7}\,|\,\frac{48}{49}\right)}}$$

$$x_2=-\frac{2}{7}-\frac{12}{7}=-\frac{14}{7}=-2\Rightarrow f(-2)=0\quad\Rightarrow \underline{\underline{S_2(-2|\,0)}}$$

$$f(x)=-0,5x^2+2\,;\,x\in\mathbb{R}\qquad g(x)=\frac{1}{4}\left(x^2-3x+2\right)$$

$$f(x)=g(x)\Leftrightarrow x^2-x-2=0$$

$$\Rightarrow p=-1;\ q=-2\Rightarrow D=\frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow x_1=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=2\qquad\Rightarrow f(2)=0\quad\Rightarrow \underline{\underline{S_1(2|\,0)}}$$

$$x_2=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}=-1\qquad\Rightarrow f(-1)=1,5\Rightarrow \underline{\underline{S_2(-1|\,1,5)}}$$

ت -

پنځم: مفصل ځواب:

الف – غوڅتکي P_1 او P_2 . $P_1(1|8)\quad P_2(-5|8)$

ب – د $y=f_3(x)$ سره د غوڅکربنې[$P_1\,P_2$] تابع مساوات $f_3(x)=8$

پ - ککرۍ ټکي S_1 او S_2 .

$$f(x)=-0,5x^2+2\,;\,x\in\mathbb{R}\qquad g(x)=-\frac{1}{9}(x-1)^2+1$$

$$f(x)=g(x)\Leftrightarrow x^2+\frac{4}{7}x-\frac{20}{7}=0$$

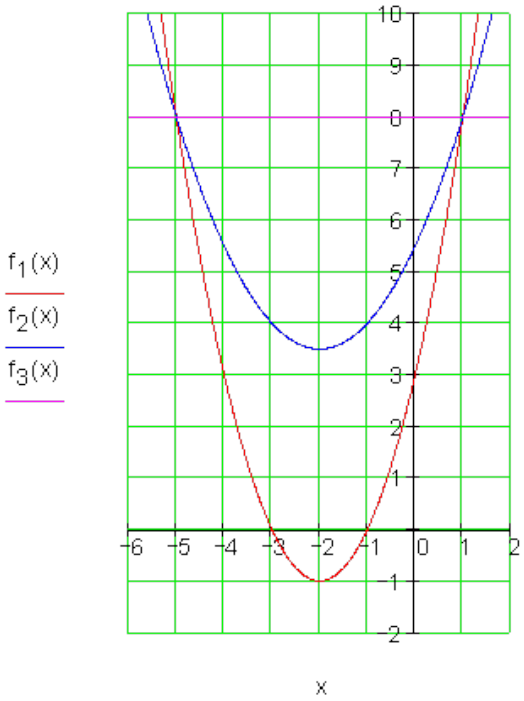
$$\Rightarrow p=\frac{4}{7};\ q=-\frac{20}{7}\Rightarrow D=\frac{144}{49}$$

$$\Rightarrow x_1=-\frac{2}{7}+\frac{12}{7}=\frac{10}{7}\qquad\Rightarrow f\left(\frac{10}{7}\right)=\frac{48}{49}\Rightarrow \underline{\underline{S_1\left(\frac{10}{7}\,|\,\frac{48}{49}\right)}}$$

$$x_2=-\frac{2}{7}-\frac{12}{7}=-\frac{14}{7}=-2\Rightarrow f(-2)=0\quad\Rightarrow \underline{\underline{S_2(-2|\,0)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - ګراف:



(c) ketabton.com: The Digital Library

2.9 د پارابل او پارابل غوځتکي(د تقاطع ټکي)

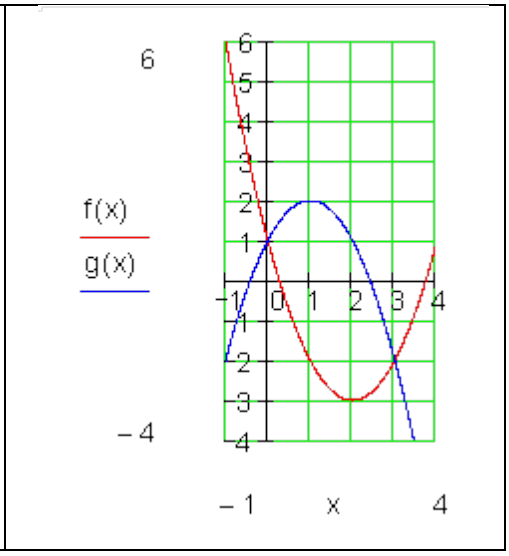
تمرينيزه بيلګه:

د دوه پارابولونو د تابع مساوات ورکړ شوي دي، چې د هغو غځتکي غواړو پيدا کړو.

$$f(x) = x^2 - 4x + 1 \text{ bzw. } f(x) = (x-2)^2 - 3 \Rightarrow S(2|-3)$$
$$g(x) = -x^2 + 2x + 1 \text{ bzw. } g(x) = -(x-1)^2 + 2 \Rightarrow S(1|2)$$

که د توابعو غوځتکي غواړو پيدا کړو، نو د توابعو مساوات مساوي ږدو. دا د کربنې او پارابول لپاره هم همداسي وو. دا تګلار د پارابولونو لپاره هم کارول کيږي.

$$f(x) = g(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 1 + x^2 - 2x - 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow 2x^2 - 6x = 0 \mid : 2$$
$$\Leftrightarrow x^2 - 3x = 0$$
$$\Leftrightarrow x(x-3) = 0$$
$$\Rightarrow x_1 = 0$$
$$(x-3) = 0 \Rightarrow x_2 = 3$$
$$f(x_1) = f(0) = 1$$
$$f(x_2) = f(3) = -2$$
$$\Rightarrow P_1(0|1); P_2(3|-2)$$



د کار قرارداد

د لاندې پارابولونو غوځتکي وټاکئ او پاربولونه رسم کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

یادونه: bzwپ لاندې کې د همداسې په معنا دی

a) $f(x)=\frac{3}{2}x^2-6x+3$ bzw. $f(x)=\frac{3}{2}(x-2)^2-3 \Rightarrow S(2|-3)$

$g(x)=\frac{1}{2}x^2-2x$ bzw. $g(x)=\frac{1}{2}(x-2)^2-2 \Rightarrow S(2|-2)$

b) $f(x)=x^2+2 \Rightarrow S(0|2)$

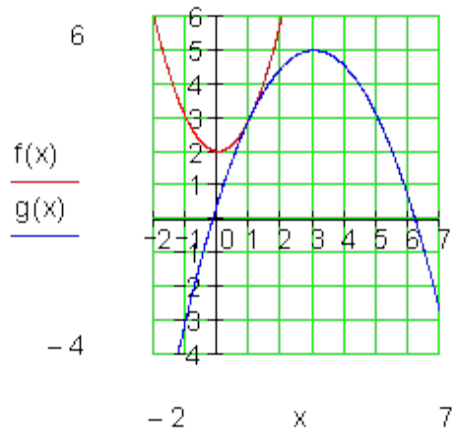
$g(x)=-\frac{1}{2}x^2+3x+\frac{1}{2}$ bzw. $g(x)=-\frac{1}{2}(x-3)^2+5 \Rightarrow S(-3|5)$

c) $f(x)=x^2+2 \Rightarrow S(0|2)$

$g(x)=-\frac{1}{2}x^2+x+\frac{3}{2}$ bzw. $g(x)=-\frac{1}{2}(x-1)^2+2 \Rightarrow S(1|2)$

d) $f(x)=x^2+1 \Rightarrow S(0|1)$

$g(x)=x^2+2x-1$ bzw. $g(x)=(x+1)^2-2 \Rightarrow S(-1|-2)$



فقط یو لمسټکی شتون لري، ځکه چې $D=0$

$f(x)=g(x) \Leftrightarrow f(x)-g(x)=0$

$\Leftrightarrow x^2+2+\frac{1}{2}x^2-3x-\frac{1}{2}=0$

$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x^2-3x+\frac{3}{2}=0 \mid \cdot\frac{2}{3}$

$\Leftrightarrow x^2-2x+1=0$

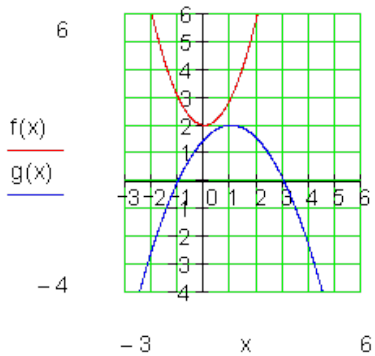
$\Rightarrow p=-2;\ q=1$

$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=(-1)^2-1=0$

$\Rightarrow x_{1/2}=-\frac{p}{2}=1$

$f(1)=1+2=3 \Rightarrow P(1|3)$

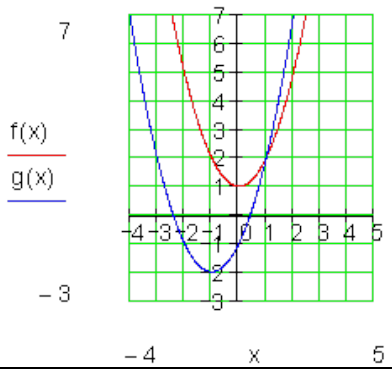
(c) ketabton.com: The Digital Library



غوځټکی شتون نه لري، ځکه چې $D < 0$.

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2 + 2 + \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2} = 0$$
$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x^2 - x + \frac{1}{2} = 0 \mid \cdot \frac{2}{3}$$
$$\Leftrightarrow x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow p = -\frac{2}{3};\ q = \frac{1}{3}$$
$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{3} = \frac{1}{9} - \frac{1}{3} < 0$$

له دې لاس ته راځي، چې حل نه شته.



$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2 + 1 - x^2 - 2x + 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow -2x + 2 = 0$$
$$\Leftrightarrow x = 1$$
$$\Rightarrow f(x) = f(1) = 1 + 1 = 2$$
$$\Rightarrow P(1|2)$$

که د $f(x)$ او $g(x)$ برابر ایښوونه مو یو کربنیز مساوات ته بوزي، نو دواړه پارابولونه یو غوځټکی لري.

د تمرین بیلګې څخه پیژندل کیږي، چې د غوځټکو تعداد(ګڼون) ، چې دوه پارابولونه یې یو له بل سره لري د دېسکریمینانټ په واک کې دي.

$D > 0$: $\Rightarrow$ Di	پارابولونه په دوه ټکو کې غوڅوي
$D = 0$: $\Rightarrow$ Di	پارابولونه په یوه ټکي کې سره لمسوي.
$D < 0$: $\Rightarrow$ Di	پاربولونه ګډ ټکی نه لري
$f(x) - g(x) \Rightarrow$ I	کربنیزمساوات له دې لاس ته راځي پاربولونه یو غوځټکی لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.10-د ورکړ شوو شرایطو له مخې د توابع مساواتو ترتیبونه

له مخه د دري ټکو ورکونه (دري ټکي ورکړل شوي دي).

دري مختلف ټکي، چې ټول په یوه پارابول پراته دي ورکړل شوي.

له دې څخه دې د پارابول تابع مساوات و ټاکل شي.

ورکړل شوي ټکي :

$P_1(1|2); P_2(5|4); P_3(3|-1)$ تولیز تابع مساوات $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$

د تابع مساواتو ټاکلو لپاره باید د تولیزو ضریبونو a_2, a_1 او a_0 لپاره اړونده عددې کمپوننتونه (برخې) وټاکل شي. دا چې درېواړه ټکي P_1, P_2 او P_3 د ټاکونکي پارابول ټکي دي، کیدی شي د تولیز مساواتسیستم په پروتولاړ- یا کواوردینات سیستم کې د x او y ځایونو کې د دې ټکو د درېواره ایښوونو له لارې دې مساوات سیستمونه له دري ناټاکلو سره جوړ شي ، چې له هغو ضریبونه a_0, a_1 او a_2 ټاکل کیدی شي

د مساوات سیستم ایښوونه:

$P(x\|y)$	$f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$	$= y$
$P_1(1\|2)$	$f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0$	$= 2$
$P_2(5\|4)$	$f(5) = 25a_2 + 5a_1 + 1a_0$	$= -4$
$P_3(3\|-1)$	$f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0$	$= -1$

دا د دري کربنیز مساواتو څخه جوړ مساوات سیستم دی د دري ناپیژندونکو سره.

د جمعې قانون له مخې حل پیداکیدی شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د جمعي تلنلار :

$$\begin{array}{l|l}
a_2+a_1+a_0=2 & -2a_1=11\Rightarrow a_1=-\frac{11}{2}\\
25a_2+5a_1+a_0=4\,|\,II-25\cdot I & -6a_1-8a_0=-19\Leftrightarrow -6\cdot\left(-\frac{11}{2}\right)-8a_0=-19\\
9a_2+3a_1+a_0=-1\,|\,III-9\cdot I & \Leftrightarrow 33-8a_0=-19\,|\,-33\\
a_2+a_1+a_0=2 & \Leftrightarrow -8a_0=-52\,|:(-8)\Leftrightarrow a_0=\frac{-52}{-8}=\frac{13}{2}\\
-20a_1-24a_0=-46\,|\,II-3\cdot III & a_2+a_1+a_0=2\Leftrightarrow a_2-\frac{11}{2}+\frac{13}{2}=2\\
-6a_1-8a_0=-19 & \Leftrightarrow a_2=2-1=1\\
a_2+a_1+a_0=2 & \\
-2a_1=11 & \\
-6a_1-8a_0=-19 &
\end{array}$$

$$f(x)=x^2-\frac{11}{2}x+\frac{13}{2}$$

له دې سره د تابع مساوات دي:

ټکي ازمايښت:

$$P_1(1|2):\quad f(1)=1^2-\frac{11}{2}\cdot 1+\frac{13}{2}=1+\frac{2}{2}=1+1=2\,(w)$$

$$P_2(5|4):\quad f(5)=5^2-\frac{11}{2}\cdot 5+\frac{13}{2}=25-\frac{55}{2}+\frac{13}{2}=25-\frac{42}{2}=25-21=4\,(w)$$

$$P_3(3|-1):\quad f(3)=3^2-\frac{11}{2}\cdot 3+\frac{13}{2}=9-\frac{33}{2}+\frac{13}{2}=9-\frac{20}{2}=9-10=-1\,(w)$$

د جمعي سيستم کيدی شي . دا مو د ګاوس الګوريتم ته لارښودوي.

د ګاوس الګوريتم له لارې فقط له ضريبونو سره شميرل کيږي.

د ګاوس الګوريتم؛

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ګاوس الګوريتم سره د ليکو له لارې کار کيږي.

ليکې کړی شو:

- بدلي کړو

- د يوه عدد سره ضرب کړو.

-د يوه عدد سره و وېشو.

- سره جمعه کړو.

- سره منفي کړو.

که درځونه (ولاړې ليکې) بدلي شي، نو بايد ضريبونه هم ورسره واخستل شي.

دا موخه دې د يوه مثلث په بڼه راوړل شي.

x	x	x	x
0	x	x	x
0	0	x	x

د په ځای ايښووني له لارې حل:

a_0	a_1	a_2		
1	1	1	2	
1	5	25	4	$\|\|-\|$
1	3	9	-1	$\|\|\|-\|$
1	1	1	2	
0	4	24	2	$:2$
0	2	8	-3	
1	1	1	2	
0	2	12	1	
0	2	8	-3	$\|\|\|-\|\|$
1	1	1	2	
0	2	12	1	
0	0	-4	-4	

$$-4a_2 = -4 \mid (-4) \Leftrightarrow \underline{a_2 = 1}$$

$$2a_1 + 12a_2 = 1$$

$$\Leftrightarrow 2a_1 + 12 \cdot 1 = 1 \mid -12$$

$$\Leftrightarrow 2a_1 = -11 \mid :2$$

$$\Leftrightarrow \underline{a_1 = -\frac{11}{2}}$$

$$a_0 + a_1 + a_2 = 2$$

$$\Leftrightarrow a_0 - \frac{11}{2} + 1 = 2$$

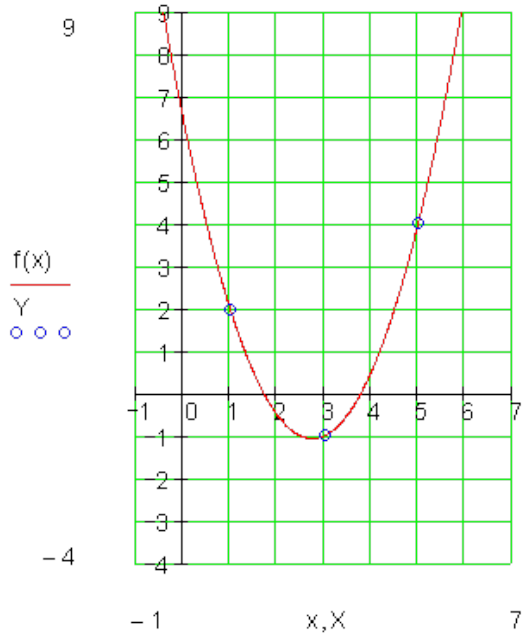
$$\Leftrightarrow a_0 - \frac{9}{2} = \frac{4}{2} \mid + \frac{9}{2}$$

$$\Leftrightarrow \underline{a_0 = \frac{13}{2}}$$

تابع مساوات: $\underline{\underline{f(x) = x^2 - \frac{11}{2}x + \frac{13}{2}}}$

دتابع ګراف:

(c) ketabton.com: The Digital Library



د دې لپاره چې د يوې مربع تابع د تابع مساوات لاس ته راوړل شو دري ټکي اړيين دي.

په ياد رلوړو:

د کربنيزې تابع (کربنې) لپاره دري ټکي وو.

د دې لپاره چې د يوه پارابول ګراف پاک و کښلی شو، له دې دري ټکو سربېره ککړټکی او د محور غوځټکي اړيين دي.

که په ککړټکي عمود يا ولاړې ته سيمتری هم په پام کې ونيسو ، نو په زياتو حالتونو کې نورو ټکو ته اړتيا نه لرو.

په پارابول کې ځانګړي حالتونه

په ځنو حالتونو کې کېدی شي تابعمساوات د د لږو ورکړو سره وټکلی شو.

بيلګه:

يو پارابول د yمحور ته محور سيومتريک دی چې له ټکو $P_1(-1|-2)$ او $P_2(2|7)$ تېريږي.

تابعمساوات $f(x)$ وټاکی او ګرافونه و کاږی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په ککړی ټکي بڼه لیکو :

$$f(x) = a_2 (x - x_s)^2 + y_s$$

د محور سیومتري له امله x0=0 دی او ys=a0

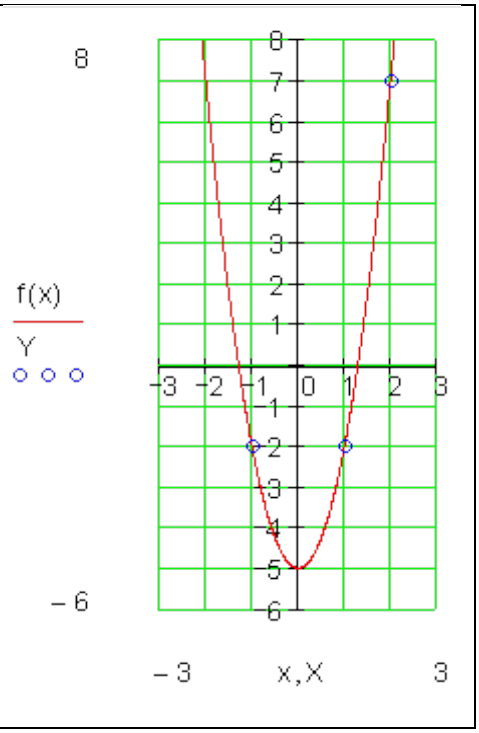
$$\Rightarrow f(x) = a_2 x^2 + a_0$$

مساوات سیستم:

$$P_1(-1|-2): \quad f(-1) = 1 \cdot a_2 + 1 \cdot a_0 = -2$$
$$P_2(2|7): \quad f(2) = 4 \cdot a_2 + 1 \cdot a_0 = 7$$

a_0	a_2		
1	1	-2	
1	4	7	II - I
1	1	-2	
0	3	9	

$$3a_2 = 9 \Rightarrow a_2 = 3$$
$$a_0 + 3 = -2 \Rightarrow a_0 = -5$$
$$f(x) = 3x^2 - 5$$



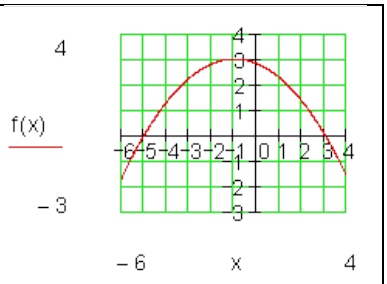
بیلګه: د یوه پارابول صفرټکي $P_{x1}(3|0)$ او $P_{x2}(-5|0)$ دي. د هغه خورا لوي تابع ارزښت 3 دی.

د تابع مساوات f(x) وټاکی او ګ رافونه رسم کړی.

په کرښیزضریبونو کې ایښوونه: x1=3;x2=-5

$$f(x) = a_2 (x - x_1)(x - x_2) = a_2 (x - 3)(x + 5)$$

د تابع خورا لوی ار ښت په ککړټکي S(xs;3) پروت دی



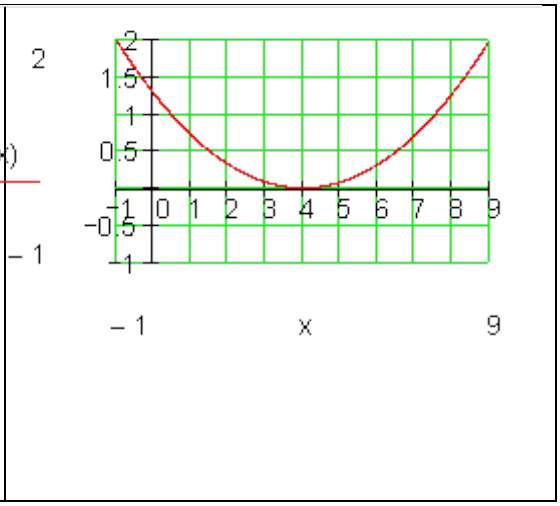
(c) ketabton.com: The Digital Library

د ورکړې له مخې، چې د تابع خورا لوی ارزښت ۳ دی، کې‌دی شي پای کړو، چې پارابول کښته لو رته واز دی. څه چې شمې‌رنه هم تصدیقوي.	$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{3 + (-5)}{2} = -1$ $f(x_s) = 3 \Leftrightarrow f(-1) = a_2(-1-3)(-1+5) = a_2(-16) = 3$ $\Rightarrow a_2 = -\frac{3}{16} \Rightarrow f(x) = -\frac{3}{16}(x-3)(x+5)$ $= -\frac{3}{16}(x^2 + 2x - 15) = -\frac{3}{16}x^2 - \frac{3}{8}x + \frac{45}{16}$

بیلګه:

د دویمې درجې د ټول راشنل تابع ګراف د xمحور په x=4 ځای کې لمسوي او له ټکي P(-1;2) تې‌ریږي.

د تابع ترم وتاکئ او ګراف یې رسم کړئ.

لمسټکی = ککړی ټکی S(4;0) $= a_2(x - x_s) + y_s = a_2(x-4)^2$ $1\|2): \quad f(-1) = a_2(-1-4)^2 = 2$ $a_2(-5)^2 = 25a_2 = 2 \Rightarrow a_2 = \frac{2}{25}$ $= \frac{2}{25}(x-4)^2 = \frac{2}{25}(x^2 - 8x + 16)$ $= \frac{2}{25}x^2 - \frac{16}{25}x + \frac{32}{25}$	

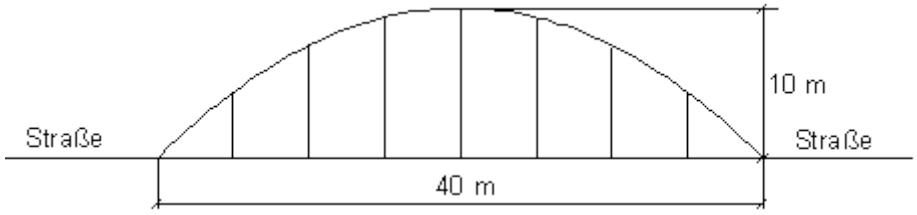
د استعمال بیلګه:

د یوه پله پارابول شکله لیندې(قوس) ورکړ شوی دی د 40 m غزوني اوږدوالي او یوه خورا (ماکسیمال) جګوالي 10 m سره.

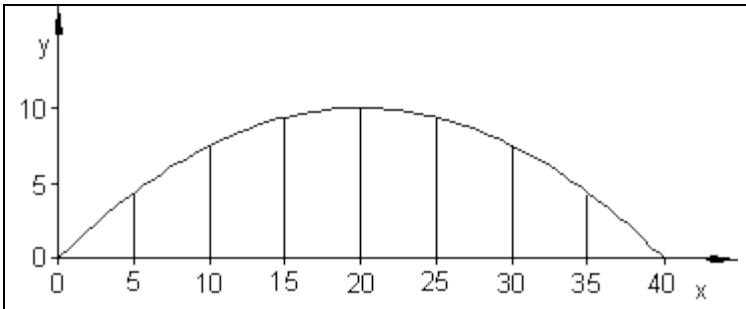
(c) ketabton.com: The Digital Library

د7 عمود یا ولاړ ایښول شوو برابرو اوږدو غزون ستنو یا غزونمټو واټن وشمیرئ.

په لاندې الماني=کوڅه یا سرک



مودل کونه یا د مودل ورکونه:

	که کواوردینات سیستمم داسي وټاکل شي، نو لاندې ټکي څرګند دي. صفرځایونه $P_{x1}(0\mid 0)\,;\,P_{x2}(40\mid 0)$ ککرئ: $S(20;10)$

بنوونه: ککرئ ټکي بڼه: $f(x)=a_2(x-20)^2+10$

$$P_{x1}(0\mid 0):\ f(0)=a_2(-20)^2+10=0$$
$$\Leftrightarrow 400a_2=-10\Leftrightarrow a_2=-\frac{10}{400}=-\frac{1}{40}$$
$$\Rightarrow f(x)=-\frac{1}{40}(x-20)^2+10=-\frac{1}{40}x^2+x$$

دx ارزښتونو له لارې د کچوني اوږدوالی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(5) = -\frac{1}{40}\cdot 25 + 5 = -\frac{5}{8} + \frac{40}{8} = \frac{35}{8} = \underline{\underline{4,375}}$$

$$f(10) = -\frac{1}{40}\cdot 100 + 10 = -\frac{5}{2} + \frac{20}{2} = \frac{15}{2} = \underline{\underline{7,5}}$$

$$f(15) = -\frac{1}{40}\cdot 225 + 15 = -\frac{45}{8} + \frac{120}{8} = \frac{75}{8} = \underline{\underline{9,375}}$$

د ککړۍ کواوردینات له املې: $f(x) = 10$

د سیومتری دلایلو له املې: $f(25) = f(15) = 9,375$

د سیومتری دلایلو له املې: $f(30) = f(10) = 7,5$

د سیومتری دلایلو له املې: $f(35) = 4,375$

پوښتنې

پا ربول چې له در ې ټکو تیریږي**I**

لومړی – د پارابول د $f(x)$ تابع مساوات وټاکی،که لاندې معلوم وي. .

الف – د $f(x)$ ګراف له ټکو $P_1(2|-1); P_2(-1|0,5); P_3(4|3)$ تیریږي.

ب – د $f(x)$ ګراف له ټکو $P_1\left(-2\left|-\frac{5}{4}\right.\right); P_2\left(\frac{1}{2}\middle|0\right); P_3\left(1\middle|\frac{7}{4}\right)$ تیریږي.

پ –د $f(x)$ ګراف له ټکو $P_1(1|0,5)$ او $P_2(-2|-5,5)$. د y محور سره سیمتریک ځغلي

ت – د $f(x)$ ګراف دx محور په x1=-3 کې لمسوي او له ټکي P(-5;-7) تیریږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ – د f(x) ګراف دx محور په x1 = 2 او x2 = -1 کې غوځوي او له P(1;-2) ټکي څخه تيريږي.

ث – يو راکښلی نورمال پارابول د x محورم په x = -2 کې لمسوي.

دويم – دري غوځي شوي کرښې د يوه درېګوډي(مثلث) اړخونه (ضلعي) جوړوي.

$$f_1(x) = -x - \frac{27}{4} \qquad f_2(x) = 3x + \frac{21}{4} \qquad f_3(x) = x + \frac{13}{4}$$

وشمېړی:

الف – د پارابول تابع د دي مثلث له ګوډونو(کونجونو) تېريږي.

ب – ټول ګرافونه په يوه مناسب کواوردينات سيستم کې و کاږی.

دريم – د تابع مساوات وشمېړی، محوررغوځتکي، ککرټکي او اود ککرټکوښه.
ګراف يې په يوه مناسب کواوردينات سيستم کې وکاږی.

الف ـ $P_1(-2|2); P_2(1|-7); P_3(3|-3)$ ب ـ
$P_1(-1|-2); P_2(1|0); P_3(2|4)$

پ ـ $P_1(-3|10); P_2(1|-2); P_3(3|4)$ ت ـ $P_1(-2|4); P_2(1|4); P_3(3|-6)$

ټ ـ $P_1(-1|0); P_2(1|6); P_3(3|4)$ ث ـ $P_1(-4|-2); P_2(-2|-4); P_3(2|4)$

څلورم – د تابع مساوات وشميړی، د محورغوځتکي، د ککرټکيښه وشميړی. په يوه مناسب کواوردیناتسيستم کې يې ګراف وکاږی.

الف ـ $P_1(-4\,|\,2); P_2\left(1\,\middle|\,-\frac{1}{2}\right); P_3(2\,|\,-4)$

ب ـ $P_1(-4|-1); P_2(-2|-4); P_3(2|8)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ ـ $P_1\left(-3\left|\frac{5}{4}\right.\right); P_2\left(0\left|-\frac{1}{4}\right.\right); P_3\left(3\left|\frac{41}{4}\right.\right)$

ت ـ $P_1(-2\,|\,2); P_2\left(-1\left|\frac{5}{2}\right.\right); P_3\left(1\left|\frac{1}{2}\right.\right)$

ټ ـ $P_1\left(-1\left|-\frac{1}{2}\right.\right); P_2(2\,|\,2); P_3\left(3\left|-\frac{1}{2}\right.\right)$

ث ـ $P_1(-2\,|\,-1); P_2\left(-1\left|-\frac{7}{3}\right.\right); P_3(1\,|\,-3)$

پنځم – د تابع مساوات وشمیړی، د محورغوځټکي، د ککړیټکي بڼه وشمیړی. په یوه متاسب کواوردیناتسیستم کې یې ګراف وکاږی.

الف ـ $P_1\left(-2\left|\frac{1}{2}\right.\right); P_2(1\,|\,4); P_3\left(2\left|-\frac{5}{2}\right.\right)$

ب ـ $P_1\left(-\frac{3}{2}\left|\frac{19}{4}\right.\right); P_2(1\,|\,1); P_3\left(\frac{3}{2}\left|-\frac{5}{4}\right.\right)$

پ ـ $P_1(-1\,|\,2); P_2\left(\frac{3}{2}\left|\frac{13}{4}\right.\right); P_3(2\,|\,2)$

ت ـ $P_1(-3\,|\,2); P_2(1\,|\,-3); P_3(3\,|\,4)$

ټ ـ $P_1(-1\,|\,3); P_2(1\,|\,1); P_3(3\,|\,4)$

ث ـ $P_1(-2\,|\,-2); P_2(-1\,|\,2); P_3(3\,|\,1)$

ځوابونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

پارابول چې له درې ټکو تېرېږي **I**

نتيجې او مفصل ځوابونه

نتيجې:

لومړی-

الف - $f(x)=\frac{1}{2}x^2-x-1$ ب - $f(x)=x^2+2x-\frac{5}{4}$

پ - $f(x)=-2x^2+\frac{5}{2}$ ت - $f(x)=-\frac{7}{2}(x+3)^2$

ټ - $f(x)=(x-2)(x+1)=x^2-x-2$ ث - $f(x)=(x+2)^2=x^2+4x+4$

دويم

الف -

د درې کربنو غوځتکی: $P_1\left(-3\left|-\frac{15}{4}\right.\right)\ P_2\left(-1\left|\frac{9}{4}\right.\right)\ P_3\left(-5\left|-\frac{7}{4}\right.\right)$

له درې ټکو تير پارابول تابع مساوات: $f(x)=x^2+7x+\frac{33}{4}$

محور غوځتکي: $P_y\left(0\left|\frac{33}{4}\right.\right); P_{x1}\left(-\frac{11}{2}\left|0\right.\right); P_{x1}\left(-\frac{3}{2}\left|0\right.\right)$

د پارابول ککرټکی: $S\left(-\frac{7}{2}\left|-4\right.\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – مفصل حل وکوری.

دریم-

الف -

تابع مساوات: $f(x) = x^2 - 2x - 6$

محورغوځتکي: $P_y(0 \mid -6); P_{x1}\left(1+\sqrt{7} \approx 3,65 \mid 0\right); P_{x2}\left(1-\sqrt{7} \approx -1,65 \mid 0\right)$

ککرئ ټکی\ ککرئ ټکي بنه $P_{sp}(1 \mid -7); f(x) = (x-1)^2 - 7$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری

ب –

تابع مساوات: $f(x) = x^2 + x - 2$

محورغوځتکي: $P_y(0 \mid -2); P_{x1}(1 \mid 0); P_{x2}(-2 \mid 0)$

ککرئ ټکی\ ککرئ ټکي بنه $P_{sp}\left(-\frac{1}{2} \mid -\frac{9}{4}\right); f(x) = \left(x+\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری

پ –تابع مساوات: $f(x) = x^2 - x - 2$

محورغوځتکي: $P_y(0 \mid -2); P_{x1}(2 \mid 0); P_{x2}(-1 \mid 0)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{sp}\left(\frac{1}{2}\,\middle|\,-\frac{9}{4}\right);\ f(x)=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ت –

تابع مساوات: $f(x)=-x^2-x+6$

محور غوځتکي: $P_y(0\mid 6);\ P_{x1}(2\mid 0);\ P_{x2}(-3\mid 0)$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{sp}\left(-\frac{1}{2}\,\middle|\,\frac{25}{4}\right);\ f(x)=-\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ټ -

تابع مساوات: $f(x)=-x^2+3x+4$

محور غوځتکي: $P_y(0\mid 4);\ P_{x1}(4\mid 0);\ P_{x2}(-1\mid 0)$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{sp}\left(\frac{3}{2}\,\middle|\,\frac{25}{4}\right);\ f(x)=-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ث - تابع مساوات: $f(x)=\frac{1}{2}x^2+2x-2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

محور غوځټکي:

$$P_y(0\mid -2);\ P_{x1}\left(-2+2\cdot\sqrt{2}\approx 0,83\mid 0\right);\ P_{x2}\left(-2-2\cdot\sqrt{2}\approx -4,83\mid 0\right)$$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{sp}(-2\mid -4);\ f(x)=\frac{1}{2}\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-4$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

څلورم-

الف -

تابع مساوات: $f(x)=-\frac{1}{2}x^2-2x+2$

محور غوځټکي:

$$P_y(0\mid 2);\ P_{x1}\left(-2+2\sqrt{2}\approx 0,83\mid 0\right);\ P_{x2}\left(-2-2\sqrt{2}\approx -4,83\mid 0\right)$$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{sp}(-2\mid 4);\ f(x)=-\frac{1}{2}(x+2)^2+4$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ب – تابع مساوات: $f(x)=\frac{3}{4}x^2+3x-1$

محور غوځټکي:

$$P_y(0\mid -1);\ P_{x1}\left(-2+\frac{4}{3}\sqrt{3}\approx 0,31\ \middle|\ 0\right);\ P_{x2}\left(-2+\frac{4}{3}\sqrt{3}\approx -4,31\ \middle|\ 0\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بنه $P_{sp}(-2 \mid 4);\ f(x)=\frac{3}{2}(x+2)^2-4$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

پ – تابع مساوات: $f(x)=\frac{3}{2}x^2+\frac{3}{2}x-\frac{1}{4}$

محور غوځټکي:

$$P_y\left(0 \mid -\frac{1}{4}\right);\ P_{x1}\left(-\frac{9}{8}+\frac{1}{8}\sqrt{105}\approx 0,16 \mid 0\right);\ P_{x2}\left(-\frac{9}{8}-\frac{1}{8}\sqrt{105}\approx -2,41 \mid 0\right)$$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بنه $P_{sp}\left(-\frac{9}{8} \mid -\frac{35}{32}\right);\ f(x)=\frac{2}{3}\left(x+\frac{9}{8}\right)^2-\frac{35}{32}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ت – تابع مساوات: $f(x)=-\frac{1}{2}x^2-x+2$

محور غوځټکي: $P_y(0 \mid 2);\ P_{x1}\left(-1+\sqrt{5}\approx 1,24 \mid 0\right);\ P_{x2}\left(-1-\sqrt{5}\approx -3,24 \mid 0\right)$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بنه $P_{sp}\left(-1 \mid \frac{5}{2}\right);\ f(x)=-\frac{1}{2}(x+1)^2+\frac{5}{2}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ټ -

تابع مساوات: $f(x)=-\frac{5}{6}x^2+\frac{5}{3}x+2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

محور غوځتکي: $P_y(0 \mid 2); P_{x1}\left(1+\sqrt{\frac{17}{5}} \approx 2,84 \mid 0\right); P_{x2}\left(1-\sqrt{\frac{17}{5}} \approx -0,84 \mid 0\right)$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{sp}\left(1 \mid \frac{17}{6}\right); f(x) = -\frac{5}{6}(x-1)^2 + \frac{17}{6}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورۍ

ث - تابع مساوات: $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 3$

محور غوځتکي:

$P_y(0 \mid -3); P_{x1}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{37} \approx 3,54 \mid 0\right); P_{x2}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{37} \approx -2,54 \mid 0\right)$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{sp}\left(\frac{1}{2} \mid -\frac{37}{12}\right); f(x) = \frac{1}{3}\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{37}{12}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورۍ

پنځم-

الف -

تابع مساوات: $f(x) = -\frac{23}{12}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{20}{3}$

محور غوځتکي:

$P_y\left(0 \mid \frac{20}{3}\right); P_{x1}\left(-\frac{9}{46}+\frac{1}{46}\sqrt{7441} \approx 1,68 \mid 0\right); P_{x2}\left(-\frac{9}{46}-\frac{1}{46}\sqrt{7441} \approx -2,07 \mid 0\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککړۍ ټکی\ ککړۍ ټکي بڼه $P_{sp}\left(-\frac{9}{46}\;\middle|\;\frac{7441}{1104}\right);\ f(x)=-\frac{23}{12}\left(x+\frac{9}{46}\right)^2+\frac{7441}{1104}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ب – تابع مساوات: $f(x)=-x^2-2x+4$

محور غوځټکي: $P_y(0\mid 4);\ P_{x1}\left(-1+\sqrt{5}\approx 1{,}24\mid 0\right);\ P_{x2}\left(-1-\sqrt{5}\approx -3{,}24\mid 0\right)$

ککړۍ ټکی\ ککړۍ ټکي بڼه $P_{sp}(-1\mid 5);\ f(x)=-(x+1)^2+5$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

پ – تابع مساوات: $f(x)=-x^2+x+4$

محور غوځټکي:

$$P_y(0\mid 4);\ P_{x1}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{17}\approx 2{,}56\;\middle|\;0\right);\ P_{x2}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{17}\approx -1{,}56\;\middle|\;0\right)$$

ککړۍ ټکی\ ککړۍ ټکي بڼه $P_{sp}\left(\frac{1}{2}\;\middle|\;\frac{17}{4}\right);\ f(x)=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{17}{4}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ت – تابع مساوات: $f(x)=\frac{19}{24}x^2+\frac{1}{3}x-\frac{33}{8}$

محور غوځټکي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_y\left(0 \mid -\frac{33}{8}\right); P_{x1}\left(-\frac{4}{19}+\frac{1}{19}\sqrt{1897} \approx 2,08 \mid 0\right); P_{x2}\left(-\frac{4}{19}-\frac{1}{19}\sqrt{1897} \approx -2,5 \mid 0\right)$$

$$P_{sp}\left(-\frac{4}{19} \mid -\frac{1897}{456}\right); f(x)=\frac{19}{24}\left(x+\frac{4}{19}\right)^2-\frac{1897}{456}$$ ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ټ - تابع مساوات: $f(x)=-\frac{17}{20}x^2+\frac{29}{20}x-\frac{43}{10}$

محور غوځتکي:

$$P_y\left(0 \mid \frac{43}{10}\right); P_{x1}\left(\frac{29}{34}+\frac{1}{34}\sqrt{6689} \approx 3,26 \mid 0\right); P_{x2}\left(\frac{29}{34}-\frac{1}{34}\sqrt{6689} \approx -1,55 \mid 0\right)$$

$$P_{sp}\left(\frac{29}{34} \mid \frac{6689}{1360}\right); f(x)=-\frac{17}{20}\left(x-\frac{29}{34}\right)^2+\frac{6689}{1360}$$ ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ث - تابع مساوات: $f(x)=\frac{5}{8}x^2-x+\frac{11}{8}$

محور غوځتکي: $P_y\left(0 \mid \frac{11}{8}\right)$

$$P_{sp}\left(\frac{4}{5} \mid \frac{39}{40}\right); f(x)=\frac{5}{8}\left(x-\frac{4}{5}\right)^2+\frac{39}{40}$$ ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل ځوابونه

لومړی-

الف - د یوه دویمې درجې تولیز ټول راشنل-یا هوښیار تابع (پارابول) د تابع مساوات تولیزه بڼه یا فورم : $f(x)=a_2x^2+a_1x+a_0$

که د دې ورکړ شوو ټکو کواوردینات په تولیز تابع مساوات کې کیښول شی یا ځا په ځای شي، نو یو مساوات سیستم له دري مساواتو سره لاس ته راځي له دري متحولو ; a_2 a_1 اوa_0 او د لاندې سره.

$$P_1(2\,|\,-1):\quad f(2)=a_2\cdot 2^2+a_1\cdot 2+a_0=-1\Leftrightarrow \quad 4a_2+2a_1+1a_0=-1$$

$$P_2\left(-1\,|\,\frac{1}{2}\right):\quad f(-1)=a_2\cdot(-1)^2+a_1\cdot(-1)+a_0=\frac{1}{2}\Leftrightarrow 1a_2-1a_1+1a_0=\frac{1}{2}$$

$$P_3(4\,|\,3):\quad f(4)=a_2\cdot 4^2+a_1\cdot 4+a_0=3\Leftrightarrow \quad 16a_2+4a_1+1a_0=3$$

:

د جمعې لارې او یا د ګاوس له لارې(طریقې) :

a_0	a_1	a_2		
1	2	4	−1	
1	−1	1	1/2	$\mid\cdot 2$
1	4	16	3	
1	2	4	−1	
2	−2	2	1	$II-2\cdot I$
1	4	16	3	$III-I$
1	2	4	−1	
0	−6	−6	3	$\mid:3$
0	2	12	4	
1	2	4	−1	
0	−2	−2	1	
0	2	12	4	$III+II$
1	2	4	−1	

د ضریبونو شمیرنه:

$$10a_2=5\Leftrightarrow \boxed{a_2=\frac{1}{2}}$$

$$-2a_1-2a_2=1\Leftrightarrow -2a_1-2\cdot\frac{1}{2}=1$$

$$\Leftrightarrow -2a_1=1+1=2\Leftrightarrow \boxed{a_1=-1}$$

$$1a_0+2a_1+4a_2=-1$$

$$\Leftrightarrow a_0+2\cdot(-1)+4\cdot\frac{1}{2}=-1$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_0=-1}$$

$$f(x)=\frac{1}{2}x^2-x-1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

	0	−2	−2	1
	0	0	10	5

ب – د لاندې الماني پښتو: د ضریبونو شمیرنه:

$P_1\left(-2\middle|-\frac{5}{4}\right)$: $f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = -\frac{5}{4}$

$P_2\left(\frac{1}{2}\middle|0\right)$: $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}a_2 + \frac{1}{2}a_1 + 1a_0 = 0$

$P_3\left(1\middle|\frac{7}{4}\right)$: $f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = \frac{7}{4}$

a_0	a_1	a_2		
1	−2	4	$-\frac{5}{4}$	$\mid\cdot 4$
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0	$\mid\cdot 4$
1	1	1	$\frac{7}{4}$	$\mid\cdot 4$
4	−8	16	−5	
4	2	1	0	II − I
4	4	4	7	III − I
4	−8	16	−5	
0	10	−15	5	$\mid : 5$
0	12	−12	12	$\mid : 6$
4	−8	16	−5	
0	2	−3	1	
0	2	−2	2	III − II
4	−8	16	−5	
0	2	−3	1	
0	0	1	1	

Berechnung der Koeffizienten:

$\boxed{a_2 = 1}$

$2a_1 - 3a_2 = 1 \Leftrightarrow 2a_1 - 3 = 1$

$\Leftrightarrow 2a_1 = 1 + 3 = 4 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 2}$

$4a_0 - 8a_1 + 16a_2 = -5$

$\Leftrightarrow 4a_0 - 16 + 16 = -5$

$\Leftrightarrow \boxed{a_0 = -\frac{5}{4}}$

$f(x) = x^2 + 2x - \frac{5}{4}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د محورسیومتري څخه لاس ته راځي: ککره په y محور پرته ده.
ت – د محور سره غوځټکی = ککرۍ ټکی.
د پاربول د ککرټکي بڼه (فورم): $f(x)=a_2(x+3)^2$:

$$P(-5|-7):\quad f(-5)=a_2(-5+3)^2=7\Leftrightarrow a_2=-\frac{7}{4}$$

$$\Rightarrow f(x)=-\frac{7}{4}(x+3)^2$$

ټ –

$$P_{x1}(2|0);P(-1|0)\Rightarrow f(x)=a_2(x-2)(x+1)$$
$$P(1|-2):\quad f(1)=a_2(-1)(2)=-2\Leftrightarrow a_2=1$$
$$\Rightarrow f(x)=(x-2)(x+1)=x^2-x-2$$

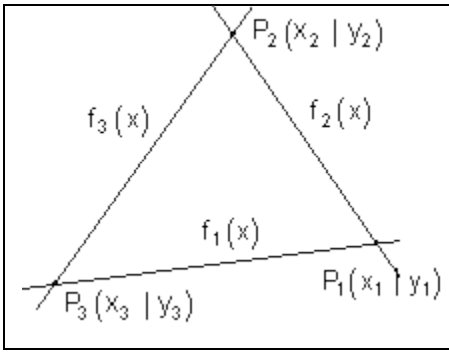
ث – لمسټکی = ککرئ ټکی

$$I:\Rightarrow f(x)=(x+2)^2=x^2+4x+4$$ راکښل شوې نورمال بڼه:

دویم –

الف – لاندې کرښې یو درېګودی یا مثلث جوړوي:

$$f_1(x)=-x-\frac{27}{4}\qquad f_2(x)=3x+\frac{21}{4}\qquad f_3(x)=x+\frac{13}{4}$$

د درېګوډي د ګوډونو د شمیرنې لپاره د غوځټکو تعریف P_1 : $f_1(x)$ غوځشوی د $f_2(x)$ سره P_2: $f_2(x)$ غوځشوی د $f_3(x)$ سره P_3 : $f_1(x)$ غوځشوی د $f_3(x)$ سره	

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_1(x_1 \mid y_1): f_1(x) = f_2(x) \Leftrightarrow -x - \frac{27}{4} = 3x + \frac{21}{4} \mid -3x$$

$$\Leftrightarrow -4x - \frac{27}{4} = \frac{21}{4} \mid +\frac{27}{4}$$

$$\Leftrightarrow -4x = \frac{48}{4} \mid :(-4)$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{12}{4} = -3 \Rightarrow x_1 = -3$$

$$y_1 = f_1(x_1) = f_1(-3) = -(-3) - \frac{27}{4} = 3 - \frac{27}{4} = \frac{12}{4} - \frac{27}{4} = -\frac{15}{4} \Rightarrow P_1\left(-3 \;\middle|\; -\frac{15}{4}\right)$$

$$P_2(x_2 \mid y_2): f_2(x) = f_3(x) \Leftrightarrow 3x + \frac{21}{4} = x + \frac{13}{4} \mid -x$$

$$\Leftrightarrow 2x + \frac{21}{4} = \frac{13}{4} \mid -\frac{21}{4}$$

$$\Leftrightarrow 2x = -\frac{8}{4} \mid :2$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{4}{4} = -1 \Rightarrow x_2 = -1$$

$$y_2 = f_2(x_2) = f_2(-1) = 3 \cdot (-1) + \frac{21}{4} = -3 + \frac{21}{4} = -\frac{12}{4} + \frac{21}{4} = \frac{9}{4} \Rightarrow P_2\left(-1 \;\middle|\; \frac{9}{4}\right)$$

$$P_3(x_3 \mid y_3): f_1(x) = f_3(x) \Leftrightarrow -x - \frac{27}{4} = x + \frac{13}{4} \mid -x$$

$$\Leftrightarrow -2x - \frac{27}{4} = \frac{13}{4} \mid +\frac{27}{4}$$

$$\Leftrightarrow -2x = \frac{40}{4} \mid :(-2)$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{20}{4} = -5 \Rightarrow x_3 = -5$$

$$y_3 = f_1(x_3) = f_1(-5) = -(-5) - \frac{27}{4} = 5 - \frac{27}{4} = \frac{20}{4} - \frac{27}{4} = -\frac{7}{4} \Rightarrow P_3\left(-5 \;\middle|\; -\frac{7}{4}\right)$$

د پارابول د تابعمساوات شمیرنه، چې ګراف یې د درېګوډي له ګوډونو تیریږي

(c) ketabton.com: The Digital Library

ایښونه: $f(x) = a_1x^2 + a_1x + a_0$

$$P_1\left(-3 \mid -\frac{15}{4}\right) \quad \Rightarrow 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = -\frac{15}{4}$$

$$P_2\left(-1 \mid \frac{9}{4}\right) \quad \Rightarrow 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = \frac{9}{4}$$

$$P_3\left(-5 \mid -\frac{7}{4}\right) \quad \Rightarrow 25a_2 - 5a_1 + 1a_0 = -\frac{7}{4}$$

د مساواتسیسم حل د ګاوس- الګوریتم له لارې.

a_0	a_1	a_2		
1	−3	9	$-\frac{15}{4}$	
1	−1	1	$\frac{9}{4}$	II − I
1	−5	25	$-\frac{7}{4}$	III − I
1	−3	9	$-\frac{15}{4}$	
0	2	−8	$\frac{24}{4}$	
0	−2	16	$\frac{8}{4}$	III + II
1	−3	9	$-\frac{15}{4}$	
0	2	−8	6	
0	0	8	8	

$$8a_2 = 8 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = 1}$$

$$2a_1 - 8a_2 = 6$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 - 8 \cdot 1 = 6 \mid +8$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 = 14 \mid :2 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 7}$$

$$a_0 - 3a_1 + 9a_2 = -\frac{15}{4}$$
$$\Leftrightarrow a_0 - 3 \cdot 7 + 9 \cdot 1 = -\frac{15}{4} \mid +12 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = \frac{33}{4}}$$

$$\Rightarrow f_4(x) = x^2 + 7x + \frac{33}{4}$$

د دې لپاره چې پارابول رسم کړای شو، موخه ور دی چې محور غوځټکي او ککړۍ ټکی وشمیرو.

د محور غوځټکي شمیرنه:

$$f_4(x) = x^2 + 7x + \frac{33}{4} \Rightarrow f(0) = \frac{33}{4} \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{33}{4}\right)$$

$$f_4(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 7x + \frac{33}{4} = 0 \Rightarrow p = 7 \text{ und } q = \frac{33}{4}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{49}{4}-\frac{33}{4}=\frac{16}{4}=4\Rightarrow\sqrt{D}=\sqrt{4}=2$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\;\Bigg|\;\begin{matrix}x_1=-\frac{7}{2}+2=-\frac{3}{2}\\ x_2=-\frac{7}{2}-2=-\frac{11}{2}\end{matrix}\Rightarrow P_{x1}\left(-\frac{3}{2}\;\middle|\;0\right)\text{ und }P_{x2}\left(-\frac{11}{2}\;\middle|\;0\right)$$

د ککرۍ ټکي شمیرنه د صفرځایونو له لارې

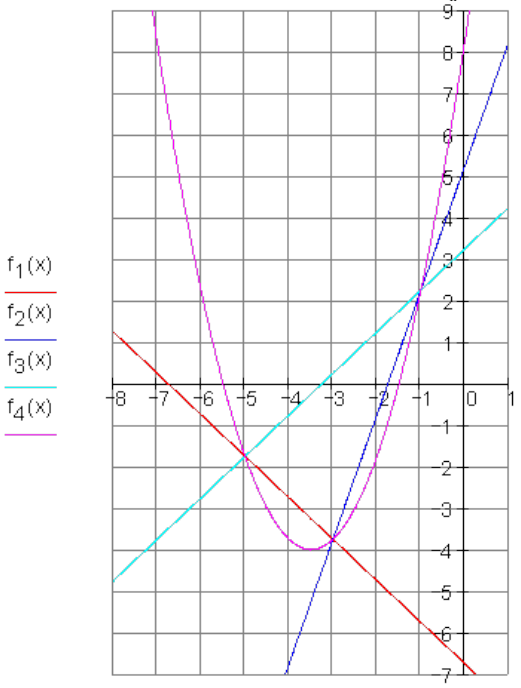
$$x_{sp}=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{-\frac{3}{2}+\left(-\frac{11}{2}\right)}{2}=\frac{-\frac{3}{2}-\frac{11}{2}}{2}=\frac{-\frac{14}{2}}{2}=\frac{-7}{2}=-\frac{7}{2}$$

$$y_{sp}=f_4\left(x_{sp}\right)=f_4\left(-\frac{7}{2}\right)=\frac{49}{4}+7\cdot\left(-\frac{7}{2}\right)+\frac{33}{4}=\frac{49}{4}-\frac{98}{4}+\frac{33}{4}=-\frac{16}{4}=-4$$

$$\therefore S\left(-\frac{7}{2}\;\middle|\;-4\right)$$

له دې لاس ته راځي ککرۍ ټکی:

ب – ګراف



(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم – الف – د تابع مساوات شميرنه:

$P_1(-2\,|\,2): f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = 2$

$P_2(1\,|\,-7): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -7$

$P_2(3\,|\,-3): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = -3$

a_0	a_1	a_2	
1	−2	4	2
1	1	1	−7 II −I
1	3	9	−3 III −I
1	−2	4	2
0	3	−3	−9 | : 3
0	5	5	−5 | : (−5)
1	−2	4	2
0	1	−1	−3
0	−1	−1	1III +II
1	−2	4	2
0	1	−1	−3
0	0	−2	−2

$-2a_2 = -2 \,|: (-2)$

$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = 1}$

$a_1 - a_2 = -3 \Leftrightarrow a_1 - 1 \cdot 1 = -3$

$\Leftrightarrow a_1 - 1 = -3 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -2}$

$a_0 - 2a_1 + 4a_2 = 2 \Leftrightarrow a_0 - 2 \cdot (-2) + 4 \cdot 1 = 2$

$\Leftrightarrow a_0 + 4 + 4 = 2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -6}$

$\underline{\underline{f(x) = x^2 - 2x - 6}}$

$P_1(-2\,|\,2): f(-2) = (-2)^2 - 2 \cdot (-2) - 6 = 4 + 4 - 6 = 2$

$P_2(1\,|\,-7): f(1) = 1^2 - 2 \cdot 1 - 6 = 1 - 2 - 6 = -7$

$P_3(3\,|\,-3): f(3) = 3^2 - 2 \cdot 3 - 6 = 9 - 6 - 6 = -3$

د محورغوځتکي شميرنه:

$f(x) = x^2 - 2x - 6 \qquad f(0) = -1 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0\,|\,-6)}}$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 6 = 0$ Normalform der quadratischen Gleichung

$p = -2; q = -6 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 6 = 7 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{7}$

$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$

$x_1 = 1 + \sqrt{7} \approx 3,65 \quad \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(1 + \sqrt{7} \approx 3,65\,|\,0)}}$

$x_2 = 1 - \sqrt{7} \approx -1,65 \quad \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}(1 - \sqrt{7} \approx -1,65\,|\,0)}}$

(پورته الماني: د مربع مساوات نورمال بنه)

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلورم:

ککړۍ ټکی او د ککړۍ ټکي بڼه:

الف-

ککړۍ ټکی او د ککړۍ ټکي بڼه:

$$f(x) = x^2 - 2x - 6$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{1+\sqrt{7}+1-\sqrt{7}}{2} = 1$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f(1)$$

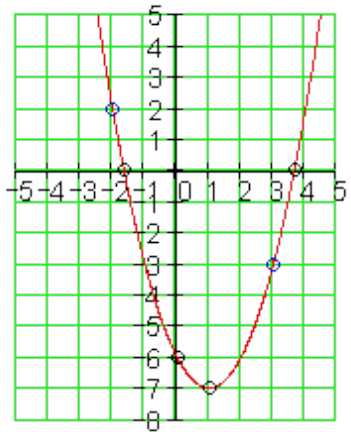
$$= 1^2 - 2 \cdot 1 - 6 = -7$$

ککړۍ ټکی: $P_{sp}(1|-7)$

د ککړۍ ټکي بڼه:

$$f(x) = (x-1)^2 - 7$$

ګراف :



ب- د تابع مساوات شمېرنه:

$$P_1(-1|-2): f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = -2$$

$$P_2(1|0): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 0$$

$$P_2(2|4): f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 4$$

a_0	a_1	a_2	
1	−1	1	−2
1	1	1	0 II −I
1	2	4	4 III −I
1	−1	1	−2
0	2	0	2
0	3	3	6

$$2a_1 = 2 \mid :2$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = 1}$$

$$3a_1 + 3a_2 = 6 \Leftrightarrow 3 \cdot 1 + 3a_2 = 6$$

$$\Leftrightarrow 3a_2 + 3 = 6 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = 1}$$

$$a_0 - a_1 + a_2 = -2 \Leftrightarrow a_0 - 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = -2$$

$$\Leftrightarrow a_0 - 1 + 1 = -2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -2}$$

$$f(x) = x^2 + x - 2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_1(-1|-2): f(-1) = (-1)^2 + 1\cdot(-1) - 2 = 1 - 1 - 2 = -2$$
$$P_2(1|0): f(1) = 1^2 + 1\cdot 1 - 2 = 1 + 1 - 2 = 0$$
$$P_3(2|4): f(2) = 2^2 + 1\cdot 2 - 2 = 4 + 2 - 2 = 4$$

$f(x) = x^2 + x - 2 \qquad f(0) = -2 \Rightarrow P_y(0|-2)$ د محور غوځتکو شمیرنه:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$ دا د مربع مساوات نورمال بنه ده

$$p = 1; q = -2 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 2 = \frac{9}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \begin{cases} x_1 = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 1 & \Rightarrow P_{x1}(1|0) \\ x_2 = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -2 & \Rightarrow P_{x2}(-2|0) \end{cases}$$

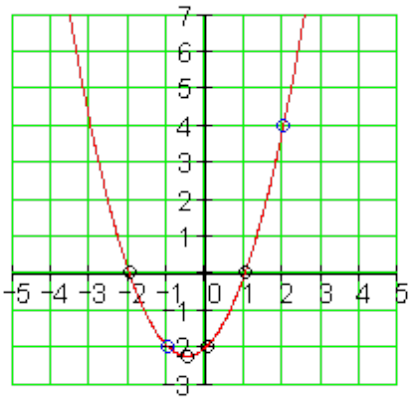
ککرۍ ټکی او د ککرۍ ټکي بنه:

$$f(x) = x^2 + x - 2$$
$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2+1}{2} = -\frac{1}{2}$$
$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(-\frac{1}{2}\right)$$
$$= \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} - 2 = -\frac{9}{4}$$

ککرۍ ټکی: $P_{sp}\left(-\frac{1}{2}|-\frac{9}{4}\right)$

ککرۍ ټکی بنه : $f(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$

ګراف



(c) ketabton.com: The Digital Library

پ- د تابع مساواتو شمېرنه

$P_1(-3|10): f(-3) = 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = 10$

$P_2(1|-2): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -2$

$P_2(3|4): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 4$

a_0	a_1	a_2	
1	−3	9	10
1	1	1	−2 II −I
1	3	9	4 III −I
1	−3	9	10
0	4	−8	−12
0	6	0	−6

$6a_1 = -6 \mid :6$

$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = -1}$

$4a_1 - 8a_2 = -12 \Leftrightarrow 4\cdot(-1) - 8a_2 = -12$

$\Leftrightarrow -8a_2 - 4 = -12 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = 1}$

$a_0 - 3a_1 + 9a_2 = 10 \Leftrightarrow a_0 - 3\cdot(-1) + 9\cdot 1 = 10$

$\Leftrightarrow a_0 + 3 + 9 = 10 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -2}$

$\underline{\underline{f(x) = x^2 - x - 2}}$

$P_1(-3|10): f(-3) = (-3)^2 - 1\cdot(-3) - 2 = 9 + 3 - 2 = 10$

$P_2(1|-2): f(1) = 1^2 - 1\cdot 1 - 2 = 1 - 1 - 2 = -2$

$P_3(3|4): f(2) = 3^2 - 1\cdot 3 - 2 = 9 - 3 - 2 = 4$

د محور غوځټکو شمېرنه:

$f(x) = x^2 - x - 2 \qquad f(0) = -2 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-2)}}$

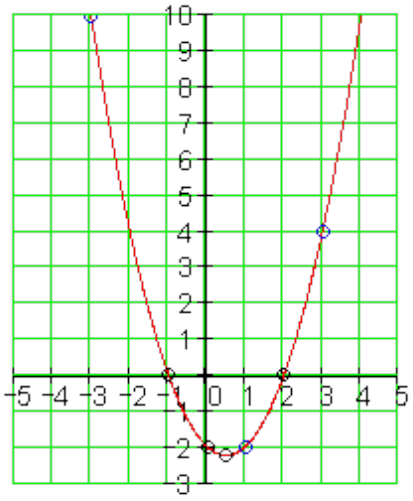
$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$ Normalform der quadratischen Gleichung

$p = -1; q = -2 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 2 = \frac{9}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \;\Bigg|\; \begin{array}{ll} x_1 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(2|0)}} \\ x_2 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -1 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}(-1|0)}} \end{array}$$

(پورته الماني: د مربع مساوات نورمال بڼه)

(c) ketabton.com: The Digital Library



ککرۍ ټکی او د ککرۍ ټکي بڼه:

$$f(x) = x^2 - x - 2$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-1+2}{2} = \frac{1}{2}$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} - 2 = -\frac{9}{4}$$

$$P_{sp}\left(\frac{1}{2} \mid -\frac{9}{4}\right)$$

ککرۍ ټکی:

ککرۍ ټکی بڼه:

$$f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$$

ت- د تابع مساواتو شمیرنه:

$P_1(-2 \mid 4) : f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = 4$

$P_2(1 \mid 4) : f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 4$

$P_2(3 \mid -6) : f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = -6$

a_0	a_1	a_2	
1	−2	4	4
1	1	1	4 II −I
1	3	9	−6 III −I
1	−2	4	4
0	3	−3	0 | : 3
0	5	5	−10 | : (−5)
1	−2	4	4

$-2a_2 = 2 \mid : (-2)$

$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = -1}$

$a_1 - a_2 = 0 \Leftrightarrow a_1 - 1 \cdot (-1) = 0$

$\Leftrightarrow a_1 + 1 = 0 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -1}$

$a_0 - 2a_1 + 4a_2 = 4 \Leftrightarrow a_0 - 2 \cdot (-1) + 4 \cdot (-1) = 4$

$\Leftrightarrow a_0 + 2 - 4 = 4 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 6}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

0	1	−1	0
0	−1	−1	2 III + II
1	−2	4	4
0	1	−1	0
0	0	−2	2

$f(x) = -x^2 - x + 6$

$P_1(-2|4): f(-2) = -(-2)^2 - 1\cdot(-2) + 6 = 4$

$P_2(1|4): f(1) = -1^2 - 1\cdot 1 + 6 = -1 - 1 + 6 = 4$

$P_3(3|-6): f(3) = -3^2 - 1\cdot 3 + 6 = -6$

$f(x) = -x^2 - x + 6 \quad f(0) = 6 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|6)}}$

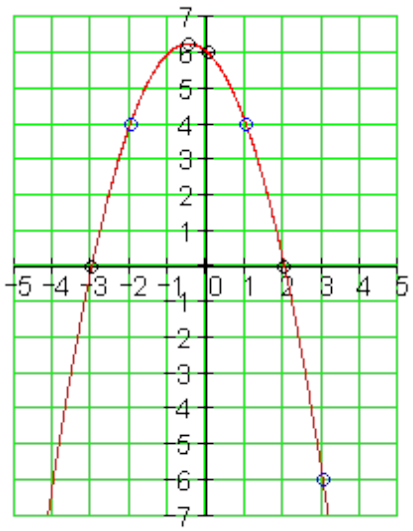
$f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 - x + 6 = 0$

د محور غوځتکو شمیرنه:

دمربع مساوات نورمال بنه $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0$

$$p = 1; q = -6 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 6 = \frac{25}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \begin{cases} x_1 = -\frac{1}{2} + \frac{5}{2} = 2 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(2|0)}} \\ x_2 = -\frac{1}{2} - \frac{5}{2} = -3 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}(-3|0)}} \end{cases}$$



کګرۍ ټکی کګرۍ ټکی بنه

$f(x) = -x^2 - x + 6$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-3 + 2}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$= -\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right) + 6 = \frac{25}{4}$$

$\underline{\underline{P_{sp}\left(-\frac{1}{2}|\frac{25}{4}\right)}}$ کګرۍ ټکی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککړی ټکی بنه:

$$f(x)=-\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$$

ټ- د تابع مساواتو شمیرنه

$P_1(-1|0): f(-1)=1a_2-1a_1+1a_0=0$

$P_2(1|6): f(1)=1a_2+1a_1+1a_0=6$

$P_2(3|4): f(3)=9a_2+3a_1+1a_0=4$

a_0	a_1	a_2	
1	−1	1	0
1	1	1	6 II −I
1	3	9	4 III −I
1	−1	1	0
0	2	0	6
0	4	8	4

$2a_1=6\ |:2$

$\Leftrightarrow \boxed{a_1=3}$

$4a_1+8a_2=4 \Leftrightarrow 4\cdot 3+8a_2=4$

$\Leftrightarrow 8a_2+12=4 \Leftrightarrow \boxed{a_2=-1}$

$a_0-a_1+a_2=0 \Leftrightarrow a_0-1\cdot 3+1\cdot(-1)=0$

$\Leftrightarrow a_0-3-1=0 \Leftrightarrow \boxed{a_0=4}$

$f(x)=-x^2+3x+4$

$P_1(-1|0): f(-1)=-(-1)^2+3\cdot(-1)+4=-1-3+4=0$

$P_2(1|6): f(1)=-1^2+3\cdot 1+4=-1+3+4=6$

$P_3(3|4): f(2)=-3^2+3\cdot 3+4=-9+9+4=4$

د محور غوځټکو شمیرنه:

$f(x)=-x^2+3x+4 \qquad f(0)=4 \Rightarrow P_y(0|4)$

$f(x)=0 \Leftrightarrow -x^2+3x+4=0$

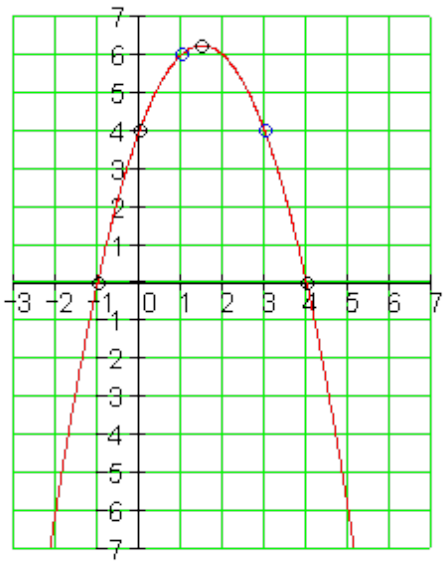
$f(x)=0 \Leftrightarrow x^2-3x-4=0$

د مربع مساوات نورمال بنه

$$p=-3;\ q=-4 \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{9}{4}+4=\frac{25}{4} \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{25}{4}}=\frac{5}{2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = \frac{3}{2} + \frac{5}{2} = 4 \quad \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(4|0)}} \\ x_2 = \frac{3}{2} - \frac{5}{2} = -1 \quad \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}(-1|0)}} \end{array} \right.$$



ککړی ټکی ککړی ټکی بڼه

$$f(x) = -x^2 + 3x + 4$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-1+4}{2} = \frac{3}{2}$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(\frac{3}{2}\right)$$

$$= -\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 3 \cdot \frac{3}{2} + 4 = \frac{25}{4}$$

$$\underline{\underline{: P_{sp}\left(\frac{3}{2} | \frac{25}{4}\right)}}$$

ککړی ټکی:

ککړی ټکی بڼه:

$$\underline{\underline{f(x) = -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}}}$$

ث- د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1(-4|-2): f(-4) = 16a_2 - 4a_1 + 1a_0 = -2$$

$$P_2(-2|-4): f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = -4$$

$$P_2(2|4): f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 4$$

a_0	a_1	a_2	
1	−4	16	−2
1	−2	4	−4 II − I
1	2	4	4 III − I
1	−4	16	−2

$$-4a_2 = -2 \mid : (-4)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{1}{2}}$$

$$a_1 - 6a_2 = -1 \Leftrightarrow a_1 - 6 \cdot \frac{1}{2} = -1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

0	2	−12	−2 | : 2
0	6	−12	6 | : (−6)
1	−4	16	−2
0	1	−6	−1
0	−1	2	−1 III + II
1	−4	16	−2
0	1	−6	−1
0	0	−4	−2

$\Leftrightarrow a_1 - 3 = -1 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 2}$

$a_0 - 4a_1 + 16a_2 = -2 \Leftrightarrow a_0 - 4 \cdot 2 + 16 \cdot \frac{1}{2} = -2$

$\Leftrightarrow a_0 - 8 + 8 = -2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -2}$

$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$

$P_1(-4 \mid -2): f(-4) = \frac{1}{2} \cdot (-4)^2 + 2 \cdot (-4) - 2 = 8 - 8 - 2 = -2$

$P_2(-2 \mid -4): f(-2) = \frac{1}{2} \cdot (-2)^2 + 2 \cdot (-2) - 2 = 2 - 4 - 2 = -4$

$P_3(2 \mid 4): f(2) = \frac{1}{2} \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 - 2 = 2 + 4 - 2 = 4$

د محور غوځټکو شمیرنه:

$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 2 \qquad f(0) = -2 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 \mid -2)}}$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 + 2x - 2 = 0$

د مربع مساوات نورمال بڼه $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 4 = 0$

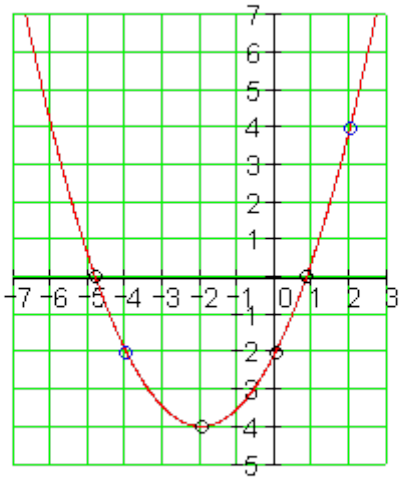
$p = 4; q = -4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4 + 4 = 8 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{8} = 2 \cdot \sqrt{2}$

$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$

$x_1 = -2 + 2 \cdot \sqrt{2} \approx 0,83 \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(-2 + 2 \cdot \sqrt{2} \approx 0,83 \mid 0\right)}}$

$x_2 = -2 - 2 \cdot \sqrt{2} \approx -4,83 \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}\left(-2 - 2 \cdot \sqrt{2} \approx -4,83 \mid 0\right)}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



ککرۍ ټکی ککرۍ ټکی بنه

$$f(x)=\frac{1}{2}x^2+2x-2$$

$$x_{sp}=\frac{x_1+x_2}{2}$$

$$=\frac{-2+2\cdot\sqrt{2}-2-2\cdot\sqrt{2}}{2}=-2$$

$$y_{sp}=f(x_{sp})=f(-2)$$

$$=\frac{1}{2}(-2)^2+2\cdot(-2)-2=-4$$

ککرۍ ټکی : $\underline{P_{sp}(-2|-4)}$

ککرۍ ټکی بنه:

$$f(x)=\frac{1}{2}(x+2)^2-4$$

څلورم:

الف- د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1(-4|2): f(-4)=16a_2-4a_1+1a_0=2$$

$$P_2\left(1|-\frac{1}{2}\right): f(1)=1a_2+1a_1+1a_0=-\frac{1}{2}$$

$$P_2(2|-4): f(2)=4a_2+2a_1+1a_0=-4$$

$$-2a_2=1|:(-2)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2=-\frac{1}{2}}$$

$$2a_1-6a_2=-1\Leftrightarrow 2a_1-6\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=-1$$

$$\Leftrightarrow 2a_1+3=-1\Leftrightarrow \boxed{a_1=-2}$$

a_0	a_1	a_2	
1	−4	16	$2\|\cdot 2$
1	1	1	$-\frac{1}{2}\|\cdot(-2)$
1	2	4	$-4\|\cdot(-2)$
2	−8	32	4
−2	−2	−2	$1\|\|+\|$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$2a_0 - 8a_1 + 32a_2 = 4$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 - 8\cdot(-2) + 32\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) = 4$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 + 16 - 16 = 4 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 2}$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$$

$$P_1(-4\,|\,2): f(-4) = -\frac{1}{2}\cdot(-4)^2 - 2\cdot(-4) + 2 = 2$$

$$P_2\left(1\,|\,-\frac{1}{2}\right): f(1) = -\frac{1}{2}\cdot 1^2 - 2\cdot 1 + 2 = -\frac{1}{2}$$

$$P_3(2\,|\,-4): f(2) = -\frac{1}{2}\cdot 2^2 - 2\cdot 2 + 2 = -4$$

−2	−4	−8	8 III +I
12	−8	32	4
0	−10	30	5 | : (−5)
0	−12	24	12 | : 6
2	−8	32	4
0	2	−6	−1
0	−2	4	2 III +II
2	−8	32	4
0	2	−6	−1
0	0	−2	1

د محور غوځټکو شمیرنه:

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 \qquad f(0) = 2 \Rightarrow \underline{P_y(0\,|\,2)}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 = 0$$

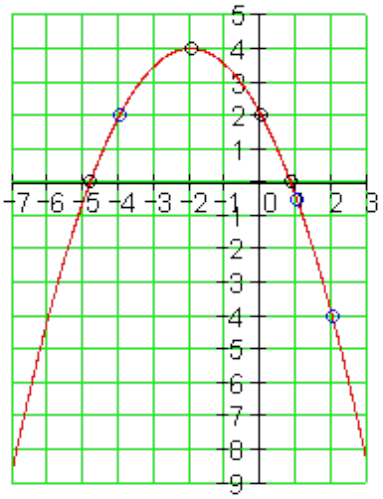
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 4 = 0 \quad \text{Normalform der quadratischen Gleichung}$$

$$p = 4; q = -4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4 + 4 = 8 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{8} = 2\cdot\sqrt{2}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \;\Bigg|\; \begin{array}{ll} x_1 = -2 + 2\cdot\sqrt{2} \approx 0{,}83 & \Rightarrow \underline{P_{x1}\left(-2 + 2\cdot\sqrt{2} \approx 0{,}83\,|\,0\right)} \\ x_2 = -2 - 2\cdot\sqrt{2} \approx -4{,}83 & \Rightarrow \underline{P_{x2}\left(-2 - 2\cdot\sqrt{2} \approx -4{,}83\,|\,0\right)} \end{array}$$

(پورته الماني: د مربع مساوات نورمال بنه)

(c) ketabton.com: The Digital Library



ککرۍ ټکی او دککرۍ ټکی بنه

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$= \frac{-2 + 2\cdot\sqrt{2} - 2 - 2\cdot\sqrt{2}}{2} = -2$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f(-2)$$

$$= -\frac{1}{2}(-2)^2 - 2\cdot(-2) + 2 = 4$$

ککرۍ ټکی : $P_{sp}(-2|4)$

ککرۍ ټکی بنه:

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 4$$

ب – د تابع مساواتو شمیرنه

$$1): f(-4) = 16a_2 - 4a_1 + 1a_0 = -1$$

$$4): f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = -4$$

$$: f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 8$$

a_2	
16	-1
4	$-4\,\|\,\|-\|$
4	$8\,\|\,\|\,\|-\|$
16	-1
-12	-3
-12	$9\,\|:(-3)$
16	-1

$$-8a_2 = -6\,|:(-8)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{3}{4}}$$

$$2a_1 - 12a_2 = -3 \Leftrightarrow 2a_1 - 12\cdot\frac{3}{4} = -3$$

$$\Leftrightarrow 2a_1 - 9 = -3 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 3}$$

$$a_0 - 4a_1 + 16a_2 = -1 \Leftrightarrow a_0 - 4\cdot 3 + 16\cdot\frac{3}{4} = -1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

-12	-3
4	$-3\,\text{III}+\text{II}$
16	-1
-12	-3
-8	-6

$$\Leftrightarrow a_0 - 12 + 12 = -1 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -1}$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{3}{4}x^2 + 3x - 1}}$$

$$\cdot 1): f(-4) = \frac{3}{4}\cdot(-4)^2 + 3\cdot(-4) - 1 = 12 - 12 - 1 = -1$$

$$\cdot 4): f(-2) = \frac{3}{4}\cdot(-2)^2 + 3\cdot(-2) - 1 = 3 - 6 - 1 = -4$$

$$: f(2) = \frac{3}{4}\cdot 2^2 + 3\cdot 2 - 1 = 3 + 6 - 1 = 3 + 6 - 1 = 8$$

د محور غوځتکو شميرنه:

$$f(x) = \frac{3}{4}x^2 + 3x - 1 \qquad f(0) = -1 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0\,|\,-1)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x^2 + 3x - 1 = 0$$

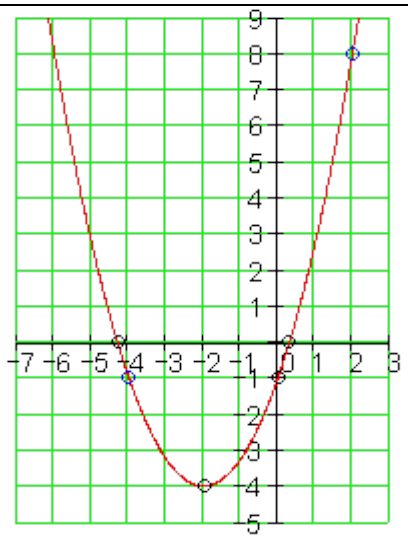
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x - \frac{4}{3} = 0 \quad \text{Normalform der quadratischen Gleichung}$$

$$p = 4;\ q = -\frac{4}{3} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4 + \frac{4}{3} = \frac{16}{3} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{16}{3}} = \frac{4}{3}\cdot\sqrt{3}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \;\Bigg|\; \begin{array}{ll} x_1 = -2 + \frac{4}{3}\cdot\sqrt{3} \approx 0{,}31 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(-2 + \frac{4}{3}\cdot\sqrt{3} \approx 0{,}31\,|\,0\right)}} \\ x_2 = -2 - \frac{4}{3}\cdot\sqrt{3} \approx -4{,}31 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}\left(-2 - \frac{4}{3}\cdot\sqrt{3} \approx -4{,}31\,|\,0\right)}} \end{array}$$

(پورته الماني: د مربع مساوات نورمال بنه)

(c) ketabton.com: The Digital Library



ککرۍ ټکی اوککرۍ ټکی بنه

$$f(x)=\frac{3}{4}x^2+3x-1$$

$$x_{sp}=\frac{x_1+x_2}{2}$$

$$=\frac{-2+\frac{4}{3}\cdot\sqrt{3}-2-\frac{4}{3}\cdot\sqrt{3}}{2}=-2$$

$$y_{sp}=f(x_{sp})=f(-2)$$

$$=\frac{3}{4}\cdot(-2)^2+3\cdot(-2)-1=-4$$

$$\therefore P_{sp}(-2\,|\,-4)$$

ککرۍ ټکی :

ککرۍ ټکی بنه :

$$f(x)=\frac{3}{2}(x+2)^2-4$$

پ - د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1\left(-3\,|\,\frac{5}{4}\right):\ f(-3)=9a_2-3a_1+1a_0=\frac{5}{4}$$

$$P_2\left(0\,|\,-\frac{1}{4}\right):\ f(0)=0a_2+0a_1+1a_0=-\frac{1}{4}\Rightarrow\boxed{a_0=-\frac{1}{4}}$$

$$P_2\left(3\,|\,\frac{41}{4}\right):\ f(3)=9a_2+3a_1+1a_0=\frac{41}{4}$$

a_0	a_1	a_2	
1	−3	9	$\frac{5}{4}\,\vert\cdot 4$
1	0	0	$-\frac{1}{4}$

$$-24a_1=-36\,|:(-24)$$

$$\Leftrightarrow\boxed{a_1=\frac{3}{2}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

1	3	9	$\frac{41}{4}\mid\cdot(-4)$
4	−12	36	5
1	0	0	$-\frac{1}{4}$
−4	−12	−36	−41|III+II
4	−12	36	5
1	0	0	$-\frac{1}{4}$
0	−24	0	−36

$$4a_0 - 12a_1 + 36a_2 = 5$$

$$\Leftrightarrow 4\cdot\left(-\frac{1}{4}\right) - 12\cdot\frac{3}{2} + 36a_2 = 5$$

$$\Leftrightarrow 36a_2 - 1 - 18 = 5 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{2}{3}}$$

$$f(x) = \frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4}$$

$$P_1\left(-3\mid\frac{5}{4}\right): f(-3) = \frac{2}{3}\cdot(-3)^2 + \frac{3}{2}\cdot(-3) - \frac{1}{4} = 6 - \frac{9}{2} - \frac{1}{4} = \frac{24}{4} - \frac{18}{4} - \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

$$P_2\left(0\mid-\frac{1}{4}\right): f(0) = \frac{2}{3}\cdot 0^2 + \frac{3}{2}\cdot 0 - \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}$$

$$P_3\left(3\mid\frac{41}{4}\right): f(3) = \frac{2}{3}\cdot 3^2 + \frac{3}{2}\cdot 3 - \frac{1}{4} = 6 + \frac{9}{2} - \frac{1}{4} = \frac{24}{4} + \frac{18}{4} - \frac{1}{4} = \frac{41}{4}$$

د محور غوځټکو شمیرنه:

$$f(x) = \frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4} \qquad f(0) = -\frac{1}{4} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0\mid-\frac{1}{4}\right)}}$$

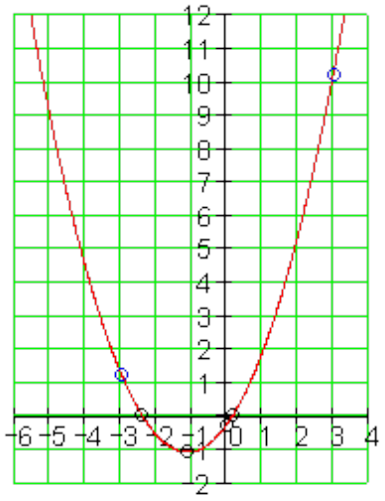
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + \frac{9}{4}x - \frac{3}{8} = 0 \qquad f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4} = 0$$

د مربع مساوات نورمال بنه

$$p = \frac{9}{4}; q = -\frac{3}{8} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{81}{64} + \frac{3}{8} = \frac{105}{64} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{105}{64}} = \frac{1}{8}\cdot\sqrt{105}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \;\Bigg|\; \begin{array}{ll} x_1 = -\frac{9}{8} + \frac{1}{8}\cdot\sqrt{105} \approx 0{,}16 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(-\frac{9}{8} + \frac{1}{8}\cdot\sqrt{105} \approx 0{,}16\mid 0\right)}} \\ x_2 = -\frac{9}{8} - \frac{1}{8}\cdot\sqrt{105} \approx -2{,}41 & \Rightarrow P_{x2}\left(-\frac{9}{8} - \frac{1}{8}\cdot\sqrt{105} \approx -2{,}41\mid 0\right) \end{array}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



ککرۍ ټکی او د ککرۍ ټکی بنه

$$f(x)=\frac{2}{3}x^2+\frac{3}{2}x-\frac{1}{4}$$

$$x_{sp}=\frac{x_1+x_2}{2}$$

$$=\frac{-\frac{9}{8}+\frac{1}{8}\cdot\sqrt{105}-\frac{9}{8}-\frac{1}{8}\cdot\sqrt{105}}{2}=-\frac{9}{8}$$

$$y_{sp}=f(x_{sp})=f\left(-\frac{9}{8}\right)$$

$$=\frac{2}{3}\cdot\left(-\frac{9}{8}\right)^2+\frac{3}{2}\cdot\left(-\frac{9}{8}\right)-\frac{1}{4}=-\frac{35}{32}$$

$$:P_{sp}\left(-\frac{9}{8}\,|\,-\frac{35}{32}\right)$$

ککرۍ ټکی:

ککرۍ ټکی بنه:

$$f(x)=\frac{2}{3}\left(x+\frac{9}{8}\right)^2-\frac{35}{32}$$

ت – د تابع مساواتو شمیرنه:

$$P_1(-2\,|\,2):f(-2)=4a_2-2a_1+1a_0=2$$

$$P_2\left(-1\,|\,\frac{5}{2}\right):f(-1)=1a_2-1a_1+1a_0=\frac{5}{2}$$

$$P_2\left(1\,|\,\frac{1}{2}\right):f(1)=1a_2+1a_1+1a_0=\frac{1}{2}$$

a_0	a_1	a_2	
1	−2	4	$2\,\vert\cdot 2$
1	−1	1	$\frac{5}{2}\,\vert\cdot(-2)$
1	1	1	$\frac{1}{2}\,\vert\cdot(-2)$
2	−4	8	4

$$-12a_2=6\,|:(-12)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2=-\frac{1}{2}}$$

$$6a_1-18a_2=3\Leftrightarrow 6a_1-18\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=3$$

$$\Leftrightarrow 6a_1+9=3\Leftrightarrow \boxed{a_1=-1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

−2	2	−2	−5 II +I
−2	−2	−2	−1 III +I
2	−4	8	4
0	−2	6	−1 | ·(−3)
0	−6	6	3
2	−4	8	4
0	6	−18	3
0	−6	6	3 | III +II
2	−4	8	4
0	6	−18	3
0	0	−12	6

$$2a_0 - 4a_1 + 8a_2 = 4 \Leftrightarrow 2a_0 - 4\cdot(-1) + 8\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) = 4$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 + 4 - 4 = 4 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 2}$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x + 2$$

$$P_1(-2\,|\,2): f(-2) = -\frac{1}{2}\cdot(-2)^2 - 1\cdot(-2) + 2 = 2$$

$$P_2\left(-1\,|\,\frac{5}{2}\right): f(-1) = -\frac{1}{2}\cdot(-1)^2 - 1\cdot(-1) + 2 = \frac{5}{2}$$

$$P_3\left(1\,|\,\frac{1}{2}\right): f(1) = -\frac{1}{2}\cdot 1^2 - 1\cdot 1 + 2 = \frac{1}{2}$$

د محور غوټکو شمیرنه:

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x + 2 \qquad f(0) = 2 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0\,|\,2)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 - x + 2 = 0$$

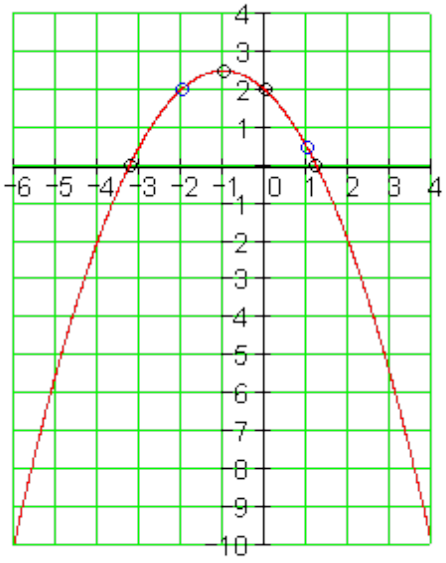
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 4 = 0$$

د مربع مساوات نورمال بنه

$$p = 2;\ q = -4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 4 = 5 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{5}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \;\Bigg|\; \begin{array}{ll} x_1 = -1 + \sqrt{5} \approx 1,24 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(-1+\sqrt{5} \approx 1,24\,|\,0\right)}} \\ x_2 = -1 - \sqrt{5} \approx -3,24 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}\left(-1-\sqrt{5} \approx -3,24\,|\,0\right)}} \end{array}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



ککرۍ ټکی ا و د ککرۍ ټکی بنه

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x + 2$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$= \frac{-1+\sqrt{5}-1-\sqrt{5}}{2} = -1$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f(-1)$$

$$= -\frac{1}{2}\cdot(-1)^2 - (-1) + 2 = \frac{5}{2}$$

ککرۍ ټکی : $P_{sp}\left(-1 \mid \frac{5}{2}\right)$

ککرۍ ټکی بنه:

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + \frac{5}{2}$$

ټ- د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1\left(-1 \mid -\frac{1}{2}\right): f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = -\frac{1}{2}$$

$$P_2(2 \mid 2): f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 2$$

$$P_2\left(3 \mid -\frac{1}{2}\right): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = -\frac{1}{2}$$

a_0	a_1	a_2	
1	−1	1	$-\frac{1}{2} \mid \cdot 2$

$$-24a_2 = 20 \mid : (-24)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = -\frac{5}{6}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

1	2	4	$2 \mid \cdot(-2)$
1	3	9	$-\frac{1}{2} \mid \cdot(-2)$
2	−2	2	−1
−2	−4	−8	$-4 \mid\mid +\mid$
−2	−6	−18	$1 \mid\mid\mid +\mid$
2	−2	2	1
0	−6	−6	$-5 \mid \cdot(-4)$
0	−8	−16	$0 \mid \cdot 3$
2	−2	2	−1
0	24	24	20
0	−24	−48	$0 \mid \mid\mid +\mid\mid$
2	−2	2	−1
0	24	24	20
0	0	−24	20

$$24a_1 + 24a_2 = 20 \Leftrightarrow 24a_1 + 24\cdot\left(-\frac{5}{6}\right) = 20$$

$$\Leftrightarrow 24a_1 - 20 = 20 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = \frac{5}{3}}$$

$$2a_0 - 2a_1 + 2a_2 = -1$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 - 2\cdot\left(\frac{5}{3}\right) + 2\cdot\left(-\frac{5}{6}\right) = -1$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 - \frac{10}{3} - \frac{5}{3} = -1 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 2}$$

$$f(x) = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{5}{3}x + 2$$

$$P_1\left(-1 \mid -\frac{1}{2}\right) : f(-1) = -\frac{5}{6}\cdot(-1)^2 + \frac{5}{3}\cdot(-1) + 2 = -\frac{1}{2}$$

$$P_2(2 \mid 2) : f(2) = -\frac{5}{6}\cdot 2^2 + \frac{5}{3}\cdot 2 + 2 = 2$$

$$P_3\left(3 \mid \frac{1}{2}\right) : f(3) = -\frac{5}{6}\cdot 3^2 + \frac{5}{3}\cdot 3 + 2 = -\frac{1}{2}$$

$$f(x) = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{5}{3}x + 2 \qquad f(0) = 2 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 \mid 2)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{5}{6}x^2 + \frac{5}{3}x + 2 = 0$$

د محور غوځټکو شمیرنه:

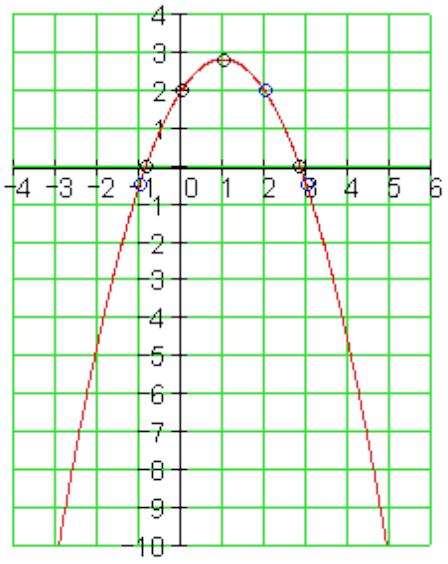
$$\Rightarrow x^2 - 2x - \frac{12}{5} = 0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

$$p = -2;\ q = -\frac{12}{5} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + \frac{12}{5} = \frac{17}{5} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{17}{5}}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \;\Bigg|\; \begin{array}{ll} x_1 = 1 + \sqrt{\frac{17}{5}} \approx 2{,}84 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(1 + \sqrt{\frac{17}{5}} \approx 2{,}84 \mid 0\right)}} \\ x_2 = 1 - \sqrt{\frac{17}{5}} \approx -0{,}84 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}\left(1 - \sqrt{\frac{17}{5}} \approx -0{,}84 \mid 0\right)}} \end{array}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



ککری ټکی او ککری ټکی بنه

$$f(x) = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{5}{3}x + 2$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$= \frac{1+\sqrt{\frac{17}{5}}+1-\sqrt{\frac{17}{5}}}{2} = 1$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f(1)$$

$$= -\frac{5}{6}\cdot 1^2 + \frac{5}{3}\cdot 1 + 2 = \frac{17}{6}$$

$$P_{sp}\left(1 \,\middle|\, \frac{17}{6}\right)$$

ککری ټکی:

ککری ټکی بنه:

$$f(x) = -\frac{5}{6}(x-1)^2 + \frac{17}{6}$$

ث- د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1(-2|-1): f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = -1$$

$$P_2\left(-1|-\frac{7}{3}\right): f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = -\frac{7}{3}$$

$$P_2(1|-3): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -3$$

a_0	a_1	a_2	
1	−2	4	$-1 \mid \cdot 3$
1	−1	1	$-\frac{7}{3} \mid \cdot(-3)$
1	1	1	$-3 \mid \cdot(-3)$
3	−6	12	−3

$$-18a_2 = -6 \mid : (-18)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{1}{3}}$$

$$9a_1 - 27a_2 = -12 \Leftrightarrow 9a_1 - 27\cdot\frac{1}{3} = -12$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

−3	3	−3	7 | | +|
−3	−3	−3	9 | | | +|
3	−6	12	−3
0	−3	9	4 | · (−3)
0	−9	9	6
3	−6	12	−3
0	9	−27	−12
0	−9	9	6 | | | +| |
3	−6	12	−3
0	9	−27	−12
0	0	−18	−6

$$\Leftrightarrow 9a_1 - 9 = -12 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -\frac{1}{3}}$$

$$3a_0 - 6a_1 + 12a_2 = -3$$

$$\Leftrightarrow 3a_0 - 6\cdot\left(-\frac{1}{3}\right) + 12\cdot\frac{1}{3} = -3$$

$$\Leftrightarrow 3a_0 + 2 + 4 = -3 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -3}$$

$$f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 3$$

$P_1(-2|-1)$:

$$f(-2) = \frac{1}{3}\cdot(-2)^2 - \frac{1}{3}(-2) - 3 = -\frac{4}{3} + \frac{2}{3} - 3 = -1$$

$P_2\left(-1|-\frac{7}{3}\right)$:

$$f(-1) = \frac{1}{3}\cdot(-1)^2 - \frac{1}{3}(-1) - 3 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - 3 = -\frac{7}{3}$$

$P_3(1|-3)$:

$$f(1) = \frac{1}{3}\cdot 1^2 - \frac{1}{3}\cdot 1 - 3 = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} - 3 = -3$$

د محور غوځټکو شمیرنه:

$$f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 3 \qquad f(0) = -3 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-3)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 3 = 0$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 9 = 0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

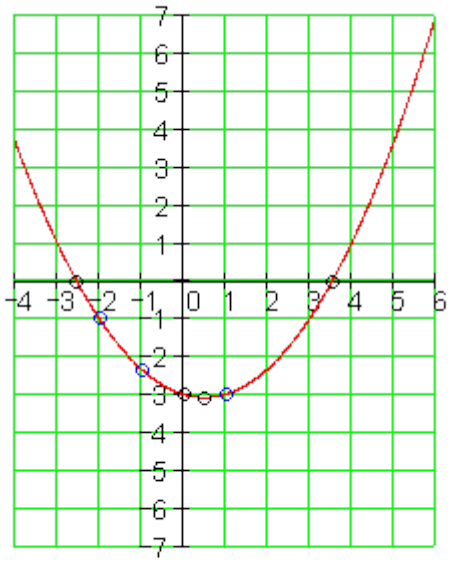
$$p = -1;\ q = -9 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 9 = \frac{37}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{37}{4}} = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{37}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$$

$$x_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\sqrt{37} \approx 3{,}54 \quad \Rightarrow P_{x1}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\sqrt{37} \approx 3{,}54 \mid 0\right)$$

$$x_2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cdot\sqrt{37} \approx -2{,}54 \quad \Rightarrow P_{x2}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cdot\sqrt{37} \approx -2{,}54 \mid 0\right)$$



ککړی ټکی او د ککړی ټکی بڼه

$$f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 3$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\sqrt{37} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cdot\sqrt{37}}{2} = \frac{1}{2}$$

$$y_{sp} = f\left(x_{sp}\right) = f\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2} - 3 = -\frac{37}{12}$$

$$P_{sp}\left(\frac{1}{2} \mid -\frac{37}{12}\right)$$

ککړی ټکی:

ککړی ټکی بڼه:

$$f(x) = \frac{1}{3}\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{37}{12}$$

$$P_1\left(-2 \mid \frac{1}{2}\right) : f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = \frac{1}{2}$$

$$P_2(1 \mid 4) : f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 4$$

$$P_2\left(2 \mid -\frac{5}{2}\right) : f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = -\frac{5}{2}$$

الف- د تابع مساواتو شمیرنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

a_0	a_1	a_2	
1	−2	4	$\frac{1}{2}\mid\cdot 2$
1	1	1	$4\mid\cdot(-2)$
1	2	4	$-\frac{5}{2}\mid\cdot(-2)$
2	−4	8	1
−2	−2	−2	$-8\,\mid\mid+\mid$
−2	−4	−8	$5\,\mid\mid\mid+\mid$
2	−4	8	1
0	−6	6	−7
0	−8	0	6

$$-8a_1 = 6 \mid : (-8)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = -\frac{3}{4}}$$

$$-6a_1 + 6a_2 = -7 \Leftrightarrow -6\cdot\left(-\frac{3}{4}\right) + 6a_2 = -7$$

$$\Leftrightarrow 6a_2 + \frac{9}{2} = -7 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -\frac{23}{12}}$$

$$2a_0 - 4a_1 + 8a_2 = 1$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 - 4\cdot\left(-\frac{3}{4}\right) + 8\cdot\left(-\frac{23}{12}\right) = 1$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 + 3 - \frac{46}{3} = 1 \Leftrightarrow a_0 = \frac{20}{3}$$

$$\underline{\underline{f(x) = -\frac{23}{12}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{20}{3}}}$$

$$P_1\left(-2\mid\frac{1}{2}\right): f(-2) = -\frac{23}{12}\cdot(-2)^2 - \frac{3}{4}\cdot(-2) + \frac{20}{3} = -\frac{23}{3} + \frac{3}{2} + \frac{20}{3} = \frac{1}{2}$$

$$P_2(1\mid 4): f(1) = -\frac{23}{12}\cdot 1^2 - \frac{3}{4}\cdot 1 + \frac{20}{3} = -\frac{23}{12} - \frac{3}{4} + \frac{20}{3} = -\frac{23}{12} - \frac{9}{12} + \frac{80}{12} = \frac{48}{12} = 4$$

$$P_3\left(2\mid-\frac{5}{2}\right): f(2) = -\frac{23}{12}\cdot 2^2 - \frac{3}{4}\cdot 2 + \frac{20}{3} = -\frac{23}{3} - \frac{3}{2} + \frac{20}{3} = -1 - \frac{3}{2} = -\frac{5}{2}$$

د محور غوځتکو شمیرنه:

$$f(x) = -\frac{23}{12}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{20}{3} \qquad f(0) = \frac{20}{3} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0\mid\frac{20}{3}\right)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{23}{12}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{20}{3} = 0$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + \frac{9}{23}x - \frac{80}{23} = 0$$

د مربع مساوات نورمال بنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$p=\frac{9}{23};q=-\frac{80}{23}\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{81}{2116}+\frac{80}{23}=\frac{7441}{2116}$$

$$\Rightarrow\sqrt{D}=\sqrt{\frac{7441}{2116}}=\frac{1}{46}\cdot\sqrt{7441}$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\left|\begin{array}{l}x_1=-\frac{9}{46}+\frac{1}{46}\cdot\sqrt{7441}\approx 1{,}68\\ x_2=-\frac{9}{46}-\frac{1}{46}\cdot\sqrt{7441}\approx -2{,}07\end{array}\right.$$

$$\underline{\underline{P_{x1}\left(-\frac{9}{46}+\frac{1}{46}\cdot\sqrt{7441}\approx 1{,}68\,|\,0\right)}}$$

$$\underline{\underline{P_{x2}\left(-\frac{9}{46}-\frac{1}{46}\cdot\sqrt{7441}\approx -2{,}07\,|\,0\right)}}$$

ککرۍ ټکی او د ککرۍ ټکی بنه

$$f(x)=-\frac{23}{12}x^2-\frac{3}{4}x+\frac{20}{3}$$

$$x_{sp}=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{-\frac{9}{46}+\frac{1}{46}\cdot\sqrt{7441}-\frac{9}{46}-\frac{1}{46}\cdot\sqrt{7441}}{2}=-\frac{9}{46}$$

$$y_{sp}=f\left(x_{sp}\right)=f\left(-\frac{9}{46}\right)=-\frac{23}{12}\cdot\left(-\frac{9}{46}\right)^2-\frac{3}{4}\cdot\left(-\frac{9}{46}\right)+\frac{20}{3}=\frac{7441}{1104}$$

$$\underline{\underline{P_{sp}\left(-\frac{9}{46}\,\middle|\,\frac{7441}{1104}\right)}}$$

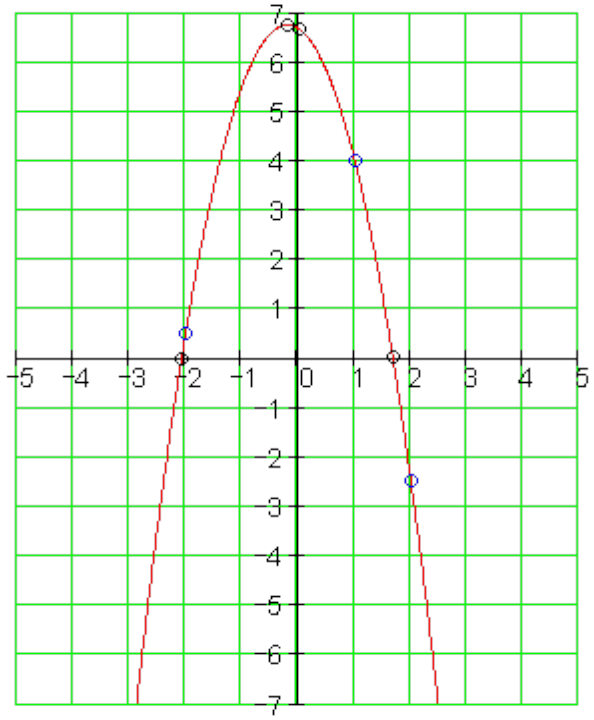
ککرۍ ټکی :

ککرۍ ټکی بنه:

$$\underline{\underline{f(x)=-\frac{23}{12}\left(x+\frac{9}{46}\right)^2+\frac{7441}{1104}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ګراف:



ب- د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1\left(-\frac{3}{2}\,|\,\frac{19}{4}\right): f\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{9}{4}a_2-\frac{3}{2}a_1+1a_0=\frac{19}{4}$$

$$P_2\,(1|\,1): f(1)=1a_2+1a_1+1a_0=1$$

$$P_2\left(\frac{3}{2}\,|-\frac{5}{4}\right): f\left(\frac{3}{2}\right)=\frac{9}{4}a_2+\frac{3}{2}a_1+1a_0=-\frac{5}{4}$$

a_0	a_1	a_2	
1	$-\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{19}{4}\,\vert\cdot 4$
1	1	1	$1\vert\cdot(-4)$
1	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$	$-\frac{5}{4}\,\vert\cdot(-4)$

$$-12a_1=24\,|:(-12)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_1=-2}$$

$$-10a_1+5a_2=15 \Leftrightarrow -10\cdot(-2)+5a_2=15$$

$$\Leftrightarrow 5a_2+20=15 \Leftrightarrow \boxed{a_2=-1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

4	−6	9	19
−4	−4	−4	−4 II +I
−4	−6	−9	5 III +I
4	−6	9	19
0	−10	5	15
0	−12	0	24

$$4a_0 - 6a_1 + 9a_2 = 19$$
$$\Leftrightarrow 4a_0 - 6\cdot(-2) + 9\cdot(-1) = 19$$
$$\Leftrightarrow 4a_0 + 12 - 9 = 19 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 4}$$
$$\underline{\underline{f(x) = -x^2 - 2x + 4}}$$

$$P_1\left(-\frac{3}{2}\,|\,\frac{19}{4}\right): f(-2) = -\left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 2\cdot\left(-\frac{3}{2}\right) + 4 = -\frac{9}{4} + \frac{6}{2} - 4 = -\frac{9}{4} + \frac{12}{4} + \frac{16}{4} = \frac{19}{4}$$

$$P_2(1|1): f(1) = -1^2 - 2\cdot 1 + 4 = -1 - 2 + 4 = 1$$

$$P_3\left(\frac{3}{2}\,|\,-\frac{5}{4}\right): f\left(\frac{3}{2}\right) = -\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2\cdot\frac{3}{2} + 4 = -\frac{9}{4} - 3 + 4 = -\frac{9}{4} + 1 = -\frac{9}{4} + \frac{4}{4} = -\frac{5}{4}$$

د محور غوځتکو شمیرنه:

$$f(x) = -x^2 - 2x + 4 \qquad f(0) = 4 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0\,|\,4)}}$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 - 2x + 4 = 0$$

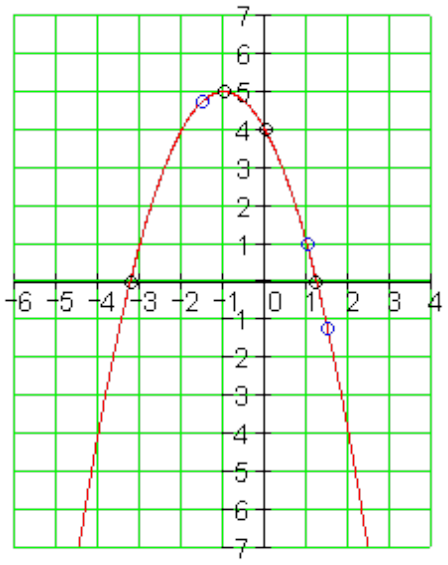
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 4 = 0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

$$p = 2;\ q = -4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 4 = 5 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{5}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \;\Bigg|\; \begin{array}{ll} x_1 = -1 + \sqrt{5} \approx 1{,}24 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(-1+\sqrt{5} \approx 1{,}24\,|\,0\right)}} \\ x_2 = -1 - \sqrt{5} \approx -3{,}24 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}\left(-1-\sqrt{5} \approx -3{,}24\,|\,0\right)}} \end{array}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



ککرۍ ټکی او د ککرۍ ټکی بنه

$$f(x) = -x^2 - 2x + 4$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$= \frac{-1+\sqrt{5}-1+\sqrt{5}}{2} = -1$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f(-1)$$

$$= -(-1)^2 - 2\cdot(-1) + 4 = 5$$

ککرۍ ټکی : $\therefore \underline{\underline{P_{sp}(-1|5)}}$

ککرۍ ټکی بنه:

$$\underline{\underline{f(x) = -(x+1)^2 + 5}}$$

پ- د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1(-1|2) : f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = 2$$

$$P_2\left(\frac{3}{2}\middle|\frac{13}{4}\right) : f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{4}a_2 + \frac{3}{2}a_1 + 1a_0 = \frac{13}{4}$$

$$P_2(2|2) : f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 2$$

a_0	a_1	a_2	
1	−1	1	$2 \mid \cdot 4$
1	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{13}{4} \mid \cdot(-4)$
1	2	4	$2 \mid \cdot(-4)$
4	−4	4	8
−4	−6	−9	$-13 \mid\mid +I$
−4	−8	−16	$-8 \mid\mid\mid +I$

$$-a_2 = 1 \mid : (-1)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = -1}$$

$$2a_1 + a_2 = 1 \Leftrightarrow 2a_1 + (-1) = 1$$

$$\Leftrightarrow 2a_1 - 1 = 1 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 1}$$

$$4a_0 - 4a_1 + 4a_2 = 8 \Leftrightarrow 4a_0 - 4\cdot 1 + 4\cdot(-1) = 8$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

4	–4	4	8
0	–10	–5	–5 | : (–5)
0	–12	–12	0 | : 6
4	–4	4	8
0	2	1	1
0	–2	–2	0 | III + II
4	–4	4	8
0	2	1	1
0	0	–1	1

$$\Leftrightarrow 4a_0 - 4 - 4 = 8 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 4}$$

$$f(x) = -x^2 + x + 4$$

$$P_1(-1|2): f(-1) = -(-1)^2 + (-1) + 4 = -1 - 1 + 4 = 2$$

$$P_2\left(\frac{3}{2}\middle|\frac{13}{4}\right): f\left(\frac{3}{2}\right) = -\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{2} + 4$$

$$= -\frac{9}{4} + \frac{3}{2} + 4 = -\frac{9}{4} + \frac{6}{4} + \frac{16}{4} = \frac{13}{4}$$

$$P_3(2|2): f(2) = -2^2 + 2 + 4 = -4 + 2 + 4 = 2$$

د محور غوځټکو شمیرنه:

$$f(x) = -x^2 + x + 4 \quad f(0) = 4 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|4)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + x + 4 = 0$$

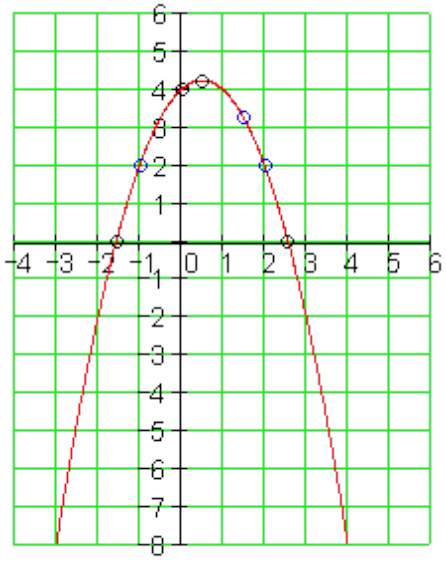
د مربع مساوات نورمال بنه $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 4 = 0$

$$p = -1; q = -4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 4 = \frac{17}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{17}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \left| \begin{array}{ll} x_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{17} \approx 2{,}56 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{17} \approx 2{,}56 \mid 0\right)}} \\ x_2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{17} \approx -1{,}56 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{17} \approx -1{,}56 \mid 0\right)}} \end{array} \right.$$

ککرۍ ټکی او دککرۍ ټکی بنه $f(x) = -x^2 + x + 4$ $x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$	

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$= \frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{17}+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{17}}{2} = \frac{1}{2}$$

$$y_{sp} = f\left(x_{sp}\right) = f\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= -\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} + 4 = \frac{17}{4}$$

$$: P_{sp}\left(\frac{1}{2} \mid \frac{17}{4}\right)$$

ککړی ټکی:

ککړی ټکی بڼه:

$$f(x) = -\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{17}{4}$$

ت - د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1(-3 \mid 2): f(-3) = 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = 2$$

$$P_2(1 \mid -3): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -3$$

$$P_2(3 \mid 4): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 4$$

$$6a_1 = 2 \mid : 6$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = \frac{1}{3}}$$

$$4a_1 - 8a_2 = -5 \Leftrightarrow 4 \cdot \frac{1}{3} - 8a_2 = -5$$

$$\Leftrightarrow -8a_2 + \frac{4}{3} = -5 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{19}{24}}$$

$$a_0 - 3a_1 + 9a_2 = 2 \Leftrightarrow a_0 - 3 \cdot \frac{1}{3} + 9 \cdot \frac{19}{24} = 2$$

a_0	a_1	a_2	
1	−3	9	2
1	1	1	−3 II − I
1	3	9	4 III − I
1	−3	9	2
0	4	−8	−5
0	6	0	2

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow a_0 - 1 + \frac{57}{8} = 2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -\frac{33}{8}}$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{19}{24}x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{33}{8}}}$$

$$P_1(-3\,|\,2): f(-3) = \frac{19}{24}\cdot(-3)^2 + \frac{1}{3}\cdot(-3) - \frac{33}{8} = \frac{57}{8} - 1 - \frac{33}{8} = \frac{24}{8} - 1 = 3 - 1 = 2$$

$$P_2(1\,|\,-3): f(1) = \frac{19}{24}\cdot 1^2 + \frac{1}{3}\cdot 1 - \frac{33}{8} = \frac{19}{24} + \frac{1}{3} - \frac{33}{8} = \frac{19}{24} + \frac{8}{24} - \frac{99}{24} = -\frac{72}{24} = -3$$

$$P_3(3\,|\,4): f(3) = \frac{19}{24}\cdot 3^2 + \frac{1}{3}\cdot 3 - \frac{33}{8} = \frac{57}{8} + 1 - \frac{33}{8} = \frac{24}{8} + 1 = 3 + 1 = 4$$

د محور غوټيکو شميرنه:

$$f(x) = \frac{19}{24}x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{33}{8} \qquad f(0) = -\frac{33}{8} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0\,|\,-\frac{33}{8}\right)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{19}{24}x^2 + \frac{8}{19}x - \frac{99}{19} = 0$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 4 = 0$$

د مربع مساوات نورمال بنه

$$p = \frac{8}{19}; q = -\frac{99}{19} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{16}{361} + \frac{99}{19} = \frac{1897}{361} \Rightarrow \sqrt{D} = \frac{1}{19}\cdot\sqrt{1897}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \;\Bigg|\; \begin{array}{l} x_1 = -\frac{4}{19} + \frac{1}{19}\sqrt{1897} \approx 2{,}08 \\ x_2 = -\frac{4}{19} - \frac{1}{19}\sqrt{1897} \approx -2{,}5 \end{array}$$

$$\underline{\underline{P_{x1}\left(-\frac{4}{19} + \frac{1}{19}\sqrt{1897} \approx 2{,}08\,|\,0\right)}}; \underline{\underline{P_{x2}\left(-\frac{4}{19} - \frac{1}{19}\sqrt{1897} \approx -2{,}5\,|\,0\right)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککړۍ ټکی او د ککړۍ ټکی بڼه

$$f(x)=\frac{19}{24}x^2+\frac{1}{3}x-\frac{33}{8}$$

$$x_{sp}=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{-\frac{4}{19}+\frac{1}{19}\sqrt{1897}-\frac{4}{19}+\frac{1}{19}\sqrt{1897}}{2}=-\frac{4}{19}$$

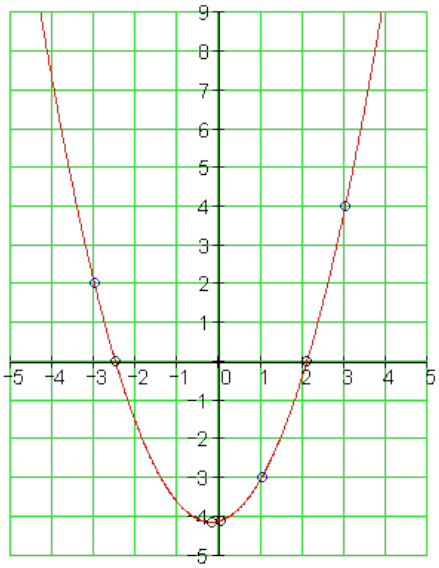
$$y_{sp}=f(x_{sp})=f\left(-\frac{4}{19}\right)=\frac{19}{24}\left(-\frac{4}{19}\right)^2+\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{4}{19}\right)-\frac{33}{8}=-\frac{1897}{456}$$

ککړۍ ټکی بڼه

$$f(x)=\frac{19}{24}\left(x+\frac{4}{19}\right)^2-\frac{1897}{456}$$

ککړۍ ټکی

$$P_{sp}\left(-\frac{4}{19}\,|\,-\frac{1897}{456}\right)$$



ګراف :

ټ – د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1(-2\,|\,-2):\ f(-2)=4a_2-2a_1+1a_0=-2$$

$$P_2(-1\,|\,2):\ f(-1)=1a_2-1a_1+1a_0=2$$

$$P_2(3\,|\,1):\ f(3)=9a_2+3a_1+1a_0=1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

a_0	a_1	a_2	
1	−2	4	−2
1	−1	1	2 II − I
1	3	9	1 III − I
1	−2	4	−2
0	1	−3	4 | · 5
0	5	5	3
1	−2	4	−2
0	5	−15	20
0	5	5	3 III − II
1	−2	4	−2
0	5	−15	20
0	0	20	−17

$$20a_2 = -17 \mid : 20$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = -\frac{17}{20}}$$

$$5a_1 - 15a_2 = 20 \Leftrightarrow 5a_1 - 15 \cdot \left(-\frac{17}{20}\right) = 20$$

$$\Leftrightarrow 5a_1 + \frac{51}{4} = 20 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = \frac{29}{20}}$$

$$a_0 - 2a_1 + 4a_2 = -2 \Leftrightarrow a_0 - 2 \cdot \frac{29}{20} + 4 \cdot \left(-\frac{17}{20}\right) = -2$$

$$\Leftrightarrow a_0 - \frac{29}{10} - \frac{34}{10} = -2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = \frac{43}{10}}$$

$$\underline{\underline{f(x) = -\frac{17}{20}x^2 + \frac{29}{20}x + \frac{43}{10}}}$$

$P_1(-2 \mid -2)$:

$$f(-2) = -\frac{17}{20} \cdot (-2)^2 + \frac{29}{20} \cdot (-2) + \frac{43}{10} = -\frac{34}{10} - \frac{29}{10} + \frac{43}{10} = -\frac{20}{10} = -2$$

$P_2(-1 \mid 2)$:

$$f(-1) = -\frac{17}{20} \cdot (-1)^2 + \frac{29}{20} \cdot (-1) + \frac{43}{10} = -\frac{17}{20} - \frac{29}{20} + \frac{43}{10} = -\frac{46}{20} + \frac{86}{20} = \frac{40}{20} = 2$$

$P_3(3 \mid 1)$:

$$f(3) = -\frac{17}{20} \cdot 3^2 + \frac{29}{20} \cdot 3 + \frac{43}{10} = -\frac{153}{20} + \frac{87}{20} + \frac{43}{10} = -\frac{66}{20} + \frac{86}{20} = \frac{20}{20} = 1$$

د محور غوځټکو شمیرنه:

$$f(x) = -\frac{17}{20}x^2 + \frac{29}{20}x + \frac{43}{10} \qquad f(0) = \frac{43}{10} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \mid \frac{43}{10}\right)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{17}{20}x^2 + \frac{29}{20}x + \frac{43}{10} = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow x^2-\frac{29}{17}x-\frac{86}{17}=0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

$$p=-\frac{29}{17};\ q=-\frac{86}{17} \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{841}{1156}+\frac{86}{17}=\frac{6689}{1156} \Rightarrow \sqrt{D}=\frac{1}{34}\cdot\sqrt{6689}$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \left| \begin{array}{l} x_1=\frac{29}{34}+\frac{1}{34}\cdot\sqrt{6689}\approx 3,26 \\ x_2=\frac{29}{34}-\frac{1}{34}\cdot\sqrt{6689}\approx -1,55 \end{array} \right.$$

$$\underline{\underline{P_{x1}\left(\frac{29}{34}+\frac{1}{34}\cdot\sqrt{6689}\approx 3,26\,|\,0\right)}};\ \underline{\underline{P_{x2}\left(\frac{29}{34}-\frac{1}{34}\cdot\sqrt{6689}\approx -1,55\,|\,0\right)}}$$

ککرۍ ټکی او د ککرۍ ټکی بڼه

$$f(x)=-\frac{17}{20}x^2+\frac{29}{20}x+\frac{43}{10}$$

$$x_{sp}=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{\frac{29}{34}+\frac{1}{34}\cdot\sqrt{6689}+\frac{29}{34}+\frac{1}{34}\cdot\sqrt{6689}}{2}=\frac{29}{34}$$

$$y_{sp}=f\left(x_{sp}\right)=f\left(\frac{29}{34}\right)=-\frac{17}{20}\cdot\left(\frac{29}{34}\right)^2+\frac{29}{20}\cdot\frac{29}{34}+\frac{43}{10}=\frac{6689}{1360}$$

ککرۍ ټکی بڼه

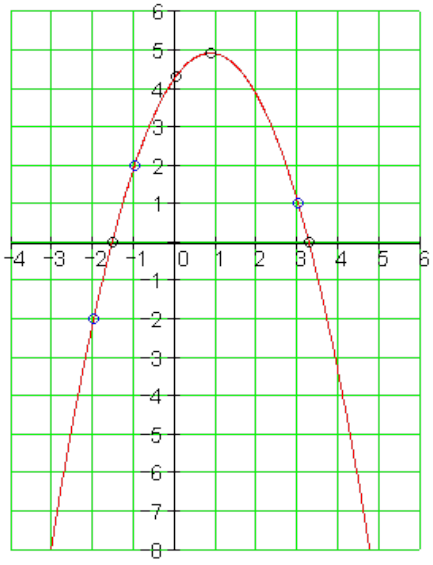
$$\underline{\underline{f(x)=-\frac{17}{20}\left(x-\frac{29}{34}\right)^2+\frac{6689}{1360}}}$$

ککرۍ ټکی

$$\underline{\underline{P_{sp}\left(\frac{29}{34}\,|\,\frac{6689}{1360}\right)}}$$

ګراف

(c) ketabton.com: The Digital Library



ث - د تابع مساواتو شمیرنه

$P_1(-1|3): f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = 3$

$P_2(1|1): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 1$

$P_2(3|4): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 4$

a_0	a_1	a_2	
1	−1	1	3
1	1	1	1II − I
1	3	9	4III − I
1	−1	1	3
0	2	0	−2
0	4	8	1

$2a_1 = -2 \mid :2$

$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = -1}$

$4a_1 + 8a_2 = 1 \Leftrightarrow 4\cdot(-1) + 8a_2 = 1$

$\Leftrightarrow 8a_2 - 4 = 1 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{5}{8}}$

$a_0 - a_1 + a_2 = 3 \Leftrightarrow a_0 - (-1) + \frac{5}{8} = 3$

$\Leftrightarrow a_0 + 1 + \frac{5}{8} = 3 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = \frac{11}{8}}$

$f(x) = \frac{5}{8}x^2 - x + \frac{11}{8}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_1(-1|3): f(-1)=\frac{5}{8}\cdot(-1)^2-(-1)+\frac{11}{8}=\frac{5}{8}+1+\frac{11}{8}=\frac{16}{8}+1=2+1=3$$

$$P_2(1|1): f(1)=\frac{5}{8}\cdot 1^2-1+\frac{11}{8}=\frac{5}{8}-1+\frac{11}{8}=\frac{16}{8}-1=2-1=1$$

$$P_3(3|4): f(2)=\frac{5}{8}\cdot 3^2-3+\frac{11}{8}=\frac{45}{8}-3+\frac{11}{8}=\frac{56}{8}-3=7-3=4$$

د محور غوځتکو شمیرنه:

$$f(x)=\frac{5}{8}x^2-x+\frac{11}{8}\qquad f(0)=\frac{11}{8}\Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0|\frac{11}{8}\right)}}$$

$$f(x)=0\Leftrightarrow\frac{5}{8}x^2-x+\frac{11}{8}=0$$

$$f(x)=0\Leftrightarrow x^2-\frac{8}{5}x+\frac{11}{5}=0$$

د مربع مساوات نورمال بنه

$$p=-\frac{8}{5};q=\frac{11}{5}\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{16}{25}-\frac{11}{5}<0$$

f(x) صفرځای نه لري

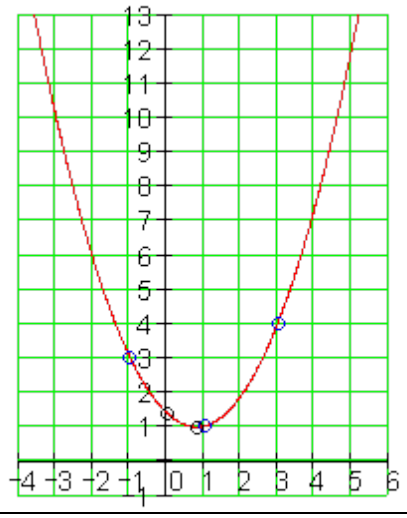
ککری ټکی او د ککری ټکی بنه

$$f(x)=\frac{5}{8}x^2-x+\frac{11}{8}$$

$$=\frac{5}{8}\left(x^2-\frac{8}{5}x+\frac{11}{5}\right)$$

$$=\frac{5}{8}\left(x^2-\frac{8}{5}x+\frac{11}{5}+\left(\frac{4}{5}\right)^2-\left(\frac{4}{5}\right)^2\right)$$

$$=\frac{5}{8}\left[\left(x-\frac{4}{5}\right)^2+\frac{39}{25}\right]$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

$=\frac{5}{8}\left(x-\frac{4}{5}\right)^2+\frac{39}{40}$ ککرۍ ټکی بنه: $f(x)=\frac{5}{8}\left(x-\frac{4}{5}\right)^2+\frac{39}{40}$ ککرۍ ټکی: $P_{sp}\left(\frac{4}{5}\mid\frac{39}{40}\right)$	

پوښتنې

پارابول چې له درې ټکو تېريږي II

لومړی-

یو پارابول له درې ټکو تېريږي. د تابع مساوات وشمیرئ، د محور غوځټکي، ککرۍ ټکی او ککرۍ ټکي بنه هم. په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې گراف رسم کړئ.

الف- $P_1(-2\mid-3);P_2(1\mid-1);P_3(3\mid-4)$

ب - $P_1\left(-\frac{1}{2}\mid-2\right);P_2\left(2\mid-\frac{1}{2}\right);P_3(3\mid2)$

پ - $P_1\left(-3\mid\frac{5}{4}\right);P_2\left(1\mid-\frac{1}{4}\right);P_3(3\mid9)$

ت - $P_1(-3\mid-4);P_2(2\mid-4);P_3(3\mid-10)$

ټ - $P_1\left(2\mid3\frac{1}{4}\right);P_2\left(1\mid1\frac{1}{4}\right);P_3\left(0\mid1\frac{1}{4}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ث ـ $P_1(1|0); P_2(-1|0); P_3(2|-3)$

دویم –

یو پارابل له درې کرښو $f_1(x), f_2(x)$ او $f_3(x)$ په درې ټکو P_1, P_2 او P_3 کې غوځیږي، چې د یوه درېګوډي یا مثلث ګوډونه (کونجونه) جوړوي.

$$f_1(x) = x + \frac{7}{2}; f_2(x) = 4x + 5; f_3(x) = -x - \frac{15}{2}$$

وشمېرئ:

الف - ټکي P_1, P_2 او P_3.

ب – د پارابول تابع $f_4(x)$ ، چې له دې درې ټکو تېریږي.

پ – د پارابول مساواتو د ککرئ ټکي بېنه .

ت - د پارابول مساوات د ککرئ ټکي مساوات .

ټ – ټول محور غوځټکي.

ث – ټول ګرافونه په یوه مناسب پروت ولاړ سیستم کې وکاږئ.

دریم – یو پارابل له درې کرښو $f_1(x), f_2(x)$ او $f_3(x)$ په درې ټکو P_1, P_2 او P_3 کې غوځیږي، چې د یوه درېګوډي ګوډونه جوړوي.

$$f_1(x) = -x + \frac{7}{2}; f_2(x) = -4x - 5; f_3(x) = x - \frac{15}{2}$$

وشمېرئ:

الف - ټکي P_1, P_2 او P_3.

ب – د پارابول تابع $f_4(x)$ ، چې له دې درې ټکو تېریږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د پارابول مساواتو د ککرۍټکي بڼه .

ت - د پارابول مساوات د ککرۍټکي مساوات .

ټ – ټول محور غوځټکي.

ث – ټول ګرافونه په یوه مناسب پروت ولاړ سیستم کې وکاږي.

څلورم – یوه فزیکي تجربه لاندې کچ ارزونې ښایي:

اړین وخت په ثانی S وهل شوي لار په cm	2 | 4 | 6 4 | 5 | 8

الف - د تابع مساوت وشمیږی.
ب – وهل شوي لار د 3 ;0 او 5 ټنیو ترمنځ وشمیږی
پ – د کوم وخت وروسته وهل شوي لار 10 cm ده؟
پنځم –
یو پارابول له درې ټکو تېریږي. د تابع مساوات وشمیږی، د محور غوځټکي، ککرۍ ټکی او ککرۍ ټکي بڼه هم. په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې ګراف رسم کړی.

$$;\left|-1\frac{3}{4}\right);P_2\left(3\left|-3\frac{3}{4}\right.\right);P_3\left(1\left|2\frac{1}{4}\right.\right)\quad b\ 1\left|3\frac{1}{4}\right);P_2\left(-3\left|-2\frac{3}{4}\right.\right);P_3\left(-5\left|-\frac{3}{4}\right.\right)$$

)

$$P_1(-2|-5);P_2(-5|-2);P_3(0|-17)$$

حلونه
پارابول له درې ټکو **II**

(c) ketabton.com: The Digital Library

نتيجي او ځني برخي مفصل حلونه الف - د تابع مساواتو شميرنه

$P_1(-2|-3): f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = -3$

$P_2(1|-1): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -1$

$P_2(3|-4): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = -4$

a_0	a_1	a_2	
1	−2	4	−3
1	1	1	−1 II −I
1	3	9	−4 III −I
1	−2	4	−3
0	3	−3	2 | ·5
0	5	5	−1 | ·(−3)
1	−2	4	−3
0	15	−15	10
0	−15	−15	3 III +II
1	−2	4	−3
0	15	−15	10
0	0	−30	13

$-30a_2 = 13 \mid :(-13)$

$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = -\frac{13}{30}}$

$15a_1 - 15a_2 = 10 \Leftrightarrow 15a_1 - 15\cdot\left(-\frac{13}{30}\right) = 10$

$\Leftrightarrow 15a_1 + \frac{13}{2} = 10 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = \frac{7}{30}}$

$a_0 - 2a_1 + 4a_2 = -3 \Leftrightarrow a_0 - 2\cdot\frac{7}{30} + 4\cdot\left(-\frac{13}{30}\right) = -3$

$\Leftrightarrow a_0 - \frac{7}{15} - \frac{26}{15} = -3 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -\frac{4}{5}}$

$\underline{\underline{f(x) = -\frac{13}{30}x^2 + \frac{7}{30}x - \frac{4}{5}}}$

$P_1(-2|-3): f(-2) = -\frac{13}{30}\cdot(-2)^2 + \frac{7}{30}\cdot(-2) - \frac{4}{5} = -\frac{26}{15} - \frac{7}{15} - \frac{4}{5} = -\frac{33}{15} - \frac{12}{15} = -\frac{45}{15} = -3$

$P_2(1|-1): f(-1) = -\frac{13}{30}\cdot 1^2 + \frac{7}{30}\cdot 1 - \frac{4}{5} = -\frac{13}{30} + \frac{7}{30} - \frac{4}{5} = -\frac{6}{30} - \frac{24}{30} = -\frac{30}{30} = -1$

$P_3(3|-4): f(3) = -\frac{13}{30}\cdot 3^2 + \frac{7}{30}\cdot 3 - \frac{4}{5} = -\frac{39}{10} + \frac{7}{10} - \frac{4}{5} = -\frac{32}{10} - \frac{8}{10} = -\frac{40}{10} = -4$

د محور غوځتکو شميرنه

ککرۍ ټکی او ککرۍ ټکی بنه

$$f(x) = -\frac{13}{30}x^2 + \frac{7}{30}x - \frac{4}{5} = -\frac{13}{30}\left(x^2 - \frac{7}{13}x + \frac{24}{13}\right)$$

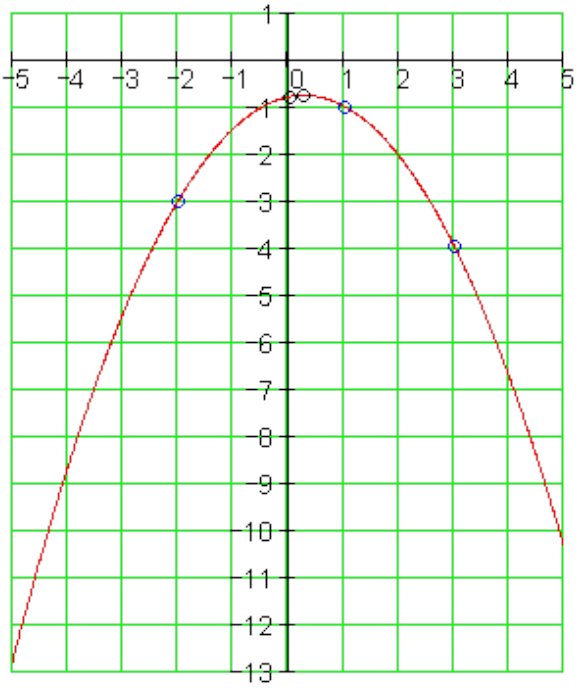
$$= -\frac{13}{30}\left(x^2 - \frac{7}{13}x + \left(\frac{7}{26}\right)^2 - \left(\frac{7}{26}\right)^2 + \frac{24}{13}\right) = -\frac{13}{30}\left[\left(x - \frac{7}{26}\right)^2 + \frac{1199}{676}\right]$$

$$= -\frac{13}{30}\left(x - \frac{7}{26}\right)^2 - \frac{1199}{1560}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککړی ټکی بنه: $f(x) = -\frac{13}{30}\left(x - \frac{7}{26}\right)^2 - \frac{1199}{1560}$

ککړی ټکی : $\underline{\underline{P_{sp}\left(\frac{7}{26} \mid -\frac{1199}{1560}\right)}}$



ګراف۔

ب - د تابع مساواتو شمیرنه

$P_1\left(-\frac{1}{2} \mid -2\right) : f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}a_2 - \frac{1}{2}a_1 + 1a_0 = -2$

$P_2\left(2 \mid -\frac{1}{2}\right) : f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = -\frac{1}{2}$

$P_2(3 \mid 2) : f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

a_0	a_1	a_2	
1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$-2 \mid \cdot 4$
1	2	4	$-\frac{1}{2} \mid \cdot (-4)$
1	3	9	$2 \mid \cdot (-4)$
4	−2	1	−8
−4	−8	−16	$2 \mid\mid +\mid$
−4	−12	−36	$-8 \mid\mid\mid +\mid$
4	−2	1	−8
0	−10	−15	$-6 \mid \cdot (-14)$
0	−14	−35	$-16 \mid \cdot 10$
4	−2	1	−8
0	140	210	84
0	−140	−350	$-160 \mid\mid\mid +\mid\mid$
4	−2	1	−8
0	140	210	84
0	0	−140	−76

$$-140a_2 = -76 \mid : (-140)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{19}{35}}$$

$$-10a_1 - 15a_2 = -6 \Leftrightarrow -10a_1 - 15 \cdot \frac{19}{35} = -6$$

$$\Leftrightarrow -10a_1 - \frac{57}{7} = -6 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -\frac{3}{14}}$$

$$4a_0 - 2a_1 + a_2 = -8 \Leftrightarrow 4a_0 - 2 \cdot \left(-\frac{3}{14}\right) + \frac{19}{35} = -8$$

$$\Leftrightarrow 4a_0 + \frac{3}{7} + \frac{19}{35} = -8 \Leftrightarrow 4a_0 + \frac{15}{35} + \frac{19}{35} = -8$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_0 = -\frac{157}{70}}$$

$$f(x) = \frac{19}{35}x^2 - \frac{3}{14}x - \frac{157}{70}$$

$$P_1\left(-\frac{1}{2} \mid -2\right) : f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{19}{35} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{14} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - \frac{157}{70}$$

$$= \frac{19}{140} + \frac{3}{28} - \frac{157}{70} = \frac{19}{140} + \frac{15}{140} - \frac{314}{140} = -\frac{280}{140} = -2$$

$$P_2\left(2 \mid -\frac{1}{2}\right) : f(2) = \frac{19}{35} \cdot 2^2 - \frac{3}{14} \cdot 2 - \frac{157}{70} = \frac{76}{35} - \frac{3}{7} - \frac{157}{70} = \frac{152}{70} - \frac{30}{70} - \frac{157}{70} = -\frac{35}{70} = -\frac{1}{2}$$

$$P_3(3 \mid 2) : f(3) = \frac{19}{35} \cdot 3^2 - \frac{3}{14} \cdot 3 - \frac{157}{70} = \frac{171}{35} - \frac{9}{14} - \frac{157}{70} = \frac{342}{70} - \frac{45}{70} - \frac{157}{70} = \frac{140}{70} = 2$$

د محورغوځتکو شمیرنه :

$$f(x) = \frac{19}{35}x^2 - \frac{3}{14}x - \frac{157}{70} \qquad f(0) = -\frac{157}{70} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \mid -\frac{157}{70}\right)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{19}{35}x^2 - \frac{3}{14}x - \frac{157}{70} = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow x^2-\frac{15}{38}x-\frac{157}{38}=0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

$$p=-\frac{15}{38};\ q=-\frac{157}{38} \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{225}{5776}+\frac{157}{38}=\frac{24089}{5776} \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{24089}{5776}}=\frac{1}{76}\cdot\sqrt{}$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \left| \begin{array}{ll} x_1=\frac{15}{76}+\frac{1}{76}\cdot\sqrt{24089}\approx 2,24 & \Rightarrow P_{x1}\left(\frac{15}{76}+\frac{1}{76}\cdot\sqrt{24089}\approx 2,24\ |\ (\right. \\ x_2=\frac{15}{76}-\frac{1}{76}\cdot\sqrt{24089}\approx -1,84 & \Rightarrow P_{x2}\left(\frac{15}{76}-\frac{1}{76}\cdot\sqrt{24089}\approx -1,84\ |\right. \end{array}\right.$$

ککرۍ ټکی او ککرۍ ټکی بڼه

$$f(x)=\frac{19}{35}x^2-\frac{3}{14}x-\frac{157}{70}$$

$$x_{sp}=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{\frac{15}{76}+\frac{1}{76}\cdot\sqrt{24089}+\frac{15}{76}+\frac{1}{76}\cdot\sqrt{24089}}{2}=\frac{15}{76}$$

$$y_{sp}=f(x_{sp})=f\left(\frac{15}{76}\right)=\frac{19}{35}\cdot\left(\frac{15}{76}\right)^2-\frac{3}{14}\cdot\left(\frac{15}{76}\right)-\frac{157}{70}=-\frac{24089}{10640}$$

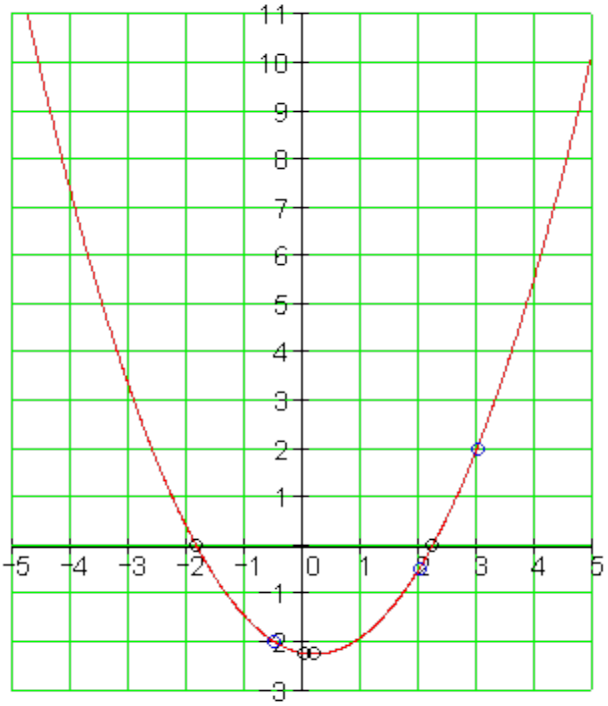
ککرۍ ټکی: $P_{sp}\left(\frac{15}{76}\ |\ -\frac{24089}{10640}\right)$

ککرۍ ټکي بڼه:

$$f(x)=\frac{19}{35}\left(x-\frac{15}{76}\right)^2-\frac{24089}{10640}$$

ګراف :

(c) ketabton.com: The Digital Library



پ- د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1\left(-3\,|\,\frac{5}{4}\right): f(-3) = 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = \frac{5}{4}$$

$$P_2\left(1\,|\,-\frac{1}{4}\right): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -\frac{1}{4}$$

$$P_2(3\,|\,9): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 9$$

a_0	a_1	a_2	
1	−3	9	$\frac{5}{4}\,\vert\cdot 4$
1	1	1	$-\frac{1}{4}\,\vert\cdot(-4)$
1	3	9	$9\,\vert\cdot(-4)$
4	−12	36	5

$$-24a_1 = -31\,|:(-24)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = \frac{31}{24}}$$

$$-16a_1 + 32a_2 = 6 \Leftrightarrow -16\cdot\frac{31}{24} + 32a_2 = 6$$

$$\Leftrightarrow 32a_2 - \frac{62}{3} = 6 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{5}{6}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

−4	−4	−4	1II+I
−4	−12	−36	−36 III+I
4	−12	36	5
0	−16	32	6
0	−24	0	−31

$$4a_0-12a_1+36a_2=5\Leftrightarrow 4a_0-12\cdot\frac{31}{24}+36\cdot\frac{5}{6}=5$$

$$\Leftrightarrow 4a_0-\frac{31}{2}+30=5\Leftrightarrow \boxed{a_0=-\frac{19}{8}}$$

$$\underline{\underline{f(x)=\frac{5}{6}x^2+\frac{31}{24}x-\frac{19}{8}}}$$

$$P_1\left(-3\,|\,\frac{5}{4}\right):\ f(-3)=\frac{5}{6}\cdot(-3)^2+\frac{31}{24}\cdot(-3)-\frac{19}{8}=\frac{15}{2}-\frac{31}{8}-\frac{19}{8}=\frac{60}{8}-\frac{50}{8}=\frac{10}{8}=\frac{5}{4}$$

$$P_2\left(1\,|\,-\frac{1}{4}\right):\ f(1)=\frac{5}{6}\cdot 1^2+\frac{31}{24}\cdot 1-\frac{19}{8}=\frac{5}{6}+\frac{31}{24}-\frac{19}{8}=\frac{20}{24}+\frac{31}{24}-\frac{57}{24}=-\frac{6}{24}=-\frac{1}{4}$$

$$P_3\left(3\,|\,9\right):\ f\left(3\right)=\frac{5}{6}\cdot 3^2+\frac{31}{24}\cdot 3-\frac{19}{8}=\frac{15}{2}+\frac{31}{8}-\frac{19}{8}=\frac{60}{8}+\frac{31}{8}-\frac{19}{8}=\frac{72}{8}=9$$

د محور غوځتکو شمیرنه :

$$f\left(x\right)=\frac{5}{6}x^2+\frac{31}{24}x-\frac{19}{8}\qquad f\left(0\right)=-\frac{19}{8}\Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0\,|\,-\frac{19}{8}\right)}}$$

$$f\left(x\right)=0\Leftrightarrow\frac{5}{6}x^2+\frac{31}{24}x-\frac{19}{8}=0$$

$$f\left(x\right)=0\Leftrightarrow x^2+\frac{31}{20}x-\frac{57}{20}=0$$

د مربع مساوات نورمال بنه

$$p=\frac{31}{20};q=-\frac{57}{20}\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{961}{1600}+\frac{57}{20}=\frac{5521}{1600}\Rightarrow\sqrt{D}=\sqrt{\frac{5521}{1600}}=\frac{1}{40}\cdot\sqrt{5521}$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\ \Bigg|\ \begin{array}{ll} x_1=-\frac{31}{40}+\frac{1}{40}\cdot\sqrt{5521}\approx 1{,}08 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(-\frac{31}{40}+\frac{1}{40}\cdot\sqrt{5521}\approx 1{,}08\,|\,0\right)}} \\ x_2=-\frac{31}{40}-\frac{1}{40}\cdot\sqrt{5521}\approx -2{,}63 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}\left(-\frac{31}{40}-\frac{1}{40}\cdot\sqrt{5521}\approx -2{,}63\,|\,0\right)}} \end{array}$$

$$f\left(x\right)=\frac{5}{6}x^2+\frac{31}{24}x-\frac{19}{8}$$

ککرۍ ټکی او ککرۍ ټکی بنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

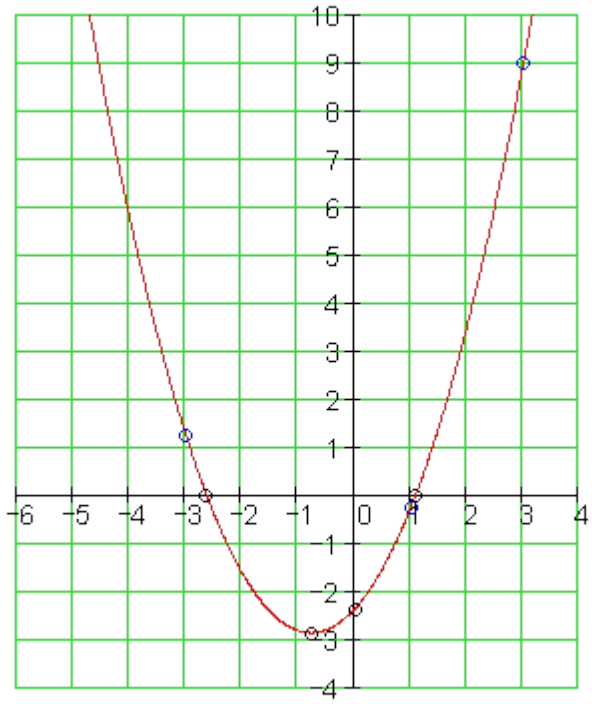
$$x_{sp}=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{-\frac{31}{40}+\frac{1}{40}\cdot\sqrt{5521}-\frac{31}{40}+\frac{1}{40}\cdot\sqrt{5521}}{2}=-\frac{31}{40}$$

$$y_{sp}=f\left(x_{sp}\right)=f\left(-\frac{31}{40}\right)=\frac{5}{6}\cdot\left(-\frac{31}{40}\right)^2+\frac{31}{24}\cdot\left(-\frac{31}{40}\right)-\frac{19}{8}=-\frac{5521}{1920}$$

ککرۍ ټکی: $\underline{\underline{P_{sp}\left(-\frac{31}{40}\middle|-\frac{5521}{1920}\right)}}$

ککرۍ ټکی بڼه: $\underline{\underline{f(x)=\frac{19}{35}\left(x+\frac{31}{40}\right)^2-\frac{5521}{1920}}}$

ګراف :



(c) ketabton.com: The Digital Library

ت –

تابع:

$$y = f(x) = -x^2 - x + 2$$

ککرۍ بڼه یا د رأس بڼه:

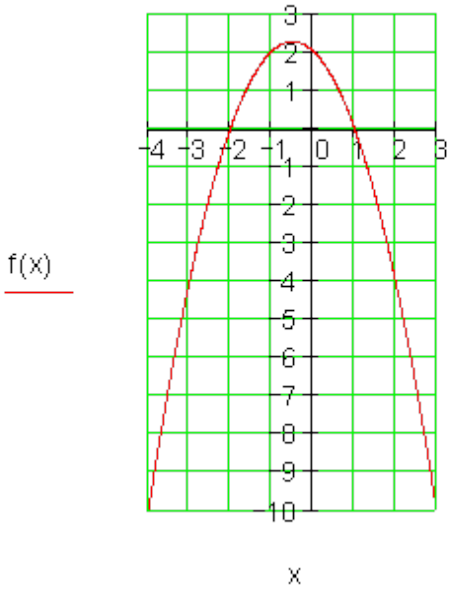
$$y = f(x) = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$$

ککرۍ: $S\left(-\frac{1}{2} \middle| 2\frac{1}{4}\right)$

صفرځایونه:

$$P_{x_1}(1|0); P_{x_2}(-2|0)$$

د y برخه: $P_y(0|2)$



تابع:

$$y = f(x) = x^2 - x + 1\frac{1}{4}$$

ککرۍ بڼه یا د رأس بڼه:

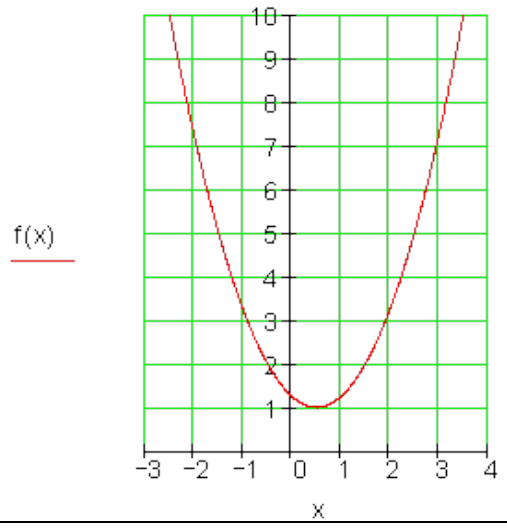
$$y = f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 1$$

ککرۍ $S\left(\frac{1}{2} \middle| 1\right)$

صفرځایونه: شتون نه لري

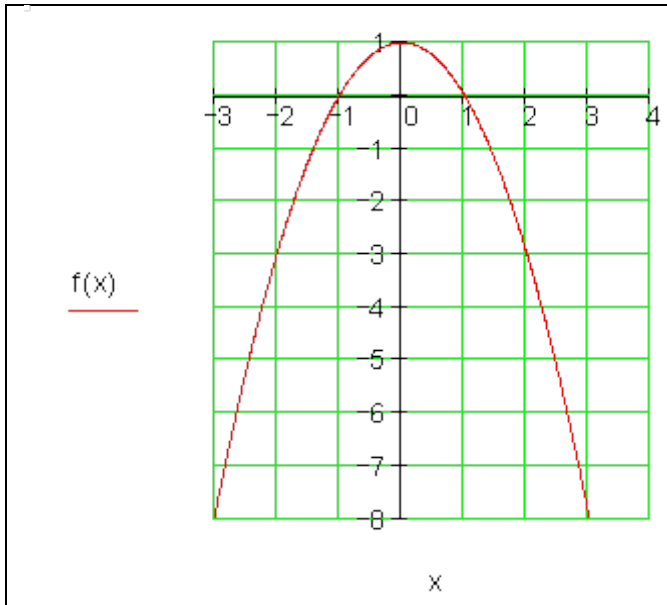
د y برخه: $P_y\left(0 \middle| 1\frac{1}{4}\right)$

ت –



(c) ketabton.com: The Digital Library

ث –



تابع:

$$y = f(x) = -x^2 + 1$$

ککربنه یا د رأس بنه:

$$y = f(x) = -(x+0)^2 + 1$$

ککری:

$$S(0\,|\,1)$$

صفرځایونه:

$$P_{x1}(1\,|\,0); P_{x2}(-1\,|\,0)$$

د برخه:

$$P_y(0\,|\,1) = S$$

دویم:

الف- $P_1\left(-\frac{1}{2}\,|\,3\right); P_2\left(-5\frac{1}{2}\,|\,-2\right); P_3\left(-2\frac{1}{2}\,|\,-5\right)$

ب - $f_4(x) = x^2 + 7x + 6\frac{1}{4}$ پ - $f_4(x) = \left(x+\frac{7}{2}\right)^2 - 6$ ت - $S\left(-\frac{7}{2}\,|\,-6\right)$

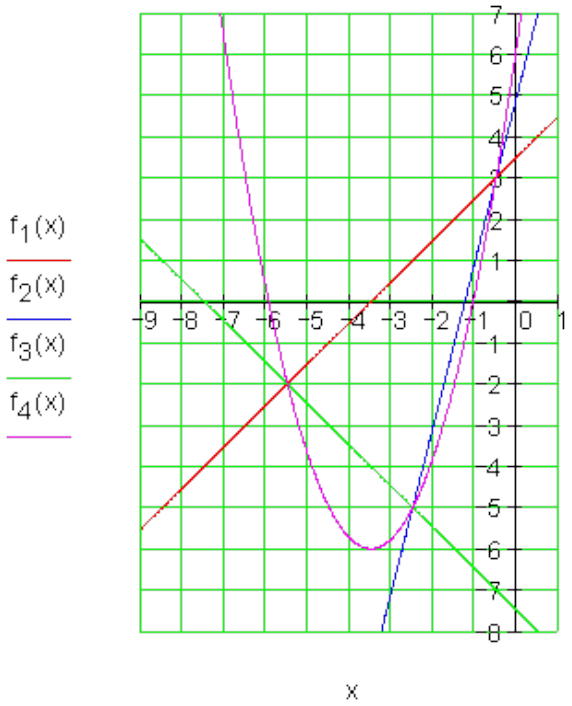
ټ –

$$P_{x1}\left(-3\frac{1}{2}\,|\,0\right); P_{x2}\left(-\frac{5}{4}\,|\,0\right); P_{x3}\left(-7\frac{1}{2}\,|\,0\right); P_{x4}\left(-3{,}5-\sqrt{6}\,|\,0\right); P_{x5}\left(-3{,}5+\sqrt{6}\,|\,0\right)$$

$$P_{y1}\left(0\,|\,3\frac{1}{2}\right); P_{y2}(0\,|\,5); P_{y3}\left(0\,|\,-7\frac{1}{2}\right); P_{y4}\left(0\,|\,6\frac{1}{4}\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ث -



دریم:

الف- $P_1\left(\frac{1}{3}\,|\,3\right);\ P_2\left(5\frac{1}{2}\,|\,-2\right);\ P_3\left(2\frac{1}{2}\,|\,-5\right)$

ب - $f_4(x)=x^2-7x+6\frac{1}{4}$

پ - $f_4(x)=\left(x-\frac{7}{2}\right)^2-6$

ت - $S\left(\frac{7}{2}\,|\,-6\right)$

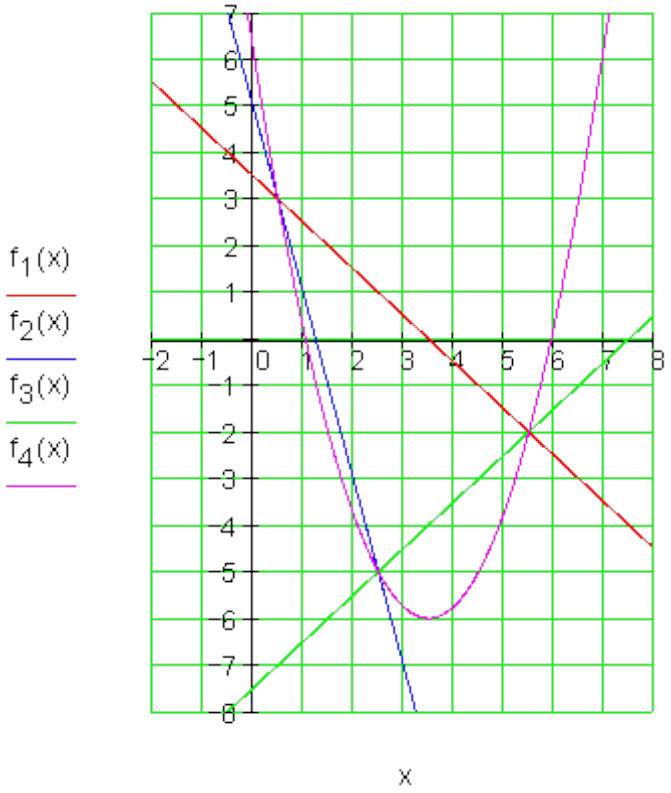
ټ –

$P_{x1}\left(3\frac{1}{2}\,|\,0\right);\ P_{x2}\left(\frac{5}{4}\,|\,0\right);\ P_{x3}\left(7\frac{1}{2}\,|\,0\right);\ P_{x4}\left(3,5-\sqrt{6}\,|\,0\right);\ P_{x5}\left(3,5+\sqrt{6}\,|\,0\right)$

$P_{y1}\left(0\,|\,3\frac{1}{2}\right);\ P_{y2}\left(0\,|\,5\right);\ P_{y3}\left(0\,|\,-7\frac{1}{2}\right);\ P_{y4}\left(0\,|\,6\frac{1}{4}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ث ـ



څلورم:تابعمساوات: $s(t) = a_2t^2 + a_1t + a_0$

د کچوني ټکی: $P_1(2|4); P_2(4|5); P_3(6|8)$

الف- مساواتسیستم ولیکی:

$$P_1(2|4): 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 4$$
$$P_2(4|5): 16a_2 + 4a_1 + 1a_0 = 5$$
$$P_3(6|8): 36a_2 + 6a_1 + 1a_0 = 8$$

د ګاوس-الګوریتم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

a_0	a_1	a_2	
1	2	4	4
1	4	16	5
1	6	36	8

$a_2 = \frac{1}{4}$ $a_1 = -1$ $a_0 = 5$

$s(t) = \frac{1}{4}t^2 - t + 5$

ب-

$s(0) = 5$ $s(3) = \frac{17}{4} = 4,25$ $s(5) = \frac{25}{4} = 6,25$

وخت $t = 0$ کې پیل لار یا $s = 5\,cm$ ده.

د t وروسته وهل شوې لار $s = 3$ دی $s = 4,25cm$

وهل شوې لار وروسته له $t = 5$ s دی $s = 6,25cm$

پ- ایښونه: $s(t) = 10 \Leftrightarrow \frac{1}{4}t^2 - t + 5 = 10$

د مربع مساوات حل : $t_1 = 2 + 2\cdot\sqrt{6} \approx 6,899$

د حل په حیث یې نه لرو $t_2 = 2 - 2\cdot\sqrt{6} \approx -2,899$

د $t = 6,899$ وروسته s وهل شوې لار $10\,cm$ ده.

تابع : $y = f(x) = x^2 - 7x + 8\frac{1}{4}$

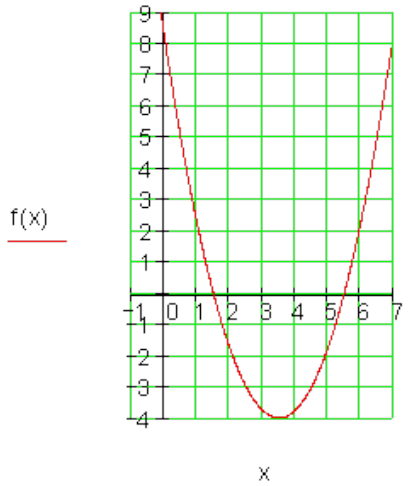
ککړی بڼه $y = f(x) = \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - 4$

ککړی $S\left(3\frac{1}{2} \middle| -4\right)$

صفرځایونه: $P_{x1}\left(1\frac{1}{2} \middle| 0\right); P_{x2}\left(5\frac{1}{2} \middle| 0\right)$

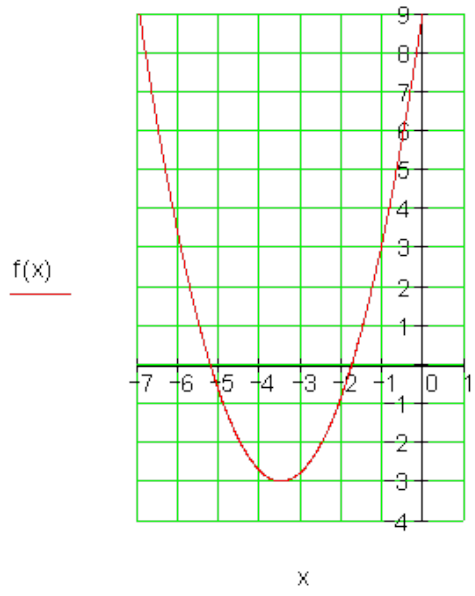
د y غوڅی. $P_y\left(0 \middle| 8\frac{1}{4}\right)$

پنځم: الف-



(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –



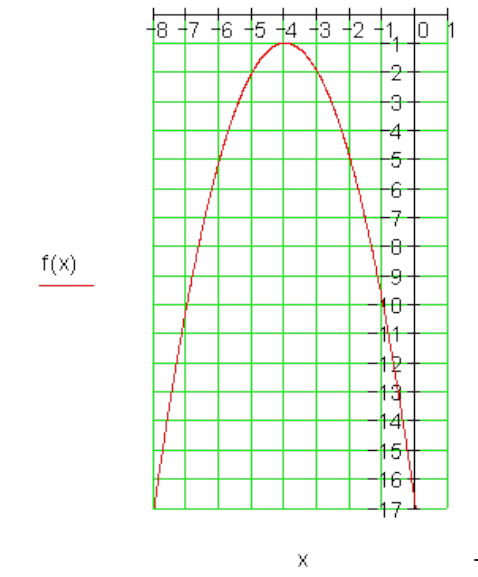
تابع : $y = f(x) = x^2 + 7x + 9\frac{1}{4}$

ککړی بڼه $y = f(x) = \left(x + \frac{7}{2}\right)^2 - 3$

ککړی $S\left(-3\frac{1}{2} \middle| -3\right)$

صفرځایونه: $P_{x1}\left(-3\frac{1}{2} - \sqrt{3} \middle| 0\right)$ $P_{x2}\left(-3\frac{1}{2} + \sqrt{3} \middle| 0\right)$

د y غوځی. $P_y\left(0 \middle| 9\frac{1}{4}\right)$



پ –

تابع : $y = f(x) = -x^2 - 8x - 17$

ککړی بڼه :

$y = f(x) = -(x+4)^2 - 1$

ککړی: $S(-4 \mid -1)$

صفرځایونه: نه شته

د y غوځی.

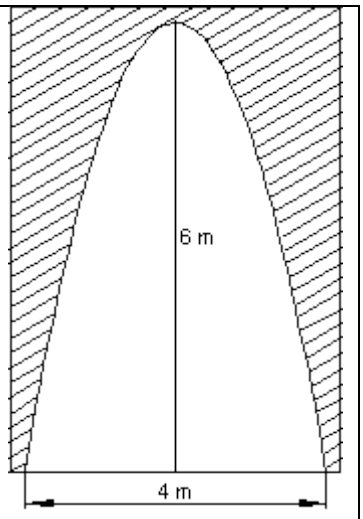
$P_y(0 \mid -17)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

د مربع مساوات تکست او د اسمعمال بېلګې برخه۱

لومړی –



یوه د ننوتلو دروازه د پارابول بڼه لري

هغه 6 m جګه او 4 m سروره ده

یو موټر 3 m سرور دی او 2,20 m جګ

کېدی شي دا موټر په دروازه ننوځي؟

پام اړونه: لومړی د پارابول د لیندې فرمول وشمېرئ.

دویم –

یو غشیویشتونکی غشی نیغولاړ پورته لور ته ولي. د غشي جګوالی h د وخت t په واکوالي کې داسې لیکل کیږي:

$$h(t) = -4t^2 + 15t + 2$$

h په متر او t په ثانیو

الف – مساوات $h(t) = 0$ حل کړئ او د حل معنا روښانه کړئ.

ب- د $h(t)$ ګراف وکاږئ.

پ- غشی له کوم وخت وروسته بیرته ویشتلجګوالي ($h = 0$) ته رسیږي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت –خورا لوی جګوال پیدا کړی، چې غشی ورته سیږي.

دریم – یو د تابع مساوات $f(x)=0,1.x^2$ سره پارابول جوړیږي.

له دې سره یو نوی پارابول منځ ته راځي.

اړونده تابعترم ورکړی، که دا دا لاندې ځیرونه یا تابع (ژباړونکی:په متن Abbildung د mapping په معنا دی، نو له دې امله زه ورته ځیرونه لیکم) وي:

الف – د x محور باندې هنداروونه.

ب- د y محور باندې هنداروونه.

پ – د مثبتx محور په لور په 3 واحده راکښنه.

ت – د کمیز یا منفي y محور په لور په 2 واحده راکښنه.

ټ – د4 ضریب سره د y په لور غزونه.

څلورم – د یوه فابریکوال ګټه د منځ ته راوړې ډېرې یا ستې په واک کې یو 2.درجه ټول راشنل یا هوښیار تابع دی.

په 50 ME (ډېرې یوون یا ستواحد) تولید سره ګټه صفر دی، د 150 ME لپاره ګټه ماکسیمال ده.

دا € 60000 ده.

د ګټې ترم د ګټې تابع وټاکی.

پنځم – یوه پارابول ډوله کوږ(منحني ډوله) پول یوه د غزیدا اوږدوالی 223 متره لري. یو ګرځنده غواړي د پول جګوال پیداکړي. دی د 1,2 متره واټن د پله تر پښه ټکي یا پیلټکي(د پښو پلونو(قدمونو) باندې کچ شوی) د پول کږه یا منحني2,0 متره جګ دی(د بدن د لویوالي کچې سره پرتله شوی).

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – د پول کږه ځومره خورالوی جګوالی لري؟

ب ـ دا پیدا شوی جګوالی په څو په سلو کي تغیر خوري، که ګرځنده د پښوپل اندازه کوني سره10 سانتي متره کم یا لږ اندازه کړی وي؟

ځوابونه

د مربع مساوات تکست او د اسمعمال بېلګي برخه۱

نتیجې او ځنې مفصل ځوابونه.

مفصل ځوابونه:

لومړی-د کواوردینات سرچینه یا پیل د پولکږې یا منحني په کښته کیڼ ګوډ اینسول کیږي.

$$S(2\,|\,6) \Rightarrow f(x) = a_2\,(x-2)^2 + 6$$

$$f(0) = 0 \Leftrightarrow 4a_2 = -6 \Rightarrow a_2 = -\frac{3}{2} = -1{,}5$$

$$f(x) = -\frac{3}{2}(x-2)^2 + 6 = -\frac{3}{2}x^2 + 6x$$

دا موټر 3 m سور ري. دا د پول د لاندې په منځ کي تیریږي، نو دا واټن د کیڼ لاندې ګوډ سره تر اوسه0,5 m دی. د پول د کږې یا منحني جګوال په دې ورشو کي پروت دی.

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{4} + 6\cdot\frac{1}{2} = \frac{21}{8} = 2{,}625$$

موټر مګر فقط 2,2 m جګ دی. دا د پله لاندې ځاییږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دويم - مفصل ځوابونه

الف -

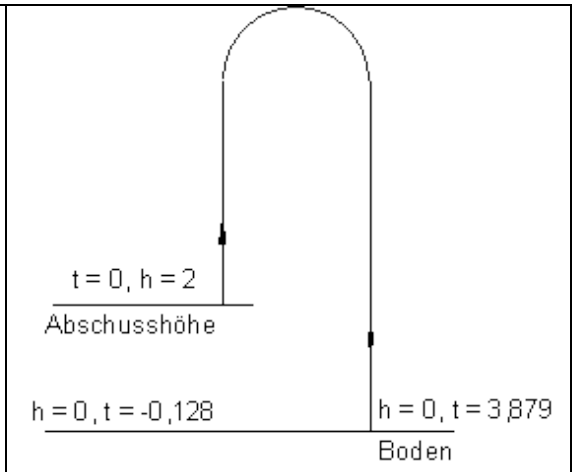
$$h(t) = -4t^2 + 15t + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow t^2 - \frac{15}{4}t - \frac{1}{2} = 0$$

$$\Rightarrow p = -\frac{15}{4};\ q = -\frac{1}{2} \Rightarrow D = \frac{257}{64}$$

$$t_1 = \frac{15}{8} + \sqrt{\frac{257}{64}} \approx 3,879$$

$$t_2 = \frac{15}{8} - \sqrt{\frac{257}{64}} \approx -0,129$$

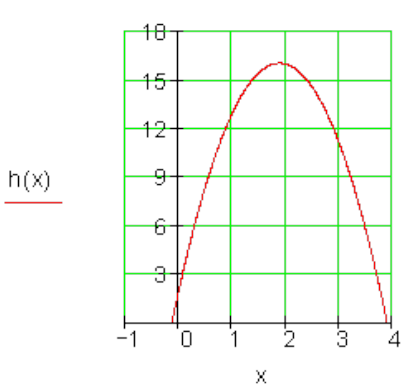


د دواړو ځوابونو غوره والی:

په t = 0 وخت کې غشی له يوه h = 2 m جګوالي څخه ويشتل کيږي.

له t = 3,879 s وخت وروسته غشی په ځمکه لويږي h = 0 .
که سړي دا غشی له خمکې له سر h = 0 څخه ويشتلی وی، نو ده به د لومړي 2 m لپاره 0,128 s وخت اړتيا لرلی.

ب –



(c) ketabton.com: The Digital Library

پ –

ایښوونه: $h(t)= 2$

$$\Leftrightarrow -4t^2+15t+2=2$$
$$\Leftrightarrow -4t^2+15t=0$$
$$\Leftrightarrow t(-4t+15)=0$$
$$\Rightarrow t_1=0\,;\,t_2=\frac{15}{4}=\underline{\underline{3,75}}$$

له $t = 3,75\ s$ وخت وروسته غشی د $2\ m$ متره وپشتلجګوالي ځخه بیرته په ځمکه پروت دی
خورا لویجګوالی په ککړی ټکي یا رأس کي.

ت - $t_s=\frac{t_1+t_2}{2}=\frac{15}{8}=1,875$ $\qquad h(t_s)=h\left(\frac{15}{8}\right)=\frac{257}{16}\approx 16,063$

له $1,875\ s$ ځخه وروسته خورا لوی جګوالي$16,063\ m$ ته رسیږي.

دریم - نتیجې

الف – $f(x)=0,1.x^2$ د x په محور هندارونه یا انعکاس. له د لاس ته راځي

$g(x)=-0,1.x^2$

ب –$f(x)=o,1.x^2$ د y په محور هندارونه یا انعکاس له دې لاس ته راځي

$$\Rightarrow g(x)=0,1\cdot x^2$$

له دې امله چې محور سیومتریک دی.

پ - $(x)=o,1.x^2$ په 3Eh د اوږدوالي یونونو یا واحدونو په مثبت x راکښنه .له دې لاس ته راځي: $\Rightarrow \underline{\underline{g(x)=-0,1\cdot(x-3)^2}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - $f(x)=o,1.x^2$ په 2Eh د اوږدوالي یونونو یا واحدونو په کمیز یا منفي y . له دې لاس ته راځي: $\Rightarrow \underline{\underline{g(x)=-0,1\cdot x^2-2}}$

ټ – $f(x)=o,1.x^2$ په y په 4 ضریب غزونه. له دې لاس ته راځي

$$\Rightarrow g(x)=4\cdot f(x)=\underline{\underline{0,4\cdot x^2}}$$

څلورم - (لاندې المانې:)

ماکسیموم د$S(150|60000)$ سره په ککړۍ ټکي پروت دی

(ککړۍ ټکیښه) $\Rightarrow G(x)=a_2(x-150)^2+60000$

$$G(50)=0 \Leftrightarrow a_2(-100)^2+60000=0 \Rightarrow a_2=-6$$
$$G(x)=-6(x-150)^2+60000=\underline{\underline{-6x^2+1800x-75000}}$$

پنځم –

الف - د پله د کږې یا منحني ټول اوږدوالی $s = 223\ m$ دی.

د y محور پول په دوه برابرو نیمو وېشي، داسې چې ښی پښه ټکی یا د ځمکې د سر ټکی په

$v = 111,5\ m$ پروت دی.

په لومړي حالت کې د پښه – یا ځمکې ټکي څخه واټن $1,2\ m$ دی، دا نو په

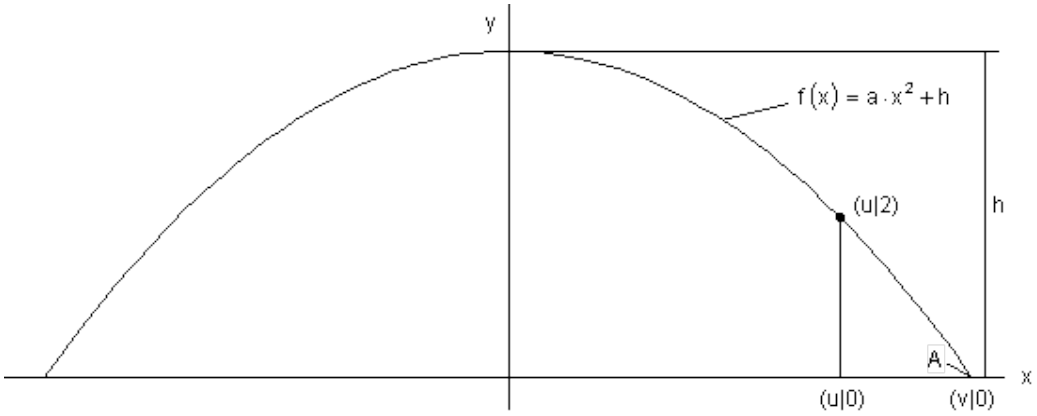
$u = 111,5\ m - 1,2\ m = 110,3\ m$

کې پروت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

هلته د پول کړه 2 m جګوالی لري.

داچې د ځمکې سر ټکي په دويم حالت کې لويدنه فقط 1,1 m بايد وي، نو موخه ور دی، چې شميرنه د متحولې يا اووښتونې u او v سره په ټوليزه توګه مخ ته بوځو. دا ټيک يا روښانه ارزښت وروسته کيښوول کيږي.



د پارابول تابعمساوات

$$f(x) = a \cdot x^2 + h$$
$$f(u) = 2 \Leftrightarrow a \cdot u^2 + h = 2 \quad (1)$$
$$f(v) = 0 \Leftrightarrow a \cdot v^2 + h = 0 \quad (2)$$

له (1) لاس ته راځي: $a \cdot u^2 + h = 2 \Leftrightarrow h = 2 - a \cdot u^2 \quad (3)$

ارزښت په(2) کې ځای په ځای کړئ

$$a \cdot v^2 + 2 - a \cdot u^2 = 0$$

د a پسې حل کړئ

ضريب a له نوکانو وباسئ $a \cdot v^2 - a \cdot u^2 = -2 \Leftrightarrow a \cdot u^2 - a \cdot v^2 = 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a\cdot\left(u^2-v^2\right)=2\Leftrightarrow a=\frac{2}{\left(u^2-v^2\right)}$$

په (3) کې کیږدی

$$h=2-\frac{2}{\left(u^2-v^2\right)}\cdot u^2=\underline{\underline{\frac{2v^2}{v^2-u^2}}}$$

Fall=حالت:

$$\text{Fall}: u=110,3 \quad v=111,5$$

$$h_I=\frac{2\cdot 111,5^2}{\left(111,5^2-110,3^2\right)}\approx\underline{\underline{93,419}}$$

ب –

Fall= حالت:

$$\text{Fall}: u=110,4 \quad v=111,5$$

$$h_{II}=\frac{2\cdot 111,5^2}{\left(111,5^2-110,4^2\right)}\approx\underline{\underline{101,886}}$$

کم زیاتیدنه په% نسبت و hi ته

$$h_{II}-h_I=101,886-93,419=8,467\Rightarrow p=\frac{8,467}{93,419}\cdot 100\approx\underline{\underline{9,06\%}}$$

د پله کږه یا منحني په لومړي حالت کې څه ناڅه $h_I = 93,419$ m جګوالی لري

په دویم حالت کې جګوالی څه نا څه $h_{II} = 101,886$ m دی.

د په سلو کې توپیر نسبت و h_I ته څه ناڅه 9,06% دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

د مربع مساوات متني يا تکست او د استعمال بېلګې

برخهII

لومړی: د يوه پارامتر تابعمساوات داسي ورکړل شوي دي: $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$ ::

الف- د ککرۍ ټکي بڼه وشميرئ.

ب- د محورغوځتکي وشميرئ.

پ پارابول دي داسي راکښل شي، چې هغه ټکی چې دy محور باندې د پارابول پروت ټکی له ټکي (1- | 3-) Pتير شي.

د راکښل شوې پارابل تابعمساوات g(x) څنګه دی؟

ت- دواړه پارابولونه چيرته غوځوي؟

ټ-دواړه پارابولونه په يوه مناسب کواوردیناتسیتم کې وکاږئ.

دويم: د يوې حجرې(کوټه ګۍ) کلتور په يوه بيالوژيکي معاينه کونه يا کتنه لاندې کچ ارزښتونه لاس ته راځي:

اړين وخت په ---------- د حجرې تجزيې تعداد	0 | 2 | 4 | 6 | 8 0 | 2 | 8 | 18 | 32

الف- تابعمساوات وشميرئ

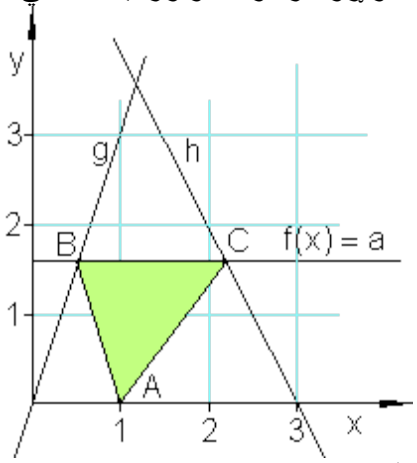
ب-ګراف يې په وه متاسب پروتولاړسيستم کې وکاږئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

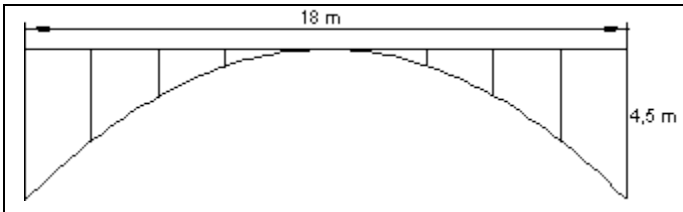
پ-له کو وخت وروسته 200 حجري وښني صورت مينډلی؟

ت- ځومره وخت پهېر کي نيسي، تر هغي چې1800 وښنو صورت نيولی وي؟

x محور ته غبرګه کرښه د $0 < a < 3$ لپاره د تابع مساوات$f(x) = a$ سره کرښه g په ټکي B او کرښه h په ټکي C کي غوځوي.
دA کواوردیناتونه (0 | 1) A دي.
ټکی A, B اوC د یوه درېګوډي یا مثلث د ګوډونو (زاویو یا کونجونو) ټکي دي.
a څنګه وټاکل شي، چې د مثلث سطحه خورا لوی ارزښت ولري؟
د دواړو کرښو د کواوردینات ټکي کیدی شي ولوستل شي.



څلورم: په څرګنده توګه د یوه ګړندي موټر د تیلو لګښت د موټر د چټکتیا یا سرعت په واک کي دی. د کچرنې له لارې تابعییزي - یا فنکشنالي اړیکي پیداکیږي.
باور لري: $K(v) = 0,002\ v^2 - 0,18\ v + 8,55$ د$v > 40$ لپاره.
دلته په دې معنا دي: K(v) د تیلو لګښت په Liter/100 km اوv چټکتیا په km/h .
الف- په کومه چټکتیا سره په سل کیلو متره ټیک اوه لیتره تیل لګیږي یا مصرفیږي.
ب- په کومه چټیا د تیلو لګښت خورا لږ دی؟
پنځم:

د یوه 18 m اوږده پول لپاره په 2 m واټن تکیه متي یا- پښي په کار دي. د ټولو متو یا پښو اوږدوالی وشمیرئ.	

(c) ketabton.com: The Digital Library

حلونه

د مربع مساوات تکست او د اسمعمال بېلګې برخه II

مفصل حلونه

لومړی:

الف-

$$f(x)=-\frac{1}{2}x^2+2x+1 \Leftrightarrow f(x)=-\frac{1}{2}\left(x^2-4x-2\right)$$

$$\Leftrightarrow f(x)=-\frac{1}{2}\left(x^2-4x+2^2-2^2-2\right) \Leftrightarrow f(x)=-\frac{1}{2}\left[(x-2)^2-4-2\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x)=-\frac{1}{2}\left[(x-2)^2-6\right] \Leftrightarrow f(x)=-\frac{1}{2}(x-2)^2+3 \Rightarrow S(2\,|\,3)$$

ب-

$$f(x)=-\frac{1}{2}x^2+2x+1 \Rightarrow f(0)=1 \Rightarrow P_y(0\,|\,1)$$

$$f(x)=0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2+2x+1=0 \;|\cdot(-2)$$

$$\Leftrightarrow x^2-4x-2=0$$

$$\Rightarrow p=-4;\ q=-2$$

$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=(-2)^2+2=4+2=6$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \;\Big|\; \begin{matrix} x_1=2+\sqrt{6} \\ x_2=2-\sqrt{6} \end{matrix}$$

$$\Rightarrow P_{x_1}\left(2+\sqrt{6}\approx 4,45\,|\,0\right)$$

$$P_{x_2}\left(2-\sqrt{6}\approx -0,45\,|\,0\right)$$

پ-د پارابول ټکی، چې د محور باندې پروت دی، (1 | 0)Pyدی. دا دې ټکي - | 3-) P (1 ته راکښل شي.

$$P_y(0\,|\,1) \underset{\text{Verschiebung}}{\rightleftarrows} P(-3\,|\,-1)$$

3-<-0 په دې یونه یا واحده کې لور ته راکښل شوی

(c) ketabton.com: The Digital Library

1->1 په دوه واحده کښته لور ته راکښل شوی.
که د پارابول یو ټکی دا رکښنه ولري، نو بیا د پارابول هر ټکی دا راکښنه لري، هم ککرۍ ټکی. د پارابول ککرۍ ټکی د تابع مساوات f(x) سره په دري واحده کين لور ته او په دوه واحده کښته لور ته راکښل کيږي، داسې چې له دې دراکښل شوي پارابول ککرۍ ټکی کيږي.
د پارابول ټکی، چې د y محور باندې پروت دی، Py(0 | 1) دی.
دا دې ټکي P (-3 | -1) ته راکښل شي.

$$S(2|3) \quad \underset{\text{3 EH nach links und 2 EH nach unten}}{\rightleftarrows} \quad S(-1|1)$$

د پورته المانې پښتو: په دري واحده کين او په دوه واحده لاندې لور ته.

$$\Rightarrow g(x) = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow g(x) = -\frac{1}{2}\left(x^2 + 2x + 1\right) + 1 = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{1}{2}$$

ت-

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1 = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{1}{2} \mid +\frac{1}{2}x^2$$

$$\Leftrightarrow 2x + 1 = -x + \frac{1}{2} \mid +x$$

$$\Leftrightarrow 3x + 1 = \frac{1}{2} \mid -1$$

$$\Leftrightarrow 3x = -\frac{1}{2} \mid :3$$

$$\Leftrightarrow x = x_S = -\frac{1}{6}$$

$$y_s = f(x_S) = f\left(-\frac{1}{6}\right)$$

$$\Leftrightarrow y_S = -\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{1}{6}\right)^2 + 2\cdot\left(-\frac{1}{6}\right) + 1$$

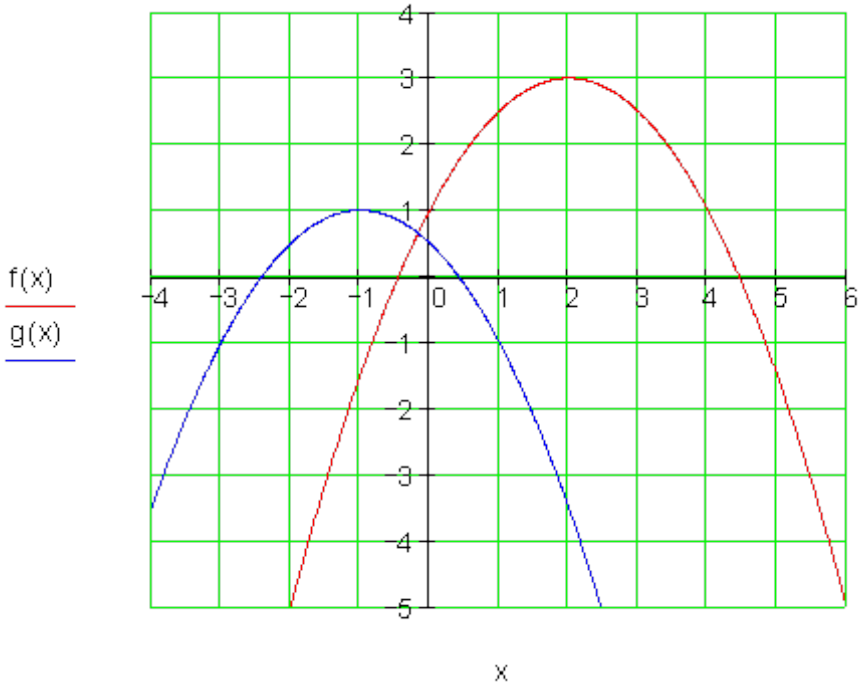
$$\Leftrightarrow y_S = -\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{36} - \frac{2}{6} + 1$$

$$\Leftrightarrow y_S = -\frac{1}{72} - \frac{24}{72} + \frac{72}{72} = \frac{47}{72}$$

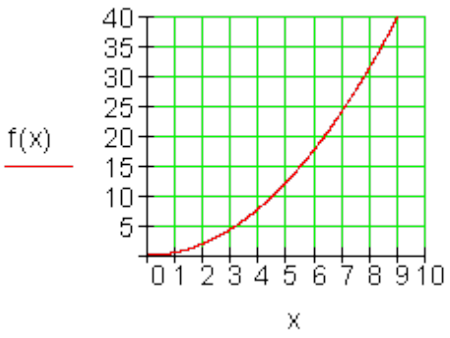
$$S\left(-\frac{1}{6} \approx -0{,}17 \;\middle|\; \frac{47}{72} \approx 0{,}65\right)$$ دپارابول غوځتکی:

ث-

(c) ketabton.com: The Digital Library



دويم:



وخت په ثانيو کې	0	2	4	6	8
د حجرې وېشنه	0	2	8	18	32

د تابع مساوات: $f(x)=\frac{1}{2}x^2$

د تابع مساوات د ازمايښت له لارې پداکيدی شي.

$f(x)=1800 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2=1800 \mid \cdot 2$

$\Leftrightarrow x^2=3600$

$\Leftrightarrow x=60$

$\Rightarrow$ 1800 Teilungen nach 60 h

$f(x)=200 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2=200 \mid \cdot 2$

$\Leftrightarrow x^2=400$

$\Leftrightarrow x=20$

$\Rightarrow$ 200 Teilungen nach 20 h

د المانې پښتو: د پسې وېشنه. مخامخ هم

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم:

$$g(x)=3x\,;\,h(x)=-2x+a_0$$

$$P(3\mid 0):\ h(3)=-2\cdot 3+a_0=0\Leftrightarrow a_0=6\Rightarrow h(x)=-2x+6$$

د مثلث یا درېګوډي سطحه: $A=\frac{g\cdot h}{2}=\frac{\overline{BC}\cdot a}{2}$

د ټکو B او C د x کواوردیناتو ټکي ټاکل کیږي.

B : د g(x) غوځی د f(x) سره: $g(x)=f(x)\Leftrightarrow 3x=a\Leftrightarrow x=\frac{a}{3}\Rightarrow B\left(\frac{a}{3}\mid a\right)$

C : د h(x) غوځی د f(x) سره :

$$h(x)=f(x)\Leftrightarrow -2x+6=a\Leftrightarrow x=3-\frac{5a}{6}\Rightarrow C\left(3-\frac{a}{2}\mid a\right)$$

واټن BC: $3-\frac{a}{2}-\frac{a}{3}=3-\frac{5a}{6}$

سطحه: $A=\frac{\overline{BC}\cdot a}{2}=\frac{\left(3-\frac{5a}{6}\right)\cdot a}{2}=-\frac{5}{12}a^2+\frac{3}{2}a=A(a)$

پارابول کښته لور ته واز دی.

صفرځایونه: $a\left(-\frac{5}{12}a+\frac{3}{2}\right)=0\Rightarrow a_1=0\,;\,a_2=\frac{18}{5}$

لومړی: ککرۍ ټکي کواوردینات: $\frac{a_1+a_2}{2}=\frac{0+\frac{18}{5}}{2}=\frac{9}{5}=1{,}8$

دویمه د ککرۍ ټکي کواوردینات: $A\left(\frac{9}{5}\right)=\frac{27}{20}=1{,}35$

د a=18 لپاره د درېګوډي یامثلث سطحه خورالویه (maxiaml) او په ربښتیا 1,35FE د سطحې یونونه یا واحدونه ده.

څلورم:

الف- د مانیپینتو: ،، د ... لپاره،،

$$K(v)=0{,}002v^2-0{,}18v+8{,}55\ \text{für}\ v>40$$

$$K(v)=7\Leftrightarrow 0{,}002v^2-0{,}18v+8{,}55=7\Leftrightarrow v^2-90v+775=0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$p=-90\,;\ q=775 \Rightarrow D=1250$$
$$v_1=45+\sqrt{1250}\approx 80,36$$

$v_2=45-\sqrt{1250}\approx 9,6$ د $v>40$ له امله په پوښتنه کې نه راځي .
د يوې چټکتيا 80,36 km/hi سره د لګښت .7 Liter/100 km دی.
ب –
ککړې ټکی خورا لوی يا ماکسيمال دی.

$$v_s=\frac{v_1+v_2}{2}=\frac{45+\sqrt{1250}+45-\sqrt{1250}}{2}=\underline{\underline{45}}$$
$$K(45)=0,02\cdot 45^2-0,18\cdot 45+8,55=\underline{\underline{4,5}}$$

د يوې چټکتيا 45 km/h سره دا لګښت خورا لږ او 4,5 Liter/ 100 km دی.د کواوردينات سرچينه د پول کرې يا منحني په ککره کې پرته ده.
$f(x)=a_2x^2$ د P(9|-4,5) سره لاس ته راځي:

$$f(9)=81a_2=-4,5 \Rightarrow a_2=-\frac{1}{18}$$
$$\underline{\underline{f(x)=-\frac{1}{18}x^2}} \quad \text{او}$$

د متو يا سنتو واټن له ککړې ټکي دي: $\pm 1\,;\pm 3\,;\pm 5\,;\pm 7\,;\pm 9$

$$f(1)=f(-1)=-0,056\,;\ f(3)=f(-3)=-0,5\,;\ f(5)=f(-5)=-1,389$$
$$f(7)=f(-7)=-2,722\,;\ f(9)=f(-9)=-4,5$$

د متو اوږدوالی د هر ۲ متو لپاره:
0,056m; 0,5 m ; 1,389m ; 2,722m ; 4,5m

پوښتنې

د مربع مساوات تکست او د اسمعمال بيلګې برخهIII

لومړی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

ترڅنګ جدول ته داتا:

پارابول: $f(x) = -x^2 + 4$

y محور ته غبرګ:

x=u د $(-1 \leq u \leq 2)$ سره

کربنه g له:

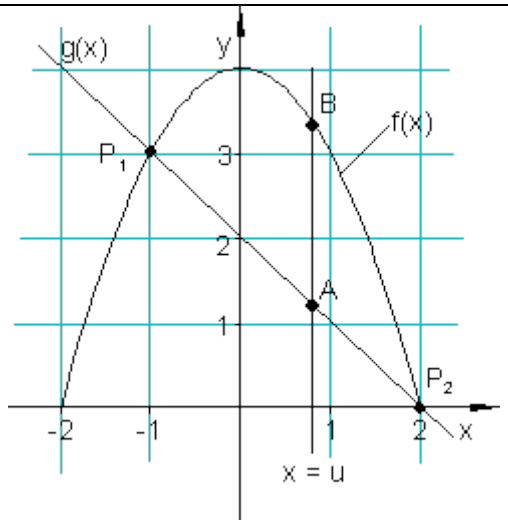
$P_1(-1|3); P_2(2|0)$

د u = 1 لپاره د A او B واټن

وشمیرئ

u څنګه وټاکو، چې د A او B

ترمنځ واټن خورا لوی شي؟



دویم: د یوه مال د تولید سره د ورځې ټول ارزښتونه د تولید شوې ډېرئ x په واکوالي یا تابعیت کې په لاندې ډول کره شوي:

$$K(x) = 0{,}125x^2 + 1{,}5x + 200\,;\ 0 \leq x \leq 90$$

فابریکه په هره دانه د خرڅلاو یو ثابت قیمت د € 14 پلان کړی.

الف- د ټول لګښت کرښه ږکاږئ او د خرڅلاو کرښه. $E(x) = 14x$

ب-شمیرنیز او ګرافیکي وټاکی، چې د کوم نرخ لپاره د تولید او خرڅلاو لګښت مساوي دی.

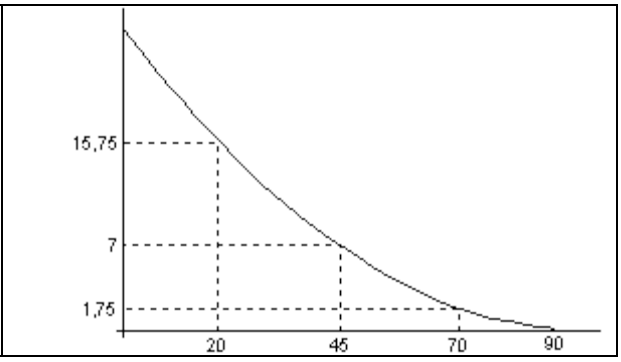
(د ګټې ځای په ځایوالی او د ګټې پوښ). $G(x) = E(x)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ-د کوم تولید دانو تعداد لپاره ګټه خورا لویه ده؟ $G(x) = E(x) - K(x)$

په پورته کې: ګټه $G(x)$ ، خرڅلاو $E(x)$ ، ټول لګښت $K(x)$

دریم: څېره د ټوپ مایله(د واورو د ټوپ لپاره، چې مایله جوړیږي Sprungschanze) ښایي. کچاندازه په m له څیرې راونیسئ



الف- د منډې نخښې(کرې) تابع مساوات پیدا کړئ
ب- د منډپاڼای د خورا ټیټ او خورا جګ ټکي کمښت یا فرق وټاکئ.

څلورم:

v	30	40	80
BV	6,25	6,2	7,0

V چټکتیا او په V چټکتیا د تیلو لګښتB

په یوه ازمایښت کربنه(سرک یا لار) کچیږي، چې یوه لارې په برابره پاتې چټکتیا لږوي یا مصرفوي. د تیلو لګښت BV (بنزین لګښت Benzinverbrauch BV) (په Liter / 100 km)
په واک کې یا تابع دی.

الف- د بنزین لګښت$BV(v)$ (دا په دې معنا، چې د بنزین لګښت د چټکتیا یا سرعت په واک کې یا تابع دی) لپاره تابع ترم وټاکئ.
ب- که منځنۍ چټکتیا 120 km / h وي، نو څومره تیل به ولږیږي؟
پ- په کومه چټکتیا لګښت ټیک 8 Liter / 100 km دی.
ت- په کومه چټکتیا لګښت خورا لږ دی؟

حلونه

د مربع مساوات تکست او د اسمعمال بېلګې برخه **III**

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل حلونه

لومړی:

$f(x)=-x^2+4;g(x)=-x+2$

د ټکو A او B کواوردیناتونه: $A(u|g(u);B(u|f(u))$

د ټکو A او B ترمنځ واټن:

$A(u)=f(u)-g(u)=-u^2+4-(-u+2)=-u^2+u+2$

د $u=1$ لپاره باور لري: $A(1)=-1^2+1+2=2$

خورا لوی واټن د $A(u)$ د ککړی ټکي له لارې ټاکل کیږي

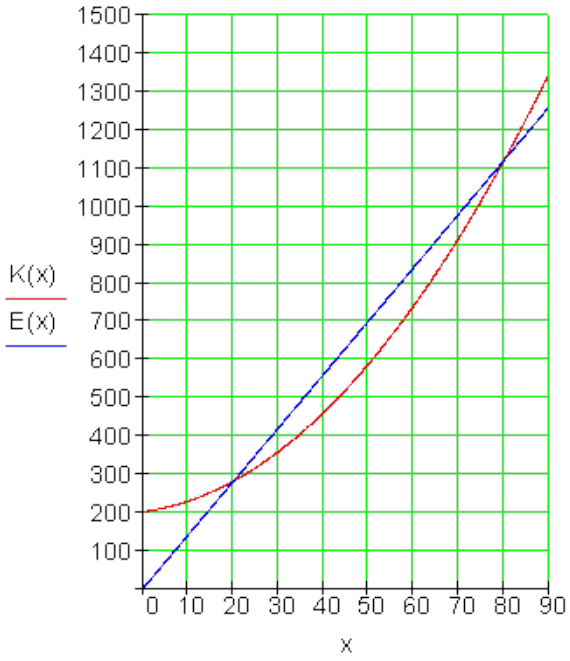
$$A(u)=-u^2+u+2=-\left[u^2-u-2\right]=-\left[u^2-u+\left(\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2-2\right]$$

$$=-\left[\left(u-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}\right]=-\left(u-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{9}{4}\Rightarrow S\left(\frac{1}{2}=0,5\;\middle|\;\frac{9}{4}=2,25\right)$$

د $u=0$ لپاره خورا لوی واټن 2,25LE (د اوږدوالي یوونونه یا واحد..) دی.

دویم:

الف- $K(x)=0,125x^2+1,5x+200\,;\,0\le x\le 90\,;\,E(x)=14x$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

د ګټې ځای په ځایوالیNS له ګراف څخه ولولئ:NS(20|280)

د ګټې پوله له ګرافیک څخه ولولئ:NS(80|1120)

شمیرنیز ځواب:

$$K(x)=E(x)\Leftrightarrow x^2-100x+1600=0$$

$$\Rightarrow x_1=80\,;\,E(80)=1120\Rightarrow NG(80\,|\,1120)$$

$$x_2=20\,;\,E(20)=1120\Rightarrow NS(20\,|\,280)$$

$$G(x)=E(x)-K(x)=-\frac{1}{8}x^2+\frac{25}{2}x-200$$

پ – ګټه:

$G(x)$ یو کښته لور ته واز پارابول دی.

$$G(x)=-\frac{1}{8}x^2+\frac{25}{2}x-200=-\frac{1}{8}\left[x^2-100x+1600\right]=-0,125\,(x-50)^2+112,5$$

د یوه x=50 دانوتعداد لپاره ګټه خورا لویه یا ماکسیمال(112,50€) ده.

دریم: الف –

$$P_1\,(20\,|\,15,75):\quad f(20)=400a_2+20a_1+1a_0=15,75$$

$$P_2\,(45\,|\,7):\quad f(45)=2025a_2+45a_1+1a_0=7$$

$$P_3\,(70\,|\,1,75):\quad f(70)=4900a_2+70a_1+1a_0=1,75$$

a_0	a_1	a_2	
1	20	400	15,75
1	45	2025	7 II – I
1	70	4900	1,75 III – I
1	20	400	15,75
0	25	1625	–8,75
0	50	4500	–14 III – 2·I
1	20	400	15,75
0	25	1625	–8,75
0	0	1250	3,5

$$1250a_2=3,5\Rightarrow a_2=\underline{0,0028}$$

$$25a_1+1625\cdot 0,0028=-8,75$$

$$\Rightarrow a_1=\underline{-0,532}$$

$$a_0+20\cdot(-0,532)+400\cdot 0,0028=15,75$$

$$\Rightarrow a_0=\underline{25,27}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=0,0028x^2-0,532x+25,27}}$$

$$f(0)-f(90)=25,27-0,07=\underline{\underline{25,2}}$$

ب – د جګوالي توپیر:

د منډې ځای د خوراجګ او خورا ټیټ ټکي کمښت یا فرق 25,2 m دی.

ځلورم: الف-

(c) ketabton.com: The Digital Library

$BV(v) = a_2x^2 + a_1x + a_0 \quad P_1(30\,|\,6,25);\ P_2(40\,|\,6,2);\ P_3(80\,|\,7)$

$BV(30) = 900a_2 + 30a_1 + 1a_0 = 6,25$

$BV(40) = 1600a_2 + 40a_1 + 1a_0 = 6,2$

$BV(80) = 6400a_2 + 80a_1 + 1a_0 = 7$

a_0	a_1	a_2	
1	30	900	6,25
1	40	1600	6,2 II − I
1	80	6400	7 III − I
1	30	900	6,25
0	10	700	−0,05
0	50	5500	0,75 III − 5 · II
1	30	900	6,25
0	10	700	−0,05
0	0	2000	1

$2000a_2 = 1 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = 0,0005}$

$10a_1 + 700 \cdot 0,0005 = -0,05$

$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = -0,04}$

$a_0 + 30(-0,04) + 900 \cdot 0,0005 = 6,25$

$\Leftrightarrow \boxed{a_0 = 7}$

$\underline{\underline{BV(v) = 0,0005v^2 - 0,04v + 7}}$

ب-

$v = 120 : \Rightarrow BV(120) = 0,005 \cdot 120^2 - 0,04 \cdot 120 + 7 = 9,4$

د 120 km/h چټکتیا سره لګښت 9,4 Liter/100 دی.

پ-

ایښوونه: $BV(v) = 0,0005v^2 - 0,04v + 7 = 8$

$\Leftrightarrow 0,0005v^2 - 0,04v - 1 = 0 \Leftrightarrow v^2 - 80v - 2000 = 0$

$\Rightarrow v_1 = 100\,;\ v_2 = -20$

د v = 100 km/h چټکتیا سره د تیلو لګښت 8 Liter/100 km دی.

ت-خورا لږ لګښت په غوځتکي کې دی.

$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{100 - 20}{2} = 40$

د ککړی x کواوردینات:

$BV(40) = 6,2$

د 40 km/h چټکتیا سره د تیلو لګښت 6,2 Liter/100 km دی. دا هغه خورا لږ لګښت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.11-اقتصادي توابع يا بلواک (لګښتشميرنه)

اقتصادي توابع

د يوه تيوپيکي يا نمونه ييزې بيلګې په مرسته به اقتصادي ستونځې د کربنيزو او مربعيزو يا څلورې يزو توابعو سره حل شي.

لګښتتابع: $K(x)=0,2x+1,6$ کربنه.

خرڅلاوتابع: $E(x)=-0,2x^2+2x$ پارابول، پورته لور ته واز.

ګټه تابع دی: $G(x) = E(x) – K(x)$ خرڅلاو تابع – لګښتتابع

ګټه تابع: $G(x)= -0,2x^2+1,8x-1,6$

ماکسيما يا خورا زيات خرڅلاو:

$E(x) = -0,2x^2 + 2x$ $= -0,2\left[x^2 + 10x\right]$ $= -0,2\left[\left(x^2 - 10x + 25\right) - 25\right]$ $= -0,2\left[(x-5)^2 - 25\right]$ $= -0,2(x-5)^2 + 5$ (Scheitelpunktform) ککرۍ ټکي بڼه	د خورا جګ خرڅلاو ډېرۍ يا ست او دا ماکسيمال خرڅلاو لاس ته راوړل کيږي، که خرڅلاو تابع**E(x)** ترم ککرۍ ټکي بڼې ته لاړ شي چې له هغې ککرۍ ټکی لوستل کيږي.

د توليد-يامنځته راوړنې ډېرۍME 5 (د ډېرۍ يوون يا واحد) سره د GE 5(ګټه تابع) سره خرڅلاو ماکسيمال دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خرڅلاو درېدنه یا ځای په ځایپاتي کیدنه او د خرڅلاو پوله:

$E(x) = 0$ $\Leftrightarrow -0,2(x-5)^2 + 5 = 0$ $\Leftrightarrow (x-5)^2 - 25 = 0$ $\Leftrightarrow (x-5)^2 = 25$ $\Leftrightarrow \lvert x-5\rvert = 5$ $\Leftrightarrow x = 0$ یا $x = 10$	د یوې فابریکې د خرڅلاو درېدنه یا ځای په ځایپاتي کیدنه او د خرڅلاو پوله هغه ځایونه دي، چې په هغو کې خرڅلاو صفر وي. یعنې مساوات $E(x) = 0$ حل کیږي.

د خرڅلاو درېدنه یا ځای په ځای پاتي کیدنه په 0 ME (ډېرۍ واحد) کې ده او د خرڅلاو پوله په 10 ME (ډېرۍ واحد) کې ده.

د ګټې درېدنه او د ګټې پوله:

$G(x) = 0 \Leftrightarrow -0,2x^2 + 1,8x - 1,6 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 9x + 8 = 0$ $p = -9\,;\ q = 8 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{81}{4} - \frac{32}{4} = \frac{49}{4}$ $\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2}$ $\Rightarrow x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left\lvert \begin{array}{l} x_1 = \frac{9}{2} + \frac{7}{2} = 8 \\ x_1 = \frac{9}{2} - \frac{7}{2} = 1 \end{array} \right.$	د یوې فابریکې د ګټې درېدنه او د ګټې پوله هغه ځایونه دي، چې په هغو کې ګټه صفر دی. نو مساوات $G(x) = 0$ حل کیږي.

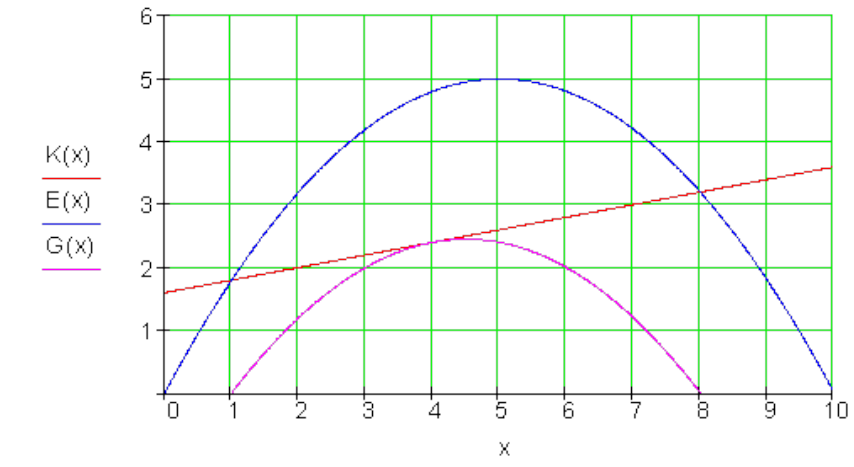
(c) ketabton.com: The Digital Library

د ګټې درېدنه په 1 ME (ډېرۍ یوون) کې او د ګټې پوله په 8 ME کې.

$G(x) = -0,2x^2 + 1,8x - 1,6$ $= -\frac{1}{5}x^2 + \frac{9}{5}x - \frac{8}{5}$ $x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{8+1}{2} = \frac{9}{2}$ $y_s = G(x_s) = G\left(\frac{9}{2}\right)$ $= -\frac{1}{5}\left(\frac{9}{2}\right)^2 + \frac{9}{5}\cdot\frac{9}{2} - \frac{8}{5} = \frac{49}{20}$ $= -\frac{1}{5}\left(x - \frac{9}{2}\right)^2 + \frac{49}{20}$ (Scheitelpunktform) ککرۍ ټکي بڼه	دګټې ماکسیموم: د منځ ته راوړې ډېرۍ خورا لوړه ګټه لاس ته راړل کیږي، چې د ګټې تابع ترم په ککرۍ ټکي بڼې ته یووړل شي چې له هغې ککرۍ ټکی لوستل کیږي.

د 4,5 ME (ډېرۍ واحد) ډېرۍ تولید سره ګټه د 2,45 GE (د ګټې یوونو یا واحد)سره خورا لوړه یاماکسیما ده.

ګراف:



(c) ketabton.com: The Digital Library

د نتيجو ټولګه:

د5 ME (ډېرې واحد) لرلو ډېرې سره د 5 GE سره خرڅلاو خورا لوی دی.

د خرڅلاو درېدنه په 1 ME کې پرته ده او خرڅلاو په 10 ME کې.

د ګټې درېدنه په 1 ME کې پرته ده او د ګټې پوله په 8 ME کې.

د 4,5 ME ډېرې لرلو سره ګټه د 2,45 GE سره خورالویه ده.

ټولګه:

تابعمساوات

د تابع مساوات دا بڼه لري: $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$

داسې تابع مربع تابع یا څلورې بلواک بلل کیږي او یا هم د دویمې درجې ټول هوښیار تابع. ګرافونه یې پارابولونه بلل کیږي.

ککرۍ ټکي ککرۍ ټکي بڼه

په ټولیزه توګه باور لري:

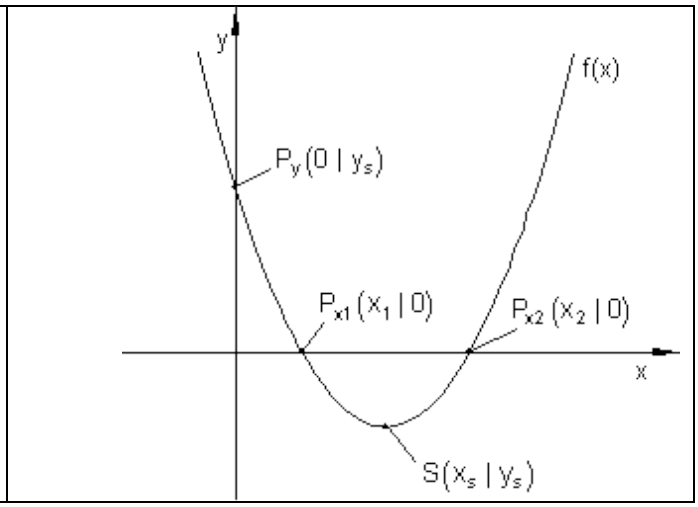
د یوه پارابول تابعمساوات یا برابرون دی، چې ککرۍ $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ ټکی $S(x_s | y_s)$ لري،داسې چې $f(x) = a_2(x - x_s)^2 + y_s$ د تابعمساوات ککرۍ ټکی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

محور غوځتکي:

$P_y(0 \mid y_s) \Rightarrow y_s = f(0)$

$P_{x_i}(x_i \mid 0) \Rightarrow f(x_i) = 0$



د سیومتري څیرنه په څیره شوي پارابول کي جي د محورونو سیومتریک دي ، د y

په څیره شوي پارابول کي جي د محورونو سیومتریک دي ، د y

محور سره غبرګ

د ککرۍ ټکي له لاري تیریږي.

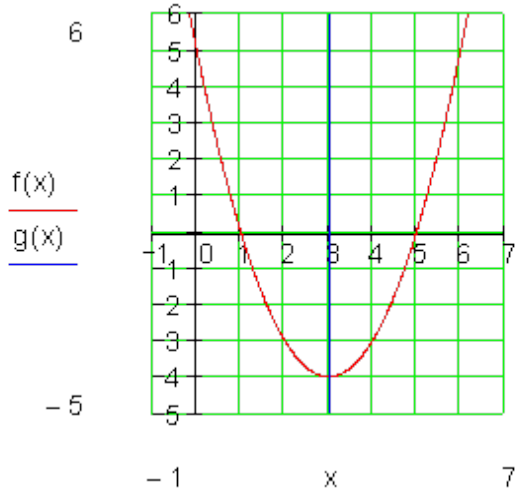
دا د ټول غبرګو لپاره باور لري.

د سیمتری محور مساوات چې د ککرۍ ټکي څخه تیریږي $S(x_s \mid y_s)$ دي

$x = x_s$ دلته $x = 3$.

صفرځایونه هم سیمتري محور ته سیمتریک دي.

دا په دي معنا چې د څرګند صرځایونو څخه د x ارزښتونه شمیرل کیدی شي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

له صفر ځايو څخه د ککرۍ ټکي شميرنه

صفرځايونه $x_1; x_2$ څرګند دي: له دط لاس ته راځي

$$\Rightarrow x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow S(x_s \mid f(x_s))$$

د **p-q** - فرمول، ديسکريمينانتونه او د حلونو ډېرۍ يا ست

د مربع مساوات نورمال بڼه: $f(x) = x^2+px+q$

فرمول: $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ ديسکريمينانت: $D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$

p-q- فرمول

د D ديسکريمينانته د مربع مساوات د حلونو تعداد په ګوته کوي.

$$x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D} \quad \vee \quad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D}$$

دوه د حلونو توکي يو د حل توکی(ډبل حل) کوم حل توکی نه شته	$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1 ; x_2\}$ $D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$ $D < 0 \Rightarrow L = \{\ \}$

د ويتا جملهDer Satz von Vieta

که x1 اوx2 د مربع مساوات x^2+px+q حلونه وي، نو وييتا د ريښي جمله باور لري:
x1+x2=-p او x1.x2=q

صفرځايونه او کربنيز ضريبونه

x1 اوx2 د مربع تابع صفرځايونه د لاندې تابع مساوات سره:

$$f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$$

نو کيدی شي چې سړی د تابع مساوات د کربنيزو صريبونو په ډول وليکي:

$$f(x) = a_2 \underbrace{(x - x_1)}_{\text{Linearfaktor}} \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Linearfaktor}}$$

کربنيز ضريب

(c) ketabton.com: The Digital Library

د صفرضرب جمله
ضرب ټیک هلته صفر دی، که د صریبونو څخه یو یې صفر وي.

$(x+a)(x+b)=0 \Leftrightarrow x_1=-a$ او $x_2=-b$

بیلګه:
(x-2)(x+1)=0<=> x1=0; له دې لاس ته راځي او پهځت یا برعکس x1=2 او x2=-1
x(x+3)=0 له دې لاس ته راځي او په څټ x1=0 او x2=-3

د کربنې او پارابول غوځتکی

اینبوونه: د تابع مساواتو برابراینبوونه (x)=g(x) له دې لاس ته مربع مساوات راځي که:

پارابول او کربنهپه دوه ټکو کې سره غوځوي	$D>0: \Rightarrow$
پارابول او کربنهسره په یوه ټکي کې لمسوي.	$D=0: \Rightarrow$
پارابول او کربنه سره گډ ټکي نه لري.	$D<0: \Rightarrow$

$f(x)-g(x) \Rightarrow$

له دې لاسته راخي کربنیز مساوات له دې لاس ته راځي پارابولونه یو غوځتکی لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.12-توان- يا پوتنځ توابع

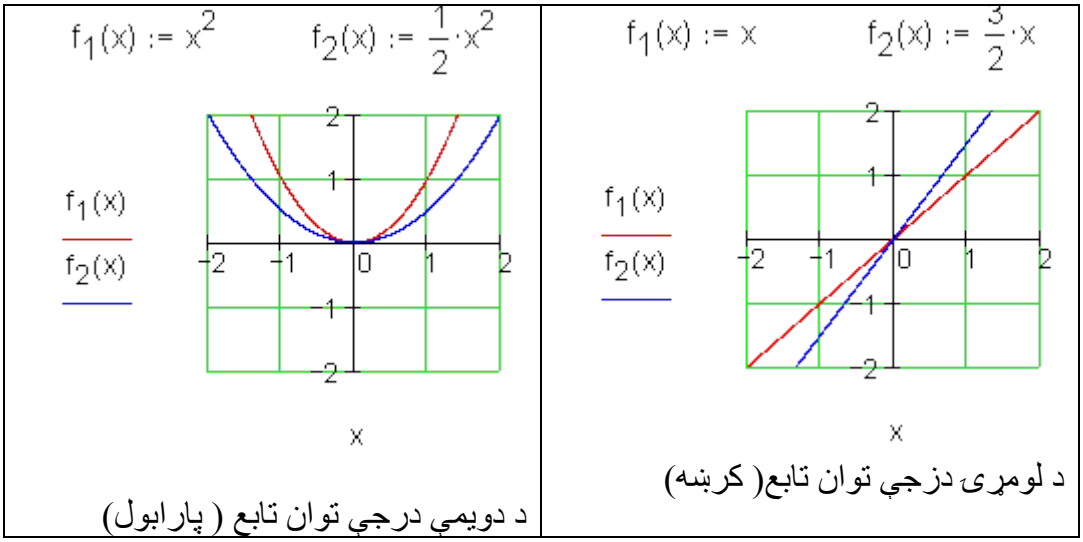
توان توابع

تعريف:

يوه تابع د تابع مساوات $f(x) = a_n x^n \quad ; n \in \mathbb{N} \quad ; a_n \in \mathbb{R}$ سره پوتنځ تابع بلل کيږي.

د n اکپوننت يا جګعدد د پوتنځ تابع درجه ټاکي او ضريب anد ګراف بڼه يا فورم او هغه د بڼي ضريب بلل کيږي.

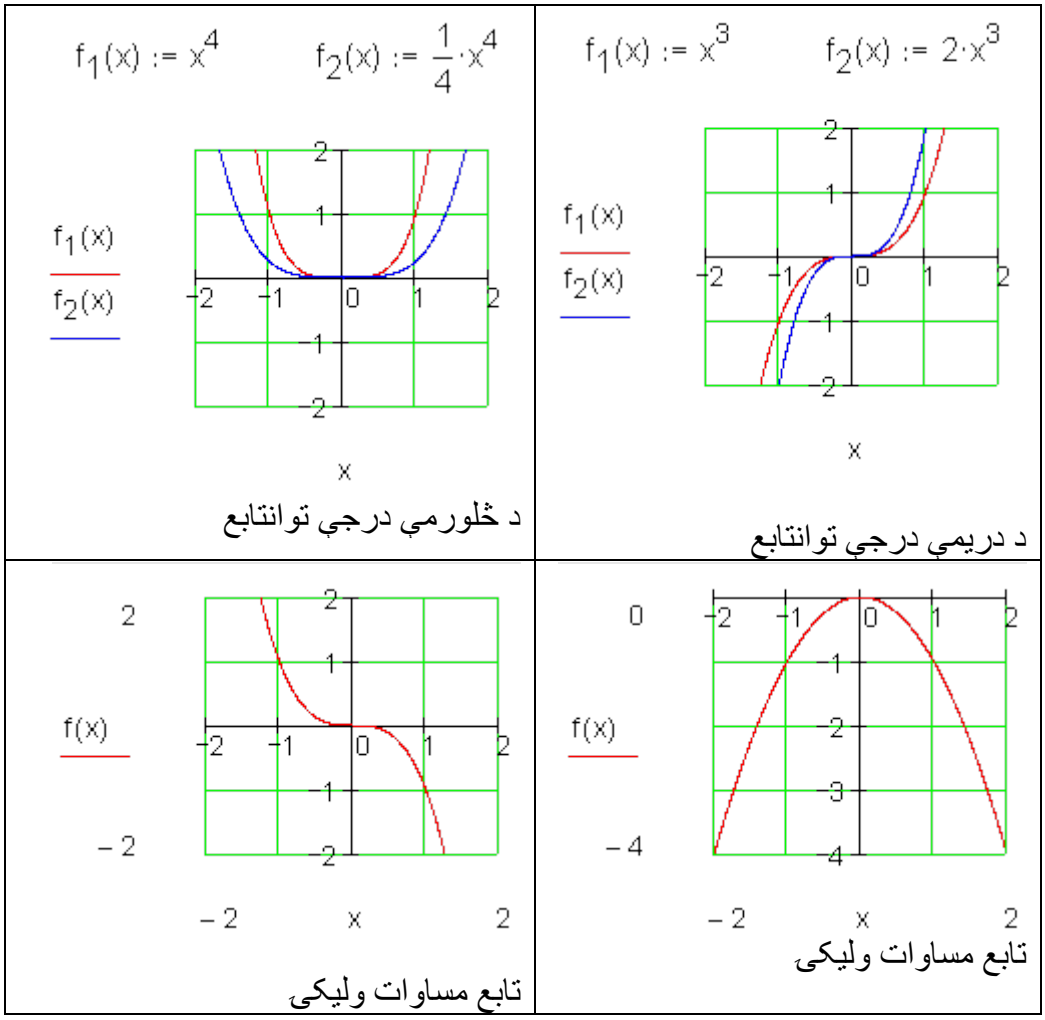
بيلګې:



د لومړی دزجې توان تابع(کربنه)

د دويمې درجې توان تابع (پارابول)

(c) ketabton.com: The Digital Library



لاندې پوښتنې ځواب کړی:

ب – د n درجه او د a_n مخنښه د ګراف په تلنه کومه اغیزه لري؟

پ – د پوتنځ تابع n درجه د ګراف په سیومتري کومه اغیزه لري؟

ت – د پوتنځ تابع د n په واکولي او د a_n مخنښې له امله کوم ارزښتست(ارزښتډېرې) لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ - د a_n مطلق ارزښت د ګراف په تلنه کوم اِیز لري؟

ځوابونه لږ وروسته راځي.

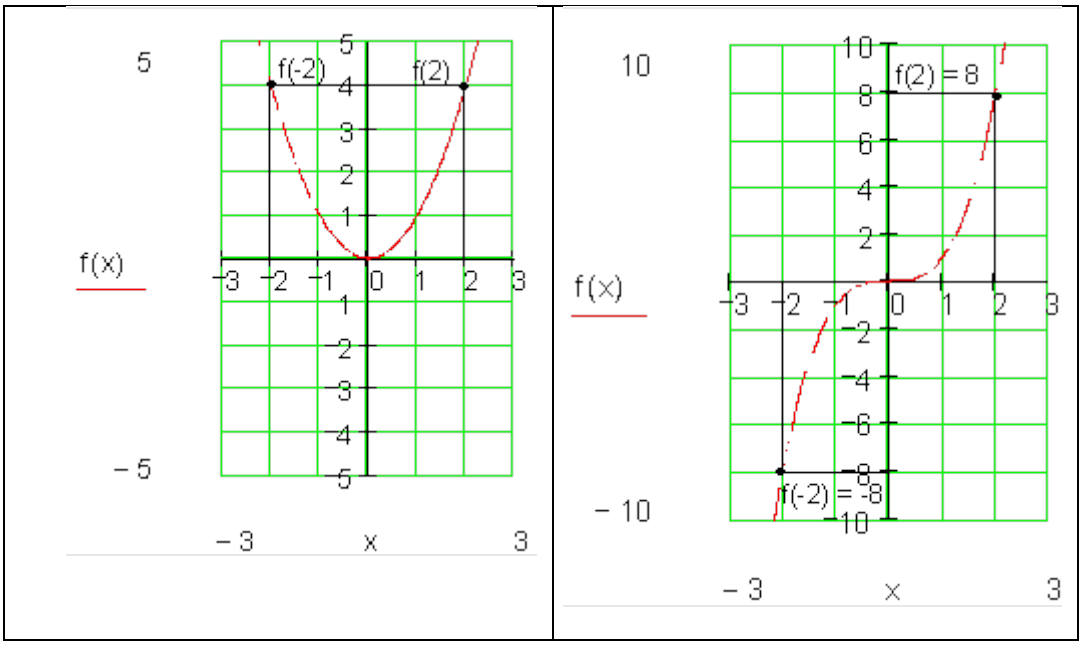
سیومتري

په سیومتري څنګه قضاوت کیدی شي، که څوک فقط د یوه توان(پوتنځ) تابع تابع مساوات پیژني؟

د دې لپاره د لاندې توابعو ګرافونه کاږو:

$f(x)=x^2$ او $f(x) = x^3$

او تابع د $x=-2$ او $x=2$ په ځایونو کې تر څیړنې لاندې نیسو.



(c) ketabton.com: The Digital Library

ګومان مو نږدې دی چې لاندې باور لري:

دx د جوړه جګعدد سره د تابع ارزښتونه برابر دي. دا په دې معنا چې :

محورسیمتریک، نو $f(-x) = f(x)$

د x ناجوړه(طاقو) جګعددونو لپاره د تابع ارزښت برابر مطلق قیمت لري، مګر متضادې مخنخښې لري.

دا په دې معنا چې:

ټکی سیومتریک، نو $f(-x) = -f(x)$

دا اړیکې د ټولو تانتوابعو لپاره باور لري (بې له ښوونې).

د یوه توان - یا طاقت تابع محورسیومتریک دی، که د ټولو $x \in D_f$ لپاره باور ولري: $f(-x)=f(x)$

د یوه توانتابع ګراف ټکی سیمتریک دی،که د ټولو $x \in D_f$ لپاره باور ولري $f(-x)= - f(x)$

ټولګه:

د $a_n > 0$ لپاره باور لري:

ټول تواان توابع د جوړه جګعدد سره محور سیومتریک دي. دا له II د I. ځلورمې ته ځغلي(خوزي).

ټول توانتوابع د ناجوړه(طاق) جګعدد سره ټکیسیومتریک دي. دوی له III.او I. ځلورمې(ربع) ته ځغلي(خوزي).

د ټولو $0 <$ لپاره باور لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټول تواان توابع د جوړه جګعدد سره محور سیومتریک دي. دا له III د IV. ځلورمې ته ځغلي(خوزي).

ټول توانتوابع د ناجوړه(طاق) جګعدد سره ټکیسیومتریک دي. دوی له II.او IV. ځلورمې(ربع) ته ځغلي(خوزي).

پوښتو ته ځوابونه:

و الف ته : ټول ګرافونه له ټکي (0 | 0) تیرېږي.

و ب ته : n جوړه او $an > 0$: ګراف له II و I ته ځغلي.

: n نا جوړه او $an < 0$: ګراف له III و IV ته ځغلي.

n جوړه او $an > 0$: ګراف له III و I ته ځغلي.

: n نا جوړه او $an < 0$: ګراف له II وIV ته ځغلي.

و پ ته - n جوړه: ګراف محور ته سیمتریک دی.

n ناجوړه: ګراف د کواوردینات بیل یاسچې‌نې ته سیومتریک دی(ټکی سیمتریک).

و ت ته: n جوړه او $a_n > 0$: $f(x) \geq 0$ فقط مثبت تابع ارزښتونه شتون لري د صفر سره.

n جوړه او $a_n < 0$: $f(x) \leq 0$ فقط منفي تابع ارزښتونه شتون لري د صفر سره.

د n ناجوړه او $a_n > 0$: ارزښتپېرۍ $W = IR$

n ناجوړه او $a_n < 0$: ارزښت ډېرۍ $W = IR$.

و ټ ته : ضریبan د همغه د ګراف بڼه ټاکي(غزېدلی یا کیکاګل شوی)له دې امله دا د بڼې صریب هم بلل کیږي. د مخنخبنې تغیر د x محور باندې د هنداروني یا منعکسوني اغیزه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرینونه:

د توان تابع خویونه.

د لاندې توانتوابعو درجه وټاکی، په سیمتریکي حالت، د ګراف په تلنه او او ارزښت دپرې يې یوه وینا وکړې د د هر ګراف يې په پروت ولاړسیستم (کواوردینات سیستم) کې رسم کړې.

لومړی - $f(x)=-\frac{1}{2}x^2$ دویم - $f(x)=\frac{1}{4}x$

دریم - $f(x)=-\frac{1}{10}x^4$ څلورم - $f(x)=\frac{1}{5}x^3$

پنځم - $f(x)=-\frac{1}{10}x^5$ شپږم - $f(x)=-\frac{1}{2}x$

اوم - $f(x)=-\frac{1}{10}x^3$ اتم - $f(x)=2x^2$

نهم - $f(x)=\frac{1}{5}x^4$ لسم - $f(x)=-\frac{2}{5}x^4$

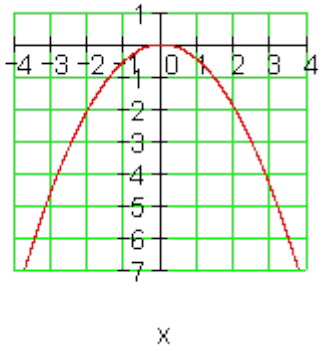
ځوابونه :

د ټول هوښیار یا راشنل اعدادو توابع **I (د توان توابع)**

نتیجې:

لومړی:

(c) ketabton.com: The Digital Library



$f(x)=-\frac{1}{2}x^2$

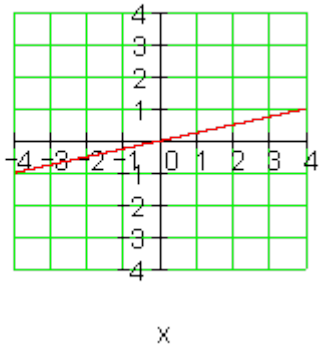
درجه=۲

ټکی سیومتریک

تلنه له III و IV ته

ارزښتډپرس(ست): $\mathbb{R}^-$

دویم:



$f(x)=\frac{1}{4}x$

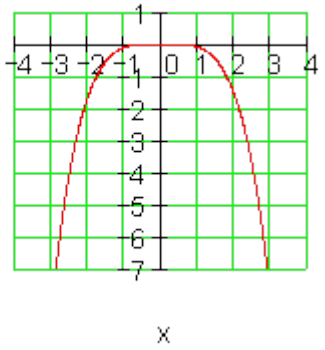
درجه=1

ټکی سیمتریک

تلنه له III و I ته

ارزښتډپرس(ست):R

دریم:



$f(x)=-\frac{1}{10}x^4$

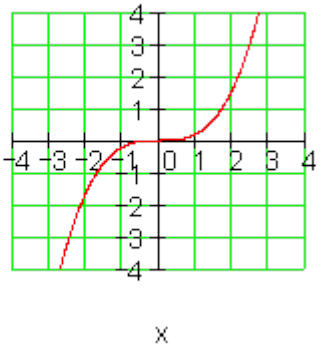
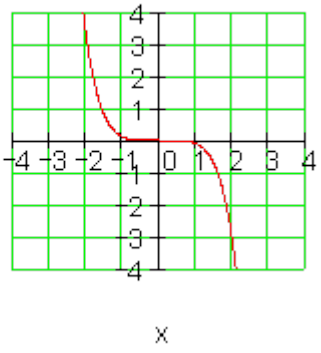
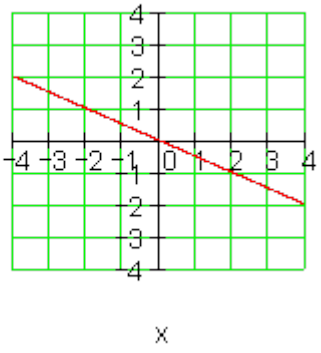
درجه=۴

ټکی سیمتریک

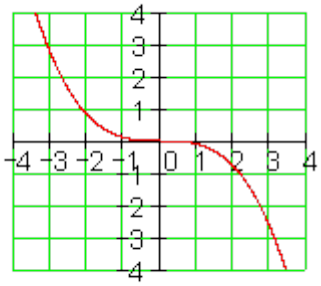
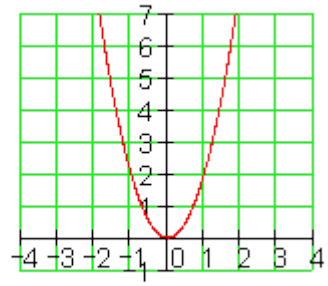
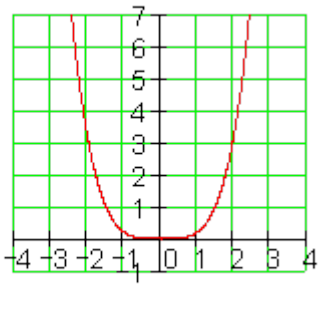
تلنه له III وIV ته

ارزښتډپرس(ست): $\mathbb{R}^-$

(c) ketabton.com: The Digital Library

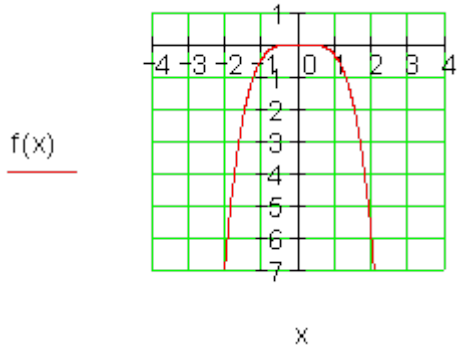
څلورم:  	$f(x)=\frac{1}{5}x^3$ درجه=۳ تکی سیمتریک تلنه له III و I ته ارزښتپرس(ست):R
پنځم:  	$f(x)=-\frac{1}{10}x^5$ درجه=۵ تکی سیومتریک تلنه له II وIV ته ارزښتپئس(ست):R
شپږم:  	$f(x)=-\frac{1}{2}x$ درجه= ۱ تکی سیومتریک تلنه له II و IV ته ارزښتپرئ(ست):R

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم: 	$f(x) = -\frac{1}{10}x^3$ درجه= ۳ تکی سیمتریک تلنه له II و IV ته ارزښتپرس(ست):R
اتم: 	$f(x) = 2x^2$ درجه=۲ تکی سیمتریک تلنه له II و I ته ارزښتپرس(ست): $\mathbb{R}^+$
نهم: 	$f(x) = \frac{1}{5}x^4$ درجه=۴ تکی سیومتریک تلنه له II و I ته ارزښتپرس(ست): $\mathbb{R}^+$

لسم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x)=-\frac{2}{5}x^4$ درجه=۴ ټکی سیومتریک تلنه له III و IV ته ارزښتډپرس(ست): $\mathbb{R}^-$	

n -مه درجه ټولنسبتي يا راشنل اعداد

يو تابع f(x)د

$$f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+a_{n-2}x^{n-2}+\ldots+a_2x^2+a_1x+a_0$$

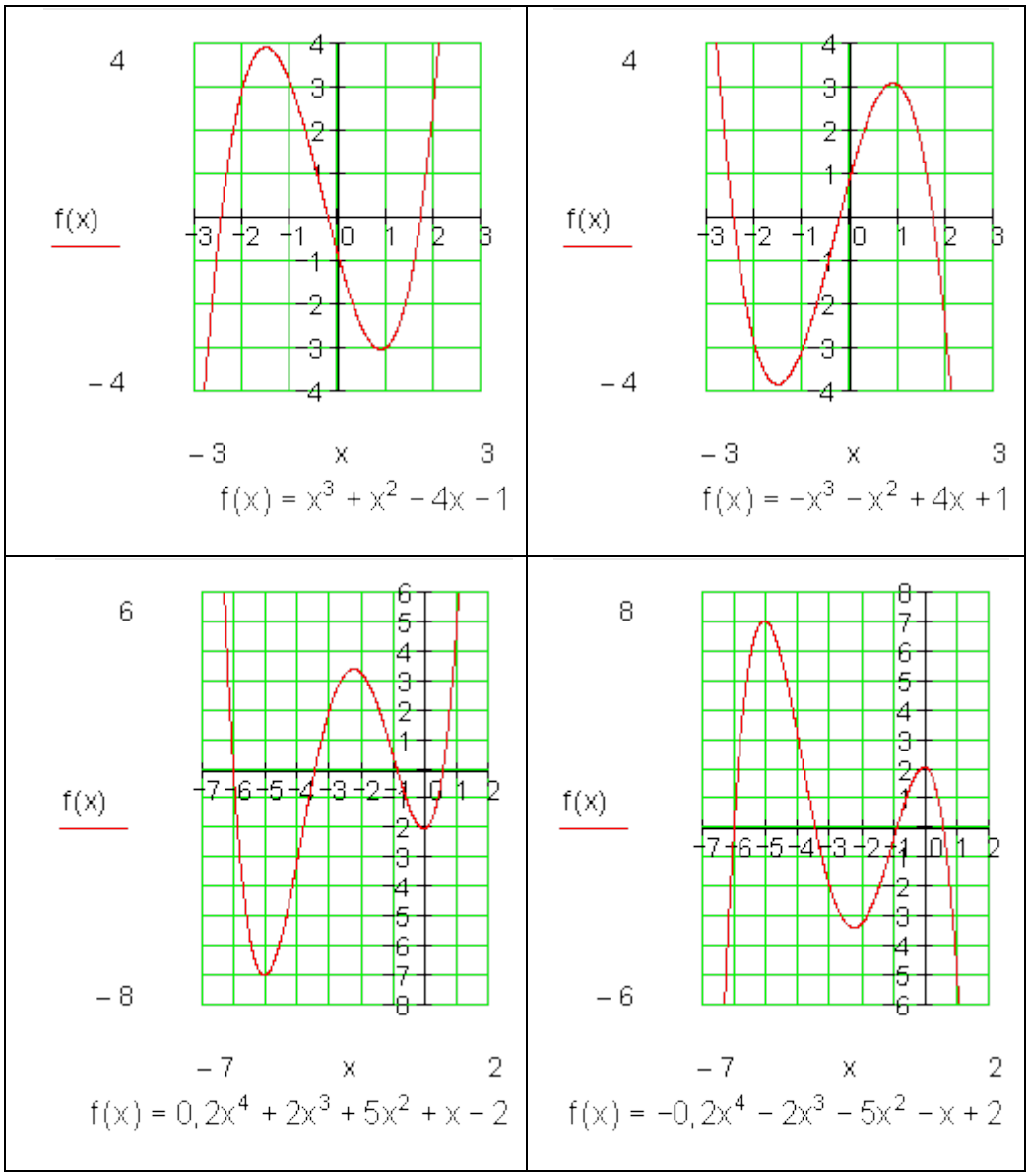
سره n -مه درجه ټول راشنل تابع بلل کيږي.

عددونه $a_n\,;a_{n-1}\,;a_{n-2}\,;\ldots.a_2\,;a_1\,;a_0$ ضريبونه بلل کيږي.

ټول راشنل يا هوښيار توابع د توان توابعو يوځای ايښوولو له لارې لاس ته راځي.

بيلګې:

(c) ketabton.com: The Digital Library



د ګراف تلنه

جمله:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ټول راشنل تابع ګراف تلنه د خورا جګ توان زياته ووني (د جمعي غړي) سره ټاکل کيږي.

	n جوړه	n ناجوړه(طاق)
$a_n>0$	تلنه له II و I ته.	تلنه له III و I ته.
$a_n<0$	تلنه له III وIV ته.	تلنه له II و IV ته.

بيلګه: د الماي پښتو: ناجوړه(طاق) جوړه (جفت) ناجوړه

$f(x) = 4x^3 + 2x^2 - 7$ $\quad n = 3\ (\text{ungerade}) \wedge a_n = 4 > 0 \Rightarrow \underline{\underline{III - I}}$

$f(x) = -2x^4 + 3x^2 - 4x + 7$ $\quad n = 4\ (\text{gerade}) \wedge a_n = -2 < 0 \Rightarrow \underline{\underline{III - IV}}$

$f(x) = -5x^5 + 2x^4 + 9$ $\quad n = 5\ (\text{ungerade}) \wedge a_n = -5 < 0 \Rightarrow \underline{\underline{II - IV}}$

سيومتري

ګومان مو نږدې دی، هغه توابع، چې فقط د جوړه جګددونو توانونو څخه يوځای شوي وي، محور سيومتريک دي او توابع چې فقط د ناجوړه(طاقو) جګددونو توانونو څخه يوځای شوي وي، ټکی سيومتريک دي.

جمله

د يوه ټولراشنل تابع ګراف ټيک هلته محورسيومتريک دی، که تابع مساوات فقط جوړه جګددونه ولري.

د يوه ټولراشنل تابع ګراف ټيک هلته ټکيسيومتريک دی، که تابع مساوات فقط ناجوړه (طاق) جګددونه ولري.

بيلګه:

$$f(x) = 2x^4 + 3x^2 + 1$$

$$f(-x) = 2(-x)^4 + 3(-x)^2 + 1 = 2x^4 + 3x^2 + 1 = f(x) \Rightarrow$$

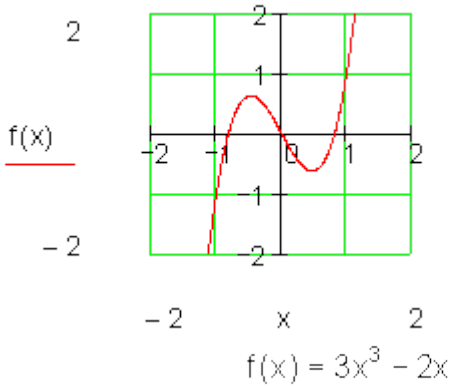
(c) ketabton.com: The Digital Library

محورسیومتریک

$$f(x) = 3x^3 - 2x$$

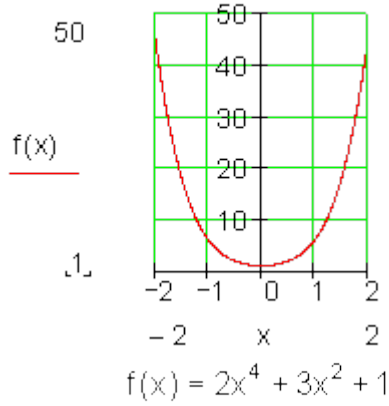
$$f(-x) = 3(-x)^3 - 2(-x) = -3x^3 + 2x = -\left(3x^3 - 2x\right) = -f(x) \Rightarrow$$

ټکی سیومتریک



سرچپنې ته سیومتریک دی

(ټکی سیومتري)



yمحور ته سیومتریک دی

(محورسیومتریک)

تمرینونه:

د ټول هوښیارو توابعو خویونه.

د لاندې تاوبعو په سیمتری، تلنه او د صفرځایونو تعداد یا ګنون باندې ویناوې وکړی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی - $f(x)=2x^2-1$ دویم - $f(x)=-3x^3+2x^2-3x+1$

ریم - $f(x)=-\frac{1}{2}x^4+2x^2+2$ څلورم - $f(x)=-x^5-x^3+x$

پنځم - $f(x)=x^6-x^4+1$ شپږم - $f(x)=-\frac{1}{2}x^5+x^2-2x$

اوم - $f(x)=\frac{1}{10}x^7+\frac{1}{8}x^5-\frac{1}{6}x^3+x$ اتم - $f(x)=\frac{1}{100}x^{10}-\frac{1}{50}x^6+\frac{1}{10}x^2$

نهم - $f(x)=-\frac{1}{4}x^3+\frac{2}{5}x-1$ لسم - $f(x)=\frac{3}{4}x^5-\frac{1}{2}x$ په یوه خوښه ټکي ته سیومتریک

که د یوه ټکي سیومستري تابع ګراف په خوښه راکښل شي، نو سیومتري سرچینې ته ځي، چې مور یې ټکی سیومتري بولو له منځه ځي. نسبت و موخټکی ته دا ساتلې پاتې کیږي.

بیلګه:

د $f(x)=0,5x^3-1,5x$ تابع ګراف ټکی سیومتریک دی، یعنې سرچینې ته سیومتریک.

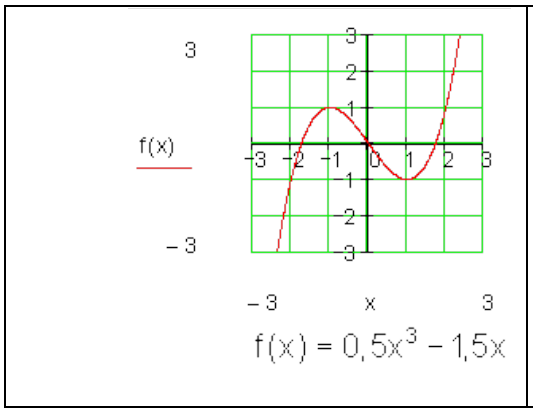
دا ګراف دې په ۲ واحدونو یا یوونونو کښې لور ته او په ۳ یوونونو یا واحدونو کښته لور ته راکښل شي.

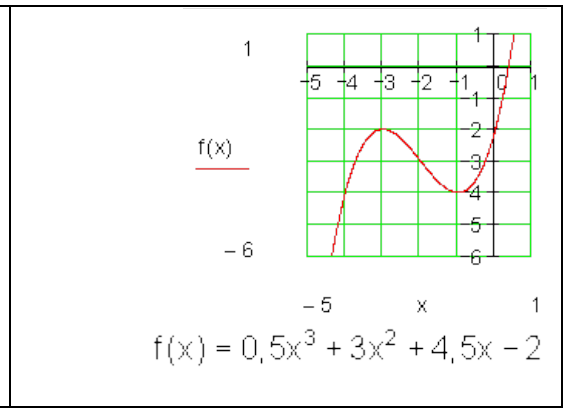
د راکښلشوي ګراف تابع مسساوات دي:

$$g(x)=0,5(x+2)^3-1,5(x+2)-3=0,5x^3+3x^2+4,5x-2$$

$g(x)$ و ټکی $P_0(-2|-3)$ ته سیومتریک دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library





کواوردیناتسیستم د ګراف په بڼه کوم رول نه لوبوي. تنها تابع مساواتوتغیر خوړلی.

د حالت بیلګه: باید وازمایل شي، چې ایا د دریمي درجې د یوه ټول هوښیار تابع ګراف یوه ټاکلي ټکی ته ټکی سیومتریک دی.

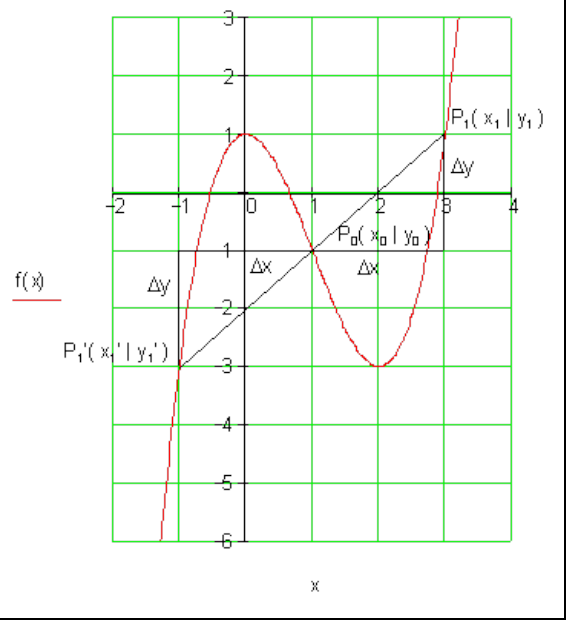
ترمخ راوړنه.
چمتووالی:

د ټکو کواوردینات لپاره باور لري:

$$x_1 = x_0 + \Delta x$$
$$y_1 = y_0 + \Delta y$$
$$x_1' = x_0' - \Delta x$$
$$y_1' = y_0' - \Delta y$$
$$\Delta x = x_1 - x_0$$
$$\Delta y = y_1 - y_0$$

د هنداره-یا منعکس شوي ټکو کواوردیناتونه:

$$x_1' = x_0 - (x_1 - x_0) = \underline{\underline{2x_0 - x_1}}$$
$$y_1' = y_0 - (y_1 - y_0) = \underline{\underline{2y_0 - y_1}}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

	د دي قاعدي یا لار سره تل کېدی شي په P_0 و P_1 ته یوه هندارونه یا انعکاسونه کي اړونده هندارونه P_1' وټاکل شي.

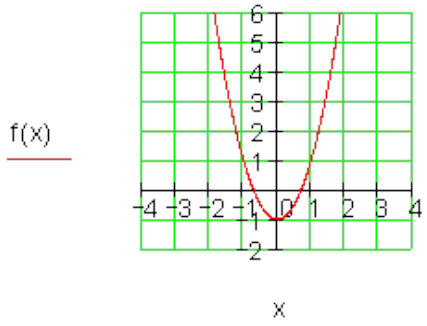
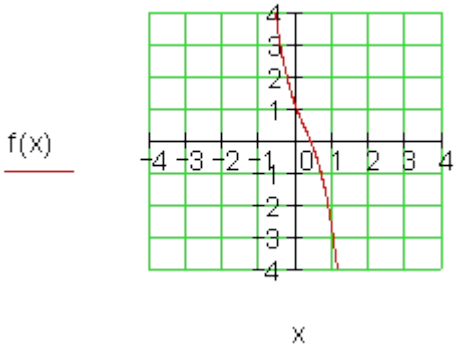
بیلګه:

که هنداورنه په ګراف نه وي پرته ، نو ګراف و P_0 ته ټکی سیومتریک نه دی.

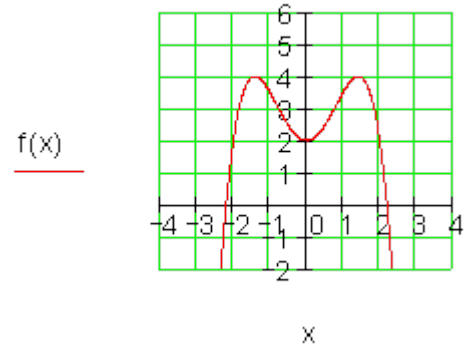
ځوابونه:

د ټولراسلتوابعو **II** (سیمتري، تلنه)

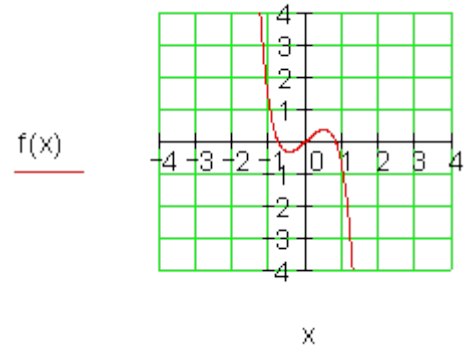
نتیجې:

لومړی: $f(x)=2x^2-1$ محورسیومتریک تلنه: له او II ته دوه صفرځایونه	
دویم: $f(x)=-3x^3+2x^2-3x+1$ نا سیومتریک تلنه له II و IV ته لږ تر لږه یو صفرځای.	

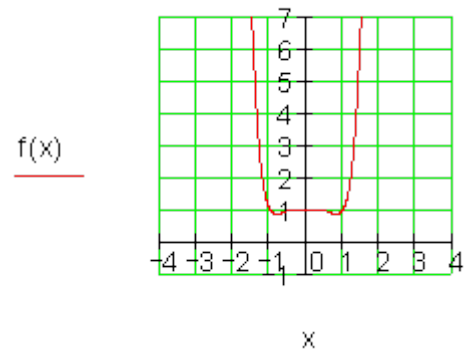
(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم: $f(x)=-\frac{1}{2}x^4+2x^2+2$ محور سیمتري تلنه له III و IV ته زیات له زیاته څلور صفرځایونه	

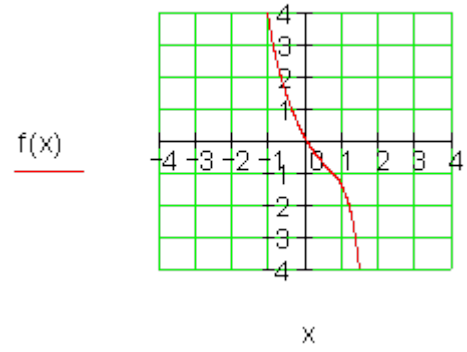
څلورم:

$f(x)=-x^5-x^3+x$ تکی سیومتري تلنه له II و IV ته لږترلږه یو صفرځای	

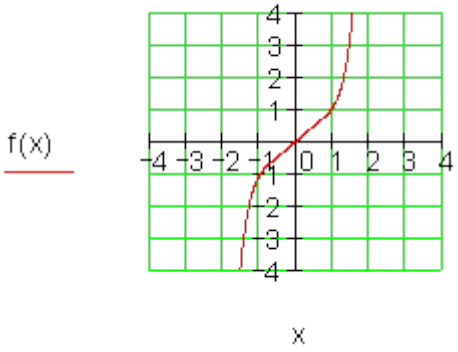
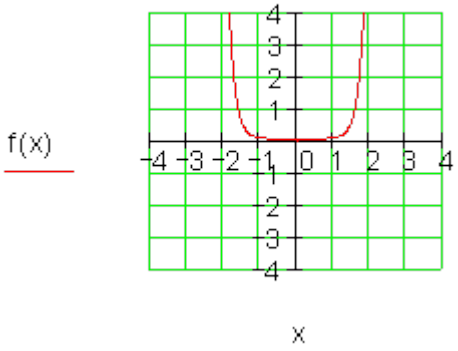
پنځم:

$f(x)=x^6-x^4+1$ محور سیمتري تلنه له II و I ته زیات له زیاته شپږ صفرځایونه	

(c) ketabton.com: The Digital Library

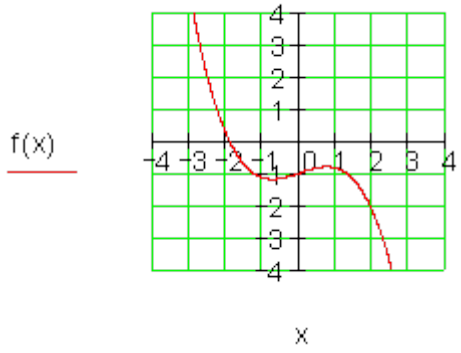
$f(x)=-\frac{1}{2}x^5+x^2-2x$ شیږم: سیمتري نه شته تلنه له II و IV ته لږترلږه یو صفرځای	

اووم:

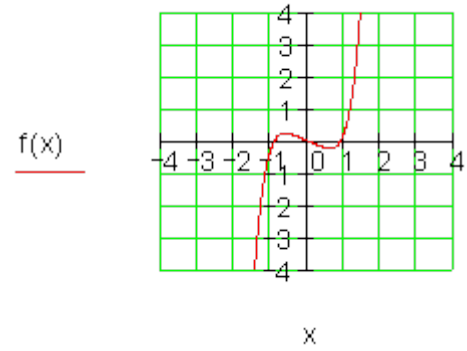
$f(x)=\frac{1}{10}x^7+\frac{1}{8}x^5-\frac{1}{6}x^3+x$ تکی سیومتري تلنه له III و I ته لږترلږهیو صفرځای	
اتم: $f(x)=\frac{1}{100}x^{10}-\frac{1}{50}x^6+\frac{1}{10}x^2$ محوسیمتري تلنه له II و I ته زیات له زیاته لس صفرځایونه	

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم:

$f(x)=-\frac{1}{4}x^3+\frac{2}{5}x-1$ سیمتري نه شته تلنه له II و IVاته لږترلږه یو صفرځای	

لسم:

$f(x)=\frac{3}{4}x^5-\frac{1}{2}x$ ټکی سیمتري تلنه له III و I ته لږترلږه یو صفرځای	

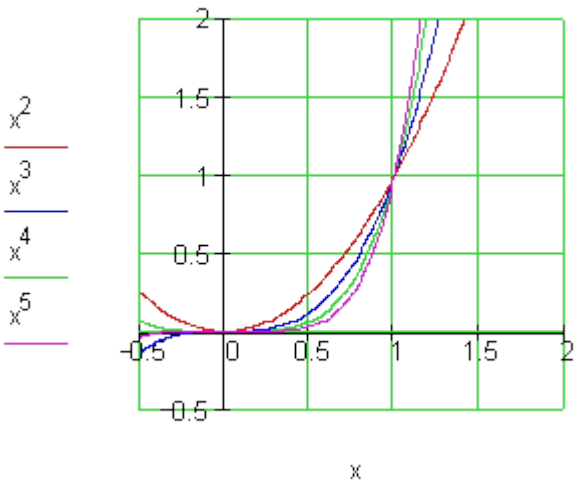
پوښتنې

ټول نسبتي- یا راشنل توابع

د توانتوابعو خویونه

لومړی –

(c) ketabton.com: The Digital Library



دا ترځنګ په 1 . څلورمه کې ګراف تر څېرنې لاندې ونیسئ

د x ارزښتونو لپاره د 0 او 1 ترمنځ دجګو درجو یو د توان تابع ګراف پروت دی

د یوه توان تابع د ګراف لاندې یا کښته د ټیټې درجې.

د1 < x لپاره دا ټیک په څټ – یا برعکس کېدونکي دي.

د دې حالت لپاره لایل راوړئ.

دویم – د دریمې درجې توان تابع کراف دې په دوه واحده کینې لور ته او ټرلی په درې واحده پورته لور ته و کښل شي.

د دې راکښل شوې تابع مساوات لپاره دې د تابع مساوات ورکړ شي.

دریم –

د څلورمې درجې توان تابع ګراف دې په درې واحده ښئ لور ته او پسې ټرلی دې په دوه ضریبه وغزول شي.

الف – د راکشل شوي ګراف لپاره تابع مساوات ورکړئ

ب – وښایئ، چې ګراف نه محور – او نه ټکی سیومتریک دی.

څلورم – په کوم توان تابع $f(x) = x^n$ کې ټکی په ګراف اړه لري؟

د دې توان توابعو مساوات ورکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $P(-3 \mid -27)$ ب - $P(-2 \mid 16)$ پ - $P(0,5 \mid 0,25)$ ت - $P\left(\frac{1}{3} \mid \frac{1}{27}\right)$

ټ - $P(0,1 \mid 0,0001)$ ث - $P(-1 \mid 1)$ ج - $P(-2 \mid 8)$ چ - $P\left(\frac{3}{4} \mid \frac{81}{256}\right)$

پنځم –

د لاندې توان توابعو سیومتري او د ګراف تلنه وټاکئ او د هر یوه ارزښتپرې(ارزشتست) او درجه ورکړئ.

الف - $f(x) = 4x^3$ ب - $f(x) = -160x^2$ پ - $f(x) = -1500x$

ت - $f(x) = \sqrt{2} \cdot x^6$ ټ - $f(x) = 5$ ث - $f(x) = -25x^5$

شپږم –

لاندې تابع مساوات د پولینوم په بڼه انځور کړئ.

هر ځل یې درجه ورکړئ.

الف - $f(x) = (x-2)^2 - 4x^3$ ب - $f(x) = 4(x+5)^3 + (x-2)(x+2)$

پ - $f(x) = 2x^3 - (x-1)^2$ ت - $f(x) = (x-4)(x+1)^2$

ټ - $f(x) = \left(x^2-4\right)\left(x^3-x^2+4\right)$ ث - $f(x) = \frac{x-5}{8}(x-2) + \frac{3}{4}x^2$

اوم -

دلیل راړئ:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوه ناجوړه(طاق) درجې تولراشنل تابع ګراف دx محور لږ ترلږه په يوه ځل غوځوي.

دا هلته هم باور لري که درجه حوړه يا جفتوي؟

ځوابونه:

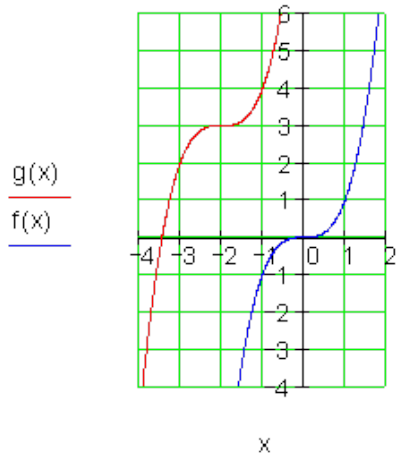
د توان تابع خويونه

نتيجې او ځنې مفصل حلونه:

لومړی نتيجه :

که يو عدد چې له ۱ کوچنی وي له خپل ځان سره ضرب شي، نو نتيجه يې تل کوچنی کيږي.

که يو عدد د يوه عدد سره چې له ۱ لوی وي ضرب شي، نو نتيجه يې تل لوييږي

دويم:  	وتون تابع: $f(x)=x^3$ $f_1(x)=(x+2)^3$ په ددې واحده پورته لورته راکښنه. $g(x)=(x+2)^3+3$ نوی تابع مساوات: $g(x)=x^3+6x^2+12x+11$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم:

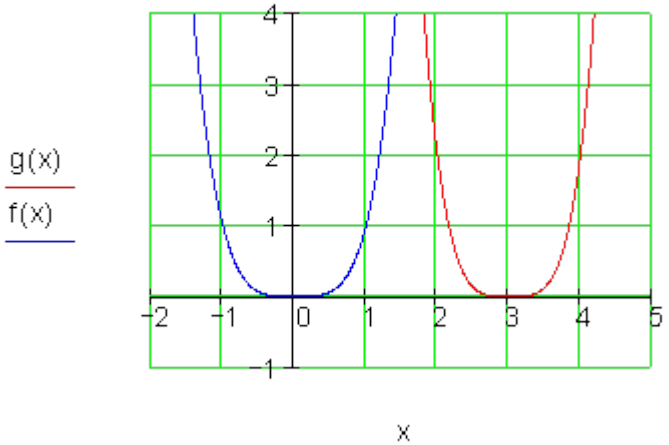
الف - وتونتابع: $f(x)=x^4$

په دري واحده ښي لورته راکښنه: $f_1(x)=(x-3)^4$

په ۲ ضریب غزونه: $g(x)=2(x-3)^4$

نوی تابع مساوات:

$$g(x)=2x^4-24x^3+108x^2-216x+162$$



ب – محورسیومتریک:g(-x)=g(x)

$$g(x)=2x^4-24x^3+108x^2-216x+162$$

$$g(-x)=2(-x)^4-24(-x)^3+108(-x)^2-216(-x)+162$$

$$=2x^4+24x^3+108x^2+216x+162$$

$$\Rightarrow g(-x)\neq g(x)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاس ته راوړنه: ګراف محور سیومتریک نه دی.

ټکی سیومتریک: $g(-x)=-g(x)$ ($g(-x)$ پورته دې وکتل شي).

$$-g(x) = -2x^4 + 24x^3 - 108x^2 + 216x - 162$$

$$\Rightarrow g(-x) \neq -g(x)$$

لاس ته راوړنه: ګراف ټکی سیومتریک نه دی.ځلورم:

الف - $P(-3|-27)$ د $f(x)=x^3$ په ګراف پروت دی.، ځکه چې $f(-3)=(-3)^3=-27$

ب – $P(-2|16)$ د $f(x) = x^4$ په ګراف پروت دی،ځکه چې $f(-2) = (-2)^4 = 16$

پ – $P(0,5|0,25)$د $fx)=x^2$ په ګراف پروت دی،ځکه چې $f(0,5)=0,25$

ت – $P\left(\frac{1}{3} \mid \frac{1}{27}\right)$ د $f(x) = x^3$ په ګراف پروت دی،ځکه چې $f\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$

ټ – $P(0,1|0,0001)$ د $f(x) = x^4$ په ګراف پروت دی،ځکه چې $f(0,1)=0,0001$

ث – $P(-1|1)$د $f(x) = x^n$ په ګراف پروت دی، د جوړه n سره

ج – $P(-2|8)$توان تابع نه شته، چې ګراف یې په دې ټکي کې وځغلي، ځکه چې$(-2)^3 = -8$

چ – $P\left(\frac{3}{4} \mid \frac{81}{256}\right)$ د $f(x) = x^4$ په ګراف پروت دی،ځکه چې $f\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{81}{256}$

پنځم - نتیجه:

د المانې پښتو: ټکی سیومتریک، محور سیومتریک

الف - $f(x) = 4x^3$ ټکی سیومتریک $W = \mathbb{R}\,;\, n = 3$ $III \to I$

ب - $f(x) = -160x^2$ محور سیومتریک $W = \mathbb{R}_-\,;\, n = 2$ $II \to IV$

پ - $f(x) = -1500x$ ټکی سیومتریک $W = \mathbb{R}\,;\, n = 1$ $II \to I$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت ـ $f(x)=\sqrt{2}\cdot x^6$ ، $W=\mathbb{R}^+;n=6$ محور سیومتریک $II\to I$

ټ ـ $f(x)=5$ $W=\{5\};n=0$ محور سیومتریک $II\to I$

ث ـ $f(x)=-25x^5$ $W=\mathbb{R};n=5$ ټکی سیومتریک $II\to IV$

شپږم ـ نتیجې:د المانې پښتو: درجه

الف ـ $f(x)=(x-2)^2-4x^3=-4x^3+x^2-4x+4$

دریمه درجه n=3

ب ـ $f(x)=4(x+5)^3+(x-2)(x+2)=4x^3+61x^2+300x+496$

دریمه درجه n=3

پ ـ $f(x)=2x^3-(x-1)^2=2x^3-x^2+2x-1$ دریمه درجه n=3

ت ـ $f(x)=(x-4)(x+1)^2=x^3-2x^2-7x-4$ دریمه درجه n=3

ټ ـ $f(x)=(x^2-4)(x^3-x^2+4)=x^5-x^4-4x^3+16$ پنځمه درجه n=5

ث ـ $f(x)=\frac{x-5}{8}(x-2)+\frac{3}{4}x^2=\frac{7}{8}x^2-\frac{7}{8}x+\frac{5}{4}$ دویمه درجه n=2

اوم – مفصل ځواب:

د یو ناجوړه درجې ټولراشنل تابع ګراف له III و I ته یا له II و IV ته ځغلی(ځي). له دې سره په هرحالت د x محور لږ تر لږه یو ځل غوځیږي(لږ تر لږه یو صفرځای)

د یوه جوړه درجې ټولراسنل تابع د ګراف تلنه له II وI ته یا له III و IV ته ځغلی(ځي). له دې سره په اړیینه توګه د x محور نه غوځیږي (صفرځای نه شته)

پوښتنې

ټول راشنل توابع II

(c) ketabton.com: The Digital Library

سیومتری او تلنه

لومړی – و څېړئ، چې ایا f(x) یو ټولراشنل تابع دی. په ورکړشوي حالت کې د تابع ګراف، درجه او د ضریبونو $a_0; a_1; a_2; \ldots a_n$ ارزښتونه ورکړئ.

الف ـ $f(x)=2$ ب ـ $f(x)=4x$ پ ـ $f(x)=2^x$ ت ـ $f(x)=\frac{x^3-4x}{8}$

ټ ـ $f(x)=\sqrt{3}x^4$ ث ـ $f(x)=\frac{1}{x}$ ج ـ $f(x)=\sqrt{x}$ چ ـ $f(x)=\left(x-\sqrt{3}\right)^2$

ح ـ $f(x)=\left(x+\sqrt{2}\right)\left(x-\sqrt{2}\right)$ خ ـ $f(x)=16x^3-2x^2+5x^2-4$

دویم – د لاندې ټولراشنل توابعو څخه کوم یې محور سیومتریک او کوم یې ټکی سیومتریک دي؟

الف ـ $f(x)=x^4-6x^2+5$ ب ـ $f(x)=x^3+3x+1$ پ ـ $f(x)=(x-2)(x+2)$

ت ـ $f(x)=x^6-6x^2+\sqrt{3}$ ټ ـ $f(x)=(x-2)^3(x-1)$ ث ـ $f(x)=x^4-\sqrt{5}x^2$

ج ـ $f(x)=\left(2x^4+2x^2+5\right)x$ چ ـ $f(x)=\left(x^2-2x+3\right)(x+1)(x-1)$

ح ـ $f(x)=1-3x^2+x^6$

دریم – د c متحوله داسې وټاکئ، چې د تابع ګراف ټکی سیومتریک او همداسې محورسیومتریک شي.

الف ـ $f(x)=x^3+4x+c$ ب ـ $f(x)=(x-c)(x+4)$ پ ـ $f(x)=x^5+x^c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت ـ $f(x)=x^3\left(x^2-cx\right)$ ټ ـ $f(x)=c+x^3$ ث ـ $f(x)=4x^3+x^2+cx^2+5x$

څلورم : د لاندې توابعو د ګراف تلنه معلومه کړی.

الف ـ $f(x)=2x^5-6x^3$ ب ـ $f(x)=-4x^4+3$ پ ـ $f(x)=2x-5$

ت ـ $f(x)=-2x^2$ ټ ـ $f(x)=4x^4-3x^2+4x-5$ ث ـ $f(x)=-6x+3$

ج ـ $f(x)=4x^4+3x^3-6x^5$ چ ـ $f(x)=-2x^5+6x^3$

پنځم ـ د لاندې توابعو د ګراف تلنه او سیومتري ورکړی.

الف ـ $f(x)=\sqrt{3}x^2-\sqrt{5}x^4-2$ ب ـ $f(x)=x\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(8-\frac{1}{2}x\right)$

پ ـ $f(x)=5x^6-4x^4+5$ ت ـ $f(x)=x^5+x^3-2x$

ټ ـ $f(x)=5$ ث ـ $f(x)=\left(x^2-25\right)\left(x^2+6x+9\right)$

ج ـ $f(x)=x^5+4x^4+4x^3$ چ ـ $f(x)=\left(4x^2-4\right)\left(x^3+8x^2+16x\right)\left(x^3+27\right)$

ح ـ $f(x)=-3$ خ ـ $f(x)=-x^5+x^3-2$

شپږم : د لاندې تابعو صفرځیونه وشمېرئ:

الف ـ $f(x)=(x-4)(x-2)(x+1)$ ب ـ $f(x)=(x-4)(-x+2)$

پ ـ $f(x)=x(x+5)^2$ ت ـ $f(x)=3(x-4)^3(x+2)$

ټ ـ $f(x)=(2x-4)(x+3)x^3$ ث ـ $f(x)=x^3-2x^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه:

د ټولراشنل توابعوو سیومتري او تلنه

نتیجي

لومړی –

الف - $f(x)=2 \quad n=0 \quad a_0=2$ ب - $f(x)=4x \quad n=1 \quad a_1=4$

پ - $f(x)=2^x$ ټول راشنل تابع نه دی (اکسپوننسل تابع)

ت - $f(x)=\frac{x^3-4x}{8}=\frac{1}{8}x^3-\frac{1}{2}x \quad n=3 \quad a_3=\frac{1}{8} \quad a_1=\frac{1}{2}$

ټ - $f(x)=\sqrt{3}x^4 \quad n=4 \quad a_4=\sqrt{3}$

ث – $f(x)=\frac{1}{x}$ ټول راشنل تابع نه دی (مات یا کسري راشنلتابع)

ج – $f(x)=\sqrt{x+1}$ ټول راشنل تابع نه دی (ریښه تابع)

چ -

$$f(x)=\left(x-\sqrt{3}\right)^2=x^2-2\cdot\sqrt{3}x+3 \quad n=2 \quad a_2=1 \quad a_1=-2\cdot\sqrt{3} \quad a_0=3$$

ح - $f(x)=\left(x+\sqrt{2}\right)\left(x-\sqrt{2}\right)=x^2-2 \quad n=2 \quad a_2=1 \quad a_0=-2$

خ -

$$f(x)=16x^3-2x^2+5x^2-4=16x^3+3x^2-4 \quad n=3 \quad a_3=16 \quad a_2=3 \quad a_0=-4$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم : نتیجې:

الف ــ $f(x)=x^4-6x^2+5$ محور سیومتریک، n جوړه.

ب ــ $f(x)=x^3+3x+1$ سیومتري نه شته

پ ــ $f(x)=(x-2)(x+2)=x^2-4$ محور سیموتریک n جوړه.

ت - $f(x)=x^6-6x^2+\sqrt{3}$ محورسیومتیک n جوړه

ټ - $f(x)=(x-2)^3(x-1)=x^4-7x^3+18x^2-20x+8$ سیومتري نه شته

ث - $f(x)=x^4-\sqrt{5}x^2$ مورسیومتری n جوړه

ج - $f(x)=(2x^4+2x^2+5)x=2x^5+2x^3+5x$ تکی سیومتری n ناجوړه یا طاق.

چ - $f(x)=(x^2-2x+3)(x+1)(x-1)=x^4-2x^3+2x^2+2x-3$ سیومتري نه شته

ح - $f(x)=1-3x^2+x^6=x^6-3x^2+1$ محورسیومتریک nجوړه.

دریم : نتیجې : الف - $f(x)=x^3+4x+c$

ب - $f(x)=x^3+4x+c \quad c=0$ د تکي سیومتري لپاره c=0 . $f(x)=(x-c)(x+4)$

$f(x)=(x-c)(x+4)=x^2+4x-cx+4c$ د محور سیومتری لپاره c=4

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ - $f(x)=x^5+x^c$

$f(x)=x^5+x^c$ ناجوړه یا طاق د ټکي سیومتري لپاره. c

ت - $f(x)=x^3\left(x^2-cx\right)$

$f(x)=x^3\left(x^2-cx\right)=x^5-cx^4$ د ټکي سیومتری پاره c=0 .

ټ - $f(x)=c+x^3$

$f(x)=c+x^3$ د ټکي سیومتری لپاره c= 0

ث - $f(x)=4x^3+x^2+cx^2+5x$

$f(x)=4x^3+x^2+cx^2+5x$ د ټکي سی,متري لپاره c=-1.

څلورم – بنوونه:

الف - $f(x)=2x^5-6x^3$

$f(x)=2x^5-6x^3$ له III و I ته

ب - $f(x)=-4x^4+3$

$f(x)=-4x^4+3$ له III و IV ته

پ - $f(x)=2x-5$

$f(x)=2x-5$ له III وI ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - $f(x) = -2x^2$

$f(x) = -2x^2$ له III و IV ته

ټ - $f(x) = 4x^4 - 3x^2 + 4x - 5$

$f(x) = 4x^4 - 3x^2 + 4x - 5$ له II و I ته

ث - $f(x) = -6x + 3$

$f(x) = 4x^4 - 3x^2 + 4x - 5$ له II و I ته

ج - $f(x) = 4x^4 + 3x^3 - 6x^5$

$f(x) = -6x^5 + 4x^4 + 3x^3$ له II و IV ته

چ - $f(x) = -2x^5 + 6x^3$

$f(x) = -2x^5 + 6x^3$ له II و IV ته

پنځم - نتيجې: الف - $f(x) = \sqrt{3}x^2 - \sqrt{5}x^4 - 2$

$f(x) = \sqrt{3}x^2 - \sqrt{5}x^4 - 2 = -\sqrt{5}x^4 + \sqrt{3}x^2 - 2$ محور سيومتري له III و IV ته

ب - $f(x) = x\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(8 - \frac{1}{2}x\right)$

$f(x) = x\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(8 - \frac{1}{2}x\right) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{31}{4}x^2 + 4x$ سيومتري نه شته له II و IV ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ ـ $f(x)=5x^6-4x^4+5$

$f(x)=5x^6-4x^4+5$ محور سيومتري له II و I ته

ت ـ $f(x)=x^5+x^3-2x$

$f(x)=x^5+x^3-2x$ تکی سيومتريم له III و I ته

ټ ـ $f(x)=5$

$f(x)=5$ محور سيومتري له II و I ته

ث ـ $f(x)=\left(x^2-25\right)\left(x^2+6x+9\right)$

$f(x)=\left(x^2-25\right)\left(x^2+6x+9\right)=x^4+6x^3-16x^2-150x-225$ سيومتري نه شته له II و I ته

ج ـ $f(x)=x^5+4x^4+4x^3$

$f(x)=x^5+4x^4+4x^3$ سيومتري نه شته له III و I ته

چ ـ $f(x)=\left(4x^2-4\right)\left(x^3+8x^2+16x\right)\left(x^3+27\right)$

$f(x)=\left(4x^2-4\right)\left(x^3+8x^2+16x\right)\left(x^3+27\right)$

$=4x^8+32x^7+60x^6+76x^5+800x^4+1620x^3-864x^2-1728x$ سيومتري نه شته له II و I ته

ح ـ $f(x)=-3$ ، $f(x)=-3$ محور سيومتري له III و IV ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

خ - $f(x)=-x^5+x^3-2$ ، $f(x)=-x^5+x^3-2$ سیومتري نه شته له II و IV ته

شپږم : نتیجې:

الف - $f(x)=(x-4)(x-2)(x+1)$

$$f(x)=(x-4)(x-2)(x+1)\Rightarrow P_{x_1}(4\,|\,0);P_{x_2}(2\,|\,0);P_{x_3}(-1\,|\,0)$$

ب - $$f(x)=(x-4)(-x+2)\Rightarrow P_{x_1}(4\,|\,0);P_{x_2}(2\,|\,0)$$

پ - $$f(x)=x(x+5)^2=x(x+5)(x+5)\Rightarrow P_{x_1}(0\,|\,0);P_{x_{2/3}}(-5\,|\,0)$$

ت - $f(x)=3(x-4)^3(x+2)$

$$f(x)=3(x-4)^3(x+2)=(x-4)(x-4)(x-4)(x+2)$$

$$\Rightarrow P_{x_{1/2/3}}(4\,|\,0);P_{x_4}(-2\,|\,0)$$

ټ - $f(x)=(2x-4)(x+3)x^3$

$$f(x)=(2x-4)(x+3)x^3\Rightarrow P_{x_1}(2\,|\,0);P_{x_2}(-3\,|\,0);P_{x_{3/4/5}}(0\,|\,0)$$

ث - $f(x)=x^3-2x^2$

$$f(x)=x^3-2x^2=x^2(x-2)\Rightarrow P_{x_{1/2}}(0\,|\,0);P_{x_3}(2\,|\,0)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.15-د ټولراشنل توابعو محور غوڅټکي (د محور د تقاطع نقطی)

د ټولراسنل توابعو محور غوڅټکي (د محور د تقاطع نقطی)

د y محور سره غوڅټکی $P_y(0|y_s)$: $P_y(0|y_s)$ شرط: $y_s = f(0)$

بیلګه : د یا په معنا

$$f(x) = 3x^4 - 2x^2 - 3 \Rightarrow f(0) = 3 \cdot 0^4 - 2 \cdot 0^2 - 3 = 0 - 0 - 3 = -3$$
$$\Rightarrow P_y(0|-3) \text{ oder } P_y(0|f(0))$$

د P_y د y کواوردینات تل د ضریبونو a_0 سره کټمټ ده.

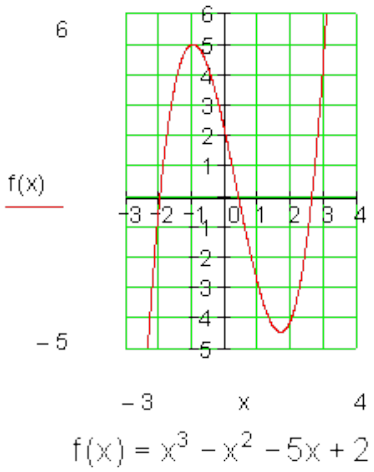
دا تل د تابع مساوات څخه لوستل کېدی شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د x-محور سره غوځټکی $P_y(x_s \mid 0)$ صفرځای : شرط: $f(x) = 0$

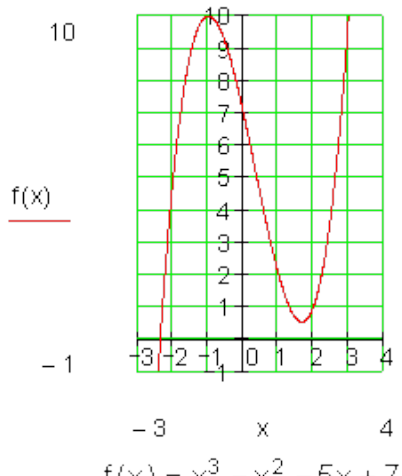
د مربع تابع (د دویمې درجې ټولراشنلتابع) خخه بوهیږو، چې دا دوه ، یو ، یا هیڅ صفرځایونه لرودی شي. دا د جګ درجو ټول راشنلتابع سره څنګه دی؟

بیلګه:



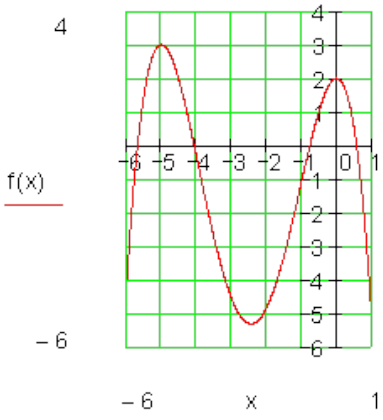
$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 2$

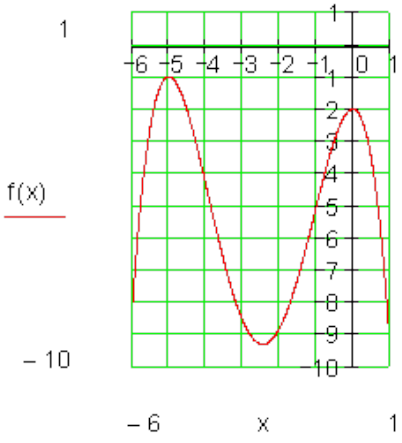
دري صفرځایونه لري



$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 7$

صفرځای نه لري





(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = -0,2x^4 - 2x^3 - 5x^2 - 0,2x - 2$	$f(x) = -0,2x^4 - 2x^3 - 5x^2 - 0,2x + 2$
د صفرځای نه شتون	څلور صفرځایونه لري.

جمله:

یو د n -مې درجې ټولراشنل تابع زیات له زیاته n صفرځایونه لري.

کهn جوړه وي، نو دا لږترلږه یو صفرځای لري.

د صفرځایونو شمیرنې لار(تګلار)

د فکتوري کونو یا صریبونو تګلار: $f(x) = 2x^3 - 2x^2 - 4x = 0$

فاکتور x له نوکانو راوتلی شي.

$$\Leftrightarrow x\left(2x^2 - 2x - 4\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

او په نوکانو کې افاده یا ویینه صفر دی.

$$\Rightarrow 2x^2 - 2x - 4 = 0$$

مربع مساوات دی.

$$2x^2 - 2x - 4 = 0 \mid :2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$p = -1;\ q = -2 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 2 = \frac{1}{4} + \frac{8}{4} = \frac{9}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{4}{2} = 2 \\ x_3 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -\frac{2}{2} = -1 \end{array} \right.$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

صفرځایونه :

$$x_1 = 0\,;\, x_2 = 2\,;\, x_3 = -1$$

د x محور سره غوڅټکی

$$P_{x1}(0|0)\,;\, P_{x2}(2|0)\,;\, P_{x3}(-1|0)$$

د تابع مساوات:

$$f(x) = \underbrace{2x(x+1)(x-2)}_{\text{Produkt aus Linearfaktoren}} \Leftrightarrow f(x) = 2x^3 - 2x^2 - 4x$$

(پورته) د کربنیز ضریبونو ضرب

د بدلون قانون:

یادونه: په دې معنا چې د یوې اووښتونې یا متحولې لپاره بله متحوله ځا په ځای کوو.

$f(x) = x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ بې مربعیز(بې څلوریز) مساوات

بدلون: $x^2=z$

$$\Rightarrow f(z) = z^2 - 13z + 36 = 0 \quad p = -13 \quad q = 36$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(\frac{13}{2}\right)^2 - 36 = \frac{169}{4} - \frac{144}{4} = \frac{25}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$$

$$z_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \;\Bigg|\; \begin{matrix} z_1 = \frac{13}{2} + \frac{5}{2} = 9 \\ z_2 = \frac{13}{2} - \frac{5}{2} = 4 \end{matrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بدلون په څټ- يا بيرته ګرځوو:

$$x^2 = z_1 = 9 \mid \sqrt{} \qquad x^2 = z_2 = 4 \mid \sqrt{}$$
$$\Rightarrow |x| = \sqrt{9} \qquad |x| = \sqrt{4}$$
$$\Rightarrow x_1 = 3 \quad x_2 = -3 \qquad x_3 = 2 \quad x_4 = -2$$

د x محور سره غوڅتکی

$$P_{x1}(3|0); P_{x2}(-3|0); P_{x3}(2|0); P_{x4}(-2|0)$$

د تابع مساوات:

$$f(x) = \underbrace{(x-3)(x+3)(x-2)(x+2)}_{\text{Produkt aus Linearfaktoren}} \Leftrightarrow f(x) = x^4 - 13x^2 + 36$$

د کربنيز ضريبونو ضرب

پولينوم وېش:

که د يوه پولينوم صفرځای معلوم وي، نو کړی شو د پولينوم وېش له لارې د پولينوم درجه يه يوه کمه کړو. که دا مو مربع مساوات ته لاربنود کړي يا بوځيو نو ساده دی، چې نور صفرځايونه بيدا کړو. لاندې بېلګې دې د پولينوم وېش روښانه کړي.

د بيلګې په توګه د دريمې درجې ټولراشنل تابع صفرځايونه معلوم دي، نو کيدی شي چې د تابع مساوات د کربنيزو صريبونوپه څېر وليکلی شو:

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$$

چيرته چې $x_1; x_2; x_3$ صفرځايونه دي.

مور اوس په څرګنده توکه تابع تر څيړنې لاندې نيسو

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$$

چيرته چې x1=2 يو صفرځای دی، ځکه چې

$$f(2) = 2^3 - 2^2 - 5\cdot 2 + 6 = 8 - 4 - 10 + 6 = 0$$

له دې سره له دې سره کېدی شي د تابع مساوات د x1=2 صفرځآی لاندې (له املې) په پام کې ونیسو او لکه چې لاس ته راځي و لیکو

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6 = (\ldots\ldots)(x - 2)$$

د صفرځای ټاکلو لپاره ایښوونه : $f(x)= 0 \Leftrightarrow x^3-x^2-5x+6=(\ldots)(x-2)=0$

دا افاده $x^3-x^2-5x+6=(\ldots)(x-2)=0$ څېړو

د نوکانو افادې یا وییني (...)ټاکو

دواړه لورې په (x-2)وېشو

(x^3-x^2-5x+6) :$(x-2)=(\ldots)$

په دې توګه د نوکانو افاده (...)لاس ته راځي.

وېش د لیکنیز وېش قانون سره سم مخ ته بیایو

$$(x^3 - x^2 - 5x + 6) : (x - 2) = x^2 + x - 3$$
$$-(x^3 - 2x^2)$$
$$x^2 - 5x$$
$$-(x^2 - 2x)$$
$$-3x + 6$$
$$-(-3x + 6)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د نوکانو افاده (...) اوس x^2+x-3 بنه لري

له دې لاس ته راځي د صفرځای ټاکنو لپاره ایښوونه:

$$f(x)=0\Leftrightarrow x^3-x^2-5x+6=(\dots)(x-2)=(x^2+x-3)(x-2)=0$$

نو دا مربع مساوات x^2+x-3 اوس حل کوو.

دا د p-q- فرمول سره ځوابوو:

$$p=1;\ q=-3\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{1}{4}+3=\frac{13}{4}\Rightarrow\sqrt{D}=\sqrt{\frac{13}{4}}$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\ \left|\begin{array}{l}x_2=-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}}\\ x_3=-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}}\end{array}\right.$$

صفرځایونه:

$$x_1=2;\ x_2=-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}};\ x_3=-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}}$$

د x محور سره غوڅتيکي:

$$P_{x1}(2|0);\ P_{x2}\left(-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}}\,|\,0\right);\ P_{x3}\left(-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}}\,|\,0\right)$$

تابع مساوات:

$$f(x)=(x-2)\left(x+\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}}\right)\left(x+\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}}\right)\Leftrightarrow f(x)=x^3-x^2-5x+6$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هورنر شیما Horner- Schema

د پولینوم وېشنې پر ځای کیدی شي د ټولراشنل تابع درجه د هورنر شیما له لارې هم کمه شي.
مور د هورنر شیما څېړو:

مور بیرته تابع ترڅېرنې لاندې نیسو

$f(x)=x^3-x^2-5x+6$

چیرته چې x1=2یو صفرځای دی.

د $f(x)=x^3-x^2-5x+6$ لپاره د هورن شیما د x1=2 سره

په دریمه لیکه کې دري عددونه د وېش نتیجو لپاره هم د پاتې پولینوم ضریبونه بللکیږي. $f(x) = \underbrace{(x-2)}_{\text{Linearfaktor}} \underbrace{(1\cdot x^2+1\cdot x-3)}_{\text{Restpolynom}}$ پاتې پولینوم کربنیز ضریب	موخه د ضریب (x-2) له نوکانو وتنه ده. 1 −1 −5 6 x = 2 ↓ 2 2 −6 1 1 −3 0

د f (x) د نورو صفرځایونو لپاره د پاتې یا باقي پولینوم صفرځایونه شمیرو. دا د اړونده مربع مساوات د حل له لارې کیږي.

نتیجه یې د لاندې پولینوم وېش بیلګې سره وګورئ.

بیلګه:

$f(x) = \frac{1}{4}x^3 + x^2 - x - 4$ چیرته چې $x_1 = -2$ یو صفرځای دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x-2$ باقي يا پاتې پولينوم: $f(x)=(x+2)\left(\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x-2\right)$ د مربع مساوت حل $\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x-2=0$ له دې لاس ته راځي او معكوس: x2=2 او x3=-4	$\begin{array}{rcccc} & \frac{1}{4} & 1 & -1 & -4 \\ x=-2 \downarrow & & -\frac{1}{2} & -1 & 4 \\ \hline & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & -2 & 0 \end{array}$

بيلګه:

$f(x)=-x^3+7x-6=-x^3+0\cdot x^2+7x-6$ چيرته چې $x_1=1$ يو صفرځای دی

باقي پولينوم:-1.x-1.x+6 $f(x)=(x-1)(.x^2-x+6)$ د مربعيز مساوات حل: x^2-x+6.له دې لاس تره اوپه ځټ يا برعكس x2=2 او x3=-3	$\begin{array}{rcccc} & -1 & 0 & 7 & -6 \\ x=1 \downarrow & & -1 & -1 & 6 \\ \hline & -1 & -1 & 6 & 0 \end{array}$

لكه بيلګه چې ښايي، د هورن شيما سره د پاتې پولينوم تاكنه ساده ده نسبت د پولينوم وېش ته.

دا ټولې پورته تلنلاري مو د مربع مساوات حل ته لارښودوي. كه دا ونه توانيږو، نو د نومريكي تلنلارو څخه كار اخستل كيږي، چې دا دلته نه څېړل كيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرینونه: د پولینوم وېش...

د لندې ترمونو لپاره د پولینوم وېش وکاروی:

لومړی - $\left(x^3+2x^2-5x-6\right):(x+1)$ دیم - $\left(2x^3-14x-12\right):(x-3)$

دریم - $\left(3x^3-15x^2-51x+63\right):(x-7)$ څلورم - $\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2-2x+6\right):(x+2)$

پنځم - $\left(x^3+\frac{11}{2}x^2+5x-4\right):(x+2)$ شپږم - $\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):(x-2)$

اوم - $\left(x^3-\frac{5}{4}x^2-\frac{23}{4}x+\frac{3}{2}\right):(x-3)$ اتم - $\left(x^3-\frac{5}{3}x^2-\frac{47}{3}x-5\right):(x+3)$

نهم - $\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):(x+3)$ لسم - $\left(3x^3-15x^2-51x+63\right):(x-1)$

ځوابونه

ټولراشنل تابع **III** (پولینوموېش)

نتیجې او مفصل ځوابونه

$$\left(x^3+2x^2-5x-6\right):(x+1)=x^2+x-6$$
$$\left(2x^3-14x-12\right):(x-3)=2x^2+6x+4$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left(3x^3-15x^2-51x+63\right):(x-7)=3x^2+6x-9$$
$$\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2-2x+6\right):(x+2)=\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{2}x+3$$
$$\left(x^3+\frac{11}{2}x^2+5x-4\right):(x+2)=x^2+\frac{7}{2}x-2$$
$$\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):(x-2)=x^2+\frac{7}{2}x+\frac{3}{2}$$
$$\left(x^3-\frac{5}{4}x^2-\frac{23}{4}x+\frac{3}{2}\right):(x-3)=x^2+\frac{7}{4}x-\frac{1}{2}$$
$$\left(x^3-\frac{5}{3}x^2-\frac{47}{3}x+-5\right):(x+3)=x^2-\frac{14}{3}x-\frac{5}{3}$$
$$\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):(x+3)=x^2-\frac{3}{2}x-1$$
$$\left(3x^3-15x^2-51x+63\right):(x-1)=3x^2-12x-63$$

مفصل ځوابونه:

لومړی:

$$\left(x^3+2x^2-5x-6\right):(x+1)=x^2+x-6$$
$$\underline{-\left(x^3+x^2\right)}$$
$$x^2-5x$$
$$\underline{-\left(x^2+x\right)}$$
$$-6x-6$$
$$\underline{-(-6x-6)}$$

دویم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left(2x^3 - 14x - 12\right) : (x-3) = 2x^2 + 6x + 4$$
$$-\left(2x^3 - 6x^2\right)$$
$$6x^2 - 14x$$
$$-\left(6x^2 - 18x\right)$$
$$4x - 12$$
$$-(4x - 12)$$

دریم:

$$\left(3x^3 - 15x^2 - 51x + 63\right) : (x-7) = 3x^2 + 6x - 9$$
$$-\left(3x^3 - 21x^2\right)$$
$$6x^2 - 51x$$
$$-\left(6x^2 - 42x\right)$$
$$-9x + 63$$
$$-(-9x + 63)$$

$$\left(\frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 2x + 6\right) : (x+2) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 3$$
$$-\left(\frac{1}{2}x^3 + x^2\right)$$
$$-\frac{5}{2}x^2 - 2x$$
$$-\left(-\frac{5}{2}x^2 - 5x\right)$$
$$3x + 6$$
$$-(3x + 6)$$

څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم:

$$\left(x^3+\frac{11}{2}x^2+5x-4\right):(x+2)=x^2+\frac{7}{2}x-2$$
$$\underline{-\left(x^3+2x^2\right)}$$
$$\frac{7}{2}x^2+5x$$
$$\underline{-\left(\frac{7}{2}x^2+7x\right)}$$
$$-2x-4$$
$$\underline{-(-2x-4)}$$

شپږم:

$$\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):(x-2)=x^2+\frac{7}{2}x+\frac{3}{2}$$
$$\underline{-\left(x^3-2x^2\right)}$$
$$\frac{7}{2}x^2-\frac{11}{2}x$$
$$\underline{-\left(\frac{7}{2}x^2-\frac{14}{2}x\right)}$$
$$\frac{3}{2}x-3$$
$$\underline{-\left(\frac{3}{2}x-3\right)}$$

اوم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left(x^3-\frac{5}{4}x^2-\frac{23}{4}x+\frac{3}{2}\right):(x-3)=x^2+\frac{7}{4}x-\frac{1}{2}$$

$$\underline{-\left(x^3-3x^2\right)}$$

$$\frac{7}{4}x^2-\frac{23}{4}x$$

$$\underline{-\left(\frac{7}{4}x^2-\frac{21}{4}x\right)}$$

$$-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$$

$$\underline{-\left(-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}\right)}$$

اتم:

$$\left(x^3-\frac{5}{3}x^2-\frac{47}{3}x+-5\right):(x+3)=x^2-\frac{14}{3}x-\frac{5}{3}$$

$$\underline{-\left(x^3+3x^2\right)}$$

$$-\frac{14}{3}x^2-\frac{47}{3}x$$

$$\underline{-\left(-\frac{14}{3}x^2-\frac{42}{3}x\right)}$$

$$-\frac{5}{3}x-5$$

$$\underline{-\left(-\frac{5}{3}x-5\right)}$$

نهم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):(x+3)=x^2-\frac{3}{2}x-1$$
$$\underline{-\left(x^3+3x^2\right)}$$
$$-\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x$$
$$\underline{-\left(-\frac{3}{2}x^2-\frac{9}{2}x\right)}$$
$$-x-3$$
$$\underline{-(-x-3)}$$

لسم:

$$\left(3x^3-15x^2-51x+63\right):(x-1)=3x^2-12x-63$$
$$\underline{-\left(3x^3-3x^2\right)}$$
$$-12x^2-51x$$
$$\underline{-\left(-12x^2+12x\right)}$$
$$-63x+63$$
$$\underline{-(-63x+63)}$$

تمرینونه: د ټول راشنل توابعو صفرځایونه.

تمرین ټولراشنل تابع **IV**

د صفرځایونو ټاکنه له مختلفو لارو څخه.

د یوه تاسو ته مناسب قانو له مخې د ټولراشنل توابعو صفرځایونه وټاکی. د x محور سره د ګراف غوڅټکي و ټاکي او د تابع مساوات د کربنیزو ضریبونو د ضرب په څیر انځور کړی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اول - $f(x)=\frac{1}{2}x^4-\frac{13}{2}x^2+18$ دویم - $f(x)=x^3-4x^2+x+6$

دریم - $f(x)=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x-1$ څلورم - $f(x)=-\frac{3}{2}x^4+\frac{75}{2}x^2-216$

پنځم - $f(x)=-\frac{1}{4}x^3-\frac{1}{2}x^2+\frac{11}{4}x+3$ شپږم - $f(x)=-\frac{3}{4}x^3-\frac{3}{2}x^2+\frac{9}{4}x$

اوم - $f(x)=3x^4-3$ اتم - $f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{4}{3}x^2+\frac{1}{3}x-2$

نهم - $f(x)=2x^3-4x^2-16x$ لسم - $f(x)=2x^3+4x^2-26x+20$

نتیجې:

د ټولراشنل توابعو تمرین **IV** ته.

د صفرځایونو ټاکنه له مختلفو لارو څخه.

لومړی:

$f(x)=0\Leftrightarrow\frac{1}{2}x^4-\frac{13}{2}x^2+18=0 \quad x^2=z$

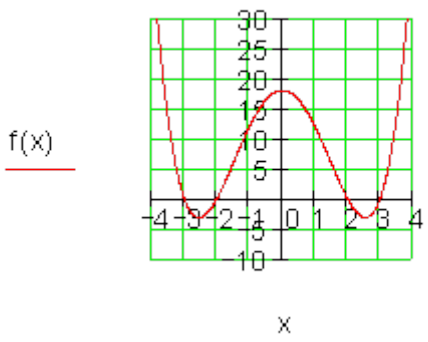
$\frac{1}{2}z^2-\frac{13}{2}x+18=0\Leftrightarrow z^2-13z+36=0$

$z_1=9\,;\,z_2=4\Leftrightarrow x_{1/2}=\pm3\,;\,x_{3/4}=\pm2$

$P_{x1}(3\,|\,0)\,;\,P_{x2}(-3\,|\,0)$

$P_{x3}(2\,|\,0)\,;\,P_{x4}(-2\,|\,0)$

$f(x)=\frac{1}{2}(x-3)(x+3)(x-2)(x+2)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow x^3-4x^2+x+6=0$$

د اټکل له مخې د صفرځای ټاکنه x1=2

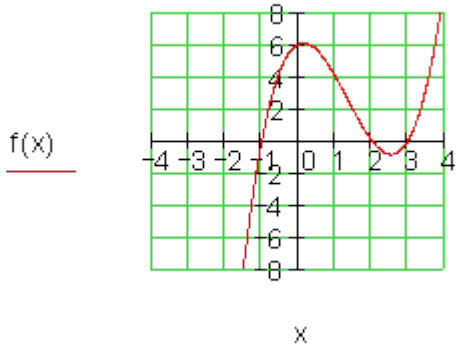
$$\left(x^3-4x^2+x+6\right):(x-2)=x^2-2x-3$$

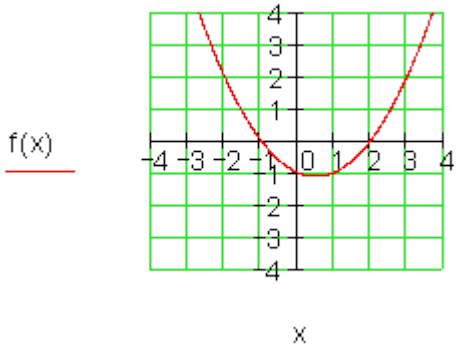
$$p=-2;\ q=-3 \Rightarrow D=4$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \left|\begin{array}{l} x_2=1+2=3 \\ x_3=1-2=-1 \end{array}\right.$$

$$P_{x1}(2\,|\,0);\ P_{x2}(3\,|\,0);\ P_{x3}(-1\,|\,0)$$

$$f(x)=(x-2)(x-3)(x+1)$$





$$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x-1=0$$

$$x^2-x-2=0$$

$$p=-1;\ q=-2 \Rightarrow D=\frac{9}{4}$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \left|\begin{array}{l} x_1=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=2 \\ x_2=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}=-1 \end{array}\right.$$

$$P_{x1}(2\,|\,0);\ P_{x2}(-1\,|\,0)$$

$$f(x)=\frac{1}{2}(x-2)(x+1)$$

$$f(x)=0 \Leftrightarrow f(x)=-\frac{3}{2}x^4+\frac{75}{2}x^2-216=0$$

$$x^2=z \Rightarrow -\frac{3}{2}z^2+\frac{75}{2}z-216=0$$

$$\Leftrightarrow z^2-25z+144=0$$

$$z_1=16;\ z_2=9 \Leftrightarrow x_{1/2}=\pm4;\ x_{3/4}=\pm3$$

$$P_{x1}(4\,|\,0);\ P_{x2}(-4\,|\,0)$$

$$P_{x3}(3\,|\,0);\ P_{x4}(-3\,|\,0)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

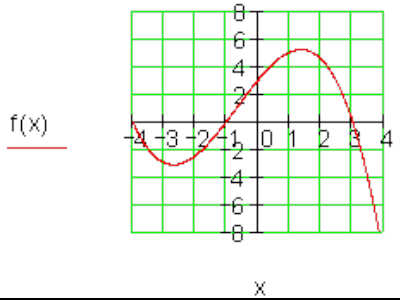
$$f(x)=-\frac{3}{2}(x-4)(x+4)(x-3)(x+3)$$

بنوونه د هورنر- شیما سره

		$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{11}{4}$	3
$x=3$	$\downarrow$		$-\frac{3}{4}$	$-\frac{15}{4}$	-3
		$-\frac{1}{4}$	$-\frac{5}{4}$	-1	$0=f(3)$

$$-\frac{1}{4}x^2-\frac{5}{4}x-1=0$$

پاتې - یا باقي پولینوم



$$f(x)=0\Leftrightarrow -\frac{1}{4}x^3-\frac{1}{2}x^2+\frac{11}{4}x+3=0$$

صفرځای توکلي نیسو x1=3

$$\left(-\frac{1}{4}x^3-\frac{1}{2}x^2+\frac{11}{4}x+3\right):(x-3)$$

$$=-\frac{1}{4}x^2-\frac{5}{4}x-1$$

$$x^2+5x+4=0$$

$$p=5;\ q=4\Rightarrow D=\frac{9}{4}$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad\left|\begin{array}{l}x_2=-\frac{5}{2}+\frac{3}{2}=-1\\ x_3=-\frac{5}{2}-\frac{3}{2}=-4\end{array}\right.$$

$$P_{x1}(3\,|\,0);\ P_{x2}(-1\,|\,0);\ P_{x3}(-4\,|\,0)$$

$$f(x)=-\frac{1}{4}(x-3)(x+1)(x+4)$$

$$f(x)=0\Leftrightarrow -\frac{3}{4}x^3-\frac{3}{2}x^2+\frac{9}{4}x=0$$

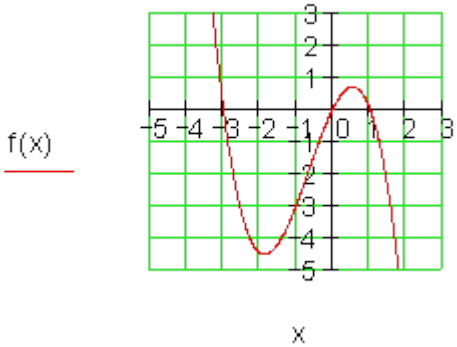
x له نوکانو وباسو

$$x\left(-\frac{3}{4}x^2-\frac{3}{2}x+\frac{9}{4}\right)=0\Rightarrow x_1=0$$

$$-\frac{3}{4}x^2-\frac{3}{2}x+\frac{9}{4}=0\Leftrightarrow x^2+2x-3=0$$

$$p=2;\ q=-3\Rightarrow D=4$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad\left|\begin{array}{l}x_2=-1+2=1\\ x_3=-1-2=-3\end{array}\right.$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_{x1}(0\,|\,0);\ P_{x2}(1\,|\,0);\ P_{x3}(-3\,|\,0)$$

$$f(x)=-\frac{3}{4}x(x-1)(x+3)$$

$$f(x)=0\Leftrightarrow 3x^4-3=0$$

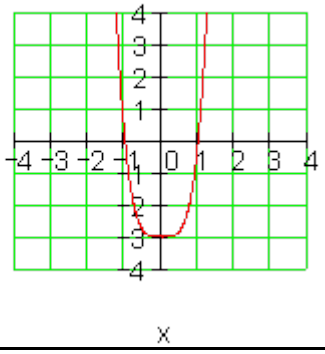
$$x^2=z$$

$$3z^2-3=0\Leftrightarrow z^2-1=0$$

$$z_1=1;\ z_2=-1\Leftrightarrow x_{1/2}=\pm 1$$

$$P_{x1}(1\,|\,0);\ P_{x2}(-1\,|\,0)$$

f(x)



x

$$f(x)=0\Leftrightarrow \frac{1}{3}x^3+\frac{4}{3}x^2+\frac{1}{3}x-2=0$$

د صفرځای اټکلونه x1=1

$$\left(\frac{1}{3}x^3+\frac{4}{3}x^2+\frac{1}{3}x-2\right):(x-1)$$

$$=\frac{1}{3}x^2+\frac{5}{3}x+2$$

$$x^2+5x+6=0$$

$$p=5;\ q=6\Rightarrow D=\frac{1}{4}$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad\Big|\quad x_2=-\frac{5}{2}+\frac{1}{2}=-2\quad\Big|\quad x_3=-\frac{5}{2}-\frac{1}{2}=-3$$

$$P_{x1}(1\,|\,0);\ P_{x2}(-2\,|\,0);\ P_{x3}(-3\,|\,0)$$

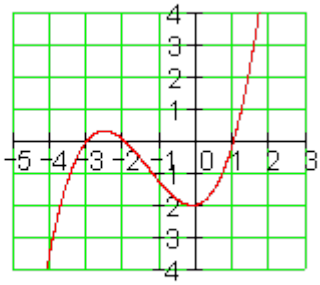
$$f(x)=\frac{1}{3}(x-1)(x+2)(x+3)$$

بنوونه د هورنر- شيما سره

		$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{3}$	-2
$x=1$	$\downarrow$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{3}$	2	
		$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{3}$	2	$0=f(1)$

$\frac{1}{3}x^2+\frac{5}{3}x+2=0$ پاتې پولينوم

f(x)



x

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow 2x^3-4x^2-16x=0$$

x له نوکانو وباسو

$$x\left(2x^2-4x-16\right)=0 \Rightarrow x_1=0$$

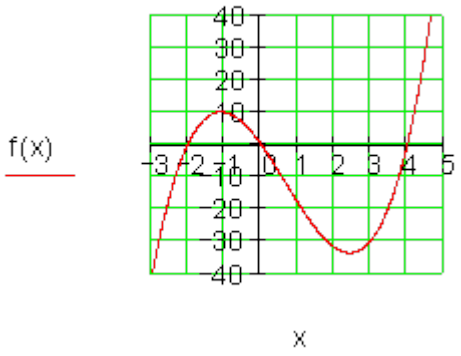
$$2x^2-4x-16=0 \Leftrightarrow x^2-2x-8=0$$

$$p=-2\,;\ q=-8 \Rightarrow D=9$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \begin{vmatrix} x_2=1+3=4 \\ x_3=1-3=-2 \end{vmatrix}$$

$$P_{x1}(0\,|\,0)\,;\ P_{x2}(4\,|\,0)\,;\ P_{x3}(-2\,|\,0)$$

$$f(x)=2x(x-4)(x+2)$$

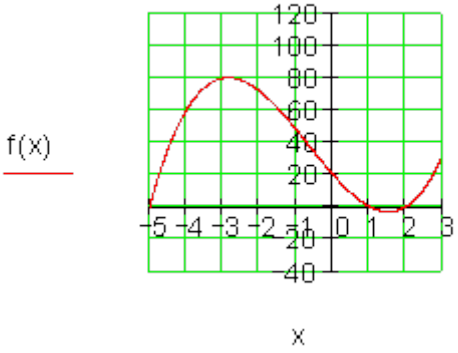


لسم:

بنوونه د هورنر- شیما سره

$$\begin{array}{rcccc} & 2 & 4 & -26 & 20 \\ x=1 & \downarrow & 2 & 6 & -20 \\ & 2 & 6 & -20 & 0 \end{array} = f(1)$$

$2x^2+6x-20$ پاتې پولینوم



$$f(x)=0 \Leftrightarrow 2x^3+4x^2-26x+20=0$$

صفرځای د اټکل له مخي x1=1

$$\left(2x^3+4x^2-26x+20\right):(x-1)$$

$$=2x^2+6x-20$$

$$x^2+3x-10=0$$

$$p=3\,;\ q=-10 \Rightarrow D=\frac{49}{4}$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \begin{vmatrix} x_2=-\frac{3}{2}+\frac{7}{2}=2 \\ x_3=-\frac{3}{2}-\frac{7}{2}=-5 \end{vmatrix}$$

$$P_{x1}(1\,|\,0)\,;\ P_{x2}(2\,|\,0)\,;\ P_{x3}(-5\,|\,0)$$

$$f(x)=2(x-1)(x-2)(x+5)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

د ټول هوښیار یا راشنل توابعو محورغوڅټکي ګرافونه

صفرځایونه وشمیرئ او ګرافونه وکاږئ

لومړی: د لاندې توابعو صفرځایونه وشمیرئ

الف- $f(x)=x^4+2x^3+x^2$ ب - $f(x)=x^2-6x+9$

پ - $f(x)=\left(x^2-25\right)\left(\frac{1}{2}x+4\right)$ ت - $f(x)=x^6-x^4$

ټ - $f(x)=3x\left(\frac{2}{3}x-2\right)(-2x+3)$ ث - $f(x)=3\left(x^2+4\right)\left(x^2-4x+10\right)$

دویم: لومړی: د د لاندې توابعو صفرځایونه وشمیرئ

الف- $f(x)=x^4-6x^2+5$ ب - $f(x)=4x^4+6x^2-\frac{7}{4}$ پ - $f(x)=x^6-8x^4+20x^2$

دریم: لومړی: د د لاندې توابعو صفرځایونه وشمیرئ

الف- $f(x)=2x^3+4x^2-2x-4$ ب - $f(x)=x^3-12x+16$

پ - $f(x)=x^4-2x^3-3x^2+4x+4$ ت - $f(x)=2x^3-10x^2-4x+20$

ټ - $f(x)=x^4-\frac{11}{4}x^2-\frac{9}{4}x-\frac{1}{2}$ ث - $f(x)=-3x^3+3x^2-3x+3$

ج - $f(x)=-5x^3-10x^2-\frac{5}{2}x-5$ چ - $f(x)=x^4+3x^3+5x^2+9x+6$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم: لومړی: د د لاندې توابعو صفرځایونه وشمیرئ

الف- $f(x)=-3x^4+15x^2-12$ ب - $f(x)=x^4-x^3-2x^2$

پ - $f(x)=-2x^3+2x^2+16x-24$ ت - $f(x)=\left(x^2-6x+9\right)(x-4)$

ټ - $f(x)=x^6-3x^4-4x^2$ ث - $f(x)=x^4-25x^2-60x-36$

پنځم: د لاندې ټولراشنل توبعو ګرافونه په یوه مناسب پروتولاړ یا کواودینات سیتم کې وکاږئ. د دې لپاره یو ارزښت جدول واچوئ او محور غوځټکي وټاکئ

الف- $f(x)=x^3-6x^2+9x \quad D_f=\{x\mid -0,5\le x\le 4,5\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f(x)=x^3+\frac{3}{2}x^2-6x-2 \quad D_f=\{x\mid -3,5\le x\le 2,5\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f(x)=x^3-6x^2+9x-2 \quad D_f=\{x\mid -0,2\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

ت - $f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{2}x^2-4x+4 \quad D_f=\{x\mid -3\le x\le 3,5\}_{\mathbb{R}}$

ټ - $f(x)=x^3-\frac{3}{2}x^2-6x+2 \quad D_f=\{x\mid -2,5\le x\le 3,5\}_{\mathbb{R}}$

ث - ج - $f(x)=\frac{1}{4}x^3-3x^2+9x \quad D_f=\{x\mid -0,2\le x\le 8\}_{\mathbb{R}}$

شپږم: د لاندې توابعو صفرځایونه وټاکئ او ګراف یې تر شونې پولې پورې ښه وکاږئ. ارزښتجدول کیږدئ او ځنې ارزښتونه د جبشمیري سره وشمیرئ. ځنې صفرځایونه اټکل کړئ او که شوني وي، صفرځایونه وشمیرئ.

الف- $f(x)=x^3-\frac{2}{3}x^2-\frac{10}{3}x-1$ ب - $f(x)=0,01\left(x^3-x^2-x+1\right)$

پ - $f(x)=0,1x^3-0,3x^2-9x-10$ ت - $f(x)=(x-1,7)\left(x^2-3\right)$

ځوابونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ټولراشنل توابعو صفرځایونو شمیرنه او د ګراف کښنه

نتیجې او مفصل څوابونه

نتیجې:

لومړی:

الف-

$$f(x)=x^4+2x^3+x^2=x^2\left(x^2+2x+1\right)=x^2(x+1)(x+1)$$
$$\Rightarrow P_{x1/2}(0\,|\,0);P_{x3/4}(-1\,|\,0)$$

ب –

$$f(x)=x^2-6x+9=(x-3)(x-3)\Rightarrow P_{x1/2}(3\,|\,0)$$

پ –

$$f(x)=\left(x^2-25\right)\left(\frac{1}{2}x+4\right)=(x-5)(x+5)\left(\frac{1}{2}x+4\right)$$
$$\Rightarrow P_{x_1}(5\,|\,0);P_{x_2}(-5\,|\,0);P_{x_3}(-8\,|\,0)$$

ت –

$$f(x)=x^6-x^4=x^4\left(x^2-1\right)=x^4(x-1)(x+1)$$
$$\Rightarrow P_{x1/2/3/4}(0\,|\,0);P_{x_5}(1\,|\,0);P_{x_6}(-1\,|\,0)$$

ټ

$$f(x)=3x\left(\frac{2}{3}x-2\right)(-2x+3)\Rightarrow P_{x_1}(0\,|\,0);P_{x_2}(3\,|\,0);P_{x_3}\left(\frac{3}{2}\,|\,0\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ث – د الماني پښتو:

$$f(x)=3\left(x^2+4\right)\left(x^2-4x+10\right)$$

$$x^2+4=0\Leftrightarrow x^2=-4\Rightarrow$$

حل نه شته

$$x^2-4x+10=0\Rightarrow p=-4\,;\,q=10$$
$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=(-2)^2-10=4-10<0\Rightarrow$$

حل نه شته

$$f(x)=3\left(x^2+4\right)\left(x^2-4x+10\right)$$

صفرځایونه نه لري

دویم: مصفل حلونه:

الف-

$$f(x)=x^4-6x^2+5 \text{ Substitution } x^2=z\Rightarrow f(z)=z^2-6z+5$$
$$p=-6\,;\,q=5\Rightarrow D=(-3)^2-5=9-5=4$$
$$z_{1/2}=3\pm 2\Rightarrow z_1=5 \text{ und } z_2=1$$
$$z_1=5=x^2\Rightarrow |x|=5\Rightarrow x_{1/2}=\pm\sqrt{5}\quad z_2=1=x^2\Rightarrow |x|=1\Rightarrow x_{3/4}=\pm 1$$
$$\underline{P_{x_1}\left(\sqrt{5}\,|\,0\right);P_{x_2}\left(-\sqrt{5}\,|\,0\right);P_{x_3}\left(-1|\,0\right);P_{x_4}\left(1|\,0\right)}$$
$$f(x)=\left(x-\sqrt{5}\right)\left(x+\sqrt{5}\right)(x+1)(x-1)$$

ب – Keine Lösung حل نه شته

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=4x^4+6x^2-\frac{7}{4}\ \text{Substitution: } x^2=z \Rightarrow f(z)=4z^2+6z-\frac{7}{4}$$

$$4z^2+6z-\frac{7}{4}=0 \Leftrightarrow z^2+\frac{3}{2}z-\frac{7}{16}=0 \Rightarrow p=\frac{3}{2};\ q=-\frac{7}{16}$$

$$\Rightarrow D=\left(\frac{3}{4}\right)^2+\frac{7}{16}=\frac{9}{16}+\frac{7}{16}=\frac{16}{16}=1 \Rightarrow z_{1/2}=-\frac{3}{4}\pm 1$$

$$\Rightarrow z_1=\frac{1}{4};\ z_2=-\frac{7}{4}$$

$$z_1=\frac{1}{4}=x^2 \Rightarrow |x|=\frac{1}{2} \Rightarrow x_{1/2}=\pm\frac{1}{2}$$

$z_2=-\frac{7}{4}=x^2 \Rightarrow$ حل نه لري

$$\underline{\underline{P_{x_1}\left(-\frac{1}{2}\,\middle|\,0\right);\ P_{x_2}\left(\frac{1}{2}\,\middle|\,0\right)}}$$

پ –

دريم:

الف- په لاندې فرمول کې د الماني متن پښتو: د لومړي صفرځآی له ګومانه ټاکنه، پولینوم وېش. او

$$f(x)=2x^3+4x^2-2x-4 \Rightarrow 2x^3+4x^2-2x-4=0 \Rightarrow x^3+2x^2-x-2=0$$

raten der 1. Nullstelle: $x_1=1$: $1^3+2\cdot 1^2-1-2=1+2-1-2=0$

Polynomdivision: $\left(x^3+2x^2-x-2\right):(x-1)=x^2+3x+2$

$$\Rightarrow x^2+3x+2=0 \Rightarrow p=3;\ q=2 \Rightarrow D=1{,}5^2-2=0{,}25$$

$$x_{2/3}=-1{,}5\pm\sqrt{0{,}25}=-1{,}5\pm 0{,}5 \Rightarrow x_2=-1 \text{ und } x_3=-2$$

$$\underline{\underline{P_{x_1}(1|0);\ P_{x_2}(-1|0);\ P_{x_3}(-2|0)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب ـ $f(x)=x^3-12x+16 \Rightarrow x^3-12x+16$

د لومړي صفرځآی له ګومانه ټاکنه $x_1=2$ ، ځکه چې $2^3-12\cdot 2+16=0$

پولینوم وېش: $\left(x^3-12x+16\right):(x-2)=x^2+2x-8$

$x^2+2x-8=0 \Rightarrow p=2;\ q=-8 \Rightarrow D=1^2+8=9$

، $x_{2/3}=-1\pm 3 \Rightarrow x_2=2$ او $x_3=-4$

$P_{x_1}(2\,|\,0);P_{x_2}(2\,|\,0);P_{x_3}(-4\,|\,0)$ یا $P_{x_{1/2}}(2\,|\,0);P_{x_3}(-4\,|\,0)$

پ ـ $f(x)=x^4-2x^3-3x^2+4x+4 \Rightarrow x^4-2x^3-3x^2+4x+4=0$

د لومړي صفرځآی له ګومانه ټاکنه،

$x_1=2:2^4-2\cdot 2^3-3\cdot 2^2+4\cdot 2+4=16-16-12+8+4=0$

پولینوم وېش. $\left(x^4-2x^3-3x^2+4x+4\right):(x-2)=x^3-3x-2$

$x^3-3x-2=0$

د دویم صفرځآی له ګومانه ټاکنه $x_2=-1:(-1)^3-3\cdot(-1)-2=-1+3-2=0$

، پولینوم وېش $\left(x^3-3x-2\right):(x+1)=x^2-x-2$

$x^2-x-2=0 \Rightarrow p=-1;\ q=-2 \Rightarrow D=\left(-\frac{1}{2}\right)^2+2=\frac{9}{4}$

$x_{3/4}=\frac{1}{2}\pm\frac{3}{2} \Rightarrow x_3=2$ او $x_4=-1$.

، $P_{x_1}(2\,|\,0);P_{x_2}(-1\,|\,0);P_{x_3}(2\,|\,0);P_{x_4}(-1\,|\,0)$ یا $P_{x_{1/2}}(2\,|\,0);P_{x_{3/4}}(-1\,|\,0)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت ــ

$$f(x)=2x^3-10x^2-4x+20 \Rightarrow 2x^3-10x^2-4x+20=0\,|:2$$
$$\Leftrightarrow x^3-5x^2-2x+10=0$$

د لومړي صفرځآی له ګومانه ټاکنه: $x_1=5 \quad 5^3-5\cdot 5^2-2\cdot 5+10=0$

، پولینوم وېش: $\left(x^3-5x^2-2x+10\right):(x-5)=x^2-2$

$$\Rightarrow x^2=2 \Leftrightarrow |x|=\sqrt{2} \Rightarrow x_2=\sqrt{2}\,;\,x_3=-\sqrt{2}$$
$$P_{x_1}(5\,|\,0)\,;\,P_{x_2}\left(-\sqrt{2}\,|\,0\right)\,;\,P_{x_3}\left(\sqrt{2}\,|\,0\right)$$

ټ ــ $f(x)=x^4-\frac{11}{4}x^2-\frac{9}{4}x-\frac{1}{2} \Rightarrow x^4-\frac{11}{4}x^2-\frac{9}{4}x-\frac{1}{2}=0$

د لومړي صفرځآی له ګومانه ټاکنه:

$$x_1=2 \quad 2^4-\frac{11}{4}\cdot 2^2-\frac{9}{4}\cdot 2-\frac{1}{2}=16-11-\frac{9}{2}-\frac{1}{2}=0$$

، پولینوم وېش: $\left(x^4-\frac{11}{4}x^2-\frac{9}{4}x-\frac{1}{2}\right):(x-2)=x^3+2x^2+\frac{5}{4}x+\frac{1}{4}$

$$\Rightarrow x^3+2x^2+\frac{5}{4}x+\frac{1}{4}=0$$

د دویم صفرځآی له ګومانه ټاکنه:

$$x_2=-1 \quad (-1)^3+2\cdot(-1)^2+\frac{5}{4}\cdot(-1)+\frac{1}{4}=-1+2-\frac{5}{4}+\frac{1}{4}=0$$

پولینوم وېش.: $\left(x^3+2x^2+\frac{5}{4}x+\frac{1}{4}\right):(x+1)=x^2+x+\frac{1}{4}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow x^2+x+\frac{1}{4}=0 \quad p=1;q=\frac{1}{4}\Rightarrow D=\left(\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}=0$$
$$\Rightarrow x_{3/4}=-\frac{1}{2}\Rightarrow \underline{\underline{P_{x_1}(2|0);P_{x_2}(-1|0);P_{x_{3/4}}\left(-\frac{1}{2}|0\right)}}$$

ث –

$$f(x)=-3x^3+3x^2-3x+3\Rightarrow -3x^3+3x^2-3x+3=0|:(-3)$$
$$\Leftrightarrow x^3-x^2+x-1=0$$

د لومړي صفرځای له ګومانه ټاکنه: $x_1=1 \quad 1^3-1^2+1-1=0$

، پولینوم وېش: $\left(x^3-x^2+x-1\right):(x-1)=x^2+1$

حل نه شته $\Rightarrow x^2+1=0\Leftrightarrow x^2=-1\Rightarrow$

$$\underline{\underline{P_{x_1}(1|0)}}$$

ج –

$$f(x)=-5x^3-10x^2-\frac{5}{2}x-5\Rightarrow -5x^3-10x^2-\frac{5}{2}x-5=0|:(-5)$$
$$\Leftrightarrow x^3+2x^2+\frac{1}{2}x+1=0$$

د لومړي صفرځای له ګومانه ټاکنه:

$$\vdots\ x_1=-2 \quad (-2)^3+2\cdot(-2)^2+\frac{1}{2}\cdot(-2)+1=-8+8-1+1=0$$

، پولینوم وېش: $\left(x^3+2x^2+\frac{1}{2}x+1\right):(x+2)=x^2+\frac{1}{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow x^2+\frac{1}{2}=0 \Leftrightarrow x^2=-\frac{1}{2} \Rightarrow$$ حل نه شته

$$\underline{\underline{P_{x_1}(-2|0)}}$$

چ – $$f(x)=x^4+3x^3+5x^2+9x+6 \Rightarrow x^4+3x^3+5x^2+9x+6=0$$

د لومړي صفرځآی له ګومانه ټاکنه:

$$x_1=-1 \quad (-1)^4+3\cdot(-1)^3+5\cdot(-1)^2+9\cdot(-1)+6=0$$

، پولینوم وېش: $$\left(x^4+3x^3+5x^2+9x+6\right):(x+1)=x^3+2x^2+3x+6$$

$$\Rightarrow x^3+2x^2+3x+6=0$$

د دویم صفرځآی له ګومانهټاکنه،:

$$x_1=-2 \quad (-2)^4+3\cdot(-2)^3+5\cdot(-2)^2+9\cdot(-2)+6=0$$

پولینوم وېش: $$\left(x^3+2x^2+3x+6\right):(x+2)=x^2+3$$

حل نه شته $$\Rightarrow x^2+3=0 \Leftrightarrow x^2=-3 \Rightarrow$$

$$\underline{\underline{P_{x_1}(-1|0);P_{x_2}(-2|0)}}$$

ځلورم:

الف- د ماني: بدلون، او

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=-3x^4+15x^2-12\Rightarrow -3x^4+15x^2-12=0\,;|\,(-3)$$
$$\Leftrightarrow x^4-5x^2+4=0 \text{ Substitution: } x^2=z\Rightarrow z^2-5z+4=0$$
$$\Rightarrow p=-5\,;\,q=4\Rightarrow D=\left(-\frac{5}{2}\right)^2-4=\frac{25}{4}-\frac{16}{4}=\frac{9}{4}\Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{9}{4}}=\frac{3}{2}$$
$$\Rightarrow z_{1/2}=\frac{5}{2}\pm\frac{3}{2}\Rightarrow z_1=4 \text{ und } z_2=1$$
$$z_1=4=x^2\Rightarrow |x|=2\Rightarrow x_1=2\,;\,x_2=-2$$
$$z_2=1=x^2\Rightarrow |x|=1\Rightarrow x_3=1;\,x_4=-1$$
$$P_{x_1}(2\,|\,0)\,;\,P_{x_2}(-2\,|\,0)\,;\,P_{x_3}(1|\,0)\,;\,P_{x_4}(-1|\,0)$$

ب – او=und

$$f(x)=x^4-x^3-2x^2\Rightarrow x^4-x^3-2x^2=0$$
$$\Rightarrow x^2\left(x^2-x-2\right)=0\Rightarrow x_{1/2}=0$$
$$x^2-x-2=0\quad p=-1;\,q=-2\Rightarrow D=(-0,5)^2+2=2,25\Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{2,25}=1,5$$
$$\Rightarrow x_{3/4}=0,5\pm 1,5\Rightarrow x_3=2 \text{ und } x_4=-1$$
$$P_{x_{1/2}}(0\,|\,0)\,;\,P_{x_3}(2\,|\,0)\,;\,P_{x_4}(-1|\,0)$$

پ –

$$f(x)=-2x^3+2x^2+16x-24\Rightarrow -2x^3+2x^2+16x-24=0\,|\,:(-2)$$
$$\Rightarrow x^3-x^2-8x+12=0$$

د لومړي صفرځای له ګومانه ټاکنه:

$$(-24\Rightarrow -2x^3+2x^2+16x-24=0\,|\,:(-2)$$
$$)$$
$$x_1=2\quad 2^3-2^2-8\cdot 2+12=8-4-16+12=0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

، پولینوم وېش: $\left(x^3-x^2-8x+12\right):(x-2)=x^2+x-6$

$$\Rightarrow x^2+x-6=0 \quad p=1;\ q=-6 \Rightarrow D=0,5^2+6=6,25 \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{6,25}=2,5$$
$$x_{2/3}=-0,5\pm 2,5 \Rightarrow x_2=2 \text{ und } x_3=-3$$
$$\underline{\underline{P_{\times 1/2}(2\,|\,0);\ P_{\times 3}(-3\,|\,0)}}$$

ت –

$$f(x)=\left(x^2-6x+9\right)(x-4) \Rightarrow \left(x^2-6x+9\right)(x-4)=0$$
$$\Rightarrow (x-4)=0 \Leftrightarrow x_1=4$$
$$x^2-6x+9=0 \Rightarrow p=-6;\ q=9 \Rightarrow D=(-3)^2-9=0$$
$$\Rightarrow x_{2/3}=3$$
$$\underline{\underline{P_{\times 1}(4\,|\,0);\ P_{\times 2/3}(3\,|\,0)}}$$

ټ – په لاندې فرمول کې د الماني متن پښتو:: بدلون، حل نه شته

$$f(x)=x^6-3x^4-4x^2 \Rightarrow x^6-3x^4-4x^2=0$$
$$\Leftrightarrow x^2\left(x^4-3x^2-4\right)=0 \Rightarrow x_{1/2}=0$$
$$x^4-3x^2-4=0 \text{ Substitution: } x^2=z$$
$$\Rightarrow z^2-3z-4=0 \quad p=-3;\ q=-4 \Rightarrow D=(-1,5)^2+4=6,25$$
$$\Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{6,25}=2,5$$
$$z_{1/2}=1,5\pm 2,5 \Rightarrow z_1=4 \text{ und } z_2=-1$$
$$z_1=4=x^2 \Rightarrow |x|=2 \Rightarrow x_3=2 \text{ und } x_4=-2$$
$$z_2=-1=x^2 \Rightarrow \text{keine Lösung}$$
$$\underline{\underline{P_{\times 1/2}(0\,|\,0);\ P_{\times 3}(2\,|\,0);\ P_{\times 4}(-2\,|\,0)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ث –

$$f(x) = x^4 - 25x^2 - 60x - 36 \Rightarrow x^4 - 25x^2 - 60x - 36 = 0$$

د لومړي صفرځای په ګومان پیداکونه:

$$x_1 = -1 \quad (-1)^4 - 25\cdot(-1)^2 - 60\cdot(-1) - 36 = 0$$

پولینوموښ:

$$\left(x^4 - 25x^2 - 60x - 36\right) : (x+1) = x^3 - x^2 - 24x - 36$$

د دویم صفرځای په ګومان پیداکونه:

$$x_2 = -2 \quad (-2)^3 - (-2)^2 - 24\cdot(-2) - 36 = 0$$

پولینوموښ:

$$\left(x^3 - x^2 - 24x - 36\right) : (x+2) = x^2 - 3x - 18$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 18 = 0 \quad p = -3\,;\, q = -18 \Rightarrow D = (-1{,}5)^2 + 18 = 20{,}25$$
$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{20{,}25} = 4{,}5$$
$$x_{3/4} = 1{,}5 \pm 4{,}5 \Rightarrow x_3 = 6 \text{ und } x_4 = -3$$
$$\underline{\underline{P_{x_1}(-1\,|\,0)\,;\, P_{x_1}(-2\,|\,0)\,;\, P_{x_3}(6\,|\,0)\,;\, P_{x_4}(-3\,|\,0)}}$$

پنځم:
پام: په لاندې پوښتنو کې د المانې پښتو: ارزښتجدول، محور غوڅټکي.
الف –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

ارزښتجدول

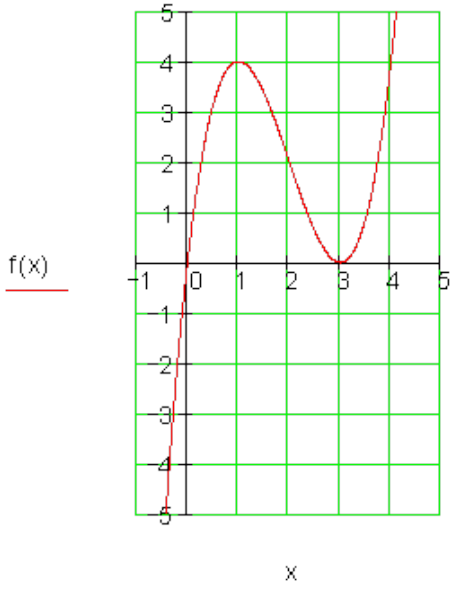
x	−0,5	0	0,5	1
f(x)	−6,13	0	3,13	4
x	1,5	2	2,5	3
f(x)	3,38	2	0,63	0
x	3,5	4	4,5	
f(x)	0,88	4	10,13	

محورغوځتکي يا نقاط تقاطع محور

$P_y(0|0)$

$P_{x1}(0|0)$

$P_{x2/3}(3|0)$



ب –

$$f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2$$

ارزښتجدول

x	−3,5	−3	−2,5	−2	
f(x)	−5,5	2,5	6,75	8	
x	−1,5	−1	−0,5	0	
f(x)	7	4,5	1,25	−2	
x	0,5	1	1,5	2	2,5
f(x)	−4,5	−5,5	−4,25	0	8

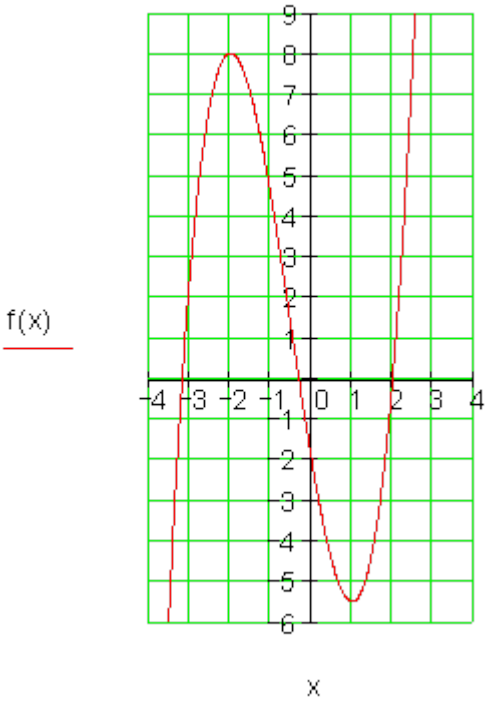
محورغوځتکي يا نقاط تقاطع محور

$P_y(0|-2)$

$P_{x1}(2|0)$

$P_{x2}\left(-\frac{7}{4}+\frac{1}{4}\sqrt{33} \approx -0,31|\,0\right)$

$P_{x2}\left(-\frac{7}{4}-\frac{1}{4}\sqrt{33} \approx -3,19|\,0\right)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

پ –

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$$

ارزښتجدول

x	−0,5	0	0,5	1
f(x)	−8,13	−2	1,13	2
x	1,5	2	2,5	3
f(x)	1,38	0	−1,38	−2
x	3,5	4		−0,2
f(x)	−1,13	2		−4,05

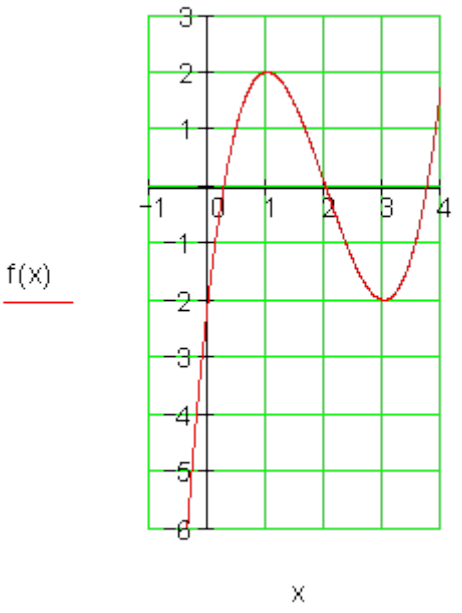
محورغوځتکي يا نقاط تقاطع محور

$P_y(0 \mid -2)$

$P_{x1}(2 \mid 0)$

$P_{x2}\left(2+\sqrt{3} \approx 3,73 \mid 0\right)$

$P_{x2}\left(2-\sqrt{3} \approx 0,27 \mid 0\right)$



ت –

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$$

ارزښتجدول

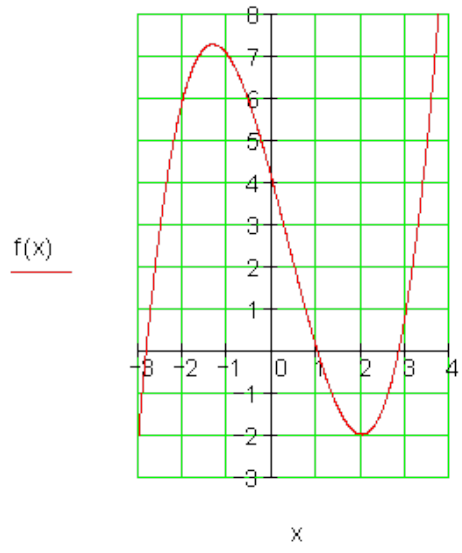
x	−3	−2,5	−2	−1,5
f(x)	−2	3,06	6	7,19
x	−1	−0,5	0	0,5
f(x)	7	5,81	4	1,94
x	1	1,5	2	2,5
f(x)	0	−1,44	−2	−1,31

محورغوځتکي يا نقاط تقاطع محور

$P_y(0 \mid 4)$

$P_{x1}(1 \mid 0)$

$P_{x2/3}\left(\pm 2 \cdot \sqrt{2} \approx \pm 2,83 \mid 0\right)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ت ــ

$$f(x)=x^3-\frac{3}{2}x^2-6x+2$$

ارزښتجدول

x	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5
f(x)	−8	0	4,25	5,5	−8
x	0	0,5	1	1,5	2
f(x)	2	−1,25	−4,5	−7	−8
x	2,5	3	3,5		
f(x)	−6,75	−2,5	5,5		

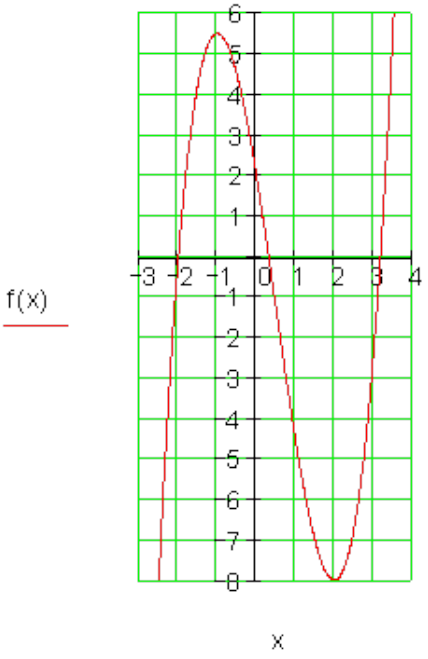
محورغوڅتکي يا نقاط تقاطع محور

$P_y(0|2)$

$P_{x1}(-2|0)$

$P_{x2}\left(\frac{7}{4}+\frac{1}{4}\sqrt{33}\approx 3,19|0\right)$

$P_{x3}\left(\frac{7}{4}-\frac{1}{4}\sqrt{33}\approx 0,31|0\right)$



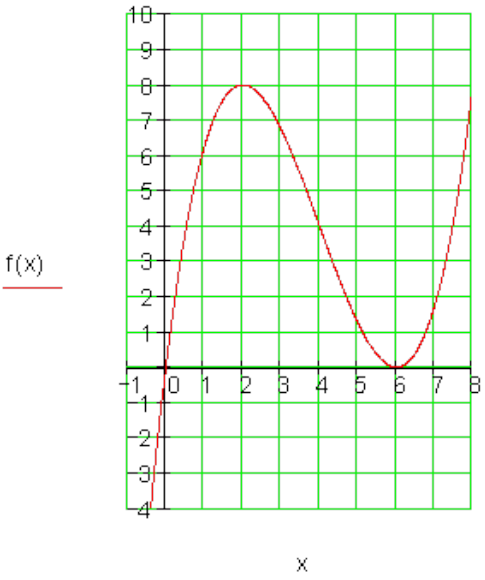
ث ــ

$$f(x)=\frac{1}{4}x^3-3x^2+9x$$

ارزښت جدول

x	−0,5	0	0,5	1
f(x)	−5,28	0	3,78	0,25
x	1,5	2	2,5	3
f(x)	7,59	8	7,66	6,75
x	3,5	4	4,5	5
f(x)	5,47	4	2,53	1,25
x	5,5	6	6,5	7
f(x)	0,34	0	0,41	1,75

محورغوڅتکی:



(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_y(0\mid 0)$ $P_{x1}(0\mid 0)$ $P_{x2/3}(6\mid 0)$	

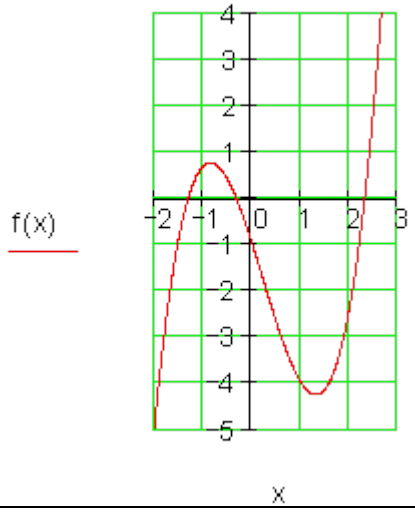
شپږم:

الف-

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
f(x)	−24	−5	$\frac{2}{3}$	−1	−4	$-2\frac{1}{3}$	10

لومړی صفرځای	$-2 < x_1 < -1$
دویم صفرځای	$-1 < x_2 < 0$
دریم صفرځای	$2 < x_3 < 3$

انتروالونه چې د هغو په دننه کې صفرځایونه شتون لري، د توابعو د مخنښنو له لارې مینډل کیږي.



x	−3	−2	−1	0	1	2	3
f(x)	−0,32	−0,09	0	0,01	0	0,03	0,16

1. Nullstelle: $P_{x1}(-1\mid 0)$ 2. Nullstelle: $P_{x2}(1\mid 0)$

ب ـ

په پورته کې المانیـ صفرځای.

ګومان نږدې دی، چې ګراف د x محور د P_{x2} په ټکي کې لمسوي.

دا ګومان ازمایښتور دی.

$$f(x) = 0{,}01\underbrace{(x-1)(x-1)}_{\text{doppelte Nullstelle}}(x+1)$$

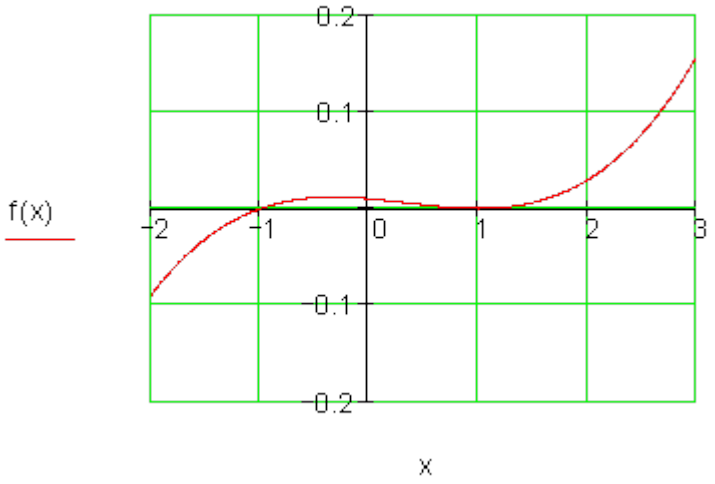
نیونه یا فرضیه:

ډبل صفرځایونه

$$= 0{,}01(x-1)^2(x+1) = 0{,}01\left(x^3 - x^2 - x + 1\right) \Rightarrow P_{x2/3}(1\mid 0)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نيونه يا فرضيه تيک وه.

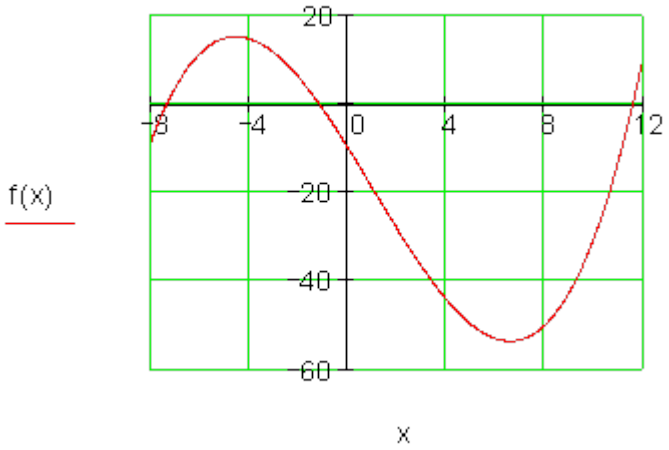


پ –

x	−8	−4	0	4	8	12
f(x)	−8,4	14,8	−10	−44,4	−50	11,6

لومړی صفرځای:	$-8 < x_1 < -4$
دويم صفرځای:	$-4 < x_2 < 0$
دريم صفرځای:	$8 < x_3 < 12$

د دې پوښتنې د ځواب لپاره بايد ګرافيکي وړ جبشميرونی وکارول شي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

ت -

$$f(x)=(x-1,7)\left(x^2-3\right)$$

$$f(x)=0$$

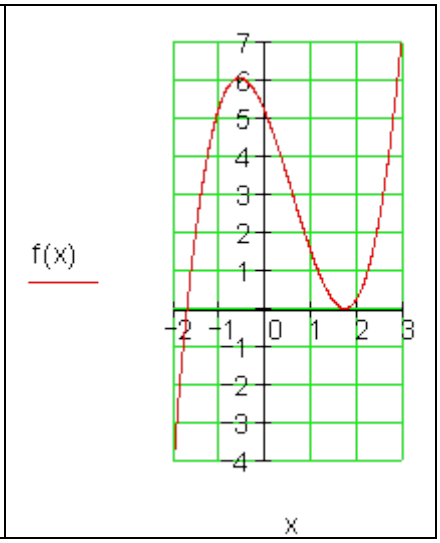
$$\Leftrightarrow x-1,7=0\Rightarrow x_1=1,7$$

$$x^2-3=0\Rightarrow x_2=\sqrt{3}\;;\;x_3=-\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow P_{x1}\left(-\sqrt{3}\mid 0\right);P_{x2}(1,7\mid 0);P_{x1}\left(\sqrt{3}\mid 0\right)$$

x	−2	−1	0	1	2	3
f(x)	−3,7	5,4	5,1	1,4	0,3	7,8

له ګرافه نه پيژندل کيږي، چې په انتروال $(1\;;\;2)$ کې دوه صفرځايونه شتون لري. دا ټيکه شميرنه بنايي.



محور غوټيکي او د ټولراشنل يا نسبتي توابعو ګرافونه II

لومړی: د درېمې درجې يو ټولهوښيار يا –راشنل تابع سرچينې سره سيومتريک ده، که
الف- له ټکو $P_1(1\mid 2)$ او $P_2(3\mid -2)$ څخه تيره شي.
ب- که کربنه g د $g(x)=3x$ سره پارابول په $P(0\mid 0)$ کې لمس کړي.
دويم: تابع $f(x)$ د پيژندورشو يا تعريف ساحې $D=\mathbb{R}$ سره ورکړ شوې ده. تابع $f(x)$ په سيومتري وڅيړی، صفرځايونه وشميری او ګراف وکاږی.

الف – $f(x)=\frac{1}{2}x^3-3x^2$ ب – $f(x)=x^3-\frac{4}{3}x^2+\frac{1}{3}x$

پ - $f(x)=\frac{1}{4}x^3-\frac{3}{4}x^2+5$ ت - $f(x)=\frac{1}{48}x^3-x$

ټ - $f(x)=\frac{1}{4}x^3-3x^2+9x$ ث - $f(x)=\frac{1}{5}x(3-x)(x+1)$

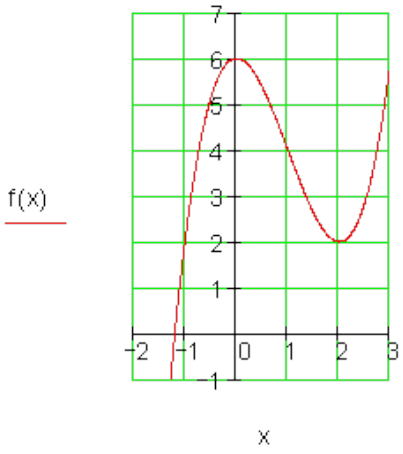
ج - $f(x)=\frac{1}{2}x\left(\frac{1}{4}x-1\right)^2$ چ $f(x)=-\frac{1}{4}x^3+\frac{9}{4}x^2-6x+\frac{9}{2}$

دريم: تابع $f(x)=x^3-3x^2+6\;;\;D=\mathbb{R}$ ورکړشوې ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - وښایی: د f(x) صفرځای د (-2 ; -1) ترمنځ پروت دی. مدلل کړی، چې f(x) ټیک یو صفرځای لري، دا ګراف باید څنګه راکښل شي، چې له هغې سره دا ټیک دوه صفرځایونه ولري؟

ب- کرښه x = u د f(x) ګراف په ټکي Q او د x محور په P کې غوڅوي.
د لاندې درېګوڼي یا مثلث 0PQ سطحه د u = 2 لپاره وښایی.
د مثلث د (خوندي) سطحې ترم د u په واکوالي کې د u > 0 لپاره ورکړی.
g(x) څومره صفرځایونه د g(x)=3.f(x) سره لري؟ دلایل یې راوړی.



څلورم: تابع $f(x) = 5x^3 - 10,8x + 4$ ورکړ شوې ده. وښای: x=0,4 یو صفرځای دی.
پسې نور صفرځایونه وشمیری.

$$f(x) = 5x^3 - 10,8x + 4 \; ; \; D = \mathbb{R}$$

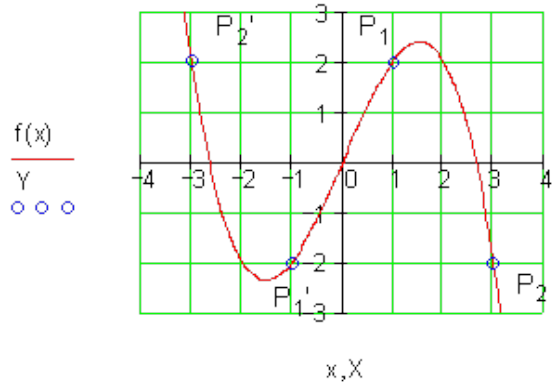
پنځم: د اووښتونې یا متحولې c په واکوالي کې د صفرځایونو تعداد وټاکی.

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + 2cx \; ; \; D = \mathbb{R}$$

ځوابونه

د صفرځایونو شمیرنه او تولهوښیارو توابعو ګرافونو کښل.

مفصل حلونه: لومړی: الف-



سرچینې ته سیومتري په دې معنا ده چې ټکي سیومتري دی.

$$f(-x) = -f(x)$$

$$P_1(1|2) : f(-1) = -f(1) = -2$$

$$\Rightarrow P_1'(-1|-2)$$

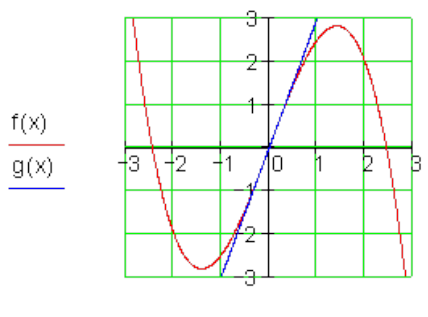
$$P_2(3|-2) : f(-3) = -f(3) = 2$$

$$\Rightarrow P_2'(-3|2)$$

د دې څلور ټکو سره ګراف کښل کیدی شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

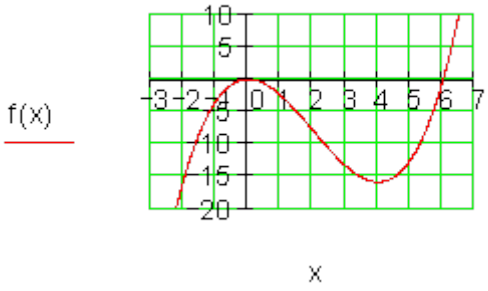
ب –



ګراف ټکی سیمتریک دی. په صفر ټکي کي جګوالي د کربنې g(x) = 3x جګوالي سره برابر دی
ګراف څلورمي(ربعي) په ترتیب داسي ده: ځغاسته له کیږ و بنې لورته:

II - III - I - IV

دویم: لف-



$$f(x)=\frac{1}{2}x^3-3x^2 \Rightarrow$$

لاس ته راځي،چې سیومتی نه شته

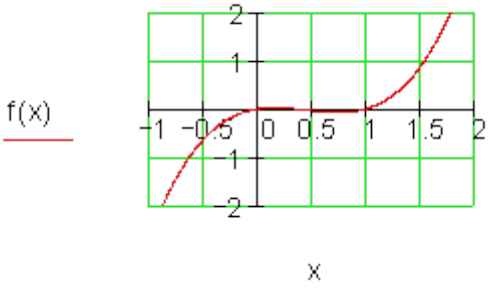
$$f(x)=0 \Leftrightarrow x^2\left(\frac{1}{2}x-3\right)=0$$

$$\Rightarrow x_{1/2}=0\,;\,x_3=6$$

لمسټکی: $P_{x1/2}(0\,|\,0)$ ، $P_{x3}(6\,|\,0)$

ځغاسته له کیږ بنې لورته: I - IV - III

ب –



$$f(x)=x^3-\frac{4}{3}x^2+\frac{1}{3}x$$

له دې لاس ته راځي، چې سیومتری نه شته،

$$f(x)=0 \Leftrightarrow x\left(x^2-\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}\right)=0$$

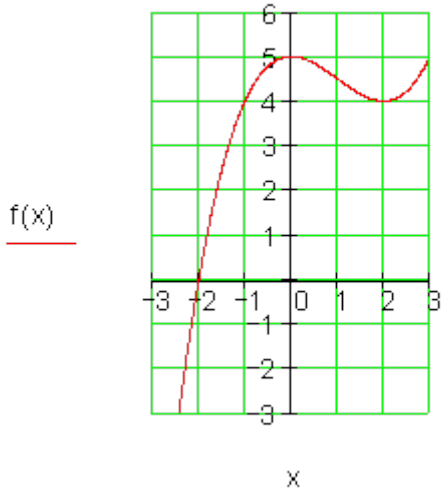
$$\Rightarrow x_1=0\,;\,x_2=\frac{1}{3}\,;\,x_3=1$$

$$P_x(0\,|\,0)\,;\,P_{x2}\left(\frac{1}{3}\,|\,0\right)\,;\,P_{x3}(1|0)$$

ځغاسته له کیږ بنې لورته: I - IV - I - III

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ –



ځغاسته له کين و ښي لورته: I - II - III

$$f(x)=\frac{1}{4}x^3-\frac{3}{4}x^2+5$$

لاس ته راځي، چې سيومتری نه شته،

لومړی صفرځای و ازمايی:

$$f(-2)=-\frac{8}{4}-\frac{12}{4}+5=0$$
$$\Rightarrow x_1=-2$$

پولينوموښ

$$\left(\frac{1}{4}x^3-\frac{3}{4}x^2+5\right):(x+1)$$
$$=\frac{1}{4}x^2-\frac{5}{4}x+\frac{10}{4}$$
$$\Rightarrow f(x)=(x+2)\left(\frac{1}{4}x^2-\frac{5}{4}x+\frac{10}{4}\right)$$
$$=\frac{1}{4}(x+2)\left(x^2-5x+10\right)$$
$$x^2-5x+10=0$$
$$\Rightarrow p=-5\,;\,q=10$$
$$\Rightarrow D=6,25-10<0$$

لاس ته راځي: حل نه شته

لاس ته راځي: نور صفرځايونه هم نه شته.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت ــ

$$f(x)=\frac{1}{48}x^3-x \Rightarrow$$

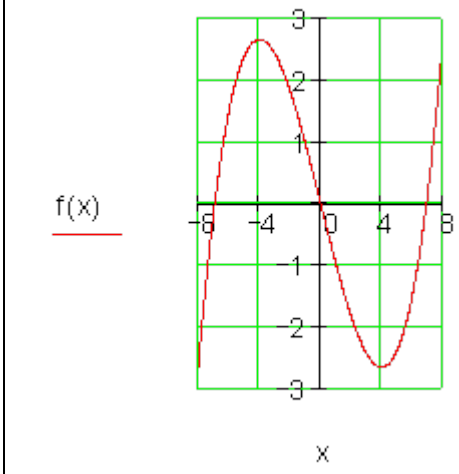
ټکی سیومتریک

$$f(x)=0 \Leftrightarrow x\left(\frac{1}{48}x^2-1\right)=0$$

$$\Rightarrow x_1=0\,;\,x_2=\sqrt{48}\,;\,x_3=-\sqrt{48}$$

$$P_x(0\,|\,0)\,;\,P_{x2}\left(\sqrt{48}\,|\,0\right)\,;\,P_{x3}\left(-\sqrt{48}\,|\,0\right)$$

ځغاسته له کین بني لورته: I - IV - II - III



ټ ــ

$$f(x)=\frac{1}{4}x^3-3x^2+9x \Rightarrow$$

سیمتري نه شته، لمسټکی

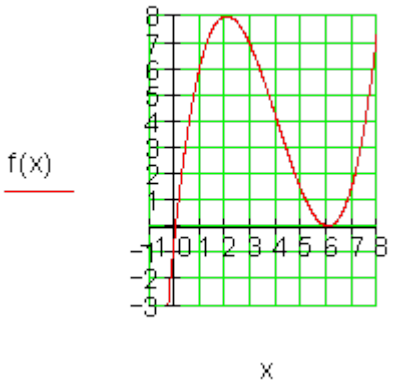
$$f(x)=0 \Leftrightarrow x\left(\frac{1}{4}x^2-3x+9\right)=0 \Rightarrow x_1=0$$

$$\frac{1}{4}x^2-3x+9=0 \Leftrightarrow x^2-12x+36=0$$

$$\Rightarrow p=-12\,;\,q=36 \Rightarrow D=0 \Rightarrow x_{2/3}=6$$

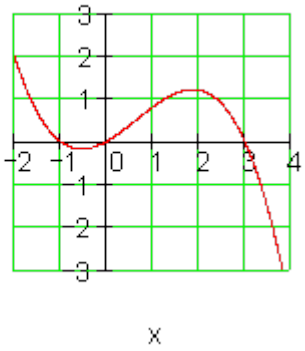
لمسکی: $P_{x1}(0\,|\,0)\,;\,P_{x2/3}(6\,|\,0)$!

ځغاسته له کین وښی لور ته: I - III

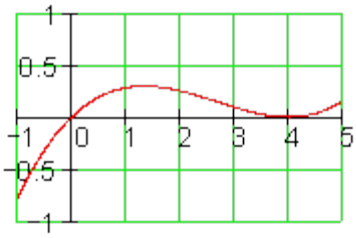


ث ــ

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x)=\frac{1}{5}x(3-x)(x+1)$ $=-\frac{1}{5}x^3+\frac{2}{5}x^2+\frac{3}{5}x$ لاس ته راځي،چې سيومتري نه شته $x_1=-1;x_2=0;x_3=3$ $P_{x1}(-1\mid 0);P_{x2}(0\mid 0);P_{x3}(3\mid 0)$ ځغاسته له کين ښي لورته: IV - I - III - II	f(x)  x

ج –

$f(x)=\frac{1}{5}x\left(\frac{1}{4}x-1\right)^2$ $=-\frac{1}{32}x^3-\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x$ لاس ته راځي،چې سيومتري نه شته، $x_1=0;x_{2/3}=4$ $P_{x1}(0\mid 0)$ لمستکی $P_{x2/3}(4\mid 0)$ ځغاسته له کين وښی لور ته:I - III	f(x)  x

چ

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=-\frac{1}{4}x^3+\frac{9}{4}x^2-6x+\frac{9}{2}$$

لاس ته را ځي،چې سيومتري نه شته

لومړی صفرځای د ازماېښت له لارې

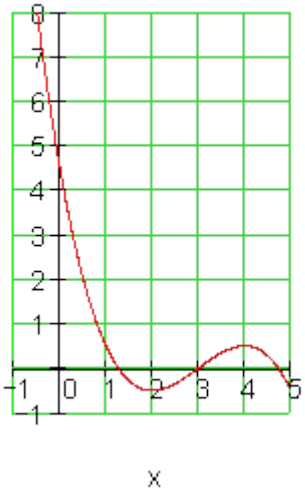
$$f(3)=-\frac{27}{4}+\frac{81}{4}-18+\frac{9}{2}=0$$
$$\Rightarrow x_1=3$$

پولينوموېش

$$\left(-\frac{1}{4}x^3+\frac{9}{4}x^2-6x+\frac{9}{2}\right):(x-3)$$
$$=-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}$$
$$\Rightarrow f(x)=(x-3)\left(-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}\right)$$
$$=-\frac{1}{4}(x-3)\left(x^2-6x+6\right)$$
$$x^2-6x+6=0$$
$$\Rightarrow p=-6\,;\,q=6\Rightarrow D=3$$
$$\Rightarrow x_2=3+\sqrt{3}\,;\,x_3=3-\sqrt{3}$$
$$\Rightarrow P_{x1}(3\,|\,0)$$
$$P_{x2}\left(3+\sqrt{3}\,|\,0\right);P_{x3}\left(3-\sqrt{3}\,|\,0\right)$$

ځغاسته له کيڼ وښی لور ته:

II - I - IV - I - IV

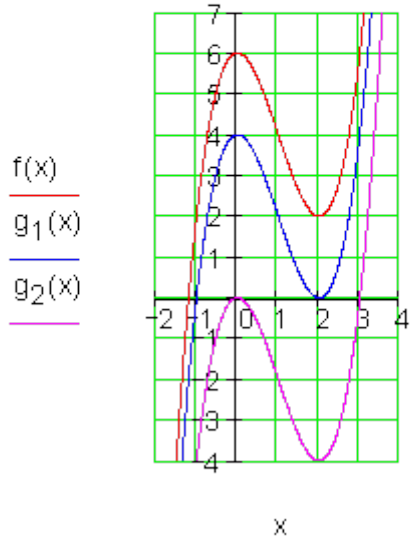


(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم:

لف-

$$f(x) := x^3 - 3x^2 + 6$$
$$g_1(x) := x^3 - 3x^2 + 4$$
$$g_2(x) := x^3 - 3x^2$$



$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 6$$
$$f(-2) = -8 - 12 + 6 = -14$$
$$f(-1) = -1 - 3 + 6 = 2$$

د تابع ارزښتونو کي د مخنخبني بدلون په دې معنا دی، چې په انتروال (1- ; 2-)کي بايد يو صفرځای وي. د درېمې درجې ټولهوښيار- يا راشنل تابع لږ تر لږه يو صفرځای لري. دا چې د f(x) د ګراف ټيټ ځای دx محور پورته لور ته پروت دی، کيدی شي دا فقط يو صفرځای ولري. که ګراف g(x) ټيک دوه صفرځايونه ولري، نو دا بايد نو بايد د f(x) ګراف په 2 LE د اوږدوالي يونونو يا واحدونو يا په 6 LE د اوږدوالي واحدونو کښته لور ته راکښل شي. نو دوه امکانات شتون لري:

$$1.\ g_1(x) = f(x) - 2 = x^3 - 3x^2 + 4$$
$$2.\ g_2(x) = f(x) - 6 = x^3 - 3x^2$$

ب – د درېګوډي يا مثلث سطحه:

$$A = \frac{g \cdot h}{2}$$

د u په واکولي کي د g=u او h=f(u)

$$A(u) = \frac{u \cdot f(u)}{2}$$

سره باور لري:

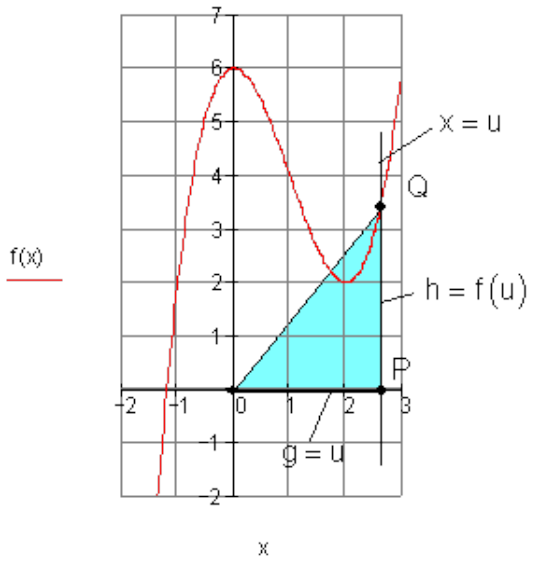
د u=2 لپاره f(u)=f(2)=2 دی

$$\Rightarrow A = \frac{2 \cdot 2}{2} = \underline{\underline{2\,FE}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په ټولیزه توګه د u>0 لپاره باور لري:

$$A(u) = \frac{1}{2}u \cdot f(u)$$
$$= \frac{1}{2}u\left(u^3 - 3u^2 + 6\right)$$
$$= \frac{1}{2}u^4 - \frac{3}{2}u^3 + 3u$$



پ – تابع g(x) = 3f(x)همغه یا برابر صفرځایونه لري لکه f(x) . دلیل راوړنه:

$$f(x) = 0 \Rightarrow \underbrace{3 \cdot f(x)}_{g(x)} = 0 \Rightarrow g(x) = 0$$

څلورم: $f(x) = 5x^3 - 10,8x + 4$ غوښتنه(ثبوت):x=0,4 یو صفرځای ورکوي، نو f(0,4)=0

بنوونه: $f(0,4) = 5 \cdot 0,4^3 - 10,8 \cdot 0,4 + 4 = 0,32 - 4,32 + 4 = 0$

پولینوموېش: $\left(5x^3 - 10,8x + 4\right) : (x - 0,4) = 5x^2 + 2x - 10$

$$-\left(5x^3 - 2x^2\right)$$
$$2x^2 - 10,8x$$
$$-\left(2x^2 - 0,8x\right)$$
$$-10x + 4$$
$$-(-10x + 4)$$

$$\Rightarrow 5x^2 + 2x - 10 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 0,4x - 2 = 0$$
$$p = 0,4\,;\ q = -2 \Rightarrow D = 2,04$$
$$\Rightarrow x_2 = -0,2 + \sqrt{2,04} \approx 1,23$$
$$\Rightarrow x_3 = -0,2 - \sqrt{2,04} \approx -1,63$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم:

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + 2cx = x\left(x^2 + 2x + 2c\right)$$

کیدی شي زیات له زیات دري صفرځایونه منځ ته راشي.

$P(0 \mid 0)$ له c خپلواک (تابع نه) تل یو صفرځای دی. د نوکانو دننه افاده د څیړنې ده.(د المانې für د لپاره)

$$x^2 + 2x + 2c = 0 \Rightarrow p = 2;\ q = 2c \Rightarrow D = 1 - 2c$$

$$\text{für } D > 0 \Rightarrow 1 - 2c > 0 \Leftrightarrow c < 0{,}5$$

$$\text{für } D = 0 \Rightarrow 1 - 2c = 0 \Leftrightarrow c = 0{,}5 \Rightarrow x_{2/3} = -1$$

$$\text{für } D < 0 \Rightarrow 1 - 2c < 0 \Leftrightarrow c > 0{,}5$$

$$\text{für } c = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x(x+2) = 0 \Rightarrow x_2 = 0;\ x_3 = -2$$

اړیکي:

د $c > 0{,}5$ لپاره $f(x)$ ټیک یو صفرځای لري:$P_x(0 \mid 0)$

د $c = 0{,}5$ یا د $c = 0$ لپاره$f(x)$ ټیک دوه صفرځایونه لري.

د$c < 0{,}5$ او c د صفر سره نامساوي لپاره $f(x)$ ټیک دري صفرځایونه لري.

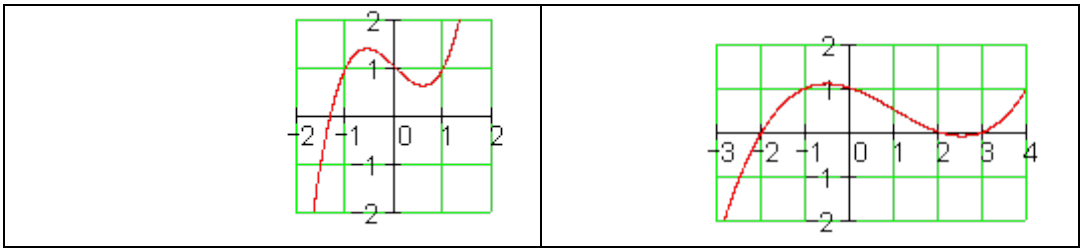
پوښتنې

د ټول راشنل توابعو محور غوځټکي او ګرافونهIII

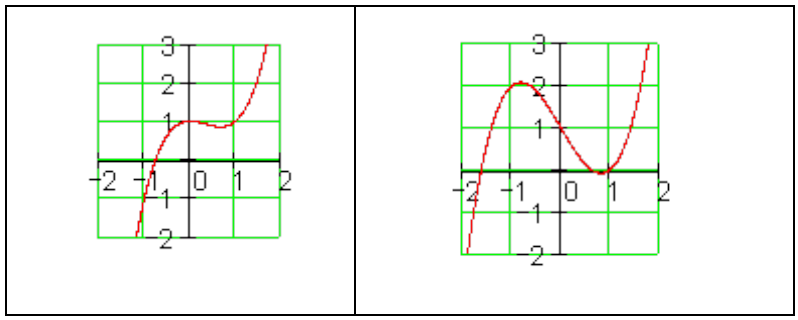
تابع په یوه ګراف تنظیمیږي.

لومړی: هر د یوه تابع ترم سره تنظیم کړئ او خپله پربکړه په دلیل کلکه کړئ.

$$f_1(x) = x^3 - x + 1;\ f_2(x) = x^3 - 2x + 1;\ f_3(x) = x^3 - x^2 + 1;\ f_4(x) = \frac{1}{12}x^3 - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{3}x + 1$$



(c) ketabton.com: The Digital Library



دويم: هر هغه څوک چې د لايسنس اخستلو لپاره ځان چمتو کوي، بايد وپوهيږي، چې د يوه بريک وهونکي موټر تمکيدني واټن په يوه وچ پاخه سرک)چې طبعاً بايد هوار وي) د عکسالعمل لار او د بريک لار څخه يوځای جوړه ده. د لاندې د موټي قانون يا لار(د درې ګوتو) څخه کيدی شي د چټکتيا v په km/h د عکسالعمل لار r او د بريک لار b په متر وشميرل شي.

د بريک لار: $b = \left(\frac{v}{10}\right)^2$ همداسي $b = \frac{\left(\frac{v}{10}\right)^2}{2}$ ، د عکس العمل لار: $r = \frac{v}{10} \cdot 3$

د المان د3.3.04 راين اخبار د اول له جولای2004 Juli .1 په وچ سره د تمځای لار په بل بريکلار شميرل کيږي.(په افغانستن کې به داځنګه وي ؟نه پوهيږم)

الف- تابع مساوات s = f(v) وټاکی، د کوم سره چې د هرې تلنې د چټکتيا يا سرعت تملار شميرل کيدی شي.

ب – د لاندې تلل شوی چټکتيا v = 0, 10, 20, 30, ... 50 km/h لپاره په يوه ارزښت جدول کې د هغه هر يوه تمځای s سره يوځای کړی

پ – له دې سره د (60 ... 100 km/h) لپاره ds يو څونور ارزښتونه وشميرئ او د دې تابع ګراف وکاږی.

ت – د نوي بريک نيولو قانون(المانی) سره دا تراوسه شميرل شوي ارزښتونه وشميرئ او دا په همغه کواودينات سيستم کې وکاږی او ټوله نتيجه په شننه يا کومنتار سره روښانه کړی.

دريم: داتابعورکړ شوی: $f(x) = x^3 - 0,5x^2 - 3x + 1,5 \; ; \; D = \mathbb{R}$

الف- وښايی: $f(x) = 0,5(2x-1)(x^2-3)$

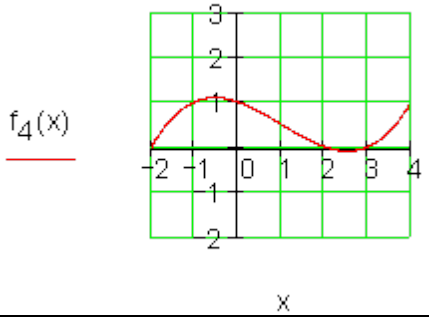
ب –ګراف د شوونتيا تر پولې ټيک وکاږی.

پ – د x د کوم ارزښتونو لپاره f(x)>0 باور لري؟

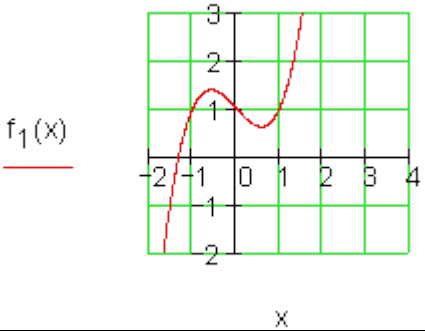
(c) ketabton.com: The Digital Library

حلونه
د صفرځایونو شمیرنه او د ټول هوښیار تابع ګراف رسمونه.

مفصل ځوابونه:
لومړی:
الف-

د تابعمساوات څخه لوستل کیږي، چې و ټکي $P(0 \mid 1)$ ته مو سیومتر مخ ته پرته ده. $f_4(x)$ صفرځایونه لري $P_{x1}(-2 \mid 0)$; $P_{x2}(2 \mid 0)$ او $P_{x3}(3 \mid 0)$	$f_4(x)=\frac{1}{12}x^3-\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{3}x+1$ 

ب –

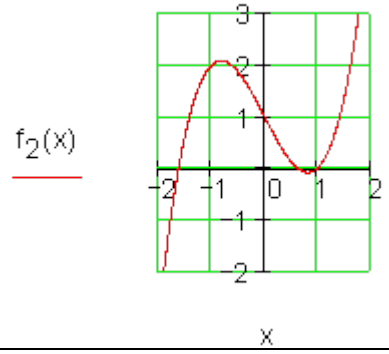
حل ته د سیومتري څیرني څخه راځو. $f_1(x)$ و ټکي $P(0 \mid 1)$ ته سیومتریک دی او له ټکي $Q(1 \mid 0)$ څخه تیریږي. په یوه اوږدوالی واحد باندې راکښنې سره به دا ګراف حتی ټکی سیومتریک وی.	$f_1(x)=x^3-x+1$ 

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ -

حل ته د سيومتري څيرني څخه راځو.
$f_1(x)$ و ټکي $P(0 \mid 1)$ ته سيومتريک دی او له ټکي $Q(1 \mid 1)$ څخه تيريږي.
په يوه اوږدوالی واحد باندې کښته لورته راکښنې سره به دا ګراف حتی ټکی سيومتريک وی.

$f_2(x) = x^3 - 2x + 1$

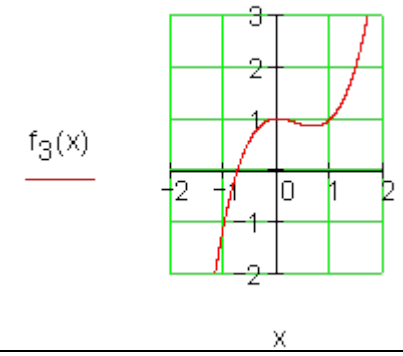


ت-

د تابع مساوات څخه لوستل کيږي، چې و ټکي $P(0 \mid 1)$ ته مو سيومتي مخ ته ده پرته.

$f_3(x)$ د ټکو $Q(1 \mid 1)$ او $R(-1 \mid -1)$ له لارې تيريږي.

$f_3(x) = x^3 - x^2 + 1$



دويم:
الف-

زوړ قانون:

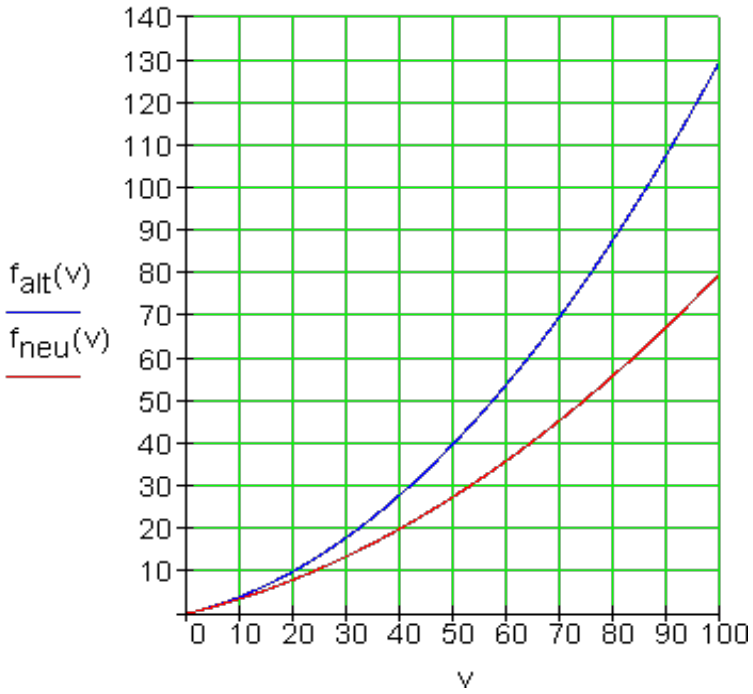
$$f_{alt}(v) = \left(\frac{v}{10}\right)^2 + \frac{v}{10} \cdot 3 = \frac{1}{100}v^2 + \frac{3}{10}v$$

نوی قانون:

$$f_{neu}(v) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{v}{10}\right)^2 + \frac{v}{10} \cdot 3 = \frac{1}{200}v^2 + \frac{3}{10}v$$

ب –

(c) ketabton.com: The Digital Library



پ – د نوي نظم وروسته د چټکتیا زیاتیدو سره توپیر تل لوییږي.

د 50 km/h سره تملار(د درېدو واټن) 27,5 m دی، دا د زاړه 40 m نږدې 69% دی. د 100 km/h سره نوي تملار فقط نوره 80 m ده، دا د 130 m زړې لارې نږدې 61% ده.

د بریکلار کمښت د ښه بریک (ABS)له امله موخه وره ده.

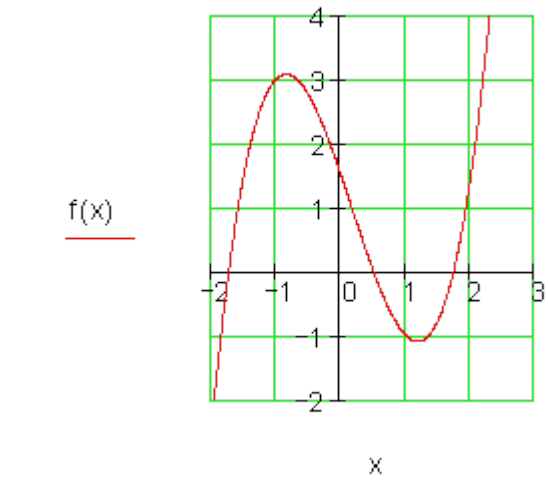
دریم:

الف-

$$f(x) = 0,5(2x-1)\left(x^2-3\right) = 0,5\left[(2x-1)\left(x^2-3\right)\right]$$
$$= 0,5\left[2x^3-6x-x^2+3\right] = x^3-0,5x^2-3x+1,5$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

د لاندې صفرځایونه	

$$f(x) = 0{,}5(2x-1)\left(x^2-3\right):$$

$$2x-1=0$$

$$\Leftrightarrow x_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow P_{x1}\left(\frac{1}{2}\,\middle|\,0\right)$$

$$x^2-3=0$$

$$\Leftrightarrow x_2 = \sqrt{3}\,;\, x_3 = -\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow P_{x2}\left(\sqrt{3}\,|\,0\right);\, P_{x3}\left(-\sqrt{3}\,|\,0\right)$$

پ –

د ګراف ځغاستې څخه ساده لوستل کیږي: $f(x) > 0$

د $I_1 = \left\{x \mid -\sqrt{3} < x < \frac{1}{2}\right\}_{\mathbf{R}}$ او $I_2 = \left\{x \mid \sqrt{3} < x < \infty\right\}_{\mathbf{R}}$ لپاره.

پوښتنې

پولینوم وپش ته ۱

لومړی: لاندې پولینوموپش سرته ورسوئ.

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left(x^3+2x^2-5x-6\right):(x+1)=x^2+x-6$$
$$-\left(x^3+x^2\right)$$
$$x^2-5x$$
$$-\left(x^2+x\right)$$
$$-6x-6$$
$$-(-6x-6)$$

Prob e : $(x+1)\left(x^2+x-6\right)=x^3+x^2-6x+x^2+x-6=x^3+2x^2-5x-6$

الف- $\left(x^3+2x^2-5x-6\right):(x+3)$ ب - $\left(2x^3-14x-12\right):(x+2)$

پ - $\left(3x^3-15x^2-51x+63\right):(x+3)$ ت - $\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2-2x+6\right):(x-2)$

ټ - $\left(x^3+\frac{11}{2}x^2+5x-4\right):(x+4)$ ث - $\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):\left(x+\frac{1}{2}\right)$

ج - $\left(x^3-\frac{5}{4}x^2-\frac{23}{4}x+\frac{3}{2}\right):\left(x-\frac{1}{4}\right)$ چ - $\left(x^3-\frac{5}{3}x^2-\frac{47}{3}x-5\right):\left(x+\frac{1}{3}\right)$

څ - $\left(x^3-\frac{7}{4}x+\frac{3}{4}\right):\left(x-\frac{1}{2}\right)$ خ - $\left(x^3-\frac{7}{4}x+\frac{3}{4}\right):\left(x+\frac{3}{2}\right)$

څ - $\left(x^3-\frac{5}{4}x^2-\frac{23}{4}x+\frac{3}{2}\right):(x+2)$ ځ - $\left(x^3-\frac{5}{3}x^2-\frac{47}{3}x-5\right):(x-5)$

د = $\left(x^3-\frac{7}{4}x+\frac{3}{4}\right):(x-1)$ ډ - $\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2-2x+6\right):(x-3)$

دویم: لاندې پولینوموښ سرته ورسوی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- $\left(x^3-3x^2-6x+8\right):(x+1)$

ب - $\left(2x^3-x^2-8x+4\right):\left(x^2-4\right)$

پ - $\left(2x^3-3x+1\right):(2x-1)$

ت - $\left(x^3-tx^2-2x+2t\right):\left(x^2-2\right)$

دریم: لاندې پولینوموښش سرته ورسوی.

الف- $\left(8x^5-6x^7+2x\right):2x^2$

ب - $\left(9a^5b^3-12a^3b^5\right):3a^3b^3$

پ - $\left(6a^6+a^4b+25b^3\right):\left(3a^2+5b\right)$

ت - $\left(15a^9-8a^6b+8b^3\right):\left(3a^3+2b\right)$

ټ- $\left(14a^4-a^3+5a^2-3a+1\right):\left(7a^2-4a+1\right)$

ث - $\left(a^5+a^4-8a^3+26a^2-29a+21\right):\left(a^2-2a+3\right)$

ج - $\left(a^3-2a^2b+2ab^2-b^3\right):(a-b)$

چ - $\left(a^3+2a^2b+2ab^2+b^3\right):(a+b)$

څلورم: لاندې پولینوموښش سرته ورسوی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- $\frac{3x^5y^{n+2}+3x^2y^{3n+2}-2x^{m+3}y^{n+3}-2x^my^{3n+3}}{x^3+y^{2n}}$

ب - $\frac{48a^{n+x}+56a^xb^x-72a^nb^c-84b^{x+c}}{12a^n+14b^x}$

پ - $\frac{8a^{2n+1}-10a^{2n}b+15a^{3n-2}b-12a^{3n-1}}{2a^{2n}-3a^{3n-2}}$

ت - $\frac{2a^5b^{x+2}-2a^3b^{x+5}+3a^4b^{2x-1}-3a^2b^{2x+2}}{a^2-b^3}$

ځوابونه

پولینوموپش نتیجې

لومړی: الف- $\left(x^3+2x^2-5x-6\right):(x+3)=x^2-x-2$

ب - $\left(2x^3-14x-12\right):(x+2)=2x^2-4x-6$

پ - $\left(3x^3-15x^2-51x+63\right):(x+3)=3x^2-24x+21$

ت - $\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2-2x+6\right):(x-2)=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x-3$

ټ - $\left(x^3+\frac{11}{2}x^2+5x-4\right):(x+4)=x^2+\frac{3}{2}x-1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ث - $\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):\left(x+\frac{1}{2}\right)=x^2+x-6$

ج - $\left(x^3-\frac{5}{4}x^2-\frac{23}{4}x+\frac{3}{2}\right):\left(x-\frac{1}{4}\right)=x^2-x-6$

چ - $\left(x^3-\frac{5}{3}x^2-\frac{47}{3}x-5\right):\left(x+\frac{1}{3}\right)=x^2-2x-15$

څ - $\left(x^3-\frac{7}{4}x+\frac{3}{4}\right):\left(x-\frac{1}{2}\right)=x^2+\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$

ح - $\left(x^3-\frac{7}{4}x+\frac{3}{4}\right):\left(x+\frac{3}{2}\right)=x^2-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$

خ- $\left(x^3-\frac{5}{4}x^2-\frac{23}{4}x+\frac{3}{2}\right):(x+2)=x^2-\frac{13}{4}x+\frac{3}{4}$

څ - $\left(x^3-\frac{5}{3}x^2-\frac{47}{3}x-5\right):(x-5)=x^2+\frac{10}{3}x+1$

ځ – د- $\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2-2x+6\right):(x-3)=\frac{1}{2}x^2-2$

دویم: الف- $\left(x^3-3x^2-6x+8\right):(x+1)=x^2-4x-2+\frac{10}{x+1}$

ب - $\left(2x^3-x^2-8x+4\right):\left(x^2-4\right)=2x-1$

پ - $\left(2x^3-3x+1\right):(2x-1)=x^2+\frac{1}{2}x-\frac{5}{4}-\frac{1}{4(2x-1)}$

ت - $\left(x^3-tx^2-2x+2t\right):\left(x^2-2\right)=x-t$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم: الف- $\left(8x^5-6x^7+2x\right):2x^2=4x^3-3x^5+\frac{1}{x}$

ب - $\left(9a^5b^3-12a^3b^5\right):3a^3b^3=3a^2-4b^2$

پ - $\left(6a^6+a^4b+25b^3\right):\left(3a^2+5b\right)=2a^4-3a^2b+5b^2$

ت - $\left(15a^9-8a^6b+8b^3\right):\left(3a^3+2b\right)=5a^6-6a^3b+4b^2$

ټ - $\left(14a^4-a^3+5a^2-3a+1\right):\left(7a^2-4a+1\right)=2a^2+a+1$

ث - $\left(a^5+a^4-8a^3+26a^2-29a+21\right):\left(a^2-2a+3\right)=a^3+3a^2-5a+7$

ج - $\left(a^3-2a^2b+2ab^2-b^3\right):\left(a-b\right)=a^2-ab+b^2$

چ - $\left(a^3+2a^2b+2ab^2+b^3\right):\left(a+b\right)=a^2+ab+b^2$

څلورم: الف- $\frac{3x^5y^{n+2}+3x^2y^{3n+2}-2x^{m+3}y^{n+3}-2x^my^{3n+3}}{x^3+y^{2n}}=3x^2y^{n+2}-2x^my^{n+3}$

ب - $\frac{48a^{n+x}+56a^xb^x-72a^nb^c-84b^{x+c}}{12a^n+14b^x}=4a^x-6b^c$

پ - $\frac{8a^{2n+1}-10a^{2n}b+15a^{3n-2}b-12a^{3n-1}}{2a^{2n}-3a^{3n-2}}=4a-5b$

ت - $\frac{2a^5b^{x+2}-2a^3b^{x+5}+3a^4b^{2x-1}-3a^2b^{2x+2}}{a^2-b^3}=2a^3b^{x+2}+3a^2b^{2x-1}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.14 د ټول راشنل(نسبتي) توابعو ګراف

د ګراف رسمول

د دې لپاره چې د يوه ټولراشنل تابع ګراف رسم کړای شو، نو يوه ارزښت جدول او محورغوڅټکو ته اړتيا لرو.

ارزښت جدول.

يو امکان چې ارزښت جدول رسم کړای شي په دې کې پروت دی، چې ټول د اړتيا وړ تابع ارزښتونه د جب شميري سره وشميرو.

يو بل امکان ، زيات وخت ساده لاريې د **هورنر -شيما** راته راکوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هورنر شیما د تابع د تابع ارزښت د ټاکلو لپاره

$f(x) = x^3 - x^2 - 11x + 3$

د

$D = \{x \mid -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

لپاره.

	1	−1	−11	3	
x = −4		−4	+20	−36	
	1	−5	9	−33	⇒ f(−4) = −33
	1	−1	−11	3	
x = −3		−3	+12	−3	
	1	−4	1	0	⇒ f(−3) = 0 Nullstelle
	1	−1	−11	3	
x = −2		−2	+6	+10	
	1	−3	−5	13	⇒ f(−2) = 13
	1	−1	−11	3	
x = −1		−1	+2	+9	Hochpunkt
	1	−2	−9	12	⇒ f(−1) = 12
	1	−1	−11	3	Nulldurchgang
x = 1		+1	0	−11	
	1	0	−11	−8	⇒ f(1) = −8
	1	−1	−11	3	
x = 2		+2	+2	−18	
	1	1	−9	−15	⇒ f(2) = −15
	1	−1	−11	3	Tiefpunkt
x = 3		+3	+6	−15	
	1	2	−5	−12	f(3) = −12
	1	−1	−11	3	Nulldurchgang
x = 4		+4	+12	+4	
	1	3	1	7	f(x) = 7

ارزښت جدول:

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
f(x)	−33	0	13	12	3	−8	−15	−12	7

پورته په ترتیب د الماني پښتو:صفرځای،جګټکی، له صفر تیریدنه،ټیټ ټکی، له صفر تیرېدنه.

د yمحور سره غوڅټتکی:

f(0)=3

د تابع تلنه له II وI ته

له شیما څخه پیژنو:

د x=-3;f(-3)=0 سره صفرځایونه.

د [-2;-1] ترمنځ جګټکی

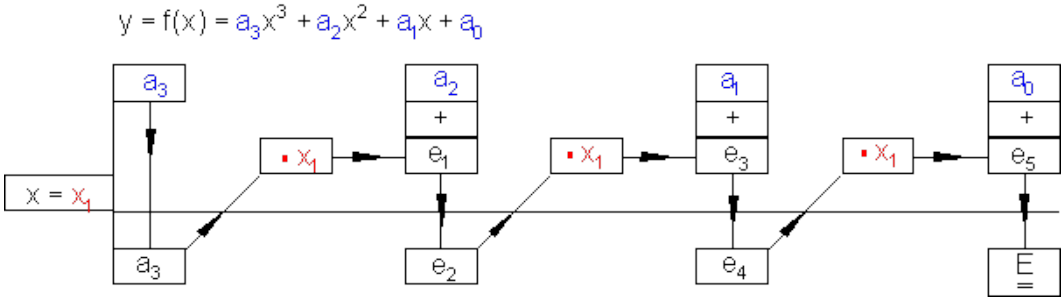
د [0;1] ترمنځ صفرتلنه

د [2;3] ترمنځ ټیټټکی

د[3;4] ترمنځ صفرتلنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندې کې د هورن-شيما ګرافيکی انځور شوې ده:



د صفرځای شمیرنه

$f(x) = x^3 - x^2 - 11x + 3 = 0$ د x1=-3 سره معلوم صفرځای په ځېر

له دې لاس ته راځي : د پولینوم وېش:

$$\begin{array}{l} \left(x^3 - x^2 - 11x + 3\right) : (x + 3) = x^2 - 4x + 1 \\ \underline{-\left(x^3 + 3x\right)} \\ \quad -4x^2 - 11x \\ \quad \underline{-\left(-4x^2 - 12x\right)} \\ \qquad\quad x + 3 \\ \qquad\quad \underline{-(x + 3)} \\ \qquad\quad\ \ 0 \end{array}$$

$x^2 - 4x + 1 = 0 \quad p = -4 \quad q = 1$

$D = (-2)^2 - 1 = 4 - 1 = 3$

$x_{2/3} = 2 \pm \sqrt{3}$

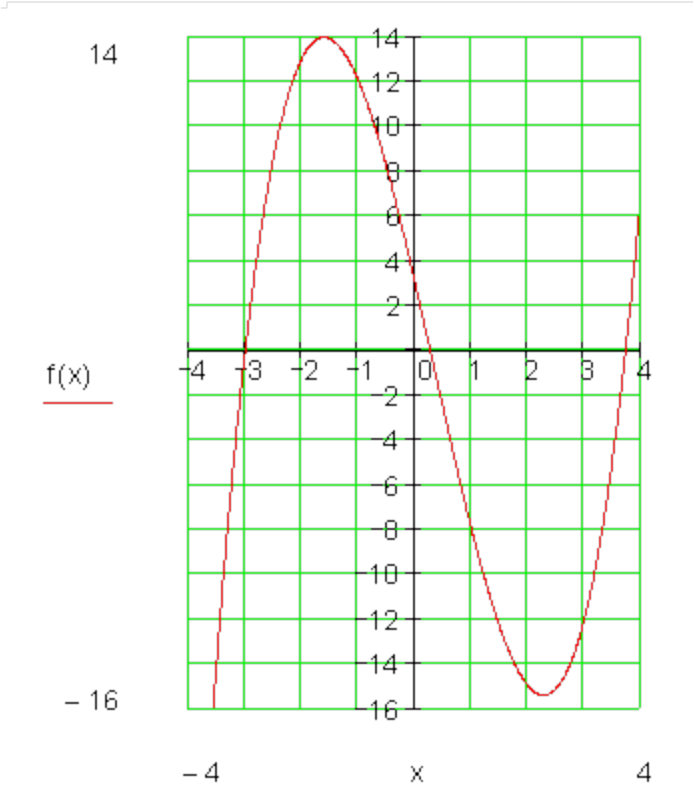
$x_2 = 2 + \sqrt{3} \approx 3{,}73$

$x_3 = 2 - \sqrt{3} \approx 0{,}27$

$$\Rightarrow P_{x_1}(-3 \mid 0) ; P_{x_2}\left(2 + \sqrt{3} \mid 0\right) ; P_{x_3}\left(2 - \sqrt{3} \mid 0\right)$$

اوس د ټولو معلومو داتايو سره کيدی شي د تابع ګراف و ګښل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



هغه څه چې تر اوسه يې ټيک نه شو پيژندلای، د ګراف جګټکي او ټيټټکي دي. د دې لپاره مشتقشميرنې ته اړتيا ده، چې په وروسته برخو کې به راشي.

په يوه د جګو درجو راشنل توابع کې پرابلم چې چې يوه يا زيات صفرځايونه پيدا کړو کيدی شي يوموخې ته هڅونکي ګومان يا په توکل raten له لارې هم حل کړو. د دې لپاره کيدی شي a_0 ضريب پوره مرستندوي وي. دa_0 پر وېشونې(مقسوم عليه) کيدی شي پسې مرسته وکړي.

بيلګه:

$f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8 \qquad a_0 = 8 \Rightarrow T_8 = \{1; 2; 4; 8\}$ (د ۸ برخه د پرئ)

ازمايښت له x=1 سره: f(1)=1-5+2+8=6

(c) ketabton.com: The Digital Library

ازمايښت له $x=2$ سره:$f(2)=8-20+4+8=0$ له دې لاس ته راځي $x1=2$ صفرځای دی.
پولينوموښ: $(x^3-5x+2x+8)(x-2)=x^2-3x-4$
د $x^2-3x-4=0$ حل څخه لرو: $x2=4;x3=-1$

$$\Rightarrow P_{x1}(2|0);P_{x2}(4|0);P_{x3}(-1|0)$$

تمرين **I :**

د هورنر-شيما، محورغوڅتکي، ارزښت جدول، ګرافونه

د تابع په سويمتری حالت وينا وکړی. د هورنر-شيما سره په ورکړ شوي انتروال کې تابع ارزښت وشميری. (د پل سور 0,5) د محورغوڅتکي پيدا کړی يو ارزښت جدول وکاږی اوګراف په يوه پروتولاړسيستم (کواوردينات سيستم کې رسم کړی(کچونی يا اندازه کوونی : ۱ واحد په سانتي متر 1 EH/cm)

لومړی - $f(x)=x^3-3x^2-x+3 \quad [-1,5;3,5]$

دويم - $f(x)=x^3-x^2-5x+2 \quad [-2,5;3]$

دريم - $f(x)=2x^3+6x^2-4 \quad [-3;1]$

څلورم - $f(x)=x^3-3x^2 \quad [-1;3,5]$

پنځم - $f(x)=x^3-3x^2+4 \quad [-1,5;3]$

شپږم - $f(x)=x^3-6x^2+9x \quad [-0,5;4]$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم - $f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{5}{2}x^2+x+4 \quad [-1,5\,;\,4,5]$

اتم - $f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{2}x^2-4x+4 \quad [-3\,;\,3,5]$

نهم - $f(x)=-\frac{1}{2}x^3+\frac{1}{2}x^2+4x-3 \quad [-3\,;\,3,5]$

لسم - $f(x)=\frac{1}{4}x^3-3x^2+9x-4 \quad [-0,5\,;\,8]$

تمرينونه II : محورغوځټکي، ارزښتجدول، ګرافونه

د تابع په سيومتری حالت وينا وکړی. په ورکړ شوي انتروال کي تابع ارزښت وشميری. (د پل سور 0,5) د محورغوځټکي پيدا کړی يو ارزښت جدول وکاږی اوګراف په يوه پروتولاړسيستم (کواوردينات سيستم کي رسم کړی(کچونی يا اندازه کوونی : ۱ واحد په سانتي متر 1 EH/cm)

اول - $f(x)=\frac{1}{5}x^4-\frac{9}{5}x^2 \quad [-3,5\,;\,3,5]$

دويم - $f(x)=\frac{1}{4}x^4-3x^3+\frac{45}{4}x^2-\frac{27}{2}x \quad [-0,5\,;\,5,5]$

دريم - $f(x)=\frac{1}{10}x^4-\frac{9}{5}x^2+\frac{81}{10} \quad [-4\,;\,4]$

څلورم - $f(x)=\frac{1}{2}x^4-4x^3+8x^2 \quad [-1\,;\,5]$

پنځم - $f(x)=\frac{1}{2}x^4-2x^3-x^2+6x+\frac{9}{2} \quad [-1,5\,;\,3,5]$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=\frac{1}{5}x^4-\frac{4}{5}x^3 \quad [-1,5;4,5]$$

شپږم -

اوم - $f(x)=\frac{1}{5}x^4-\frac{12}{5}x^3+\frac{48}{5}x^2-\frac{64}{5}x \quad [-0,5;5,5]$

اتم - $f(x)=\frac{1}{5}x^4-\frac{8}{5}x^3+\frac{18}{5}x^2-\frac{27}{5} \quad [-1,5;4,5]$

نهم - $f(x)=\frac{1}{10}x^4-\frac{9}{5}x^2+\frac{28}{5} \quad [-4;4]$

لسم - $f(x)=\frac{1}{10}x^4-\frac{8}{5}x^3+8x^2-\frac{64}{5}x+\frac{3}{2} \quad [-0,5;8,5]$

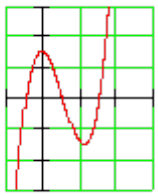
ځوابونه:

ټولراشنل يا - هوښيار توابع **V** (د هورنر-شيما)

نتيجې او مفصل ځوابونه

لومړی – نتيجه

سيومتري شتون نه لري



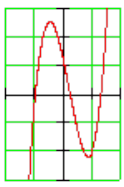
محور غوڅتکي

$P_y(0|3)$

$P_{x1}(-1|0); P_{x2}(1|0); P_{x3}(3|0)$

دويم - نتيجه

سيومتري نه شته



محور غوڅتکي

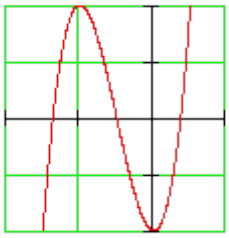
$P_y(0|3)\ P_{x1}(-2|0)$

$P_{x2}\left(1,5+\sqrt{1,25}\approx 2,62\ |\ 0\right)$

$P_{x3}\left(1,5-\sqrt{1,25}\approx 0,38\ |\ 0\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دريم – نتيجه



سيومتري : نهشته

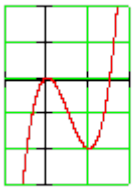
محورغوڅتکي:

$P_y(0|-4)\,;P_{x1}(-1|0)$

$P_{x2}\left(-1+\sqrt{3}\approx 0,73\,|\,0\right)$

$P_{x3}\left(-1-\sqrt{3}\approx -2,73\,|\,0\right)$

څلورم – نتيجه



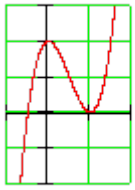
سيومتري نه شته

محور غوڅتکي:

$P_y(0|0)\,;P_{x1/2}(0|0)\,;P_{x3}(3|0)$

پنځم – نتيجه :

سيومتري : نه شته

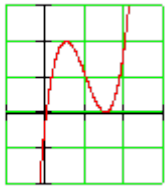


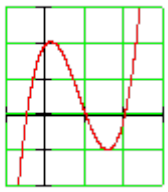
محورغوڅتکي:

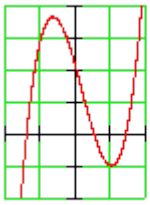
$P_y(0|4)\,;P_{x1}(-1|0)$

$P_{x2/3}(2|0)$ دبل صفرځای

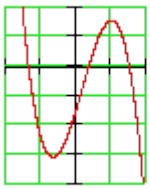
(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم – نتيجه 	سيومتري : نه شته محورغوڅتکی $P_y(0\mid 0)\,;\,P_{x1}(0\mid 0)$ $P_{x2/3}(3\mid 0)$ دبل صفرځای

اوم: 	سيومتري : نه شته محورغوڅتکي: $P_y(0\mid 4)$ $P_{x1}(-1\mid 0)\,;\,P_{x2}(2\mid 0)\,;\,P_{x3}(4\mid 0)$

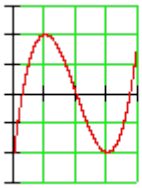
اتم: 	سيومتري : نه شته محورغوڅتکي: $P_y(0\mid 4)\,;\,P_{x1}(1\mid 0)$ $P_{x2}\left(\sqrt{8}\approx 2{,}83\mid 0\right)$ $P_{x3}\left(-\sqrt{8}\approx -2{,}83\mid 0\right)$

نهم:

	سيومتري : نه شته محورغوڅتکي: $P_y(0\mid -3)\,;\,P_{x1}(3\mid 0)$ $P_{x2}\left(-1+\sqrt{3}\approx 0{,}73\mid 0\right)$ $P_{x3}\left(-1-\sqrt{3}\approx -2{,}73\mid 0\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لسم:	سيومتري : نه شته محورغوڅتکي: $P_y(0\mid -4)\,;\,P_{x1}(4\mid 0)$ $P_{x2}\left(4+\sqrt{12}\approx 7,46\mid 0\right)$ $P_{x3}\left(4-\sqrt{12}\approx 0,54\mid 0\right)$



مفصل ځوابونه:

لومړي

	1	−3	−1	3
x = 1	↓	1	−2	−3
	1	−2	−3	0
	1	−3	−1	3
x = 1,5	↓	1,5	−2,25	−4,875
	1	−1,5	−3,25	−1,875
	1	−3	−1	3
x = 2	↓	2	−2	−6
	1	−1	−3	−3
	1	−3	−1	3
x = 2,5	↓	2,5	−1,25	−5,625
	1	−0,5	−2,25	−2,625
	1	−3	−1	3
x = 3	↓	3	0	−3
	1	0	−1	0
	1	−3	−1	3
x = 3,5	↓	3,5	1,75	2,625
	1	0,5	0,75	5,625

$f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3 \quad [-1,5\,;\,3,5]$

سيومتري نه شته

	1	−3	−1	3
x = −1,5	↓	−1,5	6,75	−8,625
	1	−4,5	5,75	−5,625
	1	−3	−1	3
x = −1	↓	−1	4	−3
	1	−4	3	0
	1	−3	−1	3
x = −0,5	↓	−0,5	1,75	−0,375
	1	−3,5	0,75	2,625
	1	−3	−1	3
x = 0	↓	0	0	0
	1	−3	−1	3
	1	−3	−1	3
x = 0,5	↓	0,5	−1,25	−1,125
	1	−2,5	−2,25	1,875

(c) ketabton.com: The Digital Library

محورغوڅتکي د

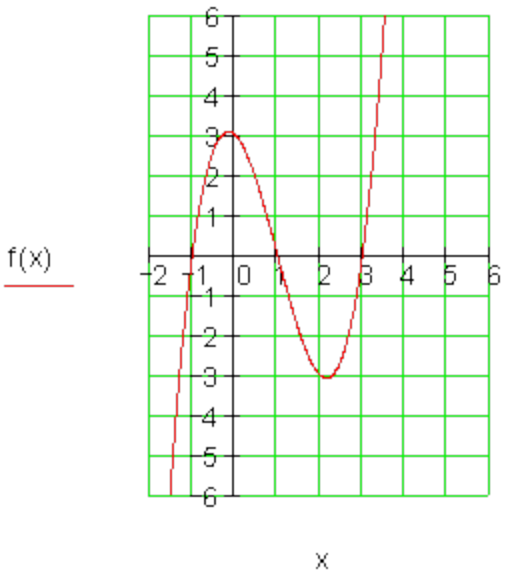
هورنر شيما څخه لوستلو دي:

$P_y(0|3)$
$P_{x1}(-1|0)$
$P_{x2}(1|0)$
$P_{x3}(3|0)$

ارزښت جدول:

x	−1,5	−1	−0,5	0
f(x)	−8,63	0	2,63	3
x	0,5	1	1,5	2
f(x)	1,88	0	−1,88	−3
x	2,5	3	3,5	
f(x)	−2,63	0	5,63	

$f(x) := x^3 - 3 \cdot x^2 - x + 3$



دويم:

$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 2 \quad [-2,5\,;\,3]$

سيومتري نه شته

		1	−1	−5	2
x = 0,5	↓	0,5	−0,25	−2,625
		1	−0,5	−5,25	−0,625
		1	−1	−5	2
x = 1	↓	1	0	−5
		1	0	−5	−3
		1	−1	−5	2

		1	−1	−5	2
x = −2,5	↓	−2,5	8,75	−9,375
		1	−3,5	3,75	−7,375
		1	−1	−5	2
x = −2	↓	−2	6	−2
		1	−3	1	0
		1	−1	−5	2

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x=1,5$	↓	1,5	0,75	−6,375
	1	0,5	−4,25	−4,375
	1	−1	−5	2
$x=2$	↓	2	2	−6
	1	1	−3	−4
	1	−1	−5	2
$x=2,5$	↓	2,5	3,75	−3.125
	1	1,5	−1,25	−1,125
	1	−1	−5	2
$x=3$	↓	3	6	3
	1	2	1	5

$x=-1,5$	↓	−1,5	3,75	1,875
	1	−2,5	−1,25	3,875
	1	−1	−5	2
$x=-1$	↓	−1	2	3
	1	−2	−3	5
	1	−1	−5	2
$x=-0,5$	↓	−0,5	0,75	2,125
	1	−1,5	−4,25	4,125
	1	−1	−5	2
$x=0$	↓	0	0	0
	1	−1	−5	2

مربع(څلوري) مساوات:

$$x^2-3x+1=0$$
$$p=-3;\ q=1$$
$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{9}{4}-\frac{4}{4}=\frac{5}{4}$$
$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad\Big|\quad x_2=\frac{3}{2}+\sqrt{\frac{5}{4}}\approx 2,618 \quad\Big|\quad x_2=\frac{3}{2}-\sqrt{\frac{5}{4}}\approx 0,382$$

څرګند صفرځايونه: $x_1=-2$ پولينوموپش:

$$\left(x^3-x^2-5x+2\right):(x+2)=x^2-3x+1$$
$$-\underline{\left(x^3+2x^2\right)}$$
$$-3x^2-5x$$
$$-\underline{\left(-3x^2-6x\right)}$$
$$x+2$$
$$-\underline{(x+2)}$$

$$f(x):=x^3-x^2-5x+2$$

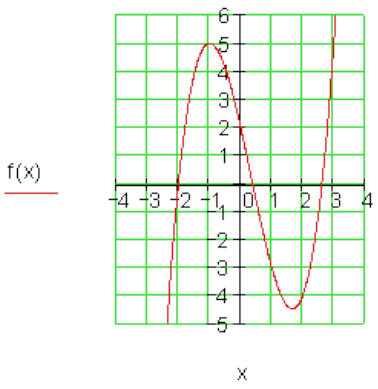
محورغوځتکي

$$P_y(0\,|\,3);\ P_{x1}(-2\,|\,0)$$
$$P_{x2}\left(1,5+\sqrt{1,25}\,|\,0\right)\approx(2,62\,|\,0)$$
$$P_{x3}\left(1,5-\sqrt{1,25}\,|\,0\right)\approx(0,38\,|\,0)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لرزښتجدول:

x	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5
f(x)	−7,38	0	3,88	5	4,13
x	0	0,38	0,5	1	1,5
f(x)	2	0	−0,63	−3	−4,38
x	2	2,5	2,62	3	
f(x)	−4	−1,13	0	5	



دريم: څرګند صفرځايونه x1=-1
د ګراد کمه وله
د هورنر شيما سره

	2	6	0	−4
x = −1	↓	−2	−4	4
	2	4	−4	0

مربع مساوات

$$2x^2+4x-4=0\,|:2$$
$$\Leftrightarrow x^2+2x-2=0$$
$$p=2;\ q=-2\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=1+2=3$$
$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad\Big|\begin{array}{l}x_2=-1+\sqrt{3}\approx 0,732\\ x_3=-1-\sqrt{3}\approx -2,732\end{array}$$

محور غوټيکي:

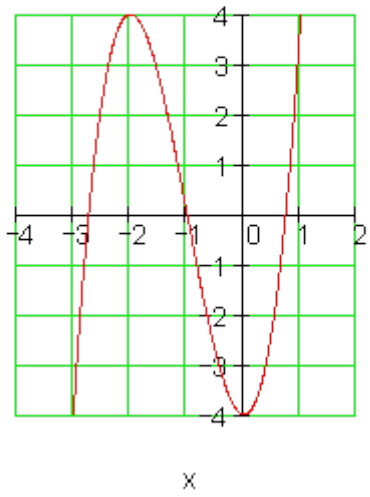
$$P_y(0\,|\,-4)$$
$$P_{x1}(-1\,|\,0)$$
$$P_{x2}\left(-1+\sqrt{3}\,|\,0\right)\approx(0,73\,|\,0)$$

$f(x)=2x^3+6x^2-4 \quad [-3;1]$

Symmetrie: keine

	2	6	0	−4
x = −3	↓	−6	0	0
	1	0	0	−4
	2	6	0	−4
x = −2,5	↓	−5	−2,5	6,25
	2	1	−2,5	2,25
	2	6	0	−4
x = −2	↓	−4	−4	8
	2	2	−4	4
	2	6	0	−4
x = −1,5	↓	−3	−4,5	6,75
	2	3	−4,5	2,75
	2	6	0	−4
x = −1	↓	−2	−4	4
	2	4	−4	0
	2	6	0	−4

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x=-0,5$ ↓ -1 $-2,5$ $1,25$ 2 5 $-2,5$ $-2,75$ 2 6 0 -4 $x=0$ ↓ 0 0 0 2 6 0 -4 2 6 0 -4 $x=0,5$ ↓ 1 $3,5$ $1,75$ 2 7 $3,5$ $-2,25$ 2 6 0 -4 $x=1$ ↓ 2 8 8 2 8 8 4	$P_{x3}\left(-1-\sqrt{3}\mid 0\right)\approx(-2,73\mid 0)$
رزښت جدول x −3 −2,73 −2,5 −2 f(x) −4 0 2,25 4 x −1,5 −1 −0,5 0 f(x) 2,75 0 −2,75 −4 x 0,5 0,73 1 f(x) −2,25 0 4	$f(x) := 2x^3 + 6x^2 - 4$ f(x) 

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلورم:

د ضريبوني له لارې د صفرځايونوټاکل:

$$x^3 - 3x^2 = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2(x-3) = 0$$
$$\Rightarrow x_{1/2} = 0 \text{ doppelte Nullstelle}$$
$$x - 3 = 0 \Rightarrow x_3 = 3$$

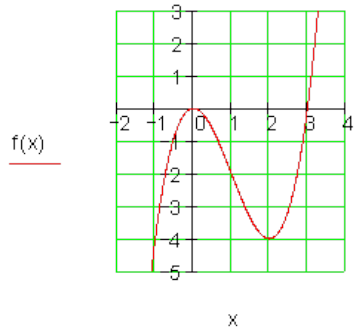
محورغوڅتکي:

$$P_y(0|0); P_{x1/2}(0|0); P_{x3}(3|0)$$

ارزښتجدول:

x	−1	−0,5	0	0,5
f(x)	−4	−0,88	0	−0,63
x	1	1,5	2	2,5
f(x)	−2	−3,38	−4	−3,13
x	3	3,5		
f(x)	0	6,13		

$(x) := x^3 - 3x^2$



$f(x) = x^3 - 3x^2 \quad [-1; 3,5]$

سيومتري نه شته

	1	−3	0	0
x = −1	↓	−1	4	−4
	1	−4	4	−4
	1	−3	0	0
x = −0,5	↓	−0,5	1,75	−0,875
	1	−3,5	1,75	−0,875
	1	−3	0	0
x = 0	↓	0	0	0
	1	−3	0	0
	1	−3	0	0
x = 0,5	↓	0,5	−1,25	−6,25
	1	−2,5	−1,25	−6,25
	1	−3	0	0
x = 1	↓	1	−2	−2
	1	−2	−2	−2
	1	−3	0	0
x = 1,5	↓	1,5	−2,25	−3,375
	1	−1,5	−2,25	−3,375
	1	−3	0	0
x = 2	↓	2	−2	−4
	1	−1	−2	−4
	1	−3	0	0
x = 2,5	↓	2,5	−1,25	−3,125
	1	−0,5	−1,25	−3,125
	1	−3	0	0

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم: څرګندد صفرځایونه:

$x_1 = -1;\ x_2 = 2$:پولینوموښ

$$(x^3 - 3x^2 + 4) : (x+1)(x-2)$$

$$(x+1)(x-2) = x^2 - 2x + x - 2$$

$$(x^3 - 3x^2 + 4) : (x^2 - 2x + x - 2) = x - 2$$

$$-\underline{(x^3 - x^2 - 2x)}$$

$$-2x^2 + 2x + 4$$

$$-\underline{(-2x^2 + 2x + 4)}$$

$$x - 2 = 0 \Leftrightarrow x_3 = 2$$

محورغوځتکي: $P_y(0|4); P_{x1}(-1|0)$

ډبل صفرځای $P_{x2/3}(2|0)$

ارزښت جدول:

x	$-1,5$	-1	$-0,5$	0
$f(x)$	$-6,13$	0	$3,13$	4
x	$0,5$	1	$1,5$	2
$f(x)$	$3,375$	2	$0,63$	0
x	$2,5$	3		
$f(x)$	$0,875$	4		

ځیره لاندې مخ کې:

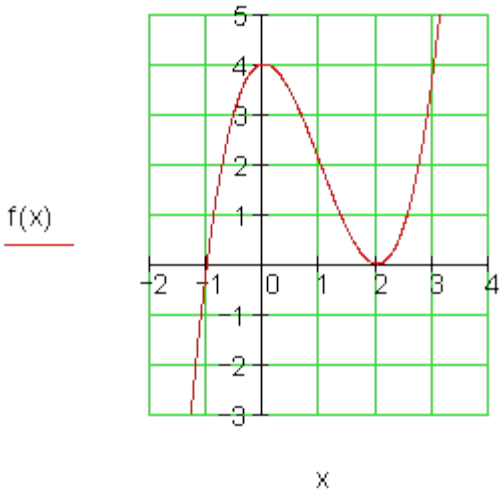
$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ $[-1,5;\ 3]$

Symmetrie: keine

	1	−3	0	4
$x = -1,5$	↓	−1,5	6,75	−10,125
	1	−4,5	6,75	−6,125
	1	−3	0	4
$x = -1$	↓	−1	4	−4
	1	−4	4	0
	1	−3	0	4
$x = -0,5$	↓	−0,5	1,75	−0,875
	1	−3,5	1,75	3,125
	1	−3	0	4
$x = 0$	↓	0	0	0
	1	−3	0	4
	1	−3	0	4
$x = 0,5$	↓	0,5	−1,25	−0,625
	1	−2,5	−1,25	3,375
	1	−3	0	4
$x = 1$	↓	1	−2	−2
	1	−2	−2	2
	1	−3	0	4
$x = 1,5$	↓	1,5	−2,25	−3,375
	1	−1,5	−2,25	0,625
	1	−3	0	4
$x = 2$	↓	2	−2	−4
	1	−1	−2	0
	1	−3	0	4
$x = 2,5$	↓	2,5	−1,25	−3,125
	1	−0,5	−1,25	0,875
	1	−3	0	4
$x = 3$	↓	3	0	0
	1	0	0	4

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) := x^3 - 3\cdot x^2 + 4$$



شپږم:

د ضریبونې له لارې د صفرځایونو ټاکنه:

$$x^3 - 6x^2 + 9x = 0$$
$$\Leftrightarrow x\left(x^2 - 6x + 9\right) = 0$$
$$\Rightarrow x_1 = 0$$

مربع مساوات

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$p = -6\,;\ q = 9 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 9 - 9 = 0$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} = 3$$

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad [-0,5\,;\,4]$

Symmetrie: keine

	1	−6	9	0
x = −0,5	↓	−0,5	3,25	−6,125
	1	−6,5	12,25	−6,125
	1	−6	9	0
x = 0	↓	0	0	0
	1	−6	9	0
	1	−6	9	0
x = 0,5	↓	0,5	−2,75	3,125
	1	−5,5	6,25	3,125
	1	−6	9	0
x = 1	↓	1	−5	4
	1	−5	4	4
	1	−6	9	0

(c) ketabton.com: The Digital Library

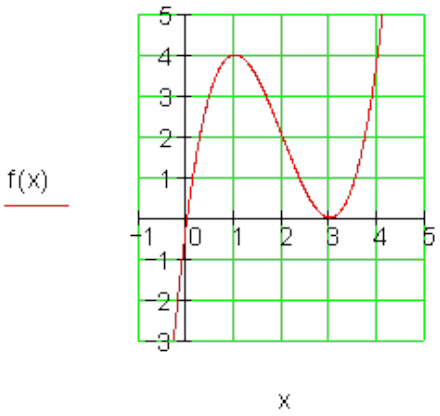
محور غوځتکي $P_y(0\mid 0); P_{x1}(0\mid 0)$

دبل غوځتکی $P_{x2/3}(3\mid 0)$

ارزښت جدول:

x	−0,5	0	0,5	1
f(x)	−6,13	0	3,13	4
x	1,5	2	2,5	3
f(x)	3,38	2	0,625	0
x	3,5	4		
f(x)	0,875	4		

$f(x) := x^3 - 6x^2 + 9x$



x = 1,5	↓	1,5	−6,75	3,375
	1	−4,5	2,25	3,375
	1	−6	9	0
x = 2	↓	2	−8	2
	1	−4	1	2
	1	−6	9	0
x = 2,5	↓	2,5	−8,75	0,625
	1	−3,5	0,25	0,625
	1	−6	9	0
x = 3	↓	3	−9	0
	1	−3	0	0
	1	−6	9	0
x = 3,5	↓	3,5	−8,75	0,875
	1	−2,5	0,25	0,875
	1	−6	9	0
x = 4	↓	4	−8	4
	1	−2	1	4

اوو

	0,5	−2,5	1	4
x = 1,5	↓	0,75	−2,625	−2,4375
	0,5	−1,75	−1,625	1,5625
	0,5	−2,5	1	4
x = 2	↓	1	−3	−4
	0,5	−1,5	−2	0

$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + x + 4 \quad [-1,5; 4,5]$

سیومتري: نه شته

	0,5	−2,5	1	4
x = −1,5	↓	−0,75	4,875	−8,8125
	0,5	−3,25	5,875	−4,8125

(c) ketabton.com: The Digital Library

	0,5	−2,5	1	4
x = −1	↓	−0,5	3	−4
	0,5	−3	4	0
	0,5	−2,5	1	4
x = −0,5	↓	−0,25	1,375	−1,1875
	0,5	−2,75	2,375	2,8125
	0,5	−2,5	1	4
x = 0	↓	0	0	0
	0,5	−2,5	1	4
	0,5	−2,5	1	4
x = 0,5	↓	0,25	−1,125	−0,0625
	0,5	−1,5	−4,25	3,9375
	0,5	−2,5	1	4
x = 1	↓	0,5	−2	−1
	0,5	−2	−1	3

	0,5	−2,5	1	4
x = 2,5	↓	1,25	−3,125	−5,3125
	0,5	−1,25	−2,125	−1,3125
	0,5	−2,5	1	4
x = 3	↓	1,5	−3	−6
	0,5	−1	−2	−2
	0,5	−2,5	1	4
x = 3,5	↓	1,75	−2,625	−5,6875
	0,5	−0,75	−1,625	−1,6875
	0,5	−2,5	1	4
x = 4	↓	2	−2	−4
	0,5	−0,5	−1	0
	0,5	−2,5	1	4
x = 4,5	↓	2,25	−1,125	−0,5625
	0,5	−0,25	−0,125	3,4375

محورغوځتکي

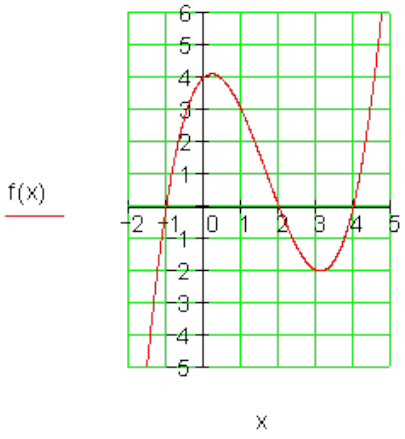
$P_y(0|4)$

$P_{x1}(-1|0); P_{x2}(2|0); P_{x3}(4|0)$

ارزښت جدول

x	−1,5	−1	−0,5	0	0,5
f(x)	−4,81	0	2,81	4	3,94
x	1	1,5	2	2,5	3
f(x)	3	1,56	0	−1,31	−2
x	3,5	4	4,5		
f(x)	−1,69	0	3,44		

$f(x) := 0.5x^3 - 2.5x^2 + x + 4$



(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم:

$f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{2}x^2-4x+4 \quad [-3;3,5]$

Symmetrie: keine

	1/2	−1/2	−4	4
x = −3	↓	−3/2	6	−6
	1/2	−2	2	−2
	1/2	−1/2	−4	4
x = −5/2	↓	−5/4	35/8	−15/16
	1/2	−7/4	3/8	49/16
	1/2	−1/2	−4	4
x = −2	↓	−1	3	2
	1/2	−3/2	−1	6
	1/2	−1/2	−4	4
x = −3/2	↓	−3/4	15/8	51/16
	1/2	−5/4	−17/8	115/16
	1/2	−1/2	−4	4
x = −1	↓	−1/2	1	3
	1/2	−1	−3	7
	1/2	−1/2	−4	4
x = −1/2	↓	−1/4	3/8	29/16
	1/2	−3/4	−29/8	93/16
	1/2	−1/2	−4	4
x = 0	↓	0	0	0
	1/2	−1/2	−4	4

	1/2	−1/2	−4	4
x = 1/2	↓	1/4	−1/8	−33/16
	1/2	−1/4	−33/8	31/16
	1/2	−1/2	−4	4
x = 1	↓	1/2	0	−4
	1/2	0	−4	0
	1/2	−1/2	−4	4
x = 3/2	↓	3/4	3/8	−87/16
	1/2	1/4	−29/8	−23/16
	1/2	−1/2	−4	4
x = 2	↓	1	1	−6
	1/2	1/2	−3	−2
	1/2	−1/2	−4	4
x = 5/2	↓	5/4	15/8	−85/16
	1/2	3/4	−17/8	−21/16
	1/2	−1/2	−4	4
x = 3	↓	3/2	3	−3
	1/2	1	−1	1
	1/2	−1/2	−4	4
x = 7/2	↓	7/4	35/8	21/16
	1/2	5/4	3/8	85/16

مربع مساوات

څرګند صفرځایونه x1=1

د درجې کمونه د هورنر شیما سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{1}{2}x^2 - 4 = 0 \mid \cdot 2$$
$$\Leftrightarrow x^2 - 8 = 0 \mid +8$$
$$\Leftrightarrow x^2 = 8 \mid \sqrt{\ }$$
$$\Leftrightarrow |x| = \sqrt{8}$$
$$\Leftrightarrow x_{2/3} = \pm\sqrt{8}$$

	1/2	−1/2	−4	4
x = 1	↓	1/2	0	−4
	1/2	0	−4	0

محور غوټيکي:

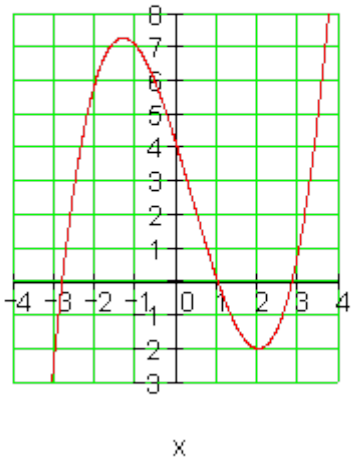
$$P_y(0 \mid 4)$$
$$P_{x1}(1 \mid 0)$$
$$P_{x2}\left(\sqrt{8} \mid 0\right) \approx (2{,}83 \mid 0)$$
$$P_{x3}\left(-\sqrt{8} \mid 0\right) \approx (-2{,}83 \mid 0)$$

ارزښت جدول:

x	−3	−2,83	−2,5	−2
f(x)	−2	0	3,06	6
x	−1,5	−1	−0,5	0
f(x)	7,19	7	5,81	4
x	0,5	1	1,5	2
f(x)	1,94	0	−1,44	−2
x	2,5	2,83	3	3,5
f(x)	−1,31	0	1	5,31

$$f(x) := \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$$

f(x)



نهم:

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 4x - 3 \quad [-3;3{,}5]$$

سیومتري نه شه

	−1/2	1/2	4	−3
x = 1/2	↓	−1/4	1/8	33/16
	−1/2	1/4	33/8	−15/16
	−1/2	1/2	4	−3

(c) ketabton.com: The Digital Library

	−1/2	1/2	4	−3
x = −3	↓	3/2	−6	6
	−1/2	2	−2	3
	−1/2	1/2	4	−3
x = −5/2	↓	5/4	−35/8	15/16
	−1/2	7/4	−3/8	−33/16
	−1/2	1/2	4	−3
x = −2	↓	1	−3	−2
	−1/2	3/2	1	−5
	−1/2	1/2	4	−3
x = −3/2	↓	3/4	−15/8	−51/16
	−1/2	5/4	17/8	−99/16
	−1/2	1/2	4	−3
x = −1	↓	1/2	−1	−3
	−1/2	1	3	−6
	−1/2	1/2	−4	−3
x = −1/2	↓	1/4	−3/8	−29/16
	−1/2	3/4	29/8	−77/16
	−1/2	1/2	4	−3
x = 0	↓	0	0	0
	−1/2	1/2	4	−3

x = 1	↓	−1/2	0	4
	−1/2	0	4	1
	−1/2	1/2	4	−3
x = 3/2	↓	−3/4	−3/8	87/16
	−1/2	−1/4	29/8	39/16
	−1/2	1/2	4	−3
x = 2	↓	−1	−1	6
	−1/2	−1/2	3	3
	−1/2	1/2	4	−3
x = 5/2	↓	−5/4	−15/8	85/16
	−1/2	−3/4	17/8	37/16
	−1/2	1/2	4	−3
x = 3	↓	−3/2	−3	3
	−1/2	−1	1	0
	−1/2	1/2	4	−3
x = 7/2	↓	−7/4	−35/8	−21/16
	−1/2	−5/4	−3/8	−69/16

ځرګند صفرځایونه x1=3

د درجې کمونه د هورنر شیما سره

	−1/2	1/2	4	−3
x = 3	↓	−3/2	−3	3
	−1/2	−1	1	0

مربع مساوات

$$-\frac{1}{2}x^2 - x + 1 = 0 \mid \cdot(-2)$$

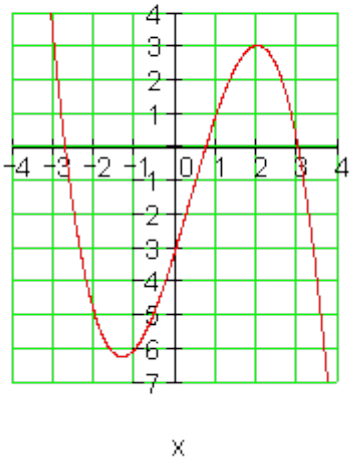
$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 2 = 0 \Rightarrow p = 2;\ q = -2$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 2 = 3 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{3}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \begin{array}{l} x_2 = -1 + \sqrt{3} \approx 0{,}732 \\ x_3 = -1 - \sqrt{3} \approx -2{,}732 \end{array}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) := \frac{-1}{2}\cdot x^3 + \frac{1}{2}\cdot x^2 + 4\cdot x - 3$$



محورغوڅتکی

$P_y(0\,|\,-3)$

$P_{x1}(3\,|\,0)$

$P_{x2}\left(-1+\sqrt{3}\,|\,0\right) \approx (0{,}73\,|\,0)$

$P_{x3}\left(-1-\sqrt{3}\,|\,0\right) \approx (-2{,}73\,|\,0)$

ارزښت جدول

x	−3	−2,73	−2,5	−2
f(x)	3	0	−2,06	−5
x	−1,5	−1	−0,5	0
f(x)	−6,19	−6	−4,81	−3
x	0,5	0,73	1	1,5
f(x)	−0,94	0	1	2,44
x	2	2,5	3	3,5
f(x)	3	2,31	0	−4,31

لسم:

څرګند یا معلوم صفرڅایونه x1=4

د درجې کمونه د هورنر شیماپه مرسته

		1/4	−3	9	−4
x = 4	↓		1	−8	4
		1/4	−2	1	0

مربع مساوات:

$$\frac{1}{4}x^2 - 2x + 1 = 0 \mid \cdot 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 4 = 0$$

$$f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x - 4 \quad [-0{,}5\,;\,8]$$

سومتري: نه شته

		1/4	−3	9	−4
x = −1	↓		−1/4	13/4	−49/4
		1/4	−13/4	49/4	−65/4
		1/4	−3	9	−4
x = 0	↓		0	0	0
		1/4	−3	9	−4
		1/4	−3	9	−4

(c) ketabton.com: The Digital Library

x = 1	↓	1/4	−11/4	25/4
	1/4	−11/4	25/4	9/4
	1/4	−3	9	−4
x = 2	↓	1/2	−5	8
	1/4	−5/2	4	4
	1/4	−3	9	−4
x = 3	↓	3/4	27/4	27/4
	1/4	9/4	9/4	11/4
	1/4	−3	9	−4
x = 4	↓	1	−8	4
	1/4	−2	1	0
	1/4	−3	9	−4
x = 5	↓	5/4	−35/4	5/4
	1/4	−7/4	1/4	−11/4
	1/4	−3	9	−4
x = 6	↓	3/2	−9	0
	1/4	−3/2	0	−4
	1/4	−3	9	−4
x = 7	↓	7/4	−35/4	7/4
	1/4	−5/4	1/4	−9/4
	1/4	−3	9	−4
x = 8	↓	2	−8	8
	1/4	−1	1	4

$$p = -8;\ q = 4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 16 - 4 = 12$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = 4 + \sqrt{12} \approx 7{,}46 \\ x_3 = 4 - \sqrt{12} \approx 0{,}54 \end{array} \right.$$

محور غوځتکي

$$P_y(0 \mid -4)$$

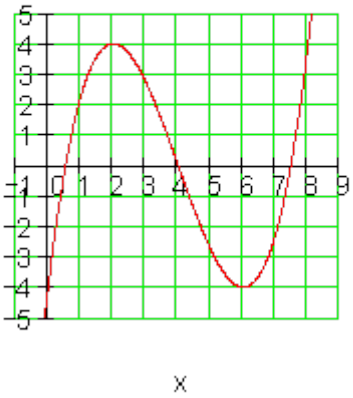
$$P_{x1}(4 \mid 0)$$

$$P_{x2}\left(4 + \sqrt{12} \mid 0\right) \approx (7{,}46 \mid 0)$$

$$P_{x3}\left(4 - \sqrt{12} \mid 0\right) \approx (0{,}54 \mid 0)$$

ګراف:

$$x) := \frac{1}{4} \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 + 9 \cdot x - 4$$



ارزښتجدول:

x	−1	0	0,54	1
f(x)	−16,25	−4	0	2,25
x	2	3	4	5
f(x)	4	2,75	0	−2,75
x	6	7	7,46	8
f(x)	−4	−2,25	0	4

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه:

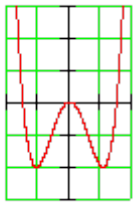
ټولراشنل يا نسبتي توابع VI (محورغوځتكي، ارزښتجدول او ګراف)

نتيجي او مفصل حلونه:((پوښتنې چيرته دي؟)

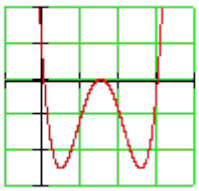
نتيجي او مفصل ځوابونه

نتيجي:

لومړی:

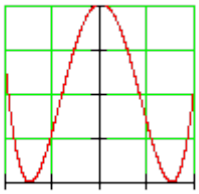
	سيومتري: محورسيومتريک محورغوځتكي: $P_y(0\mid 0)$ $P_{x1/2}(0\mid 0); P_{x3}(3\mid 0); P_{x4}(-3\mid 0)$

دويم

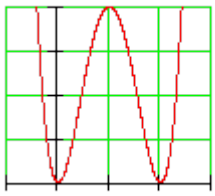
	سيومتري: نه شته محورغوځتكي: $P_y(0\mid 0)$ $P_{x1}(0\mid 0); P_{x2}(3\mid 0); P_{x3}(6\mid 0); P_{x4}(3\mid 0)$

دريم:

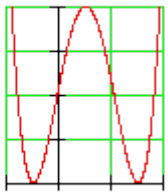
(c) ketabton.com: The Digital Library

	سيومتري: محورسيومتريک محورغوځتکي: $P_y\left(0 \mid \frac{81}{10}\right)$ $P_{x1/3}(3 \mid 0); P_{x2/4}(-3 \mid 0)$

څلورم:

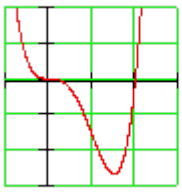
	سيومتري: نه شته محورغوځتکي: $P_y(0 \mid 0)$ $P_{x1/2}(0 \mid 0); P_{x3/4}(4 \mid 0)$

پنځم:

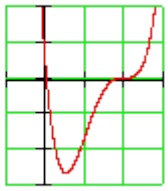
	سيومتري: نه شته محورغوځتکي: $P_y\left(0 \mid \frac{9}{2}\right)$ $P_{x1/3}(3 \mid 0); P_{x2/4}(-1 \mid 0)$

شپږم:

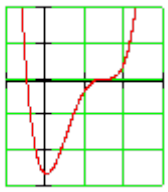
(c) ketabton.com: The Digital Library

	سیومتري: نه شته محورغوڅتکي، پورئ ټکی $P_y(0\mid 0)$ $P_{x1/2/3}(0\mid 0)$ Terrassenpunkt $P_{x4}(4\mid 0)$

اوم:

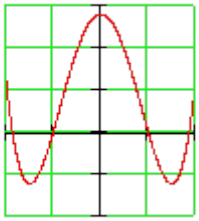
	سیومتري: نه شته محورغوڅتکي $P_y(0\mid 0)$ $P_{x1}(0\mid 0)$ $P_{x2/3/4}(4\mid 0)$ زینه ټکی

اتم:

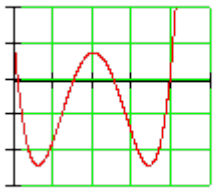
	سیومتري: نه شته محورغوڅتکي $P_y\left(0\mid -\frac{27}{5}\right)$ $P_{x1/2/3}(3\mid 0)$ دپورته پښتو:زینه ټکی $P_{x4}(-1\mid 0)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم:

	سیومتري: محورسیومتریک محورغوڅتکي $P_y\left(0 \mid \frac{28}{5}\right)$ $P_{x1/2}\left(\pm\sqrt{14} \approx \pm 3,74 \mid 0\right)$ $P_{x3/4}\left(\pm 2 \mid 0\right)$

لسم:

	سیومتري: نه شته محورغوڅتکي $P_y\left(0 \mid \frac{3}{2}\right); P_{x1}(3 \mid 0); P_{x2}(5 \mid 0)$ $P_{x3}\left(4+\sqrt{15} \approx 7,87 \mid 0\right); P_{x4}\left(4-\sqrt{15} \approx 0,13 \mid 0\right)$

مفصل ځوابونه:

لومړی: د y محور سره غوڅتکی: $f(0)=0 \Rightarrow P_y(0 \mid 0)$

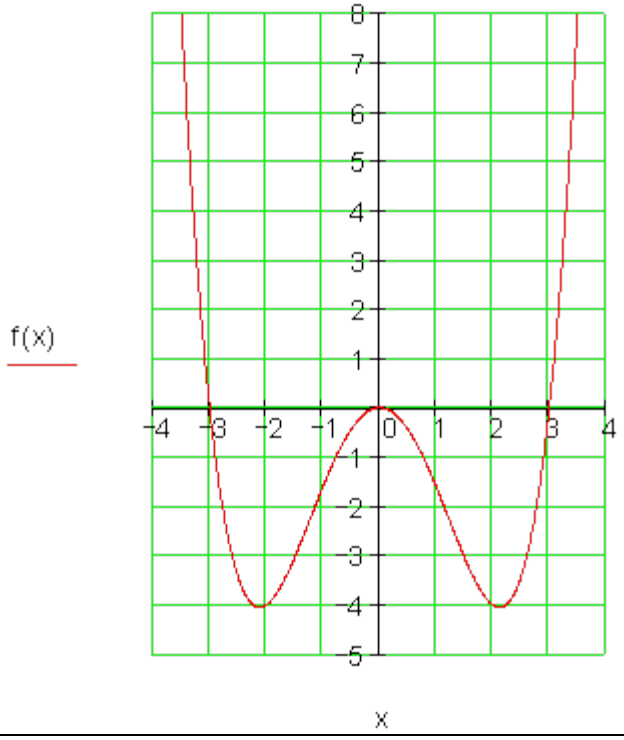
د xمحور سره غوڅتکی: $P_{x1/2}(0 \mid 0); P_{x3}(3 \mid 0); P_{x4}(-3 \mid 0)$

۶۷۶ 1.14د ټول هوښیار یا راشنل توبعو رسمونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

ارزښت جدول

x	−3,5	−3	−2,5	−2
f(x)	7,96	0	−3,44	−4
x	−1,5	−1	−0,5	0
f(x)	−3,04	−1,6	−0,44	0
x	0,5	1	1,5	2
f(x)	−0,44	−1,6	−3,04	−4
x	2,5	3	3,5	
f(x)	−3,44	0	7,96	



$$f(x)=\frac{1}{5}x^4-\frac{9}{5}x^2$$

سيومتري:

محورسيومتريک f(-x)=f(x)

صفرځايونه:

$$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{1}{5}x^4-\frac{9}{5}x^2=0$$

ضريبونه يا ضريب ډوله ليکنه

$$x^2\left(\frac{1}{5}x^2-\frac{9}{5}\right)=0 \Rightarrow x_{1/2}=0$$

$$\frac{1}{5}x^2-\frac{9}{5}=0\,|\cdot 5$$

$$\Leftrightarrow x^2-9=0\,|+9$$

$$\Leftrightarrow x^2=9\,|\sqrt{\ }$$

$$\Leftrightarrow |x|=3 \Rightarrow x_3=3\,;\,x_4=-3$$

دويم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د y محور سره غوټکی

$$f(0)=0 \Rightarrow P_y(0\mid 0)$$

د x محور سره غوټکی

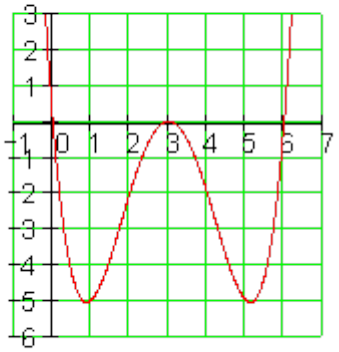
$$(0\mid 0);\ P_{x2}(3\mid 0);\ P_{x3}(6\mid 0);\ P_{x4}(3\mid 0)$$

$P(3\mid 0)$ ډبل صفرځای دی

ارزښت جدول

x	−0,5	0	0,5	1
f(x)	9,95	0	−4,3	−5
x	1,5	2	2,5	3
f(x)	−3,8	−2	−0,55	0
x	3,5	4	4,5	5
f(x)	−0,55	−2	−3,8	−5
x	5,5			
f(x)	−4,3			

$$f(x):=\frac{1}{4}\cdot x^4-3\cdot x^3+\frac{45}{4}\cdot x^2-\frac{27}{2}\cdot x$$



$$f(x)=\frac{1}{4}x^4-3x^3+\frac{45}{4}x^2-\frac{27}{2}x$$

سیومتري: نه شته

صفرځایونه:

$$x)=0 \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^4-3x^3+\frac{45}{4}x^2-\frac{27}{2}x=0$$

د ضریبونه

$$\frac{1}{4}x^3-3x^2+\frac{45}{4}x-\frac{27}{2}\Big)=0 \Rightarrow x_1=0$$

$$x^3-3x^2+\frac{45}{4}x-\frac{27}{2}=0$$

د صفرځایونو پلټنه د هورنر شیما په مرسته

	1/4	−3	45/4	−27/2
=1	↓	1/4	−11/4	17/2
	1/4	−11/4	17/2	−5
	1/4	−3	45/4	−27/2
=2	↓	2/4	−20/4	25/2
	1/4	−10/4	25/4	−1
	1/4	−3	45/4	−27/2
=3	↓	3/4	−27/4	27/2
	1/4	−9/4	9/2	0

$x_2=3$

$$x^2-\frac{9}{4}x+\frac{9}{2}=0\mid\cdot 4$$

$$x^2-9x+18=0$$

$x_3=6;\ x_4=3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=\frac{1}{10}x^4-\frac{9}{5}x^2+\frac{81}{10}$$

Symmetrie:

achsensymmetrisch $f(-x)=f(x)$

Nullstellen:

$$f(x)=0\Leftrightarrow\frac{1}{10}x^4-\frac{9}{5}x^2+\frac{81}{10}=0$$

Substitution: $z=x^2$

$$\Rightarrow\frac{1}{10}z^2-\frac{9}{5}z+\frac{81}{10}=0\mid\cdot 10$$

$$\Leftrightarrow z^2-18z+81=0$$

$$p=-18;\ q=81$$

$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=81-81=0$$

$$z_{1/2}=-\frac{p}{2}=9$$

$$z_1=9\Rightarrow x^2=9\Rightarrow x_{1/2}=\pm 3$$

$$z_2=9\Rightarrow x^2=9\Rightarrow x_{3/4}=\pm 3$$

$x_1=x_3=3$ doppelte Nullstelle

$x_2=x_4=-3$ doppelte Nullstelle

دریم: د y محور سره غوڅتکی

$$f(0)=\frac{81}{10}\Rightarrow P_y\left(0\mid\frac{81}{10}\right)$$

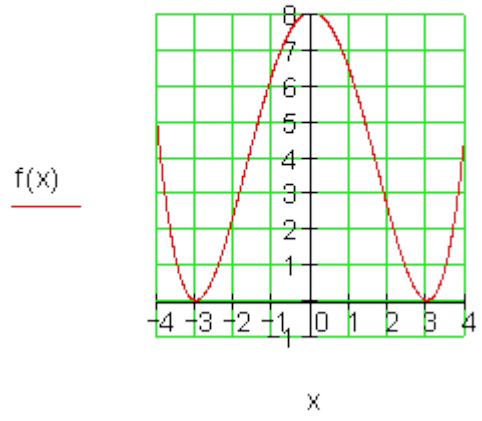
د x محور سره غوڅتکی

$$P_{x1/3}(3\mid 0);\ P_{x2/4}(-3\mid 0)$$

ارزښت جدول

x	−4	−3,5	−3	−2,5	−2
f(x)	4,9	1,06	0	0,76	2,5
x	−1,5	−1	−0,5	0	0,5
f(x)	4,56	6,4	7,66	8,1	7,66
x	1	1,5	2	2,5	3
f(x)	6,4	4,56	2,5	0,76	0
x	3,5	4			
f(x)	1,06	4,9			

$$f(x):=\frac{1}{10}\cdot x^4-\frac{9}{5}\cdot x^2+\frac{81}{10}$$



څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=\frac{1}{2}x^4-4x^3+8x^2$$

Symmetrie: keine

Nullstellen:

$$f(x)=0\Leftrightarrow\frac{1}{2}x^4-4x^3+8x^2=0$$

faktorisieren:

$$x^2\left(\frac{1}{2}x^2-4x+8\right)=0$$

$$\Rightarrow x_{1/2}=0$$

$$\frac{1}{2}x^2-4x+8\mid\cdot 2$$

$$\Leftrightarrow x^2-8x+16=0$$

$$p=-8;\ q=16$$

$$D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=16-16=0$$

$$x_{3/4}=-\frac{p}{2}=4$$

د y محور سره غوڅېکی

$$f(0)=0\Rightarrow P_y(0\mid 0)$$

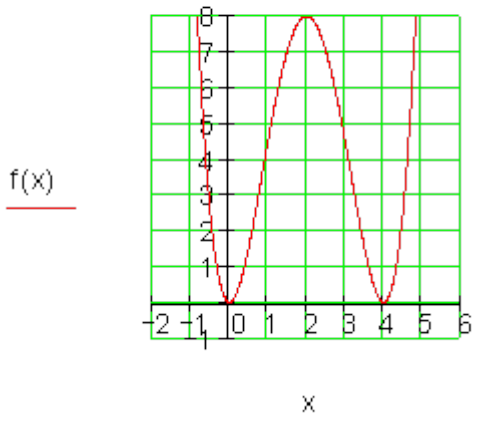
د x محور سره غوڅېکی

$$P_{x1/2}(0\mid 0);\ P_{x3/4}(4\mid 0)$$

ارزښت جدول

x	−1	−0,5	0	0,5
f(x)	12,5	2,53	0	1,53
x	1	1,5	2	2,5
f(x)	4,5	7,03	8	7,03
x	3	3,5	4	4,5
f(x)	4,5	1,53	0	2,53
x	5			
f(x)	12,5			

$$f(x):=\frac{1}{2}\cdot x^4-4\cdot x^3+8\cdot x^2$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم: د yمحور سره غوڅتکی

$$f(0)=\frac{9}{2}\Rightarrow P_y\left(0\,|\,\frac{9}{2}\right)$$

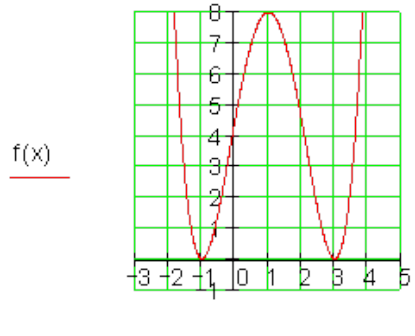
د xمحور سره غوڅتکی

$$P_{x1/3}(3\,|\,0);P_{x2/4}(-1\,|\,0)$$

ارزښت جدول

x	$-1,5$	-1	$-0,5$	0
$f(x)$	$2,53$	0	$1,53$	$4,5$
x	$0,5$	1	$1,5$	2
$f(x)$	$7,03$	8	$7,03$	$4,5$
x	$2,5$	3	$3,5$	
$f(x)$	$1,53$	0	$2,53$	

$$f(x):=\frac{1}{2}\cdot x^4-2\cdot x^3-x^2+6\cdot x+\frac{9}{2}$$



$$f(x)=\frac{1}{2}x^4-2x^3-x^2+6x+\frac{9}{2}$$

سيومتري: نه شته

د صفرځايونو پيدا کونه د هورنر له مخي

	$1/2$	-2	-1	6	$9/2$
$x=1$	$\downarrow$	$1/2$	$-3/2$	$-5/2$	$7/2$
	$1/2$	$-3/2$	$-5/2$	$7/2$	8
	$1/2$	-2	-1	6	$9/2$
$x=2$	$\downarrow$	1	-2	-6	0
	$1/2$	-1	-3	0	$9/2$
	$1/2$	-2	-1	6	$9/2$
$x=3$	$\downarrow$	$3/2$	$-3/2$	$-15/2$	$-9/2$
	$1/2$	$-1/2$	$-5/2$	$-3/2$	0

$\Rightarrow x_1=3$

	$1/2$	$-1/2$	$-5/2$	$-3/2$
$x=-1$	$\downarrow$	$-1/2$	1	$3/2$
	$1/2$	-1	$-3/2$	0

$\Rightarrow x_2=-1$

$$\frac{1}{2}x^2-x-\frac{3}{2}=0\,|\cdot 2$$

$$\Leftrightarrow x^2-2x-3=0\Rightarrow p=-2;\ q=-3$$

$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=1+3=4\Rightarrow\sqrt{D}=2$$

$$x_{3/4}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\ \Big|\ \begin{matrix}x_3=1+2=3\\ x_4=1-2=-1\end{matrix}$$

$$x_1=x_3=3;\ x_2=x_4=-1$$

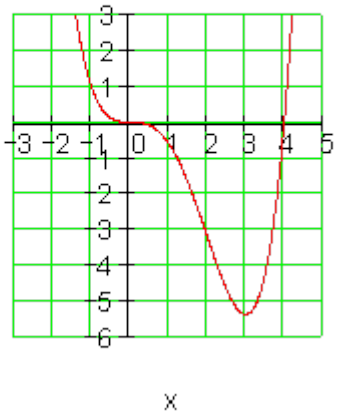
(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم:

ارزښتجدول:

x	$-1,5$	-1	$-0,5$	0
$f(x)$	$3,71$	1	$0,11$	0
x	$0,5$	1	$1,5$	2
$f(x)$	$-0,09$	$-0,6$	$-1,69$	$-3,2$
x	$2,5$	3	$3,5$	4
$f(x)$	$-4,69$	$-5,4$	$-4,29$	0
x	$4,5$			
$f(x)$	$9,11$			

$$f(x) := \frac{1}{5}\cdot x^4 - \frac{4}{5}\cdot x^3$$



$$f(x) = \frac{1}{5}x^4 - \frac{4}{5}x^3$$

سیومتري: نه شته

صفرځایونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{5}x^4 - \frac{4}{5}x^3 = 0$$

ضریبونه:

$$x^3\left(\frac{1}{5}x - \frac{4}{5}\right) = 0 \Rightarrow x_{1/2/3} = 0$$

$$\frac{1}{5}x - \frac{4}{5} = 0 \Rightarrow x_4 = 4$$

د y-محور سره غوڅتکی

$$f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0\,|\,0)$$

د x-محور سره غوڅتکی

$$P_{x1/2/3}(0\,|\,0)$$

$P_{x4}(4\,|\,0)$ زینه تابع

اوم:

۶۸۲ 1.16د ټول هوښیار یا راشنل توبعو رسمونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

د y محور سره غوټکی:

$$f(0)=0 \Rightarrow P_y(0\mid 0)$$

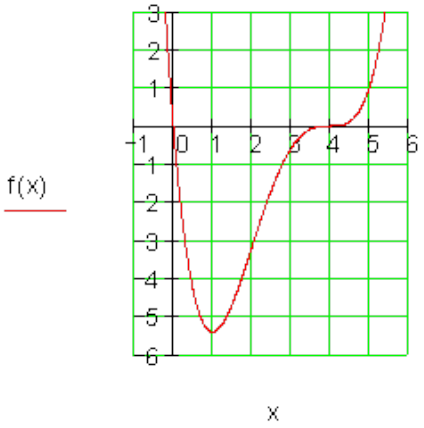
د x محور سره غوټکی: $P_{x1}(0\mid 0)$

د زيني ټکی $P_{x2/3/4}(4\mid 0)$

ارزښت جدول

x	−0,5	0	0,5	1
f(x)	9,11	0	−4,29	−5,4
x	1,5	2	2,5	3
f(x)	−4,69	−3,2	−1,69	−0,6
x	3,5	4	4,5	5
f(x)	−0,09	0	0,11	1
x	5,5			
f(x)	3,71			

$$f(x) := \frac{1}{5}\cdot x^4 - \frac{12}{5}\cdot x^3 + \frac{48}{5}\cdot x^2 - \frac{64}{5}\cdot x$$



$$f(x)=\frac{1}{5}x^4-\frac{12}{5}x^3+\frac{48}{5}x^2-\frac{64}{5}x$$

سيومتري: نه شته

صفرځای:

$$f(x)=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{5}x^4-\frac{12}{5}x^3+\frac{48}{5}x^2-\frac{64}{5}x=0$$

ضريبونه يا په ضريبي ډول يکنه

$$\frac{1}{5}x\left(x^3-12x^2+48x-64\right)=0$$

$$\Rightarrow x_1=0$$

د ازمايښت له لارې ځواب

$$\Rightarrow x_2=4$$

	1	−12	48	−64
x = 4	↓	4	−32	64
	1	−8	16	0

$$x^2-8x+16=0$$

$$p=-8;\ q=16$$

$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=16-16=0$$

$$\Rightarrow x_{3/4}-\frac{p}{2}=4$$

2.16د ټول هوښيار يا راشنل توبعو رسمونه ۶۸۳

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم: د y محور سره غوڅتکی:

$$f(0) = -\frac{27}{5} \Rightarrow P_y\left(0 \mid -\frac{27}{5}\right)$$

د x محور سره غوڅتکی

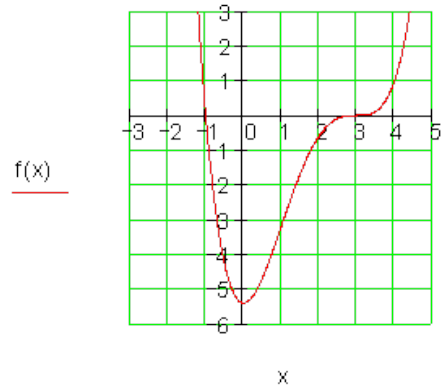
د زيني ټکی $P_{x1/2/3}(3 \mid 0)$

$P_{x4}(-1 \mid 0)$

ارزښت جدول

x	−1,5	−1	−0,5	0
f(x)	9,11	0	−4,29	−5,4
x	0,5	1	1,5	2
f(x)	−4,69	−3,2	−1,69	−0,6
x	2,5	3	3,5	4
f(x)	−0,09	0	0,11	1
x	4,5			
f(x)	3,71			

$f(x) := \frac{1}{5}\cdot x^4 - \frac{8}{5}\cdot x^3 + \frac{18}{5}\cdot x^2 - \frac{27}{5}$



$$f(x) = \frac{1}{5}x^4 - \frac{8}{5}x^3 + \frac{18}{5}x^2 - \frac{27}{5}$$

سيومتري: نه شته صفرځای

$$f(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{5}x^4 - \frac{8}{5}x^3 + \frac{18}{5}x^2 - \frac{27}{5} = 0 \mid \cdot 5$$

$$\Leftrightarrow x^4 - 8x^3 + 18x^2 - 27 = 0$$

د ازمايښت له لارې ځواب: x=3

	1	−8	18	0	−27
x = 3 ↓		3	−15	9	27
	1	−5	3	9	0

$$\Rightarrow x_1 = 3$$

له 3 سره ازمايښت:

	1	−5	3	9
x = 3 ↓		3	−6	−9
	1	−2	−3	9

$$\Rightarrow x_2 = 3$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$p = -2;\ q = -3$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 3 = 4$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{4} = 2$$

$$x_{3/4} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_3 = 1 + 2 = 3 \\ x_4 = 1 - 2 = -1 \end{array} \right.$$

نهم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د xمحور سره غوڅتکی:

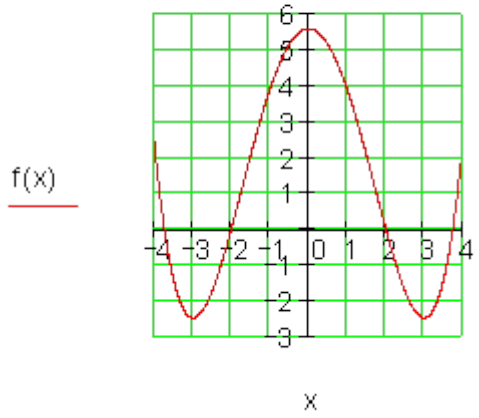
$$P_{x1/2}\left(\pm\sqrt{14}\,|\,0\right)$$

$$P_{x3/4}\left(\pm2\,|\,0\right)$$

ارزښت جدول

x	−4	−3,74	−3,5	−3
f(x)	2,4	0	−1,44	−2,5
x	−2,5	−2	−1,5	−1
f(x)	−1,74	0	2,06	3,9
x	−0,5	0	0,5	1
f(x)	5,16	5,6	5,16	3,9
x	1,5	2	2,5	3
f(x)	2,06	0	−1,74	−2,5
x	3,5	3,74	4	
f(x)	−1,44	0	2,4	

$$f(x) := \frac{1}{10}\cdot x^4 - \frac{9}{5}\cdot x^2 + \frac{28}{5}$$



$$f(x) = \frac{1}{10}x^4 - \frac{9}{5}x^2 + \frac{28}{5}$$

سيومتري:

محورسيومتريک f(-x)=f(x)

صفرځايونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{10}x^4 - \frac{9}{5}x^2 + \frac{28}{5} = 0 \,|\cdot 10$$

$$\Leftrightarrow x^4 - 18x^2 + 56 = 0$$

بدلون: $z=x^2$

$$\Rightarrow z^2 - 18z + 56 = 0$$

$$p = -18\,;\; q = 56$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 81 - 56 = 25$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{25} = 5$$

$$z_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \begin{vmatrix} z_1 = 9+5 = 14 \\ z_2 = 9-5 = 4 \end{vmatrix}$$

$$z_1 = x^2 = 14 \Rightarrow x_{1/2} = \pm\sqrt{14}$$

$$z_2 = x^2 = 4 \Rightarrow x_{2/3} = \pm 2$$

د y- محور سره غوڅتکی

$$f(0) = \frac{28}{5} \Rightarrow P_y\left(0\,|\,\frac{28}{5}\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.15د ورکړشوو شرایطو له مخې د تابع مساواتو لیکل

دتابع مساواتو لیکل:

مورِ په یاد راوړو، چې د یوه پارابول د تابعمساوو ټاکلو لپاره د کواوردینات درې ټکي اړین وو، چې ضریبونه a_2 , a_1 او a_0 وټاکو.

(د درې ټکو له لارې د پارابول ټاکل)
د دریمې درجې د ټول راشنل مساوات په لاندې ډولدي:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

د څلورو متحولو a_3 ، a_2 ، a_1 ، a_0 لپاره سړی څلورو شرایطو ته اړ دی او له دې سره څلور ټاکنمساوات.

په ټولیزه توګه کره کیدی شي، چې د n –مې درجې ټول راشنل تابع لپاره $n + 1$ شرایطو ته اړتیا شتون لري او له دې سره $n + 1$ ټاکنمساوات اړین دي.

دریمه درجه ټول راشنل- یا هوښیار تابع د څلور ټکو له لارې:

د څلورو ټکو کواوردیناتونه، چې د تابعو ګراف باندې باید پراته وي، لکه چې تري لاس ته راځي له وړاندې ورکړ شوي دي:

$P_1(-1 | 2)$; $P_2(2 | -1)$; $P_3(-3 | 44)$ او $P_4(1 | 0)$

لومړی د ورکړ شوو ټکو لپاره مساوات لیکل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$
\begin{array}{lrcrrrrl}
P_1(-1|2): & f(-1) & = & -1a_3 & +1a_2 & -1a_1 & +1a_0 & = 2 \\
P_2(2|-1): & f(2) & = & 8a_3 & +4a_2 & +2a_1 & +1a_0 & = -1 \\
P_3(-3|44): & f(-3) & = & -27a_3 & +9a_2 & -3a_1 & +1a_0 & = 44 \\
P_4(1|0): & f(1) & = & 1a_3 & +1a_2 & +1a_1 & +1a_0 & = 0
\end{array}
$$

د شا- يا په څټ ځاي په ځای کوني ځخه د ضريبونو ټاکل:

$$-a_3 = 1 \Rightarrow \boxed{a_3 = -1}$$

$$a_2 - 2a_3 = 4$$
$$\Leftrightarrow a_2 - 2(-1) = a_2 + 2 = 4 \Rightarrow \boxed{a_2 = 2}$$

$$a_1 + a_2 + 3a_3 = -1$$
$$\Leftrightarrow a_1 + 2 + 3\cdot(-1) = a_1 + 2 - 3$$
$$= a_1 - 1 = -1 \Rightarrow \boxed{a_1 = 0}$$

$$a_0 - a_1 + a_2 - a_3 = 2$$
$$\Leftrightarrow a_0 - 0 + 2 - (-1) = a_0 + 2 + 1$$
$$= a_0 + 3 = 2 \Rightarrow \boxed{a_0 = -1}$$

تابع مساوات: $f(x) = -x^3 + 2x^2 - 1$ ازمايښت:

$$P_1(-1|2): f(-1) = -(-1)^3 + 2\cdot(-1)^2 - 1 = 2$$
$$P_2(2|-1): f(2) = -2^3 + 2\cdot 2^2 - 1 = -1$$

د مساوات سيستم حل

د ګاوس-الګوريتم سره

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	−1	1	−1	2	
1	2	4	8	−1	II − I
1	−3	9	−27	44	III − I
1	1	1	1	0	IV − I
1	−1	1	−1	2	
0	3	3	9	−3	| : 3
0	−2	8	−26	42	| : 2
0	2	0	2	−2	| : 2
1	−1	1	−1	2	
0	1	1	3	−1	
0	−1	4	−13	21	III + II
0	1	0	1	−1	IV + III
1	−1	1	−1	2	
0	1	1	3	−1	
0	0	5	−10	20	| : 5
0	0	4	−12	20	| : 4
1	−1	1	−1	2	
0	1	1	3	−1	
0	0	1	−2	4	

(c) ketabton.com: The Digital Library

0	0	1	−3	5	IV − III
1	−1	1	−1	2	
0	1	1	3	−1	
0	0	1	−2	4	
0	0	0	−1	1	

$P_3(-3|44): f(-3) = -(-3)^3 + 2\cdot(-3)^2 - 1 = 44$

$P_2(1|0): f(1) = -1^3 + 2\cdot 1^2 - 1 = 0$

تمرينونه: د ټول هوښيار اعدادو توابعVII

ټول هوښيار توابع د څلورو ټکو له لارې(تابعمساوات وليکئ)

1. $P_1(1|4); P_2(2|2); P_3(4|4); P_4(5|20)$
2. $P_1\left(1\left|-\frac{11}{2}\right.\right); P_2\left(-1\left|\frac{9}{2}\right.\right); P_3(-2|8); P_4\left(-3\left|\frac{5}{2}\right.\right)$
3. $P_1(-1|-16); P_2(2|11); P_3(4|-11); P_4(6|-9)$
4. $P_1(-1|7); P_2(-2|6); P_3(3|1); P_4(-3|-2)$
5. $P_1(2|22); P_2(4|44); P_3(-4|4); P_4(8|40)$
6. $P_1(1|0); P_2(-1|-2); P_3(2|16); P_4(-3|-4)$
7. $P_1(1|1); P_2(2|0); P_3(-2|4); P_4(3|9)$
8. $P_1(1|6); P_2(3|-4); P_3\left(-\frac{1}{2}\left|\frac{45}{8}\right.\right); P_4\left(-\frac{3}{2}\left|-\frac{77}{8}\right.\right)$
9. $P_1\left(1\left|-\frac{9}{2}\right.\right); P_2\left(-1\left|\frac{11}{2}\right.\right); P_3\left(3\left|-\frac{5}{2}\right.\right); P_4\left(-\frac{5}{2}\left|-8\right.\right)$
10. $P_1(1|25); P_2(-1|-49); P_3(3|27); P_4(5|5)$

د دريمې درجې ټول هوښيار يا راشنل تابع چې له څلور ټکو تيريږي.

د څلورمې درجې ټول هوښيار توابع چې له پنځه ټکو څخه تيريږي.
د پنځه ټکو کواوردیناتونه، چې د توابع ګراف باندې باید پراته وي، په لاندې توګه د مخه ورکړ شوي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_1(-2 \mid 2)$; $P_2(-1 \mid 0)$; $P_3(1 \mid 0)$; $P_4(2 \mid 2)$ und $P_5(3 \mid 3)$.

لومړی مساواتسیستم د ورکړ شوو ټکو لپاره لیکل کیږي.

$$
\begin{array}{lrrrrrrr}
P_1(-2\mid 2): & f(-2) & = & 16a_4 & -8a_3 & +4a_2 & -2a_1 & +1a_0 = 2 \\
P_2(-1\mid 0): & f(-1) & = & 1a_4 & -1a_3 & +1a_2 & -1a_1 & +1a_0 = 0 \\
P_3(1\mid 0): & f(1) & = & 1a_4 & +1a_3 & +1a_2 & +1a_1 & +1a_0 = 0 \\
P_4(2\mid 2): & f(2) & = & 16a_4 & +8a_3 & +4a_2 & +2a_1 & +1a_0 = 2 \\
P_5(3\mid 3): & f(3) & = & 81a_4 & +37a_3 & +9a_2 & +3a_1 & +1a_0 = 3
\end{array}
$$

د ګاوس –الګوریتم له لارې څخواب:

a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	
1	2	4	−8	16	2
1	−1	1	−1	1	0 II −I
1	1	1	1	1	0 III −I
1	2	4	8	16	2 IV −I
1	3	9	27	81	3 V −I
1	3	4	−8	16	2
0	−3	−3	7	−15	−2
0	−1	−3	9	−15	−2 | · (−3)
0	0	0	16	0	0 | : 16
0	1	5	35	65	1 | · 3
1	2	4	−8	16	2
0	−3	−3	7	−15	−2
0	3	9	−27	45	6 III + II
0	0	0	1	0	0
0	3	15	105	195	3 V + II
1	2	4	−8	16	2
0	−3	−3	7	−15	−2
0	0	6	−20	30	5
0	0	0	1	0	0
0	0	12	112	180	1 V − 2 · III
1	2	4	−8	16	2

$$\boxed{a_3 = 0}$$

$$120a_4 = -7 \Rightarrow a_4 = \boxed{-\frac{7}{120}}$$

$$6a_2 + 30a_4 = 4 \Leftrightarrow 6a_2 + 30 \cdot \left(-\frac{7}{120}\right) = 4$$

$$\Rightarrow \boxed{a_2 = \frac{23}{24}}$$

$$-3a_1 - 3a_2 - 15a_4 = -2$$

$$\Leftrightarrow -3a_1 - 3 \cdot \frac{23}{24} - 15 \cdot \left(-\frac{7}{120}\right) = -2$$

$$\Rightarrow \boxed{a_1 = 0}$$

$$a_0 + 4a_2 + 16a_4 = 2$$

$$\Leftrightarrow a_0 + 4 \cdot \frac{23}{24} + 16 \cdot \left(-\frac{7}{120}\right) = 2$$

$$\Rightarrow \boxed{a_0 = -\frac{9}{10}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

کين: تابعمساوات:

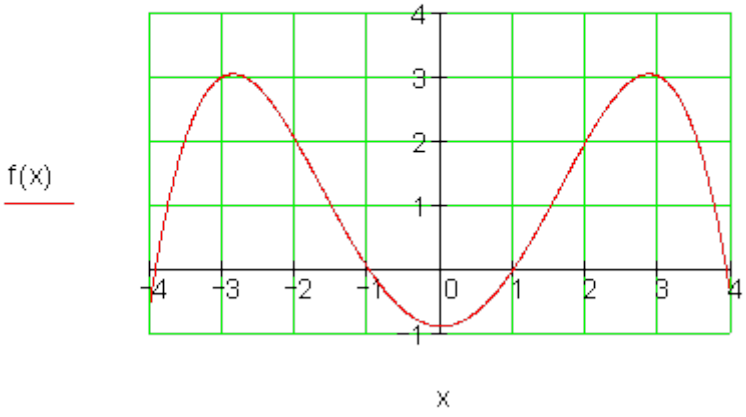
0	−3	−3	7	−15	−2
0	0	8	−20	30	4
0	0	0	1	0	0
0	0	0	152	120	−7

Funktionsgleichung:

$$f(x) = -\frac{7}{120}x^4 + \frac{23}{24}x^2 - \frac{9}{10}$$

تابع ګراف کيدی شي په يوه جدول ارزښت پيدا شي او لاندې تلنلار لري:

$$f(x) := \frac{-7}{120}\cdot x^4 + \frac{23}{24}\cdot x^2 - \frac{9}{10}$$



که د تابع ګراف نور خويونه څرګند وي، نو کيدی شي د ټاکنمساواتو تعدا يا ګنون راکم شي.

د دريمې درجې ټول هوښيار توابع ، چې له دوه ټکو تيريږي

د دريمې درجې ټول راشنل – يا هوښيار توابع ټکی سيومتريک دی او د لاندې ټکو څخه تيريږي: $P_1(1|2)$ او $P_2(\sqrt{2}|\sqrt{2})$

د ټکي سيومتري له امله تابع مساوات فقط د ناجوړه يا طاق جګګې يا جګعدد(اکسپوننت) څخه د زياتيدونو يا د جمعې اعضاو څخه جوړ دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لاندې المانې پښتو:ایښوونه ، تابع مساوات.

Ansatz: $f(x) = a_3x^3 + a_1x$

$P_1(1|2)$: $f(1) = 1a_3 + 1a_1 = 2$

$P_2\left(\sqrt{2}|\sqrt{2}\right)$: $f\left(\sqrt{2}\right) = 2\sqrt{2}a_3 + \sqrt{2}a_1 = \sqrt{2}$

a_3	a_1	
1	1	2
$2\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}\mid:\sqrt{2}$
1	1	2
2	1	$II-2\cdot I$
1	1	2
0	−1	−3

$\boxed{a_1 = 3}$

$a_3 + a_1 = 2$

$\Leftrightarrow a_3 + 3 = 2 \Rightarrow \boxed{a_3 = -1}$

Funktionsgleichung:

$f(x) = -x^3 + 3x$

څلورمه درجه ټول هوښیار تابع چې له **(0 | 0)** او څلور ټکو تیریږي.

د څلور ټکو کواوردینات ورکړ شوی دی. پنځم ټکی پیلټکی دی. د دې لارې یا له دې سره څلور ټاکنمساوات منځ ته راځي.

د المانې پښتو په ترتیب: د ټکو له مخه ورکړه، ټولیز تابع مساوات، ایښوونه، تابع مساوات

Punktvorgabe: $P_1(-1|2); P_2(1|-2); P_3(2|-4); P_4(3|18)$

Allgemeine Funktionsgleichung: $f(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$

$P(0|0)$: $f(0) = a_0 = 0 \Rightarrow \boxed{a_0 = 0} \Rightarrow$ Ansatz: $f(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x$

$P_1(-1|2)$: $f(-1) = 1a_4 - 1a_3 + 1a_2 - 1a_1 = 2$

$P_2(1|-2)$: $f(1) = 1a_4 + 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 = -2$

$P_3(2|-4)$: $f(2) = 16a_4 + 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 = -4$

$P_3(3|18)$: $f(3) = 81a_4 + 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 = 18$

(c) ketabton.com: The Digital Library

a_4	a_3	a_2	a_1	
1	−1	1	−1	2
1	1	1	1	−2 II − I
16	8	4	2	−4 III − 16·I
81	27	9	3	18 IV − 81·I
1	−1	1	−1	2
0	2	0	2	−4
0	24	−12	18	−36 III − 12·II
0	108	−72	84	−144 IV − 4,5·III
1	−1	1	−1	2
0	2	0	2	−4
0	0	−12	−6	12
0	0	−18	3	18 IV − 1,5·III
1	−1	1	−1	2
0	2	0	2	−4
0	0	−12	−6	12
0	0	0	12	0

$\boxed{a_1 = 0}$

$2a_3 = -4 \Rightarrow \boxed{a_3 = -2}$

$-12a_2 = 12 \Rightarrow \boxed{a_2 = -1}$

$a_4 - a_3 + a_2 = 2$

$\Leftrightarrow a_4 + 2 - 1 = 2 \Rightarrow \boxed{a_4 = 1}$

Funktionsgleichung:

$f(x) = x^4 - 2x^3 - x$

د څلورمې درجې ټول هوښیار اعداد د درې ټکوله لارې محور سیومتریک دي.

د څلورمې درجې ټول هوښیار تابع محور سیمتریک دی او د لاندې ټکو د یوه څخه تیریږي:

$P_1(0|4)$ $P_2\left(1|\frac{25}{8}\right)$ او $P_3(2|2)$

اینبوونه: $f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 + a_0$ د محور سیومتریک له امله فقط جوړه اکسپوننت(جګعدد)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_1(0|4): \quad f(0) = a_0 = 4 \Rightarrow \boxed{a_0 = 4}$$

$$P_2\left(1|\frac{25}{8}\right): \quad f(1) = 1a_4 + 1a_2 + 4 = \frac{25}{8} \Leftrightarrow 1a_4 + 1a_2 = -\frac{7}{8}$$

$$P_3(2|2): \quad f(2) = 16a_4 + 4a_2 + 4 = 2 \Leftrightarrow 16a_4 + 4a_2 = -2$$

a_4	a_2	
1	1	$-\frac{7}{8} \mid \cdot 8$
16	4	$-2 \mid : 2$
8	8	-7
8	2	$-1 \mid\mid -1$
1	1	-7
0	-6	6

$$-6a_2 = -6 \Rightarrow \boxed{a_2 = -1}$$

$$8a_4 + 8a_2 = -7$$

$$\Leftrightarrow 8a_4 - 8 = -7 \Rightarrow \boxed{a_4 = \frac{1}{8}}$$

$$f(x) = \frac{1}{8}x^4 - x^2 + 4$$

د ټولو صفرځایونو او یوه ټکي له مخه ورکړه

د دریمې درجې ټول هوښیار اعداد

$$P_{x1}(-3|0); P_{x2}(-1|0); P_{x3}(1|0); P(0|-2)$$

په کرښیز ضریبونو ایښوونه:

$$f(x) = a(x+3)(x+1)(x-1)$$

$$P(0|-2): \quad f(0) = a \cdot 3 \cdot 1 \cdot (-1) = -2 \Rightarrow a = \frac{2}{3}$$

$$f(x) = \frac{2}{3}(x+3)(x+1)(x-1) = \frac{2}{3}x^3 + 2x^2 - \frac{2}{3}x - 2$$

څلورمه درجه ټول هوښیار توابع

$$P_{x1}(-2|0); P_{x2}(-2|0); P_{x3}(-2|0); P_4(3|0); P(0|1{,}5)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ایښوونه په کربښیزو ضریبونو:

$$f(x) = a(x+2)^3(x-3)$$

$$P(0|1,5):\quad f(0) = a\cdot 8\cdot(-3) = 1,5 \Leftrightarrow -24a = 1,5 \Rightarrow a = -\frac{3}{48} = -\frac{1}{16}$$

$$f(x) = -\frac{1}{16}(x+2)^3(x-3) = \underline{\underline{-\frac{1}{16}x^4 - \frac{3}{16}x^3 + \frac{3}{8}x^2 + \frac{7}{4}x + \frac{3}{2}}}$$

تمرینونه: VIII

ټول هوښیار توابع له ورکړ شوو دلایلو له مخې

د تابع مساوات پیدا کړئ او ګراف یې وکاږئ

لومړی: دریمه درجه ټکی سیومتریک $P_1(2|3)\ P_2(-3|-2)$

دویم:دریمه درجه، صفرځایونه $x_1 = -3; x_2 = -1; x_3 = 2;\ P(-2|2)$

دریم:دریمه درجه صفرځایونه $x_{1/2} = 0; x_3 = 2;\ P(1|5)$

څلورم: دریمه درجه صفرځایونه $x_{1/2} = -2; x_3 = 1;\ P(2|4)$

پنځم: دریمه درجه، صفرځایونه $x_{1/2/3} = 3;\ P(-1|8)$

شپږم:څلورمه درجه، محورسیمتریک $P_1(1|2); P_2(2|-1); P_3(-3|-2)$

اوم:څلورمه درجه صفرځایونه $x_{1/2/3} = -2; x_4 = 2;\ P(1|3)$

اتم:څلورمه درجه، له سرچینې $P_1(1|1); P_2(-1|-3); P_3(3|-1); P_4(-3|-1)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم: څلورمه درجه، $P_1(1|1); P_2(-1|-3); P_3(3|-1); P_4(-3|-1)$ صفرځایونه
$x_1 = -3; x_2 = -1; x_3 = 2; x_4 = 5;\ P(1|2)$

لسم: څلورمه درجه صفرځایونه $x_{1/2} = -3; x_{3/4} = 2;\ P(1|4)$

نتیجې

د ټول هوښیار اعدادو توابعو ته تمرینونوVII

له څلور ټکو څخه ټول هوښیار توابع(تابع مساوات ولیکی)

نتیجې او مفصل څوابونه

نتیجې

لومړی :

$$P_1(1|4); P_2(2|2); P_3(4|4); P_4(5|20) \Rightarrow f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

x	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
f(x)	-6,12	0	3,13	4	3,37	2	0,62	0	0,87	4	10,12	20

$P_y(0|0); P_{x1}(0|0); P_{x2/3}(3|0)$ doppelte Nullstelle

دپورته پښتو: ډبل صفرځایونه

دویم:

$$P_1\left(1\left|-\frac{11}{2}\right.\right); P_2\left(-1\left|\frac{9}{2}\right.\right); P_3(-2|8); P_4\left(-3\left|\frac{5}{2}\right.\right) \Rightarrow f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2$$

x	-3,5	-3	-2,5	-2	1,5	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5
f(x)	-5,5	2,5	6,75	8	3,37	7	4,5	1,25	-2	-4,5	-5,5	-4,25	0	8

$$P_y(0|0); P_{x1}(2|0); P_{x2}\left(-\frac{7}{4} + \sqrt{\frac{33}{16}} \approx -0,31\ \middle|\ 0\right); P_{x2}\left(-\frac{7}{4} - \sqrt{\frac{33}{16}} \approx -3,186\ \middle|\ 0\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم :

$$P_1(-1\mid -16);\ P_2(2\mid 11);\ P_3(4\mid -11);\ P_4(6\mid -9)\Rightarrow f(x)=x^3-9x^2+15x+9$$

x	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6	7
f(x)	−65	−16	9	16	11	0	−11	−16	−9	16

$$P_y(0\mid 9);\ P_{x1}(3\mid 0);\ P_{x2}\left(3+\sqrt{12}\approx 6{,}46\mid 0\right);\ P_{x3}\left(3-\sqrt{12}\approx -0{,}46\mid 0\right)$$

څلورم:

$$P_1(-1\mid 7);\ P_2(-2\mid 6);\ P_3(3\mid 1);\ P_4(-3\mid -2)\Rightarrow f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{2}x^2-4x+4$$

x	−3,5	−3	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
f(x)	−9,56	−2	3,06	6	7,19	7	5,81	4	1,94	0	−1,44	−2	−1,31	1	5,31

$$P_y(0\mid 4);\ P_{x1}(1\mid 0);\ P_{x2}\left(\sqrt{8}\approx 2{,}83\mid 0\right);\ P_{x2}\left(-\sqrt{8}\approx -2{,}83\mid 0\right)$$

پنځم:

$$P_1(2\mid 22);\ P_2(4\mid 44);\ P_3(-4\mid 4);\ P_4(8\mid 40)\Rightarrow f(x)=-\frac{1}{4}x^3+\frac{3}{2}x^2+9x$$

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3
f(x)	4	−6,75	−10	−7,25	0	10,25	22	33,75

x	4	5	6	7	8	9	10	11
f(x)	44	51,25	54	50,75	40	20,25	−10	−52,25

$$P_y(0\mid 0);\ P_{x1}(0\mid 0);\ P_{x2}\left(3+\sqrt{45}\approx 9{,}71\mid 0\right);\ P_{x2}\left(3-\sqrt{45}\approx -3{,}71\mid 0\right)$$

شپږم:

$$P_1(1\mid 0);\ P_2(-1\mid -2);\ P_3(2\mid 16);\ P_4(-3\mid -4)\Rightarrow f(x)=x^3+3x^2-4$$

x	−3	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5
f(x)	−4	−0,88	0	−0,63	−2	−3,38	−4	−3,13	0	6,13	16	30,38

$P_y(0\mid -4);\ P_{x1}(1\mid 0);\ P_{x2/3}(-2\mid 0)$ doppelte Nullstelle

(c) ketabton.com: The Digital Library

دپورته پښتو: ډبل صفرځایونه

اوم:

$$P_1(1\mid 1);P_2(2\mid 0);P_3(-2\mid 4);P_4(3\mid 9)\Rightarrow f(x)=x^3-x^2-5x+6$$

x	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
f(x)	-3,38	4	7,88	9	8,13	6	3,38	1	-0,38	0	2,87	9

$$P_y(0\mid 6);P_{x1}(2\mid 0);P_{x2}\left(-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}}\approx 1{,}303\;\middle|\;0\right);P_{x3}\left(-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}}\approx -2{,}303\;\middle|\;0\right)$$

اتم:

$$P_1(1\mid 6);P_2(3\mid -4);\ P_3\left(-\frac{1}{2}\;\middle|\;\frac{45}{8}\right);P_4\left(-\frac{3}{2}\;\middle|\;-\frac{77}{8}\right)\Rightarrow f(x)=x^3-5x^2+2x+8$$

x	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
f(x)	-24	-9,63	0	5,63	8	7,88	6	3,13	0	-2,63	-4	-3,38	0	6,88

$$P_y(0\mid 8);P_{x1}(-1\mid 0);P_{x2}(2\mid 0);P_{x3}(4\mid 0)$$

نهم:

$$P_1\left(1\;\middle|\;-\frac{9}{2}\right);P_2\left(-1\;\middle|\;\frac{11}{2}\right);P_3\left(3\;\middle|\;-\frac{5}{2}\right);P_4\left(-\frac{5}{2}\;\middle|\;-8\right)\Rightarrow f(x)=x^3-\frac{3}{2}x^2-6x+2$$

x	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
f(x)	-8	0	4,25	5,5	-1,25	2	-1,25	-4,5	-7	-8	-6,75	-2,5	5,5

$$P_y(0\mid 2);P_{x1}(-2\mid 0);P_{x2}\left(\frac{7}{4}+\sqrt{\frac{33}{16}}\approx 3{,}19\;\middle|\;0\right);P_{x3}\left(\frac{7}{4}-\sqrt{\frac{33}{16}}\approx 0{,}31\;\middle|\;0\right)$$

لسم:د لاندې پښتو: ډبل صفرځایونه

$$P_1(1\mid 25);P_2(-1\mid 49);P_3(3\mid 27);P_4(5\mid 5)\Rightarrow f(x)=x^3-12x^2+36x$$

x	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
f(x)	-49	0	25	32	27	16	5	0	7	32

$$P_y(0\mid 0);P_{x1/2}(6\mid 0)\text{ doppelte Nullstelle};P_{x2}(0\mid 0)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل څوابونه:

لومړی:

د مساوات سیستم لیکنه:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$\begin{aligned}
P_1(1|4) \Rightarrow \quad f(1) &= 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 4\\
P_2(2|2) \Rightarrow \quad f(2) &= 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 2\\
P_3(4|4) \Rightarrow \quad f(4) &= 64a_3 + 16a_2 + 4a_1 + 1a_0 = 4\\
P_4(5|20) \Rightarrow \quad f(5) &= 125a_3 + 25a_2 + 5a_1 + 1a_0 = 20
\end{aligned}$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	1	1	1	4
1	2	4	8	2
1	4	16	64	4
1	5	25	125	20

.....

.....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = 1$

$a_2 = -6$

$a_1 = 9$

$a_0 = 0$

Funktionsgleichung:

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

Wertetabelle:

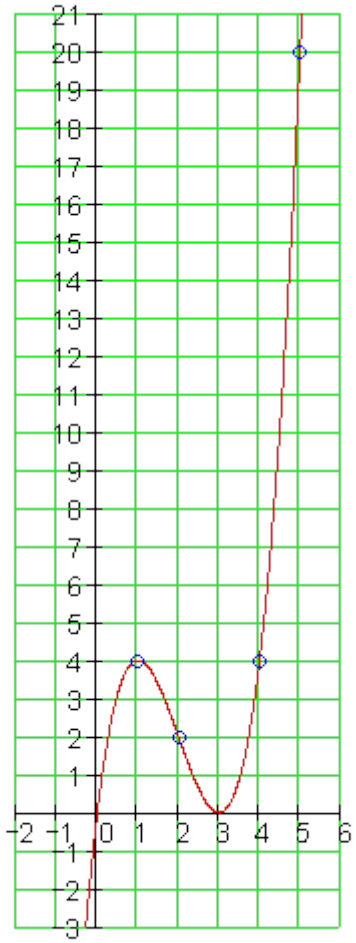
x	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
f(x)	−6,12	0	3,13	4	3,37	2	0,62	0	0,87	4	10,12	20

پورته الماني کيې لور: د ګاوس –الګوريتم، ارزښت جدول. ښي لور: نتيجه، تابعمساوات

بيرته پوښتنې ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

G3 .د ګاوس- الګوریتم مفصل ځواب



محورغوڅتکي:

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

د y– محور سره غوڅتکی

$$f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0|0)$$

صفرځایونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 9x = 0$$

ضریب ډول لیکنه:

$$x\left(x^2 - 6x + 9\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$p = -6\,;\, q = 9 \Rightarrow D = 0$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} = 3$$

$P_{x1}(0|0)$

$P_{x2/3}(3|0)$ doppelte Nullstelle

پورته المانې: ډبل صفرځایونه

دویم:

د مساواتسیستم لیکنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1\left(1\left|-\frac{11}{2}\right.\right) \Rightarrow \quad f(1) = 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -\frac{11}{2}$$

$$P_2\left(-1\left|\frac{9}{2}\right.\right) \Rightarrow \quad f(-1) = -1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = \frac{9}{2}$$

$$P_3(-2\,|\,8) \Rightarrow \quad f(-2) = -8a_3 + 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = 8$$

$$P_4\left(-3\left|\frac{5}{2}\right.\right) \Rightarrow \quad f(-3) = -27a_3 + 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = \frac{5}{2}$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	1	1	1	−11/2
1	−1	1	−1	9/2
1	−2	4	−8	8
1	−3	9	−27	5/2

.....

.....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = 1$

$a_2 = \frac{3}{2}$

$a_1 = -6$

$a_0 = -2$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2$$

پورته الماني کيني لور: د ګاوس –الګوريتم، بنې لور: نتيجه، تابعمساوات

رزښت جدول.

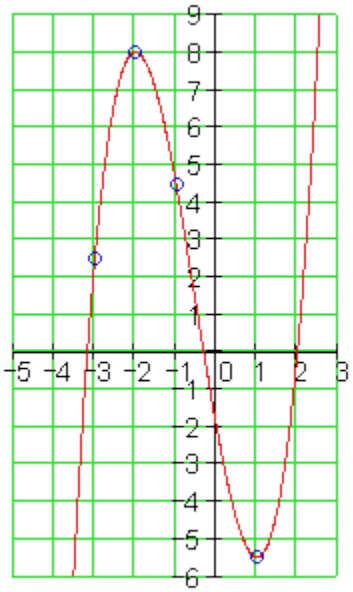
x	−3,5	−3	−2,5	−2	1,5	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5
f(x)	−5,5	2,5	6,75	8	3,37	7	4,5	1,25	−2	−4,5	−5,5	−4,25	0	8

بيرته پوښتنې ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل.د ګاوس- الګبرریتم

$$f(x)=x^3+\frac{3}{2}x^2-6x-2$$



د x-محور سره غوټتکی

$$P_{x1}(2\,|\,0)$$

$$P_{x2}\left(-\frac{7}{4}+\sqrt{\frac{33}{16}}\,|\,0\right)\approx(-0,31\,|\,0)$$

$$P_{x3}\left(-\frac{7}{4}-\sqrt{\frac{33}{16}}\,|\,0\right)\approx(-3,186\,|\,0)$$

محور غوټتکي

$$f(x)=x^3+\frac{3}{2}x^2-6x-2$$

د y- محور سره غوټتکی

$$f(0)=-2\Rightarrow P_y(0\,|\,-2)$$

صفرځایونه

$$f(x)=0\Leftrightarrow x^3+\frac{3}{2}x^2-6x-2=0$$

له ارزښتجدول څخه:x1=2

$$\begin{array}{cccccc} & & 1 & 3/2 & -6 & -2 \\ x=2 & \downarrow & & 2 & 7 & 2 \\ & & 1 & 7/2 & 1 & 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow x^2+\frac{7}{2}x+1=0$$

$$p=\frac{7}{2};\ q=1\Rightarrow D=\frac{33}{16}$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad\left|\begin{array}{l} x_2=-\frac{7}{4}+\sqrt{\frac{33}{16}}\approx-0,314 \\ x_3=-\frac{7}{4}-\sqrt{\frac{33}{16}}\approx-3,168 \end{array}\right.$$

دریم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مساوات لیګنه:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$\begin{aligned}
P_1(-1|-16) \Rightarrow \quad f(-1) &= -1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 &&= -16\\
P_2(2|11) \Rightarrow \quad f(2) &= 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 &&= 11\\
P_3(4|-11) \Rightarrow \quad f(4) &= 64a_3 + 16a_2 + 4a_1 + 1a_0 &&= -11\\
P_4(6|-9) \Rightarrow \quad f(6) &= 216a_3 + 36a_2 + 5a_1 + 1a_0 &&= -9
\end{aligned}$$

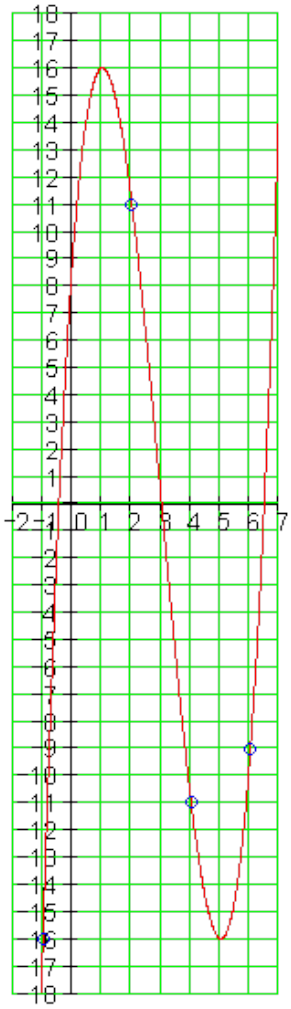
لاس ته راوړنه:	د ګاوس الګوریتم
$a_3 = 1$ $a_2 = -9$ $a_1 = 15$ $a_0 = 9$ تابعمساوات: $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 9$	$\begin{array}{cccc\|c} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & \\ \hline 1 & -1 & 1 & -1 & -16 \\ 1 & 2 & 4 & 8 & 11 \\ 1 & 4 & 16 & 64 & -11 \\ 1 & 6 & 36 & 216 & -9 \end{array} \Rightarrow$ ....

ارزښت جدولي

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
$f(x)$	-65	-16	9	16	11	0	-11	-16	-9	16

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 9$$



$$f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 9$$

د y– محور سره غوڅېکی:

$$f(0) = 9 \Rightarrow P_y(0 \mid 9)$$

صفرځایونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 9x^2 + 15x + 9 = 0$$

د ارزښت جدول څخه:x1=3

$$\begin{array}{rrrrr} & 1 & -9 & 15 & 9 \\ x=3 & \downarrow & \underline{3} & \underline{-18} & \underline{-9} \\ & 1 & -6 & -3 & 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x - 3 = 0$$

$$p = -6;\ q = -3 \Rightarrow D = 12$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = 3 + \sqrt{12} \approx 6,46 \\ x_3 = 3 - \sqrt{12} \approx -0,46 \end{array} \right.$$

دx – محور سره غوڅېکي

$$P_{x1}(3 \mid 0)$$

$$P_{x2}\left(3 + \sqrt{12} \mid 0\right) \approx (6,46 \mid 0)$$

$$P_{x3}\left(3 - \sqrt{12} \mid 0\right) \approx (-0,46 \mid 0)$$

څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مساواتسیستم لیکنه:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$\begin{array}{lllll} P_1(-1|7) \Rightarrow & f(-1) & = & -1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 & = 7 \\ P_2(-2|6) \Rightarrow & f(-2) & = & -8a_3 + 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 & = 6 \\ P_3(3|1) \Rightarrow & f(3) & = & 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 & = 1 \\ P_4(-3|-2) \Rightarrow & f(-3) & = & -27a_3 + 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 & = -2 \end{array}$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	−1	1	−1	7
1	−2	4	−8	6
1	3	9	27	1
1	−3	9	−27	−2

.....

.....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$$a_3 = \frac{1}{2}$$

$$a_2 = -\frac{1}{2}$$

$$a_1 = -4$$

$$a_0 = 4$$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$$

پورته الماني کين لور: د ګاوس –الګوريتم، بني لور: نتيجه، تابعمساوات

ارزښت جدول.

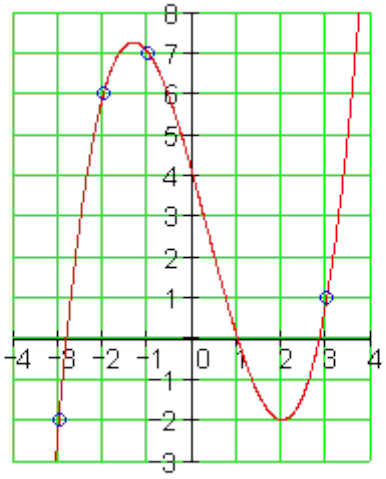
x	−3,5	−3	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
f(x)	−9,56	−2	3,06	6	7,19	7	5,81	4	1,94	0	−1,44	−2	−1,31	1	5,31

بيرته پوښتنې ته

G3 .د ګاوس- الګوريتم مفصل

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{2}x^2-4x+4$$



د x- محور سره غوټکي

$$P_{x1}(1|0)$$
$$P_{x2}\left(\sqrt{8}|0\right)\approx(2,83|0)$$
$$P_{x3}\left(-\sqrt{8}|0\right)\approx(-2,83|0)$$

محورغوټکي :

$$f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{2}x^2-4x+4$$

د y– محور سره غوټکی

$$f(0)=4\Rightarrow P_y(0|4)$$

صفرځایونه:

$$f(x)=0\Leftrightarrow\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{2}x^2-4x+4=0$$

د ارزښت جدول څخه:x1=1

	1/2	−1/2	−4	4
x = 1	↓	1/2	0	−4
	1/2	0	−4	0

$$\Rightarrow\frac{1}{2}x^2-4=0|+4$$
$$\Leftrightarrow\frac{1}{2}x^2=4|\cdot 2\Leftrightarrow x^2=8$$
$$\Rightarrow x_{2/3}=\pm\sqrt{8}\approx\pm 2,83$$

پنځم:

د مساواتسیستم لیکنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$\begin{aligned}
P_1(2\,|\,22) \Rightarrow \quad f(2) &= 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 22\\
P_2(4\,|\,44) \Rightarrow \quad f(4) &= 64a_3 + 16a_2 + 4a_1 + 1a_0 = 44\\
P_3(-4\,|\,4) \Rightarrow \quad f(-4) &= -64a_3 + 16a_2 - 4a_1 + 1a_0 = 4\\
P_4(8\,|\,40) \Rightarrow \quad f(8) &= 512a_3 + 64a_2 + 8a_1 + 1a_0 = 40
\end{aligned}$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	2	4	8	22
1	4	16	64	44
1	−4	16	−64	4
1	8	64	512	40

.....

.....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$$a_3 = -\frac{1}{4}$$

$$a_2 = \frac{3}{2}$$

$$a_1 = 9$$

$$a_0 = 0$$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 9x$$

Wertetabelle:

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3
$f(x)$	4	−6,75	−10	−7,25	0	10,25	22	33,75

x	4	5	6	7	8	9	10	11
$f(x)$	44	51,25	54	50,75	40	20,25	−10	−52,25

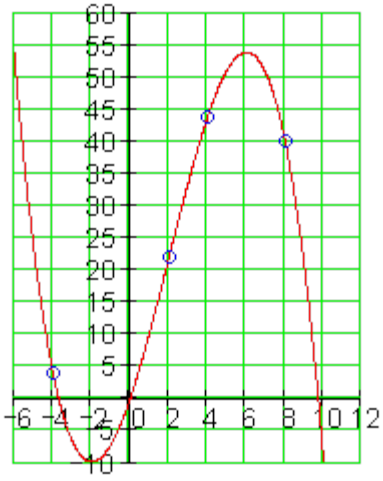
پورته الماني کيې لور: د ګاوس –الګوريتم، ارزښت جدول. ښي لور: نتيجه، تابعمساوات

بيرته پوښتنې ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

G3 .د ګاوس- الګوریتم مفصل

$$f(x)=-\frac{1}{4}x^3+\frac{3}{2}x^2+9x$$



د x- محور سره غوڅتکي:

$$P_{x1}(0\,|\,0)$$

$$P_{x2}\left(3+\sqrt{45}\,|\,0\right)\approx(9{,}71|\,0)$$

$$P_{x3}\left(3-\sqrt{45}\,|\,0\right)\approx(-3{,}71|\,0)$$

محورغوڅتکي :

$$f(x)=-\frac{1}{4}x^3+\frac{3}{2}x^2+9x$$

د y– محور سره غوڅتکی

$$f(0)=0\Rightarrow P_y(0\,|\,0)$$

صفرځایونه:

$$f(x)=0\Leftrightarrow-\frac{1}{4}x^3+\frac{3}{2}x^2+9x=0$$

ضریبونې ډوله لیکنه

$$x\left(-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x+9\right)=0\Rightarrow x_1=0$$

$$-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x+9=0\,|\cdot(-4)$$

$$\Leftrightarrow x^2-6x-36=0$$

$$p=-6;\ q=-36\Rightarrow D=45$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad\left|\begin{array}{l}x_2=3+\sqrt{45}\approx 9{,}71\\ x_3=3-\sqrt{45}\approx -3{,}71\end{array}\right.$$

شپږم:

د مساواتسیستم لیکنه:

د مساواتسیستم لیکنه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$\begin{array}{lll} P_1(1|0) \Rightarrow & f(1) & = 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 0 \\ P_2(-1|-2) \Rightarrow & f(-1) & = -1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = -2 \\ P_3(2|16) \Rightarrow & f(2) & = 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 16 \\ P_4(-3|-4) \Rightarrow & f(-3) & = -27a_3 + 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = -4 \end{array}$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	1	1	1	0
1	−1	1	−1	−2
1	2	4	8	16
1	−3	9	−27	−4

.....

.....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = 1$

$a_2 = 3$

$a_1 = 0$

$a_0 = -4$

Funktionsgleichung:

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$

Wertetabelle:

x	−3	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5
f(x)	−4	−0,88	0	−0,63	−2	−3,38	−4	−3,13	0	6,13	16	30,38

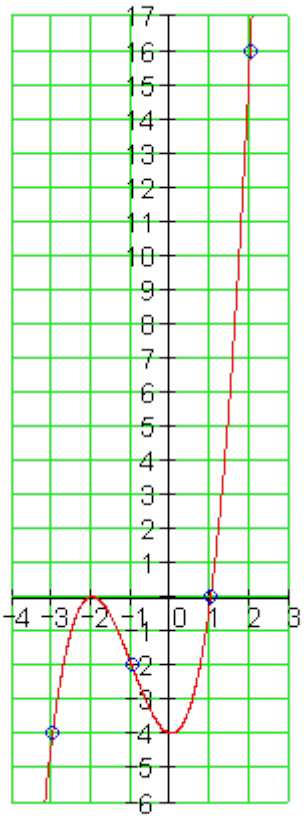
پورته الماني کيې لور: د ګاوس –الګوريتم، ارزښت جدول. بني لور: نتيجه، تابعمساوات

بيرته پوښتنې ته

G3 .د ګاوس- الګوريتم مفصل

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$	محورغوڅتکي : $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$

(c) ketabton.com: The Digital Library



د y– محور سره غوڅتکی

$$f(0) = -4 \Rightarrow P_y(0|-4)$$

صفرځایونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 - 4 = 0$$

د ارزښت جدول څخه:x1=1

		1	3	0	−4
$x = 1$	↓		1	4	4
		1	4	4	0

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$p = 4;\ q = 4 \Rightarrow D = 0$$

$$x_{2/3} = -2$$

د x– محور سره غوڅتکي

$$P_{x1}(1|0)$$

$P_{x2/3}(-2|0)$ دبل صفرځایونه

اوم:

د مساواتسیستم لیکنه:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$\begin{array}{lllll}
P_1(1|1) \Rightarrow & f(1) & = & 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 & = 1 \\
P_2(2|0) \Rightarrow & f(2) & = & 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 & = 0 \\
P_3(-2|4) \Rightarrow & f(-2) & = & -8a_3 + 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 & = 4 \\
P_4(3|9) \Rightarrow & f(3) & = & 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 & = 9
\end{array}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$\begin{aligned}
P_1(1|1) \Rightarrow \quad & f(1) = 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 1 \\
P_2(2|0) \Rightarrow \quad & f(2) = 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 0 \\
P_3(-2|4) \Rightarrow \quad & f(-2) = -8a_3 + 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = 4 \\
P_4(3|9) \Rightarrow \quad & f(3) = 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 9
\end{aligned}$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	1	1	1	1
1	2	4	8	0
1	−2	4	−8	4
1	3	9	27	9

.....

.....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = 1$

$a_2 = -1$

$a_1 = -5$

$a_0 = 6$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$$

Wertetabelle:

x	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
f(x)	−3,38	4	7,88	9	8,13	6	3,38	1	−0,38	0	2,87	9

پورته الماني کيې لور: د ګاوس –الګوريتم، ارزښت جدول. بني لور: نتيجه، تابعمساوات

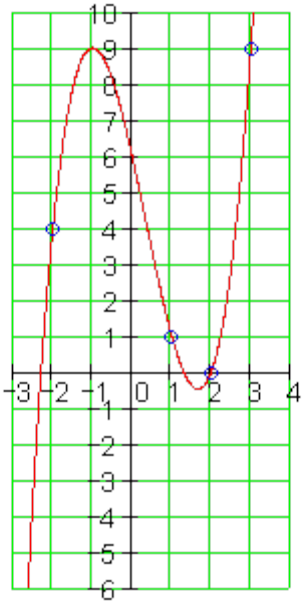
بيرته پوښتنې ته

G3 .د ګاوس- الګوريتم مفصل

$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$ محورغوڅتکي :

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



د x –محور سره غوڅتکي:

$$P_{x1}(2\mid 0)$$

$$P_{x2}\left(-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}}\mid 0\right)\approx(1{,}303\mid 0)$$

$$P_{x3}\left(-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}}\mid 0\right)\approx(-2{,}303\mid 0)$$

د y– محور سره غوڅتکی

$$f(0)=6\Rightarrow P_y(0\mid 6)$$

صفرځایونه:

$$f(x)=0\Leftrightarrow x^3-x^2-5x+6=0$$

د ارزښت جدول څخه:x1=2

		1	−1	−5	6
$x=2$	↓		2	2	−6
		1	1	−3	0

$$x^2+x-3=0$$

$$p=1;\ q=-3\Rightarrow D=\frac{13}{4}$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad\left|\begin{array}{l}x_2=-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}}\approx 1{,}303\\ x_2=-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}}\approx -2{,}303\end{array}\right.$$

اتم:

مساواتسیستم لیکنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1(1|6) \Rightarrow \quad f(1) = 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 6$$

$$P_2(3|-4) \Rightarrow \quad f(3) = 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = -4$$

$$P_3\left(-\frac{1}{2}\middle|\frac{45}{8}\right) \Rightarrow \quad f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8}a_3 + \frac{1}{4}a_2 - \frac{1}{2}a_1 + 1a_0 = \frac{45}{8}$$

$$P_4\left(-\frac{3}{2}\middle|-\frac{77}{8}\right) \Rightarrow \quad f\left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{27}{8}a_3 + \frac{9}{4}a_2 - \frac{3}{2}a_1 + 1a_0 = -\frac{77}{8}$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	1	1	1	6
1	3	9	27	−4
1	−1/2	1/4	−1/8	45/8
1	−3/2	9/4	−27/8	−77/8

.....

.....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = 1$

$a_2 = -5$

$a_1 = 2$

$a_0 = 8$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$$

Wertetabelle:

x	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
f(x)	−24	−9,63	0	5,63	8	7,88	6	3,13	0	−2,63	−4	−3,38	0	6,88

پورته الماني کين لور: د ګاوس –الګوريتم، ارزښت جدول. ښي لور: نتيجه، تابعمساوات

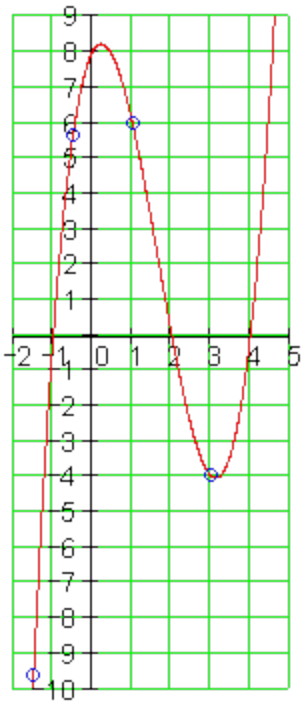
بيرته پوښتنې ته

G3 .د ګاوس- الګوريتم مفصل

$f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$ محورغوڅتيکي :

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



د y– محور سره غوڅتکی

$$f(0)=8\Rightarrow P_y(0\,|\,8)$$

صفرځایونه:

$$f(x)=0\Leftrightarrow x^3-5x^2+2x+8=0$$

د ارزښت جدول څخه:

$$x_1=-1;\ x_2=2;\ x_3=4$$

د x– محور سره غوڅتکي

$$P_{x1}(-1|\,0);\ P_{x2}(2|\,0);\ P_{x3}(4|\,0)$$

نهم:

د مساواتسیستم: لیکنه:

$$f(x)=a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$$

$$P_1\left(1|-\frac{9}{2}\right)\Rightarrow \quad f(1)=1a_3+1a_2+1a_1+1a_0=-\frac{9}{2}$$

$$P_2\left(-1|\frac{11}{2}\right)\Rightarrow \quad f(-1)=-1a_3+1a_2-1a_1+1a_0=\frac{11}{2}$$

$$P_3\left(3|-\frac{5}{2}\right)\Rightarrow \quad f(-3)=27a_3+9a_2+3a_1+1a_0=-\frac{5}{2}$$

$$P_4\left(-\frac{5}{2}|-8\right)\Rightarrow \quad f\left(-\frac{5}{2}\right)=-\frac{125}{8}a_3+\frac{25}{4}a_2-\frac{5}{2}a_1+1a_0=-8$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	1	1	1	$-9/2$
1	-1	1	-1	11/2
1	3	9	27	$-5/2$
1	$-5/2$	25/4	$-125/8$	-8

.....

.....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = 1$

$a_2 = -\frac{3}{2}$

$a_1 = -6$

$a_0 = 2$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$$

Wertetabelle:

x	$-2,5$	-2	$-1,5$	-1	$-0,5$	0	$0,5$	1	$1,5$	2	$2,5$	3	$3,5$
$f(x)$	-8	0	$4,25$	$5,5$	$-1,25$	2	$-1,25$	$-4,5$	-7	-8	$-6,75$	$-2,5$	$5,5$

پورته الماني کين لور: د ګاوس –الګوريتم، ارزښت جدول. بنې لور: نتيجه، تابعمساوات

بيرته پوښتنې ته

G3 .د ګاوس- الګوريتم مفصل

$$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$$

محورغوڅتکي :

$$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$$

د y– محور سره غوڅتکی

$$f(0) = 2 \Rightarrow P_y(0 \mid 2)$$

صفرځايونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow x^3-\frac{3}{2}x^2-6x+2=0$$

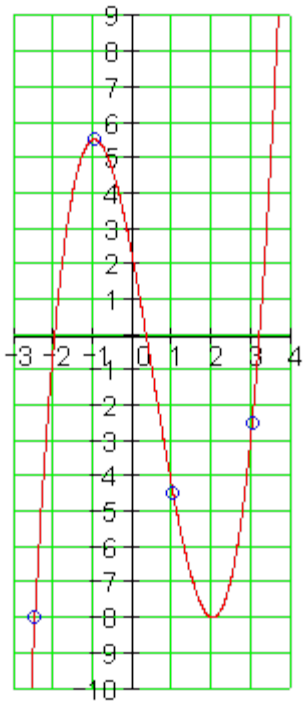
د ارزښت جدول څخه: x1= -2

$$\begin{array}{rcccc} & 1 & -3/2 & -6 & 2 \\ x=-2 & \downarrow & -4/2 & 7 & -2 \\ & 1 & -7/2 & 1 & 0 \end{array}$$

$$x^2-\frac{7}{2}x+1=0$$

$$p=-\frac{7}{2};\ q=1 \Rightarrow D=\frac{33}{16}$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2=\frac{7}{4}+\sqrt{\frac{33}{16}}\approx 3,19 \\ x_2=\frac{7}{2}-\sqrt{\frac{33}{16}}\approx 0,31 \end{array} \right.$$



د x-محور سره غوڅېدنې:

$$P_{x1}(-2|0)$$

$$P_{x2}\left(\frac{7}{4}+\sqrt{\frac{33}{16}}\,|\,0\right)\approx(3,19|0)$$

$$P_{x3}\left(\frac{7}{4}-\sqrt{\frac{33}{16}}\,|\,0\right)\approx(0,31|0)$$

لسم:

د مساواتسیستم لیکنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$\begin{array}{lllll} P_1(1|25) \Rightarrow & f(1) & = & 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 & = 25 \\ P_2(-1|-49) \Rightarrow & f(-1) & = & -1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 & = -49 \\ P_3(3|27) \Rightarrow & f(3) & = & 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 & = 27 \\ P_4(5|5) \Rightarrow & f(5) & = & 125a_3 + 25a_2 + 5a_1 + 1a_0 & = 5 \end{array}$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	1	1	1	25
1	−1	1	−1	−49
1	3	9	27	27
1	5	25	125	5

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = 1$

$a_2 = -12$

$a_1 = 36$

$a_0 = 0$

Funktionsgleichung:

$f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x$

Wertetabelle:

x	−1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
f(x)	−49	0	25	32	27	16	5	0	7	32

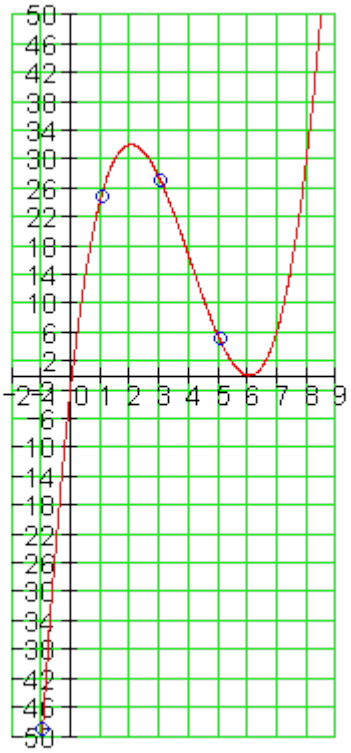
پورته الماني کيږ لور: د ګاوس –الګوريتم، ارزښت جدول. بني لور: نتيجه، تابعمساوات

بيرته پوښتنې ته

G3 .د ګاوس- الګوريتم مفصل

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x)=x^3-12x^2+36x$



محورغوڅتيکي :

$f(x)=x^3-12x^2+36x$

د y– محور سره غوڅتکی

$f(0)=0\Rightarrow P_y(0\mid 0)$

صفرځایونه:

$f(x)=0\Leftrightarrow x^3-12x^2+36x=0$

د ارزښت جدول ځخه:x1=6

$$\begin{array}{rcccc} & 1 & -12 & 36 & 0 \\ x=6 & \downarrow & \underline{6} & \underline{-36} & \underline{0} \\ & 1 & -6 & 0 & 0 \end{array}$$

$x^2-6x=0$

$\Leftrightarrow x(x-6)=0\Rightarrow x_2=6;\ x_3=0$

د x– محور سره غوڅتيکي

لاندې : ډبل صفرځای

ډبل صفرځلی: $P_{x1/2}(6\mid 0)$

$P_{x3}(0\mid 0)$

G1 د ګاوس- الګوریتم مفصل

(c) ketabton.com: The Digital Library

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	4	
1	2	4	8	2	II − I
1	4	16	64	4	III − I
1	5	25	125	20	IV − I
1	1	1	1	4	
0	1	3	7	−2	
0	3	15	63	0	III − 3·II
0	4	24	124	16	IV − 4·II
1	1	1	1	4	
0	1	3	7	−2	
0	0	6	42	6	
0	0	12	96	24	IV − 2·III
1	1	1	1	4	
0	1	3	7	−2	
0	0	6	42	6	
0	0	0	12	12	

$\Rightarrow$

$12a_3 = 12 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$

$6a_2 + 42a_3 = 6$
$\Leftrightarrow 6a_2 + 42 = 6 \mid -42$
$\Leftrightarrow 6a_2 = -36 \mid : 6 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -6}$

$a_1 + 3a_2 + 7a_3 = -2$
$\Leftrightarrow a_1 - 18 + 7 = -2$
$\Leftrightarrow a_1 - 11 = -2 \mid +11 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 9}$

$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 4$
$\Leftrightarrow a_0 + 9 - 6 + 1 = 4$
$\Leftrightarrow a_0 + 4 = 4 \mid -4 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 0}$

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

بیرته پوښتنې ته

G2 .د ګاوس- الګوریتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	$-\frac{11}{2}$	$\mid \cdot 2$
1	−1	1	−1	$\frac{9}{2}$	$\mid \cdot 2$
1	−2	4	−8	8	$\mid \cdot 2$
1	−3	9	−27	$\frac{5}{2}$	$\mid \cdot 2$
2	2	2	2	−11	

$-4a_3 = -4 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$

$2a_2 - 4a_3 = -1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2	−2	2	−2	9	II − I
2	−4	8	−16	16	III − I
2	−6	18	−54	5	IV − I
2	2	2	2	−11	
0	−4	0	−4	20	$\vert:(-2)$
0	−6	6	−18	27	$\vert: 3$
0	−8	16	−56	16	$\vert: 4$
2	2	2	2	−11	
0	2	0	2	−10	
0	−2	2	−6	9	III + II
0	−2	4	−14	4	IV + II
2	2	2	2	−11	
0	2	0	2	−10	
0	0	2	−4	−1	
0	0	4	−12	−6	IV − 2·III
2	2	2	2	−11	
0	2	0	2	−10	
0	0	2	−4	−1	
0	0	0	−4	−4	

$\Leftrightarrow 2a_2 - 4 = -1 \vert +4$

$\Leftrightarrow 2a_2 = 3 \vert : 2 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{3}{2}}$

$2a_1 + 2a_3 = -10$

$\Rightarrow \Leftrightarrow 2a_1 + 2 = -10 \vert -2$

$\Leftrightarrow 2a_1 = -12 \vert : 2 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -6}$

$2a_0 + 2a_1 + 2a_2 + 2a_3 = -11$

$\Leftrightarrow 2a_0 - 12 + 3 + 2 = -11$

$\Leftrightarrow 2a_0 - 7 = -11 \vert +7$

$\Leftrightarrow 2a_0 = -4 \vert : 2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -2}$

$$f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2$$

بیرته پوښتنې ته

G3 .د ګاوس- الګوریتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	−1	1	−1	−16	
1	2	4	8	11	II − I
1	4	16	64	−11	III − I
1	6	36	216	−9	IV − I
1	−1	1	−1	−16	

$8a_3 = 8 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$

$2a_2 + 10a_3 = -8$

$\Leftrightarrow 2a_2 + 10 = -8 \vert -10$

(c) ketabton.com: The Digital Library

0	3	9	27	|: 3	
0	5	15	65	5	|: 5
0	7	35	217	7	|: 7
1	−1	1	−1	−16	
0	1	1	3	9	
0	1	3	13	1	III − II
0	1	5	31	1	IV − II
1	−1	1	−1	−16	
0	1	1	3	9	
0	0	2	10	−8	
0	0	4	28	−8	IV − 2·III
1	−1	1	−1	−16	
0	1	1	3	9	
0	0	2	10	−8	
0	0	0	8	8	

$\Leftrightarrow 2a_2 = -18 \mid :2 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -9}$

$\Rightarrow$

$a_1 + a_2 + 3a_3 = 9$

$\Leftrightarrow a_1 - 9 + 3 = 9$

$\Leftrightarrow a_1 - 6 = 9 \mid +6 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 15}$

$a_0 - a_1 + a_2 - a_3 = -16$

$\Leftrightarrow a_0 - 15 - 9 - 1 = -16$

$\Leftrightarrow a_0 - 25 = -16 \mid +25 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 9}$

$f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 9$

بيرته پوښتنې ته

G4 .د ګاوس- الګوريتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	−1	1	−1	7	
1	−2	4	−8	6	II − I
1	3	9	27	1	III − I
1	−3	9	−27	−2	IV − I
1	−1	1	−1	7	
0	−1	3	−7	−1	
0	4	8	28	−6	III + 4·II
0	−2	8	−26	−9	IV − 2·II
1	−1	1	−1	7	

$20a_2 = -10 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -\frac{1}{2}}$

$2a_2 - 12a_3 = -7$

$\Leftrightarrow -1 - 12a_3 = -7 \mid +1$

$\Leftrightarrow -12a_3 = -6 \mid :(-12) \Leftrightarrow \boxed{a_3 = \frac{1}{2}}$

$\Rightarrow$

$-a_1 + 3a_2 - 7a_3 = -1$

$\Leftrightarrow -a_1 - \frac{3}{2} - \frac{7}{2} = -1$

$\Leftrightarrow -a_1 - 5 = -1 \mid +5$

$\Leftrightarrow -a_1 = 4 \mid :(-1) \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -4}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

0	−1	3	−7	−1
0	0	20	0	−10
0	0	2	−12	−7

$$a_0 - a_1 + a_2 - a_3 = 7$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 4 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 7$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 3 = 7 \mid -3 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 4}$$

تابعمساوات: $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$

بیرته پوښتنې ته

G5 .د ګاوس- الګوریتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	2	4	8	22	
1	4	16	64	44	II − I
1	−4	16	−64	4	III − I
1	8	64	512	40	IV − I
1	2	4	8	22	
0	2	12	56	22	
0	−6	12	−72	−18	III + 3·II
0	6	60	504	18	IV − 3·II
1	2	4	8	22	
0	2	12	56	22	
0	0	48	96	48	
0	0	24	336	−48	$IV - \frac{1}{2}\cdot III$
1	2	4	8	22	
0	2	12	56	22	
0	0	48	96	48	
0	0	0	288	−72	

$$288a_3 = -72 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = -\frac{1}{4}}$$

$$48a_2 + 96a_3 = 48$$
$$\Leftrightarrow 48a_2 - 24 = 48 \mid +24$$
$$\Leftrightarrow 48a_2 = 72 \mid :48 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{3}{2}}$$

$$\Rightarrow \quad 2a_1 + 12a_2 + 56a_3 = 22$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 + 18 - 14 = 22$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 + 4 = 22 \mid -4$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 = 18 \mid :2 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 9}$$

$$a_0 + 2a_1 + 4a_2 + 8a_3 = 22$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 18 + 6 - 2 = 22$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 22 = 22 \mid -22 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 0}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

تابعمساوات: $f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 9x$

بیرته پوښتنې ته

.G6د ګاوس- الګوریتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	0	
1	−1	1	−1	−2	II − I
1	2	4	8	16	III − I
1	−3	9	−27	−4	IV − I
1	1	1	1	0	
0	−2	0	−2	−2	
0	1	3	7	16	$III + \frac{1}{2}\cdot II$
0	−4	8	−28	−4	
1	1	1	1	0	
0	−2	0	−2	−2	
0	0	3	6	15	|: 3
0	0	8	−24	1	|: 8
1	1	1	1	0	
0	−2	0	−2	−2	
0	0	1	2	5	
0	0	1	−3	0	IV − III
1	1	1	1	0	
0	−2	0	−2	−2	
0	0	1	2	5	
0	0	0	−5	−5	

$-5a_3 = -5 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$

$a_2 + 2a_3 = 5$

$\Leftrightarrow a_2 + 2 = 5 \mid -2 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = 3}$

$\Rightarrow$

$-2a_1 - 2a_3 = -2$

$\Leftrightarrow -2a_1 - 2 = -2 \mid +2$

$\Leftrightarrow -2a_1 = 0 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 0}$

$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 0$

$\Leftrightarrow a_0 + 3 + 1 = 0$

$\Leftrightarrow a_0 + 4 = 0 \mid -4 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -4}$

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$

بیرته پوښتنې ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

G7 .د ګاوس- الګوریتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	1	
1	2	4	8	0	II − I
1	−2	4	−8	4	III − I
1	3	9	27	9	IV − I
1	1	1	1	1	
0	1	3	7	−1	
0	−3	3	−9	3	III + 3·II
0	2	8	26	8	IV − 2·II
1	1	1	1	1	
0	1	3	7	−1	
0	0	12	12	0	
0	0	2	12	10	$IV - \frac{1}{6}\cdot III$
1	1	1	1	1	
0	1	3	7	−1	
0	0	12	12	0	
0	0	0	10	10	

$\Rightarrow$

$10a_3 = 10 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$

$12a_2 + 12a_3 = 0$
$\Leftrightarrow 12a_2 + 12 = 0 \mid -12$
$\Leftrightarrow 12a_2 = -12 \mid :12 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -1}$

$a_1 + 3a_2 + 7a_3 = -1$
$\Leftrightarrow a_1 - 3 + 7 = -1$
$\Leftrightarrow a_1 + 4 = -1 \mid -4 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -5}$

$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 1$
$\Leftrightarrow a_0 - 5 - 1 + 1 = 1$
$\Leftrightarrow a_0 - 5 = 1 \mid +5 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 6}$

$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$

بیرته پوښتنې ته

G8 .د ګاوس- الګوریتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	6	
1	3	9	27	−4	
1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{45}{8}$	$\mid\cdot 8$
1	$-\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$	$-\frac{27}{8}$	$-\frac{77}{8}$	$\mid\cdot 8$

$-2a_3 = -2 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

1	1	1	1	6	
2	3	9	27	−4	II − I
8	−4	2	−1	45	III − 8·I
8	−12	18	−27	−77	IV − 8·I
1	1	1	1	6	
0	2	8	26	−10	
0	−12	−6	−9	−3	III + 6·II
0	−20	10	−35	−125	IV + 10·II
1	1	1	1	6	
0	2	8	26	−10	
0	0	42	147	−63	|: 21
0	0	90	225	−225	|: 45
1	1	1	1	6	
0	2	8	26	−10	
0	0	2	7	−3	
0	0	2	5	−5	IV − III
1	1	1	1	6	
0	2	8	26	−10	
0	0	2	7	−3	
0	0	0	−2	−2	

$$2a_2 - 7a_3 = -3$$
$$\Leftrightarrow 2a_2 + 7 = -3 \mid -7$$
$$\Leftrightarrow 2a_2 = -10 \mid :2 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -5}$$

$$\Rightarrow \quad 2a_1 + 8a_2 + 26a_3 = -10$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 - 40 + 26 = -10$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 - 14 = -10 \mid +14$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 = 4 \mid :2 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 2}$$

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 6$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 2 - 5 + 1 = 6$$
$$\Leftrightarrow a_0 - 2 = 6 \mid +2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 8}$$

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$$

بیرته پوښتنې ته

G9 .د ګاوس- الګوریتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	$-\frac{9}{2}$	|·8
1	−1	1	−1	$\frac{11}{2}$	|·8

(c) ketabton.com: The Digital Library

1	3	9	27	$-\frac{5}{2}$	$\mid\cdot 8$
1	$-\frac{5}{2}$	$\frac{25}{4}$	$-\frac{125}{8}$	-8	$\mid\cdot 8$
8	8	8	8	−36	
8	−8	8	−8	44	II − I
8	24	72	216	−20	III − I
8	−20	50	−125	−64	IV − I
8	8	8	8	−36	$\mid: 4$
0	−16	0	−16	80	$\mid: 4$
0	16	64	208	16	$\mid: 4$
0	−28	42	−133	−28	$\mid: 7$
2	2	2	2	−9	
0	−4	0	−4	20	
0	4	16	52	4	III + II
0	−4	6	−19	−4	IV − II
2	2	2	2	−9	
0	−4	0	−4	20	
0	0	16	48	24	$\mid: 8$
0	0	6	−15	−24	$\mid: 3$
2	2	2	2	−9	
0	−4	0	−4	20	
0	0	2	6	3	
0	0	2	−5	−8	IV − III
2	2	2	2	−9	
0	−4	0	−4	20	
0	0	2	6	3	
0	0	0	−11	−11	

$\Rightarrow$

$-11a_3 = -11 \mid: (-11)$

$\Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$

$2a_2 + 6a_3 = 3$

$\Leftrightarrow 2a_2 + 6 = 3 \mid -6$

$\Leftrightarrow 2a_2 = -3 \mid: 2$

$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = -\frac{3}{2}}$

$-4a_1 - 4a_3 = 20$

$\Leftrightarrow -4a_1 - 4 = 20 \mid +4$

$\Leftrightarrow -4a_1 = 24 \mid: (-4)$

$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = -6}$

$2a_0 + 2a_1 + 2a_2 + 2a_3 = -9$

$\Leftrightarrow 2a_0 - 12 - 3 + 2 = -9$

$\Leftrightarrow 2a_0 - 13 = -9 \mid +13$

$\Leftrightarrow 2a_0 = 4 \mid: 2$

$\Leftrightarrow \boxed{a_0 = 2}$

$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$

بیرته پوښتنې ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

G10. د ګاوس- الګوریتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	25	
1	−1	1	−1	−49	II − I
1	3	9	27	27	III − I
1	5	25	125	5	IV − I
1	1	1	1	25	
0	−2	0	−2	−74	
0	2	8	26	2	III + II
0	4	24	124	−20	IV + 2·II
1	1	1	1	25	
0	−2	0	−2	−74	
0	0	8	24	−72	
0	0	24	120	−168	IV − 3·III
1	1	1	1	25	
0	−2	0	−2	−74	
0	0	8	24	−72	
0	0	0	48	48	

$\Rightarrow$

$48a_3 = 48 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$

$8a_2 + 24a_3 = -72$

$\Leftrightarrow 8a_2 + 24 = -72 \mid -24$

$\Leftrightarrow 8a_2 = 96 \mid : 8 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -12}$

$-2a_1 - 2a_3 = -74$

$\Leftrightarrow -2a_1 - 2 = -74 \mid +2$

$\Leftrightarrow -2a_1 = -72 \mid : (-2) \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 36}$

$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 25$

$\Leftrightarrow a_0 + 36 - 12 + 1 = 25$

$\Leftrightarrow a_0 + 25 = 25 \mid -25 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 0}$

$\underline{\underline{f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x}}$

ځوابونه

تمرین ټول هوښیار یاـ راشنل توابع **VIII**

تابع مساوات د ورکړشوو شرایطو څخه

مفصل ځوابونه

لومړی: درجه ۳، ټکی سیمتریک له

$P_1(2 \mid 3)\ P_2(-3 \mid -2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ټکي سیمتري له املې تابع مساوات فقط ناجوړه یا طاق اکسپوننت لري.

ایښوونه:

Ansatz: $f(x) = a_3x^3 + a_1x$

$P_1(2|3) \quad \Rightarrow f(2) = 8a_3 + 2a_1 = 3$

$P_2(-3|-2) \Rightarrow f(-3) = -27a_3 - 3a_1 = -2$

a_1	a_3		
2	8	3	$\cdot 3$
−3	−27	−2	$\cdot 2$
6	24	9	
−6	−54	−4	II+I
6	24	9	
0	−30	5	

$-30a_3 = 5$

$\Leftrightarrow a_3 = -\frac{1}{6}$

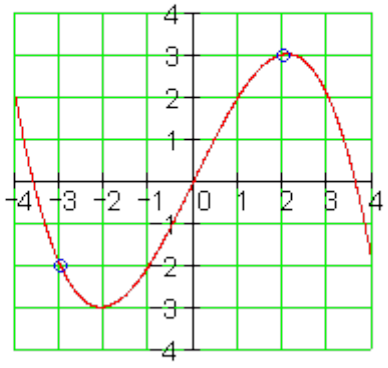
$6a_1 + 24a_3 = 9$

$\Leftrightarrow 6a_1 - 4 = 9$

$\Leftrightarrow a_1 = \frac{13}{6}$

$f(x) = -\frac{1}{6}x^3 + \frac{13}{6}x$

$f(x) := \frac{-1}{6} \cdot x^3 + \frac{13}{6} \cdot x$



دریمه درجه، صفرځایونه

$x_1 = -3; x_2 = -1; x_3 = 2$

ټکی P(-2|2)

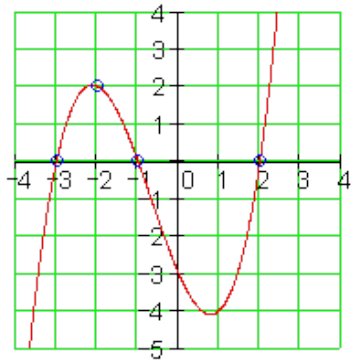
کرښیز ضریبونو سره ایښوونه یا ځاپه ځای کونه

$f(x) = a_3(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$

$f(x) = a_3(x + 3)(x + 1)(x - 2)$

ازمایښت:

$f(x) := \frac{1}{2} \cdot x^3 + x^2 - \frac{5}{2} \cdot x - 3$

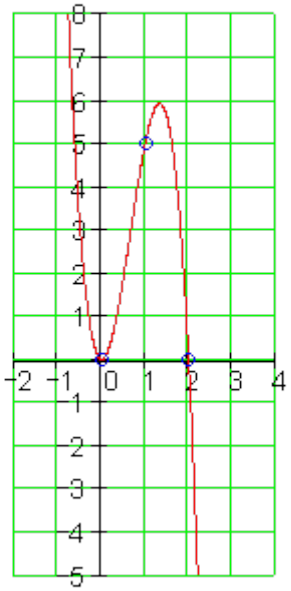


دویم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(-2)=2 \Leftrightarrow a_3(-2+3)(-2+1)(-2-2)=2$$
$$\Leftrightarrow 4a_3=2 \Leftrightarrow a_3=\frac{1}{2}$$
$$f(x)=\frac{1}{2}(x+3)(x+1)(x-2)$$
$$=\underline{\underline{\frac{1}{2}x^3+x^2-\frac{5}{2}x-3}}$$

دریم:

$f(x) := -5\cdot x^3 + 10\cdot x^2$ 	$x_{1/2}=0;\ x_3=2;$ دریمه درجه، صفرځایونه ټکی P(1|5) کرښیز ضریبونو سره اینښوونه یا ځای په ځای کونه $f(x)=a_3x^2(x-x_3)$ $f(x)=a_3x^2(x-2)$ ازمایښت: $f(1)=5 \Leftrightarrow a_3\cdot 1^2(1-2)=5$ $\Leftrightarrow -a_3=5 \Leftrightarrow a_3=-5$ $f(x)=-5x^2(x-2)=\underline{\underline{-5x^3+10x^2}}$

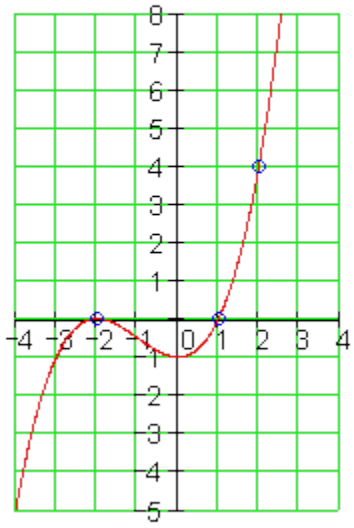
ځلورم: دریمه درجه، صفرځایونه

$$x_{1/2}=-2;\ x_3=1$$

ټکی P(2|4)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) := \frac{1}{4}\cdot x^3 + \frac{3}{4}\cdot x^2 - 1$$



کرښیز ضریبونو سره ایښوونه یا ځایپه ځای کونه

$$f(x) = a_3 (x - x_{1/2})^2 (x - x_3)$$

$$f(x) = a_3 (x+2)^2 (x-1)$$

ازمایښت:

$$f(2) = 4 \Leftrightarrow a_3 \cdot (2+2)^2 (2-1) = 4$$

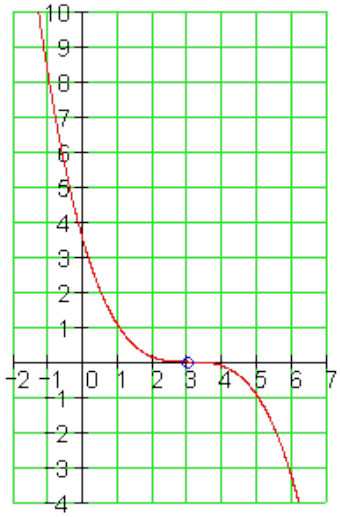
$$\Leftrightarrow 16a_3 = 4 \Leftrightarrow a_3 = \frac{1}{4}$$

$$f(x) = \frac{1}{4}(x+2)^2 (x-1)$$

$$= \underline{\underline{\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{4}x^2 - 1}}$$

پنځم:

$$f(x) := \frac{-1}{8}\cdot x^3 + \frac{9}{8}\cdot x^2 - \frac{27}{8}\cdot x + \frac{27}{8}$$



دریمه درجه، صفرځایونه $x_{1/2/3} = 3$

تکی P(-1|8)

کرښیز ضریبونو سره ایښوونه یا ځاپه ځای کونه

$$f(x) = a_3 (x - x_{1/2/3})^3$$

$$f(x) = a_3 (x-3)^2$$

ازمایښت:

$$f(-1) = 8 \Leftrightarrow a_3 \cdot (-1-3)^3 = 8$$

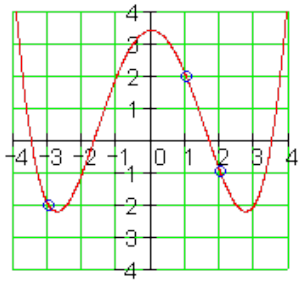
$$\Leftrightarrow -64a_3 = 8 \Leftrightarrow a_3 = -\frac{1}{8}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -\frac{1}{8}(x-3)^3$$
$$= -\frac{1}{8}x^3 + \frac{9}{8}x^2 - \frac{27}{8}x + \frac{27}{8}$$

شپږم:

$$f(x) := \frac{1}{10}\cdot x^4 - \frac{3}{2}\cdot x^2 + \frac{17}{5}$$



ځلورمه درجه، محورسیومتریک

$P_1(1|2); P_2(2|-1); P_3(-3|-2)$

د محورسیومتري له امله تابع مساوات فقط جوړه اکسپوننتونه لري. لاندې ماني: ایښوونه

Ansatz: $f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 + a_0$

$P_1(1|2) \Rightarrow f(1) = 1a_4 + 1a_2 + 1a_0 = 2$

$P_2(2|-1) \Rightarrow f(2) = 16a_4 + 4a_2 + 1a_0 = -1$

$P_2(-3|-2) \Rightarrow f(-3) = 81a_4 + 9a_2 + 1a_0 = -2$

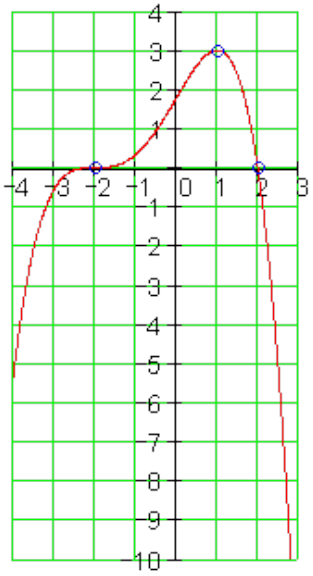
a_0	a_2	a_4		
1	1	1	2	
1	4	16	−1	II − I
1	9	81	−2	III − I
1	1	1	2	
0	3	15	−3	| : 3
0	8	80	−4	| : 8
1	1	1	2	
0	1	5	−1	
0	1	10	−1/2	III − II
1	1	1	2	
0	1	5	−1	
0	0	5	1/2	

$$5a_4 = \frac{1}{2} \mid :5 \Leftrightarrow a_4 = \frac{1}{10}$$
$$a_2 + 5a_4 = -1$$
$$\Leftrightarrow a_2 + \frac{5}{10} = -\frac{10}{10} \mid -\frac{5}{10}$$
$$\Leftrightarrow a_2 = -\frac{15}{10} = -\frac{3}{2}$$
$$a_0 + a_2 + a_4 = 2$$
$$\Leftrightarrow a_0 - \frac{3}{2} + \frac{1}{10} = \frac{20}{10} \mid +\frac{15}{10} - \frac{1}{10}$$
$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{34}{10} = \frac{17}{5}$$
$$f(x) = \frac{1}{10}x^4 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{17}{5}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اووم:

$$f(x) := \frac{-1}{9}\cdot x^4 - \frac{4}{9}\cdot x^3 + \frac{16}{9}\cdot x + \frac{16}{9}$$



دریمه درجه، صفرځایونه

$$x_{1/2/3} = -2\,;\, x_4 = 2$$

ټکی $P(1|3)$

کربنیز ضریبونو سره ایښوونه یا ځاپه ځای کونه

$$f(x) = a_4\,(x - x_{1/2/3})^3\,(x - x_4)$$

$$f(x) = a_4\,(x+2)^3\,(x-2)$$

ازمایښت:

$$f(1) = 3 \Leftrightarrow a_4\,(1+2)^3\,(1-2) = 3$$

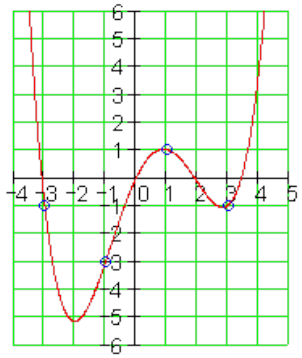
$$\Leftrightarrow -27a_4 = 3 \Leftrightarrow a_4 = -\frac{1}{9}$$

$$f(x) = -\frac{1}{9}(x+2)^3\,(x-2)$$

$$= -\frac{1}{9}x^4 - \frac{4}{9}x^3 + \frac{16}{9}x + \frac{16}{9}$$

اتم:

$$f(x) := \frac{1}{9}\cdot x^4 - \frac{1}{4}\cdot x^3 - \frac{10}{9}\cdot x^2 + \frac{9}{4}\cdot x$$



څلورمه درجه، د سرچینې (a0=0)له لارې

$$P_1(1|\,1)\,;\, P_2(-1|\,-3)\,;\, P_3(3\,|-1)\,;\, P_4(-3\,|-1)$$

ایښوونه: $f(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x$

$$P_1(1|\,1) \quad : f(1) = 1a_4 + 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 = 1$$

$$P_1(-1|\,3) \quad : f(-1) = 1a_4 - 1a_3 + 1a_2 - 1a_1 = 3$$

$$P_1(3\,|-1) \quad : f(3) = 81a_4 + 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 = -1$$

$$P_1(-3\,|-1) : f(-3) = 81a_4 - 27a_3 + 9a_2 - 3a_1 = -1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

	a_2	a_3	a_4		
	1	1	1	1	
	1	−1	1	−3	II + I
	9	27	81	−1	III − 3·I
	9	−27	81	−1	IV + 3·I
	1	1	1	1	
	2	0	2	−2	
	6	24	78	−4	III − 3·II
	12	−24	84	2	IV − 6·II
	1	1	1	1	
	2	0	2	−2	
	0	24	72	2	
	0	−24	72	14	IV + III
	1	1	1	1	
	2	0	2	−2	
	0	24	72	2	
	0	0	144	16	

$$144a_4 = 16 \Leftrightarrow a_4 = \frac{1}{9}$$

$$24a_3 + 72a_4 = 2$$

$$\Leftrightarrow 24a_3 + \frac{72}{9} = \frac{18}{9} \Leftrightarrow a_3 = -\frac{1}{4}$$

$$2a_2 + 2a_4 = -2$$

$$\Leftrightarrow 2a_2 + \frac{2}{9} = -\frac{18}{9} \Leftrightarrow a_2 = -\frac{10}{9}$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 1$$

$$\Leftrightarrow a_1 - \frac{10}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} = 1 \Leftrightarrow a_1 = \frac{9}{4}$$

$$f(x) = \frac{1}{9}x^4 - \frac{1}{4}x^3 - \frac{10}{9}x^2 + \frac{9}{4}x$$

نهم: $f(x) = \frac{1}{16}x^4 - \frac{3}{16}x^3 - \frac{15}{16}x^2 + \frac{19}{16}x + \frac{15}{8}$ څلورمه درجه پولینوم

صفرځایونه : $x_1 = -3;\ x_2 = -1;\ x_3 = 2;\ x_4 = 5$

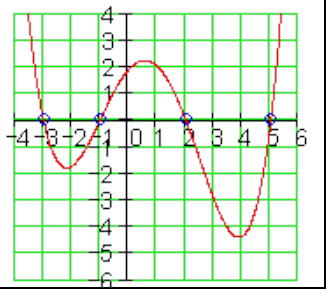
تکی P(1|2)

کرښیز ضریبونو سره اینسوونه یا ځاپه ځای کونه

$$f(x) = a_4(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)$$

$$f(x) = a_4(x + 3)(x + 1)(x - 2)(x - 5)$$

ازماښت:



(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(1)=2$$
$$\Leftrightarrow a_4(1+3)(1+1)(1-2)(1-5)=2$$
$$\Leftrightarrow 32a_4=2\Leftrightarrow a_4=\frac{1}{16}$$
$$f(x)=\frac{1}{16}(x+3)(x+1)(x-2)(x-5)$$
$$=\underline{\underline{\frac{1}{16}x^4-\frac{3}{16}x^3-\frac{15}{16}x^2+\frac{19}{16}x+\frac{15}{8}}}$$

لسم:

ځلورمه درجه، صفرځایونه

$$x_{1/2}=-3\,;\,x_{3/4}=2;\;P(1|4)$$

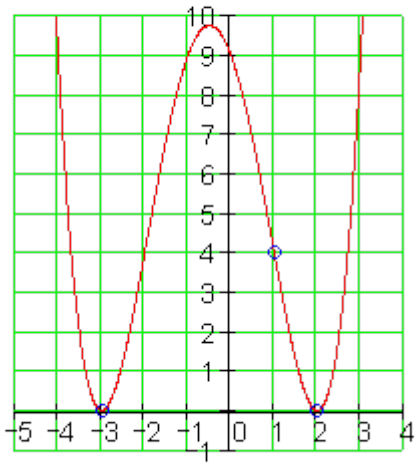
کربنیز ضریبونو سره ایښوونه یا ځای په ځای کونه

$$f(x)=a_4(x-x_{1/2})^2(x-x_{3/4})^2$$
$$f(x)=a_4(x+3)^2(x-2)^2$$

ازماښت:

$$f(1)=4\Leftrightarrow a_4(1+3)^2(1+2)^2=4$$
$$\Leftrightarrow 16a_4=4\Leftrightarrow a_4=\frac{1}{4}$$
$$f(x)=\frac{1}{4}(x+3)^2(x-2)^2$$
$$=\underline{\underline{\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{2}x^3-\frac{11}{4}x^2-3x+9}}$$

$$f(x):=\frac{1}{4}\cdot x^4+\frac{1}{2}\cdot x^3-\frac{11}{4}\cdot x^2-3\cdot x+9$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

ټول هوښیار – یا راشنل توابع د ورکړ شوو شرایطو سره**ا** .

لومړی:

$\begin{array}{c\|c\|c\|c\|c\|c\|c\|c} x & -3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline f(x) & 4 & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & 1 & \frac{8}{3} & \frac{7}{3} & -2 \end{array}$	د یوه دریمې درجې ټول هوښیار تابع ارزښت- جدول دې ورکړ شوی وي. ګراف یې وکاږئ او د تابع په هکله یوه وینا وکړئ.

دویم: یو د دریمې درجې تابع د ورکړ شوي ټکي له لارې تیریږي. د تابع مساوات او غوځټکي(نقاط تقاطع) وټاکئ. ارزښتجدول وکاږئ او ګراف رسم کړئ.

الف ـ $P_1(-3\,|\,0{,}5)\,;\,P_2(0\,|\,-4)\,;\,P_3(1\,|\,-1{,}5)\,;\,P_4(2\,|\,-2)$

ب- $P_1(-3\,|\,44)\,;\,P_2(-1\,|\,2)\,;\,P_3(1\,|\,0)\,;\,P_4(2\,|\,-1)$

دریم:د څلورمې درجې یوه و y- محور ته سیومتریک ځغلنده له ورکړ شوو ټکو تیریدونکې یوه تابع. اړونده تابع ترم وټاکئ.

الف- $P_1(0\,|\,2)\,;\,P_2(-2\,|\,0)\,;\,P_3\left(1\,\middle|\,\frac{57}{40}\right)$

ب- $P_1\left(1\,\middle|\,\frac{1}{16}\right)\,;\,P_2(2\,|\,-2)\,;\,P_3(-4\,|\,1)$

پ - $P_1\left(\sqrt{3}\,\middle|\,-\frac{9}{4}\right)\,;\,P_2\left(\sqrt{2}\,|\,-2\right)\,;\,P_3\left(-1\,\middle|\,-\frac{5}{4}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت ـ $P_1\left(0 \mid \frac{3}{2}k\right); P_2\left(\sqrt{k} \mid \frac{16}{9}k\right); P_3\left(\sqrt{3k} \mid 2k\right)$

څلورم: یو n څلورمي درجې ټول هوښیار یا – راشنل تابع له لاندې ټکو تیریږي.

الف ـ $P_1(0 \mid 0); P_2(1 \mid 2,5); P_3(-2 \mid -14); P_4(2 \mid 6); P_5(-1 \mid -8,5)$ ب ـ

$P_1(0 \mid -4); P_2(-2 \mid -4); P_3(2 \mid 12); P_4\left(1 \mid -\frac{5}{2}\right); P_5\left(-1 \mid -\frac{9}{2}\right)$

پنځم: یو دځلورمي درجې ټول هوښیار تابع په ټکي P_1 کې یو زینټکی(د أس زین)لري، د x – محور په P_x کې غوڅوي. د تابع ترم وټاکي.

ور کوشوې داتا: $\text{Daten}: P_1(0 \mid 0); P_x(3 \mid 0); P_2(2 \mid -2)$

شپږم: د څلورمي درجې یوه ټول هوښیار یا ټول-راشنل تابع د y –محور په P_y کې غوڅوي. پسې دا د P_1او P_2 ټکو څخه تیریږي. د f(x) تابع مساوات وټاکئ. سړی g(x) له f(x) څخه څنګه لاس ته راوړي؟

داتا: $\text{Daten}: P_y(0 \mid 2); P_1\left(\sqrt{6} \mid 2\right); P_2(1 \mid 0,75); g(x) = 0,25x^2\left(x^2 - 6\right)$

اوم:د تابع f(x)ګراف د x – محور سره غبرګه د ۳ په واټن په x = 0او x =2 کې غوڅوي. x = 0 دری واړه صفرځای دی. یو ممکن د تابع ترم وټاکي.

داتا: $\text{Daten}: f(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_0$

اتم: تابع ورکړ شوې ده.

الف: وښایئ: د f(x) ګراف و P(0|2)= ته سیومتریک دی

ب- ګرافیکي خل کړئ: $-x^2+3x+2>0$

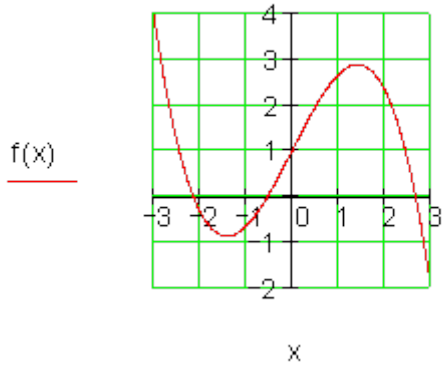
ځوابونه

ټول هوښیار توابع له و رکړ شوو شرایطو سره I

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل ځوابونه

لومړی:



دري صفرځایونه شتون لري(ارزښتجدول).

ګراف له(له کیږ و ښي لور ته) II - IV – I - III ته ځغلي.

د y - محور سره وځټکی: $P_y(0 \mid 1)$.

و $P(0 \mid 1)$ ته ټکی سیومتریک.

ټکي سیمتري ته یادونه:

دوه ټکي $P_0(x_0 \mid y_0)$ او $P_1(x_1 \mid y_1)$ د f(x) په ګراف پراته دي.

که هنداره- ټکی $P_1'(x_1' \mid y_1')$ هم په ګراف پروت وي، نو د f(x)ګراف و ټکي $P_0(x_0 \mid y_0)$ ته سیومتریک دی.

دویم:

الف- د تابع مساوات عمومي بڼه $f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$

د مساوات سیستم لیکنه د له مخه ورکړشوي ټکي باندې:

$$P_1(-3 \mid 0,5): f(-3) = -27a_3 + 9a_2 - 3a_1 + a_0 = 0,5$$
$$P_2(0 \mid -4): \quad f(0) = \qquad\qquad a_0 = -4$$
$$P_3(1 \mid -1,5): f(1) = a_3 + a_2 + a_1 + a_0 = 0,5$$
$$P_4(2 \mid -2): f(2) = 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + a_0 = -2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{aligned} -27a_3 + 9a_2 - 3a_1 &= 4,5 \\ a_3 + a_2 + a_1 &= 2,5 \\ 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 &= 2 \end{aligned}$$

د $a_0 = -4$ له امله مساواتسیستم ساده کیږي:

د ګاوس –الګوریتم له لارې ځواب. لاندې ښې لور ته المانې پښتو:د ضریبونو شمیرنه:

a_3	a_2	a_1	
1	1	1	2,5
8	4	2	$2\,\mathrm{II} - 8\cdot\mathrm{I}$
−27	9	−3	$4,5\,\mathrm{III} + 27\cdot\mathrm{I}$
1	1	1	2,5
0	−4	−6	−18
0	36	24	$72\,\mathrm{III} + 9\cdot\mathrm{II}$
1	1	1	2,5
0	−4	−6	−18
0	0	−30	−90

Berechnung der Koeffizienten:

$$-30a_1 = -90$$

$$\Leftrightarrow a_1 = \frac{-90}{-30} = \underline{\underline{3}}$$

$$-4a_2 - 6a_1 = -18$$

$$\Leftrightarrow -4a_2 - 18 = -18$$

$$\Leftrightarrow a_2 = \frac{-18+18}{-4} = \underline{\underline{0}}$$

$$a_3 + a_2 + a_1 = 2,5$$

$$\Leftrightarrow a_3 + 3 = 2,5$$

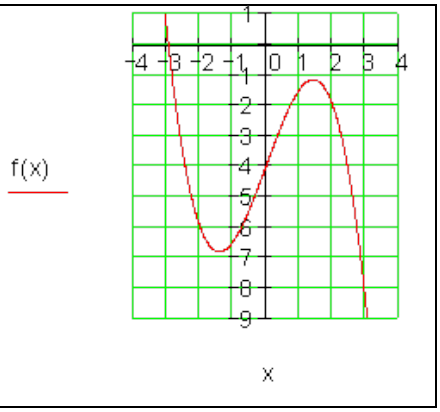
$$\Leftrightarrow a_3 = 2,5 - 3 = \underline{\underline{-0,5}}$$

د دې سره د تابع مساوات دي: $f(x) = -0,5x^3 + 3x - 4$

د دې لپاره چې د تابع مساوات وکالی شو، په تومرین کې ورکړ شوو ټکو برسیره ور زیاتو ټکو ته اړتیا شته. دا موږ د هورنر شیما له لارې ټاکلی شو

هورنر شیما:

	−0,5	0	3	−4
$x = -2$		1	−2	−2
	−0,5	1	1	−6
	−0,5	0	3	−4
$x = -1$		0,5	−0,5	−2,5
	−0,5	0,5	2,5	−6,5
	−0,5	0	3	−4



(c) ketabton.com: The Digital Library

د y – محور سره غوڅتکی:- P_1(0 | 4)

فقط یو صفرځای شتون ري، دا د - x = 3 په نږدې

کې پروت دی.

x = 3		−1,5	−4,5	−4,5
	−0,5	−1,5	−1,5	−8,5

رزښتجدول:

x	−3	−2	−1	0
f(x)	0,5	−6	−6,5	−4
x	1	2	3	
f(x)	−1,5	−2	−8,5	

مساواتسیستم:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1(-3\,|\,44): f(-3) = -27a_3 + 9a_2 - 3a_1 + a_0 = 44$$

$$P_2(-1\,|\,2): f(-1) = -a_3 + a_2 - a_1 + a_0 = 2$$

$$P_3(1\,|\,0): f(1) = a_3 + a_2 + a_1 + a_0 = 0$$

$$P_4(2\,|\,-1): f(2) = 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + a_0 = -1$$

د ګاوس-الګوریتم او ښې لور ته د ضریبونو شمیرنه:

Der Gauss – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	−3	9	−27	44
1	−1	1	−1	2 II − I
1	1	1	1	0 II − I
1	2	4	8	−1 III − I
1	−3	9	−27	44
0	2	−8	26	−42 | : 2
0	4	−8	28	−44 | : 4
0	5	−5	35	−45 : 5
1	−3	9	−27	44
0	1	−4	13	−21

Die Koeffizienten:

$a_3 = -1$

$a_2 - 3a_3 = 5$

$\Leftrightarrow a_2 + 3 = 5$

$\Leftrightarrow a_2 = 5 - 3 = 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

0	1	−2	7	−11III − II
0	1	−1	7	−9IV − II
1	−3	9	−27	44
0	1	−4	13	−21
0	0	2	−6	10 | : 2
0	0	3	−6	12 | : 3
1	−3	9	−27	44
0	1	−4	13	−21
0	0	1	−3	5
0	0	1	−2	4IV − III
1	−3	9	−27	44
0	1	−4	13	−21
0	0	1	−3	5
0	0	0	1	−1

$a_1 - 4a_2 + 13a_3 = -21$

$\Leftrightarrow a_1 - 8 - 13 = -21$

$\Leftrightarrow a_1 = -21 + 8 + 13 = 0$

$a_0 - 3a_1 + 9a_2 - 27a_3 = 44$

$\Leftrightarrow a_0 + 18 + 27 = 44$

$\Leftrightarrow a_0 = 44 - 27 - 18 = -1$

Die Funktionsgleichung:

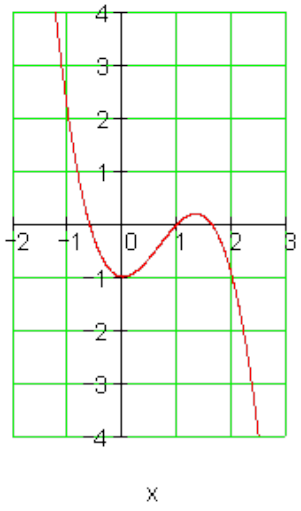
$f(x) = -x^3 + 2x^2 - 1$

	−1	2	0	−1
x = −2		2	−8	+16
	−1	4	−8	15
	−1	2	0	−1
x = 1,5		−1,5	0,75	+1,125
	−1	0,5	0,75	0,125
	−1	2	0	−1
x = 3		−3	−3	−9
	−1	−1	−3	−10

ارزښتجدول:

x	−3	−2	−1	0
f(x)	44	15	2	−1
x	1	1,5	2	3
f(x)	0	0,125	−1	−10

f(x)



(c) ketabton.com: The Digital Library

د y – محور سره غوڅتکی:$P_y(0 \mid -1)$

یو صفرځای له ارزښتجدول څخه را اخلو یا رانیسو: $P_{x1}(1 \mid 0)$.

د پولینوم وېش په ځای کیدی شي نور صفرځایونه د هورنرشما له لارې وټاکو. که سړی شمیرنه د یوه صفرځای د x – ارزښت لپاره مخ ته بوزي، نو سړی د پولینوموېش نتیجو لپاره ضریبونه لاس ته راوړي.

څرګند صفرځای: $P_{x1}(1 \mid 0)$ $f(x) = -x^3 + 2x^2 - 1$

$$x = 1 \left| \begin{array}{cccc} -1 & 2 & 0 & -1 \\ & \underline{-1} & \underline{1} & \underline{1} \\ -1 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right. \qquad \left(-x^3 + 2x^2 - 1\right) : (x - 1) = -1x^2 + 1x + 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow p = -1;\ q = -1 \Rightarrow D = 0,25 + 1 = 1,25$$

$$\Rightarrow x_2 = 0,5 + \sqrt{1,25} \approx 1,62\ ;\ x_3 = 0,5 - \sqrt{1,25} \approx -0,62$$

دریم: الف- د کینې لور معنا: محورسیومتریک، د ګاو-الګوریت. د بنې لور:مساواتسیتم، د ضریبونو شمیرنه.

Achsensymmetrie $\Rightarrow f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 + a_0$

$P_1(0 \mid 2)$: $f(0) = a_0 = \underline{2}$

$P_2(-2 \mid 0)$: $f(-2) = 16a_4 + 4a_2 + 2 = 0$

$P_3\left(1 \mid \frac{57}{40}\right)$: $f(1) = 1a_4 + a_2 + 2 = \frac{57}{40}$

Gleichungssystem

$$\Rightarrow \begin{array}{l} 16a_4 + 4a_2 = -2 \\ 1a_4 + 1a_2 = -\frac{23}{40} \end{array}$$

Gauß – Algorithmus

a_4	a_2		
16	4	-2	
1	1	$-\frac{23}{40}$	$\mid \cdot 40$
16	4	-2	
40	40	-23	$II - 10 \cdot I$

Berechnung der Koeffizienten

$$-120a_4 = -3 \Leftrightarrow a_4 = \frac{1}{40}$$

$$16a_4 + 4a_2 = -2$$

$$\Leftrightarrow 16 \cdot \frac{1}{40} + 4a_2 = -2 \Leftrightarrow 4a_2 = -2 - \frac{2}{5} = -\frac{12}{5}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

16	4	−2	$\Leftrightarrow a_2 = \frac{-\frac{12}{5}}{4} = -\frac{3}{5}$
−120	0	−3	

تابع مساوات: $f(x) = \frac{1}{40}x^4 - \frac{3}{5}x^2 + 2$

ب- کینې لور معنا: محورسیومتریک، د ګاو-الګوریت. د بنې لور:مساواتسیتم، د ضریبونو شمیرنه.

Achsensymmetrie $\Rightarrow f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 + a_0$

$P_1\left(1 \mid \frac{1}{16}\right)$: $f(1) = 1a_4 + 1a_2 + a_0 = \frac{1}{16}$

$P_2(2 \mid -2)$: $f(2) = 16a_4 + 4a_2 + a_0 = -2$

$P_3(-4 \mid 1)$: $f(-4) = 256a_4 + 16a_2 + a_0 = 1$

$\Rightarrow$ Gleichungssystem

$$1a_4 + 1a_2 + a_0 = \frac{1}{16}$$
$$16a_4 + 4a_2 + a_0 = -2$$
$$256a_4 + 16a_2 + a_0 = 1$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_2	a_4		
1	1	1	$\frac{1}{16}$	
1	4	16	−2	II − I
1	16	256	1	III − I
1	1	1	$\frac{1}{16}$	
0	3	15	$-\frac{33}{16}$	
0	15	255	$\frac{15}{16}$	III − 5 · II
1	1	1	$\frac{1}{16}$	
0	3	15	$-\frac{33}{16}$	
0	0	180	$\frac{180}{16}$	

Berechnung der Koeffizienten

$$180a_4 = \frac{180}{16} \Leftrightarrow a_4 = \underline{\frac{1}{16}}$$

$$3a_2 + 15a_4 = -\frac{33}{16}$$

$$\Leftrightarrow 3a_2 + \frac{15}{16} = -\frac{33}{16}$$

$$\Leftrightarrow 3a_2 = -\frac{33}{16} - \frac{15}{16} = -\frac{48}{16} = -3$$

$$\Leftrightarrow a_2 = \frac{-3}{3} = \underline{-1}$$

$$a_0 + a_2 + a_4 = \frac{1}{16}$$

$$\Leftrightarrow a_0 - 1 + \frac{1}{16} = \frac{1}{16} \Leftrightarrow a_0 = \underline{1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

تابع مساوات: $f(x)=\frac{1}{16}x^4-x^2+1$

پ- کینې لور معنا: محورسیومتریک، د ګاو-الګوریت. د ښې لور:مساواتسیتم، د ضریبونو شمیرنه.

Achsensymmetrie $\Rightarrow f(x)=a_4x^4+a_2x^2+a_0$

$P_1\left(\sqrt{3}\,|\,-\frac{9}{4}\right)$: $f(\sqrt{3})=9a_4+3a_2+a_0=-\frac{9}{4}$

$P_2\left(\sqrt{2}\,|\,-2\right)$: $f(\sqrt{2})=4a_4+2a_2+a_0=-2$

$P_3\left(-1|\,-\frac{5}{4}\right)$: $f(-1)=1a_4+1a_2+a_0=-\frac{5}{4}$

$\Rightarrow$ Gleichungssystem

$$9a_4+3a_2+a_0=-\frac{9}{4}$$
$$4a_4+2a_2+a_0=-2$$
$$1a_4+1a_2+a_0=-\frac{5}{4}$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_2	a_4		
1	2	4	−2	
1	3	9	$-\frac{9}{4}$	$\mid\cdot 4$
1	1	1	$-\frac{5}{4}$	$\mid\cdot 4$
1	2	4	−2	
4	12	36	−9	II − 4·I
4	4	4	−5	III − 4·I
1	2	4	−2	
0	4	20	−1	
0	−4	−12	3	III + II
1	2	4	−2	
0	4	20	−1	
0	0	8	2	

Berechnung der Koeffizienten

$8a_4=2\Leftrightarrow a_4=\underline{\frac{1}{4}}$

$4a_2+20a_4=-1$

$\Leftrightarrow 4a_2+\frac{20}{4}=-1$

$\Leftrightarrow a_2=\frac{-1-5}{5}=\underline{-\frac{3}{2}}$

$a_0+2a_2+4a_4=-2$

$\Leftrightarrow a_0-2\cdot\frac{3}{2}+4\cdot\frac{1}{4}=-2$

$\Leftrightarrow a_0=-2+3-1=\underline{0}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

تابع مساوات: $f(x)=\frac{1}{4}x^4-\frac{3}{2}x^2$

ت- کینې لور معنا: محورسیومتریک، د ګاو-الګوریت. د بنې لور:مساواتسیتم، د ضریبونو شمیرنه.

Achsensymmetrie $\Rightarrow f(x)=a_4x^4+a_2x^2+a_0$

$P_1\left(0\left|\frac{3}{2}k\right.\right)$: $f(0)=a_0=\frac{3}{2}k$

$P_2\left(\sqrt{k}\left|\frac{16}{9}k\right.\right)$: $f\left(\sqrt{k}\right)=k^2a_4+ka_2+\frac{3}{2}k=\frac{16}{9}k$

$P_3\left(\sqrt{3k}\mid 2k\right)$: $f\left(\sqrt{3k}\right)=9k^2a_4+3ka_2+\frac{3}{2}k=2k$

$\Rightarrow$ Gleichungssystem

$k^2a_4+ka_2=\frac{5}{18}k$

$9k^2a_4+3ka_2=\frac{1}{2}k$

Gauß – Algorithmus

a_4	a_2		
k^2	k	$\frac{5}{18}k$	$\mid\cdot 18$
$9k^2$	$3k$	$\frac{1}{2}k$	$\mid\cdot 2$
$18k^2$	$18k$	$5k$	
$18k^2$	$6k$	k	II – I
$18k^2$	$18k$	$5k$	
0	$-12k$	$-4k$	

Berechnung der Koeffizienten

$-12ka_2=-4k\Leftrightarrow a_2=\frac{-4k}{-12k}=\frac{1}{3}$

$18k^2a_4+18ka_2=5k$

$\Leftrightarrow 18k^2a_4+6k=5k$

$\Leftrightarrow a_4=\frac{5k-6k}{18k^2}=-\frac{1}{18k}$

تابع مساوات: $f(x)=-\frac{1}{18k}x^4+\frac{1}{3}x^2+\frac{3}{2}k$

څلورم:

الف- مساواتسیستم
د ګاوس الګوریتم

(c) ketabton.com: The Digital Library

a_4	a_3	a_2	a_1	
1	1	1	1	2,5
16	−8	4	−2	$-14\,\mathrm{II}-16\cdot\mathrm{I}$
16	8	4	2	$6\,\mathrm{III}-16\cdot\mathrm{I}$
1	−1	1	−1	$-8{,}5\,\mathrm{IV}-\mathrm{I}$
1	1	1	1	2,5
0	−24	−12	−18	−54
0	−8	−12	−14	−34
0	−2	0	−2	$-11\,\vert\cdot(-1)\ \overset{z_2}{\rightleftarrows}\ z_4$
1	1	1	1	2,5
0	2	0	2	11
0	−8	−12	−14	$-34\,\mathrm{III}+4\cdot\mathrm{II}$
0	−24	−12	−18	$-54\,\mathrm{IV}+12\cdot\mathrm{II}$
1	1	1	1	2,5
0	2	0	2	11
0	0	−12	−6	10
0	0	−12	6	$78\,\mathrm{IV}-\mathrm{III}$
1	1	1	1	2,5
0	2	0	2	11
0	0	−12	−6	10
0	0	0	12	68

$$12a_1 = 68$$

$$\Leftrightarrow a_1 = \frac{68}{12} = \underline{\frac{17}{3}}$$

$$-12a_2 - 6a_1 = 10$$

$$\Leftrightarrow -12a_2 = 10 + \frac{6\cdot 17}{3} = 44$$

$$\Leftrightarrow a_2 = \frac{44}{-12} = \underline{-\frac{11}{3}}$$

$$2a_3 + 2a_1 = 11$$

$$\Leftrightarrow 2a_3 = 11 - \frac{2\cdot 17}{3} = -\frac{11}{3}$$

$$\Leftrightarrow a_3 = \underline{-\frac{11}{6}}$$

$$a_4 + a_3 + a_2 + a_1 = 2{,}5 = \frac{5}{2}$$

$$\Leftrightarrow a_4 = \frac{5}{2} + \frac{1}{6} + \frac{11}{3} - \frac{17}{3} = \underline{\frac{2}{3}}$$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = \frac{2}{3}x^4 - \frac{1}{6}x^3 - \frac{11}{3}x^2 + \frac{17}{3}x$$

$$f(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$P_1(0\,|\,-4)$: $f(0) = \boxed{a_0 = -4}$

$P_2(-2\,|\,-4)$: $f(-2) = 16a_4 - 8a_3 + 4a_2 - 2a_1 - 4 = -4$

$P_3(2\,|\,12)$: $f(2) = 16a_4 + 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 - 4 = 12$

$P_4(1\,|\,-2{,}5)$: $f(1) = 1a_4 + a_3 + a_2 + a_1 - 4 = -2{,}5$

$P_5(-1\,|\,-4{,}5)$: $f(-1) = 1a_4 - 1a_3 + 1a_2 - 1a_1 = -4{,}5$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$16a_4 - 8a_3 + 4a_2 - 2a_1 = 0$$
$$16a_4 + 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 = 16$$
$$1a_4 + 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 = 1{,}5$$
$$1a_4 - 1a_3 + 1a_2 - 1a_1 = -0{,}5$$

مساواتسیستم:
د ګاوس الګوریتم
مساوات کیدی په مختلفو لړئ پرلپسې ډول ولیکل شي

المانې په پښتو: د تابع مساوات:

a_4	a_3	a_2	a_1	
1	1	1	1	1,5 | · 2
1	−1	1	−1	−0,5 | · 2
16	8	4	2	16 | : 2
16	−8	4	−2	0 | : 2
2	2	2	2	3
2	−2	2	−2	−1 II − I
8	4	2	1	8 III − I
8	−4	2	−1	0 IV − I
2	2	2	2	3
0	−4	0	−4	−4
0	−4	−6	−7	−4 III − II
0	−12	−6	−9	−12 IV − 3 · II
2	2	2	2	3
0	−4	0	−4	−4
0	0	−6	−3	0
0	0	−6	3	0 IV − III
2	2	2	2	3
0	−4	0	−4	−4
0	0	−6	−3	0
0	0	0	6	0

$$6a_1 = 0$$
$$\Leftrightarrow a_1 = 0$$

$$-6a_2 = 0$$
$$\Leftrightarrow a_2 = 0$$

$$-4a_3 = -4$$
$$\Leftrightarrow a_3 = 1$$

$$2a_4 + 2a_3 = 3 \Leftrightarrow 2a_4 = 3 - 2 = 1$$
$$\Leftrightarrow a_4 = \frac{1}{2}$$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^4 + x^3 - 4$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم:

$P_1(0|0)$ زینټکی دی له دې لاس ته راځي ۳-واره صفرځای

$P_x(3|0)$ ساده صفر ځای دی.

له دې لاس ته راځي ا یښوونه: $f(x)=a_4x^3(x-3)$

$$P_2(2|-2): f(2)=-2 \Leftrightarrow a_4\cdot 2^3(2-3)=-2 \Leftrightarrow -8a_4=-2 \Leftrightarrow a_4=\frac{1}{4}$$

$$: f(x)=\frac{1}{4}x^3(x-3)=\frac{1}{4}x^4-\frac{3}{4}x^3$$

تابعمساوات:

شپږم: محورسیومتریک:

$$\Rightarrow f(x)=a_4x^4+a_2x^2+a_0$$

$$P_y(0|2) \Rightarrow \boxed{a_0=2}$$

$$\left.\begin{array}{l} P_1\left(\sqrt{6}|2\right): f\left(\sqrt{6}\right)=35a_4+6a_2+2=2 \\ P_1(1|0{,}75): f(1)=1a_4+1a_2+2=0{,}75 \end{array}\right| \Rightarrow \begin{array}{l} 36a_4+6a_2=0 \\ 1a_4+1a_2=-1{,}25 \end{array}$$

a_4	a_2		
36	6	0	
1	1	−1,25	$\mid\cdot(-36)$
36	6	0	
−36	−36	45	II+I
36	6	0	
0	−30	45	

$$-30a_2=45 \Leftrightarrow a_2=\frac{45}{-30}=-\frac{3}{2}=\underline{-1{,}5}$$

$$36a_4+6a_2=0$$

$$\Leftrightarrow 36a_4=-6a_2=\frac{6\cdot 3}{2}=9$$

$$\Leftrightarrow a_4=\frac{9}{36}=\frac{1}{4}=\underline{\underline{0{,}25}}$$

$$\underline{\underline{f(x)=0{,}25x^4-1{,}5x^2+2}}$$

$$g(x)=0{,}25x^2\left(x^2-6\right)=0{,}25x^4-1{,}5x^2$$

$$g(x)=f(x)-2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د g(x) تابع له f(x) څخه کښته لور ته د دوه اوږدوالي یوونونو یا واحدونو په راکښنو لاس ته راځي.

اوم:

مور د f*(x) لپاره تابعمساوات ټاکو ، د شرایطو سره،، چې په $x_1 = 0$ کې دریواره صفرځای او په $x_2 = 2$کې یو ځل یا ساده صفرځای ولري.

له دې وروسته ګراف په درې د ا وږدوالي واحدونو یا یوونونو پورته لور ته همداسې لاندې لور ته راکاږو، ځکه چې د x –محور ته غبرګه د درې واټن په کچه کیدی شي د x –محور پورته او هم کښته لور ته وځغلي.

ایښونه: $f^*(x) = a_4 x^3 (x-2)$

په درې د اوږدوالي واحدونو پورته لور ته راکښنه راکوي: $f_1(x) = a_4 x^3 (x-2) + 3$

په درې د اوږدوالي واحدونو کښته لور ته راکښنه راکوي: $f_1(x) = a_4 x^3 (x-2) - 3$

د بیلګې په توګه د$a4=1$ لپاره باور لري :

$$f_1(x) = x^3 (x-2) + 3 = x^4 - 2x^3 + 3$$

$$f_2(x) = x^3 (x-2) - 3 = x^4 - 2x^3 - 3$$

اتم:

الف- د تابع $g(x)= -x^3+3x$ ګراف سرچینې سره سیومتریک دی

پورته لور ته په دوه د اوږدوالي یوونونو یا واحدونو راکښنه راکوي

$F(x)=g(x)+2=-x^3+3x+2$

له دې لاس ته راځي، چې f(x) و P(0|2) ته سیومتریک دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-د $f(x)=-x^3+3x+2$ صفرځایونه:

یو صفرځای توکلي ټاکو یا د ازمایښت له لارې

$$f(2)=-8+6+2=0 \Rightarrow P_{x1}(2|0)$$

پولینوموپش:

$$\left(-x^3+3x+2\right):(x-2)=-x^2-2x-1$$

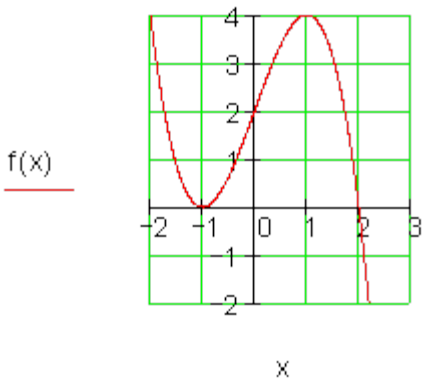
$$\Rightarrow x^2+2x+1=0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2=0 \quad \text{I. binomische Formel}$$

$$\Rightarrow x_{2/3}=-1 \Rightarrow P_{x2/3}(-1|0) \text{ ist}$$

د مماس- یا لمسټکي

$$f(x)>0 \text{ für } I=\{x|-1<x<2\}_{\mathbb{R}}$$



پوښتنې

ټول هوښیار – یا ټولراشنل توابع له ورکړشووشریاطو II

لومړی:ټکی P(0 | f(0)) د تابع f(x) په ګراف پروت دی.

په W(1 | 1,5) هندارونه یا انعکاس کې ټکی P و ټکي Q ته ځي یا په Q پرېو ځي.

د Q کواوردینات یا پروتولاړارزښتونه وښایاست، چې Q د f(x) په ګراف پروت وي.

دا نتیجه څه معنا لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=\frac{1}{4}x^3-\frac{3}{4}x^2+2\,;\,D=\mathbb{R}$$

دویم: د څه له - یا له کومې لارې د $f(x), g(x)$ او $h(x)$ ګرافونه یو له بل توپیرږي؟

$$f(x)=x(x-4)^2 \quad g(x)=0,25x^3-2x^2+4x \quad h(x)=0,25\left(x^3-8x^2+16x+1\right)$$

دریم: د دریمې درجې دیوه ټول نسبتي تابع سرچینې ته سیومتریک دی. د تابع ترم صریبونه باید کوم شرایط پوره کړي، چې ګراف د x - محور سره دري غوځټکي ولري؟ ایا داسې یو تابع له دوه صفرځایونو سره هم شته؟

څلورم: یو د دریمې درجې ټولراشنل تابع له ټکو P_1 او P_2 څخه تیریږي او د x - محور په سرچینه یا پیلټکي کې لمسوي. د تابع مساوات واټکئ. f(x) څنګه د تابع f(x) له ګراف څخه منځ ته راځي؟

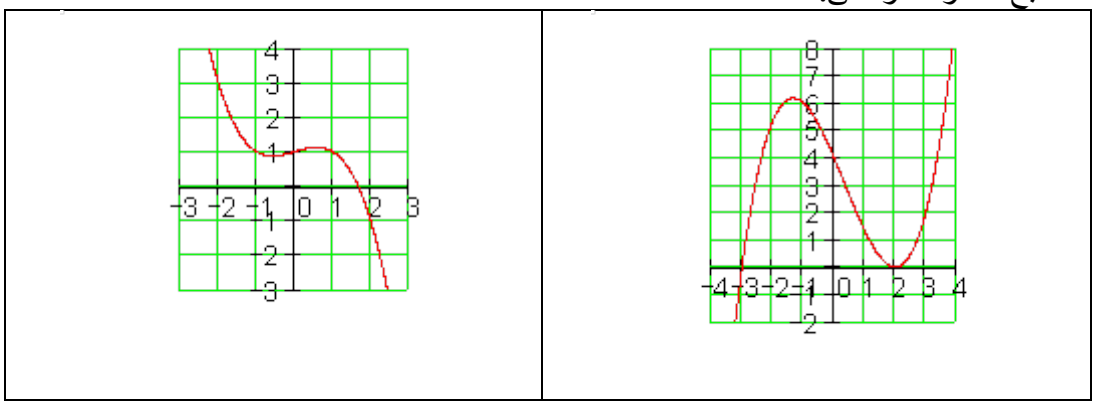
داتا:

$$P_1(2\,|\,0)\,;\,P_2(1\,|\,-5)\,;\,g(x)=5x(x+2)^2\,,\,x\in\mathbb{R}$$

پنځم: د دریمې درجې یو ټول راشنل تابع ګراف په ټکي (0 | 2-)P_{x1} کې یو زینټکی لري او له (6 | 4-)P څخه تیریږي. دتابع ترم ولیکئ او ګراف وکاږئ.

شپږم: د دریمې درجې د یو ټولراشنل تابع ګراف ورکړشوی.

د تابع مساوات وټاکئ.



(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم: د تابع $f(x)=-\frac{1}{4}x^3+cx+d$ ګراف کرښه $g(x)=-3(x-3)$ د y–محور باندې او په x=-4 کې غوڅوي. f(x)او ټاکې.

اتم: یو د دریمې درجې تابع ټکی سیوسمتریک دی او د x –محور په x = 3 کې غوڅوي.

الف- د ضریبونو ترمنځ کومې اړیکې شتون لري؟

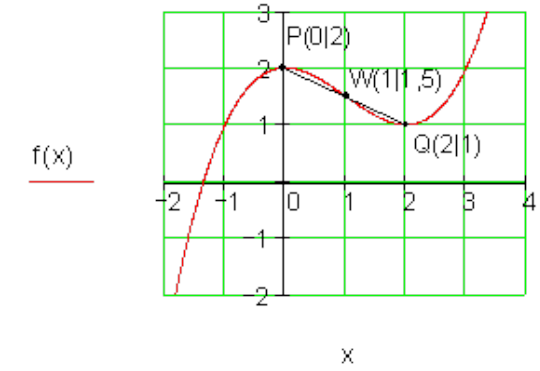
ب - یو د تابع ترم وټاکی که $P\left(2|\frac{32}{9}\right)$ په ګراف پروت وي.

ځوابونه

ټولنسبتي –یا راشنل توابع له ورکړشوو شریطوII

مفصل ځوبونه:

لومړی:



$f(x)=\frac{1}{4}x^3-\frac{3}{4}x^2+2$

x	−1	0	1	2	3
f(x)	1	2	1,5	1	2

د Q پروت-ولاړ ارزښتونه یا کواورد-ینات ګرافیکي پیدا کړئ.دا کیدی شي و Q(2 | 1) ته له پروت-ولاړسیستم څخه ولوستل شي. په ارزښت جدول یو نظر غورځولو سره تصدیقیږي، چې Q په ګراف پروت دی. نتیجه دا معنا لري: د f(x) ګراف و ټکي W ته ټکی سیومتریک دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم:

$$f(x) = x(x-4)^2 = x^3 - 8x^2 + 16x$$
$$g(x) = 0,25x^3 - 2x^2 + 4x = 0,25 \cdot f(x)$$
$$h(x) = 0,25\left(x^3 - 8x^2 + 16x + 1\right) = \underbrace{0,25x^3 - 2x^2 + 4x}_{g(x)} + 0,25 = g(x) + 0,25$$

$g(x)$ له $f(x)$ څخه د y په لور په ضریب 0,25 د کیکاږلو له لارې منځ ته راځي.
$h(x)$ له $g(x)$ د y په لور د راکښنې له لارې په 0,25 LE (د اوږدوالي یوون یا واحد) منځ ته راځي.

$$f(x) = x(x-4)^2 = x^3 - 8x^2 + 16x$$
$$g(x) = 0,25x^3 - 2x^2 + 4x = 0,25 \cdot f(x)$$
$$h(x) = 0,25\left(x^3 - 8x^2 + 16x + 1\right) = \underbrace{0,25x^3 - 2x^2 + 4x}_{g(x)} + 0,25 = g(x) + 0,25$$

دریم:

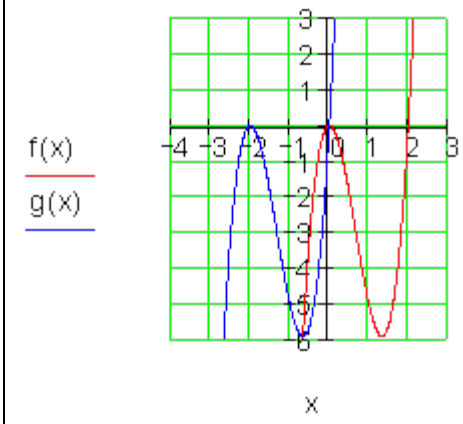
د المانې پښتو: ټکی سیومتریک

$$\text{Punktsymmetrie} \Rightarrow f(x) = a_3x^3 + a_1x = x\left(a_3x^2 + a_1\right) \Rightarrow P_{x1}(0\,|\,0)$$
$$a_3x^2 + a_1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -\frac{a_1}{a_3} \Rightarrow |x| = \sqrt{-\frac{a_1}{a_3}} \text{ mit } -\frac{a_1}{a_3} > 0 \Leftrightarrow \underline{\underline{\frac{a_1}{a_3} < 0}}$$

د a_3 او a_1 مخنخبنه باید یو لهبل توپیر ولري. داسې یو تابع د دوه صفرځیونو سره نه شي کیدی شتون ولري، ځکه چې داسې توابع به و سرچینې (ټکیسیومتریک) ته سیومتریک توابع وای. داپه بیا په ټولیزه توګه درې صفرځایونه وای.

ځلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library



لمسټکی $P_{x1/2}(0\mid 0)$ ډبل صفرځای دی،

دریم صفرځای دی $P_1(2\mid 0)=P_{x3}(2\mid 0)$

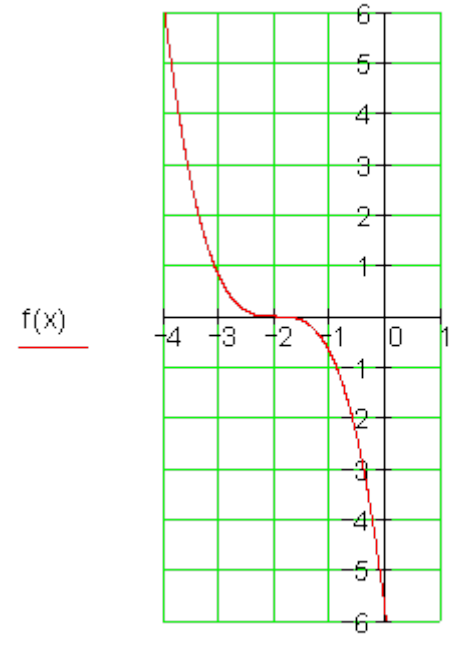
ایښوونه: $f(x)=a_3x^2(x-2)$

f(x) د g(x) د راکښنې له لارې لاس ته راځي په دوه د اوږدوالي واحده وښي لور ته.

$x\to x-2$

$f(x)=g(x-2)=5(x-2)x^2=5x^2(x-2)$

پنځم:



$P_{x1}(-2\mid 0)$ د زین ټکي په توګه په دې معنا ده، چې $P_{x1/2/3}(-2\mid 0)$ دریواره صفرځای.

ایښوونه: $f(x)=a_3(x+2)^3$

$P(-4\mid 6): f(-4)=a_3(-2)^3=6$

$\Leftrightarrow a_3=-\frac{3}{4}$

$\Rightarrow f(x)=-\frac{3}{4}(x+2)^3$

$=\underline{\underline{-\frac{3}{4}x^3-\frac{9}{2}x^2-9x-6}}$

$f(-3)=-0,75\cdot(-1)^3=0,75$

$f(-1)=-0,75\cdot 1^3=-0,75$

x	−4	−3	−2	−1	0
f(x)	6	0,75	0	−0,75	−6

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم:

الف- المانې: صفرځای، ایښوونه:

$$\text{Nullstellen: } P_{x1}(-3\,|\,0);\ P_{x2/3}(2\,|\,0) \qquad P_y(0\,|\,4)$$

$$\text{Ansatz: } f(x) = a_3(x+3)(x-2)^2$$

$$P_y(0\,|\,4): f(0) = a_3 \cdot 3 \cdot (-2)^2 = 4 \Leftrightarrow 12a_3 = 4 \Leftrightarrow a_3 = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}(x+3)(x-2)^2 = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + 4$$

ب- کښته لور ته په یوه د اوږدوالي یوون یا – واحد ټکی سیمتري او دري صفرځایونه راکوي.

$$f^*(x) = f(x) - 1 = a_3 x(x+1)(x-1)$$

$$P(2\,|\,-2): f^*(2) = 2a_3 \cdot 3 \cdot 1 = -2 \Leftrightarrow a_3 = -\frac{1}{3}$$

$$f^*(x) = -\frac{1}{3}x(x+1)(x-1) \Rightarrow f(x) = f^*(x) + 1$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}x(x+1)(x-1) + 1 = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}x + 1$$

یوه پراخه متود یا لار به د 4 د کواوبدیناتونو سره وی چې له ګراف څخه لوستل شوو ټکو څخه یو مساوات سیستم ولیکل شي او دا بیا د ګاس الګوریتم سره حل کړي.

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + cx + d;\ g(x) = -3(x-3) = -3x + 9$$

اوم:

g(x)او f(x) د y-محور په $P_y(0\,|\,9) \Rightarrow d = 9$ کې غوڅوي.

یو بل د g(x) غوڅټکی د f(x) سره په x=-4کې دی.

$$g(-4) = -3 \cdot (-4) + 9 = 21 \Rightarrow P(-4\,|\,21)$$

د f(x)په ګراف پروت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(-4\mid 21): f(-4) = -\frac{1}{4}(-4)^3 - 4c + 9 = 21 \Leftrightarrow c = 1$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + x + 9$$

اتم:

الف-

تکی سیومتریک

$$\Rightarrow f(x) = a_3x^3 + a_1x$$

$$P_x(3\mid 0): f(3) = 27a_3 + 3a_1 = 0 \Leftrightarrow 27a_3 + 3a_1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 9a_3 = -a_1 \text{ oder } a_1 = -9a_3$$

ب-

$$f(2) = 8a_3 + 2a_1 = \frac{32}{9} \text{ mit } a_1 = -9a_3 \text{ folgt}$$

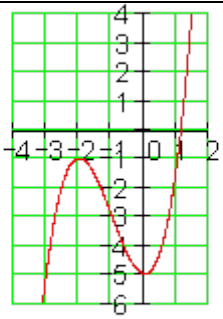
$$8a_3 + 2(-9a_3) = \frac{32}{9} \Leftrightarrow a_3 = -\frac{16}{45} \text{ mit } a_1 = -9a_3 \text{ folgt}$$

$$a_1 = -9\left(-\frac{16}{45}\right) = \frac{16}{5}$$

$$f(x) = -\frac{16}{45}x^3 + \frac{16}{5}$$

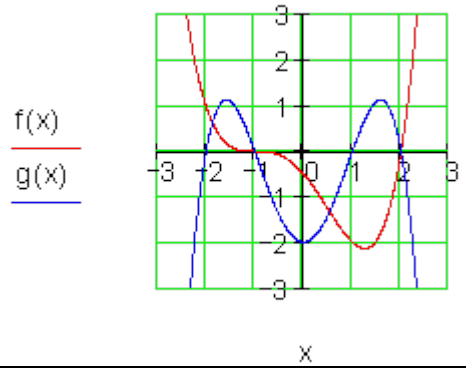
پوښتنې

ټول هوښیارتوابع د ورکړ شوو شرایطو څخهIII

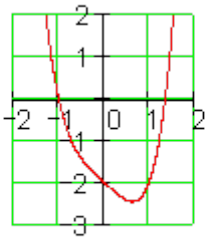
لومړی: 	د دریمې درجې یو ټول هوښیار یا – راشنل تابع ورکړشوی. د تابع مساوات وټاکئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

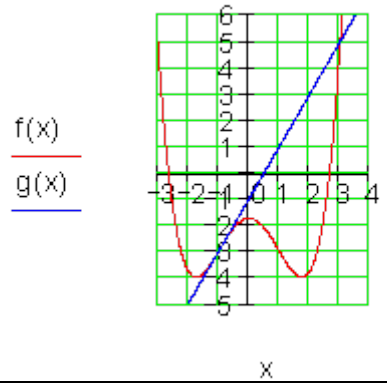
دویم:

	خیره ونه یا mappingد څلورمې درجې د دوه ټول هوښیار توابعو ګراف ښایي د هریوه د تابعترم وټاکئ.

دریم:

	$f(x) = a_4 x^4 + a_1 x + a_0$ وټاکئ a4;a1 او a0 زیاتیز یا مثبت صفرځایونه وټاکئ

څلورم:

	$f(x) = a_4 x^4 + a_2 x^2 - \frac{7}{4}$ کرښه g(x) په دوه ټکو کې غوڅوي. وټاکئ a4;a1 او g(x).

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه

ټول هوښیار توابع له ورکړشوو سرایطو څخه

مفصل ځوابونه

لومړی:

پورته لور ته په یوه د اوږدوالي یوون یا واحد دري صفرځایونه راکوي.

$f^*(x)=f(x)+1$ صفرټکي $P_{x1/2}(-2|0);P_{x3}(1|0)$ او $P_y(0|-4)$ لري.

$$\Rightarrow f^*(x)=a_3(x+2)^2(x-1)$$
$$P(0|-4): f^*(0)=a_3\cdot 4\cdot(-1)=-4\Leftrightarrow a_3=1$$
$$f^*(x)=(x+2)^2(x-1)\Rightarrow f(x)=f^*(x)-1$$
$$\Rightarrow f(x)=(x+2)^2(x-1)-1=\underline{\underline{x^3+3x^2-5}}$$

یوه پراخه متود یا لار به د 4 د کواوردیناتونو سره وی چې له ګراف څخه لوستل شوو ټکو څخه یو مساوات سیستم ولیکل شي او دا بیا د ګاس الګوریتم سره حل کړی شي.

دویم: f(x) په $x_1=-1$ کي دریواره صفرځای لري(زینټکی) او په $x_2=2$ کي یوساده صفرځای لري. پرته له دې ګراف د ټکي (2- | 1)P له لارې ځغلي.

ایښوونه: $f(x)=a_4(x+1)^3(x-2)$

$$P(1|-2): f(1)=-2\Leftrightarrow a_4(1+1)^3(1-2)=-2\Leftrightarrow a_4\cdot 8\cdot(-1)=-2$$
$$\Leftrightarrow -8a_4=-2\Leftrightarrow a_4=\frac{-2}{-8}=\frac{1}{4}$$
$$\Rightarrow f(x)=\frac{1}{4}(x+1)^3(x-2)=\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{4}x^3-\frac{3}{4}x^2-\frac{5}{4}x-\frac{1}{2}$$

g(x) څلور صفرځایونه لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x_1 = -2$; $x_2 = -1$; $x_3 = 1$او $x_4 = 2$ او د y محور په $y = -2$ کې غوڅوي

ایښوونه: $g(x) = a_4(x+2)(x+1)(x-1)(x-2)$

$$y = -2 \Rightarrow g(0) = a_4(2)(1)(-1)(-2) = -2 \Leftrightarrow 4a_4 = -2 \Leftrightarrow a_4 = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow g(x) = -\frac{1}{2}(x+2)(x+1)(x-1)(x-2) = -\frac{1}{2}\left(x^2-4\right)\left(x^2-1\right) = -\frac{1}{2}x^4 + \frac{5}{2}x^2 - 2$$

دریم:

a0=-2 له ګراف څخه لوستل کیږي

$$\Rightarrow f(x) = a_4x^4 + a_1x - 2$$
$$P_1(-1|0): f(-1) = a_4 - a_1 - 2 = 0 \Leftrightarrow a_4 = a_1 + 2$$
$$P_2(1|-2): f(1) = a_4 + a_1 - 2 = -2 \Leftrightarrow a_4 = -a_1 + 2 - 2 \Leftrightarrow a_4 = -a_1$$

د a4 مساوي ایښوونې له لارې $a_1 + 2 = -a_1 \Leftrightarrow a_1 = -1$

له a4=-a1 => a4=1

$$\Rightarrow f(x) = x^4 - x - 2$$

د صفرټاکنه د د (قطئ(کوتئ)) بندولو له لارې

$$f(1,3) \approx -0,444\ ;\ f(1,4) \approx 0,442\ ;\ f(1,35) \approx -0,028\ ;\ f(1,36) \approx 0,061$$
$$f(1,355) \approx 0,016\ ;\ f(1,353) \approx -0,002 \text{ gute Näherung}$$

پورته المانې: ښه نږدېونه

صفرځای نږدې په $x = 1,353$ پروت دي

ځلورم: د ریښو سره غوڅټکي به له ګراف څخه ولوستل شي. همداسې د کربنې غوڅټکی د y -محور سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې المانې: جګوالي، د لپاره ټکی ازماښتراکوي، مساواتسیستم:

$$P_1(-1|-3); P_2(3|5): P_y(0|-1) \Rightarrow a_{0g} = -1$$

$$\text{Steigung: } a_{1g} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-(-3)}{3-(-1)} = \frac{8}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{g(x) = \frac{1}{2}x - 1}}$$

Punktprobe für f(x) ergibt:		Gleichungssystem:
$P_1(-1\|-3): f(-1) = 1a_4 + 1a_2 - \frac{7}{2} = -3$	$\Rightarrow$	$a_4 + a_2 = -\frac{5}{4}$
$P_2(3\|5): \quad f(3) = 81a_4 + 9a_2 - \frac{7}{2} = 5$		$81a_4 + 9a_2 = \frac{27}{4}$

a_4	a_2		
1	1	$-\frac{5}{4}$	
81	9	$\frac{27}{4}$	$\|\|-81\cdot\|$
1	1	$-\frac{5}{4}$	
0	−72	$\frac{432}{4}$	

$$-72a_2 = \frac{423}{4}$$

$$\Leftrightarrow a_2 = -\frac{432}{4 \cdot 72} = \underline{-\frac{3}{2}}$$

$$a_4 + a_2 = -\frac{5}{4}$$

$$\Leftrightarrow a_4 = -\frac{5}{4} + \frac{3}{2} = \underline{\frac{1}{4}}$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{2}x^2 - \frac{7}{2}}}$$

پوښتنې

ټولهوښیارتوابع له ورکړ شوو شرایطو څخه**IV**

لومړی: د یوه دریمې درجې ټوالهوښیار تابع څخه دري صفرځایونه او بل ټکی څرګند(معلوم) دي. ګراف وکاږئ او د تابعترم وټاکئ.

$$P_{x_1}(-3|0); P_{x_2}(1|0); P_{x_3}(2|0); P(0|1{,}5)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم: یو د دریمې درجې ټولهوښیار تابع سرچینې ته سیومتریک دی او له ټکو $P_1(3 \mid 0)$ او $P_2(5 \mid 5)$ څخه تیریږي.

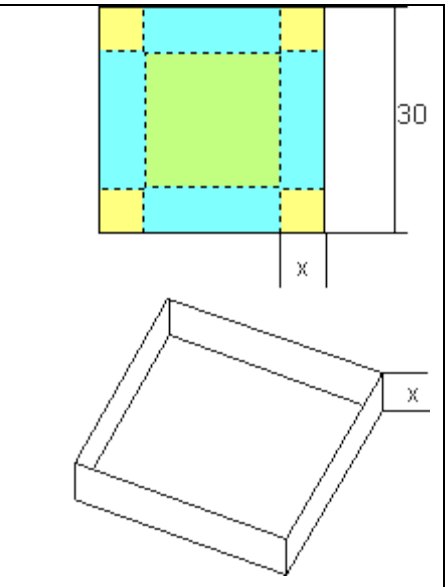
تابع مساوات او محورغوڅټکي وټاکئ.

یو ارزښت جدول جوړ کوئ او ګراف یې وکاږئ.

دریم: د دریمې درجې یوټولهوښیار یا – راشنل تابع f(x)دې صفرځایونه P_{x1}, P_{x2} او P_{x3} لري. د تابع f(x) ګراف له ټکيP تیریږي. f(x) وټاکئ. د f(x) ګراف د g(x) د ګراف سره څه اړیکي لري؟

داتا:

$$P_{x_1}(-10\mid 0);\ P_{x_2}(-1\mid 0);\ P_{x_3}(1\mid 0);\ P(2\mid 6);\ g(x)=\frac{1}{6}x^3+\frac{5}{3}x^2-\frac{1}{6}x,\ x\in\mathbb{R}$$



ځلورم: د یوه ځلوریز یا مربع کارتون څخه چې د اړخونو اوږدوالی یې 30 cm دی د x جګوالي سره یوه کوتئ بې له سرپوښ جوړیږي.

الف- و ښایئ، چې سړی فقط د

$0 < x < 15$

لپاره یوه داسې کوتئ یا صددق جوړولې شي.

ب- یو د تابعترم وټاکئ، چې د V ډکی یا حجم د x په واکوالي کې وښوولای شي.

پ-ګراف یې وکاږئ او په نږدې توګه یې ماکسیما یا خورا لوې ډکی(حجم) وټاکئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم:

Jahr | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 Leistung | 12 | 14,825 | 17,2 | 19,275 د توان ورکړه په ګیګاوات سره (Gigawatt (GW)) الف- یو تابع پیدا کړئ، کومه چې دا وده ښایي. ب- یوه وړاندوینه ورکړئ د 2006 او 2010 کلونو لپاره پ- د تابع ارزښتونه د یوه 20,9 GW په 2006 کې او موخه د 30 GW په 2010 کې جوړشوي توان سره پرتله کړئ.	په المان کې برقي قوت په حیث جوړ زورکونج کیدی شي د څنګ جدول څخه راونیول شي

ځوابونه

توليهوښيار تابع له ورکړشوو شرايطو څخه

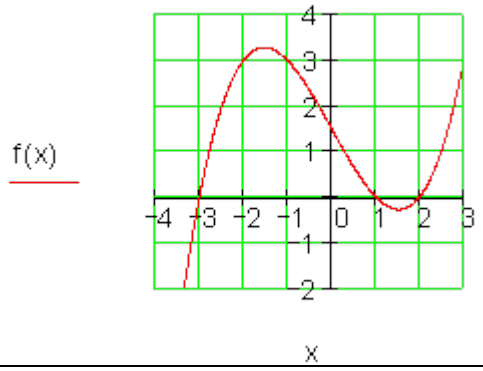
مفصل ځوابونه

لومړی:تیریدونکي:

یو د دریمې درجې توليهوښيار تابع کړی شي خورا زیاتې(ماکسیمال) درې صفرځایونه ولري . د صفرځای P_{x1} او ټکي P ترمنځ باید یو جګ ټکی شتونولري. د صفر ځایونو P_{x2} اوP_{x3} ترمنځ باید یو ټیټټکی پروت وي.له مخه یا وړاندې فکرکونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=a_3(x+3)(x-1)(x-2)$$
$$f(0)=1{,}5$$
$$\Leftrightarrow a_3\cdot 3\cdot(-1)\cdot(-2)=1{,}5$$
$$\Leftrightarrow a_3=\frac{1{,}5}{6}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$$
$$\Rightarrow f(x)=\frac{1}{4}(x+3)(x-1)(x-2)$$
$$\Rightarrow f(x)=\frac{1}{4}x^3-\frac{7}{4}x+\frac{3}{2}$$



دویم:

د تابع مساوات:

د ټکي سیمتری له امله کیدی شي لاندې ایښوونه وشي:

لاندې المانې: تابعمساوات:

$$f(x)=a_3x^3+a_1x$$

$$P_1(3\mid 0): f(3)=27a_3+3a_1=0$$
$$P_2(5\mid 5): f(3)=125a_3+5a_1=5$$

a_1	a_3	
3	27	0 | : 3
5	125	5 | 5
1	9	0
1	25	1 | | – |
1	9	0
0	16	1

$$16a_3=1\Leftrightarrow a_3=\frac{1}{16}$$
$$a_1+9a_3=0\Leftrightarrow a_1+\frac{9}{16}=0\Leftrightarrow a_1=-\frac{9}{16}$$

Funktionsgleichung:

$$f(x)=\frac{1}{16}x^3-\frac{9}{16}x$$

محور غوځتکي:

لومړی صفرځای $P_y(0\mid 0)=P_{x1}(0\mid 0)$

دویم صفرځای $P_2(3\mid 0)=P_{x2}(3\mid 0)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

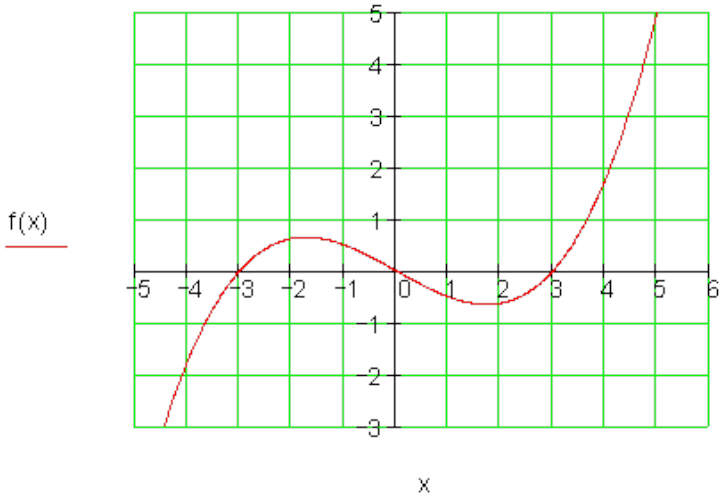
$$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{1}{16}x\left(x^2-9\right)=0 \Leftrightarrow x^2=9 \Leftrightarrow |x|=3$$
$$\Rightarrow x_2=3\,;\,x_3=-3 \Rightarrow P_{x3}(-3\,|\,0)\ \text{3. Nullstelle}$$

پورته الماني: دريم صفرځای
د ارزښت جدول لپاره ا رزښتونه لاسي شميرل کيږي:

لاندې په پښتو:

$f(x)=\frac{1}{16}x^3-\frac{9}{16}x$ $f(1)=\frac{1}{16}-\frac{9}{16}=-\frac{8}{16}=-0,5$ $f(2)=\frac{8}{16}-\frac{18}{16}=-\frac{10}{16}=-0,625$ $f(4)=\frac{64}{16}-\frac{36}{16}=-\frac{28}{16}=1,75$	د تکي سيومتري له امله باور لري: $f(-x)=-f(x)$ $f(-1)=-f(1)=0,5$ $f(-2)=-f(2)=0,625$ $f(-4)=-f(4)=-1,75$

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
f(x)	−1,75	0	0,65	0,5	0	−0,5	−0,625	0	1,75	5



(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم:

په کرښیزضریبونو ایښوونه:

$$f(x) = a_3(x+10)(x+1)(x-1)$$

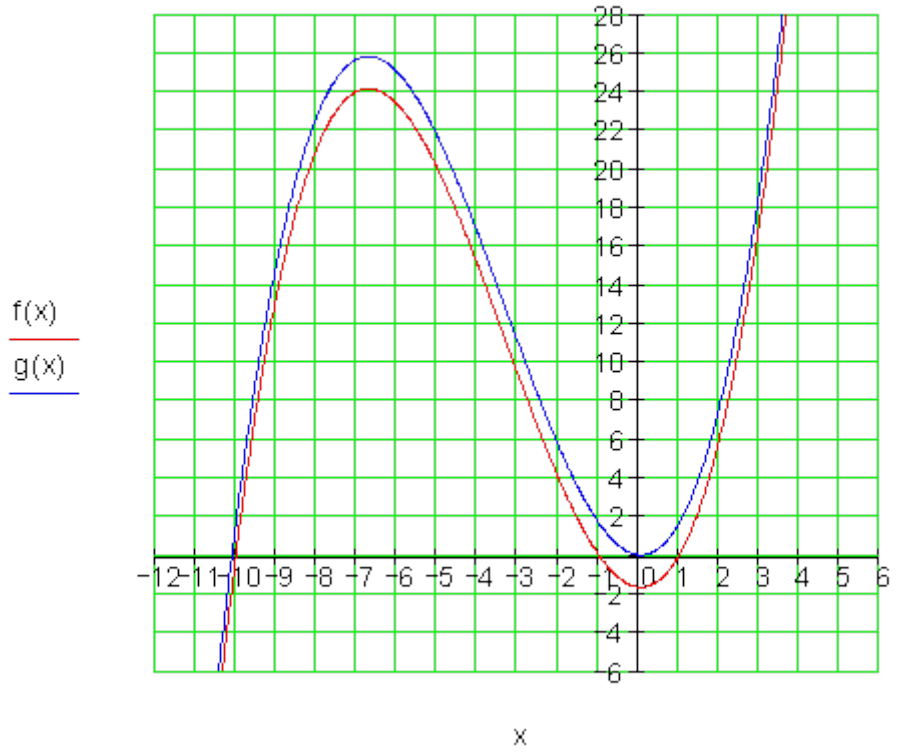
$$P(2\mid 6): f(2) = a_3 \cdot 12 \cdot 3 \cdot 1 = 6 \Leftrightarrow a_3 = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

تابعمساوات:

$$f(x) = \frac{1}{6}(x+10)(x+1)(x-1) = \underline{\underline{\frac{1}{6}x^3 + \frac{5}{3}x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{5}{3}}}$$

f(x) د g(x) کښته لورته یوه راکښنه ده په5/3 اوږدوالي یوون یا ــواحد، یعنې

$$f(x)= g(x) - 5/3$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم:

الف- x باید زیاتیز یا مثبت وي له دې لاس ته راځي: $x>0$

$2x$ باید د اړخ له اوږدوالي کوچنی وي له دې لاس ته راځي: $x<15 \Leftrightarrow 2x<30$

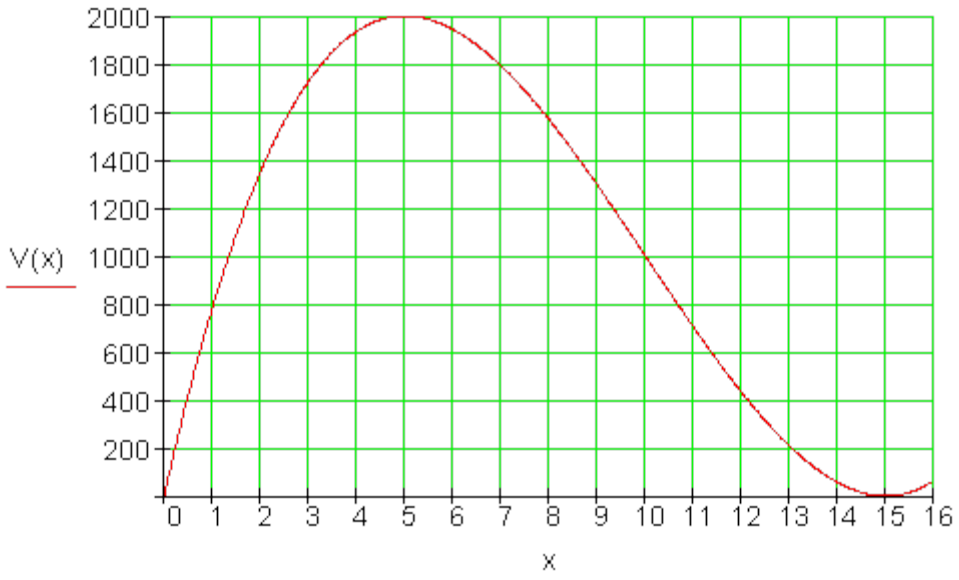
له پورته دواړو لرو: $0<x<15$

ب- $V=a.b.h$د $h=x$ او $a=30-2x$او $b=30-2x$ سره، نو باور لري:

$$V(x)=(30-2x)(30-2x)x=4x^3-120x^2+900x$$

ارزښتجدول

x	0	2	4	6	8	10	12	14	15
V(x)	0	1353	1936	1944	1568	1000	432	56	0



ماکسیمال ډکی یا حجم نږدې $2000\ cm^3$ دی او دا د x برخې یا ټوټې لپاره باور لري چې

نږدې 5 cm دی. یوه ټیک شمیرنه لومړی د مشتق سره شونی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم:

الف- اینبوونه:

د دریمې درجې ټولهوښیار یا راشنل تابع چې له څلورو ټکو تیریږي.

د 2002 ګڼلو پیل به له صفرټکي څخه تعریف شي.

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$
$$P_1(0\,|\,12) \Rightarrow f(0) = 12 \Rightarrow a_0 = 12$$
$$P_2(1\,|\,14,825) \Rightarrow f(1) = 14,825 \Rightarrow 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 12 = 14,825$$
$$P_3(2\,|\,17,2) \Rightarrow f(2) = 17,2 \Rightarrow 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 12 = 17,2$$
$$P_4(3\,|\,19,275) \Rightarrow f(3) = 19,275 \Rightarrow 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 12 = 19,275$$

د مساوات بنه بدلون:

$$1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 12 = 14,825\,|-12 \Leftrightarrow 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 = 2,825$$
$$8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 12 = 17,2\,|-12 \Leftrightarrow 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 = 5,2$$
$$27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 12 = 19,275\,|-12 \Leftrightarrow 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 = 7,275$$

a_1	a_2	a_3		
1	1	1	2,825	
2	4	8	5,2	$II - 2\cdot I$
3	9	27	7,275	$III - 3\cdot I$
1	1	1	2,825	
0	2	6	−045	
0	6	24	−1,2	$III - 3\cdot II$
1	1	1	2,825	
0	2	6	−0,45	
0	0	6	0,15	

$$6a_3 = 0,15 \Leftrightarrow a_3 = 0,025$$
$$2a_2 + 6a_3 = -045 \Leftrightarrow a_2 = -0,3$$
$$a_1 + a_2 + a_3 = 2,825 \Leftrightarrow a_1 = 3,1$$
$$f(x) = 0,025x^3 - 0,3x^2 + 3,1x + 12$$

ب – وړاندوییه په ګیګاواټGW .

$$2006: \quad f(4) = 0,025\cdot 64 - 0,3\cdot 16 + 3,1\cdot 4 + 12 = 21,2$$
$$2010: \quad f(8) = 0,025\cdot 512 - 0,3\cdot 64 + 3,1\cdot 8 + 12 = 30,4$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – په ریښتوني دا جوړشوی قوت یا طاقت د 2006 لپاره د 20,9 GW جوړیدنې سره د 21,2 GW وړاندوینه په ډیره کمه کچه زیاتیږي یا جګیږي.

د 2010 لپاره وړاندوینه د 30,4 GW سره ترهغې ممکنه د 30 GW جوړ شوی توان هم په لږه کچه وړاندوینه زیاته ده.

پوښتنې

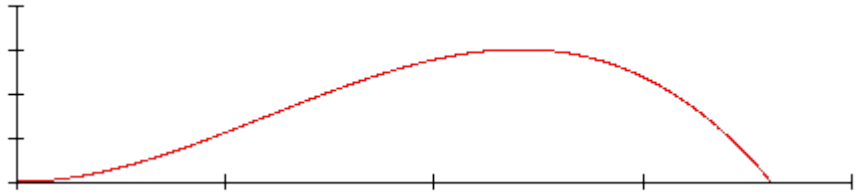
۱ د متن – او استعمال پوښتنې و ټولهوښیار یا – راشنل توابعو ته

له تخنیک او اقتصاد څخه

x	5	10	20	35
K(x)	915	1035	1140	1185

لومړی: د x دانو ګڼون یا تعداد په واکوالي کې د یوه مال په جوړولولوله امله ټول لګښت

$$f(x) = -\frac{1}{288}x^3 + \frac{1}{16}x^2 \; ; \; x > 0$$



د ټول لګښتتابع K(x) لپاره یو تابعترم وټاکئ.

د هرې دانې د خرڅلاو قیمت څنګه ټاکل کیږي، چې له دې سره د x = 15 لپاره کوم زیان رامنځ ته نه شي؟ دا د شي حالت ګرافیکیانځور کړئ.

دویم: د فوټبال لوبو میدان د فوټبال لوبه کې د تابع f(x) ګراف په نړدې توګه د توپ د الوتنې کږه ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

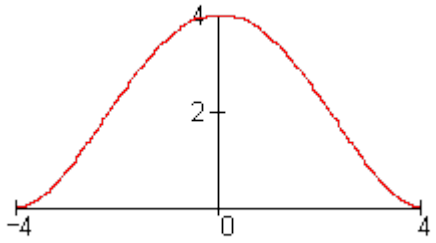
الف- توپ کوم ماکسیمال یا خورا جګ جکوالي ته رسیږي؟

ب-ایا توپ په 9,15 m کې د دفاع دیوال(دوه متره جګ) څخه اوړي؟

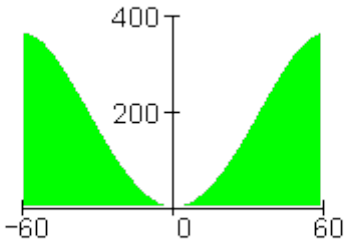
پ-توپ څنګه بیرتهځمکې ته راکښته کیږي؟

ت- دا ازاده وهنه له ګول څخه څومره لرې وهل شوې، که دا توپ په دوه متره جګوالي د ګول له کرښې جګ والوزي؟

دریم: څیره یو باروک - کور ښایي (کچه په متر)

	الف- دلیل راوړئ، چې دا ژئ تابع یو د څلورمې درجې تولهوښیار یا – راشنل تابع دی. ب- د تابعترم وټاکئ پ- یوه کړکئ چې 2,25 m جګه ده باید په دې ساحه کې جوړه یا ځای شي. دا زیات له زیاته باید څومره سروره وي؟

څلورم: د یوه غره دري د پرتې غوځې سطحه (سطحه، چې پرته یا افقي غوځه شوې وي(ژباړی)) کیدی شي د یوه څلورمې درجې تول راشنل تابع سره ولیکل شي. دا دره یو ماکسیمال سور 120 m لري او 360 m ژوره ده. د 60 m په سور د دري له بیښ یا تلې څخه یو د 157,5 m جګوالی کچیږي یا اندازه کیږي.

	الف- د تابع ترم وټاکئ. ب- یو ډنډ یا د اوبو ډب باید جوړ شي. د ډنډ تاج څومره سور لري؟ دا د یوه دېسیمالځاي پورې ټیک شمیرئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه

متن- او استعمالپوښتنې و ټولهوښیار یا =راشنل تابع ته ا

نتیجې او مفصل ځرابونه

نتیجې:

لومړي:

تابعترم: $K(x) = 0,02x^3 - 1,6x^2 + 44,5x + 730$

د په دانه د خرڅلاوقیمت باید لږ تر لږه $73\frac{2}{3}€$ وي

ګرافیک لپاره مفصل ځواب وګورئ

دویم:

الف- د غونډوسکې خورا جګ جګوالی کیدی شي له ۳ متره ګرافیک څخ ولوستل شي.

ب – دا غونډوسکه د دفاع دیوال څخه اوړي($2,573\ m > 2\ m$)

پ- غونډوسکه له وهنټکي څخه 18 m وروسته په ځمکه لږیږي.

ت- د وهنټکي څخه په 15,65 m لریوالي د ګول څخه په 2 m (دوه متره) جګوالي الوزي.

دریم:

الف- ژی تابع د څلورمې درجې ټولهوښیار یا راشنل تابع ده، ځکه چې دا ډبل صفرځایونه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$(x_1 = -4 ; x_2 = 4)$

ب- تابع ترم:

$$f(x) = \frac{1}{64}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 4$$

پ- کړکۍ کیدی شي زیات له زیاته ۴ متره سروره وي

څلروم:

الف- تابع ترم: $\text{Funktionsterm: } f(x) = -\frac{1}{36000}x^4 + \frac{1}{5}x^2$

ب- د ډنډ یا بند تاج 80,25 m سور لري.

مفصل ځوابونه:

لومړی:

مساواتسیستم:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$
$$P_1(5|915): \quad f(5) = 125a_3 + 25a_2 + 5a_1 + a_0 = 915$$
$$P_2(10|1035): \quad f(10) = 1000a_3 + 100a_2 + 10a_1 + a_0 = 1035$$
$$P_3(20|1140): \quad f(20) = 8000a_3 + 400a_2 + 20a_1 + a_0 = 1140$$
$$P_4(35|1185): \quad f(35) = 42875a_3 + 1225a_2 + 35a_1 + a_0 = 1185$$

د ګاوس الګوریتم:

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	5	25	125	915	
1	10	100	1000	1035	II − I
1	20	400	8000	1140	III − I

(c) ketabton.com: The Digital Library

1	35	1225	42875	1185	IV – I
1	5	25	125	915	
0	5	75	875	120	
0	15	375	7875	225	III – 3 · II
0	30	1200	42750	270	IV – 6 · II
1	5	25	125	915	
0	5	75	875	120	
0	0	150	5250	–135	
0	0	750	37500	–450	IV – 5 · III
1	5	25	125	915	
0	5	75	875	120	
0	0	150	5250	–135	
0	0	0	11250	225	

ضریبونه او د تابعمساوات:

$$11250a_3 = 225 \Leftrightarrow a_3 = \frac{225}{11250} = 0,02$$

$$150a_2 + 5250a_3 = -135 \Leftrightarrow a_2 = \frac{-135 - 5250 \cdot 0,02}{150} = -1,6$$

$$5a_1 + 75a_2 + 875a_3 = 120 \Leftrightarrow a_1 = \frac{120 - 75 \cdot (-1,6) - 875 \cdot 0,02}{5} = 44,5$$

$$a_0 + 5a_1 + 25a_2 + 125a_3 = 915 \Leftrightarrow a_0 = 915 - 5 \cdot 44,5 - 25 \cdot (-1,6) - 125 \cdot 0,02 = 730$$

د تابع مساوات: $\underline{\underline{K(x) = 0,02x^3 - 1,6x^2 + 44,5x + 730}}$

د x=15 دانو د جوړولو لپاره لګښت:

$K(15)=0,02.15^3-1,6.15^2+44,5.15+730=1105$

(c) ketabton.com: The Digital Library

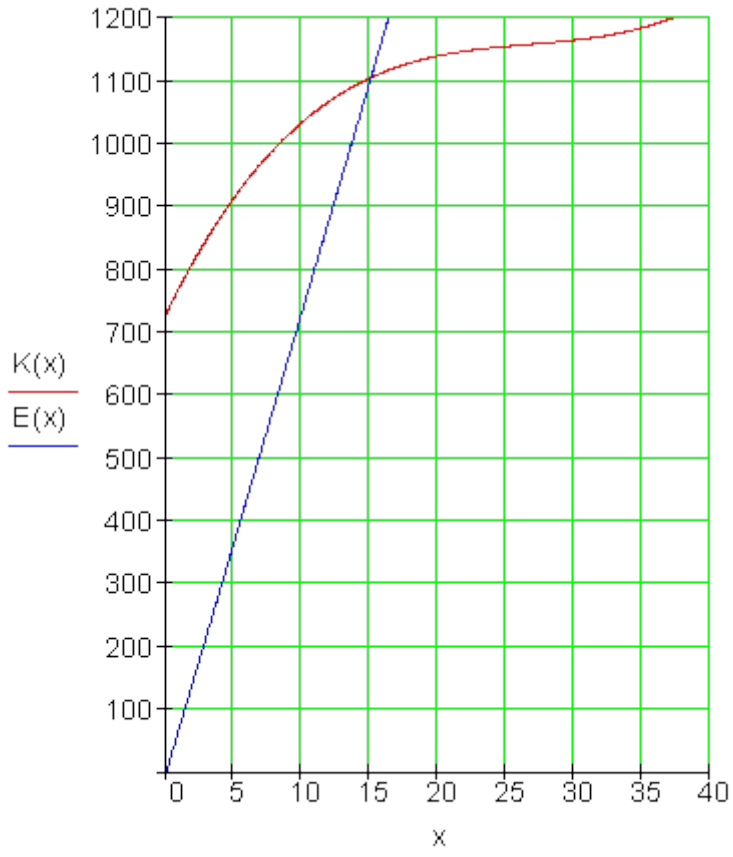
د خرڅلاو تابع:

E(x)=p.xد p سره د د یوې دانې د خرڅلاو قیمت

لږ تر لږه قیمت په یوه دانه:

$$p = \frac{1105}{15} = 73\frac{2}{3} \Rightarrow E(x) = 73\frac{2}{3}x$$

د دانې په سر دخرڅلاو قیمت باید لږتر لږه $73\frac{2}{3}$ € وي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم:

الف- د غونډوسکي ماکسیما یا خورا جګ جګوالی د 3 m ګرافیک څخه لوستل کیدی شي. د وهلټکي څخه لرېوالی نږدې 12 m دی. یوه ټیک شمیرنه لومړی د مشتقشمیرنې سره شوني ده. مور دا اټکل د شمیرنې له لارې ازمایو. د دې لپاره مور د x = 12 په شاوخوا د تابع ارزښتونه ترځیرنې لاندې نیسو.

$$f(11,5) = -\frac{1}{288}\cdot 11,5^3 + \frac{1}{16}\cdot 11,5^2 \approx 2,985$$

$$f(12) = -\frac{1}{288}\cdot 12^3 + \frac{1}{16}\cdot 12^2 = 3$$

$$f(12,5) = -\frac{1}{288}\cdot 12,5^3 + \frac{1}{16}\cdot 12,5^2 \approx 2,894$$

$$f(11,75) = -\frac{1}{288}\cdot 11,75^3 + \frac{1}{16}\cdot 11,75^2 \approx 2,996$$

$$f(12,25) = -\frac{1}{288}\cdot 12,25^3 + \frac{1}{16}\cdot 12,25^2 \approx 2,996$$

مور کړی شو چې انتروالونه تل کوچني کړو او له دې لارې به د 3 ارزښت ته تل نږدې راشو.

ب- غواړو د الوتنې کږې جګوالی د وهلټکي څخه پیدا کړو، ځکه چې دلته د لوبغاړو د دفاع دیوال ولاړ دی.

$$f(9,15) = -\frac{1}{288}\cdot 9,15^3 + \frac{1}{16}\cdot 9,15^2 \approx 2,573$$

غونډوسکه د دفاعدیوال څخه جګ الوزي($2,573\ m > 2\ m$)

پ – د دې لپاره چې د غونډوسکي د لویدو ټکی وټاکو، باید د تابع ګراف صفرټکي وټاکو.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{288}x^3 + \frac{1}{16}x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2\left(-\frac{1}{288}x + \frac{1}{16}\right) = 0 \Rightarrow x_{1/2} = 0$$

$$-\frac{1}{288}x + \frac{1}{16} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{288}x = \frac{1}{16} \Leftrightarrow \underline{\underline{x_3 = 18}}$$

غونډوسکه په 18 m د وهلټکي څخه په لرېوالي په ځمکه لږیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت – غواړو د وهلټکي حخه لریوالی پیداکړو، له کوم چې غونډوسکه 2 m جګوالی لري. له ګرافیک څخه دوه ارزښتونه لوستل کیږي، دا نږدي په 7,50 m او 16 m پراته دي. د غونډوسکي د الوتنې لار له مخې مورږ د 16 m چاپیریال څیړو.

$$f(x)=2 \Leftrightarrow -\frac{1}{288}x^3+\frac{1}{16}x^2=2 \Leftrightarrow -\frac{1}{288}x^3+\frac{1}{16}x^2-2=0$$
$$\Leftrightarrow x^3-18x^2+576=0$$
$$x=16 \Rightarrow 16^3-18\cdot 16^2+576=64>0$$
$$x=15{,}5 \Rightarrow 15{,}5^3-18\cdot 15{,}5^2+576\approx -24<0$$
$$x=15{,}75 \Rightarrow 15{,}75^3-18\cdot 15{,}75^2+576\approx 18>0$$
$$x=15{,}7 \Rightarrow 15{,}7^3-18\cdot 15{,}7^2+576\approx 9>0$$
$$x=15{,}65 \Rightarrow 15{,}65^3-18\cdot 15{,}65^2+576\approx 0{,}4>0$$

د وهلټکي څخه د نږدې 15,65 m په لریوالي غونډوسکه په 2 m جګوالي له ګول څخه اوړي.

دریم:

الف- ژئ تابع د څلورمي درجې ټولراشنل تابع دی، څکه چې دا دوه ډبل صفرځایونه لري: $(x_1 = -4 ; x_2 = 4)$

ب- اینښوونه یا ږدو:

$$\text{Ansatz: } f(x)=a_4(x+4)^2(x-4)^2$$
$$P(0\mid 4): f(0)=a_4(4)^2(-4)^2=4 \Leftrightarrow a_4=\frac{4}{4^4}=\frac{1}{4^3}=\frac{1}{64}$$
$$\Rightarrow f(x)=\frac{1}{64}(x+4)^2(x-4)^2=\underline{\underline{\frac{1}{64}x^4-\frac{1}{2}x^2+4}}$$

پ – د المانې پښتو په ترتیب: دوه یا بیمربع مساوات، کیږده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f\left(\frac{b}{2}\right)=2{,}25 \Leftrightarrow \frac{1}{64}x^4-\frac{1}{2}x^2+4=2{,}25 \Leftrightarrow \frac{1}{64}x^4-\frac{1}{2}x^2+1{,}75=0$$

$$\Leftrightarrow x^4-32x^2+112=0 \text{ biquadratische Gleichung}$$

$$\text{setze } x^2=z: \Rightarrow z^2-32z+112=0 \Rightarrow p=-32;\ q=112 \Rightarrow D=144$$

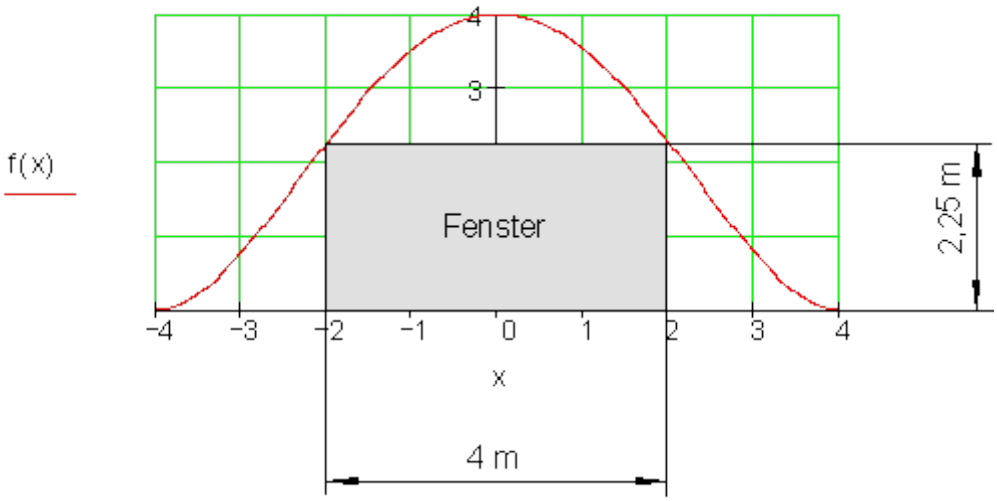
$$z_1=16+\sqrt{144}=16+12=28$$

$$z_2=16-\sqrt{144}=16-12=4$$

$$x^2=z \Rightarrow \begin{matrix} x_1^2=28 \Rightarrow |x_1|=\sqrt{28} \Rightarrow x_{1-1}\approx 5{,}29;\ x_{1-2}\approx -5{,}29 \\ x_2^2=4 \Rightarrow |x_2|=\sqrt{4} \Rightarrow x_{2-1}=2;\ x_{2-2}=-2 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{2}=2\,\text{m}=$$

له دې لاس ته راځي، چې کړکۍ زیات له زیاته 4m سور لري.



ثلورم: الف –

$$\text{Ansatz}: f(x)=a_4x^4+a_2x^2$$

$$P_1\,(60\,|\,360): \quad f(60)=12\,960\,000\,a_4+3\,600a_2=360$$

$$P_2\,(30\,|\,157{,}5): f(30)=810\,000\,a_4+900a_2=157{,}5$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

a_4	a_2		
810000	900	157,5	
12960000	3600	360	$II-16\cdot I$
810000	900	157,5	
0	−10800	−2160	

$$-10800a_2 = -2160 \Leftrightarrow a_2 = \underline{0,2}$$

$$810000a_4 + 900a_2 = 157,5$$

$$\Leftrightarrow a_4 = \frac{157,5 - 180}{810000} = \underline{-\frac{1}{36000}}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{36000}x^4 + \frac{1}{5}x^2}}$$

ب – پښتو: کیږده، د بند تا

$$f\left(\frac{b}{2}\right) = 250 \Leftrightarrow -\frac{1}{36000}x^4 + \frac{1}{5}x^2 = 250 \Leftrightarrow -\frac{1}{36000}x^4 + \frac{1}{5}x^2 - 250 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^4 - 7\,200x^2 + 9\,000\,000 = 0$$

setze $x^2 = z \Rightarrow z^2 - 7\,200z + 9\,000\,000 = 0$

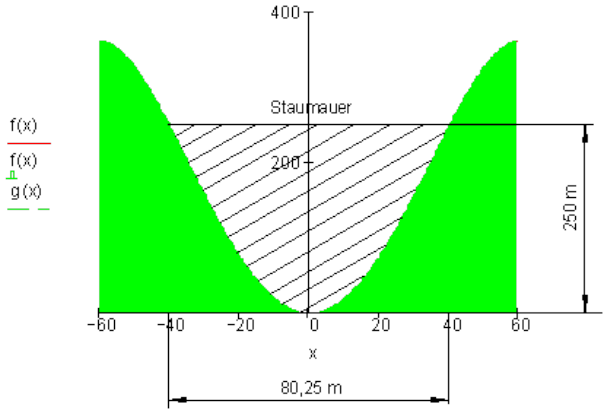
$\Rightarrow p = -7\,200;\ q = 9\,000\,000 \Rightarrow D = 3\,960\,000$

$z_1 = 3\,600 + \sqrt{3\,960\,000} \approx 5\,589,975$

$z_2 = 3\,600 - \sqrt{3\,960\,000} \approx -1610,025$

$$x^2 = z \Rightarrow \begin{cases} x_1^2 = 3\,600 + \sqrt{3\,960\,000} \Rightarrow x_{1-1/2} = \pm\sqrt{3\,600 + \sqrt{3\,960\,000}} \approx \pm 74,766 \\ x_2^2 = 3\,600 - \sqrt{3\,960\,000} \Rightarrow x_{2-1/2} = \pm\sqrt{3\,600 - \sqrt{3\,960\,000}} \approx \pm 40,125 \end{cases}$$

$\frac{b}{2} \approx 40,125\text{ m} \Rightarrow$ Breite der Dammkrone $\underline{\underline{80,25\text{ m}}}$



(c) ketabton.com: The Digital Library

2.18د ټول راشنل توابعو ټولګه

ټولګه :

تابعمساوات

يو تابع f(x) د

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

سره n-مه درجه ټولهوښيار يا –راشنل تابع بلل کيږي.

ګڼونه يا عددونه $a_n ; a_{n-1} ; a_{n-2} ; \ldots . a_2 ; a_1 ; a_0$ ضريبونه بلل کيږي.

سيومتري:

د يوه ټولهوښيار تابع ګراف ټيک هلته محورسيومتريک دی، که تابع مساوات فقط له زياتيد ونو يا د جمعي له اعضاو جوړ وي د جوړه اکسپوننتونو سره يا محور سيومتريک، که د ټولو $x \in D$ لپاره باور ۹۷۶۵-ولري: f(-x)=fx)

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ګراف تلنه

د يوه ټولهوښيار تابع ګراف تلنه د خوراجګ توان سره زياتيدونې يا د جمعې جز له لارې ټاکل کيږي

n ناجوړه يا طاق n جوړه n gerade

تلنه له III و I ته $a_n>0$ تلنه له II و I ته.

تلنه له II و IV ته $a_n<0$ تلنه له III وIV ته.

محور غوڅتکی

د y-محور سره غوڅتکی $P_y(0 \mid y_s)$ شراط : $y_s = f(0)$

دx– محور سره غوڅتکی $P_y(x_s \mid 0)$ صفرځايونه: شرط: $f(x) = 0$ د n درجې يوټول راشنل تابع زيات له زياته n فصرځايونه لري.

که درجه n ناجوړه وي، نو دا لږ تر لږه يو صفرځای لري.

پوښتنې

د ټولګې ازموېينې جمتووالي ته ټواراشنل توابع I

د ټولګې ازموېنې جمتووالي لپاره

لومړي: دا څه معنا لري:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \ ?$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم: دیو ټولراشنل تابع له سیومتري ځخه څه پوهیږئ؟

دریم: دلاندې توابعو سیومتري خویونو باندې یوه ویناوکړې او دا وینا په دلیلونو اباده کړئ.

الف ـ $f(x)=4x^5-2x^3+x$ ب ـ $f(x)=4x^4+2x^2-2$

پ ـ $f(x)=3x^3-x^2+2x-1$ ت ـ $f(x)=4x^5-2x^3+x+1$

څلورم: د څه له لارې د ټولراشنل تابع تلنه ټاکل کیدی شي؟

پنځم: د لاندې توابعو ګرافونه څنګه ځغلي؟الف ـ $f(x)=-4x^3+2x^2+4$

ب ـ $f(x)=2x^4+3x^2-2x+1$

پ ـ $f(x)=2x^5+x^2+3x^2-1$ ت ـ $f(x)=-2x^2+x+1$

شپږم: د ټولراشنل توابعو د صفرځایونو ګنون یا تعداد په هکله څه پوهیږئ؟

اوم: د لاندې توابعو صفرځایونه وشمیرئ او د تابع مساوات د کربنیزو ضریبونو د ضرب یا ځل په څیر انځور کړئ. صفرځایونه له کوم ډول دي(ساده ، ډبل یا دري واره)الف - $f(x)=x^3-6x^2+9x$ ب ـ $f(x)=-4x^3+4x^2+8x$

اتم: د لاندې توابعو صفرځایونه وشمیرئ. د ګراف په تلنه یوه وینا وکړئ. د لویو همداسي د کوچنیو x -ارزښتونو لپاره د تابع ارزښتونه کومې لور ته هحیږي؟

الف ـ $f(x)=x^3-6x^2+9x-2$ $f(x)\to ?\quad \text{für } |x|\to\infty$ ب ـ $f(x)=-x^3-\frac{3}{2}x^2+8x-2$ $f(x)\to ?\quad \text{für } |x|\to\infty$

نهم: د تابع لپاره د هورنر شیما له مخې ارزښتجدول وشمیرئ، صفرځایونه وشمیرئ او ګراف د شونې پولې پورې ټیک وکاږئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 2 \quad D_f = \{x \mid -2,5 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$$

لارښودنه: د پله سور $0,5$ د هورنر شیما لپاره $x : -2,5 ; -2 \ldots 2,5 ; 3$
لسم: د دریمې درجې ټولراشنل تابع ګراف له لاندې ټکو څخه ت یریږي
$P_1(1 \mid 1) ; P_2(2 \mid 0) ; P_3(-2 \mid 4) ; P_4(3 \mid 9)$
الف- د تابعمساوات وټاکئ. ب- د محورغوڅټکي وټاکئ.

د لاندې ارزښتونو لپاره د هورنر شیما سره د تابع ارزښتونه پیدا کړئ.
$x = -1,5 ; x = -0,5 ; x = 0,5 ; x = 1,5 ; x = 2,5$
ت- ټول معلوم ارزښتونه د ارزښت جدول څخه ولیکئ.

ټ- ګراف د $1 = 1\ cm$ یون یا واحد سره وکاږئ.
جګټکی $P_{max}(-1 \mid 9)$ ټیټ ټکی $t\,P_{min}(1,7 \mid -0,5)$
ث- د لوی او کوچني x -ارزښت لپاره دګراف په تلنه یوه وینا وکړئ

(ژ. وینا زما د سم آند یا منطق په درسونو کې وګورئ)

ج- سیمتري راوړنې وکړئ. نتیجې یې مددلې کړئ.

ځوابونه

د تولګې کار لپاره ټولراشنلتوابع I

مفصل خوابونه

لومړی: $f(x)$د n -مې درجې د ټولراشنل تابع انځوروي.

خورا جګ جګګې یا –عدد(اکسپوننت) د تابع درجه ورکوي.

ضریبونه $a_n ; a_{n-1} ; \ldots\ldots a_2 ; a_1 ; a_0$ سړی کوایفسنتونه بولي.
دویم: د یوه ټواراشنل تابع ګراف ټیک هلته محورسیومتریک دی، که د تابع مساوات ټیک له جوړه جګګونو یا اکسپوننتونو څخه جوړ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

یا که باور ولري: f(-x)=f(x) د بیلګې په توګه f(2)=f(-2)

د یوه ټولهوښیار تابع ګراف ټیک هلته ټکی سیومتریک دی، که د تابع مساوات فقط له ناجوړه یا طاقو اکسپوننتونو څخه جوړ وي.

یا که باور ولري: f(-x) = -f(x) ، د بیلګې په توګه f(-3) = -f(3)

دریم:

الف- $f(x) = 4x^5 - 2x^3 + x$ له دې لاس ته راځي: ټکی سیومتریک، ځکه چې ټول اکسپونتونه ناجوړه دي.

ب- $f(x) = 4x^4 + 2x^2 - 2$ له دې لاس ته راځي چې محور سیومتریک دی،، ځکه چې اکسپوننتونه ټول جوړه دي.

پ- $f(x) = 3x^3 - x^2 + 2x - 1$

له دې لاس ته راځي، چې سیومتري نه شته، اکسپوننتونه جوړه او ناجوړه دي.

ت- $f(x) = 4x^5 - 2x^3 + x + 1$

له دې لاس ته راځي، چې سیومتري نه شته، اکسپوننتونه جوړه او ناجوړه دي.

څلورم: د ټولراشنل تابع تلنه د زیاتیدونو یا د جمعې غړو له لارې چې خورا جګ توان ولري ، معلومیږي، یعنې د $a_n x^n$ له لارې.

پنځم: د المانې پښتون: ناجوړه یا طاق، جوړه

الف - $f(x) = -4x^3 + 2x^2 + 4 \quad n = 3\,(\text{ungerade}) \wedge a_n = -4 < 0 \Rightarrow \text{II} - \text{IV}$

ب - $f(x) = 2x^4 + 3x^2 - 2x + 1 \quad n = 4\,(\text{gerade}) \wedge a_n = 2 > 0 \Rightarrow \text{II} - \text{I}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ - $f(x)=2x^5+x^2+3x^2-1 \quad n=5\,(\text{ungerade}) \wedge a_n=2>0 \Rightarrow \underline{\underline{III-I}}$

ت - $f(x)=-2x^2+x+1 \quad n=2\,(\text{gerade}) \wedge a_n=-2<0 \Rightarrow \underline{\underline{III-IV}}$

شپږم: د n –مي درجي يو ټولهوښيار تابع زيات له زياته n صفرځايونه لري. که درجه n ناجوړه وي، نو دا لږ رلږه يو صفرځای لري.

$$f(x)=x^3-6x^2+9x$$

$f(x)=0 \Leftrightarrow x^3-6x^2+9x=0$ ضريب x له نوکانو وباسئ

$$\Leftrightarrow x\left(x^2-6x+9\right)=0 \Rightarrow x_1=0$$

$x^2-6x+9=0$ مربع مساوات

$$p=-6\,;\,q=9 \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=9-9=0$$

$x_{2/3}=-\frac{p}{2}=3$ دبل صفرځای

د کرښيز ضريبونو د ضرب په څير انځورونه

$$f(x)=x(x-3)(x-3)=x(x-3)^2$$

ګراف په $x_1=0$ کې ساده صفرځای لري

دبل صفرځای په $x_{2/3}=3$ کې (لمسټکی)

ب-

$$f(x)=-4x^3+4x^2+8x$$
$$f(x)=0 \Leftrightarrow -4x^3+4x^2+8x=0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ضریب x له نوکانو وباسئ

$$\Leftrightarrow x\left(-4x^2+4x+8\right)=0 \Rightarrow x_1=0$$
$$-4x^2+4x+8=0\,|:(-4)$$

پورته مربع مساوات

د مربعیز مسساواتو نورمال بڼه

$$\Leftrightarrow x^2-x-2=0$$
$$p=-1;\ q=-2 \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{1}{4}+2=\frac{9}{4} \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{9}{4}}=\frac{3}{2}$$
$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \left|\begin{array}{l} x_2=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=2 \\ x_2=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}=-1 \end{array}\right.$$

د ضرب په څیر د کربنیز ضریبونو انځورونه: $f(x)=x(x-2)(x+1)$

ګراف دري ساده صفرځایونه لري په $x_1=0;\ x_2=2$ او په $x_3=-1$

اتم: الف- $f(x)=x^3-6x^2+9x-2$ صفرځایونه

$$f(x)=0 \Leftrightarrow x^3-6x^2+9x-2=0$$

لومړی صفرځای د ازمایښت له لارې

		1	−6	9	−2
x = 1	↓	1	−5	4	
		1	−5	4	2 keine NS für x = 1
		1	−6	9	−2
x = 2	↓	2	−8	2	
		1	−4	1	0 NS für $x_1 = 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پورته پښتو: د ... لپاره صفرځای نه شته، د ... لپاره صفرځای

د پولینوم وېش سره د درجې راتیټون

$$\begin{array}{r} \left(x^3-6x^2+9x-2\right):(x-2)=x^2-4x+1 \\ \underline{-\left(x^3-2x^2\right)} \\ -4x^2+9x \\ \underline{-\left(-4x^2+8x\right)} \\ x-2 \\ \underline{-(x-2)} \end{array}$$

$$x^2-4x+1=0 \qquad p=-4\,;\ q=1 \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=4-1=3 \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{3}$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2=2+\sqrt{3} \\ x_3=2-\sqrt{3} \end{array} \right.$$

صفرځایونه: $x_1=2\,;\ x_2=2+\sqrt{3}\,;\ x_3=2-\sqrt{3}$

د ګراف تلنه: له $I\to III$

تابع ارزښتونه:

د $x\to-\infty$ لپاره لرو $f(x)\to-\infty$

د $x\to\infty$ لپاره لرو $f(x)\to\infty$

ب- $f(x)=-x^3-\frac{3}{2}x^2+8x-2$ صفرځایونه $f(x)=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی صفرځای د ازمایښت له لارې

		1	3/2	−8	2
x = 1	↓		1	5/2	−11/2
		1	5/2	−11/2	−7/2	keine NS für x = 1
		1	3/2	−8	2
x = 2	↓		2	7	−2
		1	7/2	−1	0	NS für $x_1 = 2$

د پورته پښتو: د ... لپاره صفرځای نه شته، د ... لپاره صفرځای

دپولینوم په راکمې شوې درجې

$$\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-8x+2\right):(x-2)=x^2+\frac{7}{2}x-1$$

$$\underline{-\left(x^3-2x^2\right)}$$

$$\frac{7}{2}x^2-8x$$

$$\underline{-\left(\frac{7}{2}x^2-7x\right)}$$

$$-x+2$$

$$\underline{-(-x+2)}$$

$$x^2+\frac{7}{2}x-1=0 \qquad p=\frac{7}{2};\ q=-1\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{49}{16}+1=\frac{65}{16}\Rightarrow\sqrt{D}=\sqrt{\frac{65}{16}}$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \left|\begin{array}{l} x_2=-\frac{7}{4}+\sqrt{\frac{65}{16}} \\ x_3=-\frac{7}{4}-\sqrt{\frac{65}{16}} \end{array}\right.$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

صفرځایونه: $x_1 = 2 ; x_2 = -\frac{7}{4} + \sqrt{\frac{65}{16}} ; x_3 = -\frac{7}{4} - \sqrt{\frac{65}{16}}$

د ګراف تلنه: له $II \to IV$

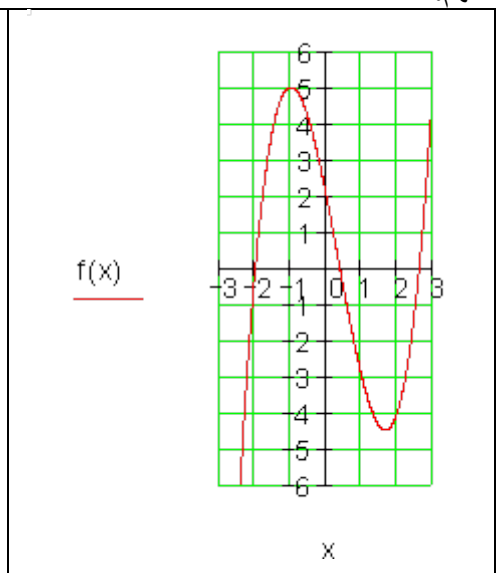
تابع ارزښتونه:

د $x \to -\infty$ ؛ لپاره لرو $f(x) \to -\infty$

د $x \to \infty$ لپاره لرو $f(x) \to \infty$

نهم:

x =	f(x) =
-2.5	-7.375
-2	0
-1.5	3.875
-1	5
-0.5	4.125
0	2
0.5	-0.625
1	-3
1.5	-4.375
2	-4
2.5	-1.125
3	5



صفرځایونه: $x_1 = -2 ; x_2 = \frac{3}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}} \approx 2,62 ; x_3 = \frac{3}{2} - \sqrt{\frac{5}{4}} \approx 0,38$

لسم:

الف- د دریمي درجې ټولراشنل تابع د تابع مساوات دی:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مساواتسیستم د ورکړشوی ټکي لپاره لیکل کیږي.

$$\begin{array}{lll|rcrcrcrcr} P_1(1|1): & f(1) & = & 1a_3 & & +1a_2 & & +1a_1 & & +1a_0 & = & 1 \\ P_2(2|0): & f(2) & = & 8a_3 & & +4a_2 & & +2a_1 & & +1a_0 & = & 0 \\ P_3(-2|4): & f(-2) & = & -8a_3 & & +4a_2 & & -2a_1 & & +1a_0 & = & 4 \\ P_4(3|9): & f(3) & = & 27a_3 & & +9a_2 & & +3a_1 & & +1a_0 & = & 9 \end{array}$$

د بیرته په څټ اینوني سره د ضریبونو ټاکل

$$5a_3 = 5 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$$

$$a_2 + a_3 = 0$$
$$\Leftrightarrow a_2 + 1 = 0 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -1}$$

$$a_1 + 3a_2 + 7a_3 = -1$$
$$\Leftrightarrow a_1 - 3 + 7 = -1 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -5}$$

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 1$$
$$\Leftrightarrow a_0 - 5 - 1 + 1 = 1 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 6}$$

تابع مساوات:

$$\underline{\underline{f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6}}$$

د مسواتسیستم څواب د ګاوس-الګوریتم سره

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	1	
1	2	4	8	0	II − I
1	−2	4	−8	4	III − I
1	3	9	27	9	IV − I
1	1	1	1	1	
0	1	3	7	−1	
0	−3	3	−9	3	| : 3
0	2	8	26	8	| : 2
1	1	1	1	1	
0	1	3	7	−1	
0	−1	1	−3	1	III + II
0	1	4	13	4	IV − II
1	1	1	1	1	
0	1	3	7	−1	
0	0	4	4	0	| : 4
0	0	1	6	5	
1	1	1	1	1	
0	1	3	7	−1	
0	0	1	1	0	
0	0	1	6	5	IV − III

(c) ketabton.com: The Digital Library

1	1	1	1	1
0	1	3	7	−1
0	0	1	1	0
0	0	0	5	5

ب- د $f(x)=x^3-x^2-5x+6$ محورغوڅټکي

$\underline{P_y(0|6)}$ د تابعمساوات څخه لوستل کيږي

$\underline{\underline{P_2(2|0)\Rightarrow P_{x1}(2|0)}}$ لومړی صفرځای له

پولينوموښ

$$\left(x^3-x^2-5x+6\right):(x-2)=x^2+x-3$$

$$\underline{-\left(x^3-2x^2\right)}$$

$$x^2-5x$$

$$\underline{-\left(x^2-2x\right)}$$

$$-3x+6$$

$$\underline{-(-3x+6)}$$

$$x^2+x-3=0$$

$$p=1;\ q=-3\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{1}{4}+\frac{12}{4}=\frac{13}{4}\Rightarrow\sqrt{D}=\sqrt{\frac{13}{4}}$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad\left|\begin{array}{l}x_2=-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}}\approx 1{,}303\\ x_3=-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}}\approx -2{,}303\end{array}\right.$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د x-محور سره غوڅټکی:

$$P_{x1}(2|0);\ P_{x2}\left(-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}}\,|\,0\right);\ P_{x3}\left(-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}}\,|\,0\right)$$

پ- د لاندې تابع ارزښتونه د هورنر-شیما سره وټاکئ

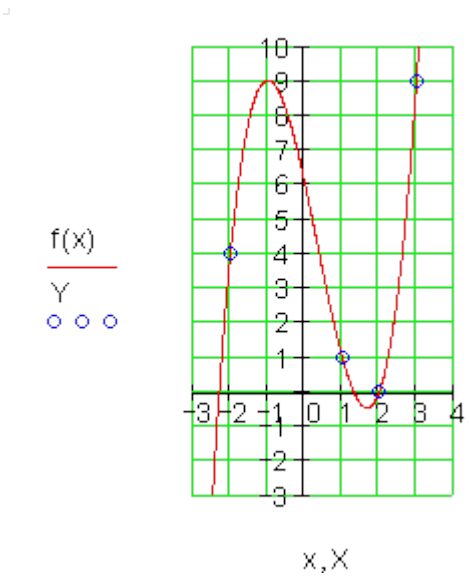
$x=-1,5;\ x=-0,5;\ x=0,5;\ x=1,5;\ x=2,5$

$x=-3/2$	1	−1	−5	6	
	↓	−3/2	15/4	15/8	
	1	−5/2	−5/4	63/8	$=f(-1,5)\approx 7,9$
$x=-1/2$	1	−1	−5	6	
	↓	−1/2	3/4	17/8	
	1	−3/2	−17/4	65/8	$=f(-0,5)\approx 8,1$
$x=1/2$	1	−1	−5	6	
	↓	1/2	−1/4	−21/8	
	1	−1/2	−21/4	27/8	$=f(0,5)\approx 3,4$
$x=3/2$	1	−1	−5	6	
	↓	3/2	3/4	−51/8	
	1	1/2	−17/4	−3/8	$=f(1,5)\approx -0,4$
$x=5/2$	1	−1	−5	6	
	↓	5/2	15/4	25/8	
	1	3/2	−5/4	23/8	$=f(2,5)\approx 2,9$

ت-

x	−2,3	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,3	1,5	1,7	2	2,5
f(x)	0	4	7,9	9	8,1	6	3,4	1	0	−0,4	−0,5	0	2,9
	P_{x3}	P_3		P_{max}		P_y		P_1	P_{x2}		P_{min}	P_{x1}	

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ- 	ث- ګراف له III او I ته ځغلي ج- سیومتري نه شته، ځکه چې هم جوړه یا حفت او هم ناجوړه یا طاق اکسپوننت مخ ته لرو خوراجګټکی $P_{Max}(-1\mid 9)$ خورا ټیټټکی $P_{Min}(1{,}7\mid -0{,}5)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.19 د ټول ربښتيا توابعو تکرار

تعريف:

تعريف: يو تابع f(x)د

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

سره د n–مې درجې ټولربښتيا يا ټولراشنل تابع بلل کيږي.

عددونه $a_n ; a_{n-1} ; a_{n-2} ; \ldots . a_2 ; a_1 ; a_0$ ضريبونه بلل کيږي.

بيلګه:

$$f(x) = 3x^3 - 2x^2 + x - 7 \qquad \text{(3. Grades)}$$
$$f(x) = -2x^4 + 5x^3 - 3x^2 - 7x + 5 \qquad \text{(4. Grades)}$$

د ګراف تلنه:

جمله: د ټول راشنل تابع د ګراف تلنه د زياتيدونکو يا جمعه اجزاوو د خورا جګ توان له لارې ټاکل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ناجوړه يا طاق n ungerade جوړه n gerade

ته III و I تلنه له ته IIاو Iتلنه له $a_n>0$

ته IV تلنه له II و ته. ته III او IV تلنه له $a_n<0$

بيلګه:(لاندط الماني په ترتيب: ناجوړهو جوړهو ناجوړه)

$f(x) = 4x^3 + 2x^2 - 7$ $n = 3\ (\text{ungerade}) \wedge a_n = 4 > 0 \Rightarrow \underline{\underline{III - I}}$

$f(x) = -2x^4 + 3x^2 - 4x + 7$ $n = 4\ (\text{gerade}) \wedge a_n = -2 < 0 \Rightarrow \underline{\underline{III - IV}}$

$f(x) = -5x^5 + 2x^4 + 9$ $n = 5\ (\text{ungerade}) \wedge a_n = -5 < 0 \Rightarrow \underline{\underline{II - IV}}$

سيومتري:

پام: د يوه ټول هوښيارتابع ګراف ټيک هلته محورسيومتريک دی، که د تابع مساوات د جوړه جګګن(اکسپوننت) څخه جوړ وي.

محورسيومتري که د ټول $x \in D$ لپاره باور ولري: $f(-x) = f(x)$

سيومتري:

پام: د يوه ټول هوښيارتابع ګراف ټيک هلته ټکی سيومتريک دی، که د تابع مساوات د نا جوړه جګګن(اکسپوننت) څخه جوړ وي.

ټکی سيومتري که د ټوی x€D لپاره f(-x)=-f(x)باور ولري.

يادونه:

د محور سيومتريک لاندې تل د y محور سره سيمتري پوخيږو.

ټکی سيومترک که د کواوردينات پيل – سرچيني ټکي سره سيومتريک وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

Achsenschnittpunkte محور غوڅټکی

د y– محور سره غوڅټکی : $P_y(0 \mid y_s)$ شرط: $y_s = f(0)$

بيلګه:

$$f(x) = 3x^4 - 2x^2 - 3 \Rightarrow f(0) = 3 \cdot 0^4 - 2 \cdot 0^2 - 3 = 0 - 0 - 3 = -3$$
$$\Rightarrow P_y(0 \mid -3) \text{ oder } P_y(0 \mid f(0))$$

له دې لاس ته راځي يا

د P_y د y–کواوردينات تل د a_0 ضريب سره کتمټ دي.

دا تلل د تابع مساوات څخه لوستل کيدی شي.

دx –محور سره غوڅټکی : $P_y(x_s \mid 0)$ صفرځای: شرط: $f(x) = 0$

جمله: د درجې ټولربښتيا – يا راشنل تابع زيات له زيات صفرځايونه لري. که د ورجه ناجوړه يا طاق وي، نو نو دا لږ ترلږه يو صفرځای لري.

د صفرځای شميرنې ته تلنلار

د ضريبونو تلنلار

$f(x)=2x^3-2x^2-4x=0$ ضريب x کيدی شي له نوکانو دباندې وليکل شي

$\Leftrightarrow x(x^2-2x-4)=0 \Rightarrow x1=0$ او په نوکانو افاده يا وييئه صفر ده

$\Rightarrow 2x^2-2x-4=0$

يومربع مساوات دی د $x_2 = -1 \; x_3 = 2$ سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

حلډېرئ په توګه ليکل شوي =>L={0;-1;2}

$\Rightarrow \underline{\underline{P_{x_1}(0|0);P_{x_2}(-1|0);P_{x_3}(2|0)}}$ د x محور سره د غوڅټکي کواوردیناتونه

$$f(x) = \underbrace{(x+1)(x-2)x}_{\text{Produkt aus Linearfaktoren}} \Leftrightarrow f(x) = 2x^3 - 2x^2 - 4x$$

Substitutionsverfahren د بدلون تلنلار

$f(x) = x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ دوه مربع (دوه څلوري) مساوات

بدلون:$x^2=z$

$$\Rightarrow f(z) = z^2 - 13z + 36 = 0 \quad \Rightarrow z_1 = 9 \text{ und } z_2 = 4$$

د بدلون بیرته ګرځونه:

$$x^2 = z_1 = 9 \text{ und } x^2 = z_2 = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1 = 3 \quad x_2 = -3 \quad x_3 = 2 \quad x_4 = -2 \quad \Rightarrow L = \{3, -3; 2;$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P_{x_1}(3|0);P_{x_2}(-3|0);P_{x_3}(2|0);P_{x_4}(-2|0)}}$$

$$f(x) = \underbrace{(x-3)(x+3)(x-2)(x+2)}_{\text{Produkt aus Linearfaktoren}} \Leftrightarrow f(x) = x^4 - 13x^2 + 36$$

د پورته الماني پښتو:د کربنیز ضریبونو ضرب

(c) ketabton.com: The Digital Library

Polynomdivision پولینوموېش:

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 4x - 12$$
$$f(2) = 8 + 12 - 8 - 12 = 0 \Rightarrow \underline{x_1 = 2}\ i$$

صفرځای د ازماېښت له لارې پیدا شوی

پولینوموېش:

$$\left(x^3 + 3x^2 - 4x - 12\right) : (x - 2) = x^2 + 5x + 6$$
$$\underline{-\left(x^3 - 2x^2\right)}$$
$$5x^2 - 4x$$
$$\underline{-\left(5x^2 - 10x\right)}$$
$$6x - 12$$
$$\underline{-(6x - 12)}$$
$$0$$

اوس باید فقط مربع مساوات $x^2+5x+6=0$ حل شي

$$p = 5 \quad q = 6 \Rightarrow D = 2{,}5^2 - 6 = 6{,}25 - 6 = 0{,}25$$
$$x_{2/3} = -2{,}5 \pm \sqrt{0{,}25} = -2{,}5 \pm 0{,}5$$
$$x_2 = -2 \quad x_3 = -3$$

$$\Rightarrow L = \{2; -2; -3\} \Rightarrow P_{x_1}(2\,|\,0); P_{x_2}(-2\,|\,0); P_{x_3}(-3\,|\,0) \qquad f((x)) = \underline{(x - 2)(x + 2)(x + 3)}$$

هورنر:

	1	3	-4	12
$x_1 = 2$ ↓		2	+10	+12
	1	5	6	0

$$\Rightarrow 1x^2 - 5x + 6 = 0$$

گراف کښنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

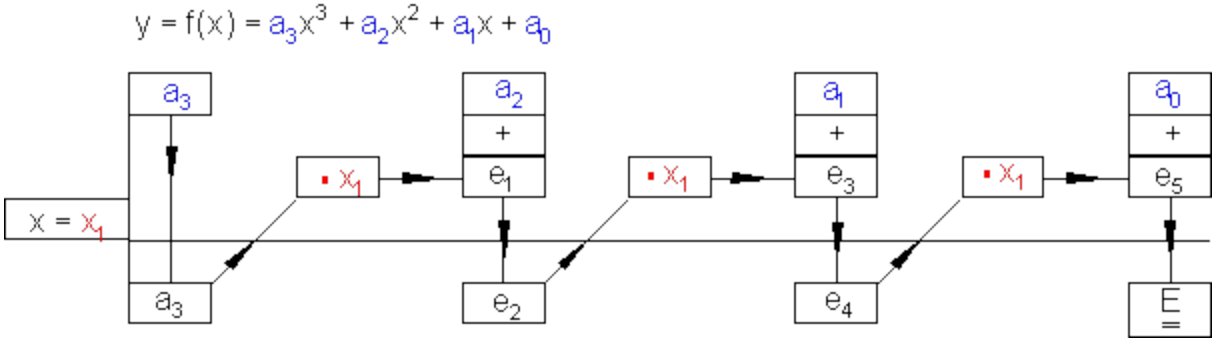
د دې لپاره چې د يوه ټول راشنل تابع ګراف وکښلی شو، يوه ارزښت جدول او محور غوڅټکو ته

ته اړتيا لرو .

ارزښت جدول:

يو امکان د ارزښت جدول لاس ته راوړو لپاره په دې کې پروت دی، چې ټول اړين تابع ارزښتونه د جبشميري سره وشميرو. يو بل، خوراه ساده متود يا لار د هورنر شيما Hornerschema راکوي.

په لاندې اصولو سره د هورنر شيما ګرافيکي انځور شوي ده.



بيلګه:

د هورنر شيما د ت ابع$f(x)= x^3-x^2-11x+3$ د تابع ارزښت د ټاکلو ته

د $D = \{x \mid -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$ لپاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هورنر شيما د د تابع د تابع ارزښتوو ټاکلو ته

$f(x) = x^3 - x^2 - 11x + 3$ für $D = \{x \mid -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

د y محور سره غوڅټکی

f(0)=3

د تابع تلنه له I و II ته يا ترمنځ

دشيما څخه پيژنو:

صفرځای په x=-3 کې f(-3)=0 ;

جګټکی د [-2;-1] ترمنځ

د صفر له لارې تلنه د [0;1] ترمنځ

ټيټټکی د [2;3] ترمځ

د صفر له لارې تلنه د [3;4] ترمنځ.

	1	−1	−11	3	
x = −4		−4	+20	−36	
	1	−5	9	−33	⇒ f(−4) = −33
	1	−1	−11	3	
x = −3		−3	+12	−3	
	1	−4	1	0	⇒ f(−3) = 0 Nullstelle
	1	−1	−11	3	
x = −2		−2	+6	+10	
	1	−3	−5	13	⇒ f(−2) = 13
	1	−1	−11	3	
x = −1		−1	+2	+9	Hochpunkt
	1	−2	−9	12	⇒ f(−1) = 12
	1	−1	−11	3	Nulldurchgang
x = 1		+1	0	−11	
	1	0	−11	−8	⇒ f(1) = −8
	1	−1	−11	3	
x = 2		+2	+2	−18	
	1	1	−9	−15	⇒ f(2) = −15
	1	−1	−11	3	Tiefpunkt
x = 3		+3	+6	−15	
	1	2	−5	−12	f(3) = −12
	1	−1	−11	3	Nulldurchgang
x = 4		+4	+12	+4	
	1	3	1	7	f(x) = 7

ارزښت جدوول

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
f(x)	−33	0	13	12	3	−8	−15	−12	7

(c) ketabton.com: The Digital Library

د صفرځايونو شميرنه:

$f(x) = x^3 - x^2 - 11x + 3 = 0$ د $x_1 = -3$ سره د معلوم صفرځاي په ځير

له دې لاس ته راځي: پولينوم وېش:

$$\left(x^3 - x^2 - 11x + 3\right) : (x + 3) = x^2 - 4x + 1$$
$$x^2 - 4x + 1 = 0 \quad p = -4 \quad q = 1$$
$$x_{2/3} = 2 \pm \sqrt{3}$$
$$x_2 = 2 + \sqrt{3} \approx 3,73 \qquad x_3 = 2 - \sqrt{3} \approx 0,27$$

د صفرځايونو شميرنه:

$f(x) = x^3 - x^2 - 11x + 3 = 0$ د $x_1 = -3$: سره معلوم صفرځايونه

له دې لاس ته راځي د پولينوم ويش:

$$\left(x^3 - x^2 - 11x + 3\right) : (x + 3) = x^2 - 4x + 1$$
$$x^2 - 4x + 1 = 0 \quad p = -4 \quad q = 1$$
$$x_{2/3} = 2 \pm \sqrt{3}$$
$$x_2 = 2 + \sqrt{3} \approx 3,73 \qquad x_3 = 2 - \sqrt{3} \approx 0,27$$

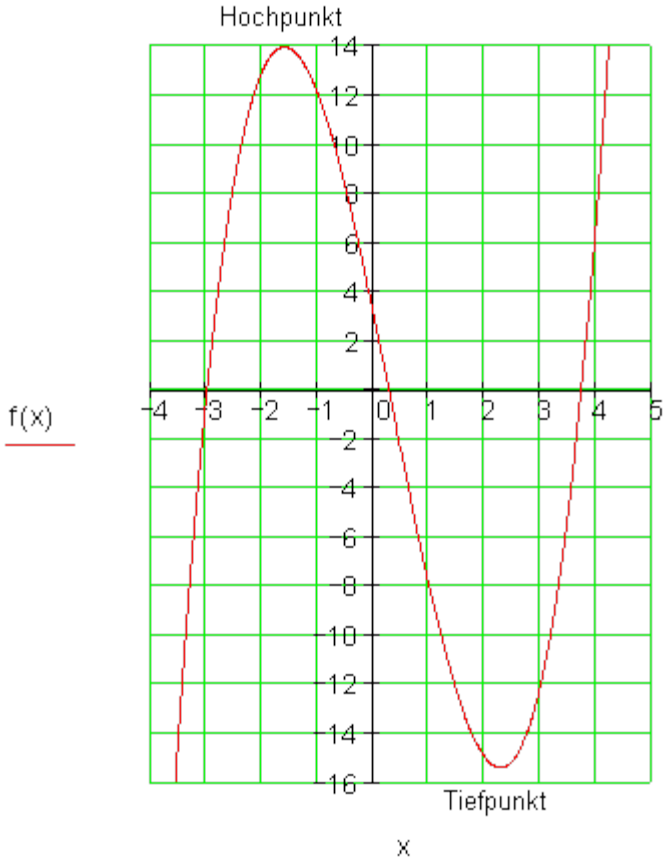
ارزښت جدول:

x	-4	-3	-2	-1	0	0,27	1	2	3	3,73	4
f(x)	-33	0	13	12	3	0	-8	-15	-12	0	7

اوس د ټولو معلومو داتا سره کيدی شي د تابع ګراف وکښل شي

(c) ketabton.com: The Digital Library

جګټکی



سره له دې هغه څه چې موږ تراوسه نه شو ټاکلی، د ګراف جګټکی او ټیټ ټکی دي. د دې لپاره په وروسته برخو کې دفرنځیالمیرنې ته اړتیا ده.

تابع مساوات و لیکئ

بیلګه: د یوه دریمې درجې ټول ربنتونې یا راشنل تابع لپاره.

د څلور ټکو کواوردینات یا پروت ولاړ سیستم، چې د تابع ګراف باندې باید پراته وي، لکه چې تري لرو له مخه ورکړ شوي دي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_1(-1|2); P_2(2|-1); P_3(-3|44); P_4(1|0)$$

لومړی د ورکړ شوو ټکو لپاره مساواتسیستم لیکل کیږي

$$\begin{array}{l|rcrrrrrr} P_1(-1|2): & f(-1) & = & -1a_3 & +1a_2 & -1a_1 & +1a_0 & = & 2 \\ P_2(2|-1): & f((2)) & = & 8a_3 & +4a_2 & +2a_1 & +1a_0 & = & -1 \\ P_3(-3|44): & f(-3) & = & -27a_3 & +9a_2 & -3a_1 & +1a_0 & = & 44 \\ P_4(1|0): & f(1) & = & 1a_3 & +1a_2 & +1a_1 & +1a_0 & = & 0 \end{array}$$

د مساوات سیستم حل د ګاوس الګوریتم سره مو ضریبونو ته لاربښودوي:

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	−1	1	−1	2	
1	2	4	8	−1	II −I
1	−3	9	−27	44	III −I
1	1	1	1	0	IV −I

$$a_3 = -1, a_2 = 2, a_1 = 0, a_0 = -1$$

او له دې سره تابع مساوات ته:

$$f(x) = -x^3 + 2x^2 - 1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.16-د وکتور شمیرنې بنسټیزې کلمې

وکتور او سکالار:

په طبیعت او تخنیک کې رامنځ ته کیدونکې لویې د یوه کره شوي کچیوونونو یا اندازه واحدونو سره د یوه کچګڼ یا اندازه عدد له لارې پوره یا مکمل ټاکل شوي د بیلګې په توګه داسې لویې دي:

اوږدوالی، کتله، کار، انرژي، وخت، تودوخي او پوتنځیال. داسې لویې کیدی شي په یوه سکالا (شمیرپ,هنیزې لویې، چې د ګڼون ارزښت سره کره ټاکلې ده) انځور شي او له دې امله سکالارې لویې یا سکالار بلل کیږي.

لویې، چې د هغو ټاکلو ته له سکالار برسیره یا د سکالار ترڅنګ لور هم اړتیا ولري ، دا وکتوری لویې یا وکتورونه بلل کیږي. چټکتیا یا سرعت او بیړه یا تعجیل داسې لویې دي.

وکتورونه د غشو سره انځوریږي. د غشو اوږدوالی ارزښت ټاکي او د غشي لور د وکتور لور ښایي. وکتور د سکالار سره پر پرتله یوه لوړیزه لویه ده.

ازاد وکتورونه، کرښه ترلې وکتورونه او ځایترلي وکتورونه سره توپیر کیږي.

د یوه ازادوکتور غوره خوي دی، چې اغیز کرښې سره او د ځان سره غبرګ هرې لور ته په فضا کې وړل کیدی شي. د برابر اوږدوالي او برابرې لورې وکتورونه یو بل سره برابر یا مساوي دي.

$\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ und $\overrightarrow{CD} = \vec{b}$

$\overrightarrow{AB} = |\vec{a}| = a$

$\overrightarrow{CD} = |\vec{b}| = b$

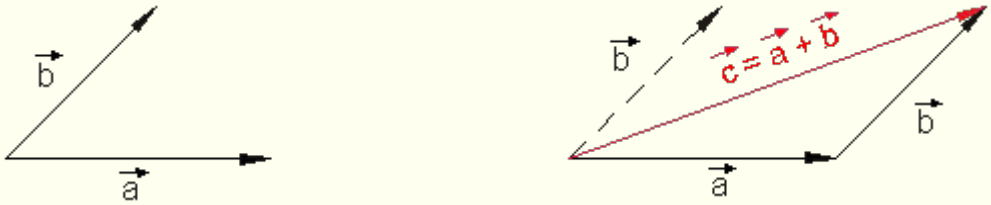
(c) ketabton.com: The Digital Library

قوه یا زور چې په یوه تن برید کوي، یو کرښه ټرلی وکتور انځوروي. داکړی شي د خپل برید کرښې په خوښه یوورډل شي یا راکښل شي، مګ ده ته غبرګ نه.
یوځای ټرلی وکتور، چې ځایوکتور هم بلل کیږي یو کره ټاکلی برید ټکی لري او راکښل کیدی نه شي.

د وکتورونو زیاتون یا جمع
که یو وکتورb و وکتور a سره زیات کړو، په دې معنا چې وکتورb د ځان سره داسې غبرګ یا موازي راکښل شي، چې پیل ټکی یې د وکتور a په پای ټکي پریوځي.
یادونه: زه د وکتورونو په سر د وکتورنخښه یعني غشي نخښه نهشم باسلیو دا به راته ګران لوستونکي وبښي(ژباړي).
د وکتور a د پیل ټکي ټرل د وکتور b د پای ټکي سره وکتور c ورکوي او د دې لپاره لیکو:

$$\boxed{\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}}$$

د دوه وکتورونو زیاتون یا جمع



د دوه وکتورونو د جمعې یا زیاتون لپاره د بدلون یا کموتاتیو قانون صدق کوي یا باور لري

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$$

د دري وکتورونو د زیاتو سره اړین نه دئ، چې دا دي په یوه سطحه کې پراته وید له دي دري وکتورونو یې هر یو یوه په فضا کې لوریزه کرښه ده دا دري وکتورونهګړی شي په فضا کې یو جوړښت وغزوي. اسوځیاتیو قانون باور لري:

$$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$

دوه ارزښت برار وکتورونه د مخامخ ایښول شوي لور سره په فضا کې مخامخ لوریز یو بل سره معکوس یا په څټ وکتورونه بلل کیږي. که سره زیات یا جمع شیو نو د

(c) ketabton.com: The Digital Library

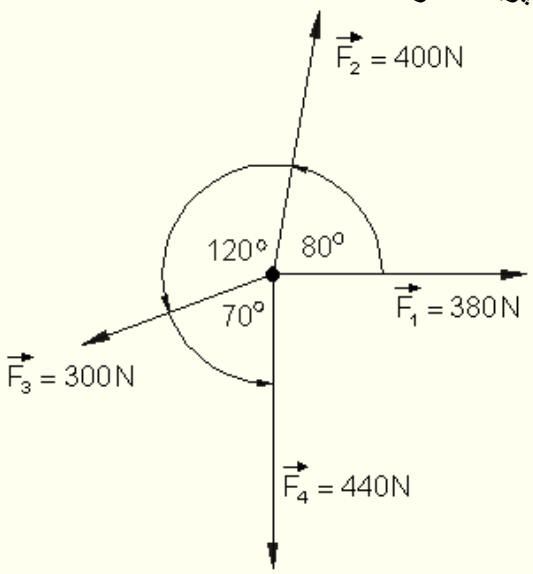
زیاتون یا جمعي په حیث یو وکتور لاس ته راوړو، چې د هغه پیل ټکي د موخې ټکي سره یوځای پریوځي.
دا چې د ې جمعي وکتور ارزښت صفر دی، دا صفروکتور بلل کیږي. دا ټاکلې لور نه لري.

د وکتورونو کمون یا تفریق
د دوه وکتورونو کمون یا تفریق
د وکتور کمون کیدی شي بیرته د وکتور پهزیاتون یا جمع واړول شي.
یو وکتور کمیږي یا تفریقیږي،که د دې مخامخ وکتور جمع شي

د کارونې یا استعمال بیلګه:

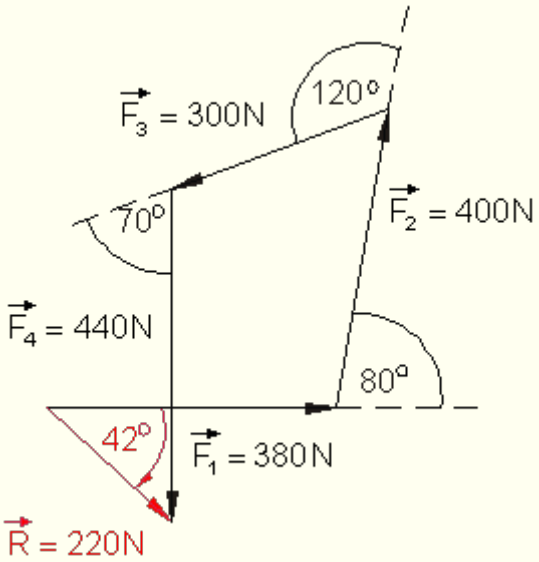
بیلګه ۱ :
د وکتور جمع رسمیزه.
دیوه برقوښنې متّ باندې پهیوه ټکي څلور قوې برید کوي، چې په یوه سطحه دې پرتې وي. رسمیز د دې وکتور لور او ارزښت وټاکل شي. د رسمکچې یا د کچونې اله یا د کچونې لرګی(؟):1 cm د 100 N سره برابر دی.

پوښتنه کونه:



رسمیز حل:

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$$

$$\Rightarrow \left|\vec{R}\right| = 220N \text{ und } \sphericalangle\left(\vec{F}_1, \vec{R}\right) = -42^0$$

د لاس ته راغلي ارزښت 220 N دی. دا په دې معنا، چې د وېشونې په مټه یو لاس ته راوړي قوه د 220 N اغیز کوي.

نسبت $\vec{F}_1$ اغیزلور -42^0 یا 318^0 دی

یادونه:

د ساعت څرغون په مخامخ یا معکوس (کین راتاو) د نسبت کرښې څخه په وتو مثبت ګڼل کیږي، د ساعت څرخون په لور (ښي راتاو) د دې په عکس منفي.

رسمیز حل یاځي نږدې حل دی. داټیک دومره ټیک دی، چې څنګه رسم کیدی شي.

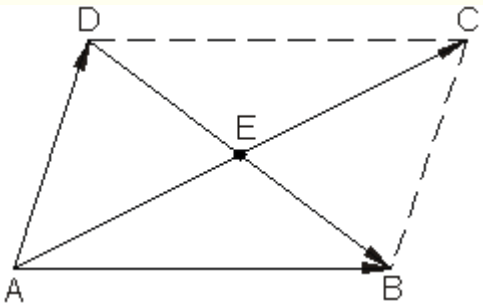
یو شمیرنیز حل ، چې دا به وروسته تر څیړنې ونیول شي یو ټیک حل راکوي:

$$\left|\vec{R}\right| = 224,009N \text{ und } \sphericalangle\left(\vec{F}_1, \vec{R}\right) = -41,585^0$$

بیلګه ۲:

غوښتنه د کرښې DB د نیمونکي ټکي Eواټن دی له ټکيAڅخه، که B د وکتور AB پای ټکی اوD د وکتور AD پای ټکی وي او وکتورونه AB او AD له ټکي A ووځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



حل:

$$\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{AB}\Leftrightarrow\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}$$

دا چې‌ټک E د کربنې DB نیمونکی دی، باور لري:

$$\overrightarrow{DE}=\frac{\overrightarrow{DB}}{2}=\frac{\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}}{2}$$

$$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{AD}+\frac{\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}}{2}=\frac{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}}{2}$$

دوکتور AB لپاره نو باور لري

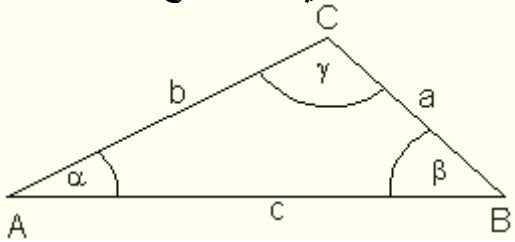
$$\overline{AE}=\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right|$$

د کربنې AE لپاره باور لري:

دا چې $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$ دی، باید E د کربنې ACنیمونکی ټکی هم وي.
له دې سره مو وښوول، چې په غبرګ اړخیز کې دوه کونجټړې(قطرونه) د هغو د غوڅټکي له لارې نیمیږي.

د ساین او کوساین جمله د وکتور شمیرنې لپاره مرستندوی ماوډ
تر اوسه مو وکتورونه رسمیز سره جمعه کول. د رسمیزو حلونه تل دقیق نه دي،

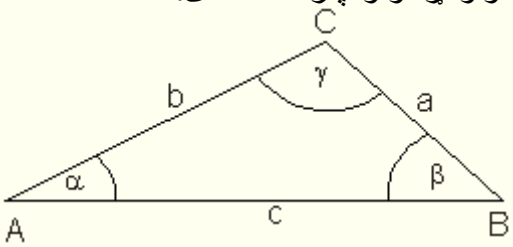
دکوساین جمله:
په هر درېګوډي یا مثلث کې کیدی شي د یوه اړخ مربع(څلورئ) له دواړو نورو اړخونو او له دوي رابند کونج څخه وشمیرل شي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos(\alpha)$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos(\beta)$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\gamma)$$

د ساین جمله؛
په هر مثلث یا درېګوډي کي د اړخونو د اودوالي د تناسب نسبت و مخامخ کونج ته د ټولو اړخونو لپاره همغه دی.



$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$$

د ساین او کوساین جملو ته تمرینونه:

دوه قوې $\vec{F_1}$ او $\vec{F_2}$ د $|\vec{F_1}| = F_1 = 60N$ او $|\vec{F_2}| = F_2 = 40N$ سره یو د $\alpha = 50^0$ کونج رابندوي .

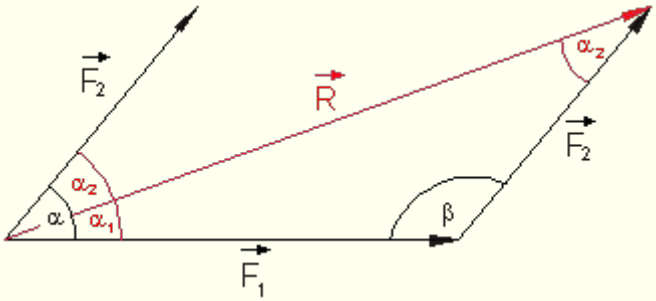
دا د نتیجې قوه $\vec{R}$ څومره لویه ده؟ $\vec{R}$ د $\vec{F_1}$ همداسې د $\vec{F_2}$ سره کوم کونج جوړوي.

$$\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} \quad \measuredangle(\vec{F_1}, \vec{F_2}) \text{ ist } \alpha = 50^0$$
$$\beta = 180^0 - 50^0 = 130^0$$

د کوساین جملې له مخه باور لري:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos(\beta)}$$
$$= \sqrt{\left(60^2 + 40^2 - 2 \cdot 60 \cdot 40 \cdot \cos\left(130^0\right)\right) N^2}$$
$$\approx 91{,}024N$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



د سان جملي پسي يا په تعقيب باور لري:

$$\frac{R}{F_2} = \frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha_1)} \Leftrightarrow \sin(\alpha_1) = \frac{F_2}{R} \cdot \sin(\beta)$$

$$\sin(\alpha_1) = \frac{40}{91{,}024} \cdot \sin(130^0) \approx 0{,}337$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = \arcsin(0{,}337) \approx 19{,}672^0$$

له R او F1 رابند کونج دی.

دا چې α_1 او α_2 ځانونه $\alpha = 50^0$ ته پوره کوي، نو د F2 اوR تر منځ کونج کيږي

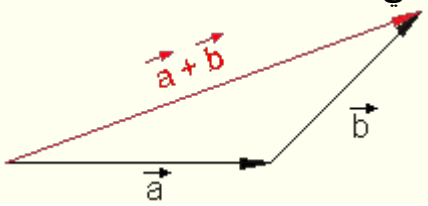
$$\alpha_2 = 50^0 - \alpha_1 = 50^0 - 19{,}672^0 \approx 30{,}328^0$$

ټولګه:

لومړی: يو وکتور په فضا کې يوه لوريزه، اوريتي شوې کرښه ده؟

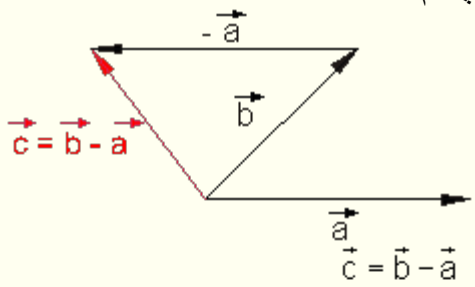
دويم: وکتورونه برابر دي، که دوي په ارزښت او لور کې سره برابر وي يا يو پهبل پريوځي.

دريم:دوه وکتورونه سره جمع کيږي، که د يوهوکتور په پای د بل وکتور پيل کيښول شي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

د جمع وکتور: Der Summenvektor $\vec{a}+\vec{b}$
وکتور چې لاس ته راځي، پیل یې د لومړي وکتور او پای یې د دویم وکتور دي.
څلورم: وکتور او معکوس یا مخمخ وکتورونه برابر ارزښت او برابر لور مګر معکوس یا مخمخ اینول شوی Orientierung لري.
پنځم:



$\vec{c}=\vec{b}-\vec{a}$

کمونوکتور
داسې لاس ته راځي، چې سړی وکتور b ته د مخامخ یا برعکس وکتور a جمع کړي:

$$\vec{b}-\vec{a}=\vec{b}+\left(-\vec{a}\right)$$

پوښتنې
د وکتورونو زیاتون اوو کمون(د وکمتورونو جمع او تفریق)
لومړی: دوه وکتورونه a او b په خپلو منځو کې یو کونج α جوړوي.
وکتورونه $\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$ او $\vec{d}=\vec{a}-\vec{b}$ دې رسمیز او شمیرنیز وتاکل شي.
نور یا پسې دې د رسم سطحې څخه د β همداسې ۲ کونجونه، چې وکتورونه c او d یې د وکتور a سره جوړوي ولوستل شي او ودې شمیرل شي.

کچوونې: د اوږدوالي یوون یا واحد په cm (د بیلګې په توګه a = 4,6 په دې معنا چې 4,6 cm)

الف - $|\vec{a}|=a=4,6 \quad |\vec{b}|=b=4,0 \quad \alpha=\sphericalangle(\vec{a},\vec{b})=60^0$

ب - $|\vec{a}|=a=4,2 \quad |\vec{b}|=b=3,8 \quad \alpha=\sphericalangle(\vec{a},\vec{b})=120^0$

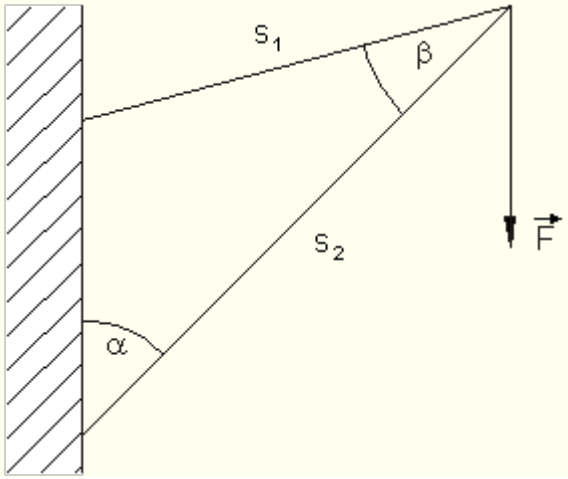
پ - $|\vec{a}|=a=4,7 \quad |\vec{b}|=b=3,2 \quad \alpha=\sphericalangle(\vec{a},\vec{b})=250^0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت ـ $\left|\vec{a}\right| = a = 3,5 \qquad \left|\vec{b}\right| = b = 4,2 \qquad \alpha = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) = 290^0$

دویم: د یوه کران په ستنو s_1 او s_2 باندې څومره زور پرېوځي، که کران یو 18 kN بار وړي؟

$\vec{F} = 18\,kN \quad \alpha = 45^0 \quad \beta = 30^0$



لارښوونه:

دا د باروکتور د ستنو یا متو په دواړو لور ټوټه (تجزیه) کړئ او د وکتورونو ارزښت وشمیرئ. پام وکړئ چې په ستنو یا متو په کومو لورو قوه اغیزه کوي(کیکاږل زور یا قوه(فشار)Dru.kraft که راکښل زور.Zugkr؟)

دریم: دوه برابر لویې قوې په یوه ټکي برید کوي یا پرېوځي یا زور اچوي.

د دوي ترمنځ کونج باید څومره لوي وي؟

څلورم: دوه قوې $\vec{F_1}$ او $\vec{F_2}$ د $\left|\vec{F_1}\right| = F_1 = 60\,N$ او $\left|\vec{F_2}\right| = F_2 = 40\,N$ سره یو له بل سره یوکونج $\alpha = 50^0$ ترې یا جوړوي.

دا نتیجهزوق یا قوه $\vec{R}$ څومره لویه ده؟ $\vec{R}$ د $\vec{F_1}$ همداسې د $\vec{F_2}$ سره کوم کونج جوړوي؟

پنځم: یوه د کانتینرو کیشتئ ټیک په ختیځ لور په حرکت راوړل کیږي.

د هغه خپله چټکتیا (سرعت) ۲۴ غوټې(Knoten د چټکتیا د شمیرلو یوون یا واحد دی).

د شمال له لور یو په ۹ غوټو د اوبو زوریزه بهیدنه د کیښتئ خوزښت اغیز من کوي یا د کیښتئ په خوزښتاغیز کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

و کورس تغیر(په درجو(څومره لوي دید او دا په کومه لور صورت نیسي؟
کیښتئ د بحر په لینده کومه [تکتیا لري؟
په غوټه = ۱ بحري مایل په ساعت کي، چې دا 1,852 km/h دی.
شپږم:یوه الوتکه د 10 kN د ټیلوهل زور سره په همغه یا ثابت جګوالي سیده کرښیزه ټیلوهل کیږي. یو باد د6 kN برابر پاتې زور پرې اچوي.
په دې الوتکه ټول څومره زور یا قوه پرېوځي؟
د غوښتونې الوتنې لار د کوم کونج لاندې باید تلنلار لور وساتل شي، چې موخه ځای ته ورسیږو؟

حلونه
نتیجې
لومړی:
الف –

$$|\vec{a}| = a = 4,6 \qquad |\vec{b}| = b = 4,0 \qquad \alpha = \sphericalangle(\vec{a},\vec{b}) = 60^0$$

$$|c| = c = 7,454 \qquad |\vec{d}| = d = 4,331 \qquad \beta = \sphericalangle(\vec{a},\vec{c}) = 27,693^0 \qquad \gamma = \sphericalangle(\vec{a},\vec{d}) = 53,11^0$$

ب –

$$|\vec{a}| = a = 4,2 \qquad |\vec{b}| = b = 3,8 \qquad \alpha = \sphericalangle(\vec{a},\vec{b}) = 120^0$$

$$|c| = c = 4,015 \qquad |\vec{d}| = d = 6,931 \qquad \beta = \sphericalangle(\vec{a},\vec{c}) = 55,05^0 \qquad \gamma = \sphericalangle(\vec{a},\vec{d}) = 28,346^0$$

پ –

$$|\vec{a}| = a = 4,7 \qquad |\vec{b}| = b = 3,2 \qquad \alpha = \sphericalangle(\vec{a},\vec{b}) = 250^0$$

$$|c| = c = 4,695 \qquad |\vec{d}| = d = 6,528 \qquad \beta = \sphericalangle(\vec{a},\vec{c}) = 39,828^0 \qquad \gamma = \sphericalangle(\vec{a},\vec{d}) = 27,427^0$$

ت -

$$|\vec{a}| = a = 3,5 \qquad |\vec{b}| = b = 4,2 \qquad \alpha = \sphericalangle(\vec{a},\vec{b}) = 290^0$$

$$|c| = c = 6,32 \qquad |\vec{d}| = d = 4,454 \qquad \beta = \sphericalangle(\vec{a},\vec{c}) = 38,642^0 \qquad \gamma = \sphericalangle(\vec{a},\vec{d}) = 62,397^0$$

دویم:

$$|\vec{F_1}| = F_1 \approx 25,456\,kN \qquad |\vec{F_2}| = F_2 \approx 34,773\,kN$$

په مټه s_1 راکښلو زور او په مټه s_2 د فشار زور باندې باریږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

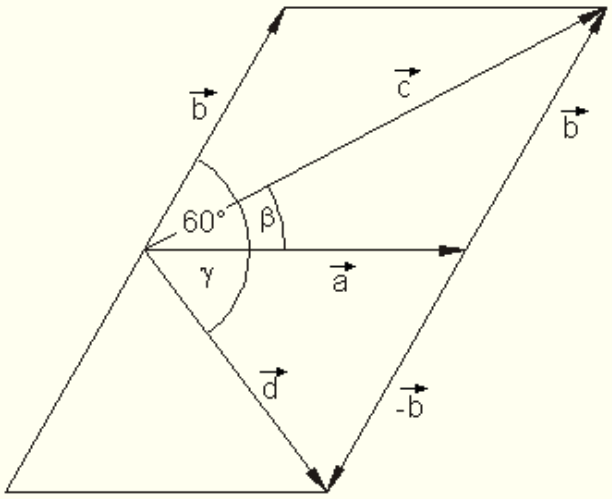
دریم: د دواړو وکتورونو ترمنځ کونج باید 120^0 وي.
څلورم:

$$|\vec{R}| \approx 91{,}023\text{N} \qquad \alpha_1 = \sphericalangle(\vec{R};\vec{F_1}) \approx 19{,}672^0 \qquad \alpha_2 = \sphericalangle(\vec{R};\vec{F_2}) \approx 30{,}328^0$$

پنځم: د لارې انحراف پهجنوب لور نږدې 11,837 درجې دی.د بحرسطحه باندې چټکتیا نږدې 31,024 غوټې یا ګنډې ده، نږدې57,456 km/h کیږي.
شپږم: په الوتکه یوه د 12,523 kN قوه پرېوزي. غوښتونې الوتنلار ته کونج $28{,}153^0$ دی.

مفصل حلونه:
لومړی: الف-

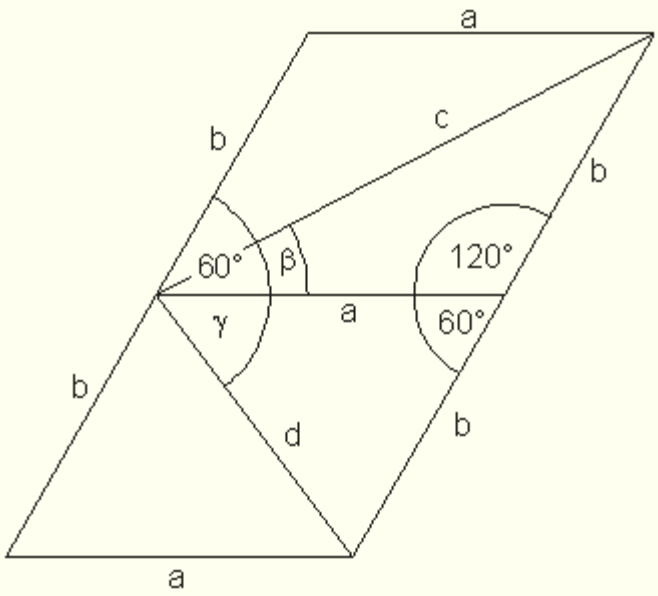
$$|\vec{a}| = a = 4{,}6 \qquad |\vec{b}| = b = 4{,}0 \qquad \alpha = \sphericalangle(\vec{a},\vec{b}) = 60^0$$



د رسم له اړې حل راکوي:

$$|\vec{c}| \approx 7{,}4$$
$$|\vec{d}| \approx 4{,}3$$
$$\beta = \sphericalangle(\vec{a},\vec{c}) \approx 27{,}7^0$$
$$\gamma = \sphericalangle(\vec{a},\vec{d}) \approx 53{,}1^0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



شمیرنیز حل د کوساین جملې په مرسته لاس ته راوړو.
ایښوونه:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cdot\cos\left(120^0\right)$$

$$d^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cdot\cos\left(60^0\right)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cdot\cos(\beta)$$

$$b^2 = a^2 + d^2 - 2ad\cdot\cos(\gamma)$$

$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}$$

$$c^2 = 4,6^2 + 4^2 - 2\cdot 4,6\cdot 4\cdot\cos\left(120^0\right) \approx 55,56 \Rightarrow c = \sqrt{c^2} = \left|\vec{c}\right| \approx 7,454$$

$$d^2 = 4,6^2 + 4^2 - 2\cdot 4,6\cdot 4\cdot\cos\left(60^0\right) \approx 18,76 \Rightarrow d = \sqrt{d^2} = \left|\vec{d}\right| \approx 4,331$$

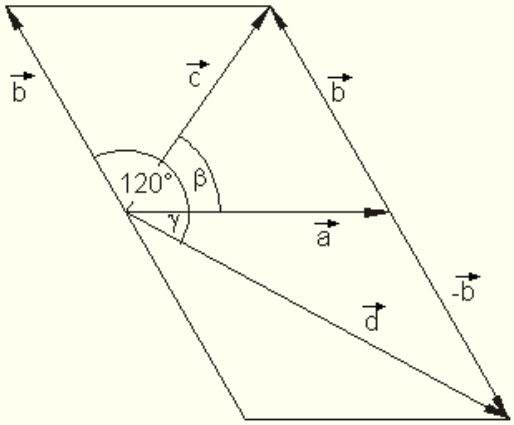
$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \approx 0,885 \Rightarrow \beta = \arccos\left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}\right) \approx 27,693^0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

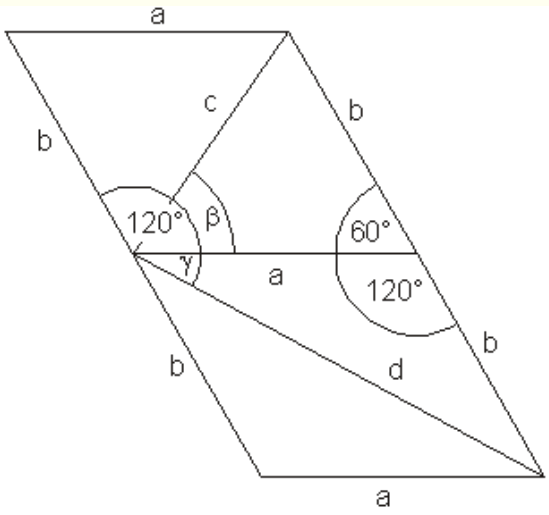
$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad} \approx 0,6 \Rightarrow \gamma = \arccos\left(\frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}\right) \approx 53,11^0$$

$$|\vec{a}| = a = 4,2 \qquad |\vec{b}| = b = 3,8 \qquad \alpha = \sphericalangle(\vec{a},\vec{b}) = 120^0$$

لومړی ب:



شمیرنیز حل راکوي:



$$|\vec{c}| \approx 4,0$$

$$|\vec{d}| \approx 6,9$$

$$\beta = \sphericalangle(\vec{a},\vec{c}) \approx 54,9^0$$

$$\gamma = \sphericalangle(\vec{a},\vec{d}) \approx 28,3^0$$

شمیرنیز حل د کوساین جملې په مرسته لاس ته راوړو.
ایښوونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cdot\cos\left(60^0\right)$$

$$d^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cdot\cos\left(120^0\right)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cdot\cos(\beta)$$

$$b^2 = a^2 + d^2 - 2ad\cdot\cos(\gamma)$$

$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}$$

$$c^2 = 4,2^2 + 3,8^2 - 2\cdot 4,2\cdot 3,8\cdot\cos\left(60^0\right) \approx 16,12 \Rightarrow c = \sqrt{c^2} = \left|\vec{c}\right| \approx 4,015$$

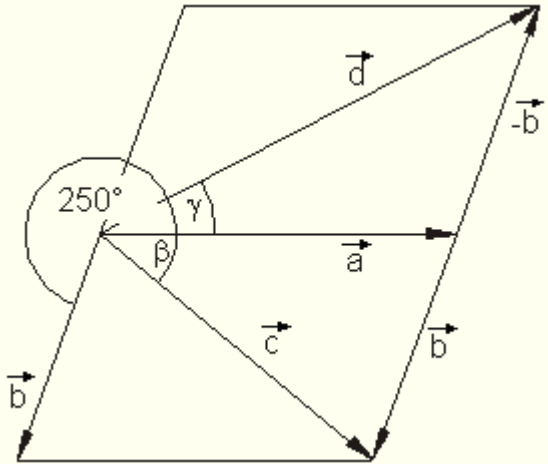
$$d^2 = 4,2^2 + 3,8^2 - 2\cdot 4,2\cdot 3,8\cdot\cos\left(120^0\right) \approx 48,04 \Rightarrow d = \sqrt{d^2} = \left|\vec{d}\right| \approx 6,931$$

$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \approx 0,573 \Rightarrow \beta = \arccos\left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}\right) \approx 55,05^0$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad} \approx 0,88 \Rightarrow \gamma = \arccos\left(\frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}\right) \approx 28,346^0$$

لومړی پ-

$$\left|\vec{a}\right| = a = 4,7 \qquad \left|\vec{b}\right| = b = 3,2 \qquad \alpha = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) = 250^0$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

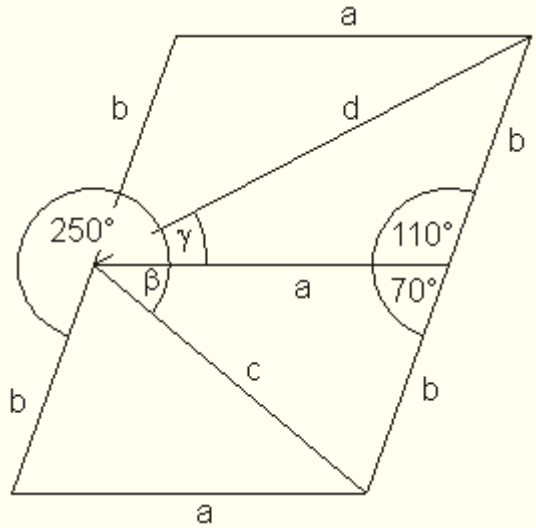
د رسم له اړي حل راکوي:

$$|\vec{c}| \approx 4,7$$

$$|\vec{d}| \approx 6,5$$

$$\beta = \sphericalangle(\vec{a},\vec{c}) \approx 39,8^0$$

$$\gamma = \sphericalangle(\vec{a},\vec{d}) \approx 27,4^0$$



شمیرنیز حل د کوساین جملې په مرسته لاس ته راوړو.
ایښوونه:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(70^0)$$

$$d^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(110^0)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)$$

$$b^2 = a^2 + d^2 - 2ad \cdot \cos(\gamma)$$

$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$c^2 = 4,7^2 + 3,2^2 - 2\cdot 4,7\cdot 3,2\cdot\cos\left(70^0\right) \approx 22,042 \Rightarrow c = \sqrt{c^2} = \left|\vec{c}\right| \approx 4,695$$

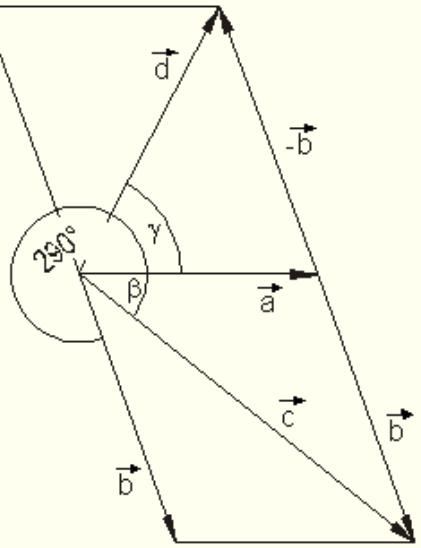
$$d^2 = 4,7^2 + 3,2^2 - 2\cdot 4,7\cdot 3,2\cdot\cos\left(110^0\right) \approx 42,618 \Rightarrow d = \sqrt{d^2} = \left|\vec{d}\right| \approx 6,528$$

$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \approx 0,768 \Rightarrow \gamma = \arccos\left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}\right) \approx 39,828^0$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad} \approx 0,888 \Rightarrow \beta = \arccos\left(\frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}\right) \approx 27,427^0$$

لومړی ت –

$$\left|\vec{a}\right| = a = 3,5 \qquad \left|\vec{b}\right| = b = 4,2 \qquad \alpha = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) = 290^0$$



د رسم له لارې حل راکوي:

$$\left|\vec{c}\right| \approx 6,3$$

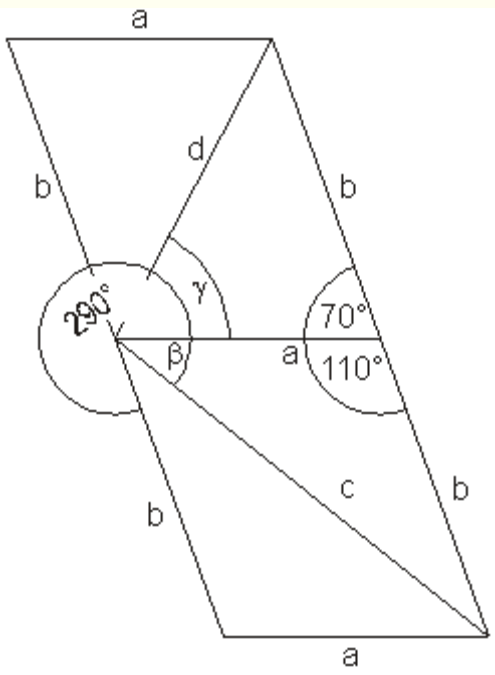
$$\left|\vec{d}\right| \approx 4,5$$

$$\beta = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{c}\right) \approx 38,6^0$$

$$\gamma = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{d}\right) \approx 62,3^0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شمیرنیز حل د کوساین جملې په مرسته لاس ته راوړو.



اینسوونه:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cdot\cos\left(110^0\right)$$

$$d^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cdot\cos\left(70^0\right)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cdot\cos(\beta)$$

$$b^2 = a^2 + d^2 - 2ad\cdot\cos(\gamma)$$

$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}$$

$$c^2 = 3,5^2 + 4,2^2 - 2\cdot 3,5\cdot 4,2\cdot\cos\left(110^0\right) \approx 39,945 \Rightarrow c = \sqrt{c^2} = \left|\vec{c}\right| \approx 6,32$$

$$d^2 = 3,5^2 + 4,2^2 - 2\cdot 3,5\cdot 4,2\cdot\cos\left(70^0\right) \approx 19,835 \Rightarrow d = \sqrt{d^2} = \left|\vec{d}\right| \approx 4,454$$

$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \approx 0,7,81 \Rightarrow \beta = \arccos\left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}\right) \approx 38,642^0$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad} \approx 0,4,63 \Rightarrow \gamma = \arccos\left(\frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}\right) \approx 62,397^0$$

دویم:

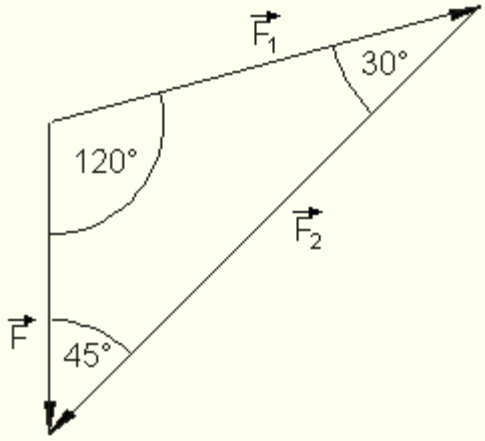
$$\left|\vec{F}\right| = F = 18\,kN$$

$$\alpha = 45^0 \quad \beta = 30^0$$

$$\gamma = 180^0 - \alpha - \beta$$

$$= 180^0 - 45^0 - 30^0 = 105^0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



شمیرل د ارزښتونو سره کیږي

$$\frac{F}{\sin(30^0)} = \frac{F_1}{\sin(45^0)} \Leftrightarrow F_1 = \frac{F}{\sin(30^0)} \cdot \sin(45^0) = \frac{18\,kN}{\sin(30^0)} \cdot \sin(45^0) \approx 25,456\,kN$$

$$\frac{F}{\sin(30^0)} = \frac{F_2}{\sin(105^0)} \Leftrightarrow F_2 = \frac{F}{\sin(30^0)} \cdot \sin(105^0) = \frac{18\,kN}{\sin(30^0)} \cdot \sin(105^0) \approx 34,773\,kN$$

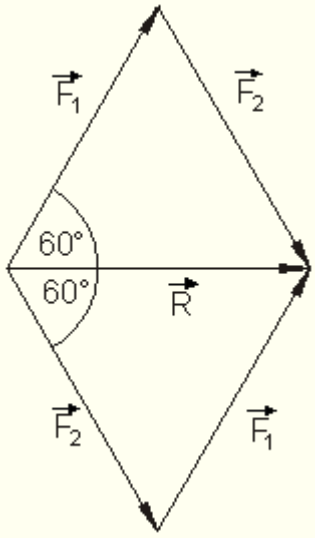
مټه s1 د $\left|\vec{F_1}\right| = F_1 \approx 25,456\,kN$ سره په راکښلو په کار راځي

مټه s2 د $\left|\vec{F_2}\right| = F_2 \approx 34,773kN$ سره سر فشار په کار راځي

په مټه s_1 باندې د راکښلو زور او په مټه s2 باندې د فشار زور باریږي.

دریم: که جمعه یا نتیجه همغه ارزښت ولري، لکه دواړه، په یوه ټکي برید کوونکي قوه، نو باید وکتور د درېګوډی یا مثلث هر یو کودج 60^0 درجې دي.
په غبرګ اړخیز د دواړو وکتورونو ترمنځ کونج 120^0 دی. په یوه ټکي برید کوونکي برابر لوي قوې یو له بل سره یو د 120^0 درجو کونج جوړوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



څلورم:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \quad \measuredangle\left(\vec{F}_1, \vec{F}_2\right) \text{ ist } \alpha = 50^0$$

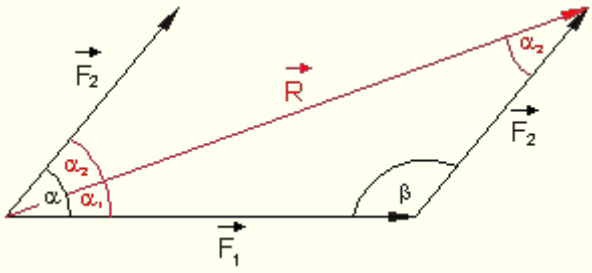
$$\beta = 180^0 - 50^0 = 130^0$$

د کوساین جملي له مخې باور لري:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos(\beta)}$$

$$= \sqrt{\left(60^2 + 40^2 - 2 \cdot 60 \cdot 40 \cdot \cos\left(130^0\right)\right) N^2}$$

$$\approx 91{,}024 N$$



د کوساین جملي له مخه باور لري

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{R}{F_2}=\frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha_1)}\Leftrightarrow \sin(\alpha_1)=\frac{F_2}{R}\cdot\sin(\beta)$$

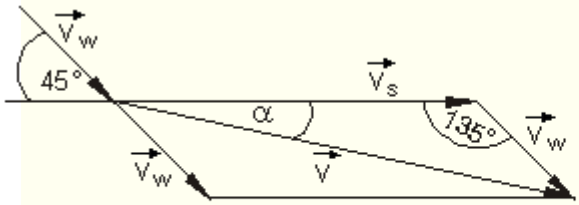
$$\sin(\alpha_1)=\frac{40}{91{,}024}\cdot\sin\left(130^0\right)\approx 0{,}337$$

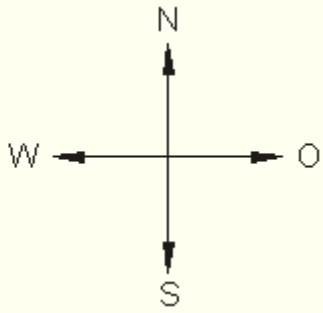
$$\Rightarrow \alpha_1=\arcsin(0{,}337)\approx 19{,}672^0$$

له R او F_1 رابند کون دی.

دا چې α_1 او α_2 ځانونه $\alpha=50^0$ کونج ته پوره کوي،نو د R او F2 ترمنځ کونج به شي.

پنځم:یو رسم تناسب روښانه کوي.





د کیشتئ د وتونکونج ارزښت د v_s سره په نخښه کیږي، د اوبو د جریان چټکتیا د v_w سره. تري راوتلی یا نتیجه چټکتیا د v سره. دا ترڅنګ بوږبوږکئ د اسمان لور ښایي.

له $\vec{v_s}$ او $\vec{v_w}$ رابند کونج°130 دی. دv لپاره د کوساین جملې سره باور لري:

$$v=\sqrt{v_s^2+v_w^2-2v_s\cdot v_w\cdot\cos\left(135^0\right)}=\sqrt{657-432\cdot\cos\left(135^0\right)}\approx\sqrt{962{,}476}\approx 31{,}024$$

د ساین له جملې سره لاس ته راځي:

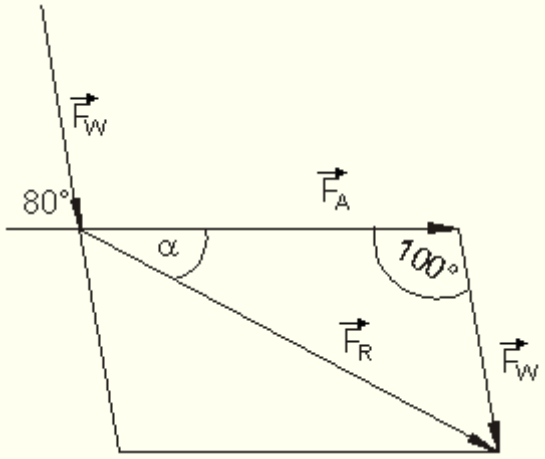
$$\frac{v_w}{\sin(\alpha)}=\frac{v}{\sin\left(135^0\right)}\Leftrightarrow\sin(\alpha)=\frac{v_w\cdot\sin\left(135^0\right)}{v}\approx 0{,}205$$

$$\Rightarrow\alpha=\arcsin\left(\frac{v_w\cdot\sin\left(135^0\right)}{v}\right)\approx 11{,}837^0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د سمندر په سر د کیشتئ چټتیا 31,024 Knoten, غوټي ده، دا نږدې 57,456 km/h کیږي. په جنوبي لور د لار یا د تګ په څنګیدنه نږدې 11,837 درجې په نخښه کیږي.

شپږم: یو رسم اړیکي سره روښان کوي



د الوتکي د ټیلوهلو زور ارزښت د F_A سره په نخښه کوو، دا د باد زور د F_W سره. تري لاس ته راغلی زور دې F_R وي.

د $\vec{F_A}$ او $\vec{F_w}$ څخه رابند کونج $100°$ دی.

د F_R لپاره د کوساین جملې په مرسته باور لري:

$$F_R = \sqrt{F_A^2 + F_w^2 - 2 \cdot F_A \cdot F_w \cdot \cos\left(100^0\right)} = \sqrt{136 - 120 \cdot \cos\left(100^0\right)} \approx$$

$$\approx \sqrt{156,838} \approx 12,523$$

د ساین د جملې سره لاس ته تري راځي:

$$\frac{F_w}{\sin(\alpha)} = \frac{F_R}{\sin\left(100^0\right)} \Leftrightarrow \sin(\alpha) = \frac{F_w \cdot \sin\left(100^0\right)}{F_R} \approx 0,472$$

$$\Rightarrow \alpha = \arcsin\left(\frac{F_w \cdot \sin\left(100^0\right)}{F_R}\right) \approx \underline{\underline{28,153^0}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په تولیزه توګه یا تولټال په الوتکه د 12,523 kN زور پرېوزي یا اغیز لري. د دې لپاره چې موخه ځای ته ورسیږو، باید یو د $28,153^0$ کونج لاندې د د باد په لور د الوتکې خط السیر یا تګلار وساتل شي.

د S -ضرب او یوونوکتور یا واحدوکتور

د یوه وکتور ضرب د یوه سکالار سره
د 4a بنې الجبري ترم په دې معنا دی:.4a = a + a + a + a
د $\frac{3}{4}a$ لاندې سړی په ورته توګه $\frac{3}{4}$ د a پوهیږي.
دا لیکنډول، د خپلې معنا سره، کیدی شي سړی د وکتورشمیرنې لپاره هم تري ونیسي.
د $4\vec{a} = \vec{a}+\vec{a}+\vec{a}+\vec{a}$ لاندې سړی یو وکتور پوهیږي د $\vec{a}$ د لور او لوریزوالي سر او ۴ واړه یا ځله د $\vec{a}$ داوږدوالي سره.

د $\frac{3}{4}\vec{a}$ لاندې یو وکتور پوهیږو د $\vec{a}$ د لور سره او 3/4 د $\vec{a}$ اوږدوالی سره.
پیژندنه(تعریف): kدې یو مثبت حقیقی عدد وي او $\vec{a}$ یووکتور .
د $k\cdot\vec{a} = k\vec{a}$ لاندې وکتور پوهیږو، چې همغه لور او اورینټیشن ولري، لکه $\vec{a}$ او k ځله دومره اوږد دی لکه $\vec{a}$ ،
پسې دې باور ولرې: $0\vec{a} = \vec{0}$ (صفر وکتور)
او $-k\vec{a} = (-k)\vec{a} = -(k\vec{a})$ (د $k\vec{a}$ معکوس یا په څټ وکتور)
د یوه وکتور ضرب د یوه سکالار سره S -ضرب بلل کیږي.
د S -ضرب لپاره لاندې شمیرقوانین باور لري:
جمله: د هر k, k_1, k_2 عدد او $\vec{a},\vec{b}$ وکتورونو لپاره باور لري:

اسوځیاتیو قانو	$k_1(k_2\vec{a}) = k_1\cdot k_2\vec{a}$
لومړی دیستریبوتیو قانون	$(k_1+k_2)\vec{a} = k_1\vec{a}+k_2\vec{a}$
دویم دیستریبوتیو قانون واحدقانون یا یوون قانون	$k(\vec{a}+\vec{b}) = k\vec{a}+k\vec{b}$
	$1\vec{a} = \vec{a}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

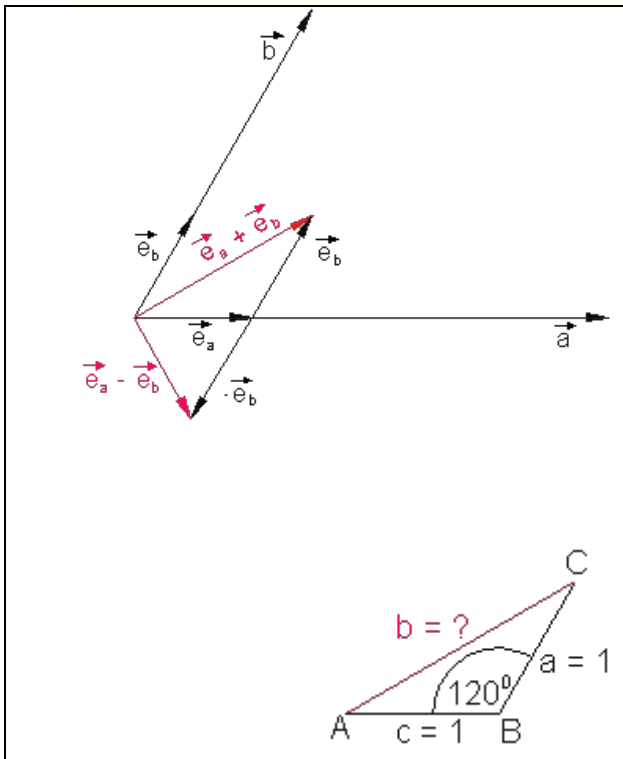
واحد وکتور(یوونوکتور)
پیژند(تعریف)مور دوه وکتورنه (یو بل سره) غبرګ (یا کولینیار **kollinear**)بولو، که یو له دواړو د دې بل ډېرواره یاځوځله وي.

پیژند(تعریف):که د ټولو کولینیارو(غبرګو) وکتورونو انځورونې ته یو بنسټوکتو $\vec{a}$ د اوږدوالي ۱ سره(یعنې $|\vec{a}| = 1$) وکاروو، نو سړی دا د وکتور $\vec{a}$ په لور واحدوکتور یا یوون وکتور $\vec{e}_a$ بولي.
د وکتور اوږدوالی د وکتور اوږدوالی هم بلل کیږي.
ټول وکتورونه د اوږدوالي ۱ سره واحد وکتورونه(یوونوکتورونه) بلل کیږي.

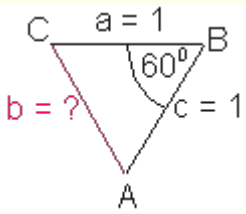
هر په خوښه وکتور کیدی شي د یوه واحد یا یوونوکتور د څو ځله په حیث انحور کړی شي.

بیلګه ۱ : لاندې وکتورونه ورکړ شوي
$\vec{a} = 4\vec{e}_a$ او
$\vec{b} = 3\vec{e}_b$; $\sphericalangle(\vec{a};\vec{b}) = 60^0$
وکتورونه $\vec{a}$ او $\vec{b}$
او همداسې $\vec{e}_a + \vec{e}_b$
رسم کړئ $\vec{e}_a - \vec{e}_b$
او وشمیرئ $|\vec{e}_a + \vec{e}_b|$ او
$|\vec{e}_a - \vec{e}_b|$ همداشې

د اړخ یا ضلعې b شمیرنه د کوساین جملې سره کیږي.
$b = |\vec{e}_a + \vec{e}_b|$



(c) ketabton.com: The Digital Library



$$b = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)}$$
$$b = \sqrt{1^2 + 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos(120^0)}$$
$$b = \sqrt{1 + 1 - 2 \cdot (-0,5)} = \sqrt{3} \approx 1,734$$
$$\Rightarrow \left|\vec{e_a} + \vec{e_b}\right| = \sqrt{3} \approx 1,734$$

د اړخ b شمیرنه د کوساین جملې سره کیدی شي.

$$b = \left|\vec{e_a} - \vec{e_b}\right|$$

$$b = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)}$$
$$b = \sqrt{1^2 + 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos(60^0)}$$
$$b = \sqrt{1 + 1 - 2 \cdot 0,5} = \sqrt{1} = 1$$
$$\Rightarrow \left|\vec{e_a} - \vec{e_b}\right| = \sqrt{1} = 1$$

وکتور فضا

یوه وکتور فضا یا کربنیزه فضایو الجبري جوړښت دی، چې توکي یې وکتورونه بلل کیږي. دا کیدی شي د کیدی شي سره جمعه شي یا د عددونو(سکالار) سره ضرب شي. نتیجه یې بیرته د همغې وکتور فضا وکتور دی.

په یوه حقیقي وکتور فضا V کې، دا یوهه داسې ده، چې په هغې کې سکالار حقیقي عدد دی، لاندې قوانین باور لري:

وکتور فضا:

د هر عدد $\{k; k_1; k_2\} \in \mathbb{R}$ لپاره او د وکتور په حیث هر $\{\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}\} \in V$ لپاره باور لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اسوځیاتیو قانون	$(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$
په v د صفر توکی یا بي اغیزه یا بي پلوه توکی	$\vec{a}+\vec{0}=\vec{a}$
په v کي نسبت جمعي ته په څټ یا معکوس توکی	$\vec{a}+(-\vec{a})=\vec{0}$
بدلیدونکی یا کموتاتیو قانون	$\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$
د ضرب اسوځیاتیو قانون	$k_1(k_2\vec{a})=k_1\cdot k_2\vec{a}$
د سکالار د جمعي دیستریبوتیو قانون	$(k_1+k_2)\vec{a}=k_1\vec{a}+k_2\vec{a}$
د وکتورونو د جمعي دیستریبوتیو قانون	$k(\vec{a}+\vec{b})=k\vec{a}+k\vec{b}$
واحدقانون یا یوون قانون	$1\vec{a}=\vec{a}$

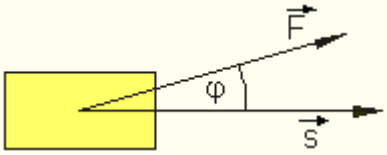
پورته تعریف په حقیقي ومتور فضا رابند یا محدود دی، ځکه چې په لاندي فقط د داسي جوړختونو سره کار کیږي.

سکالار ضرب

د سکالار ضرب تعریف(پیژند):

د فزیکي موخه د کار تعریف د دوه وکتورونو ترمنځ یوه ټرنه(نښلونه، عملیه) ده، چې نتیجه یي یو حقیقي عدد دی.

$$W=\vec{F}\cdot\vec{s}=|\vec{F}|\cdot|\vec{s}|\cdot\cos(\varphi)$$



پیژند(تعریف):

د دوه وکتورونو $\vec{a}$ او $\vec{b}$ سکالار ضرب $\vec{a}\cdot\vec{b}$ شمیرل کي ، چې د دواړو و کتورونو سکالار له د وي څخه رابند کونج یا زاویي د کوساین سره ضر ب شي:

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos(\vec{a},\vec{b})$$

په پام کي ولره: د دوه وکتورونو سکارضرب صفر کیږي، که لږ تر لږه له دي دواړو وکتورونو یو صفر وي، یا دواړه وکتورونه یو پر بل ولاړ یا عمود وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

که $\vec{a}=\vec{0}$ یا $\vec{b}=\vec{0}$ او یا $\vec{a}\perp\vec{b}$. وي.

ځکه چې له $\vec{a}\perp\vec{b}$ لرو $\cos(\vec{a},\vec{b})=0$ دا په دې معناچې $\sphericalangle(\vec{a},\vec{b})=90^0$ یا $\sphericalangle(\vec{a},\vec{b})=270^0$

د دوه برابرو وکتورونو سکالار ضرب لپاره لرو یا لاس ته راځي:

$\vec{a}\cdot\vec{a}=|\vec{a}|\cdot|\vec{a}|\cdot\cos(0^0)=a\cdot a\cdot 1=a^2$ (Bemerkung: $|\vec{a}|=a$)

د سکالار ضرب په مرستهکیدی شي د یوه وکتور ارزښت انځور شي.

د یوه وکتور ارزښت(مطلق ارزښت): $a=|\vec{a}|=\sqrt{\vec{a}\cdot\vec{a}}$

د سکالار ضرب لپاره شمیر قوانین.

جمله:

د ټولو $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ او $k\in\mathbb{R}$ لپاره باور لري:

بدلید قانون $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$

اسوسیاتیو قانون $(k\vec{a})\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot(k\vec{b})=k(\vec{a}\cdot\vec{b})$

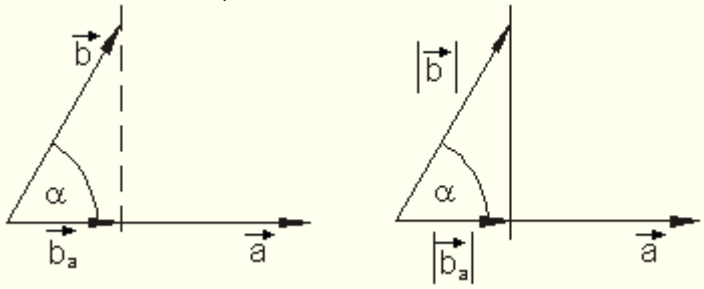
$\vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}$

دیستریبوتیو قانون

بیلګه ۱ :

دوه وکتورونه $\vec{a}$ او $\vec{b}$ ورکړ شوي دی، چې مختلف لوري لري.

غوښتونی د وکتور $\vec{b}$ پریسوتون(پریوتل) دي په وکتور $\vec{a}$ باندې، همداسې د $\vec{b}$ وکتور کمپوننت د $\vec{a}$ وکتور په لور یعني وکتور $\overrightarrow{b_a}$.



(c) ketabton.com: The Digital Library

باور لري $\overrightarrow{b_a} = |\overrightarrow{b_a}| \cdot \overrightarrow{e_a}$ ، چیرته چې $\overrightarrow{e_a}$ د $\vec{a}$ واحد یا یوونوکتور دی. دی

$$\overrightarrow{e_a} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$$

.

$$\Rightarrow \overrightarrow{b_a} = |\overrightarrow{b_a}| \cdot \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} \qquad (1)$$

د $\vec{a}$ او $\vec{b}$ د سکالار ضرب لپاره باور لري:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\alpha) \qquad (2)$$

$$\cos(\alpha) = \frac{|\overrightarrow{b_a}|}{|\vec{b}|} \Leftrightarrow |\overrightarrow{b_a}| = |\vec{b}| \cdot \cos(\alpha)$$

پسې د کوساین لپاره باور ري:

په (۲) کې کیږدئ:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\overrightarrow{b_a}| \qquad (3)$$

وکتور $\overrightarrow{b_a}$ د وکتور $\vec{b}$ پرېوستون (پروجکشن) په وکتور $\vec{a}$ دی.

دا چې دواړه همغه لور لري، نو د $\vec{a}$ او $\vec{b}$ دسکالار ضرب لپاره باور لري:

$$\vec{a} \cdot \overrightarrow{b_a} = |\vec{a}| \cdot |\overrightarrow{b_a}| \cdot \cos(0^0) = |\vec{a}| \cdot |\overrightarrow{b_a}| \qquad (4)$$

له دې سره د (۳) او (۴) څخه لاس ته راځي:

$$\left.\begin{array}{l} |\vec{a}| \cdot |\overrightarrow{b_a}| = \vec{a} \cdot \vec{b} \\ |\vec{a}| \cdot |\overrightarrow{b_a}| = \vec{a} \cdot \overrightarrow{b_a} \end{array}\right\} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \overrightarrow{b_a}$$

د $\vec{a}$ او $\vec{b}$ دبدلون لپاره همداسې $\vec{a} \cdot \vec{b} = \overrightarrow{a_b} \cdot \vec{b}$ باور لري.

پسې له (۳) څخه لاس ته راځي: $|\overrightarrow{b_a}| = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|}$ په (۱) د ایښولو سره راکوي:

$$\overrightarrow{b_a} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|} \cdot \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|^2} \cdot \vec{a} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{a^2} \cdot \vec{a}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وکتورونوود بدلون سره راکوي: $\vec{b}_a = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a^2}\cdot\vec{a}$ همداسي $\vec{a}_b = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{b^2}\cdot\vec{b}$.

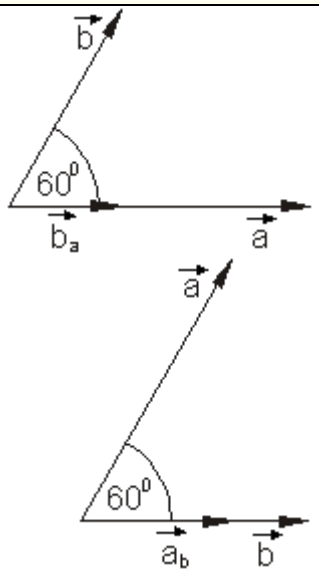
په ټولیزه توګه کړی شو ووایو:
د دوه وکتورونو سکالار ضرب تغیر نه خوري، که سړی یو د بل وکتور د اوږدوالي کمپوننت پهځای کیږدي.

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = \vec{a}\cdot\vec{b}_a = \vec{a}_b\cdot\vec{b}$$

داچي د دوه وکتورونو وېش نه دی تعریف، کیدی کلهکله لاندي اړیکي مرسته وکړي.

$$\vec{b}_a = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a^2}\cdot\vec{a} \text{ bzw. } \vec{a}_b = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{b^2}\cdot\vec{b}$$

بیلګه ۲ :
دوه وکتورونه $\vec{a}$ او $\vec{b}$ او د ارزښت $a=4LE$ (LE د سطحي واحدونه یا یوونونه)او $b=3LE$ (LE د سطحي واحدونه یا یوونونه)سره یو د $60°$ کونج جوړوي.
$\vec{b}_a$ او $\vec{a}_b$ وشمیرئ. نتیجه یي انځوریز و ازمایئ.



$$\vec{b}_a = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a^2}\cdot\vec{a}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos(60^0) = 4\cdot 3\cdot 0{,}5 = 6$$

$$a^2 = |\vec{a}|\cdot|\vec{a}| = 4\cdot 4 = 16$$

$$\Rightarrow \vec{b}_a = \frac{6}{16}\cdot\vec{a} = \frac{3}{8}\cdot\vec{a}$$

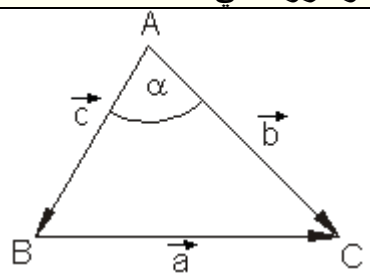
$$\vec{a}_b = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{b^2}\cdot\vec{b}$$

$$b^2 = |\vec{b}|\cdot|\vec{b}| = 3\cdot 3 = 9$$

$$\Rightarrow \vec{a}_b = \frac{6}{9}\cdot\vec{b} = \frac{2}{3}\cdot\vec{b}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه۳:
د سطحي تریګونومتري (مثلثاتو) دکوساین جمله دي وکارول شي.



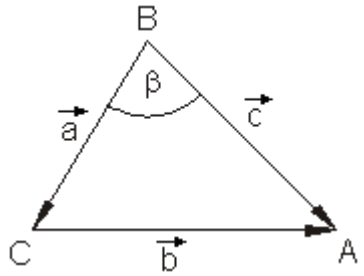
$$\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}\,|\,+\vec{b}-\vec{c}$$

$$\Leftrightarrow \vec{a}=\vec{b}-\vec{c}\ \text{quadrieren}$$

$$\Rightarrow a^2=\vec{a}\cdot\vec{a}=\left(\vec{b}-\vec{c}\right)^2=b^2-2\vec{b}\cdot\vec{c}+c^2$$

$$=b^2+c^2-2\vec{b}\cdot\vec{c}$$

$$=b^2+c^2-2bc\cdot\cos(\alpha)$$



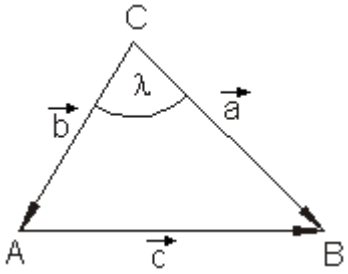
$$\vec{b}-\vec{c}+\vec{a}=\vec{0}\,|\,+\vec{c}-\vec{a}$$

$$\Leftrightarrow \vec{b}=\vec{c}-\vec{a}\ \text{quadrieren}$$

$$\Rightarrow b^2=\vec{b}\cdot\vec{b}=\left(\vec{c}-\vec{a}\right)^2=c^2-2\vec{a}\cdot\vec{c}+a^2$$

$$=a^2+c^2-2\vec{a}\cdot\vec{c}$$

$$=a^2+c^2-2ac\cdot\cos(\beta)$$



$$\vec{c}-\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}\,|\,+\vec{a}-\vec{b}$$

$$\Leftrightarrow \vec{c}=\vec{a}-\vec{b}\ \text{quadrieren}$$

$$\Rightarrow c^2=\vec{c}\cdot\vec{c}=\left(\vec{a}-\vec{b}\right)^2=a^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+b^2$$

$$=a^2+b^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}$$

$$=a^2+b^2-2ab\cdot\cos(\gamma)$$

د یوه ولاړګوډیز یا قایم الزاویه مثلث(درېګوډي) ځانګړنوالي:

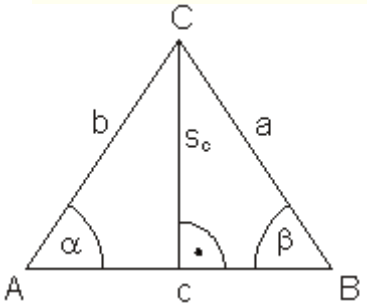
(c) ketabton.com: The Digital Library

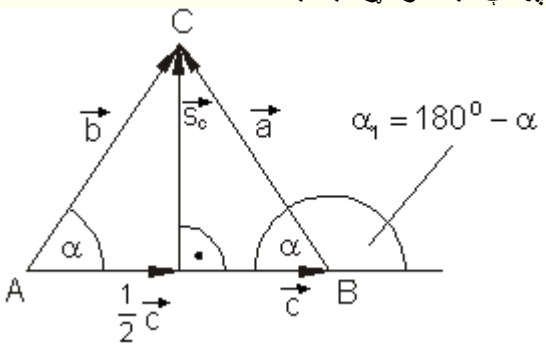
دا چې یو په بل ولاړو یا قایم وکتورونو سکالار ضرب صفر دی، سړی د پورته جملې لپاره د پیتاګوراس(فیثاغورث) جمله لاس ته راوړي.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

بیلګه ۴

وښایئ چې د یوه برابر اړخیز یا مساوی الاضلاع مثلث اړخنیمئ(نا صف الاضلاع) پهدې نیغه ولاړه یاقایمه ده.





$a = b$ und $\alpha = \beta$

$$\left|\vec{a}\right| = \left|\vec{b}\right| \triangleq a = b \text{ und } \cos\left(180^0 - \alpha\right) = -\cos(\alpha)$$

وکتور مساوات یا برابرون:

$$\vec{c} + \vec{a} - \vec{b} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{c} = \vec{b} - \vec{a} \qquad (1)$$

$$\frac{1}{2}\vec{c} + \vec{a} - \overrightarrow{s_c} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{s_c} = \frac{1}{2}\vec{c} + \vec{a} \qquad (2)$$

د (۱) سره کیږي $\overrightarrow{s_c} = \frac{1}{2}\left(\vec{b} - \vec{a}\right) + \vec{a} = \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a} + \vec{a} = \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{a} = \frac{1}{2}\left(\vec{a} + \vec{b}\right)$

د دې لپاره وښایو چې $\overrightarrow{s_c} \perp \vec{c}$ دی، باید باور ولرې: $\overrightarrow{s_c} \cdot \vec{c} = 0$

$$\overrightarrow{s_c} \cdot \vec{c} = \frac{1}{2}\left(\vec{a} + \vec{b}\right) \cdot \vec{c} = \frac{1}{2}\vec{a} \cdot \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b} \cdot \vec{c} = \frac{1}{2}ac \cdot \cos\left(180^0 - \alpha\right) + \frac{1}{2}bc \cdot \cos(\alpha)$$

د $b = a$ او $\cos\left(180^0 - \alpha\right) = -\cos(\alpha)$ سره دی:

$$\overrightarrow{s_c} \cdot \vec{c} = -\frac{1}{2}ac \cdot \cos(\alpha) + \frac{1}{2}ac \cdot \cos(\alpha) = 0 \Rightarrow \overrightarrow{s_c} \perp \vec{c}$$

څه چې د ښوولووو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اوکلید یا اقلیدس وکتورفضا

د اویکلید وکتورفضا پیژند(تعریف):
که د یوه حقیقي کتور فضا پرته الجبري جوړښت، لکه په لاندې توګه

د هر عدد $\{k; k_1; k_2\} \in \mathbb{R}$ لپاره او د وکتور په حیث هر $\{\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}\} \in V$ لپاره باور لري.

اسوځیاتیو قانون	$(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$
په v د صفر توکی یا بیاغیزه یا بې پلوه توکی	$\vec{a}+\vec{0}=\vec{a}$
په v کې نسبت جمعي ته په څټ یا معکوس توکی	$\vec{a}+(-\vec{a})=\vec{0}$
بدلیدونکی ا کموتاتیو قانون	$\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$
د ضرب اسوځیاتیو قانون	$k_1(k_2\vec{a})=k_1\cdot k_2\vec{a}$
د سکالار د جمعي دیستریبوتیو قانون	$(k_1+k_2)\vec{a}=k_1\vec{a}+k_2\vec{a}$
د وکتورونو د جمعي دیستریبوتیو قانون	$k(\vec{a}+\vec{b})=k\vec{a}+k\vec{b}$
واحدقانون یا یوون قانون	$1\vec{a}=\vec{a}$

لاندې قوانین هم باور ولري
د هر عدد $\{k; a\} \in \mathbb{R}$ او $\{\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}\} \in V$ دوکتور په حیث لپاره باور لري:

د سکالار ضرب بدلید قانون	$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$
د سکالار ضرب دیستریبوتیو قانون	$\vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}$
ګډوله اسوځایاتیو قانون	$(k\vec{a})\cdot\vec{b}=k(\vec{a}\cdot\vec{b})$
د وکتور (مطلق) ارزښت	$\vec{a}\cdot\vec{a}=\vec{a}^2=\lvert a\rvert^2=a^2$

نو سړی د اویکلید یا اقلیدس فضا څخه غږیږي یا دا د اقلیدس فضا بولو.

یادونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

یوه وکتور ته نسبت سکالار ضرب ته معکوس یا په څټ توکی نه شته. دا په دې معنا، چې سړی د وکتور سره وېشنه نه شي کولی.
د وکتورونو نسبت سکالار ضرب ته نا پیلی توکی نه شته، حکه چې نتیجه یو حقیقي عدد دی او وکتور نه دی.

وکتوري ضرب

د وکتوري ضرب پیژند یا تعریف:
که یو هوکتور د یوه عدد سره ضرب شي، نو نتیجه بیرته یو وکتور دی. د ضرب دا ډول S –ضرب بلل کیږي.
که یو وکتور د یوه وکتور سره ضرب شي، نو نتیجه یې یو عدد دی، داسې په نامه سکالار بډول ضرب.
برسیره له دې د وکتورونو ضربډول شته، د کومو سره چې ضرب بیرته وکتور دیول وکتور ضرب یا وکتوري ضرب بلل کیږي، کله کله اټیران ضرب یا صلیبي ضرب(زه صلیبیي ضرب ته اټیران ضرب وایم اټران د لوبو هغه څیره ده، چې دوه کرښې سره په کې پریکوي).
پخوا له دې چې مور د دې ضرب ځانونه په کار اچوو یا مشغولوو، باید روښانه شي، چې دا ډول ضرب څنګه تعریف دی.

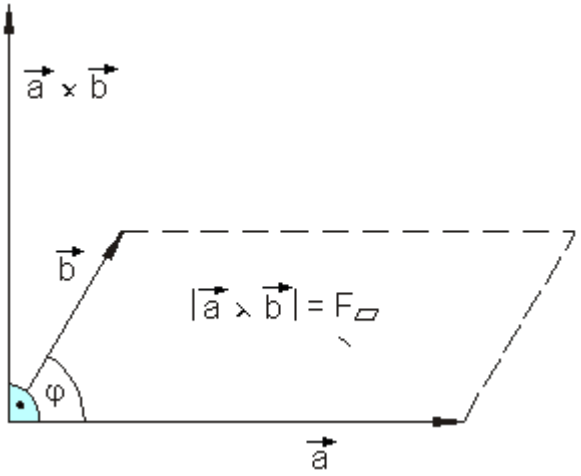
پیژند(تعریف):
د دوه وکتورونو $\vec{a}$ او $\vec{b}$ د ضرب لاندې یو وکتور $\vec{a}\times\vec{b}$ پوهیږو، چې د لاندې خویونو سره خویز کرکتري شوی دی:
لومړی: $\vec{a}\times\vec{b}$ په $\vec{a}$ او $\vec{b}$ نیغ ولاړ دی یعنې قایم دی.
دویم: $\vec{a}$ ، $\vec{b}$ او $\vec{a}\times\vec{b}$ په دې ترتیب یو ښی سیستم جوړوي.
دریم: $\left|\vec{a}\times\vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)$ چیرته چې $0 \le \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) \le \pi$.
له پورته تعریف څخه سیده لرو:
د ده وکتورونو وکتوري ضرب ارزښت صفر لري، که لږ تر لږه له دواړو وکتورونو یو صفر وکتور وي یا دواړه وکتورونه غبرګ یا موازي وي.
معکوس یا په څټ هم باور لري:
که د دوه وکتورونو ضرب له کومو، چې یو یې هم صفروکتور نه وي، نو دا غبرګ دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تعریف د دریم شرط څخه لاس ته راځي، چې هلته خپل لوي ارزښت لري، که له هغوی رابند کونج 90 درجې وي.

ترڅنګ ولاره څیره دې وکتوري ضرب ګرافیکي روښانه کړي.

$\vec{a}\times\vec{b}$ یو وکتوري ضرب دی، کوم چې په $\vec{a}$ او $\vec{b}$ نیغ ولاړ یا قایم دی، داسې چې: $\vec{a}$ ، $\vec{b}$ او $\vec{a}\times\vec{b}$ یو ښی سیستم جوړوي.



د دې ارزښت له دې دواړو وکتورونو غزیدلې غبرګ اړخیز یا موازی الاضلاع سطحې خوندیونه ده.

ښی سیستم په دې معنا دی:
که لومړی وکتور د ساعت څرخوني(لړمک ورته وایي که څنګه؟) په موخه د دویم وکتور په لور وڅرخیږي، نو دا دریم داسې څرخي لکه یو پیچي میخ په ښئ اوړېدنې سره د مخ لور ته.
د وکتوري ضرب بونو لپاره ښی سیستم.

جمله :

د هر $\{k\}\in\mathbb{R}$ عدد او $\{\vec{a};\vec{b};\vec{c}\}\in V^3$ د وکتور په حیث لپاره باور لري:

ترناتیو قانون	$\vec{a}\times\vec{b}=-(\vec{b}\times\vec{a})$
دیستریبوتیو قانون	$\vec{a}\times(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\times\vec{b}+\vec{a}\times\vec{c}$
ګډوله اسوځیاتیو قانون	$(k\vec{a})\times\vec{b}=k(\vec{a}\times\vec{b})$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دي شمیر قانون لپاره د استعمال لپاره جمله:

بیلګه۱:

وشمیرئ: $\left(\vec{u}+\vec{v}\right)\times\left(\vec{u}+\vec{v}\right)$

حل یا اوبي:

$$\left(\vec{u}+\vec{v}\right)\times\left(\vec{u}+\vec{v}\right)=\vec{u}\times\vec{u}+\vec{u}\times\vec{v}+\vec{v}\times\vec{u}+\vec{v}\times\vec{v}$$

$$=\vec{0}-\left(\vec{v}\times\vec{u}\right)+\left(\vec{v}\times\vec{u}\right)+\vec{0}=\underline{\vec{0}}$$

د دي لپاره وکارول شو $\vec{u}\times\vec{u}=\vec{v}\times\vec{v}=\vec{0}$ او $\vec{u}\times\vec{v}=-\left(\vec{v}\times\vec{u}\right)$.

بیلګه ۲ : ددوه وکتورونو ترمنځ کونج فورمال وشمیرئ

وشمیرئ: $\tan\left(\vec{a},\vec{b}\right)$

حل:

$$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|=a\cdot b\cdot\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)\Leftrightarrow\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=a\cdot b\cdot\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)\Leftrightarrow\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b}$$

$$\tan\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)}{\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)}=\frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b}:\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b}=\frac{a\cdot b\cdot\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b\cdot\vec{a}\cdot\vec{b}}=\underline{\underline{\frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{\vec{a}\cdot\vec{b}}}}$$

بیلګه ۳ :

ددوه وکتورونو ترمنځ کونج فورمال وشمیرئ

وشمیرئ: $\tan\left(\vec{a},\vec{b}\right)$

حل یا اوبي:

$$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|=a\cdot b\cdot\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)\Leftrightarrow\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=a\cdot b\cdot\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)\Leftrightarrow\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b}$$

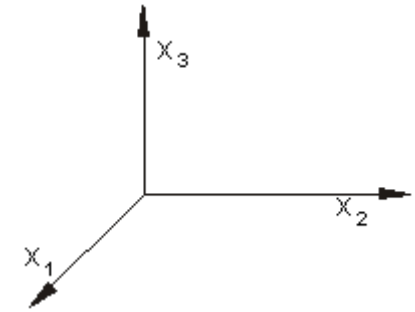
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\tan\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)}{\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)}=\frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b}:\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b}=\frac{a\cdot b\cdot\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b\cdot\vec{a}\cdot\vec{b}}=\frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{\vec{a}\cdot\vec{b}}$$

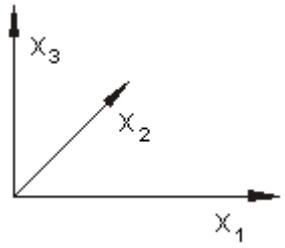
د وکتورونو برخ انځورونه(کمپوننتي انځورونه)

د وکتورونو برخ انځورونه(کمپوننتي انځورونه)
شمیرنه کې تر اوسه تنها یا ځانله د برخلرونکو وکتورونو یو بل ته ترتیب یا نظم لور لوباوه. د دې سره د وکتورونو فضایي ځای غوره نه وو.

دا پای لاس ته راوړنې ته اجازه ورکوي، چې وکتورشمیرنه د کواوردینات- یا پروتولاړسیستم څخه خپلواک دی. د ټاکلو پرابلمونو لپاره دابیاهم ډېر ګټور دی، که سړی د وکتور انځورونې لپاره یو پروتولاړ-یا کواوردینات سیستم په بنسټ کې کیښولی شي یا ولري.
د پسې شمیرنو لپاره کارتیزي پروتولاړ- یا کارتیزي کواوردینات سیستم پهبنسټ کې ایښولکیږي. دا درې یو په بل ولاړ یا قایم محورونه دي، چې په ترتیب د x_1, x_2 او x_3 سره په نخښه کیږي.
یادونه: د x_1, x_2 او x_3 لپاره یا پرځای کیدی شي دا د x, y او y محورونه هم وبلل شي، مګر د n بعدي یا n پراخیدوني وکتورونو لپاره به دا انځورونه په کمه کچه مناسب وي.
د کارتیزي کواوردیناتسیستم لپاره لاندې دوه انځورونې، لکه په عمل کې چې ډېر کار تري اخستل کیږي.



د x_2او x_3 محورونه په رسمسطحه



د x_1 اوx_3 محورونه په رسمسطحه کې پرتې دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

کې پراته دي. مثبت x_1 محوردمخ لور ته ښايي.	مثبت x_2محور د شالور ته ښايي

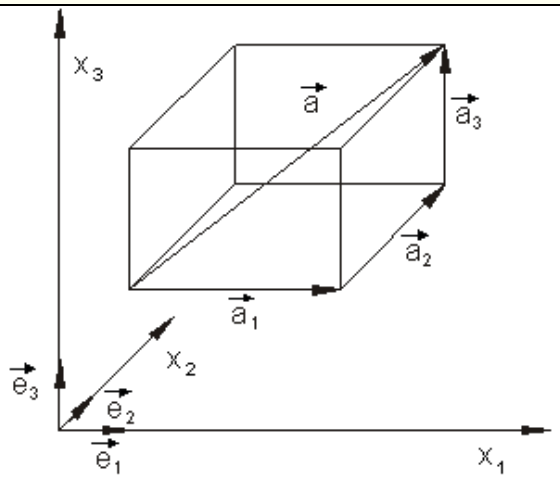
وکتور $\vec{a}$ په يوه فضايي کارتيزي کواوديناتسيتم کې ا نځوريږي. دا د کواوردیناتونو محور کمپوننتونو سره غبرګ توټه کيږي.

$$\vec{a} = \vec{a_1} + \vec{a_2} + \vec{a_3}$$

هره د دې دري کواوردیناتونو کیدی شي ځان د همغه اړونده واحد وکتور څو ځله انځور کړي:

$$\vec{a} = a_1\vec{e_1} + a_2\vec{e_2} + a_3\vec{e_3}$$

دري سکالار a_1 , a_2 او a_3 هغه چې د کواوردینات په لور د وکتورونو اوږدوالی ورکوي، د وکتور کواوردینات په نوم بلل کيږي.



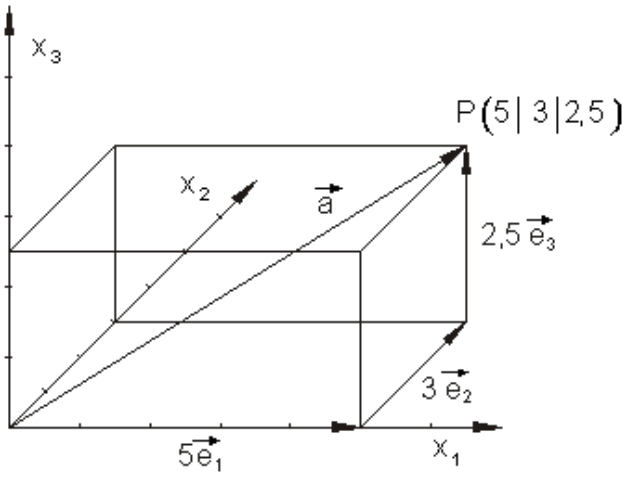
بيلګه ۱

وکتور $\vec{a} = 5\vec{e_1} + 3\vec{e_2} + 2,5\vec{e_3}$

دې په فضايي کارتيزي کواوردیناتسیستمکې رسم شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره چې وکتورونه انځور کړای شو، د هغه پیل ټکی په د کواوردینات په پیل ټکي کې ایښول کیږي.وکتور بیا له یوه کمپوننت څخه د وکتور جمعې قا نون له مخې سره یوځای کیږي. په دې بیلګه کي دا رسم شوی وکتور د P په ټکي کې پای مومي، چې کواوردیناتونه (5, 2| 3 |5)P یې لري



بیلګه ښایي:

هغه وکتور، چې په درې بعدي- یا پراخیدونې فضا کې له کواوردینات پیل څخه راوځي، هلته په یوه ټکي کې پای مومي. همداسې هر ټکي په درې بعدې فضا کې د خپلو کواوردیناتونو له لارې یواځنی ټاکلی، دا کیدی شي د وکتورونو له لارې هم پیښه شي، چې د کواوردینات له پیله مو دې ټکي ته لارښودوي یا بیایي. داسې وکتورونه سړي ځای وکتورونه بولي.

ځای وکتور $\vec{r} = 5\vec{e_1} + 3\vec{e_2} + 2,5\vec{e_3}$ په ټکي $P(5|3|2,5)$ کې پای کیږي

تولیز باور لري: $\vec{r} = x_1\vec{e_1} + x_2\vec{e_2} + x_3\vec{e_3}$ په ټکي $P(x_1|x_2|x_3)$ کې پیا کیږي.

دا چې په درې بعدي فضا کې د وکتور لویوالی او لور د کواوردینات د ورکړې سره یواځنی ټاکلی دی، سړی کړی شي د وکتور په لیکلو کې د واحدوکتور په ور کړه

(c) ketabton.com: The Digital Library

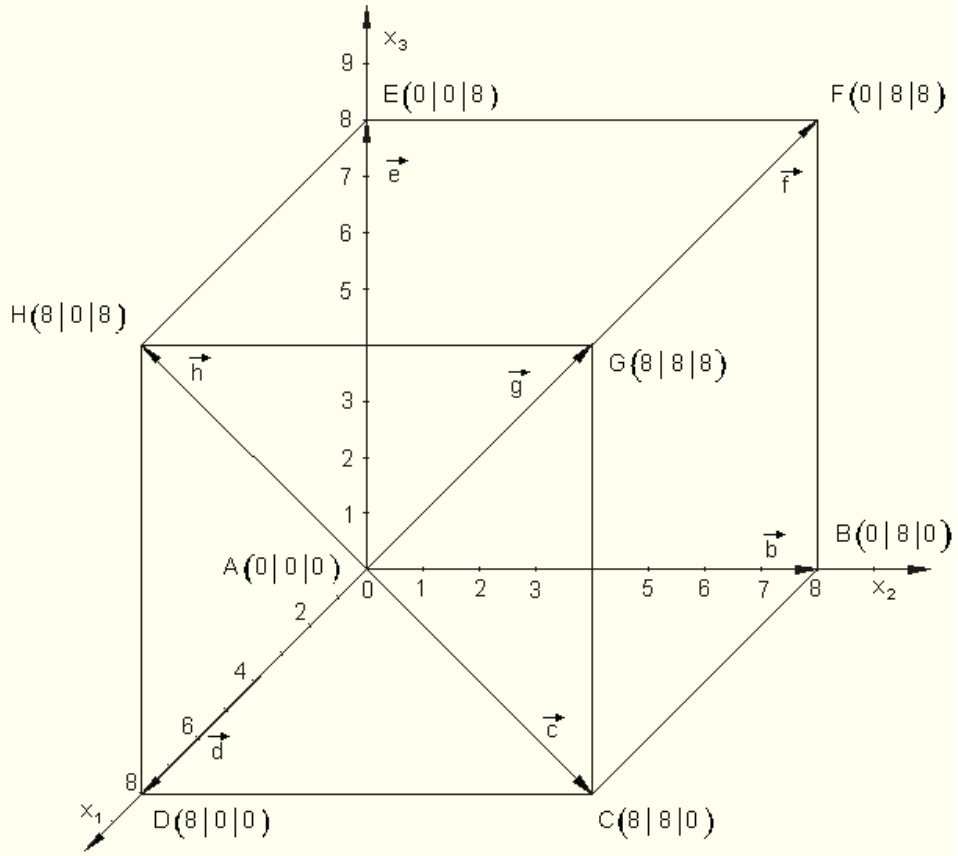
صرف نظر وکړي. یو وکتور کیدی د دې نیونو یافرضیو لاندې ځان د درځ یا متې متریکی په توګه هم ولیکي.

د کمپوننت انځورونه او کواوردینات انځورونه دوه مختلفي مګر برابر ارزښته لیکنډولونه دي. یو وکتور چې ټکي P ته مو بیایي، لکه چې تري لاس ته راځي ا نځوریږي: $\vec{r} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ په $P(x_1 \mid x_2 \mid x_3)$ تنظیم دی.	المانې له کینې ښي لورته: کمپوننتونو انځورونه، کواوردیناتونو انځورونه $\underbrace{\vec{a} = a_1\vec{e_1} + a_2\vec{e_2} + a_3\vec{e_3}}_{\text{Komponentendarstellung}} \Leftrightarrow \underbrace{\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}}_{\text{Koordinatendarstellung}}$ $\vec{a} = 5\vec{e_1} + 3\vec{e_2} + 2{,}5\vec{e_3} \Leftrightarrow \vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 2{,}5 \end{pmatrix}$ ځانګړی:

په پام ډې ونیول شي، چې ځایوکتور، ې له ټرلو وکتورونو په حیث د کواوردینات یا پروتولاړ سیستم له سرچینې څخه یوه ټکي ته لاړښودوي یا بیایي، هغو ازادو وکتورونو سره، چې په یوه فضا کې غبرګ راکښل کیږي بدل نه شي.

بیلګه ۲
یو سترګی یا مکعب دې د ۸ سطحې واحدونو یا یوونونو سره داسې په یوه کارتیزي (دیسکارتي) کواوردیناتسیستم کې ر سم شي، چې یو ګوډ یا کونج یې د کواوردینات په سرچینه کې پروت وي. د دې مکعب(سترګی، چې موږ ورته دانه وایو) ټولو ګوډونو یا کونجونو کې دې ځایوکتورونه وکښل شي. ځایوکتورونه دې په کواوردینات سیستم کې ورکړل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



د ځایوکتورونو لپاره باور لري:

$$\vec{a}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix} \quad \vec{b}=\begin{pmatrix}0\\8\\0\end{pmatrix} \quad \vec{c}=\begin{pmatrix}8\\8\\0\end{pmatrix} \quad \vec{d}=\begin{pmatrix}8\\0\\0\end{pmatrix}$$

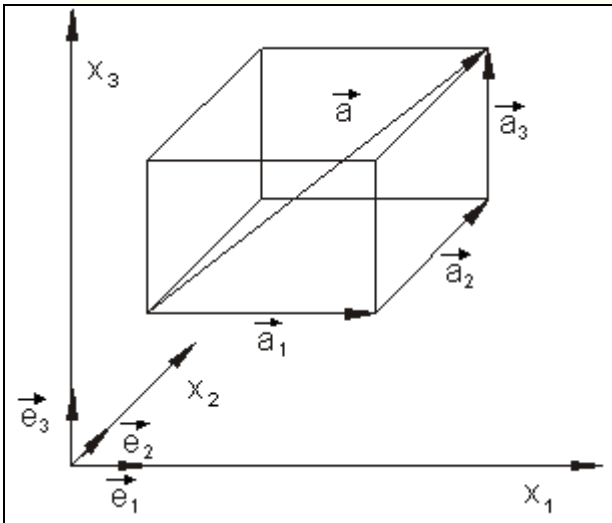
$$\vec{e}=\begin{pmatrix}0\\0\\8\end{pmatrix} \quad \vec{f}=\begin{pmatrix}0\\8\\8\end{pmatrix} \quad \vec{g}=\begin{pmatrix}8\\8\\8\end{pmatrix} \quad \vec{h}=\begin{pmatrix}8\\0\\8\end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا پورته انځورونه له ډېرو څخه یوه ده. دا مکعب یه لومړئ اتمه (1. Oktanten) کې پروت دی. یوه بله انځورونه کیدی شي په کووردیناتسیستم یا پروتولاړ سیستم کې صورت ونیسي(ځان جوړ کړي)، په کوم کې چې د x_1-محور د شا ته په لور ښایي. د هرګړډ-یا کونجټکو د په نخښه کوني ا و د دوي د ترتیبوني وروسته کیدی شي وکتورونه بل ډول نخښه ونه ونیول شي او هم نور کواوردیناتونه ولري.

د وکتورونو ارزښت او لوریز کوساین

دیوه وکتور ارزښت
د یوه وکتور ارزښت دې وشمیرل شي، که دا په کمپننت ډوله یا کواوردینات ډوله ورکړ شوی وي



تر څنګ انځورونه را اخلو، نو پیژنوو چې وکتور

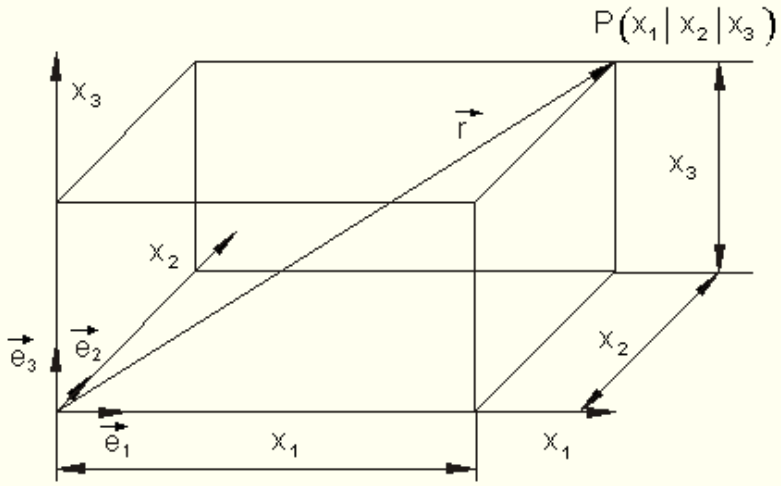
$$\vec{a} = \vec{a_1} + \vec{a_2} + \vec{a_3} = a_1\vec{e_1} + a_2\vec{e_2} + a_3\vec{e_3} =$$

د یوه کوادر لوریزې فضا دوه کونټرې(قطر) ده، چې د ژیو اوږدوالی یې $a_1, a_2,$ او a_3 دي.
دوکتور ارزښت له دې امله د فضا دوه کونټرې سره سر خوري. د پیتاګوراس له جملې سره سم د وکتور د ارزښت لپاره لاس ته راځي:

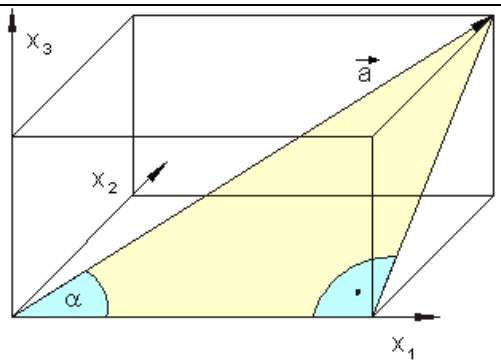
$$\vec{a} = a_1\vec{e_1} + a_2\vec{e_2} + a_3\vec{e_3}$$

Betrag: $\left|\vec{a}\right| = a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



د یویه وکتور د لور کوساین(لنډ: لورکوساین)
په فضا کې د یوه په کمپوننتونو همداسې کواوردیناتونو بنه ورکړشوي وکتور د لور ټاکنه ښایي، چې سړی کونج کاروي یا استعمالوي، کوم چې دا وکتور یې د یوون-یا واحد وکتور سره جوړوي.



کونج، چې د فضا دوه کونجټرې (قطر که وتر؟)همداسې د دوه کونجټرې
یا قطروکتور یې د x_1 محور سره او له دې سره د واحدوکتور سره هم جوړوي، په یوه درېګوډي یامثلث کې پروت دی، کوم چې د فضا قطر (دوه کوجټرې)،د کوادر د بنې اړخ سطحه لکه څنګه د قطر یا دوه کونجټرې وکتور x_1کمپوننتونه یا اجزاوې
یې چې جوړیدی شي.

$$\cos(\alpha) = \frac{a_1}{|\vec{a}|} = \frac{x_1}{|\vec{a}|}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ورته نخښوني د نورو دواړو کونجونو لپاره هم لاس ته راوړو، داسې چې سړی لیکلی شي:

$$\cos(\alpha)=\frac{a_1}{|\vec{a}|}=\frac{x_1}{|\vec{a}|},\qquad \cos(\beta)=\frac{a_2}{|\vec{a}|}=\frac{x_2}{|\vec{a}|},\qquad \cos(\gamma)=\frac{a_3}{|\vec{a}|}=\frac{x_3}{|\vec{a}|}$$

د دري کونجونو د کوساین د تابع ارزښت د وکتور د لورکوساین بلل کیږي.

د لور کوساین دجمعې لپاره باور لري:

$$\cos^2(\alpha)+\cos^2(\beta)+\cos^2(\gamma)=1$$

داپهدې معنا: د لور کوساین مربع جمعه(څلورئ زیاتون) تل ۱ دی.

دا اړوندوالی کیدی شي د یوې ساده شمیرنې له لارئ وښوول شي:

$$\cos^2(\alpha)+\cos^2(\beta)+\cos^2(\gamma)=\frac{a_1^2}{|\vec{a}|^2}+\frac{a_2^2}{|\vec{a}|^2}+\frac{a_3^2}{|\vec{a}|^2}$$
$$=\frac{a_1^2+a_2^2+a_3^2}{|\vec{a}|^2}$$

د $|\vec{a}|^2=\left(\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}\right)^2=a_1^2+a_2^2+a_3^2$ سره تري لرو

$$=\frac{a_1^2+a_2^2+a_3^2}{a_1^2+a_2^2+a_3^2}=1$$

له $\cos(\alpha)=\frac{a_1}{|\vec{a}|},\qquad \cos(\beta)=\frac{a_2}{|\vec{a}|},\qquad \cos(\gamma)=\frac{a_3}{|\vec{a}|}$ څخه

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وکتور $\vec{a}$ کواوردینات لپاره لاس ته راځي:

$$a_1 = \left|\vec{a}\right|\cos(\alpha), \qquad a_2 = \left|\vec{a}\right|\cos(\beta), \qquad a_3 = \left|\vec{a}\right|\cos(\gamma)$$

اوس له دې سره شونی دی چې یو وکتور د هغه د تاکونکو لویو ارزښت او لور سره ولیکو:

$$\vec{a} = a_1\vec{e_1} + a_2\vec{e_2} + a_3\vec{e_3} = \left|\vec{a}\right|\cos(\alpha)\vec{e_1} + \left|\vec{a}\right|\cos(\beta)\vec{e_2} + \left|\vec{a}\right|\cos(\gamma)\vec{e_3}$$

$\left|\vec{a}\right|$ له نوکنو راوځي او دواړه اړخونه په $\left|\vec{a}\right|$ باندې وېشل کیږي

$$\Rightarrow \vec{a} = \left|\vec{a}\right|\left(\cos(\alpha)\vec{e_1} + \cos(\beta)\vec{e_2} + \cos(\gamma)\vec{e_3}\right) \mid : \left|\vec{a}\right|$$

$$\Leftrightarrow \frac{\vec{a}}{\left|\vec{a}\right|} = \vec{a_e} = \cos(\alpha)\vec{e_1} + \cos(\beta)\vec{e_2} + \cos(\gamma)\vec{e_3} = \begin{pmatrix}\cos(\alpha)\\ \cos(\beta)\\ \cos(\gamma)\end{pmatrix}$$

په پام ولره: د یوه واحدوکتور کواوردیناتونه د هغه د لور کوساین دی

$$\vec{a_e} = \cos(\alpha)\vec{e_1} + \cos(\beta)\vec{e_2} + \cos(\gamma)\vec{e_3} = \begin{pmatrix}\cos(\alpha)\\ \cos(\beta)\\ \cos(\gamma)\end{pmatrix} \text{ mit } \left|\vec{a_e}\right| = 1$$

د شمیرنې بیلګې

بیلګه ۱ :

د لاندې وکتورونو لپاره دې ارزښتونه اد لورکوساین وشمیرل شي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- $\vec{a} = 4\overrightarrow{e_1} + 3\overrightarrow{e_2} + 2\overrightarrow{e_3} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

ب –

$$\vec{b} = 2\overrightarrow{e_1} - 3\overrightarrow{e_2} - 1\overrightarrow{e_3} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

نتیجې له لسمیز(عشاریه) څخه وروسته د درې ځایونو په تیکوالي سره ورکړئ.

حل: لومړی-

(مطلق) ارزښت: لورکوساین:

$$\left|\vec{a}\right| = a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$
$$= \sqrt{4^2 + 3^2 + 2^2}$$
$$= \sqrt{16 + 9 + 4}$$
$$= \underline{\underline{\sqrt{29} \approx 5,385}}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{a_1}{\left|\vec{a}\right|} = \frac{a_1}{a} = \frac{4}{\sqrt{29}} \approx 0,743 \Rightarrow \underline{\underline{\alpha \approx 42,031^0}}$$

$$\cos(\beta) = \frac{a_2}{\left|\vec{a}\right|} = \frac{a_2}{a} = \frac{3}{\sqrt{29}} \approx 0,557 \Rightarrow \underline{\underline{\beta \approx 56,145^0}}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a_3}{\left|\vec{a}\right|} = \frac{a_3}{a} = \frac{2}{\sqrt{29}} \approx 0,317 \Rightarrow \underline{\underline{\gamma \approx 68,199^0}}$$

وکتور د نږدې
5,385 LE

(LE د اوږدوالي
واحد)اوږدوالی لري

د ب حل:

(c) ketabton.com: The Digital Library

ارزښت: لورکوساین:

$$\cos(\alpha) = \frac{b_1}{|\vec{b}|} = \frac{b_1}{b} = \frac{2}{\sqrt{14}} \approx 0,535 \Rightarrow \underline{\underline{\alpha \approx 57,688^0}}$$

$$\cos(\beta) = \frac{b_2}{|b|} = \frac{b_2}{b} = \frac{-3}{\sqrt{14}} \approx -0,802 \Rightarrow \underline{\underline{\beta \approx 143,301^0}}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{b_3}{|\vec{b}|} = \frac{b_3}{b} = \frac{-1}{\sqrt{14}} \approx -0,267 \Rightarrow \underline{\underline{\gamma \approx 105,501^0}}$$

$$|\vec{b}| = b = \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}$$
$$= \sqrt{2^2 + (-3)^2 + (-1)^2}$$
$$= \sqrt{4 + 9 + 1}$$
$$= \underline{\underline{\sqrt{14} \approx 3,742}}$$

وکتور د نږدې 3,742
LE

(LE د اوږدوالي
واحد)اوږدوالی

لري

یادونه: که د یوه کونج کوساین کمیز یا منفي وي، نو د کونج ارزښتونه د 90^0 او 180^0 ترمنځ پراته دي.

بیلګه ۲: د ځا ی وکتور، چې اوږدوا لی یې ۲ دی، غواړو پیدا کړو، چې د x_1 محور سره 60^0کونج، دx_2 محور سره 135^0کونج جوړوي او د x_3 محور سره یو تیره کونج (حاده زاویه؟؟) جوړوي.

حل: ځا وکتور $\vec{r}$ د اوږدوالي 2 په دې معنا دی، چې $|\vec{r}| = 2$

$$\alpha = 60^0 \Rightarrow \cos(\alpha) = \cos\left(60^0\right) = \frac{1}{2}\ , \qquad \beta = 135^0 \Rightarrow \cos(\beta) = \cos\left(135^0\right) =$$

$$) = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\cos^2(\alpha)+\cos^2(\beta)+\cos^2(\gamma)=1 \Leftrightarrow \cos(\gamma)=\pm\sqrt{1-\cos^2(\alpha)-\cos^2(\beta)}$$

$$\Leftrightarrow \cos(\gamma)=\pm\sqrt{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2-\left(-\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)^2}=\pm\sqrt{1-\frac{1}{4}-\frac{1}{2}}=\pm\sqrt{\frac{1}{4}}=\pm\frac{1}{2}$$

دا چې γ دې تيره کونج وي ، باور لري: $\cos(\gamma)=\frac{1}{2}\Rightarrow\gamma=60^0$

يوونوکتور يا واحد وکتور دی: $\vec{e_r}=\cos(\alpha)\vec{e_1}+\cos(\beta)\vec{e_2}+\cos(\gamma)\vec{e_3}$

$$=\cos(60^0)\vec{e_1}+\cos(135^0)\vec{e_2}+\cos(60^0)\vec{e_3}=\frac{1}{2}\vec{e_1}-\frac{1}{2}\sqrt{2}\vec{e_2}+\frac{1}{2}\vec{e_3}$$

او دا وکتور پخپله: $\vec{r}=|\vec{r}|\vec{e_r}=2\left(\frac{1}{2}\vec{e_1}-\frac{1}{2}\sqrt{2}\vec{e_2}+\frac{1}{2}\vec{e_3}\right)$

$$\Leftrightarrow \vec{r}=\vec{e_1}-\sqrt{2}\vec{e_2}+\vec{e_3}$$

تولګه:

د وکتورونو لپاره شمیرقوانین په کواوردیناتي انځورونو کې.

وکتورونه سره زياتيږي يا جمعه کيږي همداسې کميږي يا منفي کيږي، که اړونده کمپوننتونه سره جمعه يا سره منفي شي.

$$\vec{a}=a_1\vec{e_1}+a_2\vec{e_2}+a_3\vec{e_3}=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\a_3\end{pmatrix},\ \vec{b}=b_1\vec{e_1}+b_2\vec{e_2}+b_3\vec{e_3}=\begin{pmatrix}b_1\\b_2\\b_3\end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1)\overrightarrow{e_1} + (a_2 \pm b_2)\overrightarrow{e_2} + (a_3 \pm b_3)\overrightarrow{e_3} = \begin{pmatrix} a_1 \pm b_1 \\ a_2 \pm b_2 \\ a_3 \pm b_3 \end{pmatrix}$$

د یوه وکتور ضرب د یوه سکالار سره

د یوه وکتور ضرب د یوه سکالار سره، د وکتور تو ل کمپوننتونه د سکالار سره ضربیږي.

$$\vec{a} = a_1\overrightarrow{e_1} + a_2\overrightarrow{e_2} + a_3\overrightarrow{e_3} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow u\cdot\vec{a} = ua_1\overrightarrow{e_1} + ua_2\overrightarrow{e_2} + ua_3\overrightarrow{e_3} = u\cdot\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u\cdot a_1 \\ u\cdot a_2 \\ u\cdot a_3 \end{pmatrix}$$

بیلګه

درې وکتورونه ورکړ شوي دي:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \qquad \vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

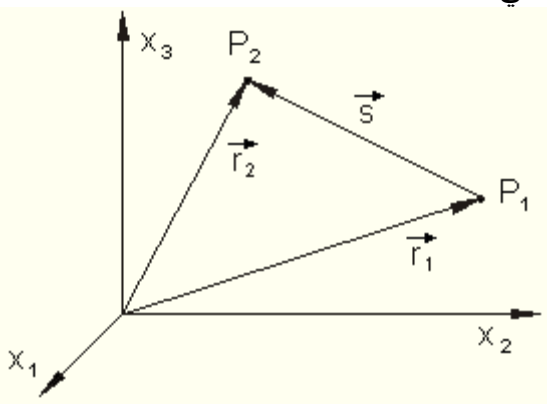
لاندې وکتور وشمیرئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\vec{d} = \overrightarrow{3a} - 2\vec{b} + \overrightarrow{4c}$$

$$\vec{d} = 3\cdot\begin{pmatrix}3\\2\\1\end{pmatrix} - 2\cdot\begin{pmatrix}4\\-1\\3\end{pmatrix} + 4\cdot\begin{pmatrix}-1\\2\\4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}9\\6\\3\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}8\\-2\\6\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-4\\8\\16\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}9-8-4\\6+2+8\\3-6+16\end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix}-3\\16\\13\end{pmatrix}}}$$

بیلګه: په دوه پراخیدوني- یا بعدي فضا کې دې د دوه ټکو P_1 او P_2 واټن وټاکل شي.



ټکو ته د ځای وکتورونه دي:

$$P_1(x_{11}\,|\,x_{12}\,|\,x_{13}) \Rightarrow r_1 = \begin{pmatrix}x_{11}\\x_{12}\\x_{13}\end{pmatrix}$$

$$P_2(x_{21}\,|\,x_{22}\,|\,x_{23}) \Rightarrow r_2 = \begin{pmatrix}x_{21}\\x_{22}\\x_{23}\end{pmatrix}$$

د دواړو ټکو ترمنځ وکتور دې s وي.

$$\vec{r_1} + \vec{s} = \vec{r_2}\,|-\vec{r_1} \Leftrightarrow \vec{s} = \vec{r_2} - \vec{r_1} = \begin{pmatrix}x_{21}-x_{11}\\x_{22}-x_{12}\\x_{23}-x_{13}\end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دواړو ټکو ترمنځ وکتور ارزښت یو د بل څخه واټن یه ګوته کوي او دا په دري بعدي (دري پراخیدوني) فضا کي.

Wegen $|\vec{a}| = a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$ gilt:

$$|\vec{s}| = s = \sqrt{(x_{21} - x_{11})^2 + (x_{22} - x_{12})^2 + (x_{23} - x_{13})^2} = \overline{P_1P_2}$$

یادونه: د کواوردیناتو په ایندکس یا پیژندنخښه باندي x_{ij} سمبالولو سره دا لومړی ایندکی د ټکي P_i لپاره ولاړ دی او دویم ایندکس د کواوردینات محور لپاره

سکالار ضرب

دوه لاندي وکتورونه دي ورکړ شویوي

$$\vec{b} = b_1\vec{e_1} + b_2\vec{e_2} + b_3\vec{e_3} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \quad \text{او} \quad \vec{a} = a_1\vec{e_1} + a_2\vec{e_2} + a_3\vec{e_3} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$$

دا یو د بل سره فورما ضربیږي:

$$\begin{aligned}\vec{a}\cdot\vec{b} &= \left(a_1\vec{e_1} + a_2\vec{e_2} + a_3\vec{e_3}\right)\cdot\left(b_1\vec{e_1} + b_2\vec{e_2} + b_3\vec{e_3}\right) \\ &= a_1b_1\vec{e_1}\cdot\vec{e_1} + a_1b_2\vec{e_1}\cdot\vec{e_2} + a_1b_3\vec{e_1}\cdot\vec{e_3} \\ &+ a_2b_1\vec{e_2}\cdot\vec{e_1} + a_2b_2\vec{e_2}\cdot\vec{e_2} + a_2b_3\vec{e_2}\cdot\vec{e_3} \\ &+ a_3b_1\vec{e_3}\cdot\vec{e_1} + a_3b_2\vec{e_3}\cdot\vec{e_2} + a_3b_3\vec{e_3}\cdot\vec{e_3}\end{aligned}$$

په پام کي دي وي، چي د دوه یو په بل عمود ولاړو وکتورونو سکالار ضرب صفر دی او د یوه یوون-یا واحد وکتور تربع ۱ دی،پورته ولاړه وینا ډېره ساده کوي.

$$\vec{e_1}\cdot\vec{e_2} = |\vec{e_1}|\cdot|\vec{e_2}|\cdot\cos\left(\vec{e_1},\vec{e_2}\right) = 1\cdot1\cdot\cos\left(90^0\right) = 1\cdot1\cdot0 = 0 \text{ da } \vec{e_1} \perp \vec{e_2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{e_1}\cdot\vec{e_2} = \vec{e_2}\cdot\vec{e_1} = 0 \qquad \vec{e_1}\cdot\vec{e_3} = \vec{e_3}\cdot\vec{e_1} = 0 \qquad \vec{e_2}\cdot\vec{e_3} = \vec{e_3}\cdot\vec{e_2} = 0}$$

$$\vec{e_1}\cdot\vec{e_1} = |\vec{e_1}|\cdot|\vec{e_1}|\cdot\cos\left(\vec{e_1},\vec{e_1}\right) = 1\cdot1\cdot\cos\left(0^0\right) = 1\cdot1\cdot1 = 1 \text{ da } \vec{e_1} \text{ parallel zu } \vec{e_1}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{e_1}\cdot\vec{e_1} = 1 \qquad \vec{e_2}\cdot\vec{e_2} = 1 \qquad \vec{e_3}\cdot\vec{e_3} = 1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره کیږي:

$$\boxed{\vec{a}\cdot\vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}$$

سکالار ضرب هم کیدی شي ددرځ- یا متې یا ستن - یا ولاړ وکتورونو سره سرته ورسول شي.

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \qquad \vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = (a_1 \mid a_2 \mid a_3)^T$$

او

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = (a_1 \mid a_2 \mid a_3)^T \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

بیلګه۱ :

دواړه وکتورونه یو د بل سره کوم کونج جوړوي؟

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos(\vec{a},\vec{b}) \Leftrightarrow \cos(\vec{a},\vec{b}) = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = (3 \mid -2 \mid 1)^T \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} = 12 + 2 + 3 = 17$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left|\vec{a}\right| = \sqrt{\vec{a}\cdot\vec{a}} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} = \sqrt{9+4+1} = \sqrt{14} \approx 3,742$$

$$\left|\vec{b}\right| = \sqrt{\vec{b}\cdot\vec{b}} = \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2} = \sqrt{16+1+9} = \sqrt{26} \approx 5,099$$

$$\cos(\alpha) = \cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{17}{\sqrt{14}\cdot\sqrt{26}} \approx 0,891 \Rightarrow \underline{\underline{\alpha \approx 26,996^0}}$$

وکتوري ضرب

لکه د سکالار ضرب لومړی فورمال ضر بیږي. له د ې وروسته ساده کیږي. د دې لپاره دي د سلیب یا ا ټیران ضرب قوانین بیا وکتل شي.

باور لري:

$\vec{a}\times\vec{b}$ په $\vec{a}$ f او $\vec{b}$ او $\vec{a}\times\vec{b} = -\left(\vec{b}\times\vec{a}\right)$ نیغ ولاړ یا قایم دی

$\vec{a},\vec{b}$ ا او $\vec{a}\times\vec{b}$ t په دې لړئ پرلپسې یو ښی سیسیتم

$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)$ چیرته چې $0 \le \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) \le \pi.$ دی

د کارتیزي کواوردیناتسیستم وکتورونو لپاره په ځانګړې توګه باور ري:

$$\left|e_1\times e_1\right| = \left|e_1\right|\cdot\left|e_1\right|\cdot\sin\left(e_1,e_1\right) = 1\cdot1\cdot\sin\left(0^0\right) = 1\cdot1\cdot0 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\overrightarrow{e_1}\times\overrightarrow{e_1} = \vec{0} \qquad \overrightarrow{e_2}\times\overrightarrow{e_2} = \vec{0} \qquad \overrightarrow{e_3}\times\overrightarrow{e_3} = \vec{0}}$$

$$\left|e_1\times e_2\right| = \left|e_1\right|\cdot\left|e_2\right|\cdot\sin\left(e_1,e_2\right) = 1\cdot1\cdot\sin\left(90^0\right) = 1\cdot1\cdot1 = 1$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{e_1}\times\overrightarrow{e_2} = \overrightarrow{e_3}$$

دا چې $\overrightarrow{e_1}\perp\overrightarrow{e_3}$ ا او $\overrightarrow{e_2}$ (یعنې $\overrightarrow{e_3}$ ا په $\overrightarrow{e_1}$. او $\overrightarrow{e_2}$ عمود یا ولاړ) دی اوو ارزښت ۱ لري.

لاندې اړیکې شتون لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\vec{e_1}\times\vec{e_2}=\vec{e_3}$	$\vec{e_2}\times\vec{e_3}=\vec{e_1}$	$\vec{e_3}\times\vec{e_1}=\vec{e_2}$
$\vec{e_2}\times\vec{e_1}=-\vec{e_3}$	$\vec{e_3}\times\vec{e_2}=-\vec{e_1}$	$\vec{e_1}\times\vec{e_3}=-\vec{e_2}$

فورمال ضرب:

$$\vec{a}\times\vec{b}=\left(a_1\vec{e_1}+a_2\vec{e_2}+a_3\vec{e_3}\right)\times\left(b_1\vec{e_1}+b_2\vec{e_2}+b_3\vec{e_3}\right)$$

$$=a_1b_1\left(\vec{e_1}\times\vec{e_1}\right)+a_1b_2\left(\vec{e_1}\times\vec{e_2}\right)+a_1b_3\left(\vec{e_1}\times\vec{e_3}\right)$$

$$+a_2b_1\left(\vec{e_2}\times\vec{e_1}\right)+a_2b_2\left(\vec{e_2}\times\vec{e_2}\right)+a_2b_3\left(\vec{e_2}\times\vec{e_3}\right)$$

$$+a_3b_1\left(\vec{e_3}\times\vec{e_1}\right)+a_3b_2\left(\vec{e_3}\times\vec{e_2}\right)+a_3b_3\left(\vec{e_3}\times\vec{e_3}\right)$$

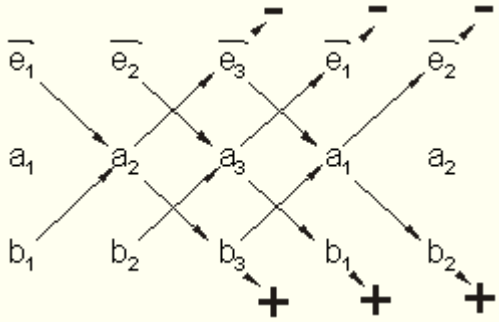
$$=0+a_1b_2\vec{e_3}-a_1b_3\vec{e_2}-a_2b_1\vec{e_3}+0+a_2b_3\vec{e_1}+a_3b_1\vec{e_2}-a_3b_2\vec{e_1}+0$$

$$=\underline{\underline{\left(a_2b_3-a_3b_2\right)\vec{e_1}+\left(a_3b_1-a_1b_3\right)\vec{e_2}+\left(a_1b_2-a_2b_1\right)\vec{e_3}}}$$

د فرمول جوړول کیدی شي د دري لړئ ییزي دیترمینانت په څیر انځور شي. دا کیدی شي د ساروس قا نون یا لار له مخې وشمیرل شي داسې چې دا د شمیرلو فرمول راکړي. د دې لپاره چې د ساروس قا نون وکاروو، باید لومړئ او دویمه د دیترمینانتې درځونه یا متې یو بل پسې ولیکل شي. بالاخره ټول قطرونه یا دوه کونجټرې ټرنې او دا دري واره له کینې پورته لور ښې کښته خوا ته، همداسې دري ځله له کیڼ کښته خوا ته ښې پورته خوا ته.دا ډول ضربونه د جمعې په ډول سره یوځای کیږي او په حقیقت کې داسې چې ضربونه له کیڼ کښته ښی پورته کمیز یا منفي ګڼ یا شمیرل کیږي.

$$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{e_1}&\vec{e_2}&\vec{e_3}\\a_1&a_2&a_3\\b_1&b_2&b_3\end{vmatrix}\Rightarrow$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$= \vec{e_1} a_2 b_3 + \vec{e_2} a_3 b_1 + \vec{e_3} a_1 b_2 - b_1 a_2 \vec{e_3} - b_2 a_3 \vec{e_1} - b_3 a_1 \vec{e_2}$$
$$= (a_2 b_3 - a_3 b_2)\vec{e_1} + (a_3 b_1 - a_1 b_3)\vec{e_2} + (a_1 b_2 - a_2 b_1)\vec{e_3}$$

وکتورونه ورکړ شوي:

د دواړو وکتورونو وکتوري ضرب دې جوړ شي.

نتیجه دې د مناسب شمیرنې سره وازمایل شي.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

ازمایښت د سکالار ضرب سره سرته رسیدی شي.

د دواړو وکتورونو وکتور ضرب بیرته یووکتور دی، چې هغه هغې سطحې باندې، چې له دواړو و کتورونو غزېدلې عمود دی. د دې په تعقیب د دواړو وکتورونو سره د نتیجه وکتور سکالار ضرب ارزښت صفر ورکوي.

بیلګه: د یوه مثلث ګوټکي یا د کونجونو ټکي A, B او C لاندې کواوردیناتونه لري

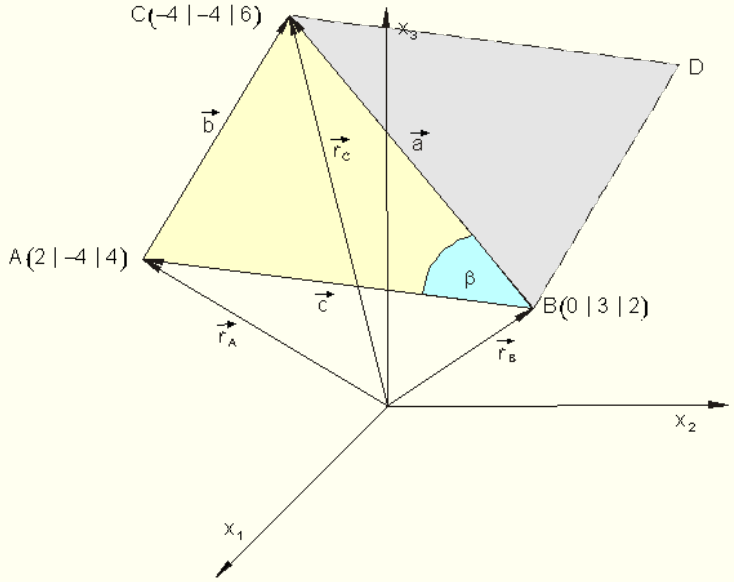
د A(2 | -4 | 4); B(0 | 3 | 2) او C(-4 | -4 | 6).
مثلث سطحه دې وشمیرل شي.نتیجه دې د سطحې مثلثاتو یا درېګوډیکچ فرمول سره و ازمایل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ترمخ پام:

یو رسم دي هندسي(ځمککچیز) ا نځور وښا یي.

د دوه وکتورونو وکتوري ضرب یا x ضرب یو وکتور دی، چې هغه له دي دواړو وکتورونو غزیدلي سطحي ته عمود یا ولاړ ځغلي او د هغې د سطحي خوندیونه له دوي جوړ غبرګ اړخیز یا موازی الاضلاع ارزښت دي. د غبرګ اړخیز دوهکونجټړي یا که غواړئ قطر دا په یو بل پټیونې مساوي برخو وېشي. له دي سره د درېکوډي سطحه د وکتوري ضرب ارزښت نیمایي سره برابره ده.



ځای اړوند وکتور او د درې ګوډي یا مثلث اړخونو وکتورونه داسي لاس ته راځي:

$$\vec{r}_A = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad \vec{r}_B = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \vec{r}_C = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}: \quad \vec{r}_B + \vec{a} = \vec{r}_C \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{r}_C - \vec{r}_B = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4-0 \\ -4-3 \\ 6-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -7 \\ 4 \end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\vec{b}:\quad \vec{r_A}+\vec{b}=\vec{r_C}\Leftrightarrow \vec{b}=\vec{r_C}-\vec{r_A}=\begin{pmatrix}-4\\-4\\6\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2\\-4\\4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4-2\\-4+4\\6-4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-6\\0\\2\end{pmatrix}$$

$$\vec{c}:\quad \vec{r_B}+\vec{c}=\vec{r_A}\Leftrightarrow \vec{c}=\vec{r_A}-\vec{r_B}=\begin{pmatrix}2\\-4\\4\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0\\3\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2-0\\-4-3\\4-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\-7\\2\end{pmatrix}$$

د دې رسم شوي غبرک اړخيز(موازيالا ضلاع) سطحه د سکالار يا صليب يا اټيرن ضرب سره سړی لاس ته راوړي.

$$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{e_1}&\vec{e_2}&\vec{e_3}\\a_1&a_2&a_3\\b_1&b_2&b_3\end{vmatrix}\Rightarrow\begin{vmatrix}\vec{e_1}&\vec{e_2}&\vec{e_3}&\vec{e_1}&\vec{e_2}\\a_1&a_2&a_3&a_1&a_2\\b_1&b_2&b_3&b_1&b_2\end{vmatrix}$$

$$=(a_2b_3-a_3b_2)\vec{e_1}+(a_3b_1-a_1b_3)\vec{e_2}+(a_1b_2-a_2b_1)\vec{e_3}$$

$$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|=\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)$$ نورپسې بارور لري:

$$\vec{a}\times\vec{c}=\begin{vmatrix}\vec{e_1}&\vec{e_2}&\vec{e_3}&\vec{e_1}&\vec{e_2}\\-4&-7&4&-4&-7\\2&-7&2&2&-7\end{vmatrix}=-14\vec{e_1}+8\vec{e_2}+28\vec{e_3}-\left(-14\vec{e_3}-28\vec{e_1}-8\vec{e_2}\right)$$

$$=-14\vec{e_1}+8\vec{e_2}+28\vec{e_3}+14\vec{e_3}+28\vec{e_1}+8\vec{e_2}$$

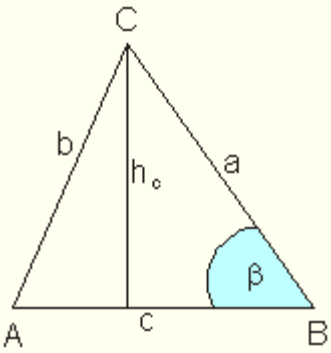
$$=14\vec{e_1}+16\vec{e_2}+42\vec{e_3}=\begin{pmatrix}14\\16\\42\end{pmatrix}$$

$$\left|\vec{a}\times\vec{c}\right|=\sqrt{14^2+16^2+42^2}=\sqrt{2216}\approx 47{,}074$$

$$A=\frac{\left|\vec{a}\times\vec{c}\right|}{2}=\frac{\sqrt{2216}}{2}\approx 23{,}537$$ ددرې ګوډې يا مثلث سطحه:

د نتيجې کنترول

(c) ketabton.com: The Digital Library



$A = \frac{c \cdot h_c}{2}$ د $c = |\vec{c}|$ او $a = |\vec{a}|$ سره.

h_c د β کونج د ساین سره شمیرل کیږي

$$\cos(\beta) = \frac{a \cdot c}{|\vec{a}| \cdot |\vec{c}|} \Rightarrow \beta = a\cos\left(\frac{a \cdot c}{|\vec{a}| \cdot |\vec{c}|}\right)$$

$$\sin(\beta) = \frac{h_c}{|\vec{a}|} \Leftrightarrow h_c = |\vec{a}| \cdot \sin(\beta) \Rightarrow A = \frac{|\vec{c}| \cdot |\vec{a}| \cdot \sin(\beta)}{2}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{16+49+16} = \sqrt{81} = 9 \qquad |\vec{c}| = \sqrt{4+49+4} = \sqrt{57}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = (-4 \mid -7 \mid 4)^T \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -7 \\ 2 \end{pmatrix} = -8+49+8 = 49$$

$$\cos(\beta) = \frac{49}{9 \cdot \sqrt{57}} \approx 0{,}712 \Rightarrow \beta = a\cos\left(\frac{49}{9 \cdot \sqrt{57}}\right) \approx 43{,}852^o$$

$$\sin(\beta) = \sin\left(a\cos\left(\frac{49}{9 \cdot \sqrt{57}}\right)\right) \approx 0{,}693$$

$$\Rightarrow A = \frac{\sqrt{57} \cdot 9 \cdot \sin\left(a\cos\left(\frac{49}{9 \cdot \sqrt{57}}\right)\right)}{2} \approx \underline{\underline{23{,}537}}$$

ازمایښت لومړی شمیرنه تصدیقوي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټولګه:

د وکتورونو جمعه او تفریق(زیاتون او کمون):

$$\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1)\vec{e_1} + (a_2 \pm b_2)\vec{e_2} + (a_3 \pm b_3)\vec{e_3} = \begin{pmatrix} a_1 \pm b_1 \\ a_2 \pm b_2 \\ a_3 \pm b_3 \end{pmatrix}$$

د یوه وکتور ضرب د یوه سکالار سره:

$$u\cdot\vec{a} = ua_1\vec{e_1} + ua_2\vec{e_2} + ua_3\vec{e_3} = u\cdot\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u\cdot a_1 \\ u\cdot a_2 \\ u\cdot a_3 \end{pmatrix}$$

سکالار ضرب:

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = (a_1 \mid a_2 \mid a_3)^T \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = a_1\cdot b_1 + a_2\cdot b_2 + a_3\cdot b_3$$

نور پسې باور لري: $\vec{a}\cdot\vec{b} = \left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)$ und $a = \left|\vec{a}\right| = \sqrt{\vec{a}\cdot\vec{a}}$

وکتوري ضرب:

$$\vec{a}\times\vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{e_1} & \vec{e_2} & \vec{e_3} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} \vec{e_1} & \vec{e_2} & \vec{e_3} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} \begin{matrix} \vec{e_1} & \vec{e_2} \\ a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{matrix}$$

$$= (a_2b_3 - a_3b_2)\vec{e_1} + (a_3b_1 - a_1b_3)\vec{e_2} + (a_1b_2 - a_2b_1)\vec{e_3}$$

نور پسې باور لري: $\left|\vec{a}\times\vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)$

وکتور ضرب:

د وکتوري ضرب پیژند(تعریف):

(c) ketabton.com: The Digital Library

که یو وکتور د یوه سکالار سره ضرب شیو نو نتیجه بیرته وکتور دی. دا ډول ضرب سړی د S - ضر ب بولي. که یو وکتور د یوه وکتور سره ضرب شي، نو نتیجه يې یو عدد دی، چې سکالار نومیږي. د وکتور دا ډول ضرب سکالار ضرب بلل کیږي.
په دې برسیره یو د ضرب ډول شتون لري، د کوم نتیجه چې بیرته یو وکتور دیر د ضرب دادول وکتوري ضرب بلل کیږي،کله کله سلیبي یا اټیران ضرب بلل کیږي.

د مخه له دې چې مور د دا ډول ضرب ډول سره مشغول کړو، لومړی دې روښانه شي،چې دا ډول ضرب څنګه تعریف شوی دی.

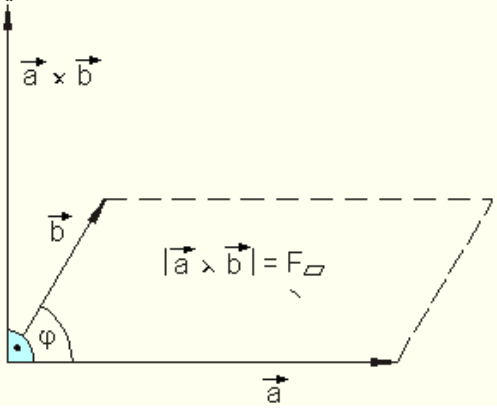
تعریف یا پیژند: د دوهوکتورونو $\vec{a}$ او $\vec{b}$ د ضرب لاندې سړی یو وکتور $\vec{a}\times\vec{b}$ پوهیږي، کوم چې د لاندې شرایطو لاندې خوییز یا کرکتري شوی دی.

۱ . $\vec{a}\times\vec{b}$ په $\vec{a}$ او $\vec{b}$ عمود یا سیخ ولاړ دی.

۲ . $\vec{a},\vec{b}$ او $\vec{a}\times\vec{b}$ په دې لړئ پرلپسې. یو ښی سیستم جوړوي.

۳ . $\left|\vec{a}\times\vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)$ چیرته چې $0 \le \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) \le \pi$. دی.

په یاد ولره: د پورته پیژند څخه سیده لاس ته راځي:
د دوه وکتورونو وکتوري ضرب صفر دی، که لږ تر لږه یو له دواړو وکتورونو څخه صفر وکتور وي یا دواړه وکتورونه سره غبرګ وي.
په څټ یا معکوس هم باور لري:
که د دوه وکتورونوضرب، چې هیڅ یو يې صفر وکتور نه دي، صفر وي، نو دا سره غبرګ دي.
له دریم شرط څخه لرو، چې هلته خپل لوی ارزښت لري، چې له هغوي رابند کونج یا زاویه 90 درجې وي.
دا لاندې څیره دې وکتور ضر ب ګرافیکي روښانه کړي



(c) ketabton.com: The Digital Library

$\vec{a}\times\vec{b}$ یووکتور دی،
هغه چې په $\vec{a}$ او $\vec{b}$ نیغ ولاړ دی،
داسې چې $\vec{a},\vec{b}$ او $\vec{a}\times\vec{b}$ یو بنی سیستم جوړوي.

د دې ارزښت له دواړو وکتورونو غزېدلي موازی الاضلاغ (غبرګ اړخیزې) سطحې مساحت دی.
بنی په دې معنا، چې:
که سړی لومړی وکتور د سا عقرخونې په لور (د ساعت ستنې لور) د دویم وکتور په لور وځرخوي، نو دریم داسې خوزښت غوره کوي یا حرکت کوي لکه یو پیچتاو میخ دښي کږون سره په خپل لور د مخ خواته.

د وکتوري ضرب لپاره بنی سیستم:

جمله:
د هر عدد $\{k\}\in\mathbb{R}$ او $\{\vec{a};\vec{b};\vec{c}\}\in V^3$ لپاره د وکتور په حیث باور لري:

بدیلیدن قانون $\vec{a}\times\vec{b}=-(\vec{b}\times\vec{a})$

دیستریبوتیو قانون $\vec{a}\times(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\times\vec{b}+\vec{a}\times\vec{c}$

ګډوله اسوځیاتیو قانون $(k\vec{a})\times\vec{b}=k(\vec{a}\times\vec{b})$

شمیرقوانینو استعمال ته بیلګې:

بیلګه ۱: وشمیرئ: $(\vec{u}+\vec{v})\times(\vec{u}+\vec{v})$
حل یا اوبې:

$$(\vec{u}+\vec{v})\times(\vec{u}+\vec{v})=\vec{u}\times\vec{u}+\vec{u}\times\vec{v}+\vec{v}\times\vec{u}+\vec{v}\times\vec{v}$$
$$=\vec{0}-(\vec{v}\times\vec{u})+(\vec{v}\times\vec{u})+\vec{0}=\underline{\vec{0}}$$

دلته وکارول شو: $\vec{u}\times\vec{u}=\vec{v}\times\vec{v}=\vec{0}$ und $\vec{u}\times\vec{v}=-(\vec{v}\times\vec{u})$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه ۲

د دوه وکتورونو ترمنځ کونج فورمال وشمیرئ.

وشمیرئ: $\tan\left(\vec{a},\vec{b}\right)$

حل یا اوبي یا ځواب:

$$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right| = a\cdot b\cdot\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right) \Leftrightarrow \sin\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = a\cdot b\cdot\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) \Leftrightarrow \cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b}$$

$$\tan\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)}{\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)} = \frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b} : \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b} = \frac{a\cdot b\cdot\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b\cdot\vec{a}\cdot\vec{b}} = \underline{\underline{\frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{\vec{a}\cdot\vec{b}}}}$$

بیلګه ۳

د دوه وکتورونو ترمنځ کونج فورمال وشمیرئ.

وشمیرئ: $\tan\left(\vec{a},\vec{b}\right)$

حل:

$$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right| = a\cdot b\cdot\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right) \Leftrightarrow \sin\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = a\cdot b\cdot\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) \Leftrightarrow \cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b}$$

$$\tan\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)}{\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)} = \frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b} : \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b} = \frac{a\cdot b\cdot\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b\cdot\vec{a}\cdot\vec{b}} = \underline{\underline{\frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{\vec{a}\cdot\vec{b}}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ډاکتر ماخان شینواري چاپ شوې لیکنې:

1988 Vienna (Austria):

لومړی:

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra : contributions to general algebra 6 ; Page 117 – 122

1987 Vienna (Austria):

دویم:

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Interpolation und Aproximation durch Polynime in Universalen Algebren . Diss . Uni. Wien

لاندې د شمیرپوهنې پښتوټول کتابونه په المان کې د ،، افغانستان کلتوري ودې ټولنه،،له خوا چاپ شوي دي

2000 Bonn (Germany):
دریم: د شمیرپوهنې ستر کتاب : د شمیرپوهنې برسیره د انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زده کوونکو لپاره (دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کې چاپ او دا نوې لیکنه به یې ځنو ځایونو غزېدلې او ځنې ځایونه تري لرې شوي دي)

2003 Bonn (Germany):
څلورم: ځمککچپوهنه(هندسه) ، په سلو زرو کې شمیرنه، د ګټې – او کټې د کټې شمیرنه ، د اختمالوالي شمېرنه کتاب د ښوونځي ټولې اړتیاوې پوره کوي

2003 Bonn (Germany):
پنځم: الجبرونه (د الجبر بنسټونه دي)

2003 Bonn (Germany):
شپږم: د شمیرپوهنې انګرېزي – پښتو ډکشنري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2003 Bonn (Germany):
اووم: د شمیرپوهنې المانې ـ پښتو- او پښتو المانې ډکشنري

Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German

2003 Bonn (Germany):
اتم: دفرنځیال برابرون (دا کتاب په دې څانګه کې یو پیل دی، ساده لیکل شوی)

Differential equation Translation; An Introduction

Bonn (Germany): 2003
نهم: د شمیر پوهنې فرمولونو ټولګه

Mathematical Formulas

2003 Bonn (Germany):
لسم: شمیرپوهنه له عربي په پښتو

1997 Bonn (Germany):

یوولسم: د افغانستان په هکله سپیني خبرې: په المان کې

،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خو

.یادونه: له ۲۰۰۰ کال دمخه ډاکتر ماخان شینواري د ،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خوا دري ساسي مجلې هم را وستلې.

د ډاکتر ماخان ،،میرې،، شینواري لیکنې او ژباړې چې په چاپیدو یې پیل کیږي

بن- المان، کابل – افغانستان ۲۰۱۲ ز ک

ژباړې:

لاندې د برینککن لیکنې چې له پرینمن ن ج څخه ژباړل شوي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

۱ - شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره لومړی ټوک

۲ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دویم ټوک

۳ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دریم ټوک

۴ - د احتمالوالي شمیرنه

۵ – احصایه یا ستاتیستیک

لاندې کتابونه د شتوتګارت د پوهنتون د استادانو د لکچرونو څخه چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپاره شوي را ژباړل شوي.

۶ – انالیزی ۱

۷ – انالیزې ۲

۸ – کرښیز الجبر

۹ - د شمیرپوهنې بنسټونه

۱۰ - د فرمولونو ټولګه

۱۱ – فنکشنل انالیز

۱۲ – وکتور شمیرنه

نورې ژباړې

۱۳ – له www./grundstudium.info/linearealgebra څخه:کرښیز الجبر

۱۴ – Georg Gutenbrunner ګنونپوهنه یا د اعدادو تیوري

(c) ketabton.com: The Digital Library

زما ليکنې

Bonn (Germany):

۱۵ - د شميرپوهنې ستر کتاب دويم چاپ د پوره تغيراتو سره : دا کتاب د شميرپوهنې برخې برسيره د

انجنري، فزيک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زدهکوونکو لپاره پوره ګټور دی. په

کتاب کې د اړتيا سره زياتونه او کونه راغلې

۱۶ - ځمککچپوهنه (هندسه) دويم چاپ د پوره تغيراتو سره

۱۷ – الجبر بنسټونه دويم چاپ له تغيراتو سره

۱۸ - ډېرې پوهنه يا ستې تيوري

۱۹ – د شميرپوهنې سم اند (منطق رياضي)

۲۰ - د يو څو شميرپوهانو ژوندليک

۲۱ – د شمير پوهنې ګډې وډې ليکنې

۲۲- داهم ژباړه ده، خو ليکونکی يې متآسفانه راڅخه نابلد شوی: د مشتق او انتيګرال شميرنو ته

تمرينونه او اوبيونې يا حلونه يې

۲۳ – د شميرپوهنې انګريزې پښتو او عربي + درې ډکشنري

۲۵ – د شميرپوهنې پښتو انګرېزي ډکشنري

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

۲۵ – د شمیرپوهنې پښتو ډکشنري د شمیرپوهنیزو وییونو په پښتو روښانه ونه

۲۶ - د زړه له کومې(دا هغه لیکنې دي، چې ځنې یې په نړیول جالونو کې خپرې شوي دي.)

۲۷ – د افغانستان په هکله سپینې خبرې، چې وبه غزیږي.

نوري لیکنې، چې په ژباړه یې پیل شوی، خو لا پوره نه دي

– د شتوتکارت پوهنتون لکچرنوټونو څخه ، چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپریږي:

د ګروپونو تیوري

- د ښوونځي لپاره فزیک د برینکمن لیکنه

له پنځم ټولګي څخه تر اووم ټولګي پورې ژباړل شوی (دا چې زما دویم مسلک فزیک دی، دا لیکنې ژباړم. دا هم د دې لیکوال یوه ډېره ښه لیکنه ده، چې -د شمیرپوهنې په څیر- دلته هم زیات تمرینونه د حل یا اوبیونې سره په کې راغلي او ماته زیات ګټور برېښي)

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لیکوال ژوند ته لنډه کتنه

ماخان په اولني نوم میړي شینواری د اروابنادي پستو او اروابناد نوررحمان زوي په ۱۳۲۰ ؟ ه لمریز کي د شینوارو هسکه مینه کي دې نړۍ ته سترګي راغړولي.

د هسکي مینې د لومړني ښوونځي (د لومړنیو زده کوونکو څخه وو) څخه وروسته د رحمان بابا لیسه له ۱۹۵۴ تر ۱۹۶۵ پورې(ښوونځي له لومړي ټولګي پیل او د دویم ټولګي څخه ګام او پای).

د ۱۹۶۶ تر سپتمبر د کابل طب پوهنځی. له ۱۹۶۶ سپتمبر څخه د اتریش برس، چې هلته یې د شمیرپوهنې ډاکټري په پوره ستونځو تر لاسه کړه.

د۱۹۹۸۷ ش ک تر ۱۹۸۸ د فبروري تر پای د دباندنیو چارو وزارت کې مامور. د ۱۹۸۸ مارچ څخه تر ۱۹۹۲ جون پورې په بن کي د افغانستان جمهوریت سفارت شارژد افیر(صفر نه وو). له هغې وروسته په جرمني کي سیاسي پناه. له ۲۰۰۸ مارچ څخه د ۲۰۰۹ دسمبر پورې د د ریاضي څانګه کي د پوهنې وزارت درسي نساب کي دنده.

ماخان میړي په ۱۹۷۲ کي له لرې د میرمن ښاپیرۍ سره واده شوی، چې د واده خبر ورته اتریش ته راغی. ده له میرمن ښاپیری سره په ۱۹۶۳ ز ک کي کوزده کړې وه.

دوي ته لوي څښتن په اتریش ویانا کي د مای په شلم ۱۹۷۹ ز ک دوه بچیان وبخښل، چې څانګه او اباسین نومیړي. څانګه په المان کي د پوهنتون علمي همکاره وه او د حقوقو ډاکتره ده او اباسین ملي اقتصاد او ټولنیزه سایکولوژي لوستلي.

ماخان شینواري بې کاره نه دی او لږ تر لږه له ۹۷ ۱۹ څخه همدا د کتابونو لیکلو اوو د ژباړې دنده یې په غاړه اخستې، چې خپل فکر د شونې پولې تازه وساتي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ډاکتر ماخان (مېړی) شینواری

د افغانستان د کلتوري ودې ټولنه _ جرمني
VEREIN ZUR FORDERUNG DER
AFGHANISCHEN KULTUR E.V

د خپرونو لړ (۱۲۹)

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library